

航空宇宙技術研究所特別資料

SPECIAL PUBLICATION OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

SP-40

「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集
(第21回・第22回)

1999年1月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

「境界層遷移の解明と制御」研究会幹事

流体科学総合研究グループ	伊 藤 信 毅
流体科学総合研究グループ	山 本 稀 義
流体科学総合研究グループ	高 木 正 平
流体科学総合研究グループ	徳 川 直 子
客員研究官（昭和62, 63, 平成元年度）	
大阪府立大学工学部教授	西 岡 通 男
客員研究官（昭和62, 63, 平成3年度）	
東北大学流体科学研究所教授	小 濱 泰 昭
客員研究官（平成2, 3, 5年度）	
東京都立科学技術大学教授	浅 井 雅 人
客員研究官（平成4, 5, 6年度）	
日本大学理工学部教授	本 橋 龍 郎
客員研究官（平成6, 7, 8年度）	
東北大学工学部助教授	福 西 祐
客員研究官（平成7, 8, 9年度）	
豊橋技術科学大学教授	蒔 田 秀 治

「境界層遷移の解明と制御」 研究会講演論文集
(第21回・第22回)

Proceedings of the 21st and 22nd NAL Workshop on
"Investigation and Control of Boundary-Layer Transition"

「境界層の解明と制御」 研究会

Steering Committee of NAL Workshop on
"Investigation and Control of Boundary-Layer Transition"

目 次

第21回研究会（1997年9月30日・10月1日）

1. 加熱された水平円管流れの乱流遷移	電気通信大学	小泉 博	1
		山家 兼人	
2. 偏心して回転する二重円筒間のテイラー渦流の発達と減衰	電気通信大学	黒田 成昭	7
3. 渦・衝撃波干渉の数値計算	計算流体力学研究所	橋口 真宜	11
4. 遷移研究の問題点	ながれ研究集団	佐藤 浩	15
5. 一様乱流における速度分布の交差独立性(Ⅲ)	国際高等研究所	巽 友正	*
6. 普遍平衡理論に基づいた大規模一様せん断乱流場の解析	豊橋技術科学大学	関下 信正	17
		蒔田 秀治	
7. 乱流斑点の相互干渉に関する実験的研究	豊橋技術科学大学	蒔田 秀治	21
		西沢 啓	
8. 浮上式宮崎線跡地利用について	東北大学流体科学研究所	小濱 泰昭	*
9. プレーンポアズイユ流れにおける流れ方向ストリークの安定性に関する実験	東北大学流体科学研究所	河上 充佳	25
	スウェーデンRIT	Elofsson, P. Alfredsson, P.H.	
10. 自然遷移中に現れる縦渦構造とTransient growthの関連性について	東北大学流体科学研究所	松原 雅春	29
	スウェーデンRIT	Alfredsson, P.H.	
11. 渦輪の乱流遷移過程	北海道大学工学部	望月 修	33
		木谷 勝	
		田中 幸男	
12. 乱流直接シミュレーションの‘第一原理’からの正当性と限界	筑波大学TARAセンター	柘植 俊一	35
13. 壁乱流の縦・横・水平断面せん断構造	徳山工業高等専門学校	大成 博文	45
		渡辺 勝利	
14. Experimental Investigation on Turbulent Mixing of Confined Co-axial Jets	東北大学流体科学研究所	Ahmed, M.R.	49
15. T-S波を渦度変動ととらえる試み	東北大学工学部	福西 祐	53
		海老名 勲	
		横川 譲	

第22回研究会（1998年3月26日・27日）

16. 三次元境界層の安定性に対する圧縮性の影響	東京都立科学技術大学	浅井 雅人	57
		清野 宏	
	航空宇宙技術研究所	伊藤 信毅	

17. 圧縮性平面Poiseuille流れにおける乱流遷移のDNS	電気通信大学	前川 博	59
		尾添 靖通	
	航空宇宙技術研究所	山本 稀義	
18. 急拡大部を持つ管路流れの不安定性と乱流遷移	同志社大学	水島 二郎	63
		足立 高弘	
		塩谷 幸信	
19. 球クエット流の再層流化現象とスパイラルTG渦生成メカニズム	名古屋工業大学	余 偉明	67
		中林 功一	
20. 一様乱流における速度の交差独立性と2点速度分布	国際高等研究所	巽 友正	71
21. 低レイノルズ数域における音速ノズルの臨界現象	計量研究所	中尾 晨一	75
22. 管内障害物の音と流れⅡ 音響パワーの流れ測定による音源探査の試み	近畿大学工学部	坂尾富士彦	77
	ながれ研究集団	佐藤 浩	
23. 動的失速の最適制御	北海道大学	望月 修	81
24. 定温白金線の触媒反応を用いた超音速乱流混合の評価	室蘭工業大学	新井 隆景	83
		森田 修至	
	北海道大学工学部	永田 晴紀	
	室蘭工業大学	杉山 弘	
25. 乱流境界層の構造とReynolds数依存性	北海道工業大学	小橋安次郎	87
	北海道大学工学部	早川 道雄	
26. 乱流化学反応の等価トンネル効果	筑波大学TARAセンター	柘植 俊一	*
27. 強安定成層流中における非線形熱輸送	豊橋技術科学大学	大庭 勝久	91
		蒔田 秀治	
28. 円柱の剥離剪断層に発達する不安定波とそのWavelet解析	日立製作所機械研究所	大田黒俊夫	95
		飯田 明由	
29. 円柱後流中の渦の可視化画像と渦度分布	岐阜大学工学部	永田 拓	99
		中山 仁	
		栗野 雅智	
		福島 千晴	
30. 低レイノルズ数における正方形角柱周り流れ	日本大学理工学部	本橋 龍郎	103
		高橋 賢一	
		菅 裕二	
31. マイクロバブルによる摩擦抵抗低減実験	船舶技術研究所	児玉 良明	105
32. 高速新幹線用低騒音パンタグラフ装置の開発	東北大学流体科学研究所	小濱 泰昭	109
		太田 福雄	
	三菱重工業	安藤 和浩	
第21回・第22回研究会の総括と成果			113

(*は草稿無し)

CONTENTS

The 21st Workshop (1997 September 30-October 1)

1. Laminar-Turbulent Transition of Flow in a Heated Horizontal Tube		
..... Koizumi, H. and Yamaga, K.	University of Electro-Communications	1
2. Taylor Vortex Flow between Rotating Eccentric Cylinders		
..... Kuroda, S.	University of Electro-Communications	7
3. Computational Study of Shock/Vortex Interaction		
..... Hashiguchi, M.	Institute of Computational Fluid Dynamics	11
4. On Problems in Laminar-to-Turbulent Transition Research		
..... Sato, H.	Institute of Fluid Research	15
5. Cross independence of the velocity distribution in homogeneous turbulence II.		
..... Tatsumi, T.	International Institute for Advanced Studies	*
6. Analysis of Uniformly Sheared Large-Scale Turbulence Based on Universal Equilibrium Theory		
..... Sekishita, N. and Makita, H.	Toyahashi University of Technology	17
7. Experimental Investigation of Interaction between Turbulent Spots		
..... Makita, H. and Nishizawa, A.	Toyahashi University of Technology	21
8. On Reuse of Miyazaki Line for Linear Motor Car Development.		
..... Kohama, Y.	Institute of Fluid Science, Tohoku University	*
9. Experiments on the Stability of Streamwise Streaks in Plane Poiseuille Flow		
..... Kawakami, M. [†] , Elofsson, P. [‡] and Alfredsson, H. [‡]		
..... † Institute of Fluid Science, Tohoku University, ‡ Royal Society of Technology		25
10. Relevancy between Streaky Structures in Natural Transition and Transient Growth Theory		
..... Matsubara, M. [†] and Alfredsson, P. H. [‡]		
..... † Institute of Fluid Science, Tohoku University, ‡ Royal Society of Technology		29
11. Transition Process of a Vortex Ring		
..... Mochizuki, O., Kiya, M. and Tanaka, Y.	Hokkaido University	33
12. A Solitary-Wave Representation of Turbulence in the Physical-Plus-Eddy Space		
..... Tsugé, S.	Tsukuba Advanced Research Alliance, University of Tsukuba	35
13. Shear Structures of Longitudinal, Streamwise and Horizontal Cross-Section in Near Wall Turbulence		
..... Onari, H. and Watanabe, K.	Tokuyama College of Technology	45
14. Experimental Investigation on Turbulent Mixing of Confined Co-axial Jets.		
..... Ahmed, M. R.	Institute of Fluid Science, Tohoku University	49
15. An Attempt of View T-S Wave as a Vorticity Fluctuation		
..... Fukunishi, Y., Ebina, I. and Yokokawa, Y.	Tohoku University	53

The 22nd Workshop (1998 March 26-27)

16. Effects of Compressibility on the Stability of Three-Dimensional Boundary Layer		
..... Asai, M. [†] , Seino, H. [†] and Itoh, N. [‡]		
..... † Tokyo Metropolitan Institute of Technology, ‡ National Aerospace Laboratory		57

17. DNS of Compressible Plane Poiseuille Flows Undergoing Transition	
..... Maekawa, H. [†] , Ozoe, N. [†] and Yamamoto, K. [‡]	
..... † University of Electro-Communications, ‡ National Aerospace Laboratory	59
18. Instability of Flow and Its Transition to Turbulence in a Suddenly Expanded and Contracted Channel	
..... Mizushima, J., Adachi, T. and Shiotani, Y.	Doshisha University
	63
19. Direct Numerical Simulation on Spiral Taylor-Görtler Vortices in the Spherical Couette Flow	
..... Sha, W. and Nakabayashi, K.	Nagoya Institute of Technology
	67
20. Cross-Independence of the Velocity and Two-point Velocity Distribution in Homogeneous Turbulence	
..... Tatsumi, T.	International Institute for Advanced Studies
	71
21. Choking Phenomenon of Sonic Venturi Nozzles on Low Reynolds Numbers	
..... Nakao, S.	National Research Laboratory of Metrology
	75
22. Sound and Flow with Obstacle inside a Duct II	
-An Attempt to Identify the Sound Source Using 'Acoustic Intensity Method'	
..... Sakao, F. [†] and Sato, H. [‡]	† Kinki University, ‡ Institute of Flow Research
	77
23. Optimal Control of Dynamic Stall	Mochizuki, O.
	Hokkaido University
	81
24. Evaluation of Supersonic Turbulent Mixing using Catalytic Reaction on Constant Temperature Pt Wire	
..... Arai, T. [†] , Morita, S. [†] , Nagata, H. [‡] and Sugiyama, H. [†]	
..... † Muroran Institute of Technology, ‡ Hokkaido University	83
25. Structure of a Turbulent Boundary Layer and Its Dependence on Reynolds Number	
..... Kobashi, K. [†] and Hayakawa, M. [‡]	
..... † Hokkaido Institute of Technology, ‡ Hokkaido University	87
26. Equivalent Tunnelling Effect in Turbulent Combustion	
..... Tsugé, S.	Tsukuba Advanced Research Alliance, University of Tsukuba
	*
27. Nonlinear Heat Transfer in a Stably-Stratified Flow	
..... Ohba, K. and Makita, H.	Toyohashi University of Technology
	91
28. Wavelet Analysis of the Instability Wave Developing in the Shear Layer Separated from a Circular Cylinder	
..... Otaguro, T. and Iida, A.	Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.
	95
29. Visualized Images of Vortex Structure and Vorticity Distribution in the Wake of a Circular Cylinder	
..... Nagata, H., Nakayama, J., Awano, M. and Fukushima, C.	Gifu University
	99
30. Flow around a Square Cylinder at Low Reynolds Numbers	
..... Motohashi, T., Takahashi, K. and Suga, Y.	Nihon University
	103
31. Microbubble Experiments for Skin Friction Reduction	
..... Kodama, Y.	Ship Research Institute
	105
32. Developments in Low Noise Pantograph Systems of High-Speed Trains	
..... Kohama, Y. [†] , Ohta, F. [†] and Ando, K. [‡]	
..... † Institute of Fluid Science, Tohoku University, ‡ Mitsubishi Heavy Industries LTD.	109
Summary of the 21st and 22nd Workshops	113

(*: no manuscript)

LAMINAR-TURBULENT TRANSITION OF FLOW IN A HEATED HORIZONTAL TUBE

by

H. Koizumi* and K. Yamaga*

University of Electro-Communications

ABSTRACT

We have experimentally studied the influence of buoyancy force and inlet flow conditions on the laminar-turbulent transition process of fully-developed air flow in a heated horizontal tube with uniform wall heat flux. Eight time-series of the air temperature were simultaneously obtained using eight thermocouples positioned within the tube along a vertical line passing through the tube axis. We have determined the nature of the transition behavior in space and time by analyzing these instantaneous time-series. By calculating a set of Lyapunov exponents from the time-series of a single thermocouple, these transitional flows are found to be chaotic.

Key Words: Laminar-turbulent transition, Heated horizontal tube, Chaos, Experiment

1. INTRODUCTION

The laminar-turbulent transition of fluid flow in tubes is encountered in a wide variety of engineering situations including duct flows and heat exchangers in chemical process. But there have been a very limited number of studies focusing on heated flow, and therefore there is a lack of understanding of many details of the transition process. Clarifying the characteristics and mechanisms involved in such transitions is important not only for practical engineering reasons, but also to answer basic scientific questions regarding heat transfer.

Nagendra (1973) studied the time-averaged and statistical nature of heat transfer in the laminar-turbulent transition of a combined forced and free convection exhibited by water flowing in horizontal tubes. El-Hawary (1980) determined a stability map showing regions of different flows in nondimensional coordinates representing forced and free convection effects in water flow. More recently, Abid et al. (1995) performed measurements providing a detailed description of the wall temperature change along both the azimuthal and axial directions using infrared thermography in water flow with uniform wall heat flux. They elucidated the spatio-temporal aspects of the laminar-turbulent transition process from the entrance to the fully-developed regime. They also determined the evolution of the fractal dimension for various Reynolds numbers and as a function of distance along

the axial coordinate. In a typical case they found that the fractal dimension began near the tube inlet with a value greater than 12 and decreased along the axial coordinate to about 4 in the fully-developed regime for $Re = 2600$. However, they did not measure the flow field directly, and thus their results leave many unanswered questions. Furthermore, there is the possibility that the values they obtained as a time-series of tube wall temperatures may have been significantly reduced owing to the tube's large heat capacity (their test tube was of 0.2 mm thickness). Therefore, we fear that the results of Abid et al. (1995) do not describe the real transition behavior. In particular the fractal dimensions of the attractor they obtained by analyzing time-series of the tube wall temperature are suspect. The description of these effects motivates the present work to the direct measurement of the flow fields. We hope this will produce a clear picture of the characteristics and mechanisms of the laminar-turbulent transition.

Recently, direct numerical simulation (DNS) has become a powerful tool in gaining more insight into the transition processes which are difficult to reveal by experiment alone. The macroscopic aspects of the transition obtained in the present work will serve as a reference in the discussion of the results of DNS in the future. The aim of this experimental study is to reveal the influence of buoyancy force and inlet flow conditions on the laminar-turbulent transition process of fully-developed air flow in a heated horizontal tube with uniform wall heat flux. Also, we attempt to understand the transition process in terms of chaotic behavior of a non-linear dynamical system.

* 電気通信大学 機械制御工学科

2. EXPERIMENTAL APPARATUS AND TECHNIQUES

2.1 Experimental Apparatus

Figure 1 gives a schematic drawing of the experimental apparatus and the coordinate system. The working medium was air ($Pr = 0.71$) which was compressed by a blower and sent into a long horizontal tube downstream of a settling chamber. The straight tube was in total 13 m (228 D) long, and all tubes were made of brass of 1.5 mm thickness and a 57.0 mm inner diameter. The heated test section was 10 m long (175 D). In front of this situated an unheated length of 3 m (53 D) serving as a hydrodynamic approach. The heated section was electrically heated with uniform wall heat flux $q_w \approx 340 \text{ W/m}^2$, and the modified Rayleigh number was $Ra_q \approx 3.1 \times 10^6$. The flow rate of air was measured by a float-area-type flow meter. The flow Reynolds number was adjusted by varying the flow rate, and we could set the value of Re with a precision of about ± 5 by placing three flow meters of respective measuring range 0.2 ~ 2.0 NL/min, 3 ~ 30 NL/min and 2 ~ 20 Nm^3/h in a line. In order to investigate the effect of the inlet flow conditions on the transition process, two different kinds of velocity fluctuation intensities were used, $U_{Fi \text{ in}} = 1.2\%$ and $U_{Fi \text{ in}} \approx 40\%$. These were obtained without and with a turbulence generator placed at the tube inlet, respectively.

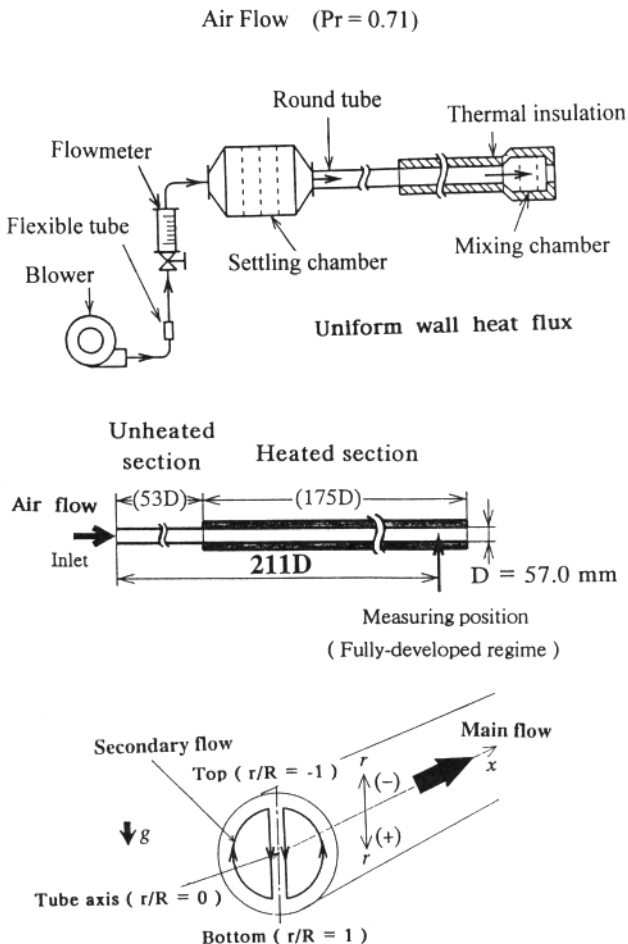


Fig. 1 A schematic drawing of the experimental apparatus and coordinate system.

2.2 Measurement of Velocity and Temperature Fields

A probe was inserted in the fluid from the top of the wall. This measured the temperature and velocity fields in the fully-developed flow section, 211 D downstream from the tube inlet. We sampled 30,000 data points from the time-series generated by a thermocouple (abbreviated 'TC'; the diameter of copper and constantan wires of this TC are 25 μm and the response time is about 0.05 s) and hot-wire anemometer (abbreviated 'HWA'; the diameter of the tungsten wire is 7 μm) using a 12-bit analog-to-digital converter. The time-averaged values and fluctuation intensities of temperature and velocity were obtained by processing these data using a microcomputer. Also, the power spectrum of temperature fluctuations was obtained by analyzing an output of the TC using an FFT analyzer.

In order to clarify the relation between the appearance of the turbulent signature and the instantaneous velocity and temperature profiles, we attempted to obtain the instantaneous temperature profile by positioning eight TC inside the tube along a vertical line intersecting the tube axis. The horizontal position of this set of TCs was such that their sensing point lay 5 mm upstream of a supporting thin stainless L pipe of 1 mm outer diameter. We also visualized an instantaneous velocity profile along the axial direction using the smoke-wire method.

2.3 Lyapunov Exponents and Phase Space

We obtained the Lyapunov exponents λ_i from the observed time-series of the TC. Here λ_i ($i=1 \sim d_m$) represent the time-development of the displacement vector between two neighboring points in phase space. The exponents can be calculated by the method proposed by Zeng et al. (1991). This algorithm uses a shell rather than a ball to minimize the effects of noise or measurement error inherent in many real-world situations. When the extent of phase space is normalized to unity, the inner radius of a shell $r_{\min} = 0.02$ (this represents the length scale of the noise) and the outer radius $r_{\max} = 0.05$. When one or more positive exponent is obtained, the flow may be characterized as chaotic with the magnitude of such exponents indicating the time scale of predictability. From a time-series of the TC an attractor is reconstructed in a d_m -dimensional phase space, and then we obtained λ_i from the orbits of points evolving in time τ_{dev} . Also we calculated from these exponents the Lyapunov dimension D_L which indicates the complexity of unsteady flow. We sampled 131,072 data points from a time-series of TC using a 16-bit analog-to-digital converter, and the sampling time $\Delta\tau$ was set to 0.01953 s. All calculations were carried out on a SUN SPARK 5 workstation. Detailed description of the analyzing method is given in Koizumi & Hosokawa (1993) and will not be repeated here.

3. RESULTS AND DISCUSSION

3.1 Transition Reynolds Number and Time-Series

We determined the transition Reynolds number Re_{trans} at which the appearance of turbulent fluctuations was detected in the sensor output.

Unheated Flow: Figure 2 shows the time-series of the fluid velocity for unheated flow at the tube axis ($r/R = 0.0$) for two different inlet flow conditions. Here, Figure (a) displays the turbulent signature which appears around $Re_{\text{trans}} = 4600$ for the case of small inlet fluctuation intensity, $U_{Fi \text{ in}} = 1.2\%$, while Figure (b) is the turbulent signature which appears around $Re_{\text{trans}} = 2100$ for large inlet fluctuation intensity $U_{Fi \text{ in}} \approx 40\%$.

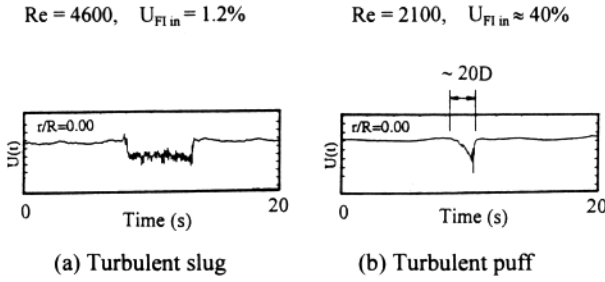
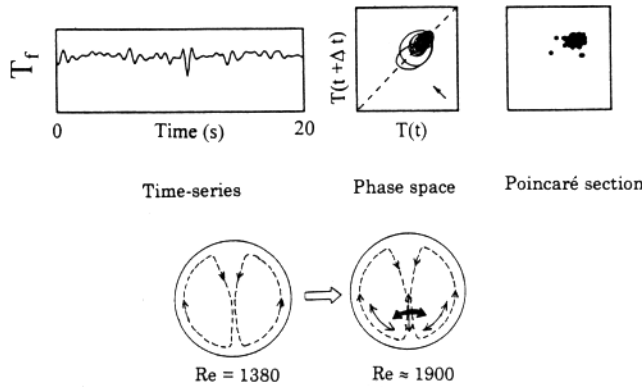


Fig. 2 Time-series of velocity for unheated flow.

Wynanski et al. (1973) referred to the turbulent signatures occurring at large values of Re as “slugs” and to those at smaller values as “puffs”. We confirm here that the nature of the turbulence signature depends strongly on the level of disturbance at the tube inlet.

Heated Flow: Figure 3 displays the time-series of the fluid temperature at $Re = 1900$ and $r/R = 0.70$ along with its phase space and Poincaré section (indicated by the dotted line in the phase space) for $U_{Fl\ in} \approx 40\%$. The flow remains laminar for $Re < 1900$.

Fig. 3 Time-series of the fluid temperature along with its phase space and Poincaré section at $Re \approx 1900$ and $r/R = 0.70$ for heated flow.

Small fluctuations of frequency slightly below about 3 Hz appear approximately at $Re = 1900$ near the maximum point of Θ_f (that is $r/R \approx 0.7$, the point of maximum velocity). These fluctuations are due to the instability of the downward portion of the secondary flow in the lower part of the tube. The bottom schematic in Figure 3 illustrates the instability phenomenon observed by facilitating flow visualization by use of incense smoke. The comparatively large fluctuations correspond to the right- and left-swaying motion of the downward portion of the secondary flow indicated by a thick arrow in the figure. The locally spread of trajectory points in the Poincaré section indicates that this unstable flow has a three-dimensional nature. Neither the transition Reynolds number $Re_{trans} \approx 1900$ nor the transition behavior depends on the fluctuation intensity at the tube inlet, $U_{Fl\ in}$.

3.2 Time-Averaged Characteristics and Time-Series in the Initial Transition Regime for Heated Flow

Figure 4 shows the nondimensional time-averaged and fluctuation intensity of the fluid temperature at $Re = 1020$, 2170 and 2230 in the case $U_{Fl\ in} \approx 40\%$. The white circles in the figure

indicate the results for $Re = 1020$ in the laminar regime. Black circles indicate the result for $Re = 2170$, and black triangles indicate those for $Re = 2230$ in the initial stage of the transition. The graphs on the bottom of Figure 4 are the time-series of the fluid temperature at various radial positions for $Re = 2170$ and 2230.

For values of Re ranging from $Re_{trans} \approx 1900$ to $Re = 2170$, small fluctuations appear only in the lower part of the tube $r/R = 0.1 \sim 0.8$. The maximum value of the fluctuation intensity of fluid temperature T_{Fl} is about 0.4% at $Re = 2170$ and $r/R = 0.6 \sim 0.7$, but the time-averaged fluid temperature Θ_f , indicated by the marks \bullet is almost identical to that of the laminar flow indicated by the marks \circ at $Re = 1020$.

For $Re = 2230$, there appear two maximum values of the fluctuation intensity of fluid temperature T_{Fl} near $r/R = -0.4$ ($T_{Fl} \approx 0.8\%$) and 0.7 ($T_{Fl} \approx 1.6\%$). It is found from the time-series shown in the bottom of Figure 4 that a region of higher temperature with large fluctuations appears intermittently at $r/R \approx 0.70$, and almost at the same time a region of lower temperature with a comparatively sharp trailing interface appears at around $r/R = 0.0 \sim -0.35$. In order to reveal the temporal and spatial transition behavior, eight time-series of the fluid temperature were measured using eight thermocouples in the tube positioned along a vertical line intersecting the tube axis. The detailed results of this study are explained in Subsection 3.3.

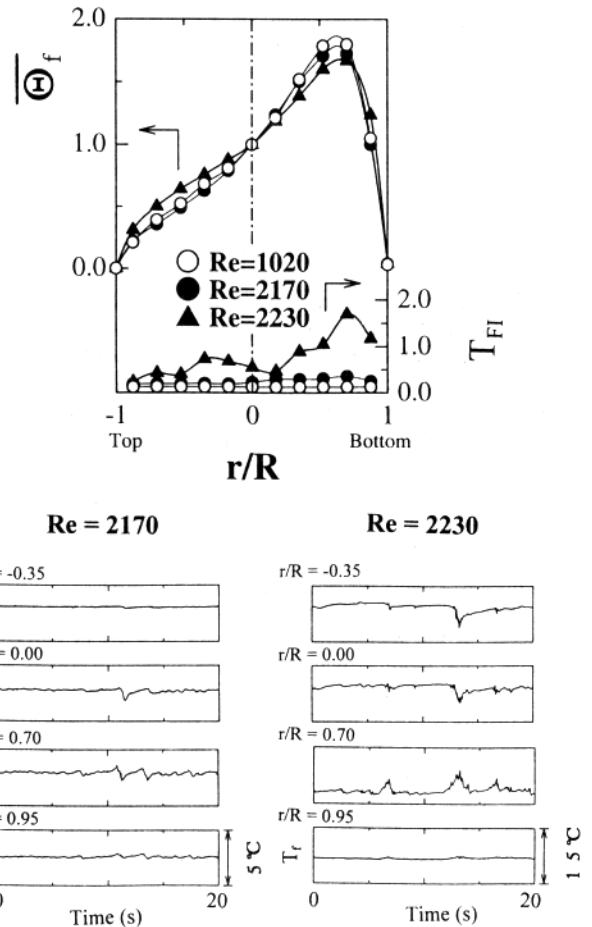


Fig. 4 Nondimensional time-averaged temperature distributions and time-series.

Figure 5 shows the hot-wire traces at $Re = 2230$ and $r/R = 0.70$ for two different inlet flow conditions (the HWA detects

almost velocity signal in this heated flow). Here, Figure (a) is the result for $U_{Fi\ in} = 1.2\%$ and Figure (b) that for $U_{Fi\ in} \approx 40\%$. The flow at the entrance of the heated section is laminar but not fully-developed in the case of low $U_{Fi\ in}$.

The two time-series are almost identical. The leading front of a turbulent burst here does not have a clearly defined interface in the downstream side and trailing front of which boundary in the upstream side is clearly. These time-series resemble that of the turbulent puff shown in Figure 2(b), which was produced for large $U_{Fi\ in}$ with an unheated flow. We refer to these large fluctuations shown in Figure 5 as "turbulent bursts" for heated flow, because the signature resembles the puff in unheated flow, but we could not elucidate the details of the fluctuations and the difference between a puff and a burst. However, this resemblance suggests that the same production process of a puff will be expected. That is, the upstream laminar fluid continuously enters the relatively slower-moving turbulent lump, and large fluctuations are then produced at the trailing interface of the turbulent lump in a heated flow. The total axial length of the largest turbulent bursts shown in the Figures (a) and (b) are approximately $30\ D$ if these bursts were conveyed with the mean axial velocity U_m . No splitting or merging of turbulent bursts was observed to take place, and this suggests that these bursts were in a near-equilibrium state.

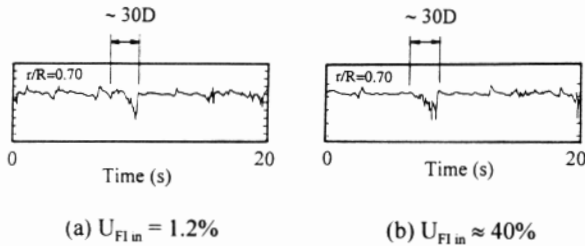


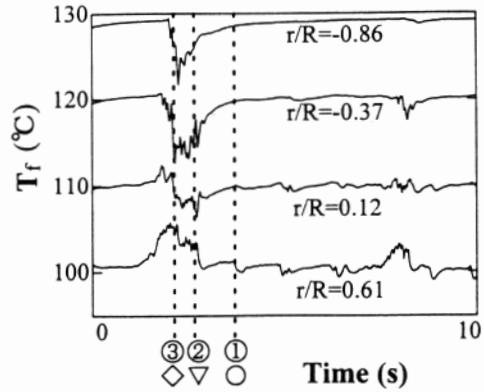
Fig. 5 Hot-wire traces for two inlet flow conditions at $Re = 2230$ and $r/R = 0.70$.

Mori et al. (1966) experimentally elucidated in the same flow system that the transition Reynolds number Re_{trans} starts at about 2000 and increases with Ra for large $U_{Fi\ in}$, while Re_{trans} reached a value as high as about 7700 and decreased with Ra for small $U_{Fi\ in}$. Furthermore, when the product of Re and Ra is large, the secondary flow caused by buoyancy causes Re_{trans} to tend to a single value, independent of the size of $U_{Fi\ in}$. Our experimental results confirm that $Re_{trans} \approx 1900$ and time-series at $Re = 2230$ are independent of $U_{Fi\ in}$ such high Rayleigh number $Ra_q \approx 3.1 \times 10^6$ as in this experiment, therefore we carried out the experiment using the large $U_{Fi\ in}$ flow hereafter.

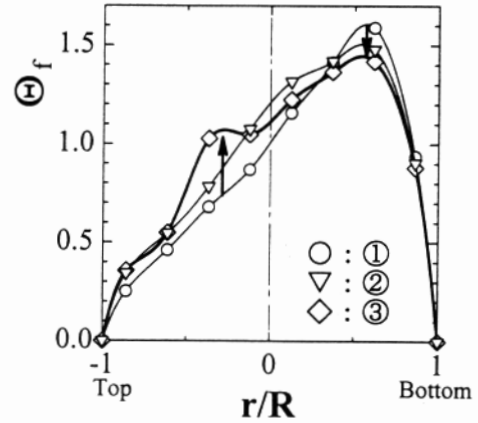
Bandyopadhyay (1986) pointed out that the most important factor for the generation and growth of puffs in unheated tube flow is the large velocity difference at the laminar-to-turbulent trailing interface of the turbulent lump. Since the strong secondary flow is produced from the heated entrance regime especially in high Ra_q flow, then the axial velocity exhibits a convex distribution with maximum velocity near the bottom wall. Such velocity profile may produce almost the same time-series of turbulent bursts which is independent of $U_{Fi\ in}$, but further investigations in the heated entrance regime are certainly needed.

