

後退円柱上の境界層遷移の予測

野村聡幸^{*1}

Prediction of Boundary-Layer Transition on a Swept Cylinder

by

Toshiyuki NOMURA

National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

A system for prediction of boundary-layer transition is developed. The system consists of three stages, which are the Navier-Stokes simulation, linear stability analysis and e^N method. The system is applied to the compressible boundary layer along the attachment line of an infinite swept cylinder. Two types of grids that have different resolutions are generated around the cylinder. The results obtained with these grids are compared at each stage to validate the system.

1. はじめに

次世代超音速輸送機の開発における最大の課題は、コンコルドで7程度の揚抗比を10近くに高めることであるが、それには抵抗の大幅な低減が必要である。層流制御技術が抵抗低減を実現する有力な手段と考えられているが、その技術の確立にあたっては、境界層遷移のメカニズムの解析と遷移開始位置の予測を行うツールが不可欠である。

境界層の微小擾乱に対する不安定性を数値的に解析して遷移を予測する手法として、線形安定解析と e^N 法が組み合わせて用いられている。この手法により後退円柱の付着線境界層の遷移¹⁾や実機の主翼前縁付近の境界層の遷移²⁾が予測されている。

本研究では、2次元翼または後退翼まわりの流れを計算する Navier-Stokes コード、境界層中の微小擾乱の空間増幅を計算する parabolized stability equations (PSE)コード、微小擾乱の空間増幅率を積分する e^N 法コードからなる境界層遷移予測システムを開発した。そして、このシステムを超音速流中に置かれた後退円柱の付着線境界層に適用した。

2. 境界層遷移予測システム

Navier-Stokes シミュレーション、線形安定解析、 e^N 法、これら3つのステップを経て境界層の遷移開始位置を予測する。遷移予測システムのフローを図1に示す。このシステムは一般化曲線座標で定式化されており、2次元翼または後退翼に容易に適用できる。

2.1 Navier-Stokes シミュレーション

マッハ数 3.5、円柱直径を代表長さとするレイノ

ルズ数 1.05×10^6 の主流中に置かれた後退角 60 度の無限円柱 (図2) の周りに、壁面に垂直な方向の点数が異なる2つのC型格子 (448×181 と 448×361) を Takanashi の方法³⁾に基づくコードで生成した。このC型格子をスパン方向の複数位置に配置することで Navier-Stokes シミュレーションに必要な3次元格子を構成した。

Navier-Stokes コードの支配方程式は保存型の薄層近似 Navier-Stokes 方程式である。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta}$$

この式を有限体積法で数値的に解く。非粘性流束は Chakravarthy-Osher の TVD スキーム⁴⁾で、粘性流束は Gauss の定理に基づく中心差分に相当する方法で計算する。時間進行には対角化 ADI 法⁵⁾をクーラン数一定のローカル・タイムステップとともに用いる。

2.2 線形安定解析

微小擾乱は次式で表される。

$$\tilde{q}(\xi, \eta, \zeta, \tau) = \tilde{q}(\xi, \eta) \exp \left[i \left\{ \int_{\xi_0}^{\xi} \alpha(\xi) d\xi + \beta \zeta - \omega \tau \right\} \right]$$

ここで $q = (u, v, p, T, w)^T$ である。この微小擾乱を薄層近似 Navier-Stokes 方程式に代入し、Navier-Stokes 方程式を線形化することで線形 PSE を得る。

$$D \hat{q} + A \frac{\partial \hat{q}}{\partial \xi} + B \frac{\partial \hat{q}}{\partial \eta} = V \frac{\partial^2 \hat{q}}{\partial \eta^2}$$

ここで D, A, B, V は 5×5 行列である。 η 方向の微分は2次の中心差分で近似され、 ξ 方向の微分は1次の後退差分で近似される。

\hat{q} が η のみの関数であると仮定し、壁面と主流中で境界条件 $\hat{q} = 0$ を与えると、PSE は 5×5 ブロック

*1 航空宇宙技術研究所

の3重対角行列となる。この行列は α を固有値とする固有値問題に変形され、Malikのグローバル法⁶⁾を適用することで α とそれに対応する固有ベクトルが求まる。

グローバル法で得られた初期擾乱をPSEの放物型の特性を利用して ξ 方向に空間進行させ、各位置での α を求める。この空間進行法はBertolottiらの方法⁷⁾に基づく。

2.3 e^N 法

PSEコードで計算された α の虚数部の符号を反転させたものが空間増幅率である。これを ξ 方向に積分し、得られた値 N に基づいて遷移開始位置を予測する。

3. 計算結果

上記の2種類の格子で計算された無限後退円柱の付着線境界層に遷移予測システムを適用し、各ステップで得られる結果を比較する。

3.1 速度分布と温度分布

図3と図4に各格子で得られた付着線境界層の速度分布と温度分布を示す。スパン方向の速度 \bar{u} と温度 \bar{T} はそれらの境界層端での値で無次元化されている。また、壁面からの距離 Y は参考文献1の相似長さで無次元化されている。

スパン方向に周期境界条件を課しているために時間進行とともに境界層が厚くなる。両ケースで境界層を全く同じにするには収束までの実時間を揃える必要があったが、実際の収束の判定には残差の変化と物理量の分布の変化だけが参照された。このために両ケースで若干異なった境界層となった。

3.2 初期擾乱

付着線で壁面から円柱直径の10%の高さ(排除厚さの約70倍)までをPSEコードの計算領域とし、波数ベクトルがスパン方向と60度の傾きをなすT-S波のスパン方向の空間増幅率を求めた。各格子で得られた値を表1と表2に、Malikのグローバル法とGasterの関係式⁸⁾を用いて得られた値とともに示す。 α の実数部はスパン方向の波数、 α の虚数部の符号を反転させたものはスパン方向の空間増幅率、 β はコード方向の波数、 ω は振動数であり、これらの値は排除厚さと境界層端での速度で無次元化されている。

表1で α の実数部は良く一致しているが、 α の虚数部は大きく異なっている。格子点数を倍にした表2でも α について全く同様の傾向が見られる。参考文献1によると「Malik & Gaster」の値の方が妥当であり、PSEコードに用いられた手法に何らかの問

題があると考えられる。PSEコードとMalikのグローバル法の最も大きな違いは微小擾乱の定義位置である。PSEコードはセル・センターで全ての擾乱を定義しているが、Malikのグローバル法はセル・センターで圧力の擾乱を、セル・フェイスで速度と温度の擾乱を定義している。PSEコードにもスタッガード・メッシュを採用し、再度Malikのグローバル法と比較することを考えている。

3.3 擾乱の空間進行

上記の斜めT-S波をPSEコードでスパン方向に空間進行させたときの α と N を図5と図6に示す。スパン方向の1ステップの幅は円柱直径の1.27%であり、 α はこの幅で無次元化されている。

付着線境界層はスパン方向に変化しないので、T-S波の空間進行によって α が変化することはないはずである。しかし、図5で45ステップ、図6で110ステップしか α は保たれていない。特に図5の α の虚数部は著しく変化している。擾乱の空間進行は複素行列の反転により行われており、故にその複素行列が対角優位でないと安定した空間進行は行えない。複素行列の対角優位を増す工夫が必要である。また、格子点数を倍にすることで α の非物理的な変化はやや抑えられており、PSEコードの差分近似の精度を高めることでも同様の効果が得られると期待される。

4. まとめ

2次元翼または後退翼まわりの流れを計算するNavier-Stokesコード、境界層中の微小擾乱の空間増幅率を計算するPSEコード、微小擾乱の空間増幅率を積分する e^N 法コードからなる境界層遷移予測システムを開発した。超音速流中に置かれた無限後退円柱のまわりに、壁面に垂直な方向の点数が異なる2つのC型格子を生成した。そして、各格子で得られた付着線境界層に遷移予測システムを適用し、ステップ毎に結果を比較した。