3.3 Characteristics of the Time-Series at $Re = 2230$ for Heated Flow

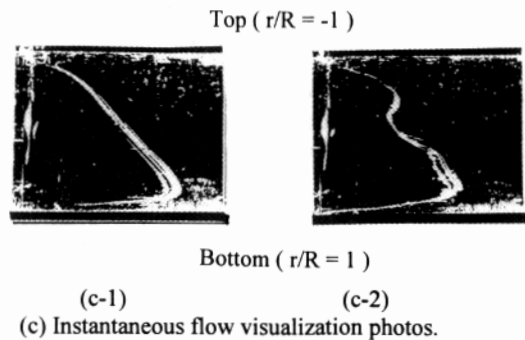
In order to outline the mechanisms linked to the occurrence of a particular fluctuation at $Re = 2230$, we attempted to reveal the transition behavior by analyzing the time-series and profiles. Figure 6 displays transitional characteristics at $Re = 2230$.



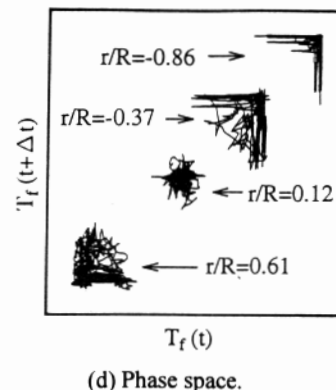
(a) Time record of fluid temperatures at various radial locations.



(b) Instantaneous temperature profiles at different times.



(c) Instantaneous flow visualization photos.



(d) Phase space.

Fig. 6 Transitional characteristics at $Re = 2230$.

Figure (a) gives the time record of fluid temperatures at various radial locations in the tube, $r/R = -0.86, -0.37, 0.12$ and 0.61 . Figure (b) exhibits the nondimensional instantaneous temperature profiles determined using the outputs of the eight thermocouples. The times indicated here correspond to these marked by the ① (symbol \circ), ② (symbol ∇), and ③ (symbol \diamond) appearing in Figure 6(a).

A turbulent burst whose velocity is relatively low and fluid temperature T_f is high first appears at $r/R \approx 0.6$ at a time between ① and ② in Figure 6(a). This low-velocity burst accelerates the fluid in the upper part (T_f decreases) at times ② and ③, around $r/R = -0.4$, and as a result, the downward portion of the secondary flow in the center part of the tube can become destabilized. This causes the appearance of strong temperature fluctuations near $r/R = -0.4$. The instantaneous flow visualization photo shown in Figure 6(c-2) clearly indicates the acceleration of the fluid near $r/R = -0.4$. The instantaneous flow visualization shown in Figure 6(c-1) seems to correspond to that of laminar Θ_f profile indicated by the marks \circ in Figure 6(b).

Figure 6(d) shows a schematic of the corresponding phase space. The trajectory near the maximum velocity point of $r/R = 0.61$ appears as a tangled thread. Contrastingly, the trajectories near the upper part of the tube cross-section of $r/R = -0.86 \sim -0.37$ exhibit considerably regular snare on the specified linear orbits. Furthermore, the rise and fall of the fluid temperature around $r/R = 0.61$ and -0.37 corresponds to the appearance of the low velocity burst (T_f increases) around $r/R = 0.7$ and the acceleration of the upper part of the fluid (T_f decreases) around $r/R = -0.4$.

Further investigations to clarify the differences in the generation and growth of puffs in unheated flow and turbulent bursts observed in this experiment are certainly needed in future study.

3.4 Evidence of Chaotic Flow

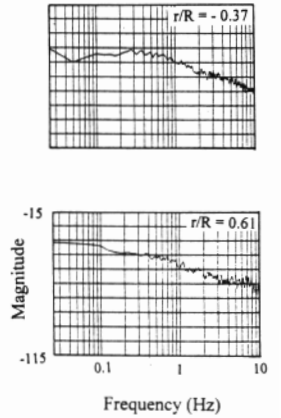
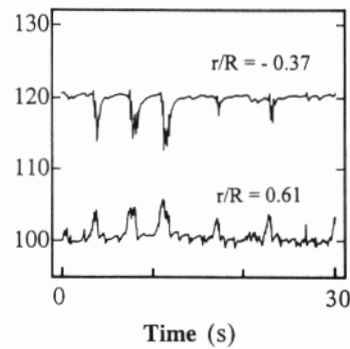
It is impossible to judge whether the unstable flow resulting from the instability of the downward portion of the secondary flow observed at $Re = 1900 \sim 2170$ and around $r/R = 0.7$ is chaotic or not. Because the fluctuation intensity of the unstable flow is extremely small ($T_{fi} \leq 0.4\%$), it seems that the level of the signal becomes almost the same as that of the noise.

Figure 7 shows the time-series, its power spectra, and Lyapunov exponents λ_i for the embedding dimensions $d_m = 6$ and 7 at $Re = 2230$. Figure (a) displays λ_i in the case of the intermittent appearance of the turbulent bursts around $r/R = 0.61$, and Figure (b) displays λ_i in the case of the destabilization of the secondary flow induced by the acceleration of the axial velocity around $r/R = -0.37$. The sign \pm in λ_i was calculated from the several runs with different parameter values, $3 \Delta \tau \leq \tau_{dev} \leq 6 \Delta \tau$ and $10 \leq N$ (the number of the phase points within a shell) ≤ 30 .

For $r/R = 0.61$, fluctuation frequencies are below a value of about 10 Hz and the intensity T_{fi} is about 1.6%. More than three positive Lyapunov exponents appear, and therefore this flow seems to be strongly chaotic. However, the Lyapunov dimension D_L could not be obtained using this algorithm because the summation of λ_i from $i=1$ to $i=d_m$ does not become negative. For $r/R = -0.37$, fluctuation frequencies are below a value of about 10 Hz and T_{fi} is about 0.8%. More than three positive Lyapunov exponents appear, and the magnitude of the largest positive exponent is about twice that of the unsteady flow at $r/R = 0.61$. This large maximum value of λ_i indicates stronger unstable behavior of the trajectory than in the case of the chaotic flow at $r/R = 0.61$.

When Re increases to Re_{trans} , strong fluctuations appear in the temperature of the wall, as reported by Abid et al. (1995). They found almost the same wall temperature behavior as that seen in the present work for the top and the bottom of a cross-section at Re 2100-2600. For example, they showed that the fractal dimension is approximately 4 by analyzing the time-series of the wall temperature at $Re = 2600$ in the fully-developed regime. Contrastingly, we found by direct measurement of the flow field that the transitional time-series including turbulent bursts at $Re = 2230$ are describe chaotic flows, but not with fewer degrees of freedom, such as in the water flow studied by Abid et al. There is the possibility that the values they obtained as a time-series of tube wall temperatures may have been significantly reduced owing to the tube's large heat capacity (their test tube was of 0.2 mm thickness). Therefore, we fear that the results of Abid et al. (1995) do not describe the real transition behavior.

$T_f (^\circ C)$



	$d_m = 6$	$d_m = 7$
λ_1	7.7 ± 3	8.7 ± 3
λ_2	7.2 ± 3	8.0 ± 3
λ_3	3.0 ± 2	6.4 ± 3
λ_4	-1.3 ± 1	1.9 ± 1
λ_5	-3.2 ± 2	-1.1 ± 1
λ_6	-9.0 ± 4	-1.8 ± 1
λ_7		-11.4 ± 3

(a) $r/R = 0.61$

	$d_m = 6$	$d_m = 7$
λ_1	12.2 ± 4	14.8 ± 4
λ_2	5.5 ± 2	8.4 ± 2
λ_3	3.1 ± 1	4.7 ± 2
λ_4	-1.4 ± 1	1.4 ± 1
λ_5	-4.2 ± 3	-1.8 ± 1
λ_6	-11.0 ± 4	-5.3 ± 3
λ_7		-14.0 ± 4

(b) $r/R = -0.37$

Fig. 7 Time-series of the fluid temperature, its power spectra, and Lyapunov exponents at $Re = 2230$.

4. CONCLUSION

We experimentally studied the influence of buoyancy force and inlet flow conditions on the laminar-turbulent transition process of fully-developed air flow in a heated horizontal tube with uniform wall heat flux. Experiment was carried out at modified Rayleigh number $Ra_q \approx 3.1 \times 10^6$, and the conclusions obtained are as follows.

(1) Small fluctuations below a value of about 3 Hz appear at a Reynolds number near $Re = 1900$, but only near the maximum velocity point $r/R \approx 0.7$. The appearance of these fluctuations is due to the instability of the downward portion of the secondary

flow, and it is independent of the velocity fluctuation intensity at the tube inlet. That is, when the Ra_q is large, the secondary flow caused by buoyancy makes a transition at Reynolds number Re_{trans} , and the value of Re_{trans} depends little on the fluctuation intensity at the tube inlet.

(2) Above $Re = 2230$, turbulent bursts with large fluctuations whose velocity is relatively low and temperature is high, are first produced at the maximum velocity point $r/R \approx 0.7$. This low velocity burst accelerates the fluid in the upper part of the tube around $r/R = -0.4$, and as a result, the downward portion of the secondary flow can become destabilized. The instantaneous flow visualization photo clearly indicates the acceleration of the fluid near the upper part of the tube.

(3) The transitional flow at $Re = 2230$ was shown to be chaotic by calculating a set of Lyapunov exponents from the time-series of the fluid temperature. However, we were unable to obtain the Lyapunov dimension of its attractors using this algorithm.

NOMENCLATURE

D	tube inner diameter	$\equiv 57 \text{ mm}$
d_m	embedding dimension	
Gr_q	modified Grashof number	$\equiv g\beta q_w D^4/\nu^2$
Pr	Prandtl number	$\equiv 0.71$
q_w	heat flux at the tube wall	$\approx 340 \text{ W/m}^2$
r	distance from the tube axis in a cross-section (downward is positive)	
R	tube inner radius	$\equiv 28.5 \text{ mm}$
Ra_q	modified Rayleigh number	$\equiv Gr_q Pr$
Re	Reynolds number	$\equiv U_m D/\nu$
Re_{trans}	transition Reynolds number at which fluctuations first appear	
T	temperature	
T_{Fl}	fluctuation intensity of fluid temperature	$\equiv \sqrt{\overline{T_f'^2}}/T_{fc} \times 100$
U	velocity along the axial direction	
$U_{Fl in}$	fluctuation intensity of velocity at the tube inlet	$\equiv \sqrt{\overline{U_f'^2}}/U_{fc} \times 100$

Physical properties were estimated at the bulk fluid temperature of the measuring section.

Greek symbols

β	coefficient of thermal expansion
κ	thermal conductivity of fluid
Θ	nondimensional fluid temperature
	$\equiv (T_{tw} - T_f)/(T_{tw} - T_{fc})$

λ_i Lyapunov exponents ($i = 1, \dots, d_m$).

Subscripts: c: value at the tube axis, f: fluid, m: mean value throughout the tube, tw: value at the top of the tube wall.

Superscript: $\bar{}$: time-averaged value.

REFERENCES

- Abid, C., Papini, F. & Popke, A. 1995, Turbulence et Chaos dans un Conduit Horizontal Soumis à un Phénomène de Convection Mixte, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 38-2, pp. 287-294.
- Bandyopadhyay, P. R. 1986, Aspects of the Equilibrium Puff in Transitional Pipe Flow, *J. Fluid Mech.*, vol. 163, pp. 439-458.
- El-Hawary, M. A. 1980, Effect of Combined Free and Forced Convection on the Stability of Flow in a Horizontal Tube, *J. of Heat Transfer*, vol. 102, pp. 273-278.
- Koizumi, H. & Hosokawa, I. 1993, Unsteady Behavior and Mass Transfer Performance of the Combined Convective Flow in a Horizontal Rectangular Duct Heated from Below, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 36-16, pp. 3937-3947.
- Mori, Y., Futagami, K., Tokuda, S. & Nakamura, M. 1966, Forced Convective Heat Transfer in Uniformly Heated Horizontal Tubes (1st Report, Experimental Study on the Effect of Buoyancy), *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 9, pp. 453-463.
- Mori, Y. & Futagami, K. 1967, Forced Convective Heat Transfer in Uniformly Heated Horizontal Tubes (2nd Report, Theoretical Study), *ibid*, vol. 10, pp. 1801-1813.
- Nagendra, H. R. 1973, Interaction of Free and Forced Convection in Horizontal Tubes in the Transition Regime, *J. Fluid Mech.*, vol. 57, pp. 269-288.
- Wynanski, I. J. & Champagne, F. H. 1973, On Transition in a Pipe. Part 1. The Origin of Puffs and Slugs and the Flow in a Turbulent Slug, *J. Fluid Mech.*, vol. 59-2, pp. 281-335.
- Wynanski, I. J., Sokolov, M. & Friedman, D. 1975, On Transition in a Pipe. Part 2. The Equilibrium Puff, *J. Fluid Mech.*, vol. 69-2, pp. 283-304.
- Zeng, X., Eykholt, R. & Pielke, R. A. 1991, Estimating the Lyapunov-Exponent Spectrum from Short Time Series of Low Precision, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 66-25, pp. 3229-3232.

偏心して回転する二重円筒間のテイラー渦流の発達と減衰

黒田成昭 (電通大)

Taylor Vortex Flow between Rotating Eccentric Cylinders

By
Shigeaki KURODA

University of Electro-Communications

Abstract

Taylor vortex flows between two eccentric rotating cylinders are studied numerically. The outer cylinder is fixed and the inner cylinder rotates at a constant speed. Three-dimensional Navier-Stokes equations are solved by MAC method. Computations are carried out at $Re=130$ to 500 with the eccentric ratio between 0.0 to 0.5 . The flow patterns, velocity vectors and vorticities are obtained. The gap width between two eccentric cylinders changes in a circumferential direction and the maximum Taylor vortex is found in the region where the gap width becomes narrow in the flow direction and the vortex becomes weakest in the region where the gap width is expanding. When the Re number is slightly larger than the critical Re number, Taylor vortex flow and parallel stable flow coexist in a fluid between two eccentric rotating cylinders.

Key words: Taylor Vortex Flow, Eccentric Cylinder, Rotating Cylinder, Computation Fluid Dynamics, Three-Dimensional Flow,

1. はじめに

回転二重円筒間のテイラー渦流には多くの研究例¹⁾があるが、本研究では回転する偏心二重円筒間のテイラー渦流の成長と減衰の様子を、三次元ナビエ-ストークスの式を境界適合座標系で差分法により数値解析して考察した。 Re 数が 130 で偏心率を 0.0 から 0.5 と変化させた計算と、偏心率が 0.3 で Re 数が 130 から 500 の間で変化する場合の計算を行なった。偏心二重円筒では流れ方向に二円筒間のすきま幅が変化するために、内円筒が定速で回転している場合でも周方向にテイラー渦の発達領域と減衰領域が生じ、渦形状が変化していく状況を解析する事ができた。

2. 計算モデル

図1に偏心して回転する二重円筒の形状を示す。二重円筒はアスペクト比 20 、内外円筒半径比 R_i/R_o

$=0.888$ である。 Re 数は周速度と半径隙間で定義した。二円筒間のすきま幅は $\theta=90^\circ$ と 270° の位置で同心円筒の場合のすきま幅と等しく、 $\theta=0^\circ$ で最大すきま、 $\theta=180^\circ$ で最小すきまとなる。偏心率 0.5 の時は最大すきまは同心円筒の場合の 1.5 倍、最小すきまは 0.5 倍となる。

数計算はMAC法により行なった。差分格子は半径方向に 21 、周方向に 65 、軸方向に 201 の等間隔格子

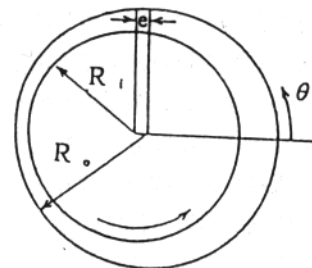


図1 偏心二重円筒

を用いた。境界条件は、速度については壁面で滑りなしの条件、圧力については壁面でノイマン条件を用いた。速度、圧力とも周方向には周期条件を用い、軸方向には円筒端面部に固定壁があるものとした。

3. 解析結果

解析結果を図2から図7に示す。各図中にそれぞれ上から、横断面 ($r-\theta$ 面) 内の速度分布の展開図、縦断面 ($r-z$ 面) での速度ベクトル図、円周方向断面 ($\theta-z$ 面) の流跡が示されている。速度分布図では円筒の中央断面 ($z=0.0$) での速度形状を示す。速度ベクトル図については円筒の中央部から下端面までの間について $\theta=0^\circ$ から 45° 間隔で8断面を取り出し、速度成分 u_r 、 u_z から求まる $r-z$ 面内の速度ベクトルを表示する。各断面の図の左側が内円筒表面、右側が外円筒表面、上側が円筒中央部、下側が端面を示す。流跡については2円筒間で内円筒表面から $3/4$ 間隙での円周方向断面内での流速成分 u_θ 、 u_z から求めた断面内流跡線を表示する。流跡図で線が集中している所が流れが外円筒から内円筒へ向かう位置であり、線が分かれて行くところが流れが内円筒から外円筒に向かうところである。

Re 数130で偏心率0.0 (同心二重円筒) の場合の結果を図2に示す。横断面の速度分布図は周方向に速度分布形状が変わらないことを示している。円筒の全領域で10対の安定したテイラー渦が発生しているのが流跡図から分かる。このように同心円筒の場合は安定したテイラー渦が発生しているのが示されている。

$Re=130$ 、 $\varepsilon=0.3$ の場合の結果を図3に示す。二円筒が偏心していることによりすきま幅が円周方向に変化する様子が横断面の速度分布図に示されている。最大すきまは $\theta=0^\circ$ 、最小すきまは $\theta=180^\circ$ になる。流れ方向にすきま幅が変化するので周方向に圧力が変化する。図には示していないが $\theta=90^\circ$ 付近で圧力は最大になり、 $\theta=180^\circ$ 付近で圧力が最小になる。概ね $\theta=90^\circ$ から 180° の範囲で負の圧力勾配が生じ、それ以外の部分で正の圧力勾配が生じる。横断面の流速分布図には、圧力勾配の正負と流路の縮小、拡大により凹の速度成分と凸の速度成分が現れるのが観察される。

流路が狭くなっている部分では断面全域に流れが成長しているが、流路が広い部分では外円筒側の流速が小さくなり、渦の成長が阻害されている。テイラー渦はすきまが狭くなっている部分で成長し $\theta=90^\circ$ 付近で最強となり、 $\theta=180^\circ$ の最小断面の付近にかけて急激に減衰し、その後 $\theta=270^\circ$ 付近にかけて最も弱くなっている。流跡図を見ると渦流が弱い部分では流跡がほぼ

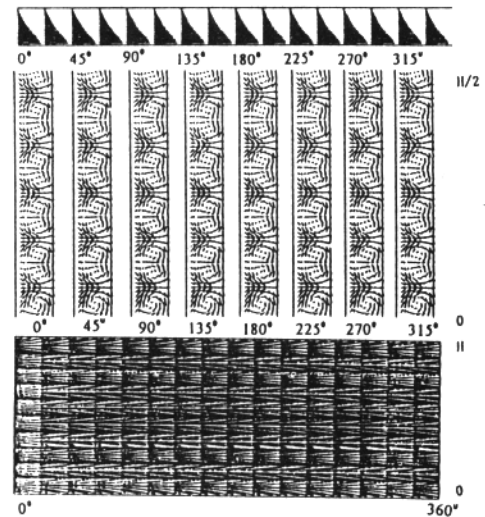


図2 $Re=130$ 、偏心率 0.0

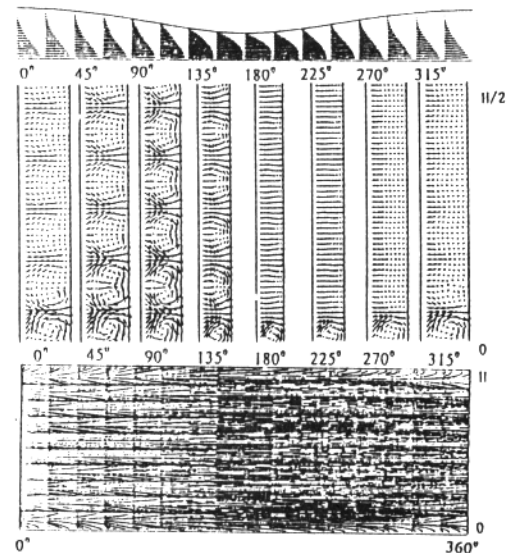


図3 $Re=130$ 、偏心率 0.3

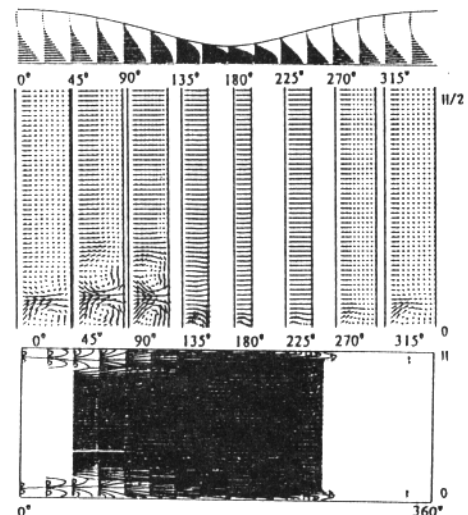


図4 $Re=130$ 、偏心率 0.5

平行となる流れが生じているのが分かる。偏心二重円筒間の流れではすきま幅の変化により円筒の回転方向にテイラー渦の発達と減衰が繰り返される。 $\theta = 90^\circ$ と 270° ではすきま幅は等しいがテイラー渦は前者の位置でより発達している。 90° の位置では発達したテイラー渦が最大すきま方向から流入して来るのに対して 270° の位置では最小すきま方向から減衰した渦が流入して来るためである。

$Re = 130$ で偏心率が0.5の場合を図4に示す。逆流が、すきま幅が大きいところで外円筒面付近で発生しているのが横断面の速度分布図から分かる。テイラー渦の成長はがすきま幅拡大部分では、逆流の発生や速度の減少により、阻害されている。そのため円筒間でテイラー渦が発生しているのは両円筒の端面部のみの一部分に限られる。また、発生している渦は渦度が小さい微弱な渦である。逆流が発生している領域では3/4間隙付近の流速はほとんど零に近いので流跡が作図不能となる。

$Re = 180$ 、偏心率0.3の場合の結果を図5に示す。 Re の増加により図4と比べると全体的に渦が強くになっているが、最小断面直前からすきまが拡大していく領域でテイラー渦の減衰が観察できる。また、すきまが広い領域でテイラー渦の乱れが発生している。横断面に示した周方向の速度分布はすきまが大きいところとすきまが小さいところで全く異なる形状となっている。流跡図からすきまの広いところの渦の形状に波状の乱れが生じているのが分かる。

$Re = 220$ 、偏心率0.3の場合の結果図6にを示す。テイラー渦はさらに強くなりすきま全体に渦が見られる。流跡図からテイラー渦の乱れが大きくなっているのが分かる。

$Re = 500$ 、偏心率0.3の場合の結果図7に示す。 Re 数の増加により渦は断面のほぼ全域で発生している。テイラー渦は波状になっているがすきま幅の変化の影響で周方向の波長は一定ではない。

縦断面での等渦度線を図8に示す。 $Re = 130$ で同心の場合は、テイラー渦が安定に発生しており各縦断面での渦構造はほぼ等しく、軸方向に上端から下端の間に10対の渦が周方向全域に発生している。端面に接した終端渦は内部の渦より大きくなる。終端渦を除く内部の渦対の軸方向波長は $\lambda_{eff} = 1.96$ となり、一つの渦はほぼ正方形となっているのが分かる。

$Re = 130$ で偏心率が0.3の場合は渦対の個数、軸方向の波長は同心の場合と同じである。渦の強さが最大となる $\theta = 90^\circ$ 付近で正方形のセルが形成される。 $\theta = 180^\circ$ の最小すきまへ向かうとセルは偏平になるが、個数は変わらない。すきま拡大部分に入るとセルは長方形に引きのばされ渦度は急激に減少する。

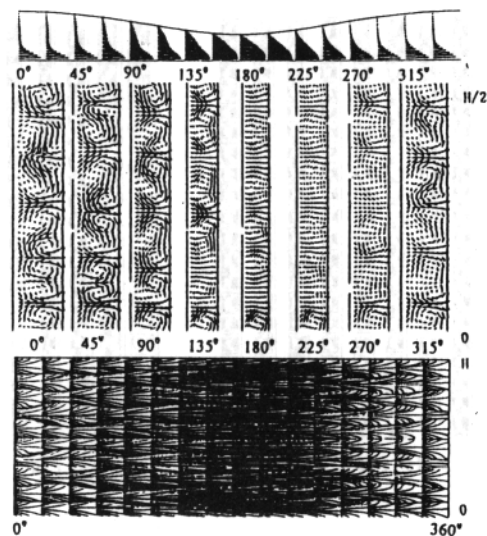


図5 $Re = 180$ 、偏心率 0.3

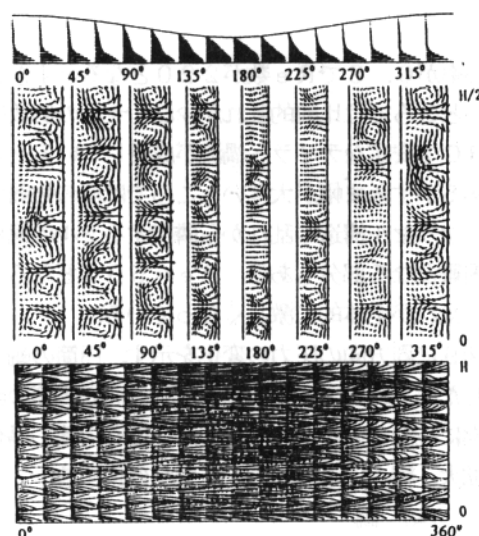


図6 $Re = 220$ 、偏心率 0.3

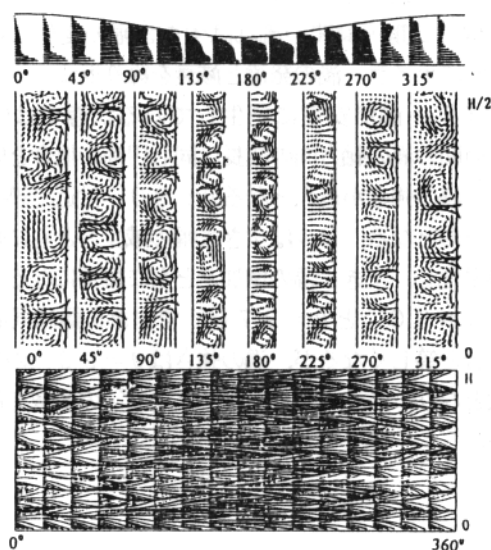
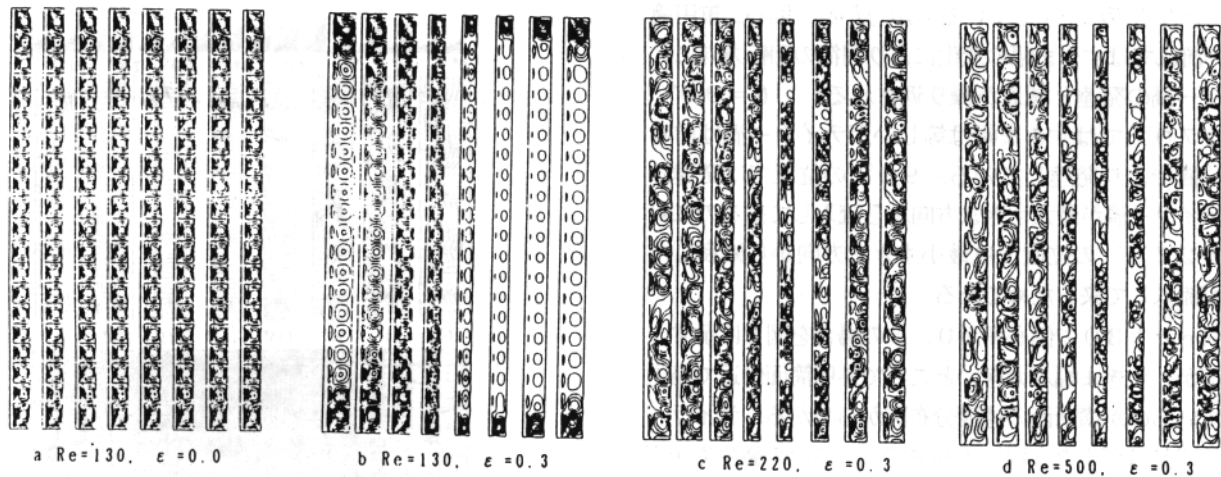


図7 $Re = 500$ 、偏心率 0.3



左から $\theta=45^\circ$ 、 90° 、 135° 、 180° 、 225° 、 270° 、 315°

図8 縦断面の等温度線

偏心率が0.3でRe数が220となるとすきま幅が小さいところでは比較的乱れが少なくセルの個数はRe=130で安定なテイラー渦流が成長しているときと同じであるがすきま幅が大きいところでは渦の強弱の差が大きくなりセル構造の乱れから隣接するセルの境界の特定が困難となる部分もある。Re=500となるとセル構造の乱れが全体的に激しくなっている。

図9に周方向の圧力の変化を示す。円筒の軸方向に平均した圧力の周方向の変化を示す。同心円筒の場合は周方向に圧力の変化は生じないが、偏心円筒の場合は流路の拡大、縮小にともない、圧力が変化する。

4. 結論

偏心して回転する二重円筒間の流れを解析した結果として次の結論を得た。

1. 偏心二重円筒間の流れはすきま幅の変化に応じて周方向にテイラー渦の発達と減衰を繰り返す。
2. テイラー渦が安定に発生している状態では偏心二重円筒間の渦の軸方向の波長は同心円筒の場合と同じである。渦の強さが最大となる $\theta=90^\circ$ 付近で渦のセルが正方形となる。セルはすきま幅の減少とともに軸方向に偏平化し、すきま幅の増加とともに縦長になる。
3. $\theta=90^\circ$ と $\theta=270^\circ$ ですきま幅は同心円筒の場合と等しくなるが、渦の強さは $\theta=90^\circ$ の前方で最大となり、 $\theta=180^\circ$ から 270° の領域で最小になる。

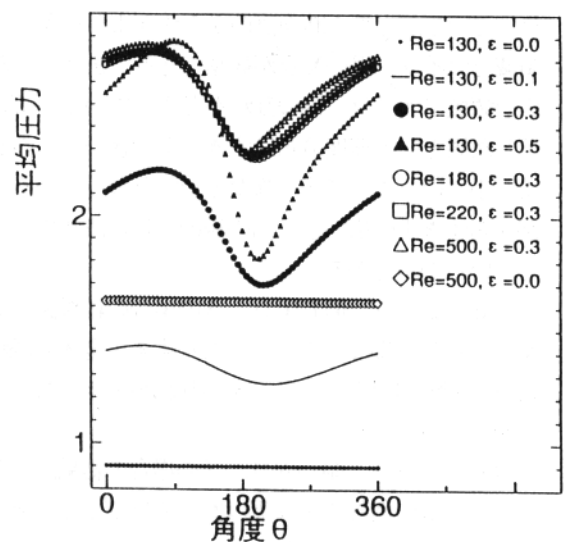


図9 周方向の圧力変化

文献

- (1) Taylor, G. I., Philos. Trans. Roy. Soc. London A22 3(1923), 289-343.
- (2) Andereck, C. D., Lin, S. S., et al. J. Fluid Mech, 164, (1986), 155.

渦・衝撃波干渉の数値計算

橋口 真宜 *

Computational Study of Shock/Vortex Interaction

Masanori Hashiguchi*

Institute of Computational Fluid Dynamics, 1-22-3, Haramachi, Meguro-ku, Tokyo, Japan

An interaction between a normal shock wave and a streamwise vortex is numerically investigated by solving the compressible Euler equations. Axisymmetric three-dimensional flow is assumed. The governing equations are discretized by using a finite-difference scheme. The influences of the upstream Mach number, strength of circulation and axial velocity profiles of the streamwise vortex on the distortion of shock wave and flow configuration are examined. The resulting flow quantities such as density, pressure and velocity are extensively visualized.

Key Words: Shock Wave-Vortex Interaction, Compressible Flows

INTRODUCTION

There have been numerous experimental, theoretical and computational studies of the shock-vortex interaction flow problem⁽¹⁾. The configuration in which the vortex has its axis normal to the shock occurs in practice, as it is the case when a wing tip vortex shed from a canard of a supersonic fighter plane interacts with the shock that lies over the wing. In particular, when vortex breakdown occurs, the coherent fluctuations in its wake generate high dynamic loadings on aerodynamic surfaces in the vortex path resulting in reduced service life and ultimately failure of the structural component. The knowledge gained by an understanding of the physics of the shock/vortex interaction process has application to real aerodynamic problems: noise suppression in the case of helicopter blades operating at high speed⁽²⁾ and of supersonic jets⁽³⁾, and shock enhancement of mixing in a supersonic combustor utilizing the baroclinic effect⁽⁴⁾⁽⁵⁾. However, at the present stage, there are not enough data to understand such a shock-vortex interacting flow mechanism, in spite of its practical and fundamental interest.