PSEコードで計算された斜めT-S波の α は格子点数によらずほぼ同じになるが、この値を従来の手法で計算された値と比較すると、 α の虚数部が2倍近い値になっている。PSEコードと従来の手法の最も大きな違いは微小擾乱の定義位置であり、PSEコードにも従来の手法と同様にスタッガード・メッシュを採用して、再度 α を比較する予定である。

斜めT-S波をPSEコードでスパン方向に空間進行させると、 α が非物理的な変化を起こす。空間進行は複素行列を反転することで行われているので、その複素行列が対角優位でないと安定した空間進行

は行えない。複素行列の対角優位を増す工夫が必要である。また、PSEコードの差分近似の精度を高めることでも空間進行の安定化が期待できる。

参考文献

- 1) Malik, M.R. and Beckwith, I.E., "Stability of a Supersonic Boundary Layer along a Swept Leading Edge," AGARD CP 438, pp. 3-1 to 3-9, 1988.
- 2) Woan, C.J., Gingrich, P.B. and George, M.W., "CFD Validation of a Supersonic Laminar Flow Control Concept," AIAA Paper 91-0188, January 1991.
- 3) Takanashi, S. and Takemoto, M., "A Method of Generating Structured-Grids for Complex Geometries and Its Application to the Navier-Stokes Simulation," CFD J., Vol. 2, No. 2, pp. 209-218, 1993.
- 4) Chakravarthy, S.R., "Development of Upwind

- Schemes for the Euler Equations," NASA CR 4043, 1987.
- 5) Pulliam, T.H. and Chaussee, D.S., "A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm," J. Comput. Phys., Vol. 39, pp. 347-363, 1981.
- 6) Malik, M.R., "Finite-Difference Solution of the Compressible Stability Eigenvalue Problem," NASA CR 3584, 1982.
- 7) Bertolotti, F.P., Herbert, Th. and Spalart, P.R., "Linear and Nonlinear Stability of the Blasius Boundary Layer," J. Fluid Mech., Vol. 242, pp. 441-474, 1992.
- 8) Gaster, M., "A Note on the Relation between Temporally-Increasing and Spatially-Increasing Disturbances in Hydrodynamic Stability," J. Fluid Mech., Vol. 14, pp. 222-224, 1962.