Numerical simulations have recently begun to enhance a fundamental understanding of the shock-induced vortex breakdown phenomena in the case of a shock interacting with a longitudinal vortex.⁽⁶⁾⁽⁷⁾ In particular, it was found that at Mach number 2.0, a vortex ring at the strong interaction appears downstream of shock wave, and an excess of upstream axial velocity suppress the vortex break down.⁽⁷⁾

In the present paper, we study the case of a normal shock with a streamwise vortex at Mach numbers of 2.0 and 5.0. For this purpose, the axisymmetric three-dimensional Euler equations are solved by using a finite-difference method. Extensive flow visualization based

on the computational results are performed to clarify the details of the shock-vortex interaction process.

PROBLEM FORMULATION

The flow field and geometry to be considered here is shown schematically in Fig.1.

Governing equations

Three-dimensional axisymmetric compressible inviscid flows can be described in nondimensional form by the continuity equation, the Euler equations and the energy equation.^{(6),(7)}

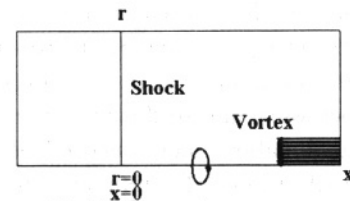


Fig1. Geometry

Initial flow condition

In the problem considered here, the shock is initially located at the $x = 0$ plane. At time $t = 0$, we set a mean flow consistent with a stationary shock at $x = 0$, satisfying the Rankine-Hugoniot relations. Next, we superimpose on the mean flow an isentropic vortex with its axis along $r = 0$. The perturbations of azimuthal velocity \tilde{u}_θ and temperature \tilde{T} associated with the vortex are given by⁽⁶⁾:

$$\tilde{u}_\theta(r) = \epsilon r / (2\pi) e^{0.5(1-r^2)}, \quad (1)$$

$$\tilde{T}(r) = -(\gamma - 1)\epsilon^2 / (8\gamma\pi^2 r_0^2) e^{(1-r^2)}, \quad (2)$$

where $\epsilon = \gamma^{1/2} M_1 \Gamma / (r_0 U)$ is a non-dimensional circulation⁽⁶⁾ at $r = r_0$. r_0 is the radius of the vortex core and Γ_0 is the circulation at $r = r_0$.

Moreover, we consider the influence of axial velocity excess/deficit of the streamwise velocity on the shock/

* (株) 計算流体力学研究所

vortex interaction. In a wake-like situation, the axial velocity profile presents a deficit at the centerline with the component u_x at $r = 0$ being smaller than the outer value $u_{x,ext}$, i.e., such a distribution corresponds to a trailing vortex of a wing. In a jet-like case, the value of the axial component u_x at the centerline is greater than the outer value, i.e., a situation that occurs over a delta wing at high angle of attack. We use the following perturbation for the axial velocity excess/deficit representation ⁽¹⁾:

$$\tilde{u}_x(r) = u_{ext}(\Delta u_x - 1)e^{-(r/b)^2}, \quad (3)$$

where b is a conventional thickness of the axial profile.

To examine transients during the initial stages of the flow computation, Erlebacher et al.⁽⁶⁾ featured three types of the initial condition. Here, their third case(IC-c in their paper) is used, and the initial conditions are multiplied by a distribution function $s(x)$, which is shown in Fig.2.

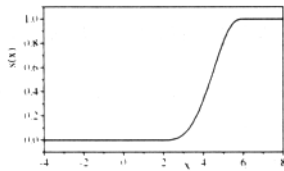


Fig.2. Initial distribution

Numerical schemes

The fundamental equations are discretized by using a finite-difference method based on Jameson's CUSP(Convective Upwind and Split Pressure Scheme)⁽⁸⁾. To suppress the numerical inaccuracy to be occurred around a shock wave, anti-diffusive numerical fluxes are also added to the above mentioned CUSP formulation, according to LED(Local Extremum Diminishing) concept proposed by Jameson⁽⁸⁾.

RESULTS AND DISCUSSION

In shock/vortex interaction, the limit for shock-induced vortex breakdown is determined by varying the swirl number until evidence of negative values for the axial component u_x occurs. The critical swirl number has been investigated experimentally and theoretically. Figure 3 shows the curve of critical circulations ϵ_{crit} computationally estimated by Erlebacher et al.⁽⁶⁾. In addition, Mahesh⁽⁹⁾ proposed a theoretical estimation for the critical swirl number. For the validation of our computational code and the examination of vortex breakdown, we computed the following cases: $\epsilon = 3, 4, 5, 6$ at $M = 2$, and $\epsilon = 2, 3$ at $M = 5$. These cases are denoted as (a),(b),(c),(d),(e) and (f) in Fig.3, respectively. The physical domain extends from $x/r_0 = -4$ to $x/r_0 = 8$ in the axial direction, and to $r/r_0 = 5$ radially.

Uniform upstream flow case

Flow structure for the cases where the upstream axial velocity component has no velocity excess/deficit is examined. Figure 4 shows instantaneous velocity vectors, and density contours at the nondimensional time of 12.0 for the $\epsilon = 3, 4, 5$ and 6 at $M = 2$ (corresponding to the cases (a),(b),(c) and (d)), and Fig.5 shows those for the $\epsilon = 2$ and 3 at $M = 5$ (corresponding to the cases (e) and (f)). Supersonic stream flows from right to left with a circulation ϵ . As shown in Fig.4(a), case (a), the velocity field shows no flow reversal and the density contours do not show visible shock distortion. As ϵ is increased, the shock distortion becomes visible as shown in Figs.4(c) and 4(d). The same occurs for the situations at $M = 5$ as seen in Figs.5(a) and 5(b). For cases (c),(d) and (f), shown in Figs.4 and 5, both large flow reversal and strong distortion of shock appear. Evidence of the deceleration of the axial flow and shock distortion already appear in case (b), as displayed in Fig.4(b). The comparison of Figs.4(a) and 5(b) enables us to understand the upstream Mach number effect: large Mach number induces flow reversal and strong shock distortion, even if ϵ is small.

Figure 4(d) shows the results for case (d) with $\epsilon = 6$. In this case, a large extent of reversal flow due to the strong interaction can be seen. In a previous paper⁽⁷⁾, a sophisticated flow structure such as a vortex ring has been visualized. Case(f), shown in Fig.5(b), also corresponds to the strong interaction where the extent of the reversal flow generated by shock/vortex interaction becomes wider than the radius of oncoming streamwise vortex. These flow configuration agrees well with experiment ⁽¹⁾ and numerical computations⁽⁶⁾.

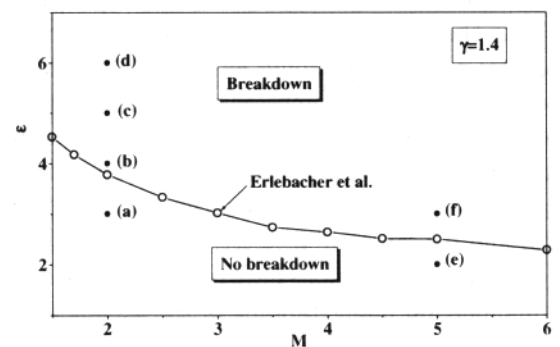


Fig.3 Flow reversal swirl number.

Non-uniform upstream flow case

In order to examine the influence of axial velocity excess/deficit Δu_x defined by Eq.(3) on the flow structure, we computed the two cases: jet-like stream vortex with axial velocity excess and wake-like vortex with axial velocity deficit for $\epsilon = 3$ at $M = 2$ and $\epsilon = 2$ at $M = 5$. Figures 6 and 7 show the resultant flow configurations at $t=12.0$: density contours and velocity vectors. From these results, we can say that a jet-like

profiles of the axial velocity delays the vortex breakdown(Fig.6(b),Fig.7(b)), while a wake-like profiles makes the vortex more susceptible to breakdown(Fig.6(a),Fig.7(a)). This observation agrees with those reported in the literature ⁽¹⁾⁽⁹⁾.

Vortex breakdown

In the present study, time evolution of flow field was computed up to nondimensional time of 15.0. During this time period, no flow reversal was appeared in the cases (a),(b) and (e) as shown in Figs.4 and 5. In the cases (c),(d) and (f) there are flow reversal, which means the occurrence of vortex break down. This results partially support the flow reversal curve estimated by Erlebacher et al.⁽⁶⁾

Figures 8(a)-8(c) show the time evolution of the azimuthal velocity component u_θ for the case (a),(c) and (f). A strong reduction of swirl flow component downstream of the shock wave, is visible in the cases(c) and (f). In case(a), there are no strong reduction of u_θ and it seems to be able to penetrate the shock wave without any disturbance.

Figures 9 and 10 display the pressure p (denoted by P_c) and impulse function $p + \rho u_x^2(I_c)$ along the x axis ($r=0$) at $t=14.0$. Mahesh⁽⁹⁾ hypothesized that vortex breakdown can occur when p downstream of shock wave exceeds upstream one-dimensional impulse function $p + \rho u_x^2$. Figures 9 and 10 show that when $I_c \geq P_c$ no vortex break down occurs, while, when I_c is nearby P_c vortex breakdown occurs. Figures 11 and 12 also display the same situation when upstream axial velocity excess/deficit exists. These results seem to support Mahesh's hypothesis partially, but a closer examination on this hypothesis is needed before a final assertion concerning the vortex breakdown phenomenon. One reason is that Mahesh assumed a steady flow and a slender vortex. This do not hold for the present computations: flow develops timewise, normal shock position moves downstream or upstream, and a three-dimensional vortex structure and sophisticated azimuthal velocity distribution are generated.

CONCLUSION

Interaction between a streamwise vortex and normal shock wave was numerically investigated by using a finite-difference scheme for the solution of the axisymmetric Euler equations. The present numerical scheme reproduces the key features of the vortex breakdown at $M=2$ and 5, namely, the flow reversal. The vortex breakdown can generate a flow reversal resulting in a strong shock distortion and a complicated flow structure. The increase on the Mach number make the flow susceptible for vortex breakdown even at small swirl number. The excess of the upstream axial velocity can suppress the vortex breakdown inspite of the Mach number.

Theoretical consideration as when vortex breakdown occurs in a shock/streamwise vortex interaction has been

done by Mahesh⁽⁹⁾ based on a simplified flow configuration. The present study seems to support his hypothesis.

REFERENCES

- (1) Delery, J.M.: "Aspects of vortex breakdown," Prog. Aerospace Sci. Vol.30, 1-59, 1994.
- (2) Schmitz, F.H. and Yu, Y.H.: "Helicopter Impulsive Noise: Theoretical and Experimental Status," NASA-TM-84390, 1983.
- (3) Tam, C.K.W.: "Supersonic Jet Noise," Annu. Rev. Fluid Mech. 27, 17-43, 1995.
- (4) Gutmark, E.J., Schadow, K.C. and Yu, K.H.: "Mixing Enhancement in Supersonic Free Shear Flows," Annu. Rev. Fluid Mech. 27, 375-417, 1995.
- (5) Curran, E.T., Heiser, W.H. and Pratt, D.T.: "Fluid Phenomena in Scramjet Combustion Systems," Annu. Rev. Fluid Mech. 28, 323-360, 1996.
- (6) Erlebacher, G., Hussaini, M.Y. and Shu, C.-W.: "Interaction of a shock with a longitudinal vortex," J. Fluid Mechanics, Vol.337, 29-153, 1997.
- (7) Hashiguchi, M.: "Computational Study of Shock-Vortex Interaction," Proc. of JSASS 11th International Sessions in 35th Aircraft Symposium, 671-674, 1997.
- (8) Jameson, A.: "Artificial Diffusion, Upwind Biasing, Limiters and their Effect on Accuracy and Multigrid Convergence in Transonic and Hypersonic Flows," AIAA paper 93-3359, 1993.
- (9) Mahesh, K.: "A model for the onset of breakdown in an axisymmetric compressible vortex," Phys. Fluids 8 (12), 3338-3345, 1996.

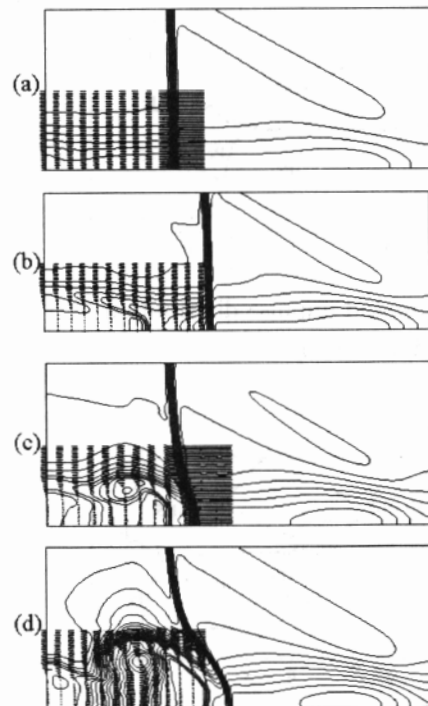
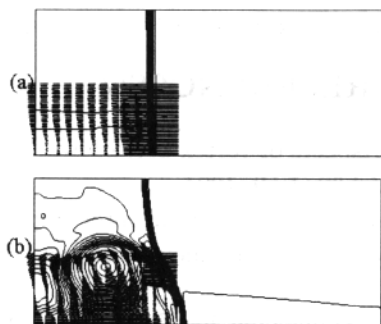
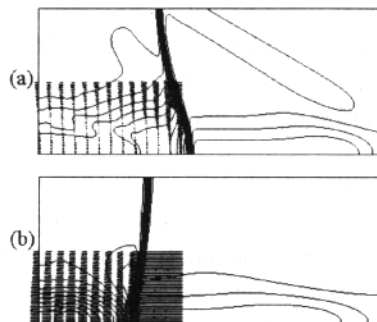
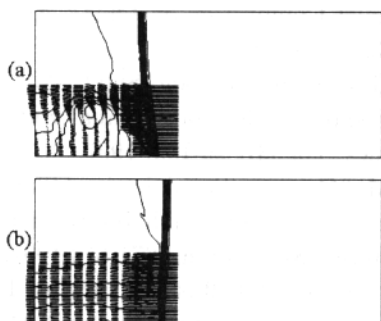
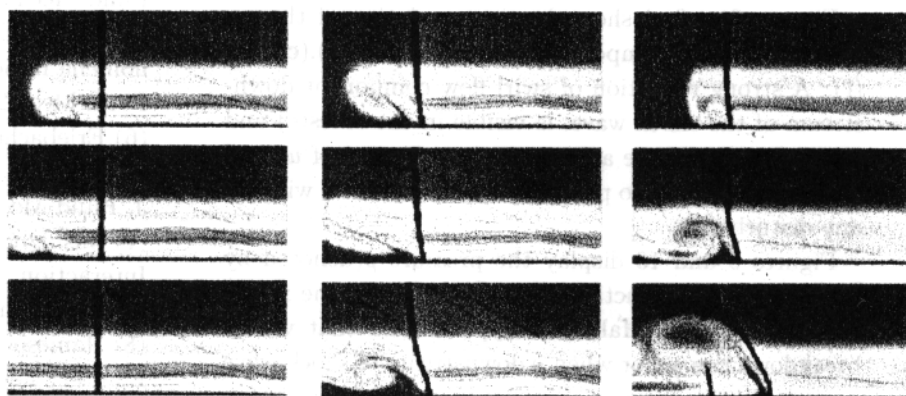
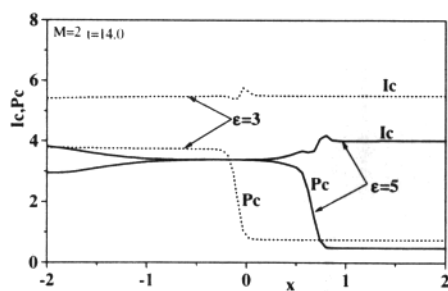
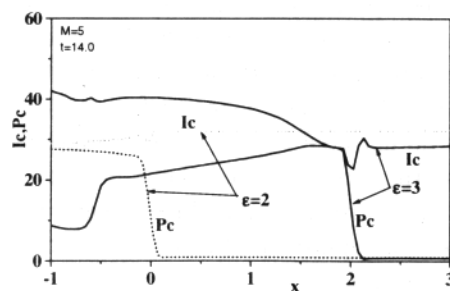
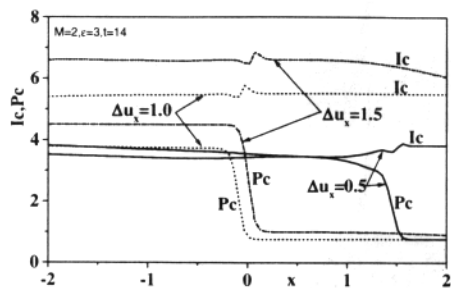
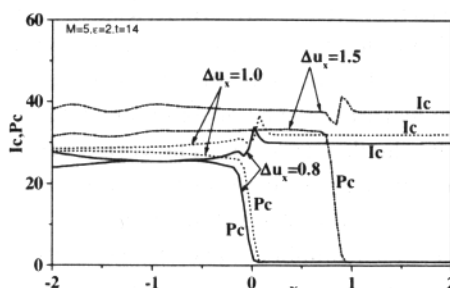


Fig.4 Density and velocity ; $M=2$, (a) $\epsilon=3$, (b) $\epsilon=4$, (c) $\epsilon=5$, (d) $\epsilon=6$.

Fig.5 Density and velocity; $M = 5$, (a) $\epsilon=2$, (b) $\epsilon=3$.Fig.6 Density and velocity; $M=2$, $\epsilon=3$, (a) $\Delta u_x=0.5$, (b) $\Delta u_x=1.5$.Fig.7 Density and velocity; $M=5$, $\epsilon=2$, (a) $\Delta u_x=0.8$, (b) $\Delta u_x=1.5$.(a) $M=2, \epsilon=3$ (b) $M=2, \epsilon=5$ (c) $M=5, \epsilon=3$ Fig.8 Time evolution of density and u_θ .Fig.9 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=2, t=14$.Fig.10 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=5, t=14$.Fig.11 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=2, t=14$.Fig.12 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=5, t=14$.

遷移研究の問題点

ながれ研究集団

佐藤 浩

0. はしがき

層流から乱流への遷移の機構についての論文は倉庫が一杯になるほどありますが、まだ一番大事なことが分かっていません。それは規則的な変動がどのようにして乱雑な変動に移って行くのかという、乱雑化の過程です。この過程は流体力学の問題であるだけでなく、いわゆる複雑系の中心的な課題なのです。ここでは2次元噴流についての実験結果を例として、乱雑化についてできるだけ一般的な議論をし、いくつかの問題の提起をしてみます。

1. 2次元噴流の遷移

長い助走区間を持って、放物線形の速度分布になっている2次元の溝流を初期条件とする層流噴流がどのようにして乱流になるかという過程が詳しく調べられました。この噴流の中では中心軸について対称と、逆対称な2種類の変動が線形成長することができます。そこでこの2種類に相当する音をラウドスピーカーで噴流の中に送り込みました。そしてそれによって励起された速度変動の非線形干渉を調べました。スペクトル空間では最初の2本の線スペクトルが干渉によって多数の線スペクトルに分岐することが確かめられました。しかしこれはまだ乱流への遷移ではありません。肝心の乱雑性がまだ与えられていないからです。

スペクトル空間での乱雑性は連続スペクトルであることです。線スペクトルがいくら集まっても駄目です。乱雑になるには噴流がスタートしたときに噴流の中に存在していた弱い初期乱れが重要な役割を演じています。

最初に音によって励起されたTS波は成長して、3次元になります。この3次元化は波数の大きい、規模の小さい変動から始まります。3次元化は段々と大きな規模に移ってきますが規模のうんと大

きな変動は長い間、2次元にとどまります。この3次元化が2次元の波の不安定によるものか、弱い3次元の初期乱れとの干渉によるものか、今の所、はっきりとしません。しかしこの3次元化は複雑化ではあっても、乱雑化ではありません。出来上がった乱流噴流には平均流の2次元性が要求されます。平均流は最大の規模を持っているわけで、それが2次元なのに、規模のより小さい変動がすべて3次元になるのは何故か分かりません。いつかは平均流も3次元化するのが当然でしょう。

2. 初期攪乱

乱雑化の種は実は噴流の中に存在する極めて弱い、三次元的で、乱雑な速度変動でした。この変動が線スペクトルと干渉して、側帯波を発生します。すなわち、線スペクトルの広幅化です。側帯波のスペクトルの形は初期攪乱のそれと一致しています。この初期攪乱は実験的には完全に取り除くことも、制御することもできません。ここで一つの疑問が生まれます。すなわち、世界中のいろいろな場所での実験装置で初期攪乱が違うと、遷移過程が違い、またいわゆる”完全に発達した”乱流噴流にも違いがあるかも知れないのですから、普遍的な乱流というものは存在しないのではないかと、いうものです。この疑惑は乱流の中の秩序運動についてはさらに濃くなります。というのは秩序運動が遷移領域で作られている可能性が高いからです。実験装置の違いで乱流の構造が違うとなると、我々の実験のやり方は根底から考え直さなければなりません。

もう一つの問題は数値計算との比較です。遷移過程を計算するときに、どのような初期条件を置けばいいのでしょうか。計算での乱雑化は計算誤差によって進むようですが、これは実験の条件とは全く違います。これでは両方の比較は全く意味のないことになります。

3. 煙線写真

実験結果について、もう一つ付け加えましょう。遷移領域に沢山の煙線を張って、電流を流した瞬間に発生した煙の写真を取りました。これで流れ場の全体を見渡すことができます。煙の発生から短時間経って撮影されたものは瞬間流線を、長時間のものは流跡線を示します。しかし、これから得られる情報は、流跡線写真の中に渦らしいものが見られるだけで、熱線風速計の信号のスペクトル解析から得られる情報に比べると、話にならぬほど貧弱で、これがいわゆる可視化の限界です。

4. 乱雑化過程

一般化された乱雑化の対象には紛争、蜂起、戦国時代などがあります。これらの記述には二つの方法があります。第一はオイラー記述です。その代表は点情報のスペクトル空間での議論です。観察者はじっとして自分のまわりに起きたことを観察します。これは精度は高いのですが、観察者すなわち熱線風速計の数が少ないと、場の全貌を掴むことが出来ません。

もう一つはラグランジュ記述です。これは目を付けたものを追いかけて、その場所と、時間的変化を記述します。可視化の煙写真はこれです。容疑者の追跡や、歴史の中の英雄、豪傑の伝記もすべてこれです。流体力学では流れが目に見えるようにしてラグランジュ追跡をしますが、見えるものは大部分が渦です。どうやら我々は流れを見ると無意識のうちに渦を探しているようです。渦には、しばしばヘアピンとか、馬蹄形とか表現されますがこれらは、誤解を招きやすく、客観性に欠けています。

乱雑化の記述に、乱雑度という量が定義したくなります。乱雑化の進み具合を記述するためです。乱流のオイラー記述では乱雑度は連続スペクトルの、全エネルギーに対する割合として定義されるでしょう。この乱雑度は時間と空間の関数です。しかし一般の場で乱雑度を定義することは難しく、これが大きな課題です。

5. 乱れ場

一般化された乱れ場は海洋、大気、宇宙といっ

た自然科学的な物から、人体、群衆、会社、学校、国家のようなものまで広がっています。それらに共通するなんらかの法則を見出すことはできないでしょうか。

乱れは個の持つ性質ではありません。乱れは必ず場として認識されます。乱れの空間的配置の議論は余りされていませんが、乱れている部分の大きさが問題になります。これはいわゆる乱れの規模とは違います。空間のいろいろな場所で乱れ度がどのように分布しているかということです。

流れは乱れの最善の例とされていますが、必ずしもそうではありません。例えば噴流が左から右へ流れているときに、左の部分は空間的に左であると共に、時間的にも若いと考えられがちです。しかし時間軸と、空間軸とは完全に独立であるべきですから、この混同は危険です。まして”凍結仮説”などという怪しげな物は排除されなければなりません。例えば権力に対する民衆の蜂起は空間的に分布して起り、時間的に成長し、そして空間的に拡散するのです。

6. 媒体と乱れ

乱れを担うものを考えます。我々が観察する水面の波は位相であって、波の動きと流体の動きとは全く違います。しかし、流れの中の渦は流体と共に動くと考えられています。乱れのスペクトル解析は乱れを色々な規模の波の集まりと考えます。乱れは一方では渦の集まりともいわれます。流体では乱れを担うものは流体として疑う人はありませんが、人々の集まりが乱れているといわれるときには人々は集団として乱れを担ってはいますが、個人が乱れているわけではありません。

さらに秩序運動との関連となると話はもっとこみいってきます。秩序運動と言われるものは自分自身でエネルギーを持っているのでしょうか。そして乱雑変動との間で情報やエネルギーの交換を行っているのでしょうか。秩序運動はコヒーレント運動ともいわれるように、乱雑運動がたまたま位相が揃ったに過ぎないのであれば、これはさきの波と同じで、”見かけの”運動にすぎないことになります。特に流れを観察するときには十分な注意が必要です。海の波を見ただけでその下の水の運動を推定できる人はありません。

普遍平衡理論に基づいた大規模一様せん断乱流場の解析

関下 信正*

蒔田 秀治*

Analysis of Uniformly Sheared Large-Scale Turbulence Based on Universal Equilibrium Theory

Nobumasa Sekishita and Hideharu Makita

Toyohashi University of Technology

ABSTRACT

Experiments were conducted on the quasi-equilibrium range of turbulence spectra for large-scale turbulent flow fields with uniform shear; $R_\lambda = 360 \sim 650$ and $\partial U / \partial Y = 2.7 \sim 11.9/s$. The scale ratio between the energy containing and the largest locally isotropic eddies $l_0 / l_G \approx 4.6$ for the sheared turbulence was far larger than 2.9 for the quasi-isotropic turbulence. This fact shows that longer cascade process from l_0 to l_G is required to attain the local isotropy under the effect of strong anisotropy induced by the velocity gradient. The minimum R_λ for the existence of inertial subrange defined as $l_G \sim l_i$ was about 100, where l_i was the minimum nonviscous eddy. Then, the Kolmogorov constant was about 0.55. The inertial subrange was substantially proportional to $R_\lambda^{1.5}$ for both of the quasi-isotropic and the uniformly sheared turbulence.

Key Words: uniformly sheared turbulence, universal equilibrium theory, eddy

1. はじめに

Kolmogorov の普遍平衡理論¹⁾は乱流研究の基礎となる理論であるが、それを実際に用いる場合、①普遍平衡理論が成立するレイノルズ数、②慣性小領域の範囲、③Kolmogorov 定数の値などについて予め明確にしておくなければならない。これら局所等方性の適用条件を明らかにするために、蒔田と飯田²⁾は、乱流場の寿命時間と渦の特性時間を比較することにより最大等方渦スケール l_G を導入した。さらに、それを用いて慣性小領域の範囲を定義し^{3) 4)}、Kolmogorov 定数の決定を行ってきた⁴⁾。

これら一連の研究は平均速度勾配のない乱流場を対象とした理論的考察と、風洞中に実現された大規模準等方性乱流場を用いた検証によるものであった^{2)~4)}。次の段階として、本研究では最大等方渦スケール l_G の概念をせん断乱流場に応用し、せん断乱流発生装置⁵⁾により風洞中に形成された大規模一様せん断乱流場の実験データを基にして、その妥当性を検討する。

2. 実験装置・方法

本研究で用いた風洞は吹き出し型風洞であり、その測定洞(0.7×0.7×6m³)上流にせん断乱流発生装置⁵⁾が設置されている。本装置には格子状の回転軸(縦横各20段、格

子間隔 $M=35\text{mm}$)に攪拌翼(35×35mm²)が多数取り付けられている。この攪拌翼は、コンピュータ制御されたステップモータ(回転速度 $2\pi\text{ rad/s}$)により設定した回転範囲内($\pm 20^\circ$)をランダムに反転し、その下流に大きな渦スケールと強い乱れを有する乱流場を形成することができる。さらに、下方の攪拌翼の平均迎角を大きくすることにより圧力抵抗を高さ方向に変化させ、流れ場にせん断を与えることができる。本研究では3種類の平均速度勾配 $\partial U / \partial Y (=2.7, 9.2, 11.9/s)$ を有する一様せん断乱流場を実現した。本乱流場の基本特性については文献(5)を参照されたい。計測には定温度型熱線流速計とXプローブ(線径 $2.7\mu\text{m}$ 、検査体積 $0.2 \times 0.6 \times 0.6\text{m}^3$)を使用した。回転軸面断面中心を座標原点とし、流れ方向、鉛直方向、水平方向をそれぞれ X, Y, Z とした。

3. 実験結果と考察

3.1 最大等方渦スケール

蒔田と飯田²⁾は、平均速度勾配のない準等方性乱流場について最大等方渦スケール l_G を以下の様に導出した。

$$l_G = \{C_\epsilon / C\}^{3/2} l_0 \quad (1)$$

ここで、 l_0 はエネルギーを含む渦スケールであり、 C は次に示す様に散逸 ϵ に関する比例定数である⁶⁾。

表 1 渦スケールの比較

	$\partial U / \partial Y$	R_λ	u'/v'	u'/w'	C	l_0/l_G	l_0/η	l_G/η
Uniformly Sheared Turb.								
Case1	2.7	360	1.3	1.4	0.69	4.6	570	120
Case2	9.2	610	1.6	1.5	0.65	4.2	1680	400
Case3	11.9	650	1.6	1.4	0.65	4.2	2000	480
Quasi-Isotropic Turb.	-	390	1.2	1.2	0.50	2.9	1150	400

$$\varepsilon = C (q^2/2)^{3/2} / l_0 \quad (2)$$

また、 C_C は、乱流レイノルズ数が無限大の乱流場における定数 C の値であり、Kolmogorov 定数 α_1 を用いて以下の様に示される⁷⁾。

$$C_C = \{(3/2) \times (55\alpha_1/18)\}^{-3/2} \quad (3)$$

式(1)は、大小様々なスケールの渦(eddy)で構成されるヒエラルキー構造⁸⁾

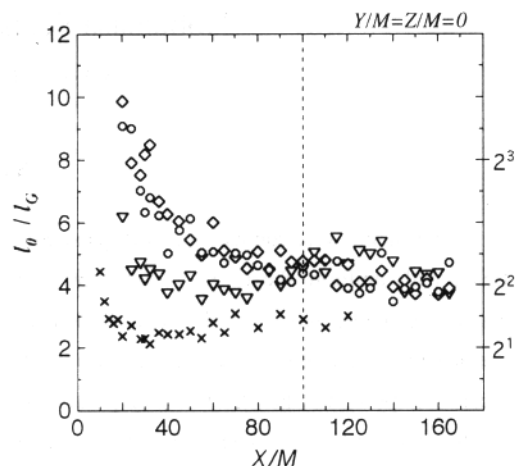
$$l_i \sim l_0/2^i \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (4)$$

でできている渦が平衡状態であるための条件を与えている。すなわち、平均速度勾配のない減衰乱流場では渦構造を取り巻く状態の変化を表す特性時間として乱流場の寿命時間 T_L が挙げられ、その T_L がエネルギーを含む渦の特性時間 T_0 よりも十分に大きい時、スケール l_0 の渦は平衡状態である。せん断乱流場の場合、 T_L 以外にせん断による状態の変化を表す特性時間も渦構造を取り巻く状態の変化を表す特性時間として考えられなくもないが、スケール l_0 の渦が形成される段階ではせん断が大きく影響するけれども、一度スケール l_0 の渦が作られてしまえば、そのカスケード過程ではせん断には無関係である。従って、せん断乱流場でも式(1)をそのまま使用できる。

図 1 は、式(1)~(3)により求めた一樣せん断乱流場と準等方性乱流場の l_0/l_G の流れ方向変化である。式(3)の Kolmogorov 定数 α_1 には後述する $\alpha_1=0.55$ を用いた。また、式(2)の l_0 は 3 次元エネルギースペクトルから決定するのが最も適当であるが、それを計測もしくは 1 次元エネルギースペクトルより計算することは困難なために、本研究では l_0 として、次に示す渦の体積に関する等価的な渦スケールを用いた⁷⁾。

$$l_0 = \{L_{UX}(2L_{VX})(2L_{WX})\}^{1/3} \quad (5)$$

ここで、 L_{UX} , L_{VX} , L_{WX} は縦および横方向のインテグラルスケールである。図 1 をみると、装置の悪影響が残存する上流側を除いて、 l_0/l_G は流れ方向にほぼ一定である。後に図 2 で示すが下流でのエネルギースペクトル分布が相似形であることから、本乱流場は $X/M > 100$ で発達した乱流場となっている。従って、発達した乱流場では l_0 と l_G の関係に変化がないことがわかる。そこで、 $X/M > 100$ の各渦スケールの平均値を表 1 に示す。図 1 と表 1 で一樣せん断乱流の Case1~3 を比較してみると、これらの乱流場は乱流レイノルズ数 R_λ が異なるものの異方性はほぼ等しいので、定数 C と l_0/l_G の値はほぼ同じになっている。この結果より、エネルギースペクトル中に慣性小領域が明確に存在するような乱流レイノルズ数 $R_\lambda \sim 100$ (図 4) 以上の場合、異方性が局所等方的な特性に

図 1 l_0/l_G の流れ方向変化

一樣せん断乱流 ; ∇ :Case1, \diamond :Case2, \circ :Case3
準等方性乱流 ; \times

大きな影響を及ぼすものと考えられる。

次に、乱流レイノルズ数がほぼ等しい一樣せん断乱流場 Case1 と準等方性乱流場を比較してみると、表 1 の u'/v' と u'/w' から分かるように、一樣せん断乱流場の方が異方性が強いので、異方的な渦 l_0 から局所等方的な最大渦 l_G までの世代(波数領域)が長くなることが予想され、一樣せん断乱流場の l_0/l_G の値(図 1, 表 1)は準等方性乱流場のものより大きくなっている。これは式(1)をせん断乱流に適用してもよいという根拠の一つを提示している。ただし、一般に乱流レイノルズ数が等しい乱流場では l_G/η の値は同じになるはずであるが、表 1 に示した結果はそうになっていない。これは、式(5)で推定した l_0 が本来のものより小さく見積もりすぎているためである。 $X/M \geq 100$ の l_0/l_G の平均値を求めると、一樣せん断乱流では 4.6、準等方性乱流では 2.9 であった。従って、第 i 世代の渦についてヒエラルキー構造 $l_i \sim l_0/2^i$ を考えると、 l_G は l_0 よりも約 2 世代小さいことがわかる。自己相似的な渦スケールは l_G と同程度かその 1/3 程度の大きさである⁽³⁾ので、結局、慣性小領域の最大渦スケールは l_0 よりも約 2~3 世代小さいことになる。Hosokawa¹⁰⁾は、等方性乱流の直接数値計算より慣性小領域の最大渦スケールは l_0 から約 3 世代小さいものであると仮定している。この違いは、先に述べた l_0 の決定法に問題があると考えられ、 l_0 の決定には新たな検討が必要である。また、 l_0/l_G は低波数領域の渦構造の異方性の影響を大きく受けるので、今後は本装置を用いて様々なせん断乱流場を形成し、平衡状態の渦構造と異方性の関係についても調べていく予定である。

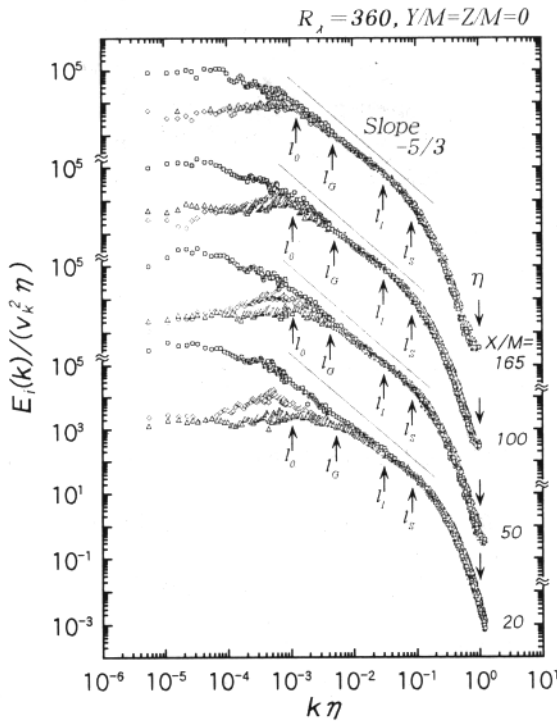


図2 1次元エネルギースペクトルの流れ方向変化
○: E_1 , △: E_2 , ◇: E_3

3.2 慣性小領域の範囲

図2に1次元エネルギースペクトルの流れ方向変化を示す。図中の矢印は、各渦スケールに相当する波数である。なお、 l_I 、 l_S 、 η はそれぞれ最小非粘性渦スケール⁴⁾、慣性小領域の最小渦スケール⁴⁾、Kolmogorov スケールである。下流にいくにつれて E_2 、 E_3 の分布において慣性小領域が発達していき、 $X/M > 100$ では E_1 のみならず E_2 、 E_3 の分布中にも明確な慣性小領域が存在しており、これらの分布形状は相似的である。装置の影響が強く残存している $X/M=20$ の分布を除いて、 l_G と l_I は E_1 、 E_2 、 E_3 全てのスペクトル分布が $-5/3$ の勾配を有する分布領域を指している。

さらに詳しく調べるために、非テンソルスペクトル分布を図3に示す。非テンソルスペクトル $b_{ij,k}$ は、大小様々な渦構造について異方性の大きさを表すものであり、以下の様に定義される¹¹⁾。

$$b_{ij,k} = \frac{E_{ij}(k)}{E_{11}(k) + E_{22}(k) + E_{33}(k)} - \frac{1}{3}\delta_{ij} \quad (6)$$

ここで、 $E_{ij}(i, j=1, 2, 3)$ は u_i と u_j のクロススペクトルである。図3の縦軸は非テンソルスペクトル $b_{11,k}$ 、横軸はKolmogorov スケール η で無次元化した波数 k である。図中の $1/6$ と $-2/33$ の線は、それぞれ低波数領域および慣性小領域の渦構造が完全に等方的である時の $b_{11,k}$ の値を示している¹¹⁾。また、矢印は各渦スケールに相当する波数を示している。 l_0 以下の低波数領域において一様せん断乱流と準等方性乱流の $b_{11,k}$ の分布は $1/6$ よりかなり大きく、ここでの渦構造は異方的であり、一様せん断乱流

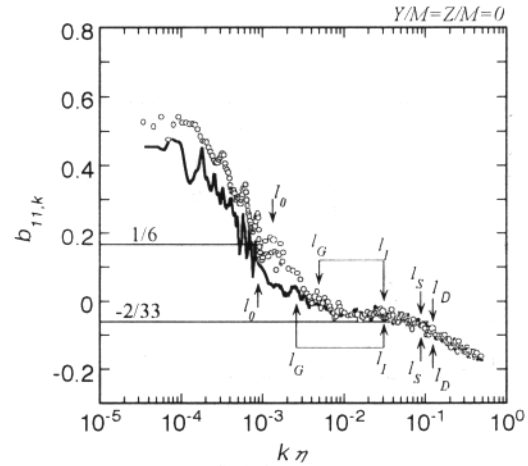


図3 非等方テンソルスペクトル
○: 一様せん断乱流, —: 準等方性乱流

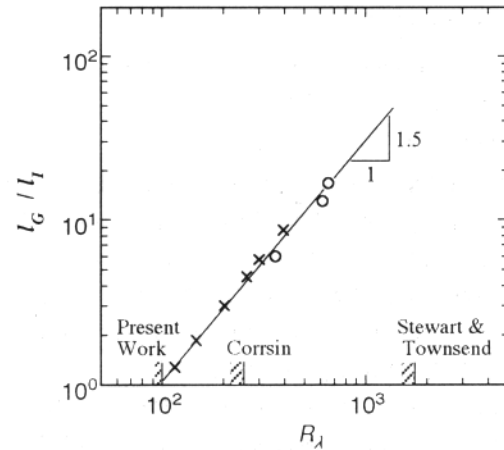


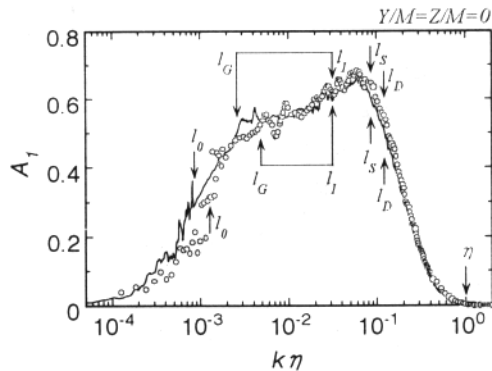
図4 慣性小領域の範囲
○: 一様せん断乱流, ×: 準等方性乱流

の方がその異方性が強いことがわかる。そこよりも波数が大きくなると両乱流場の $b_{11,k}$ は減少し、 $-2/33$ よりも若干大きいものの、 $b_{11,k}$ の値が一定の分布領域が存在している。 l_G と l_I はその領域の両端を指し示しており、これらの渦スケールで慣性小領域の範囲を決定することが可能である。

l_G/l_I は厳密な意味での慣性小領域の広さを示すことから、この l_G/l_I と乱流レイノルズ数 R_λ の関係を図4に示す。図より l_G/l_I は R_λ の約1.5乗で広がっている。図中に示す様に Corrsin¹²⁾、Stewart & Townsend¹³⁾は慣性小領域の存在条件として、それぞれ $R_\lambda > 250$ 、1730としている。この図において $l_G/l_I < 1$ の場合、厳密な意味での慣性小領域が存在しないことを意味しており、図4から慣性小領域の存在条件は R_λ が約100以上であることがわかる。

3.3 Kolmogorov 定数

慣性小領域の範囲を $l_G \sim l_I$ で表すことができたので、これらの渦スケールを用いてKolmogorov定数を決定する。Kolmogorov¹¹⁾によると、慣性小領域の1次元エネルギー

図5 A_1 の分布

○: 一様せん断乱流, —: 準等方性乱流

E_i は以下のように表される。

$$E_i(k) = \alpha_i \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (7)$$

ここで、 α_i は Kolmogorov 定数である。実験で E_1 と散逸率 ε が得られるので、各波数について

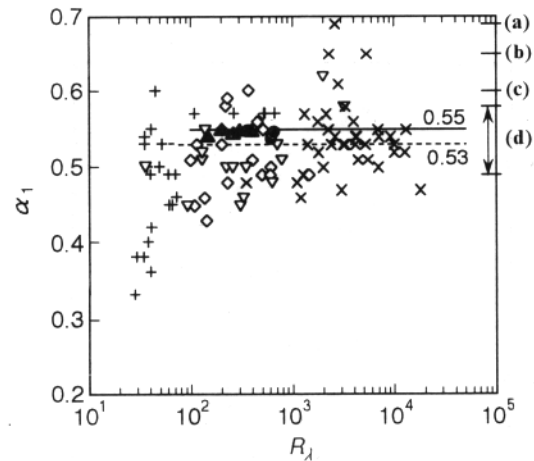
$$A_i(k) = E_i \varepsilon^{-2/3} k^{5/3} \quad (8)$$

から、慣性小領域の $A_i(k)$ の値が Kolmogorov 定数である。しかし、図5に示す様に慣性小領域の $A_i(k)$ の値は一定ではない。この原因は、まだ十分に乱流レイノルズ数が大きくなく慣性小領域が広くないことに起因していると考えられる。そこで、 $l_G \sim l_I$ の範囲で α_1 の分布を平均し、その平均値を真の Kolmogorov 定数とした。

この様にして決定した Kolmogorov 定数と R_λ の関係を図6に示す。この図は、Sreenivasan¹⁴⁾によって整理されたものに本研究と数値計算^{15)~18)}の結果を加えたものである。 $R_\lambda < 50$ の格子乱流の場合にはスペクトル分布中に十分な広さの慣性小領域が存在していないために、 α_1 は 0.3 ~ 0.6 と他の乱流場よりも小さめの値となっている。格子乱流以外の α_1 は 0.4 ~ 0.7 の範囲内ではばらついている。このばらつきの原因として、 R_λ が小さいと明確な慣性小領域が存在しないこと、大気乱流やせん断乱流では正確に散逸率を算出することが不可能なことなどが考えられる。Sreenivasan は $R_\lambda > 50$ の α_1 の平均値を求め、Kolmogorov 定数は 0.53 であると報告している¹⁴⁾。本研究で求めた α_1 のばらつきは小さく、その平均値が 0.55 であることから、正確に慣性小領域の範囲を決定したことにより、信頼性の高い Kolmogorov 定数を決定することができたことがわかる。

4. おわりに

一様せん断乱流場において最大等方渦スケール l_G を適用することの妥当性について検討した結果、 l_G を式(1)で

図6 Kolmogorov 定数の R_λ 依存性

本研究;

●: 一様せん断乱流, ▲: 準等方性乱流
Sreenivasan¹⁴⁾;

+: 格子乱流, ◇: 管内流・境界層

▽: せん断乱流, ×: 大気乱流

数値計算;

(a)¹⁵⁾, (b)¹⁶⁾, (c)¹⁷⁾, (d)¹⁸⁾

表すことができ、 $l_0/l_G \sim 4$ である。また、十分に発達した乱流場において慣性小領域の範囲は乱流レイノルズ数の約 1.5 乗に比例して大きくなることが分かった。この l_G を用いることにより信頼性の高い Kolmogorov 定数 0.55 を得ることができた。

参考文献

- 1) A.N.Kolmogorov: Dokl.Akad.Nauk SSSR 30, (1941) 9-13.
- 2) 蒔田・飯田: 機論 55-515 B, (1989) 1847-1854.
- 3) 蒔田・飯田: 機論 56-522 B, (1990) 351-358.
- 4) 蒔田・関下: 機論 63-606 B, (1997) 544-551.
- 5) 蒔田・関下: 航空宇宙技術研究所特別資料 SP, (1998).
- 6) G.K.Batchelor & A.A.Townsend, Proc.Roy.Soc. A 193, (1948) 539.
- 7) S.Corrin: J.Atmos.Sci. 20, (1963) 115.
- 8) U.Frisch, P.I.Sulem & M.Nelkin: J.Fluid Mech. 87, (1978) 719.
- 9) 蒔田・岩崎・飯田: 機論 55-516 B, (1989) 2221-2229.
- 10) Hosokawa, Fluid Dyna. Res. 15, (1995) 337-348.
- 11) 蒔田・関下・佐々: 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-33, (1996) 23-27.
- 12) S.Corrin, NACA RM 58 B11, (1958).
- 13) R.W.Stewart & A.A.Townsend, Phil.Trans.Roy.Soc. A 243, (1951) 359.
- 14) K.R.Sreenivasan, Phys.Fluid 7, (1995) 2778-2784.
- 15) 山本・細川, 第19回流体力学講演会講演論文集, (1987) 148.
- 16) J.R.Herring & R.H.Kraichnan, J.Fluid Mech. 91, (1979) 581-597.
- 17) S.Kida & Y.Murakami, Phys.Fluid 30, (1987) 2030-2039.
- 18) R.H.Kraichnan, Phys.Fluid 9, (1966) 1728-1752.

乱流斑点の相互干渉に関する実験的研究

蒔田 秀治*

西沢 啓*

Experimental Investigation of Interaction between Turbulent Spots

Hideharu Makita and Akira Nishizawa

Toyohashi University of Technology

ABSTRACT

Interaction phenomena between turbulent spots were experimentally investigated by using a rake of 16 I-type hotwires. Instantaneous views of the single turbulent spot gave a quite different image from the ensemble-averaged one, being composed of several small scale velocity-defect and excess regions. These regions were elongated in the streamwise direction and alternately arranged along the leading edge of the spot. When the two spots were simultaneously generated, their wing tips came to overlap each other as they grew downstream and the velocity-defect regions at each wing tip were superposed. Then, a far stronger velocity-defect region was generated there.

Key Words: turbulent spots, multi-point measurement, conditional sampling, laminar boundary layer

1. はじめに

層流境界層中に局所的に微小擾乱を与えると乱流斑点が発生する。自然遷移では、比較的大きな主流乱れや壁面粗さなどによって、多数の乱流斑点が発生し、それらが融合するときの相互干渉が遷移領域の構造に影響を与えることが予想される。著者らは、遷移機構を解明する上での重要な現象の一つとして、この乱流斑点の相互干渉に注目し、平板層流境界層中に二つの乱流斑点をスパン方向に並べて形成し、それらが融合した場合の斑点の特性を調べた¹⁾。その結果、融合した斑点では、二つの斑点の中間の断面において高さ方向への成長が単独の斑点に比べ促進されることなどを見出した。しかし、一本の I プローブによる条件付き計測であったため、その機構の詳細に関しては、明確な説明を与えるまでには至っていない。

乱流斑点は多数の渦構造を内包しており、下流へいくにしたがってそれらが新たに生成されるために流れ方向およびスパン方向に成長することが、可視化による観察などから指摘されている^{2,3)}。従って、相互干渉が乱流斑点の成長に影響を及ぼす機構を解明するためには、斑点の成長に重要な役割を果たしている内部構造が、相互干

渉によってどのように変化するかを調べる必要がある。しかし、そのような小規模な構造は、斑点の実現の度に大きさや位置、個数などが異なる⁴⁾ため、通常のアンサンブル平均手法ではそれらを平滑化した大規模な構造^{5,6)}しか観察することができない。また、可視化のみでは定量的な評価が困難である。これに対し、Sankaran ら⁴⁾は斑点の鉛直断面を多数の X プローブを用いて計測することにより、数個の渦が流れ方向に並んで存在している様子を描き出し、個々の渦構造に関してレイノルズ応力の寄与率などを求めている。Singer⁷⁾は DNS により、流れ方向の渦度成分の空間的分布を求め、多数の縦渦が斑点内部に存在する様子を示した。これらの研究は乱流斑点の内部構造に関する定量的な情報を示し、単独の斑点の構造を解明する上で重要な手がかりを与えた。しかし、斑点の相互干渉に関して系統的に調べた研究は少なく、定量的データの蓄積が必要である。

本研究では、熊手型 I プローブを用いた水平断面の計測から、斑点内部の小規模構造を抽出する手法としての有効性を確認するとともに、相互干渉による斑点の平均特性の変化と、その内部構造との関連について検討した。

2. 実験装置・実験方法

境界層平板 (7.7m × 0.75m) は風洞測定部 (8 × 0.75 ×

*豊橋技術科学大学

0.44m³)に、鉛直に設置されている。平板と対向する壁の広がり角を調整し、圧力勾配のない層流境界層を形成した。前縁から700mmの位置に吹き出し孔(孔径1mm)がスパン方向に40mm間隔で二つ設けられている(図1)。スピーカーに電圧を印加し、微小噴流(最大流速10m/sec)を初期擾乱として与えた。主流流速は $U_\infty=5\text{m/sec}$ 、吹き出し位置における境界層排除厚さに基づくレイノルズ数は約780、境界層厚さは $\delta_0=7.5\text{mm}$ である。座標原点は二つの吹き出し孔の中央とした。計測位置は $X=300\text{mm}$ 、 500mm であり、ここでの境界層厚さはそれぞれ $\delta=9.0$ 、 9.8mm である。実験は $Z=20\text{mm}$ 、 $Z=-20\text{mm}$ に位置する吹き出し孔からそれぞれ単独の斑点を形成した場合についても行い、2孔共用いて2つの斑点を同時に形成した場合との比較を行った。斑点の発生周期は前に発生した斑点と次の斑点が流れ方向に干渉しない2sec($X=300\text{mm}$)および、3sec($X=500\text{mm}$)とした。

計測には16チャンネルの熊手形Iプローブ(線長1mm、線径 $5\mu\text{m}$)と定温度型熱線流速計を用いた。スパン方向に並べられた各Iプローブの間隔は5mmである。得られた信号はA/D変換(5kHz)された後、線形化演算を行った。また、瞬間流速 $U=U_t+u$ から瞬間速度変動 u および、256回の平均処理によりアンサンブル平均された速度変動 $\langle u \rangle = \langle U \rangle - U_t$ を求めた。ただし、 U_t は斑点を形成しないときの局所平均流速、 $\langle \rangle$ はアンサンブル平均値を示す。

3. 実験結果と考察

$Z=20\text{mm}$ で形成した単独の斑点が $X=300\text{mm}$ 、 $Y/\delta=0.4$ の計測位置を通過したときの瞬間速度変動波形 u/U_∞ の変化を図2に示す。斑点中心線($Z=20\text{mm}$)から離れるに従って速度変動の現れる時刻が遅れており、矢じり形状をした乱流斑点の瞬間的な外形が確認できる。しかし、波形を観察するのみでは内部の構造を連想する事は困難である。図3に図2と同じ斑点の、時刻 $T=120\sim 123\text{msec}$ における瞬間速度変動のスパン方向分布を示す。速度変動がスパン方向に波打つように見えるが、一つの山または谷が、わずかに一〜三点で捉えられているため、その振幅やスパン方向の周期を正確に知る事はできない。しかし、時刻 $T=120\sim 123\text{msec}$ の間にわたって、全体的な波形の形状は良く似ていることから、単なる瞬間的なランダム速度変動を捉えたものではなく、ある空間的な大きさを持ちスパン方向に速度変動が波打つような構造が存在する可能性がある。同図に示される速度変動のアンサンブル平均値 $\langle u \rangle / U_\infty$ のプロットと比較すると、 $Z<0\text{mm}$ における周囲の層流との境界付近では、瞬間の速度変動とアンサンブル平均した速度変動は良く一致しており、再現性が良い。

これに対し、斑点中心線($Z=20\text{mm}$)の近くでは、瞬間の速度変動とアンサンブル平均した速度変動のずれが大きく、波形の再現性が悪いために、スパン方向に10~20mm程度の範囲で波打つような小規模な構造はアンサンブル

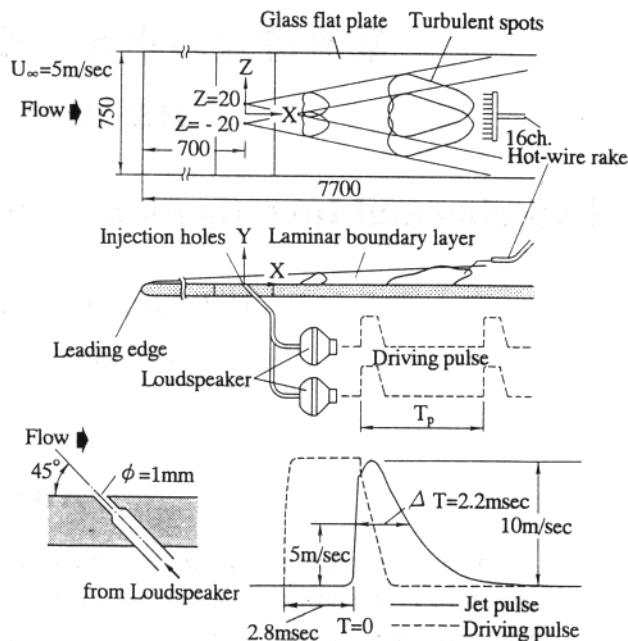


図1. 実験装置概略図 (単位: mm)

平均処理によって埋もれてしまうことが分かる。

次に、瞬間波形で観察された構造が空間的にどのように分布するのかを調べるため、図2の速度変動波形を等値線図として図4に示す。変動が2%以上になる領域は斜線で、-2%以下になる領域は灰色で示した。流れ方向を左から右とみなすため時間軸 T の向きは右から左とし、主流流速 U_∞ を乗じて流れ方向の長さスケールに変換した。ただし、乱流斑点は前縁が後縁よりも速く移流⁸⁾するため、一個の斑点が計測断面を通過する時間に大きさが二倍程度に成長する⁵⁾ことが知られている。従って、図4は乱流斑点の正確な空間スケールを表すものではなく、そのオーダーを見積もる目安である。この図から、瞬間の速度変動は斑点の内部で全く乱雑に分布しているわけではなく、変動が負になる領域(減速領域)や正になる領域(加速領域)が空間的に広がりを持つ「島」状に分布している事が分かる。その個々の形状は流れ方向に伸びた筋状を呈し、減速領域は主に斑点の前縁に沿って分布している。図4には $TU_\infty \leq 700\text{mm}$ の領域のみ示したが、筋状の減速領域や加速領域が存在するのはこの領域のみであり、 $TU_\infty \geq 700\text{mm}$ ($T \geq 140\text{msec}$)の領域は図2の瞬間波形からも分かるように、速度変動が単調に減衰していくcalmed region⁸⁾になっている。Matsui²⁾は可視化実験から、馬蹄形もしくはヘアピン形の渦群が乱流斑点を構成しており、流下に伴い斑点の両翼端部で次々に新たな渦構造が生成されるために斑点のスパン方向への成長が生じるとしている。また、Perryら³⁾も可視化によって多数のヘアピン渦が乱流斑点内部に存在する様子を観察しており、それらが千鳥状に配列した斑点のモデルを提案している。図4は、斑点の先端から前縁に添って互い違いに並ぶ減速領域と加速領域の分布を示しているが、その並び方はPerryらが提案したヘアピン渦が千鳥状に並

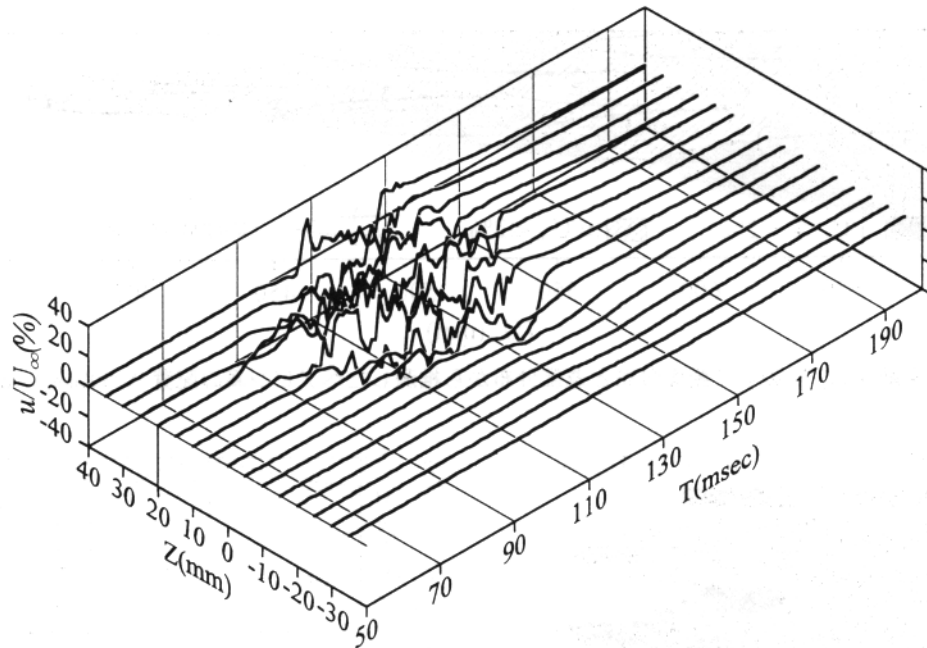


図2 Z=20mm で発生した単独の乱流斑点の通過に伴う瞬間速度変動波形 u/U_{∞} (%) の変化 ($X=300\text{mm}$, $Y/\delta=0.4$).

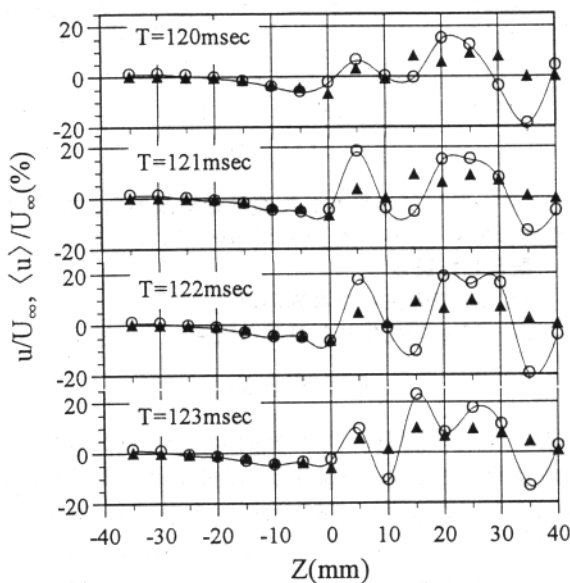


図3 速度変動のスパン方向分布 ($Z=20\text{mm}$ で発生した単独の斑点, $X=300\text{mm}$, $Y/\delta=0.4$).

—○—: 図2の瞬間速度変動 u/U_{∞} (%)

▲: アンサンブル平均された速度変動 $\langle u \rangle / U_{\infty}$ (%)

ぶ様子を連想させる。Matsui や Perry らの示した斑点の内部構造は、いずれも流れ方向に伸びた縦渦的な構造であることから、図4に示される筋状の領域は、同様な縦渦によって誘起された速度場であるとも考えられる。本速度場の分布から推測される渦構造の配置を図中に実線で模式的に示す。縦渦の回転運動による下向きの流れが正の u を、上向きの流れが負の u を誘起するものと考え、ヘアピン渦の脚部とその回転方向(図中に矢印で示す)を想定した。この場合、ヘアピン渦の頭部がどこに位置するのかは、一つの水平断面を観察するのみでは判断することは困難である。ここでは単に、どの渦対が一つのヘアピン渦の脚部に相当するのかを示すものとして図のよ

うに描いた。Perry らはヘアピン渦脚部のスパン方向間隔が境界層排除厚さの約4.9倍であるとしたが、図4からヘアピン渦の脚部の間隔を読み取ると10~20mmである。この値は本実験における境界層排除厚さ($\delta^* \approx 3\text{mm}$)の3~7倍の程度であり、Perry らの示した値に近い。このことから図4における筋状の減速領域及び加速領域の分布は、縦渦の存在に対応していることが推察される。ただし、速度の流れ方向成分のみの計測であることから現段階では渦構造と断定するには至っていない。

次に二つの斑点を同時に形成した場合の結果について述べる。図5にアンサンブル平均した速度変動の $Y/\delta=0.4$ における $Z-T$ 断面分布を示す。 $TU_{\infty}=350 \sim 500\text{mm}$ に位置する下流側先端部の構造は元の斑点を明確に区別できるが、上流側($TU_{\infty} \geq 500\text{mm}$)の領域は互いに融合しており、元の斑点を区別できない。二つの斑点の間である $Z=0\text{mm}$ の周囲で、減速領域がピーク値を示すが、ここは単独の斑点それぞれの翼端部近傍に相当する。図6に $Y/\delta=0.4$ の $Z=0\text{mm}$ 及び、 $Z=10\text{mm}$ における速度変動のアンサンブル平均値を示す。実線は融合した斑点、破線は $Z=20\text{mm}$ で発生した単独の斑点、一点鎖線は $Z=-20\text{mm}$ で発生した単独の斑点を示す。二つの斑点の間である $Z=0\text{mm}$ における単独の斑点それぞれの波形は、振幅が異なるものの位相はほぼそろっている。融合した斑点の波形はどちらの斑点のものよりも減速のピーク値が大きく、それぞれの斑点の翼端部に存在する減速領域が重なり合った結果、さらに強い減速領域が形成されたことが分かる。ただし、二つの斑点を形成した場合の瞬間像(図示はしていない)から、図5に示される減速領域がピークになる位置の近傍において、単独の斑点より強い減速領域が瞬間的にも形成されているかどうかを、定量的に判断する事は困難であった。これは、単独の斑点であっても瞬間的には、アンサンブル平均で得られる融合した斑点の

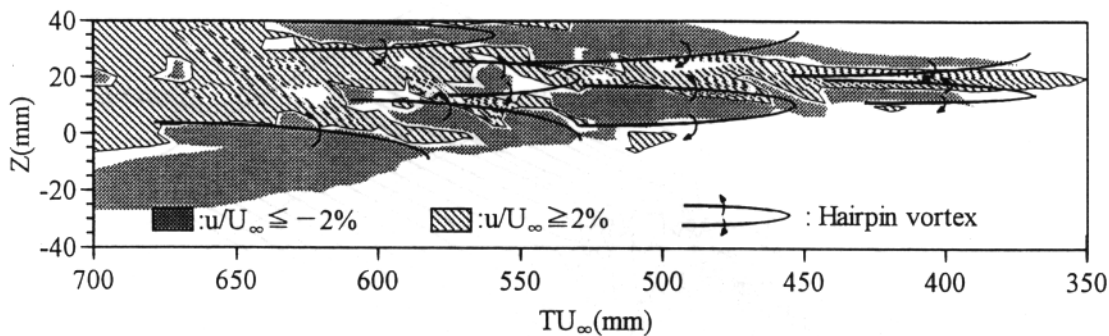


図4 瞬間速度変動 u/U_∞ (%) の Z-T 断面分布と速度分布から推測したヘアピン渦の配置 ($X=300\text{mm}$, $Y/\delta=0.4$).

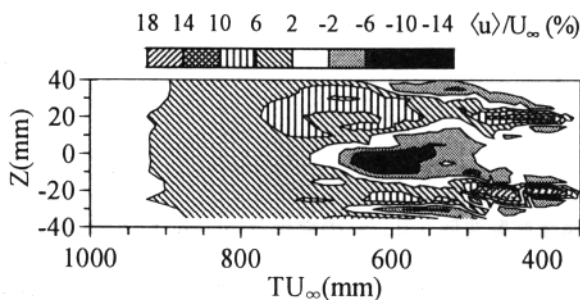


図5 2つの乱流斑点を形成した場合のアンサンブル平均した速度変動 $\langle u \rangle / U_\infty$ (%) の Z-T 断面分布 ($X=300\text{mm}$, $Y/\delta=0.4$).