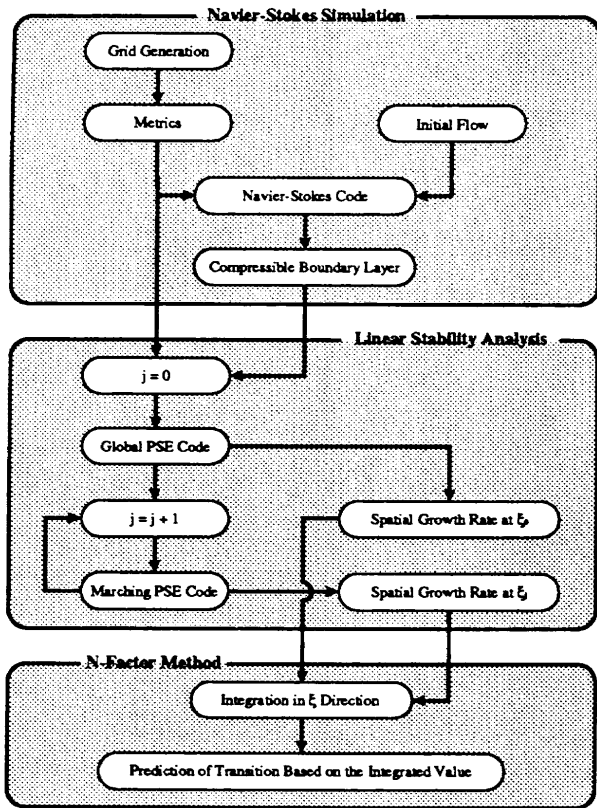


図1 境界層遷移予測システム

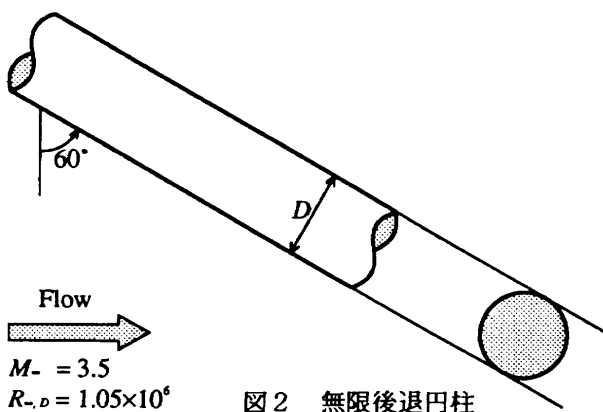


図2 無限後退円柱

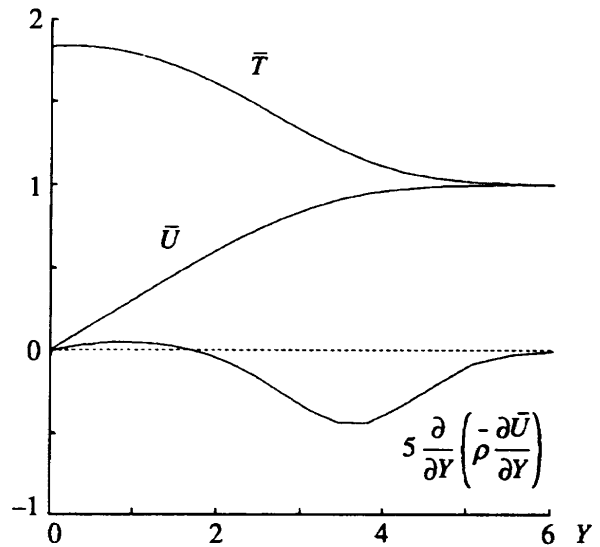


図3 速度分布と温度分布(448x181)

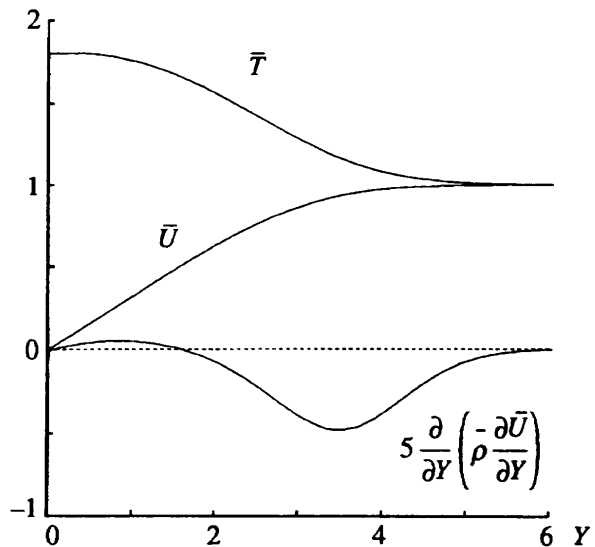


図4 速度分布と温度分布(448x361)

	α	β	ω
Malik & Gaster	$0.1150000 - 0.002458389i$	$0.115\sqrt{3}$	0.06087775
Global PSE	$0.1157745 - 0.004520954i$	$0.115\sqrt{3}$	0.06087775

表1 斜めT-S波(448×181)

	α	β	ω
Malik & Gaster	$0.1150000 - 0.002365831i$	$0.115\sqrt{3}$	0.06060185
Global PSE	$0.1156229 - 0.004410961i$	$0.115\sqrt{3}$	0.06060185

表2 斜めT-S波(448×361)