ピーク値よりも大きな値を有する減速領域が形成されており、一回ごとの値のばらつきの方が、図6(a)における単独の斑点と融合した斑点の減速のピーク値の差よりも大きいことと、ピーク的位置や減速領域の形状が実現のたびごとに異なるためである。

図6(b)に示すように、 $Z=10\text{mm}$ ではそれぞれの単独の斑点の波形は位相がずれている。しかし、融合した斑点の波形は $Z=20\text{mm}$ で発生した斑点の波形とほぼ一致しており、 $Z=-20\text{mm}$ で発生した斑点の影響をほとんど受けていない。このことから相互干渉の影響が現れるのは、二つの斑点の中間の領域に限られていることがわかる。この理由としては、乱流斑点の構造が、斑点のスパン幅全域に渡って広がるような大規模な単一構造⁵⁾ではなく、図4のように、流れ方向に伸びた筋状の構造がスパン方向に並んでいるために、個々の構造のスパン幅程度の範囲でしか相互干渉の影響が及ばないためではないかと考えられる。

ここには $X=300\text{mm}$ の結果しか示していないが、下流 $X=500\text{mm}$ では、二つの斑点の中間の領域において、融合した斑点は単独の斑点に比べ、アンサンブル平均された速度変動の減速領域が上方へ拡大する事が確認され、前報¹⁾で示した結果とほぼ同様の結果が得られた。図6に示すように、それぞれの斑点の翼端部に位置する減速領域が重なり合う上流側において、単独の斑点よりも強い減速領域が形成されたことが、減速領域の鉛直上方への発達が促進された原因ではないかと考えられる。

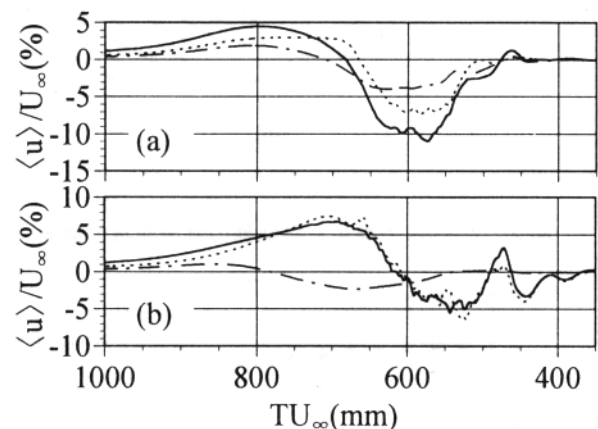


図6 アンサンブル平均した速度変動波形 $\langle u \rangle / U_\infty$ (%) の比較 ($X=300\text{mm}$, $Y/\delta=0.4$), (a): $Z=0\text{mm}$, (b): $Z=10\text{mm}$.

—: 融合した斑点
 ----: $Z=20\text{mm}$ で発生した単独の斑点
 - · - : $Z=-20\text{mm}$ で発生した単独の斑点

4. まとめ

多線プローブを用いて水平断面における乱流斑点の瞬間像を観察した結果、乱流斑点の前縁に沿って筋状の減速領域や加速領域が互い違いに分布すること、および、二つの斑点を同時に形成すると翼端部に存在するそれぞれの減速領域が重なり、極めて強い減速領域が形成されることが分かった。

参考文献

- 1) 蒔田・西沢: 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-33 (1997).
- 2) Matsui, T.: Laminar-Turbulent Transition, Springer (1980) 288
- 3) Perry, A.E., Lim, T.T., & Teh, E.W.: J. Fluid Mech. 104 (1981) 387
- 4) Sankaran, R., Antonia, R.A., Bisset, D.K., & Sokolov, M.: Phys. Fluids A3, (1991), 1560
- 5) Wygnanski, I., Sokolov, M., & Friedman, D.: J. Fluid Mech. 78-4 (1976) 785
- 6) Cantwell, B., Coles, D., & Dimotakis, P.: J. Fluid Mech. 87-4 (1978) 641
- 7) Singer, B.A.: Phys. Fluids 8-2 (1996) 509
- 8) Schubauer, G.B., & Klebanoff, P.S.: NACA TN-3489 (1955)

プレーンポワズイユ流れにおける流れ方向ストリークの 安定性に関する実験

河上充佳^{*}, Per Elofsson[†], Henrik Alfredsson[†]

Experiments on the Stability of Streamwise Streaks in Plane Poiseuille Flow

by

Mitsuyoshi Kawakami, Per Elofsson and Henrik Alfredsson

Institute of Fluid Science, Tohoku University

ABSTRACT

The development and stability of streamwise streaks are studied in an air-flow channel experiment at sub-critical Reynolds numbers. The streaks were generated by continuous suction through small slits at the wall. The streak amplitude first grows algebraically, and if the amplitude exceeds a certain threshold secondary instability in the form of travelling waves is observed. These waves give rise to high u_{rms} values in the region of large spanwise mean flow gradient. Measurements with two hot-wire probes indicate that velocity fluctuations are 180° out of phase at two neighbouring peaks at each side of a low velocity region. Furthermore flow visualization clearly shows the oscillation of the low velocity region and implies the existence of a sinuous type instability.

Measurements were also made with controlled disturbances where earphones were used to force the secondary instability. Data filtered in a narrow band provides the growth rate as well as phase speed of the secondary instability. Several of these features suggest that the instability is of inflectional origin. Finally the disturbance breaks down and the flow undergoes transition to turbulence. It is hypothesized that this scenario resembles certain types of bypass transition.

Key Words : bypass transition, streaky structure, secondary instability.

1. はじめに

三次元擾乱のノンモーダルな増幅は多くのせん断流れ場で起きる亜臨界遷移の主因であると考えられ、近年多くの研究者の関心を呼んでいる。Gustavsson (1991) は粘性プレーンポワズイユ流れの線形解析を行い、亜臨界レイノルズ数域において三次元擾乱が時間的に線形成長した結果、流れ方向に引きのばされた構造、即ちストリーク構造が生じる可能性を指摘した (transient growth)。しかしながら、このストリーク構造がいかに成長しよう

ともそれ自身によって流れ場が乱流に遷移することはない。ストリークの振幅があるしきい値に達すると流れ場は不安定となり、時間依存型の不安定波 (二次不安定波) が発生し、乱流遷移する。

同様に凹壁面上、もしくは系の回転や浮力の影響によって縦渦が発生するせん断流れ場においても、ストリーク構造に起因した進行波型不安定性が観察されている。これら縦渦の運動によって、流れ場にはスパン方向に交互に低速・高速領域をもつストリーク構造が誘起され、二次不安定波が発生する。Swearingen & Blackwelder (1987) は遠心力不安定によって凹面上に発達した

^{*} 東北大学流体科学研究所

[†] Department of Mechanics, Royal Institute of Technology

Görtler 渦の崩壊プロセスを詳細に調査し、二次不安定性はスパン方向の変曲点型速度分布に起因すると結論づけている。

本研究では、亜臨界レイノルズ数域におけるストリークの瞬間的成長 (transient growth) およびその不安定特性を取り扱う。実験はボイズユ流れにおいて行い、吸い込みによってストリーク構造を人工的に誘起する。熱線流速計による流れ方向速度変動の測定、および煙法による可視化を行った。

2. 実験装置および方法

実験は王立工科大学 (KTH) 地下室に設置された空気流チャンネルを使用して行われた。これは Klingmann (1992) によって使用されたものと同じであり、二枚の平行な 10mm 厚ガラス板からなる (図 1)。遠心ファンから供給された空気は収縮比 40 : 1 の収縮部によって加速され、幅 830mm、長さ 1900mm、高さ 8.2mm のチャンネル部分に入る。今回擾乱印可用に新たに二つの可回転アルミニウムプラグが上側ガラス板に取り付けられた。上流側プラグは定在擾乱を下流側プラグは時間周期の二次擾乱を印可するためのものである。なお全ての熱線流速計による測定が終了した後に、上流側プラグに煙用スリット (幅 65mm × 長さ 1mm) が設けられた。

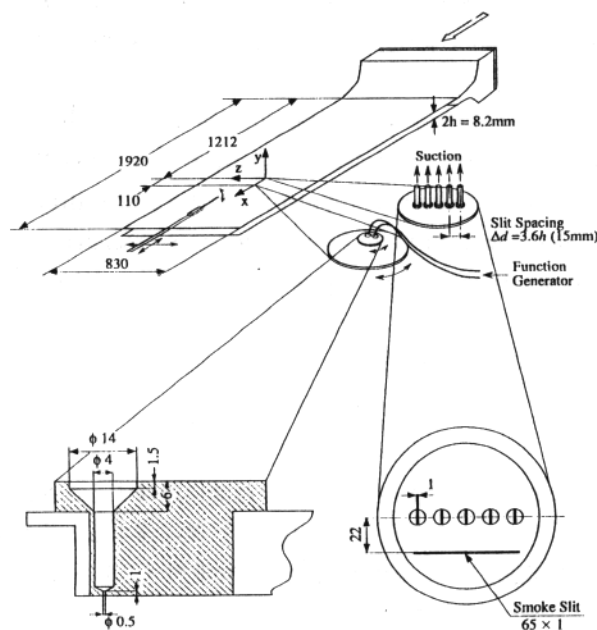


図 1. 実験装置 (単位: mm)

2.1 一次擾乱

上流側プラグに設けられた五つのスリット (幅 1mm、長さ 10mm) からの吸い込みによってスパン方向に規則的なストリーク構造を誘起する。可回転な大小プラグを併用することによって、スリットを流れ方向に揃えたままストリーク波長を 0mm から 15mm まで変化させるこ

とが可能になる。また各々のスリットからの吸い込み率を個々に調整することで、スパン方向に様な正弦波型分布が得られる。スリット位置に高速領域、そしてそれらの間に低速領域が発達する。

2.2 二次擾乱

ストリーク上に発達する時間依存型二次不安定波の発達を調べるため、下流側プラグ上に 6mm 離れて設けられた二つの小穴 (直径 0.5mm) から、位相を制御した擾乱が印可された。一次擾乱プラグと同様に二つの可回転プラグを併用することによって、二つの小穴の間隔を変えずに任意のスパン方向位置に擾乱を印可することが可能である。関数発生器からの正弦波は二つのイヤホンに同位相もしくは逆位相で送られ、64 : 1 の面積比によって吹き出し・吸い込みに変換される。今回の実験で印可された二次擾乱の rms 値は層流中心線速度の 0.6% 以下である。特に記述しない限り実験はストリーク間隔 $\lambda_z = 15\text{mm}$ ($\approx 3.6h$)、レイノルズ数 $Re(U_{CL}h/\nu) = 2000$ で行われた。なお y 軸原点はチャンネル中心位置とし、全ての長さおよび速度はそれぞれ半チャンネル高さ h 、層流中心線速度 U_{CL} によって無次元化されている。

3. 実験結果

3.1 ストリーク構造

吸い込みによってハイモーメントの流体が壁付近に引き寄せられ、その結果スパン方向に低・高速領域が交互にならんだストリーク構造が発達する。数種類の異なる吸い込み率における (a) ストリーク振幅 ΔU および相当する (b) u_{rms} の x 方向への成長の様子を図 2 に示す。

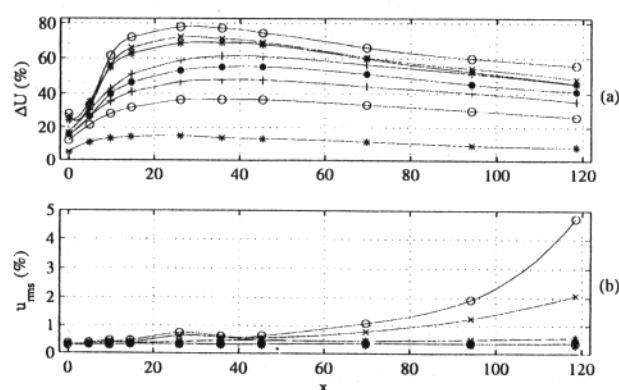


図 2. (a) ストリーク振幅 ΔU および (b) u_{rms} の成長

異なる記号は初期ストリーク振幅の違いによる。

ストリーク振幅の初期成長は x に関して線形であり、飽和したのち粘性によって緩やかに減衰する (transient growth)。ほとんどの場合において u_{rms} の値は一定のままであるが、ストリーク振幅の最大値 ΔU_{max} が U_{CL} の 70% をこえる二つの場合において、 u_{rms} は x 方向に特筆すべき成長を示す。

3.2 二次不安定性 (非励起)

u_{rms} の成長を促すのに十分な吸い込みを行ったときの (a) U_d および (b) u_{rms} の等高線図を図3に示す。ここで U_d は平均速度場から各々の x 位置でのスパン方向平均速度を差し引いたものである。 rms の分布は二次不安定性が最初に低・高速領域の間で現われることを示し、対数等高線の間隔がほぼ等しいことから、その成長が指数関数的であることもわかる。

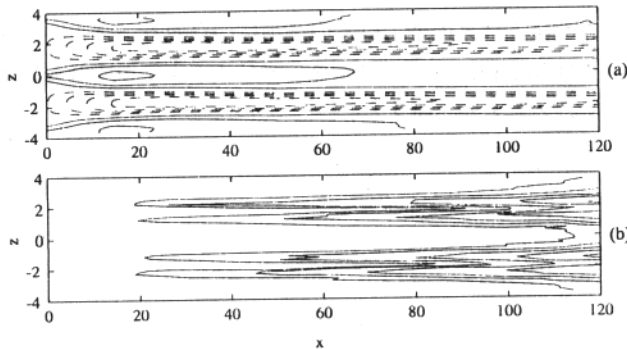


図3. x - z 平面における (a) U_d および (b) u_{rms} の等高線図
 $y=0.63$, $U_d=\pm 10\%, \pm 20\%, \dots$, $u_{rms}=0.6\%, 1\%, 1.6\%, 2.7\%, \dots$
 負の等高線は破線によって示されている。

図4に x - z 平面における流れ場の可視化写真を示す。流れは左から右であり、グリッド線の間隔は両方向ともに 50mm, 最左端の垂直線は $x=150\text{mm}$ に相当する。スリットから注入された煙は低速領域の中心部分に集中する。ストリークは初期にはかなり安定であり $x=200\text{mm}$ 付近まで全く歪みをみせないが, $x=220\text{mm}$ 付近でスパン方向に振動し始め, $x=320\text{mm}$ 付近でストリークの崩壊が始まる。写真より, 二次不安定性としては反対称モードが支配的であることがわかり, 流れ方向の波長 λ_x はおよそ 20mm であると概算される。なお熱線流速計による測定結果に比べ乱流遷移が早められるのは, 煙の注入に伴う微小モーメントの流入のためと思われる。

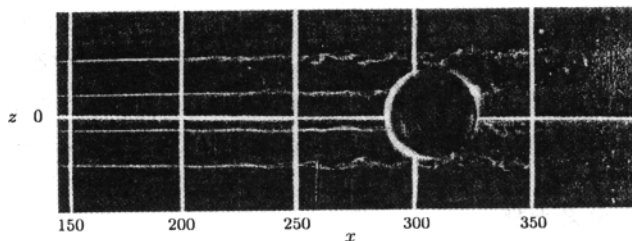


図4. 上壁面近くの流れの可視化 (単位: mm)

更に二つの隣り合う u_{rms} のピーク位置に二本の熱線を配置し同時に速度変動を測定した結果, 反対称モードが優勢であること, およびこの不安定波が U_{CL} のおよそ 67% の位相速度で進行していることを確認している。

3.3 二次不安定性の励起

ストリークの振幅が最大値に達するあたり ($x=27$) に

おいてイヤホンを用い, 二次不安定波を人工的に励起する。二次擾乱を印可するスパン方向位置として, 最も効果的な $z=1.0$ および 2.4 が選ばれた。これらは低速領域を挟んで隣り合う, スパン方向の速度勾配が最も大きくなる位置に相当する。まず $z=1.0$ のみを用いて二次擾乱印可条件を決定する。

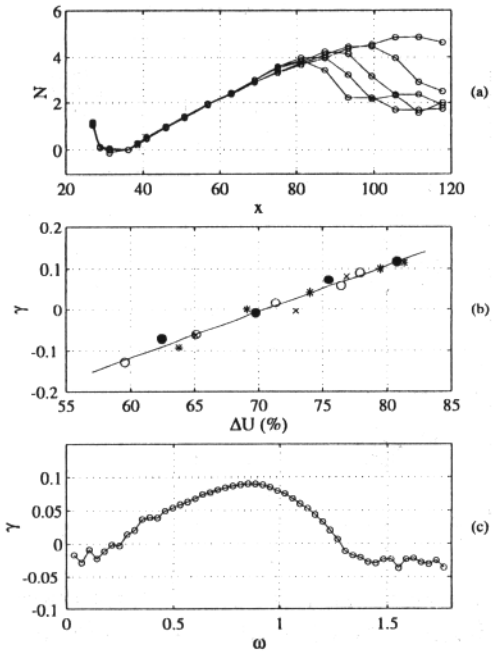


図5. (a) 異なる印可振幅に対する振幅成長 ($N=\ln(u/u_0)$), (b) ΔU_{max} と γ の関係, Re : \circ , 2000; \bullet , 2500; $*$, 2900, (c) γ の印可周波数 ω への依存性

図5 (a) に二次擾乱の印可振幅を $u_{rms}=0.12\%$ から 0.6% まで変化させた場合の x 方向への振幅成長の様子を示す。この図は印可周波数 $f_0=250\text{Hz}$, $\Delta U_{max}=78\%$ の場合の結果である。振幅の初期成長が指数関数的であること, およびその成長率が印可振幅に依存しないことがわかる。続いて成長率 γ と ΔU_{max} の関係を示した図5 (b) から, 二次擾乱の成長に対してストリーク振幅にしきい値 ($\Delta U_{max}=0.7U_{CL}$) が存在すること, ストリーク振幅と成長率の間に線形関係があることおよび成長率はレイノルズ数に依存しないことが明らかである。さらに図5 (c) は異なる角周波数 ($\omega=2\pi f_0 h/U_{CL}$) への成長率の依存性を示しており, この結果は Walleffe (1995) による安定計算の結果と良く一致する。以上より二次擾乱印可条件として $u_{rms}=0.24\%$, $\Delta U_{max}=78\%$, $f_0=250\text{Hz}$ を選択した。この条件において, 流れ場はチャンネル内で遷移に至る。二つのイヤホンを用いて反対称モードおよび対称モードの励起を試みたが, 本実験条件において対称モードの成長は捉えられず, 以下に反対称モード励起の結果のみを報告する。

(a) U_d , (b) u_{rms} および印可周波数 f_0 もしくはそのハーモニック周波数周辺でフィルターをかけた $(u_{rms})_f$ の

等高線図を図6に示す。(c) f_0 および(e) $3f_0$ の周波数成分は二つのピークを持つ分布を示し、それらは平均速度のスパン方向勾配が大きな位置、すなわち変曲点付近に位置することがわかる。それに対して(d) $2f_0$ および(f) $4f_0$ の分布はピークを一つだけ持ち、それらは低速領域の中心に位置する。以上の結果は二次不安定波が反対称モードであることを支持するものである。

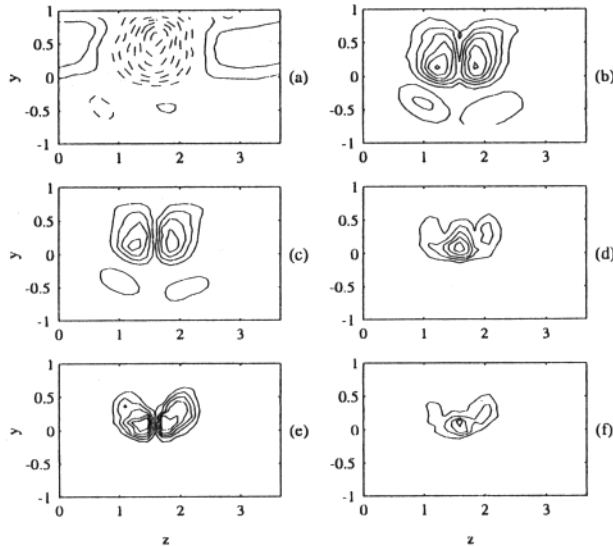


図6. y - z 平面 ($x=75$)における(a) U_4 , 等高線間隔6%, (b, c) u_{rms} , (u_{rms}) f , 1%, (d) (u_{rms}) $2f$, 0.2%, (e) (u_{rms}) $3f$, 0.02%, (f) (u_{rms}) $4f$, 0.01%

図7(a)に様々な印可周波数における位相成長の様子を示す。測定は $y=0.26$ において行われ、印可周波数 f_0 は 150Hz から 350Hz の範囲を用いた。これらの直線の傾きから個々の周波数に対する位相速度 c が求まる。

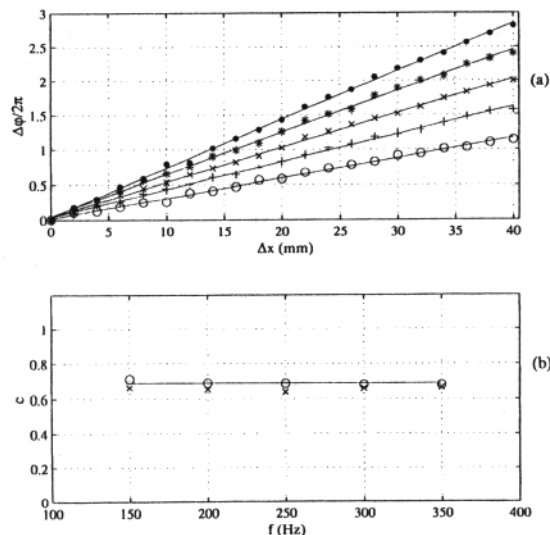


図7. (a) 異なる印可周波数に対する位相発達, f_0 : ○, 150Hz; +, 200Hz; ×, 250Hz; *, 300Hz; ●, 350Hz, (b) 位相速度 (○)と u_{rms} のピーク位置における局所速度 (×) の比較, 直線は $c=0.69$.

図7(b)は印可周波数 f_0 の変化に対して位相速度がほぼ一定の値 $0.69U_{CL}$ をとることを示し、その値は前項で得

られた値 $0.67U_{CL}$ と近い。比較のために u_{rms} のピーク位置 (図6(b)) における局所速度も示しているが、得られた位相速度と良く一致する。

最後に二次不安定波の流れ方向波数 α と、ストリーク波長 λ_z を基本としたスパン方向波数 β の関係を図8に

$$\alpha = \frac{2\pi f h}{c} \quad \beta = \frac{2\pi h}{\lambda_z}$$

示す。ここで f は各々の λ_z に対して最も成長率の大きい周波数であり、位相速度 c は一定である。図より明らかなように β の増加は α の増加につながり、ストリークの間隔が狭まることに伴って二次不安定波の波長が短くなることを示唆する。

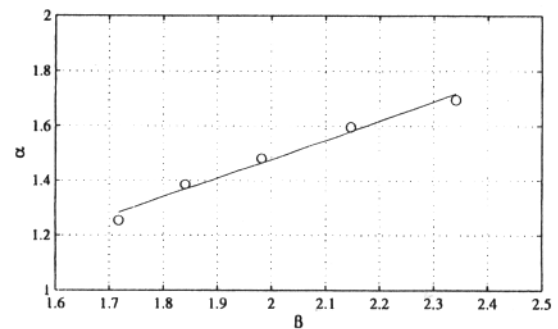


図8. 流れ方向およびスパン方向波数の間の関係, 直線は $\alpha=0.70\beta+0.087$.

4. おわりに

亜臨界レイノルズ数域のポワズイユ流れにおいてストリーク上に発生する二次不安定性を調べるため、吸い込みによってストリークを誘起した。その結果

- (1) ストリーク振幅は初期に線形成長し、飽和したのち粘性により減衰する transient growth の傾向を示した。
- (2) ストリーク振幅があるしきい値を超えるとスパン方向の高せん断領域に二次不安定波 (反対称モード) が発生する。
- (3) 二次不安定波の初期成長は指数関数的であり、成長率はストリーク振幅に関して線形的に増加する
- (4) さらに成長率はレイノルズ数に依存せず、この不安定性が変曲点型であることを強く示唆する。

参考文献

- (1) Klingmann, B. G. B.; *J. Fluid Mech.* 240 (1992) 167-195.
- (2) Gustavsson, L. H.; *J. Fluid Mech.* 224 (1991) 241-260.
- (3) Swearingen, J. D. & Blackwelder, R. F.; *J. Fluid Mech.* 182 (1987) 255-290.
- (4) Waleffe, F.; *Stud. Appl. Math.* 95 (1995) 319-343.

自然遷移中に現れる縦渦構造と Transient growth の関連性について

松原 雅春 P.H. Alfredsson

Relevancy between streaky structures in natural transition and transient growth theory

by

Masaharu Matsubara* and P. Henrik Alfredsson**

*Tohoku University,

**Royal Institute of Technology

ABSTRACT

Investigation of natural transition has been done in a flat plate boundary layer subjected to free stream turbulence using hot wire anemometry. Upstream of turbulent spots generation low frequency components of velocity fluctuations in a boundary layer are much larger than in free stream while high frequency components are damped. The wall-normal position of the maximum fluctuation corresponds with the maximum amplitude of the transient growth perturbation, and energy of disturbance linearly increases with distance from the leading edge but not exponentially. These results suggested that the primary instability in the natural transition corresponds to streaky structures predicted by the transient growth theory. This instability has notably different character from modal perturbations such as the Tollmien-Schlichting waves.

Key words: boundary layer, natural transition, free stream turbulence, transient growth

1 はじめに

主流乱れが数%程度の場合、境界層遷移は従来考えられていた Tollmien-Schlichting 波 (以下 T-S 波) から始まる遷移過程と異なり、遷移の初期段階ですでにストリーク構造が重要な役割を演じていることが、流れの可視化¹⁾により明らかになった。ストリーク構造は、スパン方向に境界層厚さの約2倍、流れ方向に極めて長いスケールを持つ。このストリークが下流でスパン方向に振動を始め、その直後、乱流に崩壊しそこから乱流斑点の成長が開始する。この場合、遷移過程で T-S 波は観察されないうえ、このようなスパン方向に波長を持つ攪乱の成長は、従来の線形理論における Squire の定理と矛盾する。

一方、従来の線形理論では流れ方向に対する解の相似性を仮定しているが、その仮定を用い

ない場合には、T-S 波とは全く別の性質や構造をもつ攪乱がより速く成長することが理論的に示されている (例えば²⁾)。このような攪乱の成長は粘性を考慮した場合に成長が急速ではあるが一時的なため Transient growth と呼ばれている。

ここでは熱線流速計による測定結果をもとに、自然遷移過程に現れる攪乱の構造や性質を明らかにし、さらに Transient growth 理論による予測との比較を行う。

2 実験方法および結果

実験は試験部断面 $0.8\text{ m} \times 1.2\text{ m}$ を持つ大型回流風洞に長さ 2 m 幅 1.2 m の前縁付き平板を挿入し、その前縁 1.5 m 上流に乱流格子を取り付け主流乱れを発生した。前縁上 ($x=0\text{ mm}$) の主流乱れ強さ $Tu=U_{rms}/U_\infty$ は 1.5% で、主流流

速 U_∞ は 12 m/s である。

流速測定には白金製の I 型熱線プローブと二軸移動装置を用い、流れ方向に 24 点、壁垂直方向に 32 点、それぞれの位置で 1000000 点の流速データを 2.5 kHz でサンプリングした。

図 1 に、乱流斑点が発生する以前の境界層内と主流中における流速波形とそのスペクトル解析の結果を示す。主流中の波形に対して、境界層内の波形 (図 a) は低周波成分が卓越しており、高周波成分が弱まっているのが分かる。またこの波形のスペクトル (図 b) をみても、主流中に比べ境界層内で 200 Hz 以下の低周波成分が増加し、それ以上の高周波成分が減少している。これは境界層内で低周波攪乱が成長していることを意味している。特に数 Hz 程度の攪乱は、エネルギーで主流攪乱の 100 倍以上におよぶ。

図 2 に流れ方向流速の乱れ強さ u_{rms} を示す。乱れ強さは各流れ方向位置での最大値 $u_{rms,max}$ で割っている。壁垂直方向 y はブラジウス境界層の排除厚さ δ で無次元化してある。攪乱の分布は境界層外縁を除いて相似であり、境界層外側では主流乱れの一定値の落ち着く。実線は Transient growth 理論³⁾による最大成長率を持つ攪乱の振幅分布で、境界層外側を除いて乱れ強さ分布とよく一致していることが分かる。

図 3 に各流れ方向位置における乱れエネルギーの最大値 $E_{max} = u_{rms,max}^2$ と、その最大値をとる壁垂直方向の位置 y_{max} の流れ方向変化を示す。横軸は前縁からの距離に基づくレイノルズ数 $Re_x = U_\infty x / \nu$ である。乱れエネルギーは (図 a) Re_x に比例して増加するが、乱流斑点が発生し始める $Re_x = 10^6$ 付近で増加率が急激に増し最大値をとった後、遷移の終了とともに乱流値に近づく。Transient growth 理論によると、ある流れ方向位置の攪乱エネルギー E と初期攪乱エネルギー E_0 の比 E/E_0 は Re_x に比例することが知られており、境界層内での攪乱のエネルギーが Re_x に比例することは、このことと合致する。また、乱れが最大値をとる位置 (図 b) は乱流

斑点発生前では $y_{max}\delta = 1.3$ の理論値とほぼ一致し、乱流斑点の発生とともに壁方向に移動し遷移が終わると乱流値となる。

攪乱の成長による平均流速分布を図 4 に示す。ここでは乱流斑点が通過した時の流速は平均から取り除いている。図 a で流速分布と実線で示したブラジウス分布の比較すると、 $y\delta < 1.7$ でブラジウス分布よりわずかに加速し $y\delta > 1.7$ で減速する。平均流速の変化がわずかなことから、攪乱自体は数%の大きさに達しているものの、線形性が仮定できる程度の大きさであると思われる。図 b にはブラジウス分布との差 U_d を示す。縦軸は差の最大値 $U_{d,max}$ で無次元化してある。ブラジウス分布との差はほぼ同じ分布をとり、 $y\delta = 1.7$ で $U_d = 0$ になっている。 U_d の分布が相対的なのは、図 2 で示したような一定の振幅分布を持つ攪乱の非線形干渉により主流が歪まされていることを示唆している。

3 終わりに

主流乱れが数%程度の自然遷移の場合、可視化にみられるストリーク構造と思われる流れ方向に非常に長い波長を持つ攪乱が成長することが、流速測定の結果からも明らかになった。この攪乱のエネルギーの成長は指数関数的でなく前縁からの距離に比例して増加することや、乱れ強さの壁方向分布から、Transient growth 理論で予測される攪乱の成長が示唆される。しかしここでは示さなかったが、攪乱のスパン方向波長など Transient growth 理論と一致しない点もあり、実験と理論の両面にわたってさらなる研究が必要だと思われる。

参考文献

- 1) 松原, Alfredsson: 航空宇宙研究所 SP-36(1997). 5-8.
- 2) Hennigson, D. S.: In *Advances in turbulence V* (Benzi R., editor, 1995), 190-204. Kluwer.
- 3) Luchini, private contact (1997).