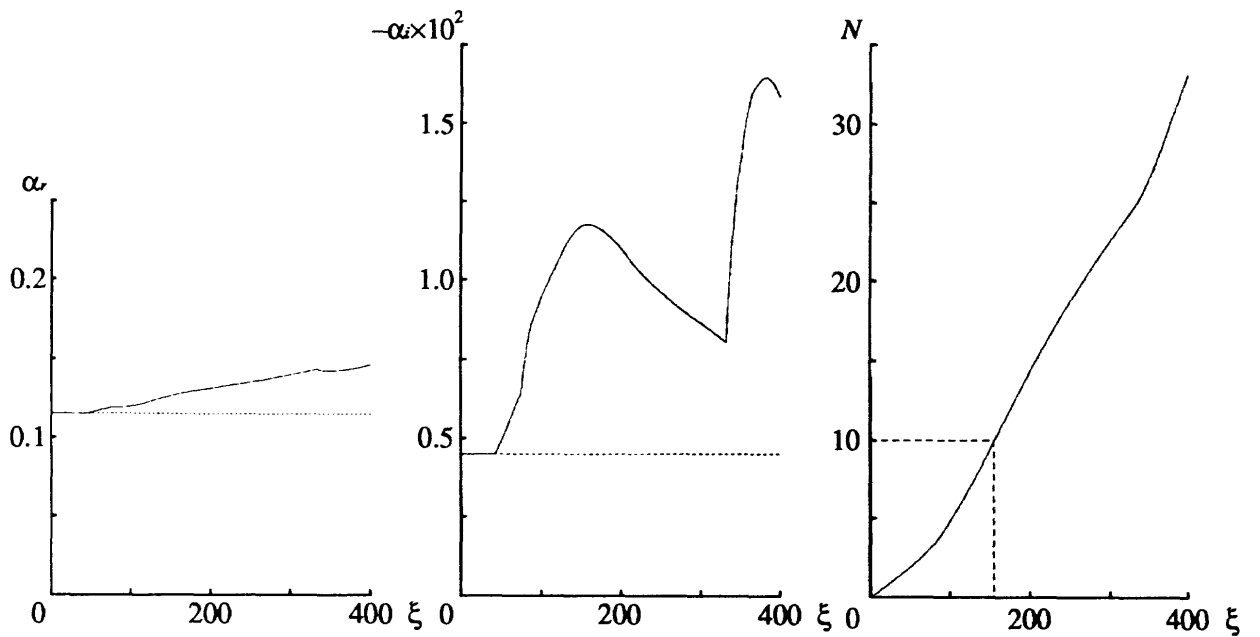


図5 斜めT-S波の空間増幅(448×181)

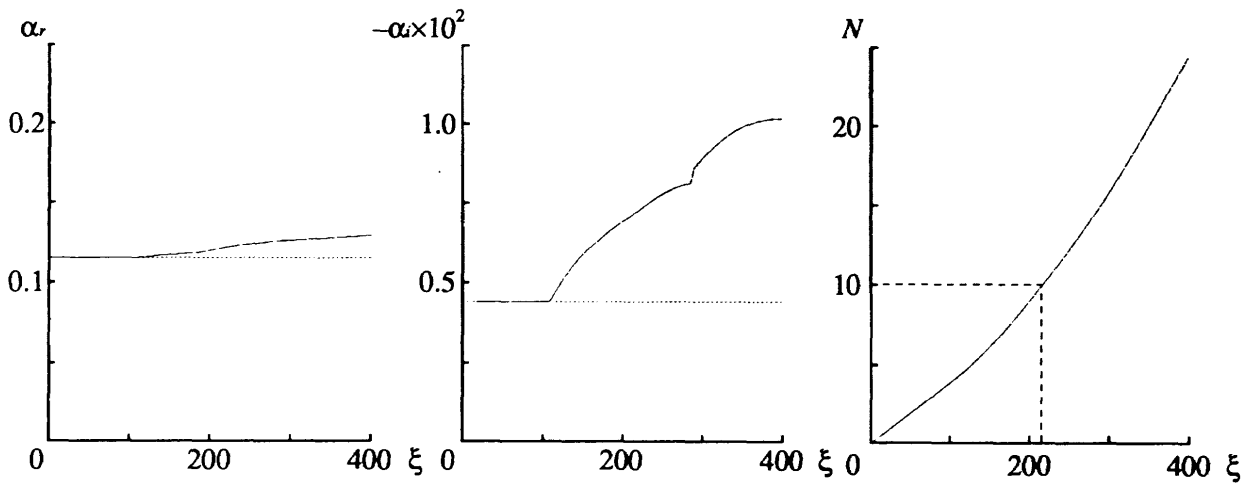


図6 斜めT-S波の空間増幅(448×361)