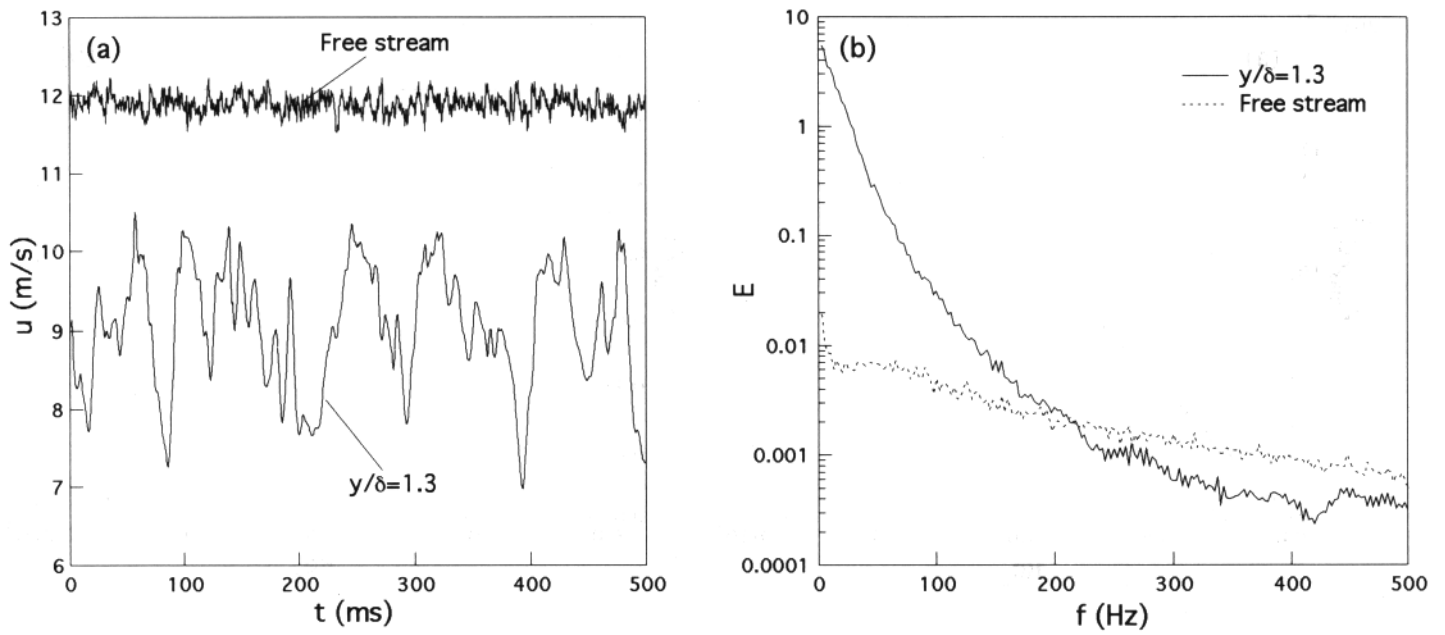


図 1 主流攪乱と境界層内攪乱との比較 ($x=700$ mm) (a) 流速波形 (b) スペクトル

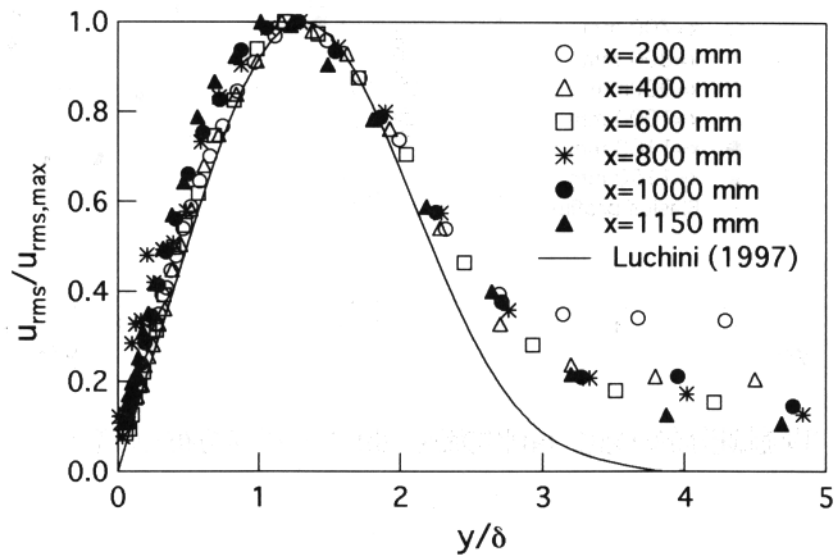


図 2 乱れ強さ分布と Transient growth 理論⁹との比較

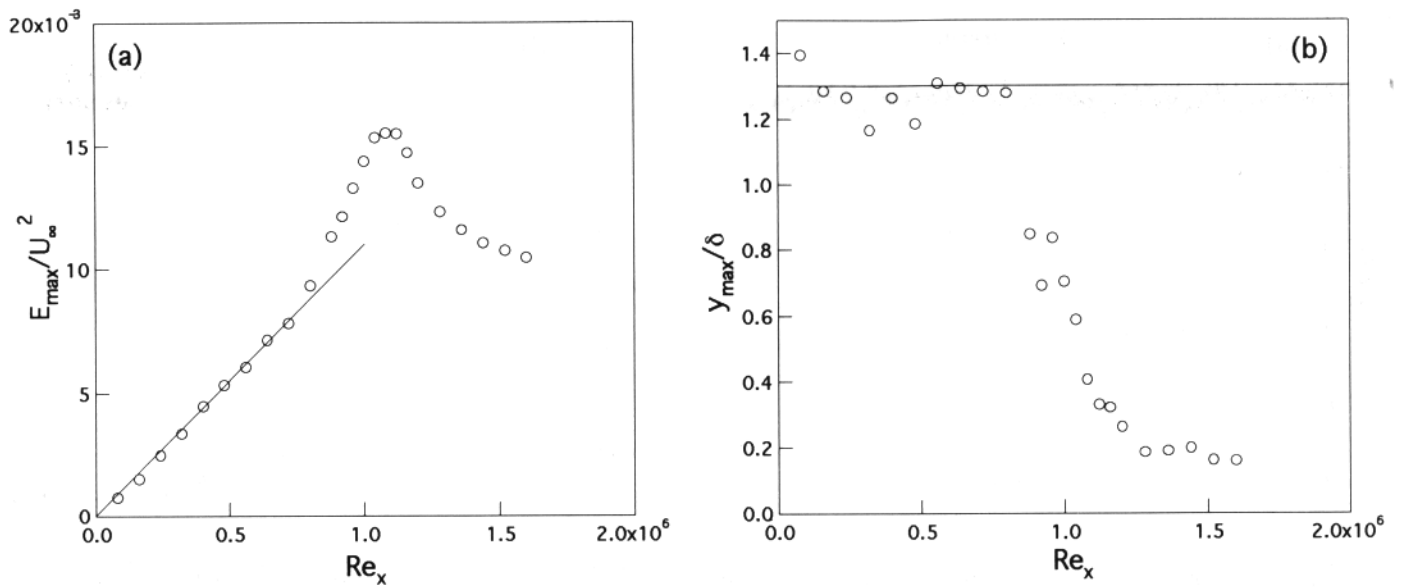


図 3 最大乱れエネルギーとその壁垂直位置の流れ方向変化 (a) 乱れ強さ、(b) 最大位置

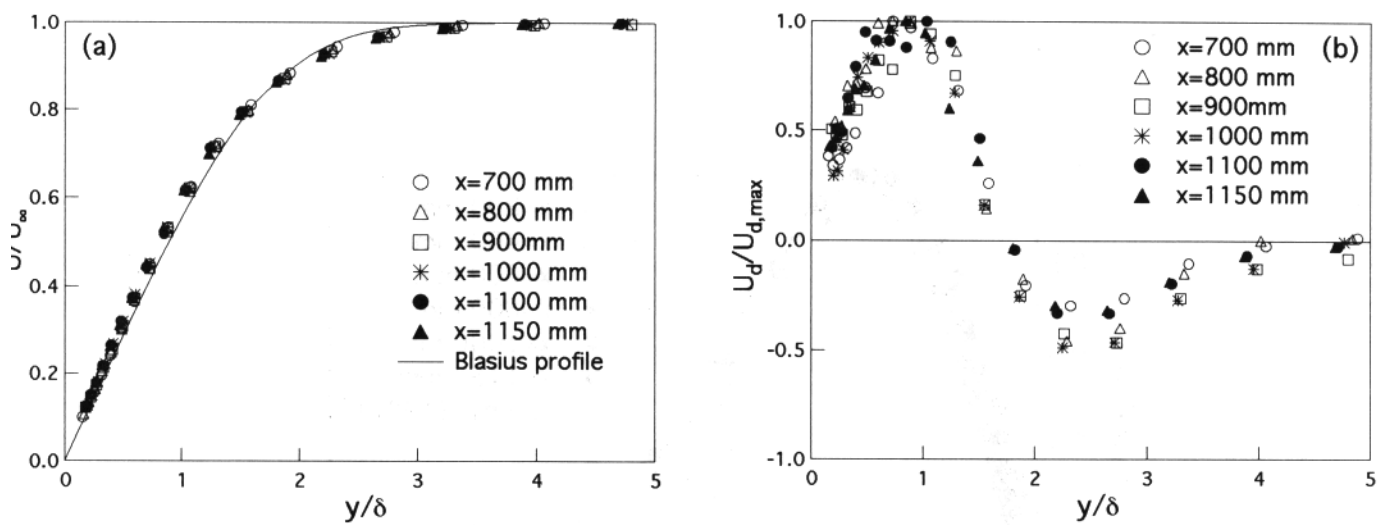


図 4 平均流速分布の変化 (a) 平均流速 (b) プラジウス分布との差

渦輪の乱流遷移過程

望月 修、木谷 勝、田中幸男*

Transition Process of a Vortex Ring by

O. Mochizuki, M. Kiya, Y. Tanaka
Graduate School of Engineering,
Hokkaido University

Abstract Velocity measurements of a vortex ring were performed by eight single hot-wire probes arranged along the circumference of a vortex ring and synchronized with visualization of the vortical structures using a thin laser-light sheet. Turbulent fluctuations appeared in a part of the vortex core at the beginning of transition. The amplitude of the azimuthal waviness grew quickly during the transition process. Intricate windings were observed in the turbulent vortex core. The complexity disappeared and the turbulent fluctuation was damped in the final stage of the turbulent vortex ring. The onset of turbulence was observed at that part of the vortex core which was curved towards the center.

Key Words: vortex ring, transition, instability, turbulent, measurement

1. はじめに

渦輪それ自体の研究は古くからなされているが、その利用に関しては多くの知見はない。我々は渦輪をはく離流れの制御に用いることを考えている。それは、渦輪を遠方からはく離領域に打ち込み、そこにエネルギーを注入するものである。渦輪を遠方から飛ばすために、渦輪の軌道、渦輪の飛行中における状態変化などを知っておく必要がある。そのため、渦輪がいつどこで乱流化するのか、また軌道がそれによってどのように影響を受けるのかということが重要である。本報告は、渦輪の遷移過程における変形と速度変化を示したものである。

2. 実験装置および方法

渦輪は直径 50mm の円形オリフィス (図 1) から噴出される。噴出速度は 1.02m/s である。煙を含んだ渦輪をレーザーシートで可視化して、渦輪の変形を捕らえ、それと同時に、周方向に等間隔で配置させた 8 本の I 型熱線プローブで速度変化を計測する。

3. 実験結果および結論

図 2 に、渦輪の各下流位置において、円形オリフィスから噴出された渦輪の断面の可視化結果を示す。 $x/D=4$ では円形であるが、 $x/D=7$ では周方向に波状に変形している様子が分かる。 $x/D=9$ では周方向の変形が複雑となり、 $x/D=15$ では再び円形の渦輪に推移している。ただし、 $x/D=15$ における渦輪内の煙の模様には細かな乱れがあるように見える。

これらの写真に写っている熱線プローブで測定した速度の変化波形を図 3 に示す。図の a から d の順番は図 2 のものと同じである。熱線の位置はおおよそ渦核の中心である。したがって、層流状態である図 a には、渦核における特徴的な鋭い切れ込みのある波形が見られる。遷移状態では、渦核の周辺で乱れが発生していることがわかる。また、乱流状態では渦核内が乱流であること、図 3 d の状態では乱れが減衰していることがわかる。

なお、渦輪が波状にに変形しているとき、渦核が渦輪中心軸方向にゆがんでいる部分から乱流に遷移することがわかった。

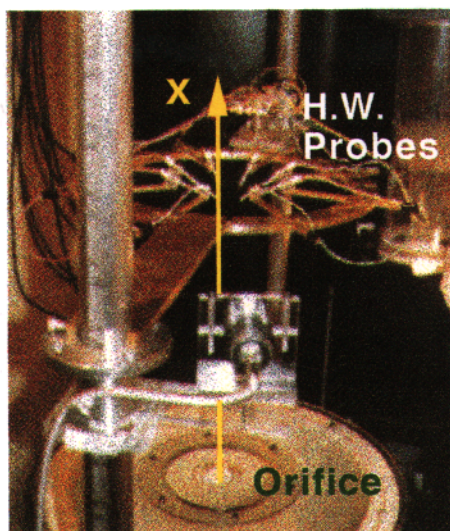
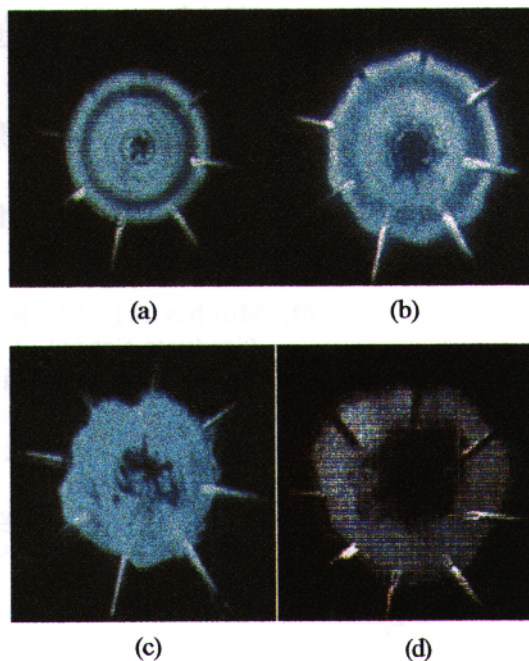
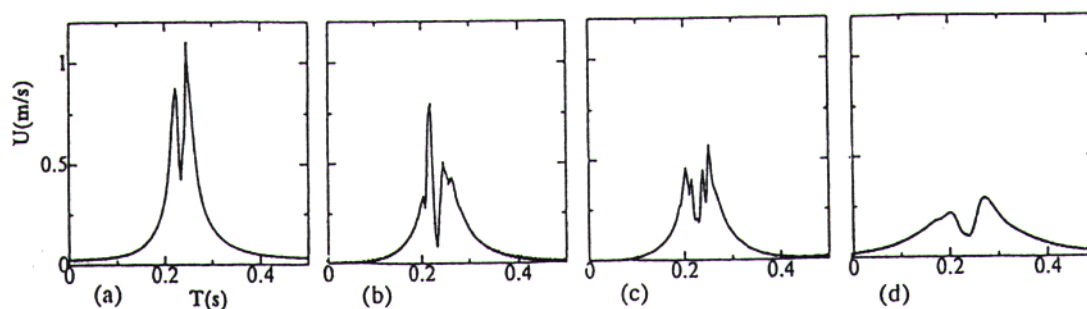
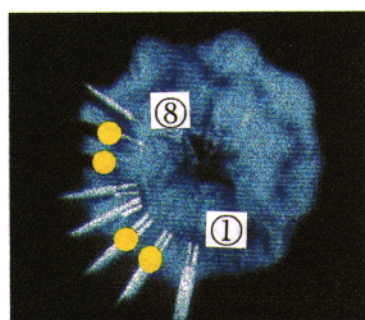


Fig.1 Experimental setup

Fig.2 Cross sectional view of vortex ring in different x/D . $x/D = (a) 4, (b) 7 (c) 9, (d) 15$.Fig. 3 Velocity signature of vortex core in different x/D . $x/D = (a) 4, (b) 7 (c) 9, (d) 15$.

$x/D=4, r/R_0=0.8$

(写真撮影時刻)

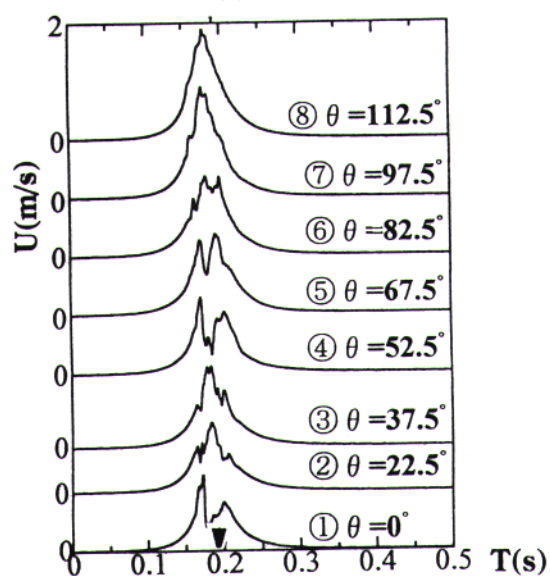


Fig. 4 Velocity signature of vortex core in different circumferential positions.

A solitary-wave representation of turbulence in the physical-plus-eddy space

S. Tsugé

Tsukuba Advanced Research Alliance,
University of Tsukuba, Tsukuba, 305 Japan

Abstract

A unique form of turbulent-transport equations is derived based on first principles. The role of nonequilibrium statistical mechanics employed to describe the phenomenology is that it enables to single out the unique form consistent with master equation of Liouville, a prerequisite not met with existing equations for turbulence modeling. The equation is variable-separated to yield a Navier-Stokes equation in 6D(physical-plus-eddy) space with homogeneous boundary conditions. Turbulent transports such as Reynolds' stress are calculated using a solution of this equation; a solitary-wave function. Satisfactory agreement is observed with existing experiment for mixing shear layer of incompressible flows although no empirical constants to fit with data are involved.

1 Introduction

First principle bases of phenomenologies of fluid dynamics and thermodynamics are due, respectively, to Chapman-Enskog[1],[2] and Prigogine[3], who showed the validity of Navier-Stokes equation and the equality expression of the second law of thermodynamics on common basis of the Boltzmann equation expanded to the first order deviation from equilibrium.

It was, however, an open question whether these equations still hold for turbulent flows where the dependent variables are stochastic and fractal, therefore not differentiable[4]. This problem was solved[5] using the microscopic density[6], namely, unaveraged Boltzmann function, leading to re-derivation of the Navier-Stokes equation written in terms of instantaneous quantities without assuming any statistical concepts like local equilibrium, or first order deviation from it. Thus the equations currently employed for the direct numerical simulation(DNS) has acquired the first principle basis.

Then a question will arise as to whether the alternative methodology of computational fluid dynamics, namely, Reynolds-average formalism can be founded on first principles as well.

In contrast with DNS founded on the microscopic density(the Klimontovich formalism) its Reynolds-average counterpart should be based on its averaged version, namely, the Boltzmann function. Structure of this *Boltzmann formalism*, so to say, is shown to be identical with what is called the BBGKY hierarchy theory of nonequilibrium statistical mechanics[7].

Each of the two formalisms has advantages as well as disadvantages from computational viewpoints. The most serious disadvantage of the K-formalism lies in the fact that it deals with fractal quantities which are selfsimilarly rugged to a length scale as small as the Kolmogorov scale[8]. It means that if the 3-D Navier-Stokes equation is to be solved by a finite difference method, the grid size be smaller than this length, namely of $O(R^{-3/4})$ (R ; Reynolds number). It requires the computer memory size growing with $R^{9/4}$ (the small eddy difficulty). For this reason, the consensus upper limit of applicability of the current DNS falls short of $R \sim 10^4$. To be able to apply the DNS for practical design of transport vehicles($R \sim 10^7$) we would have to have a computer with memory size greater by the factor of $(10^7/10^4)^{9/4} \sim 10^7$ compared to the currently available ones. This situation is not changed even when one employs spectral methods to avoid the conceptual difficulty of having to work with differential equations. For, then, the number of the Fourier modes to be taken into account increases at the same rate.

The B-formalism, in contrast, is free from such difficulty owing to the statistical average taken in the process of generating distribution functions at the expense of dealing with multitude of such functions, infinite in number. The statistical average as meant here is either an ensemble average over repeated experiments, or an average over time that is long enough for the fractal ruggedness to be smoothed out, yet is short enough for

fluid-dynamic unsteadiness, such as shedding period of Kármán vortices or aerodynamic flutter to be discernible. The ergodic theorem warrants their identity.

The objective of this paper is to demonstrate that the Reynolds average regime of the computational fluid dynamics can be founded on a firm first principle ground through the following processes :

- i) Demonstration of how a closed set of kinetic equations is obtained out of an infinite chain of them of the B-formalism.
- ii) Taking fluid moments of the kinetic equation for two-point fluctuation-correlations that is unique from the viewpoint of first principles.
- iii) Rederivation of the whole set of equations thus obtained from phenomenological equations being used for DNS, namely, eliminating the process via statistical mechanics.

2 The Boltzmann and Klimontovich formalisms : A review

Any statistical theory rests on the axiom that a field quantity $\underline{f}(z)$ describing stochastic and possibly fractal physical phenomenon is equivalent to a set of quantities that are smooth, deterministic, and infinite in number,

$$\underline{f} \equiv \begin{cases} f (= \bar{f}) \\ \overline{f' \hat{f}} & (f' \equiv \underline{f} - f) \\ \overline{f' \hat{f}' \hat{f}'} \\ \dots \\ \dots \end{cases} \quad (1)$$

where overbar stands for the statistical average as defined in the preceding section, and $\hat{f} = \underline{f}(\hat{z})$ is the same quantity at a different point \hat{z} .

The Klimontovich formalism as defined here is a formalism where \underline{f} is identified with the microscopic density [6]

$$\underline{f}(z) = \sum_{1 \leq n \leq N} \delta(z - z^{(n)}(t)) \quad (2)$$

In this expression $z \equiv (\mathbf{x}, \mathbf{v})$ is a point in the phase(μ -) space, $z^{(n)}(t)$ is the locus of n -th molecule in this space, N is the total number of molecules under consideration, and δ denotes the six-dimensional delta function.

It has been shown [9] that the equation governing \underline{f} is the *unaveraged* Boltzmann equation;

$$B[\underline{f}] \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \underline{f} - J(z|\hat{z})[\underline{f} \hat{f}] = 0 \quad (3)$$

with J denoting the classical collision integral acting on molecule \hat{z} . The key issue here is that Eq.(3) is a *deterministic* equation of continuity in the μ -space, free from any statistical concepts[9].

The Boltzmann formalism, on the other hand, deals with quantities to have appeared on the r.h.s. of (1), subject to statistical average, namely, the Boltzmann function

$$f(z) \equiv \bar{\underline{f}} \quad (4)$$

and the correlation functions of consecutive hierarchies

$$\left. \begin{aligned} \psi(z, \hat{z}) &\equiv \overline{f' \hat{f}} = \underline{f} \hat{f} - f \hat{f} \\ \psi(z, \hat{z}, \tilde{z}) &\equiv \overline{f' \hat{f}' \tilde{f}'} \\ &= \underline{f} \hat{f} \tilde{f} - f \psi(\hat{z}, \tilde{z}) \\ &\quad - \hat{f} \psi(\tilde{z}, z) - \tilde{f} \psi(z, \hat{z}) \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Klimontovich variables [5] such as instantaneous gas density ρ and center-of-mass velocity \underline{u} of the N -particle system are given by

$$\rho = m \int_{-\infty}^{\infty} \underline{f} d\mathbf{v} = m \sum_{1 \leq n \leq N} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(n)}(t)) \quad (6)$$

(m : mass of a molecule)

$$\begin{aligned} \rho \underline{u} &= m \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v} \underline{f} d\mathbf{v} \\ &= m \sum_{1 \leq n \leq N} \mathbf{v}^{(n)}(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(n)}(t)) \end{aligned} \quad (7)$$

The Reynolds-averaged version of those fluid variables are generated by taking average of expressions (6) and (7)

$$\rho = m \int_{-\infty}^{\infty} f d\mathbf{v} \quad (8)$$

$$\bar{\rho \underline{u}} = \rho \mathbf{u} + \bar{\rho' \underline{u}'} = m \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v} f d\mathbf{v} \quad (9)$$

Two-point correlation $\psi(z, \hat{z})$ consists of two parts; short-range part due to direct molecular collisions that is irrelevant to turbulence and long-range part attributable to turbulence correlations. The latter part is expanded in a double series of

Hermite polynomials[10] where all the turbulent transport terms including Reynolds' stress appear as expansion coefficients.

A set of equations governing those quantities standing on the l.h.s. of (5) is generated from Eq.(3) by taking moments and averaging. This procedure is not unique; in general there are infinite ways of constructing such moment equations. This arbitrariness is eliminated by invoking a postulate that *the whole system be consistent with Liouville's equation*(the equation of continuity of N -particle probability density in $6N$ -dimensional space; the *master* equation that is universally valid), or its corollary that *the whole set of equations be identical with those of the BBGKY theory at each level of hierarchies*. The only difference is that the BBGKY generates distribution functions in the direction of descending number of molecules through a series of integrations starting from $N \sim O(10^{20})$, whereas here are defined the same functions in ascending number of molecules. The kinematical information missing in the latter approach is identical in analogy with the fact that we cannot predict the functional form of $g(x, y)$ out of $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) dy$. This is why we need the postulate.

The averaging process consistent with the postulate has led to following set of equations [9]

• 1 - particle level

$$\overline{B[f]} = 0 :$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) f - J(z|\hat{z})[f\hat{f} + \psi(z, \hat{z})] = 0 \quad (10)$$

• 2 - particle level

$$\left. \begin{aligned} \hat{f}' B[f] + f' \hat{B}[\hat{f}] &= 0, \quad (\hat{B}[\] \equiv \{B[\]\}_{z \rightarrow \hat{z}}) : \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \hat{\mathbf{v}} \cdot \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{x}}} \right) \psi(z, \hat{z}) - J(z|\hat{z}) \\ [f\psi(\hat{z}, \tilde{z}) + \hat{f}\psi(z, \tilde{z}) + \psi(z, \hat{z}, \tilde{z})] - J(\hat{z}|\tilde{z}) \\ [\hat{f}\psi(z, \tilde{z}) + \tilde{f}\psi(z, \hat{z}) + \psi(z, \hat{z}, \tilde{z})] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

• 3 - particle level

$$\hat{f}' \tilde{f}' B[f] + f' \hat{f}' \tilde{B}[\tilde{f}] + \tilde{f}' f' \hat{B}[\hat{f}] = 0 \quad (12)$$

This system constitutes a chain of equations for the set of infinite number of variables $[f(z), \psi(z, \hat{z}), \psi(z, \hat{z}, \tilde{z}), \dots]$.

The issue that is most crucial to the quality of the proposed approach is the closure condition. It is how to truncate the infinite chain of equations to make the system tractable without violating physical soundness.

Early stage of development along this line has employed the following condition of *tertiary chaos* [10], [11]

$$\psi(z, \hat{z}, \tilde{z}) = 0 \quad (13)$$

a condition next to the simplest one known as Boltzmann's (binary) molecular chaos hypothesis; $\psi(z, \hat{z}) = 0$.

Eq.(11) under this closure condition is investigated in some depth: It is shown that assumption (13) allows Eq.(11) for separating variables into those for respective particles, thereby its fluid moment equation leads to linearized Navier-Stokes equation (the Orr-Sommerfeld equation, in particular.). It is also seen that this closure gives satisfactory description only for weak turbulence where the nonlinearity in turbulent intensity does not play major roles. Later, it has been superseded by alternative one that has wider range of applicability, yet preserving the variable-separability beyond linear regime [12]: Namely, put

$$\begin{aligned} \psi(z, \hat{z}) &= \text{R.P.} \tau \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z, \omega) \phi^*(\hat{z}, \omega) d\omega \\ &= \text{R.P.} \tau \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z, \omega) \phi(\hat{z}, \tilde{\omega}) \\ &\quad \delta(\omega + \tilde{\omega}) d\omega d\tilde{\omega} \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi(z, \hat{z}, \tilde{z}) &= \text{R.P.} \tau^2 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_3(z, \omega) \phi_3(\hat{z}, \tilde{\omega}) \\ &\quad \phi_3(\tilde{z}, \tilde{\omega}) \delta(\omega + \tilde{\omega} + \tilde{\omega}) \\ &\quad d\omega d\tilde{\omega} d\tilde{\omega} \quad (15) \end{aligned}$$

where ω is the variable-separation parameter having the dimension of the frequency, τ is a characteristic time, symbols(*) and R.P. denote the complex conjugate and the real part, respectively. Separated variable ϕ is complex, subject to

$$\phi^*(z, \omega) = \phi(z, -\omega) \quad (16)$$

as will be justified a posteriori. (See Eq.(18) below.) The closure condition is introduced in the following form

$$\phi_3 = \phi \quad (17)$$

It makes Eq.(11) separated into two equations each for respective points z and \hat{z} , in the form of complex conjugate to each other provided that condition (16) is met :

$$\begin{aligned} (-i\omega + \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}) \phi - J(z|\hat{z})[\phi\hat{f} + f\hat{\phi}] \\ + \tau \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\omega - \tilde{\omega}) \hat{\phi}(\tilde{\omega}) d\tilde{\omega} = 0 \quad (18) \end{aligned}$$

If the nonlinear term of convolutional integral is deleted, the equation degenerates to the previous case with tertiary chaos closure.

Fluid moments of (18) together with (14) provide equations for turbulent transports such as Reynolds' stress and turbulent heat flux density to obey. For actual derivation of these equations see [13].

3 Fluctuation equations in physical-plus-eddy space

The approach described in the previous section has shed some lights in turbulence research. In fact, for the cases tested agreement with experiments is satisfactory although the theory is free from any adjustable parameters[14, 15] as contrast with existing models such as eddy-viscosity model. The success, however, has been limited to cases where the flow geometry is governed by single variable. (Note that the velocity fluctuations are multi-dimensional.)

We will show that a small renovation of the theory sketched in the preceeding section can make turbulence with general three-dimensional geometry tractable. It is to replace the frequency ω , a scalar quantity having appeared in Eqs.(18) and (16), by the wave number \mathbf{k} that is a vector connected to the frequency through phase velocity \mathbf{c} by the dispersion formula

$$\omega = \mathbf{c} \cdot \mathbf{k} \quad (19)$$

Then, new separation rule to replace (14) is

$$\psi(z, \hat{z}) = \text{R.P.} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(z, \mathbf{k}) \phi^*(\hat{z}, \mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (20)$$

where l is the characteristic length of the macroscopic phenomenon under consideration. Accordingly the governing equation for ϕ to replace (18) is written as

$$\left. \begin{aligned} i\omega\phi &= \Omega(\phi) \\ \text{with} \\ \Omega(\phi) &\equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \right) \phi - J(z|\hat{z}) \\ &\quad \left[f\hat{\phi} + \phi\hat{f} + \text{R.P.} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\mathbf{k} - \tilde{\mathbf{k}}) \hat{\phi}(\tilde{\mathbf{k}}) d\tilde{\mathbf{k}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

For practical purposes it is more convenient to separate out the spacially periodic factor from ϕ by putting

$$\phi(z, \mathbf{k}) = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \Phi(z, \mathbf{k}) \quad (22)$$

and work with its amplitude Φ . Owing to the fortuitous situation that the only nonlinear term in Eq.(21) has the form of convolutional integral, the factor $e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}$ is seen to drop off upon substituting expression (22) into Eq.(21). Since $(\partial/\partial x_j)\phi = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}(\partial/\partial x_j + ik_j)\Phi$ the equation for Φ should preserve the form of Eq.(21) with the only substitution

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x_j} + ik_j \quad (23)$$

Another favorable property of the nonlinear integral is that it reduces to a simple product through Fourier transform

$$\Phi(z, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi l)^3} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{s}} F(z, \mathbf{s}) d\mathbf{s} \quad (24)$$

such that

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\mathbf{k} - \tilde{\mathbf{k}}) \hat{\Phi}(\tilde{\mathbf{k}}) d\tilde{\mathbf{k}} \rightarrow F\hat{F} \quad (25)$$

Then Eq. (21), with (22) through (25) taken into account, reads

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - c_j \frac{\partial}{\partial s_j} + v_j \partial_j \right) F - J(z|\hat{z}) [f\hat{F} + \hat{f}F + F\hat{F}] = 0 \quad (26)$$

where ∂_j is six-dimensional operator defined by

$$\partial_j \equiv \frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial s_j} \quad (27)$$

The Fourier variable \mathbf{s} introduced through the transform (24) has the dimension of length characterizing the size of eddies. Therefore \mathbf{s} might well be called the eddy variable.

Substituting (22) and (24) into (20) we have a remarkably simple formula for ψ when written in terms of F ,

$$\psi(z, \hat{z}) = \frac{1}{(2\pi l)^3} \int_{-\infty}^{\infty} F(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{v}) F(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{s} + \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}) d\mathbf{s} \quad (28)$$

Note that here all the quantities of the integrand are real in contrast with those of (20).

Derivation of fluid equations from Eq.(26) is almost parallel to its low dimensional predecessor[13], so will not be repeated here. Minimum necessary steps to reach the final form of fluid equations will be given in order: First we employ the same fluid-moment expansion for $F(\mathbf{x}, \mathbf{s}, \mathbf{v}, t)$ in terms of Hermite's polynomial \mathcal{H} in the \mathbf{v} -space after Grad [16];

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{e^{-\xi^2/2}}{(2\pi a^2)^{3/2} m} \left[q_0 + \frac{q_j}{a} \mathcal{H}_j \right. \\ &\quad \left. + \frac{q_{jk}}{2a^2} \mathcal{H}_{jk} + \frac{q_{jkk}}{10a^3} \mathcal{H}_{jrr} \right] \\ \text{with} \\ \mathcal{H} &= \mathcal{H}(\xi) \\ \xi &= \mathbf{w}/a = (\mathbf{v} - \mathbf{u}^\dagger)/a \\ u_j^\dagger &\equiv m_j/\rho \\ m_j &\equiv \rho u_j + \rho' u_j' \\ a^2 &\equiv R_M T \\ (R_M &\equiv \text{Avogadro no./molecular no.}) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Note that this expansion differs from the classical 13-moment expansion in that $q_j \neq 0, q_{jj} \neq 0$. Second, we replace Eq.(26) by its moment equivalents

$$m \int_{-\infty}^{\infty} M_{\alpha} [\text{Eq.(26)}] d\mathbf{v} = 0 \quad (30)$$

where F is substituted by (29) and M_{α} stands for one of the 13 moment functions; $1, \mathcal{H}_j, \mathcal{H}_{jj}, \mathcal{H}_{jk}, \mathcal{H}_{kk}$. These choices of moments correspond to equations of fluctuations of continuity, momentum, energy, stress tensor q_{jk} and heat flux density vector q_{jkk} , respectively. The actual form of the equations are :

$$\left. \begin{aligned} Dq_0 + \partial_r q_r &= 0 \\ Dq_j + \partial_r q_{jr} + \partial_j q_{40} + \frac{\partial u_j^{\dagger}}{\partial x_r} q_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} q_0 &= 0 \\ \frac{3}{2} Dq_{40} + \partial_r q_{rjj} + \frac{5}{2} \partial_r (a^2 q_r) \\ + \frac{\partial u_r^{\dagger}}{\partial x_r} q_{40} + \frac{\partial u_j^{\dagger}}{\partial x_r} q_{jr} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_r} q_r &= 0 \\ q_{40} &= q_4 + a^2 q_0 \\ q_{jr} &= \\ -\mu \left[\partial_r \left(\frac{q_j}{\rho} \right) + \partial_j \left(\frac{q_r}{\rho} \right) - \frac{2}{3} \delta_{jr} \partial_k \left(\frac{q_k}{\rho} \right) \right] \\ + \frac{1}{\rho} \left[q_j q_r - \frac{1}{3} \delta_{jr} q_k^2 \right] \\ - \frac{1}{\rho R_M} \frac{d\mu}{dT} \left[\frac{\partial u_j^{\dagger}}{\partial x_r} + \frac{\partial u_r^{\dagger}}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{jr} \frac{\partial u_k^{\dagger}}{\partial x_k} \right] q_4 \\ q_{rjj} &= -\frac{\lambda}{R_M} \partial_r \left(\frac{q_4}{\rho} \right) \\ - \frac{1}{\rho R_M} \frac{d\lambda}{dT} \frac{\partial T}{\partial x_r} q_4 + \frac{5}{2} \frac{q_r q_4}{\rho} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

where we have defined the following symbols :

$$Dq \equiv \frac{\partial q}{\partial t} - c_r \frac{\partial q}{\partial s_r} + \partial_r (u_r^{\dagger} q) \quad (31)$$

In the above, ρ, p, T, μ and λ denote density, pressure, temperature, viscosity and thermal conductivity coefficients, respectively.

It is readily seen that Eqs.(31) are exactly the same as those derived in ref.[13][Eqs.(21') through (24')] if the following replacements are effected,

$$i\omega \longrightarrow c_j \frac{\partial}{\partial s_j} \quad (32)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \longrightarrow \frac{\partial}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial s_j} \quad (33)$$

The set of Eqs.(31) describes evolution of five quantities (q_0, q_j, q_4) subject to homogeneous boundary conditions that all q 's vanish with $|s| \rightarrow$

∞ , on the solid surface, and wherever turbulent intensity is zero in the physical space. Therefore, the expected solution for those quantities must have the form of a solitary wave (not to be confused with a soliton).

Eqs.(31) are equations governing compressible turbulence. For incompressible flows ($q_0 = 0$) the energy fluctuation equation is decoupled, and a closed set of equations that results is

$$\partial_j q_j = 0 \quad (34)$$

$$(D - \nu \partial_r^2) q_j + \partial_j q_{40} + \frac{\partial u_j}{\partial x_r} q_r + \frac{q_r}{\rho} \partial_r q_j = 0 \quad (35)$$

where ν is the kinematic viscosity, ∂_j and D have been defined by (27) and (31), respectively. It is readily seen that these equations represent the equation of continuity and the Navier-Stokes equation generalized to 6D space (\mathbf{x}, s). In fact, if we suppress the eddy variables ($\partial/\partial s_j = 0$) this set degenerates to the usual Navier-Stokes equation for velocity $u_j + \rho^{-1} q_j$ and pressure $p + q_{40}$. If further, nonlinear terms are neglected in Eq.(35) and parallel flow ($u_j = \delta_{j1} u(x_2)$) is assumed, they reduce to the Orr-Sommerfeld equation to govern $\rho^{-1} q_2$ as it should.

4 Correspondence rule; relationships between solitary-wave functions and observables

It should be remarked that variables q 's do not correspond to any turbulent fluctuations that are tangible to macroscopic sensors. They are shown to be related to fluctuation correlations of turbulent quantities through the following deduction: From (8), (6) and (1) we have expression for instantaneous density fluctuation that is an observable;

$$\rho' = m \int_{-\infty}^{\infty} f' d\mathbf{v} \quad (36)$$

Similarly, by subtracting (9) from (7), we have

$$\rho u'_j + \rho' u_j + (\rho' u'_j - \overline{\rho' u'_j}) = m \int_{-\infty}^{\infty} v_j f' d\mathbf{v}$$

This expression, upon substituting (36) for ρ' , reduces to

$$\rho u'_j = m \int_{-\infty}^{\infty} w_j f' d\mathbf{v} + O(f'^3) \quad (37)$$

with

$$O(f'^3) \equiv \rho^{-1} \rho' \overline{\rho' u'_j} - (\rho' u'_j - \overline{\rho' u'_j})$$

from which we have, utilizing definition (5) for ψ and neglecting terms of $O(f'^4)$

$$\rho \hat{\rho} \overline{u'_j \hat{u}'_l} = m^2 \int_{-\infty}^{\infty} w_j \hat{w}_l \psi(z, \hat{z}) d\mathbf{v} d\hat{\mathbf{v}} \quad (38)$$

Furthermore, by substituting (28) for ψ and then (29) for F , and carrying out integration over $(\mathbf{v}, \hat{\mathbf{v}})$ with orthonormal property of the Hermite polynomials incorporated, the following relationship results;

$$\rho \hat{\rho} \overline{u'_j \hat{u}'_l} = \frac{1}{(2\pi l)^3} \int_{-\infty}^{\infty} q_j(\mathbf{x}, \mathbf{s}) q_l(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{s} + \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) d\mathbf{s} \quad (39)$$

Turbulent intensity or Reynolds' stress is then given by putting $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}$;

$$\overline{u'_j u'_l} = \frac{1}{\rho^2 (2\pi l)^3} \int_{-\infty}^{\infty} q_j(\mathbf{x}, \mathbf{s}) q_l(\mathbf{x}, \mathbf{s}) d\mathbf{s} \quad (40)$$

a relationship expressing the observable turbulence intensities by an integral operation of the wave function. It is through this relationship that the Reynolds averaged Navier-Stokes equation is coupled with Eqs.(31) that govern q 's standing on the r.h.s. of (40).

In a similar fashion the wave function representing temperature fluctuation T' can be derived as follows: Since the ideal gas law $\underline{p} = R_M \rho \underline{T}$ holds for instantaneous variables [5], we have

$$\begin{aligned} R_M \rho T' &= p' - R_M T \rho' \\ &= \frac{m}{3} \int_{-\infty}^{\infty} w_j^2 f' d\mathbf{v} - a^2 m \int_{-\infty}^{\infty} f' d\mathbf{v} \\ &= \frac{ma^2}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{H}_{jj} f' d\mathbf{v}, \end{aligned}$$

Accordingly, from (28)

$$\begin{aligned} R_M^2 \rho \hat{\rho} \overline{T' \hat{T}'} &= \left(\frac{m}{3}\right)^2 a^2 \hat{a}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{H}_{jj} \hat{\mathcal{H}}_{ll} \psi d\mathbf{v} d\hat{\mathbf{v}} \\ &= \frac{1}{(2\pi l)^3 3^2} \int_{-\infty}^{\infty} q_{jj}(\mathbf{x}, \mathbf{s}) \\ &\quad q_{ll}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{s} + \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) d\mathbf{s} \end{aligned}$$

where we have employed Hermite expansion (29). Thus we see that $q_4 = (1/3)q_{jj}$ is the wave function to be responsible for the temperature fluctuation $R_M \rho T'$.

Summarizing, the following *correspondence rule* holds between *untangible* wave function q_α and corresponding *observable* fluctuation A'_α ;

$$q_\alpha = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_j \\ q_4 = \frac{1}{3}q_{jj} \\ q_{40} \end{pmatrix}, \quad A'_\alpha = \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho u'_j \\ \rho R_M T' \\ p' \end{pmatrix} \quad (41)$$

where the fourth quantity q_{40} in the column of q_α is linearly dependent on q_0 and q_4 . (See Eq.(31).) They are related to each other through the following fluctuation correlation formula ;

$$\overline{A'_\alpha \hat{A}'_\beta} = \frac{1}{(2\pi l)^3} \int_{-\infty}^{\infty} q_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{s}) q_\beta(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{s} + \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) d\mathbf{s} \quad (42)$$

In particular, for example, turbulent heat flux density is given as follows, using (41) and (42) with $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}$;

$$c_p \rho^2 \overline{T' u'_j} = \frac{5}{2} \int_{-\infty}^{\infty} q_4 q_j d\mathbf{s} \quad (43)$$

where c_p is the specific heat under constant pressure.

5 Reformulation within phenomenologies

Once the correspondence rule (41) has been established we are able to reconstruct Eq.(31) using phenomenologies alone. This is what is anticipated because the present (Boltzmann) formalism is the averaged version of the Klimontovich formalism describing A'_α directly, where the identity of phenomenologies and first-principle approach is warranted [5].

To effect this we shall base on the assertion that turbulent compressible flow of inert gas is governed by the following set of equations:

$$\Lambda_0 \equiv \frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \frac{\partial \underline{m}_r}{\partial x_r} = 0 \quad (44)$$

$$\Lambda_j \equiv \frac{\partial \underline{m}_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_r} \left[\frac{\underline{m}_j \underline{m}_r}{\rho} + \underline{p} \delta_{jr} + (\underline{p}_{jr})_{NS} \right] = 0 \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \Lambda_4 \equiv & \frac{\partial}{\partial t} \left(\underline{E} + \frac{\underline{m}_j^2}{2\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_r} \left[\frac{\underline{m}_r}{\rho} \left(\underline{H} + \frac{\underline{m}_j^2}{2\rho} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\underline{m}_j}{\rho} (\underline{p}_{jr})_{NS} + (\underline{Q}_r)_F \right] = 0 \end{aligned} \quad (46)$$

where

$$\underline{m}_j \equiv \rho u_j \quad (47)$$

$$\left. \begin{aligned} \underline{E} &\equiv \rho e = p/(\gamma - 1) \\ (\gamma; \text{specific heats ratio}) \\ \underline{H} &\equiv \rho h = p[\gamma/(\gamma - 1)] \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

$$\left. \begin{aligned} (p_{jr})_{NS} &\equiv \\ -\mu \left[\frac{\partial}{\partial x_r} \left(\frac{m_j}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{m_r}{\rho} \right) \right] \\ -\frac{2}{3} \delta_{jr} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{m_k}{\rho} \right) \\ (Q_r)_F &= -\frac{\lambda}{R_M} \frac{\partial}{\partial x_r} \left(\frac{p}{\rho} \right) \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

denote, respectively, the mass flux density, the internal energy and the enthalpy per unit of volume (the lower case letter refers to *specific* quantities), the Navier-Stokes law for stress tensor and the Fourier's law for the heat flux density.

It has been shown that plain (Reynolds) average of this set of equations

$$\bar{\Lambda}_\alpha = 0 \quad (\alpha = 0, j, 4) \quad (50)$$

is in exact coincidence with the first principle deduction for monatomic gases ($\gamma = \frac{5}{3}$) [17]. Written explicitly, they are

$$\bar{\Lambda}_0 \equiv \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial m_r}{\partial x_r} = 0 \quad (51)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_j &\equiv \frac{\partial m_j}{\partial t} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_r} \left(\frac{m_j m_r}{\rho} + p \delta_{jr} + p_{jr} \right) \\ &= 0 \\ p_{jr} &= (p_{jr})_{NS} + \rho \overline{u'_j u'_r} \\ (p_{jr})_{NS} &= (\bar{p}_{jr})_{NS} \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Lambda}_4 &\equiv \frac{\partial}{\partial t} \left(E + \frac{m_j^2}{2\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x_r} \left(\frac{m_r}{\rho} H \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\rho} m_r m_j^2 + \frac{m_j}{\rho} p_{jr} + Q_r \right) = 0 \\ Q_r &= (Q_r)_F + \rho c_p \overline{T' u'_r} \\ (Q_r)_F &= (\bar{Q}_r)_F \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

A few remarks are in order :

- i) These equations are exact to $O(A'^2)$.
- ii) They are written in terms of quantities that are *proportional to the density*, for example, mean mass-flux density

$$m_j \equiv \bar{m}_j = \rho u_j + \overline{\rho' u'_j}$$

to replace mean fluid velocity u_j , also mean internal energy E per unit of volume

$$E \equiv \bar{p} \bar{e} = \frac{1}{\gamma - 1} (p + R_M \rho' T')$$

to replace the specific internal energy e .

- iii) Item ii) is the key that enables to express Reynolds-averaged equations (52) and (53) in *compressibility invariant* forms, in other words, *single* term turbulence correction to each of stress p_{jr} and heat flux density Q_r suffices even under presence of density fluctuation such as turbulent combustion.

- iv) Otherwise, lengthy additional terms for turbulence correction would appear, or we would need the so-called mass averaging (say \tilde{u}_j , for instance) that suffers from a conceptual difficulty ($\tilde{u}_j \neq 0$) in processing experimental data.

Next step, the main issue of this section, is to show the identity of Eqs. (31) with the following phenomenological equations

$$\overline{A'_\alpha \hat{\Lambda}_\beta} + \hat{A}_\beta \Lambda_\alpha = 0, \quad (\alpha, \beta; 1, j, 4) \quad (54)$$

where A'_α is defined in (41). These equations consist of terms of double ($O(A'^2)$) and triple ($O(A'^3)$) correlations for which we employ the separation rule exactly parallel to those of the previous section [Eq.(20) through Eq.(28)]:

Put

$$\left. \begin{aligned} \overline{A'_\alpha \hat{\Lambda}_\beta} &= \text{R.P. } l^3 \int_{-\infty}^{\infty} g_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}) g_\beta(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{k})^* d\mathbf{k} \\ \overline{A'_\alpha \hat{\Lambda}_\beta \hat{\Lambda}_\gamma} &= \text{R.P. } l^6 \int_{-\infty}^{\infty} g_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}) g_\beta(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{k}')^* \\ &\quad g_\gamma(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{k} - \mathbf{k}')^* d\mathbf{k} d\mathbf{k}' \\ &= \text{R.P. } l^6 \int_{-\infty}^{\infty} g_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k}') g_\beta(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{k})^* \\ &\quad g_\gamma(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{k} - \mathbf{k}')^* d\mathbf{k} d\mathbf{k}' \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

with $g_\alpha(\mathbf{x}, -\mathbf{k}) = g_\alpha(\mathbf{x}, \mathbf{k})^*$

and substitute into Eq.(54), then we are led to the equation that allows for the separation of variables :

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{k} g_\alpha(\hat{g}_\beta)^* \left[\frac{\Lambda_\alpha^\dagger}{g_\alpha} + \left(\frac{\hat{\Lambda}_\beta^\dagger}{\hat{g}_\beta} \right)^* \right] = 0 \quad (56)$$

\parallel \parallel
 $i\omega$ $-i\omega$

In the above Λ_α^\dagger is the fluctuating part of Λ_α in which A'_α is replaced with g_α , also $A'_\alpha A'_\gamma$ with convolution integral $\int_{-\infty}^{\infty} g_\alpha(\mathbf{k}') g_\gamma(\mathbf{k} - \mathbf{k}') d\mathbf{k}'$, and

$\partial/\partial x_r$ with $\partial/\partial x_r + ik_r$. The separated equation thus obtained, namely,

$$-i\omega g_\alpha + \Lambda_\alpha^\dagger = 0 \quad (57)$$

is then rewritten in Fourier-analyzed form after

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi l)^3} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{s}} q(\mathbf{x}, \mathbf{s}) d\mathbf{s} \quad (58)$$

to lead to the same equations as Eqs.(31) except for the energy fluctuation equation which takes the form,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma-1} Dq_{40} + \partial_r q_{rjj} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \partial_r (a^2 q_r) \\ + \frac{\partial u_r^\dagger}{\partial x_r} q_{40} + \frac{\partial u_j^\dagger}{\partial x_r} q_{jr} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_r} q_r = 0 \end{aligned} \quad (59)$$

This equation reduces in the case of monatomic gases ($\gamma = 5/3$) to the third of Eqs.(31) as it should.

6 A solitary-wave solution for mixing layer turbulence

A preliminary computation checking whether the present approach is physically sound has been carried out for turbulent mixing shear layer of an incompressible flow [18]. Eqs.(34) and (35) are employed assuming the average flow profile $[u(\eta), v(\eta), 0]$ with $\eta \equiv x_2/\alpha x_1$ as prescribed. The flow is self-similar in this sense as confirmed by experiment [19], which is an indicative of molecular viscosity playing no roles in the equation. (See ref.[18].) Then we have the following set of equations :

$$\left. \begin{aligned} \partial_1 q_1 + \partial_2 q_2 + \partial_3 q_3 / \partial s_3 &= 0 \\ \underline{NL} q_1 + \partial_1 q_{40} - \alpha \eta u' q_1 + u' q_2 &= 0 \\ \underline{NL} q_2 + \partial_2 q_{40} - \alpha \eta v' q_1 + v' q_2 &= 0 \\ \underline{NL} q_3 + \partial_3 q_{40} / \partial s_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

where $u' \equiv du/d\eta$, and

$$\left. \begin{aligned} \partial_1 &\equiv (1 - \alpha s_1) \partial / \partial s_1 - \alpha (\eta \partial / \partial \eta \\ &\quad + s_2 \partial / \partial s_2 + s_3 \partial / \partial s_3) \\ \partial_2 &\equiv \partial / \partial \eta + \partial / \partial s_2 \\ \underline{NL} &\equiv \partial / \partial t - c \partial / \partial s_1 + (u + q_1) \partial_1 \\ &\quad + (v + q_2) \partial_2 + q_3 \partial / \partial s_3 \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

with \mathbf{s} redefined using the shear mixing layer thickness $l = \alpha x_1$, namely, $\mathbf{s}/l \rightarrow \mathbf{s}$.

The set of equations has five independent variables (\mathbf{s}, η, t) , therefore no existing tools are immediately available. At this preliminary stage of

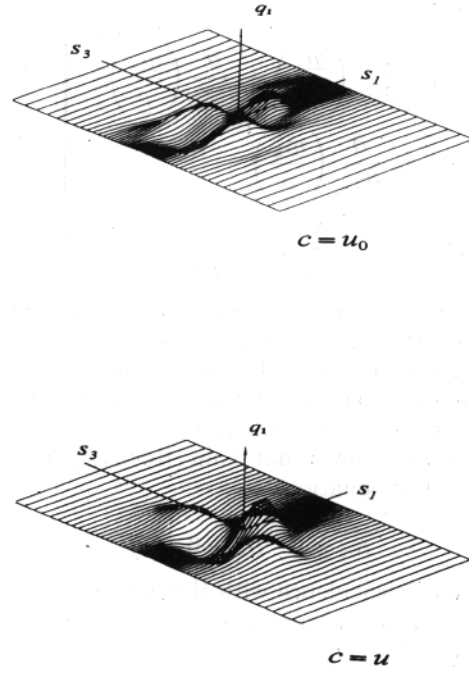


Fig 1: Solitary wave $q_1(s_1, s_3, 0)$ on the plane of $\eta = 0$ for two choices of the phase velocity c ; a) $c = u_0$, where $u_0 = [u(\infty) + u(-\infty)]/2$ is the propagation velocity of eddies as observed by flow visualization, b) $c = u$ (Taylor's hypothesis).

checking physical soundness of the proposed approach it is advisable to suppress variable s_2 by assuming $\partial/\partial \eta \gg \partial/\partial s_2$. The set of equations is solved for arbitrary chosen initial values for q_α and boundary conditions

$$\left. \begin{aligned} q_j &\rightarrow 0, \quad (j = 1, 2, 3) \text{ as } |\mathbf{s}|, |\eta| \rightarrow \infty \\ q_{40} &\rightarrow 0 \text{ as } |\mathbf{s}| \rightarrow \infty, \\ \partial q_{40} / \partial \eta &\rightarrow 0 \text{ as } \eta \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

The form of solution to be expected from these homogeneous boundary conditions must be a solitary wave generated by the shearing motion and kept sustained by nonlinearity.

In Figs.1 are shown such standing waves that build up and reach steady state with elapse of time for different choices of the wave speeds; (a) experimentally observed one $c = u_0 = [u(\infty) + u(-\infty)]/2$, and (b) Taylor's hypothesis $c = u(\eta)$. Reynolds' stress [Eq.(40)] is calculated using this solution and compared with existing experiment [19] in Fig.2. Agreement is more than reasonable considering that the theory involves no empirical constants to fit with experiments.

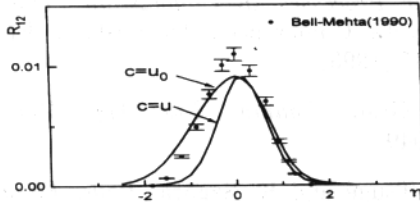


Fig 2: Reynolds' stress as calculated from Eq.(40) [18] using the solitary-wave solutions (Figs.1a and 1b), and compared with existing experiment[19].

7 Comparison with classical statistical theory and current turbulence models

Consistency with classical statistical theory

Kármán and Howarth [20], the founders of classical statistical theory of turbulence, have derived Eq.(54) for incompressible flows ($\alpha, \beta; 0, 1, 2, 3$) correctly on intuitive basis, with no reference to first principles. Obviously these 6-D equations are not tractable in this form, so homogeneity/isotropy assumptions have been introduced. Here we have employed the method of separation of variables, thereby the classical limitation on flow geometry is eliminated. It is effected, however, at the expense of introducing additional independent variable s in the Navier-Stokes equation as we have seen through Eqs.(34) and (35).

The classical assumptions of homogeneity and isotropy are often referred to as an oversimplification of reality. In fact, also here, this model is shown to lead to an unphysical solution: For the equation of continuity

$$\frac{\partial q_j}{\partial s_j} = 0 \quad (63)$$

which is the homogeneous version ($\partial/\partial x_j = 0$) of Eq.(34), coupled with the isotropy requirement (Robertson's theorem [21])

$$q_j = s_j q(s), \quad (s \equiv |s|) \quad (64)$$

gives

$$3q + s \frac{dq}{ds} = 0 \quad (65)$$

Solution of this equation, namely, $q \sim s^{-3}$ causes the integral (40) for turbulence intensity to diverge. To be noted is the fact that this is a direct consequence of the equation of continuity, a kinematical relationship universally valid, therefore independent of any closure condition employed.

Inconsistency with $k - \epsilon$ models

We have seen that formulation in 6-D space ($\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}$) [Eq.(54)] is the only one that is consistent with Liouville's equation, namely, with first principles of nonequilibrium statistical mechanics. Turbulent transports such as (40) and (43) that are quantities in 3-D space are obtained from the solution in the 6-D space by putting $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}$ after the equations have been solved. Suppressing variables in the equations as is often employed is a pathological process. The following simple example would help extract what is meant by this trivial-looking warning: Let a steady-state temperature distribution of a three-dimensional body, say, a column with rectangular cross-section in the $x-y$ plane be asked, but the information only on the diagonal plane $x = y$ is required. Needless to say that proper process is to work with 3-D Laplace equation for the solution $T(x, y, z)$, and put $x = y$ to have $T(x, x, z)$. The improper process mentioned here corresponds to solving pathological equation $(2\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2)T = 0$.

Majority of turbulence models currently prevailing do *not* concur, in the simplest case of the homogeneous and isotropic turbulence, with the Kármán-Howarth theory as a consequence of the hasty reduction in independent variables as sketched here.

Summarizing, the proposed approach shares the common basis with $k - \epsilon$ models only at the lowest level of description, namely, the Reynolds-averaged Navier-Stokes equation, but differs substantially at next level of the Reynolds' stress equation.

8 Concluding remarks

On the basis of the Boltzmann formalism, namely, nonequilibrium statistical mechanics designed for turbulence, two sets of equations are derived to comprise a closed set. The one is the group of equations governing Reynolds-averaged fluid quantities, and the other is the variable-separated version of the fluctuation-correlation equations that reduces to the classical Kármán-Howarth equation in the homogeneous and isotropic limit. The two sets of equations are coupled through turbulent transports such as Reynolds' stress and turbulent heat-flux density.

The key role of the first principle lies in that (i) for the Reynolds averaged equations, it gives a firmer basis than via phenomenologies, whereas, (ii) for the turbulent-transport equations, it reveals a hidden kinematical prerequisite for any turbulence governing equations to fulfill, thereby enabling to single out the unique form. It is also shown that once their unique form has been established the whole sets of equations are able to be reconstructed a posteriori using phenomenologies

alone.

The latter set of equations is converted into a variable-separated form, leading to those governing solitary-wave function through which all the turbulent-transport properties are calculated.

The equations are solved for a self-similar turbulent mixing layer, leading to a solitary-wave type solution in the physical-plus-eddy space. Reynolds stress is obtained through a simple integration of the solution over the eddy space in a form free from any empirical parameters, yet showing satisfactory agreement with existing experiment.

References

- [1] S. Chapman, *The Mathematical theory of Nonuniform Gases* (Cambridge Univ. Press, 1939)
- [2] D. Enskog, *Kinetische Theorie der Vorgänge in mässig verdünnten Gasen* (Dissertation, Uppsala, 1917)
- [3] I. Prigogine, *Physica*, **15**, 273 (1949)
- [4] K. R. Sreenivasan and C. Meneveau, *J. Fluid Mech.*, **173**, 357 (1986)
- [5] S. Tsugé, *First Principle Basis of the Direct Numerical Simulation for Turbulence of Inert and Reactive Gases* (e-print archive, chaosdyn/9712020) (1997)
- [6] Yu. L. Klimontovich, *The Statistical Theory of Nonequilibrium Processes in a Plasma* (Cambridge Massachusetts, MIT Press, 1967)
- [7] N. N. Bogoliubov, *Problems of Dynamical Theory in Statistical Physics* AFCRC-TR-59-235 (1959)
- [8] K. R. Sreenivasan, *Annual Review of Fluid Mechanics* **23** (Palo Alto, Annual Rev. Inc, 1991) p.539
- [9] S. Tsugé and K. Sagara, *J. Statist. Phys.*, **12**, 403 (1975)
- [10] S. Tsugé, *Phys. Fluids*, **17**, 22 (1974)
- [11] K. Sagara and S. Tsugé, *Phys. Fluids*, **25**, 1970 (1982)
- [12] S. Tsugé, *Phys. Lett.*, **A70**, 266 (1979)
- [13] S. Tsugé, K. Sagara and S. Kodowaki, *International Symposium on Rarefied Gasdynamics* (Univ. Tokyo Press, 1984) p.19
- [14] K. Ishibashi, Ph D Thesis (Inst. Eng. Mech. Univ. Tsukuba) (1991)
- [15] S. Tsugé and S. Ogawa, *Turbulent and Molecular Processes in Combustion* (The Sixth Toyota Conference, Amsterdam, Elsevier) p.35 (1993)
- [16] H. Grad, *Commun. Pure Appl. Math.*, **2**, 1 (1949)
- [17] S. Tsugé and K. Sagara, *Phys. Fluids*, **19**, 1478 (1976)
- [18] B. Bai, Ph D Thesis (Inst. Eng. Mech. Univ. Tsukuba) (1995)
- [19] J. H. Bell and R. D. Mehta, *AIAAJ*, **28**, 2034 (1990)
- [20] Th. von Kármán and L. Howarth, *Proc. Roy. Soc. London*, **A164**, 192 (1938)
- [21] H. P. Robertson, *Proc. Camb. Phil. Soc.*, **36**, 209 (1940)

壁乱流の縦・横・水平断面せん断構造

大成博文* 渡辺勝利*

Shear Structures of the Longitudinal, Streamwise and Horizontal Cross-Section
in Near Wall Turbulence

Hirofumi ONARI

Tokuyama College of Technology

Katsutoshi WATANABE

Tokuyama College of Technology

ABSTRACT

Two dimensional shear structures of coherent motion are investigated by using the flow visualization technique which combines dye streak injection with particle tracking velocimetry in the longitudinal, streamwise and horizontal cross-section of a turbulent open-channel flow. Lift-up process of low speed streaks in bursting associates with positive-high du/dy and high dv/dx . The formation and magnitude of u and v high-velocity shear play a very important role to form coherent motion in the near-wall region.

Key Words: Coherent structure, streak pattern, DPTV, velocity shear, low speed streaks, transverse vortex

1. はじめに

この30年、壁乱流の秩序運動に関するさまざまな解明が進んできたが、それらは部分的解明に留まることが多く、いまだその統一的な理解と表現法を見出すまでには至っていない。とくに、せん断構造に関する究明は、流れ方向速度成分のみで行われており、それと直交する成分については未解明のままである。

そこで、染料流脈法と粒子追跡法(PTV)を同時に併用する可視化法(DPTV)を用いて、壁乱流中の秩序運動の形成領域における3方向の速度せん断構造(velocity shear structure)について考察した。

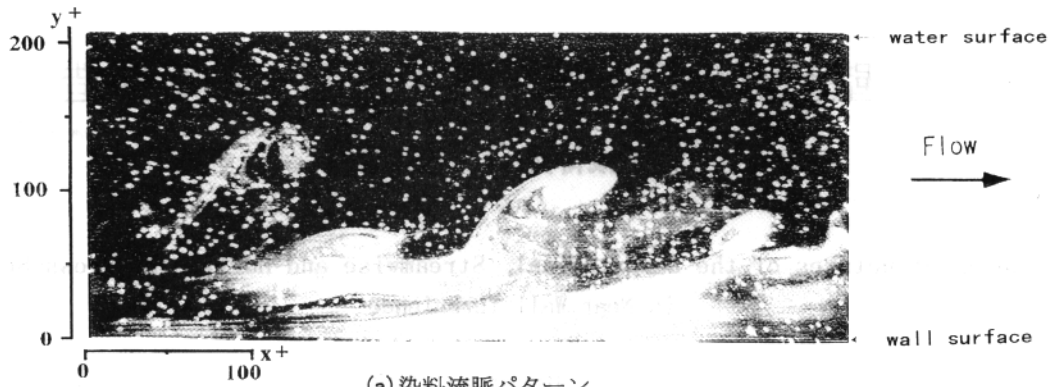
その結果、秩序運動の形成領域において、速度せん断の高いことを明らかにした。また、乱流中の染料流脈パターンが示す物理的意味についても検討を加えた。

2. 可視化法

実験には、開水路流れを用いた。可視化面は、開水路中央の縦断面、さらには、横断面および水平断面である。可視化地点より5m上流の貯水タンク内に、平均粒径 $300\mu\text{m}$ のポリスチレン系微細粒子(比重1.005前後)を大量に連続して注入し、発達する流れの中に浮遊させた。同時に上流端付近の壁一面の粘性底層内に染料水溶液を注入した。2台のカメラで、同一可視化面内の染料流脈と粒子流跡をそれぞれ撮影し、染料流脈パターンと瞬時速度ベクトルを求めた。なお、実験方法および実験条件の詳細、乱れ強度他については文献1)、2)にあり、ここでは省略する。

3. 縦断面せん断構造

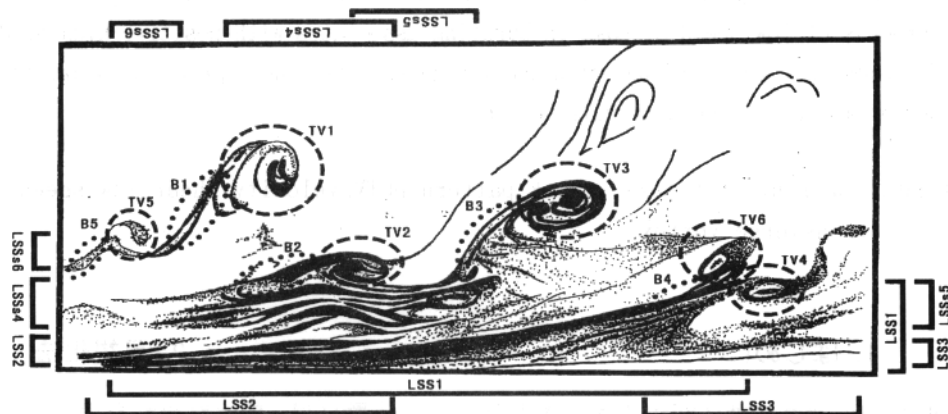
図-1に、DPTVによる可視化写真の一例を示す。同図(a)には、染料流脈パターンが、(b)には粒子流跡が可視化されている。(b)は、撮影フィルムのいわゆる



(a) 染料流脈パターン



(b) 粒子流跡



(c) 染料流脈パターンのスケッチと特徴的な秩序構造

図-1 DPTVによる可視化写真

「裏焼き」写真であり、粒子の各流跡の始点が(a)の白く写し出された点状の粒子と対応する。(c)は、(a)における特徴的な染料流脈パターンが描かれている。図中のLSSとTVは、それぞれ、low speed streak, transverse vortexの、また、Bはbackの略称である。

従来より、壁近くには、このLSSが形成され、そのlift-up, oscillation, break-upの3過程で構成されるburstingの存在が知られている。LSS1は、そのlift-up現象の典型的な形象と考えられる。また、その先端には、横渦を推測させる流脈パターンが認められる。さらに、これらの横渦形象のすぐ上流側には、上に凸の「back(背中)」の流脈パターンも観察される。

これらの特徴的な流脈パターンの形成領域における流速分布とせん断構造を次に検討する。

図-2, 3に、図-1(b)の粒子流跡から得られた変動速度分布を示す。前者の流れ方向変動速度分布の特徴は、壁近くで、流れ方向に低速域と高速域が長く形成されていることにある。また、この低高速の領域がy方向に交互に重なり、流速分布の変曲点が4~6個ほどy方向に形成され、さらに多数の変曲点が存在している。後者の鉛直方向変動速度分布では、前者とは反対に、上昇および下降の領域がy方向に長く連なることにあり、この分布においても、多数の変曲点が存在していることが明らかである。

そこで、壁近くの速度せん断構造を検討する。図-4に、流れ方向変動速度せん断 du/dy の等値線図を示す。これより、壁近くから水表面に向かって、正負の速度せん断層が交互に、しかも流れ方向に20度前後

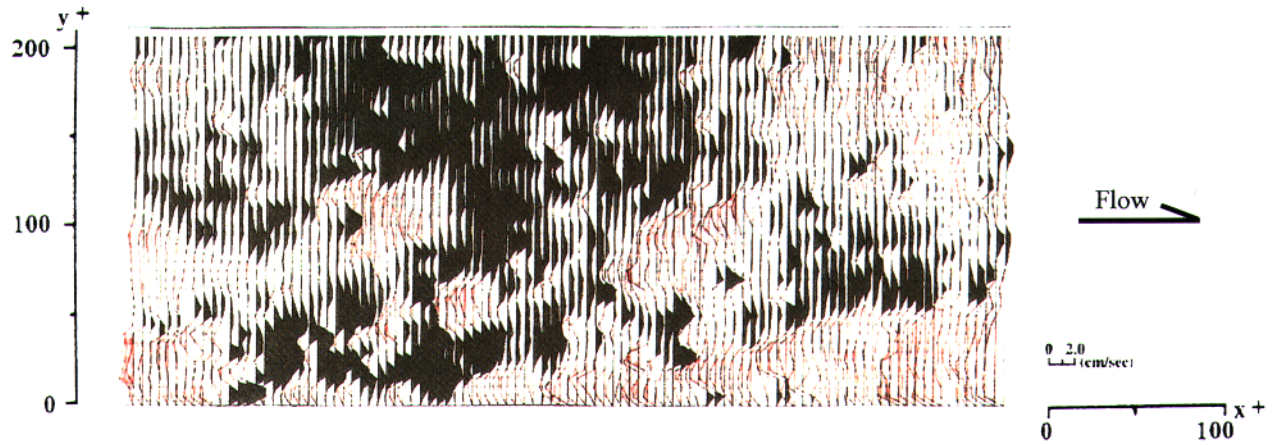


図-2 流れ方向変動速度分布

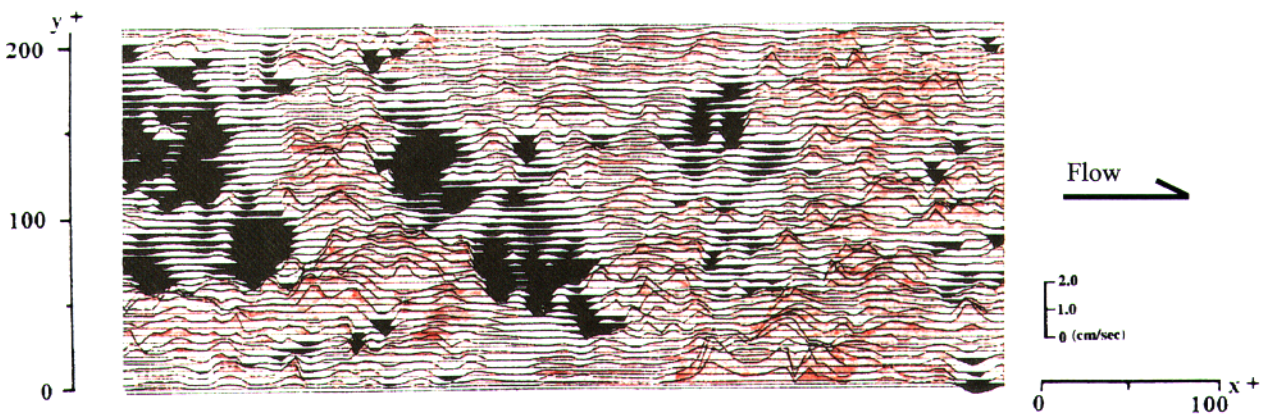


図-3 鉛直方向変動速度分布

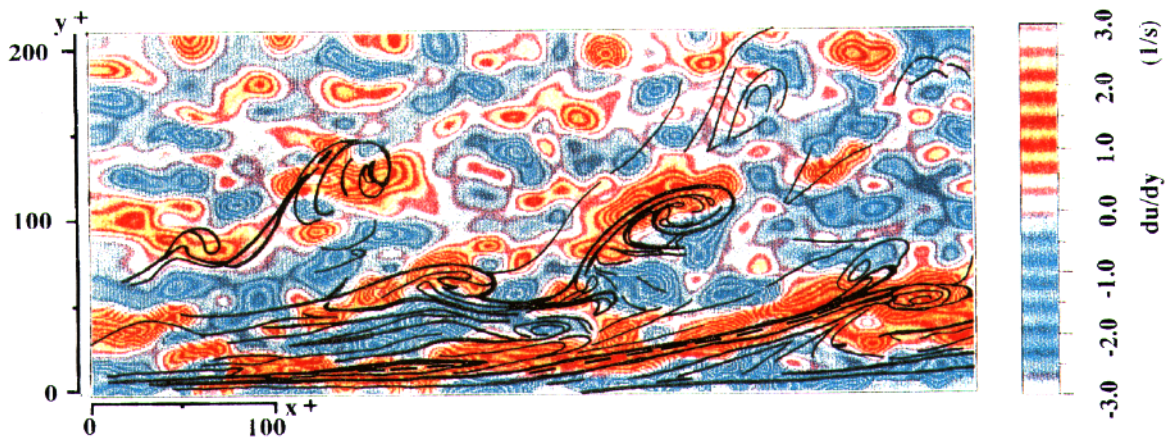


図-4 流れ方向変動速度せん断

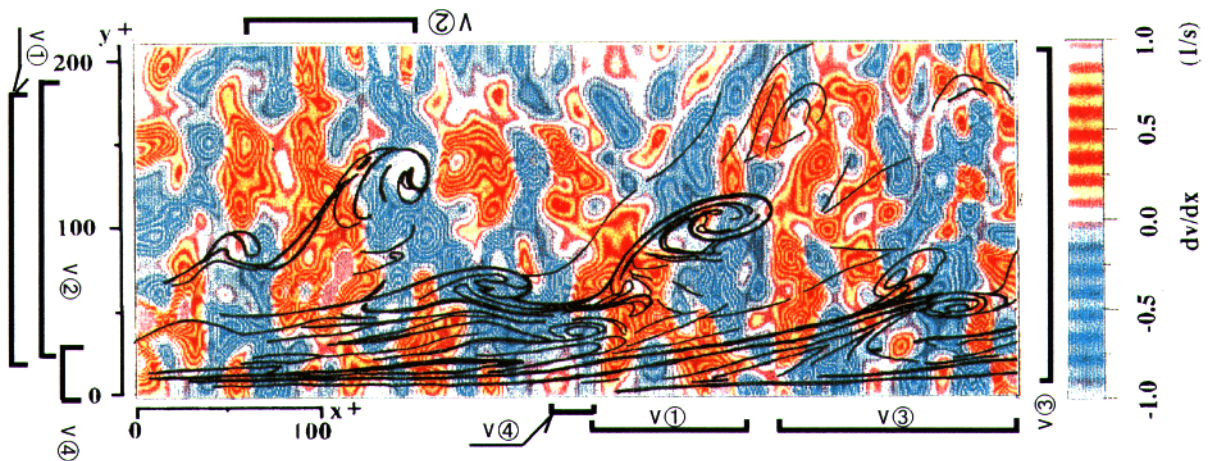
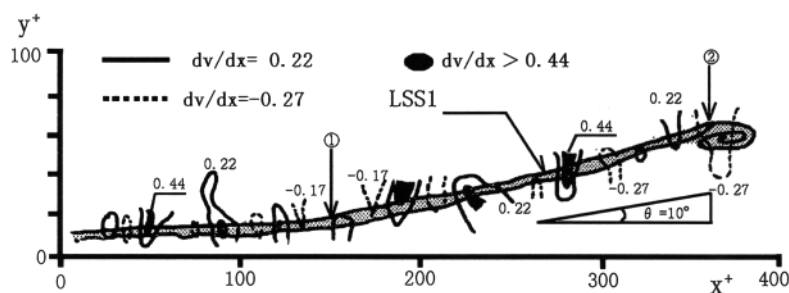


図-5 鉛直方向変動速度せん断

図-6 lift-up 現象と v せん断構造

傾斜しながら形成されていることが明らかである。また、流脈パターンの典型として LSS1, 2 および TV1, 2 の形成領域を注目すると、いずれも変動速度せん断の高い値が示されている。なかでも、図-4 における壁近くの細点線は、そのせん断値の高い部分を流れ方向に連ねたものであるが、それと LSS1 における lift-up 領域のよい一致が注目される。

図-5 に鉛直方向の変動速度せん断 dv/dx を示す。この値は、流れ方向に上昇と下降（あるいはその反対）の流体運動が同時に発生する場合のせん断を意味する。この分布の特徴は、 y 方向に長いスケールの高せん断層が形成されていることにある。この速度せん断値の大きさは、壁近くで u せん断値の約 3 割程度であるが、壁から離れた対数領域に至ると、両速度せん断値はほぼ同程度を示すようになり、この高せん断領域が、 u せん断構造と同様に重要な役割を果たすと思われる。

また、正負の高変動速度せん断領域が底壁面となす傾斜角において、それが総じて 70 度前後を示している。たとえば、図中央部の v ① 領域では約 60 度、 v ② 領域では約 80 度傾斜している。また、右側の大規模上昇流の形成領域 (v ③) は、約 80～90 度の傾斜角を示している。

以上の特徴を有する流れ方向および鉛直方向の変動速度せん断構造を「 u および v せん断構造」と呼ぶ。

そこで、この v せん断構造と LSS1 の対応を考察するために、その詳しいスケッチを図-6 に示す。この図からも明らかなように、LSS1 上では流れ方向に正負の高変動速度せん断領域が交互に形成され、それらが LSS1 にほぼ直交する配置特性を有している。

まず、LSS1 の粘性底層外端部 ($y^+=10$, 矢印①で示す) に注目すると、LSS1 は、バッファー層内で約 10 度の傾斜角を示して上昇している。この上昇域では、 v せん断の正負の領域が流れ方向に交互に $x^+=10 \sim 30$ 程度のスケールで形成されているが、いずれも、より上流側の負の領域に対して、すぐ下流の正の領域の値がわずかにより大きい値を示し、その正負の領域が、LSS1 の先端の横渦パターンの形成領域のすぐ上流側まで (図-6 中の矢印②で示す) 繰り返し形

成されている。

上述のように、LSS1 上では正の u せん断値の高い領域が形成されることを踏まえると、LSS1 の粘性底層外端からの lift-up の形成領域で、 u および v せん断の値がともに正でかつ高いことが重要な特徴として明らかである。なお、横渦現象他との対応に関する考察は紙数の関係で省略する。

4. 横および水平断面せん断構造

縦断面と同じように、横断面および水平断面においても、その速度せん断分布 (dw/dy , dv/dz , du/dz , dw/dx) を求め、その特徴を考察した。これらの概略は、それぞれの流れ方向に長く、その正負の領域が交互に形成されることにある。また、 du/dz の値を除いた変動速度せん断値は、ほぼ ± 1 (1/sec) の範囲にあり、 y , z 方向には、ほぼ同一のせん断が働いていると考えられる。

5. おわりに

上述の横断面および水平断面における速度せん断構造 (変動速度のみならず、瞬時速度および平均速度せん断も含めて) に関する系統的な考察を進め、縦断面における速度せん断構造との相互関係を明らかにすることが重要である。また、それぞれの断面において、「速度せん断比」を求め、それと秩序運動の構造的な相互関係に関する認識を深める必要がある。

さらに、「乱流中に形成された染料流脈パターンは、変動速度せん断の高い値を連ねる領域に形成される」という本論の「到達点」をより厳密に検討し、さらに明確にすることが重要である。

以上を踏まえ、壁乱流における秩序運動の全体像を統一的に理解する方法を見出すことが必要と思われる。

参考文献

- 1) 渡辺勝利, 大成博文, 佐賀孝徳, 斎藤隆: 壁乱流における流脈パターンと瞬時流速の同時抽出, 水工学論文集, 37 (1993), 829-832.
- 2) 大成博文, 渡辺勝利, 佐賀孝徳, 斎藤隆, 波多野慎: 壁乱流の縦断面せん断構造, 土木学会論文集 (掲載予定).

Experimental Investigation on Turbulent Mixing of Confined, Co-axial Jets

M. R. Ahmed

Institute of Fluid Science, Tohoku University, Sendai, Japan

Abstract

The present work is an experimental investigation of turbulent mixing of two co-axial jets in a non-separating confinement. Effect of velocity ratios of the two streams is studied by changing the velocity ratio (annular to core) from 0.3 to 10.0. Mean velocity and the stream-wise and transverse turbulence intensity distributions at different axial locations were obtained using laser doppler velocimeter (LDV). Two chute mixer configurations were employed to study the mixing enhancement of the jets.

Keywords Turbulent mixing, Laser Doppler velocimeter, Chute mixer.

1 Introduction

Turbulent mixing of confined co-axial jets is a complex dynamic process which deserves a comprehensive investigation for deeper insight as it has many engineering applications. There are several parameters that contribute to this complexity, for example, diameter ratio of the jets, length to diameter ratio of the mixing duct, velocity ratio, density ratio, turbulence levels etc. Information on influence of each of these parameters appears to be rather inadequate.

The present investigation deals with a case of mixing of co-axial jets in a non-separating confinement with low annular to core area ratio. The effect of velocity ratios on mixing is examined by changing the velocity ratio from 0.3 to 10.0. Two chute mixer configurations with angles of injection of the annular stream of 10° and 20° , were employed to enhance mixing of the jets.

2 Experimental Method

The experiments were carried out in a closed circuit, all steel wind tunnel consisting of two concentric contractions discharging air streams with different velocities into a constant diameter duct (test section). The air flow was generated by two separate identical centrifugal blowers driven by AC motors. The air flow for the core stream was supplied through a settling chamber housing a perforated cone and a pair of stainless steel wire screens. Since no flow correction device was used for the annular stream, a relatively higher contraction ratio of 13.3 was employed for it against the contraction ratio of 7.4 for the core stream. The two co-axial air streams were allowed to mix in the test section having a length of 1000 mm and having the same diameter as that of the outer jet of 380 mm. The inner (core) jet diameter of 330 mm and its contraction wall thickness of 5 mm left the annular gap of 20 mm at the entry to the test section, thus providing the annular jet to core jet area ratio of 0.25. A static frequency inverter was used to make the motor speed smoothly variable in the range of 5 % to 100 % of the rated speed.

The experiments involved measurements of the test section wall pressures, the mean velocity and the turbulence intensities. The pressure distribution was obtained through equally spaced pressure taps of 0.5 mm diameter using a *Furness Controls* Micromanometer, model FC-0510. Measurements of the mean velocity and the turbulence intensity were made with a 5 W Argon-ion laser based *Dantec* fiber optics LDV system. The test section was provided with an optical window all along its length, as shown in Fig.1. The LDV probe was traversed in a hori-

zontal plane to accomplish measurements along the test section radius at several axial locations. A Burst Spectrum Analyzer, model 57N10, was used for processing the signal. Typically, 8000 samples were acquired at a point; however the sample size was increased to 15000 in regions of relatively high velocity gradient.

The motor speeds were adjusted such that the annular to core velocity ratios (λ) of 0.3, 0.6, 1.3, 1.5, 1.8, 3.0, 6.0 and 10.0 are obtained. The velocity ratio of 1.8 was chosen for detailed study of mixing enhancement through the chutes. As mentioned earlier, two chute mixer configurations, having 36 circumferentially equidistant chutes, with 10° and 20° angles of penetration of the annular stream towards the core region, were employed, as shown in Fig.1.

3 Results and Discussion

Distribution of the mixing duct wall pressures along the flow direction is shown in non-dimensional form in Fig.2. For the lower velocity ratios of $\lambda=0.3$ and 0.6, a continuous rise in pressure is registered, whereas for the cases when $\lambda > 1$, the trend is opposite. However, the pressure gradient in all the cases is seen to be rather mild. For the case when $\lambda=0.3$, the trend is in accordance with the pressure variation reported in the initial mixing region by Razinsky and Brighton [1], although the diameter ratio of their setup was much larger.

Figure 3 shows the plots of non-dimensional turbulence energy (τ) available across the cross-sectional area of the mixing duct along its length at various distances from the splitter plate trailing edge. The turbulence energy was computed from integration of the measured turbulence intensities (not shown). Thus,

$$\tau = \frac{1}{2} \frac{u'^2}{U_m^2} + \frac{w'^2}{U_m^2} \quad (1)$$

where u' and w' are the fluctuating components of the streamwise and transverse velocity and U_m is the mean velocity across the duct.

It is seen that for lower values of λ , the turbulence energy reaches its maximum quickly in the formative region and then continues to decay further downstream. In contrast to this, for

higher velocity ratios, there is much higher generation of turbulence energy. For the cases when $\lambda=3.0$ and 6.0, the turbulence energy is seen to build up monotonously - first rapidly and then at a gradually diminishing rate till the last measuring plane at $x/r_o = 5$ (where r_o is the radius of the mixing duct), while for the velocity ratio of 10.0, it reaches the maximum value and then starts to decay.

The influence of chutes on the wall pressure distribution is shown in Fig.4. Since the mean dynamic head across the duct remains nearly constant, the higher pressure drop for the higher angle of injection case shows the loss in total pressure.

Figures 5(a) and 5(b) show the contours of mean velocity at the station just before the chute exit for the two cases when the angles of injection are 10° and 20° , respectively. As can be seen from the figures, the mass entering through the chutes gets well mixed with the core flow for the 20° case. This is due to the generation of higher turbulence for this case. The mass flow through the chutes was found to be about 13 % of the annular flow, while the chutes formed an area of 16 % of the annular area. As the flow leaves the chutes, the region of high turbulence spreads towards the center of the duct which results in faster mixing of the jets. A comparison of the mean velocity and the turbulence intensity profiles at the axial location $x/r_o = 2.26$ is made in Fig.6. It can be seen from the figure that the higher angle of injection of 20° results in nearly complete mixing of the two streams, as is evident from the uniformity in the profiles of mean velocity and the turbulence intensities.

The influence of chutes on the turbulence energy content is shown in Fig.7. As can be seen from the figure, the mixer with a higher angle of injection helps to generate a much higher level of turbulence. Also, the decay of turbulence can be seen for the case with higher angle of injection.

Reference

- [1] Razinsky, E. and Brighton, J.A., "Confined Jet Mixing for Non-separating Conditions," *ASME Journal of Basic Engg.*, Vol. 93, No. 3, pp. 333-349 (1971).

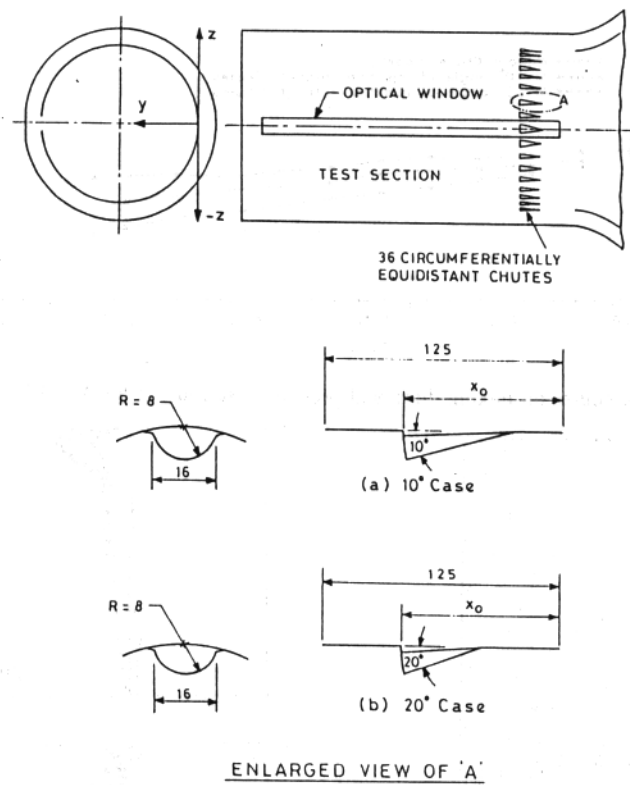


Fig.1 Schematic details of chutes with 10° and 20° angles of injection.

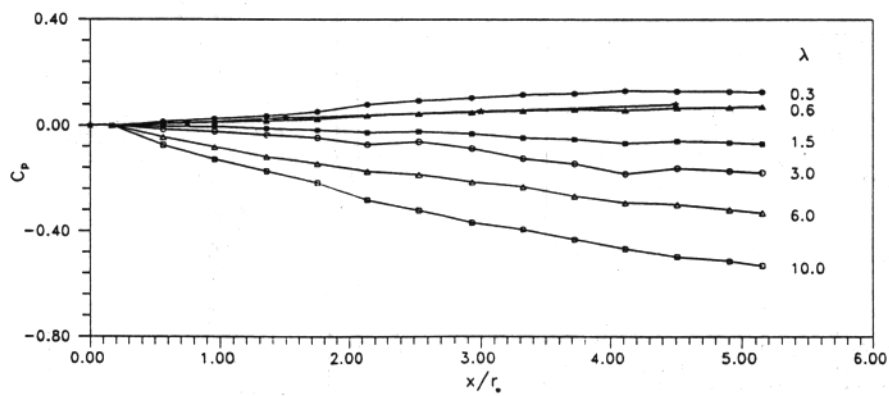


Fig.2 Effect of velocity ratio on mixing duct wall pressure distribution.

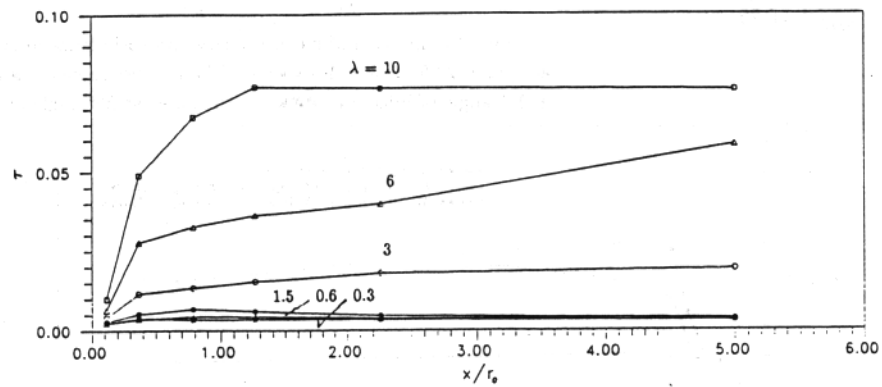
*** - Measurements due to Razinsky and Brighton [1] for $\lambda = 0.33$ 

Fig.3 Turbulence energy content at various streamwise locations for different velocity ratios.

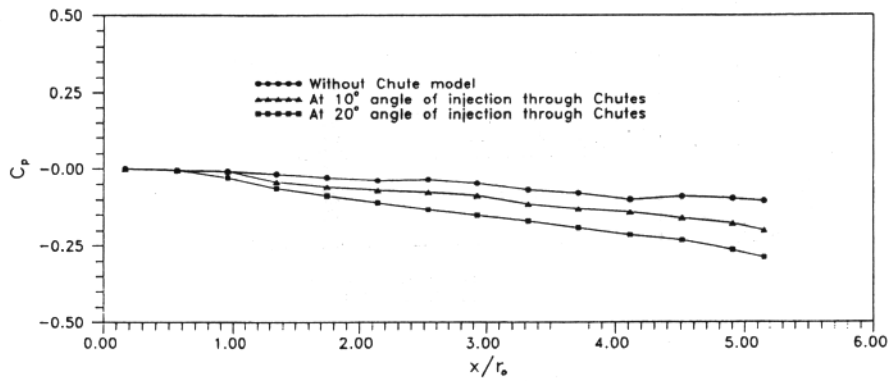


Fig.4 Influence of chutes on mixing duct wall pressure distribution for $\lambda = 1.8$.

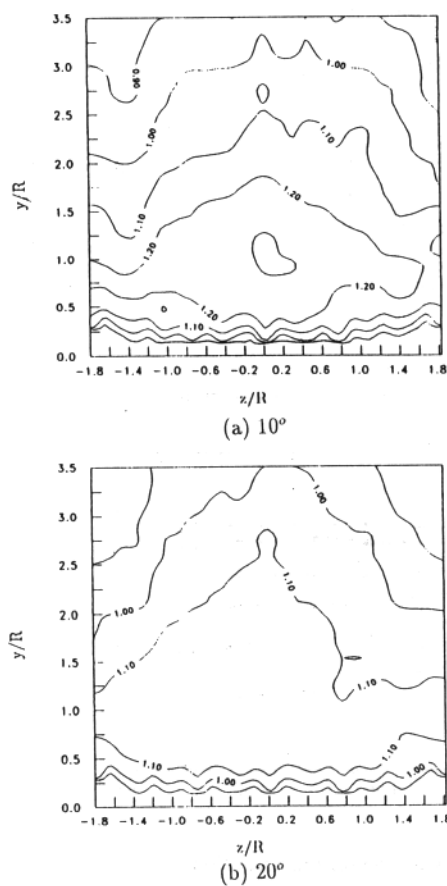


Fig.5 Iso-mean velocity (u/U_m) contours in the chute flow at $(x - x_0)/R = 6.25$

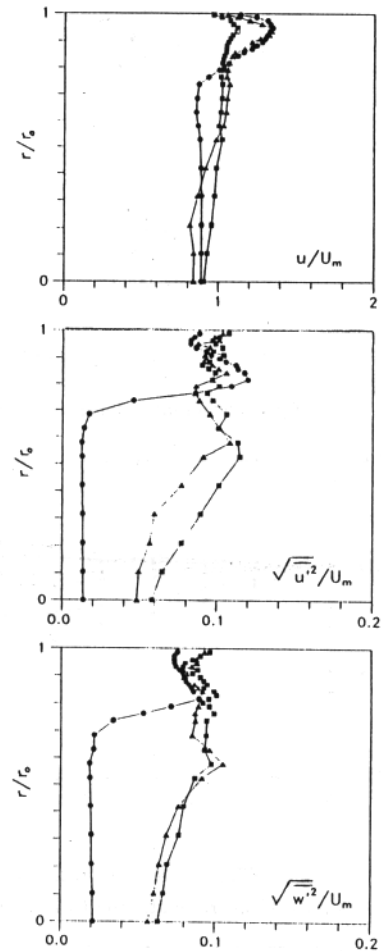


Fig.6 Comparison of mean velocity and turbulence intensity profiles at $x/r_0 = 2.26$ for $\lambda = 1.8$. ••• - without chute model ▲▲ - with chutes at 10° angle of injection ■■■ - with chutes at 20° angle of injection.

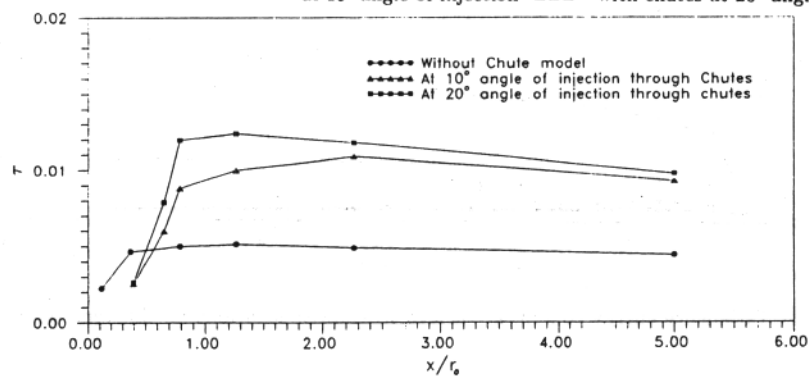


Fig.7 Influence of chutes on Turbulence energy content at various streamwise locations for $\lambda = 1.8$.

T-S 波を渦動変動ととらえる試み

福西 祐*、海老名 勲*、横川 譲*

An Attempt to View T-S Wave as a Vorticity Fluctuation

by

Yu Fukunishi, Isao Ebina and Yuzuru Yokokawa

Tohoku University

ABSTRACT

An attempt to view Tollmien-Schlichting wave (T-S wave) as a periodic pattern of vorticity fluctuation is presented. Numerical simulation is carried out to estimate the contribution of each term in the vorticity transport equation. It is shown that the vorticity fluctuation contour can be divided into two parts. The pattern close to the wall is created by the balance between the streamwise convection and the diffusion normal to the wall. At the pattern away from the wall, the streamwise convection is balanced by the convection of the average vorticity field in the normal direction. This normal convection is caused by the velocity induced by the vorticity fluctuation pattern itself.

It is also shown that the growth of a vorticity wave of a certain wavelength at a certain Reynolds number can be predicted by estimating the diffusion direction of the vorticity fluctuation.

Key Words: Tollmien-Schlichting Wave, Vorticity Fluctuation, Boundary Layer, Transition.

1 緒 言

境界層が層流から乱流へと遷移する際、一様流中の乱れが小さい条件下では2次元な波動であるトルミーン・シュリヒティング波（以下 T-S 波）を経て遷移するが、その成長・減衰は線形安定性理論により予測できる。T-S 波は一般に速度変動の波と捉えられているが、同時に渦度変動を伴っており、渦度の波と考えることもできる。そこで T-S 波を空間的に周期的な渦度変動と捉えることで、T-S を今までとは異なった視点で見直し、新たな T-S 波制御方法開発のヒントを得ようとするのが、この研究の目標とするところである。

T-S 波を渦度変動として捉える考え方は Lighthill⁽¹⁾により示されているが、ここではそれをより深く考察することを試みる。まず、渦度変動としての T-S 波の性質を詳しく調べる目的で、流れ関数-渦度法による2次元の数値シミュレーション計算を行った。そして、渦度変動のパターンの成長に関する渦度輸送方程式各項の貢献の大小が比較された。

また、壁面での滑りなし条件を満たすように作られた渦度変動分が平均速度場に流されながら拡散して行く軌跡を予測することで T-S 波の成長・減衰を予測する試みを行った。

2 数値解析法

数値計算の格子数は流れ方向である x 方向に 100、壁面に垂直な y 方向にも 100 である。支配方程式は、

*東北大学大学院工学研究科機械知能工学専攻

以下に示す無次元化された 2 次元渦度輸送方程式 (1) と流れ関数を用いて表した渦度の定義式 (2) である.

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (1)$$

$$-\omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \quad (2)$$

ここで, ω が渦度, Ψ が流れ関数である.

時間微分は 1 次精度の前進差分, 空間微分には 2 次精度の中心差分, また, 対流項に対しては 3 次精度の風上差分を用いた. 速度の境界条件としては, 物体表面においては滑り無しの条件, x 方向に周期境界条件とした.

3 結果およびその考察

計算は, 攪乱が成長すると予測されているレイノルズ数 $Re_{\delta^*} = 4000$ および波長 $L = 33.33\delta^*$ (δ^* は排除厚さ) の組み合わせで行った.

図 1 に初期, 成長中および T-S 波成長後の流れ場に関して, 時間変動に相当する x 方向に測定点を移動した時の速度変動の振幅を求め, それらの y 方向の分布を示す. T-S 波に特徴的な形が再現されている.

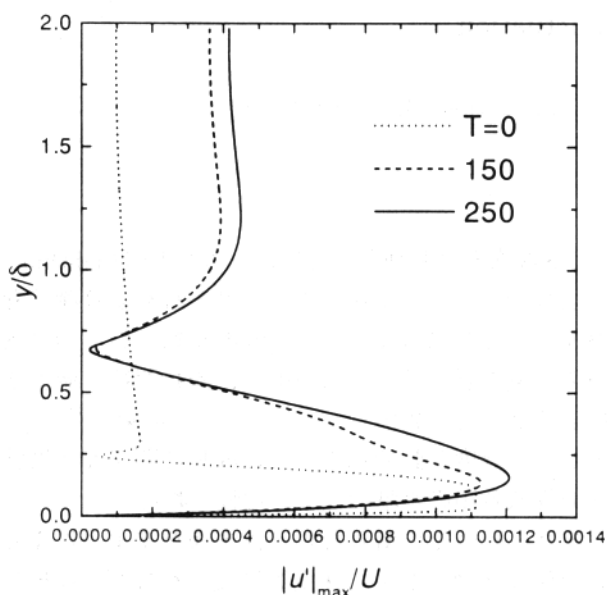


図 1 速度変動の y 方向分布

図 2 には初期に与えた渦度変動パターン, 成長中および本計算において T-S 波の成長が止まった時点での渦度変動パターンを示す. ここで注目すべき点は渦度変動のパターンには $y/\delta = 0.5$ 付近を中心

見られるものと壁面近傍の斜めに傾いたパターンの 2 種類があることである. 基本的には渦度変動のパターンにより壁面に誘導されたすべり速度に対応して壁面で生成される渦度の変動分が上方に拡散する現象であると理解できる.

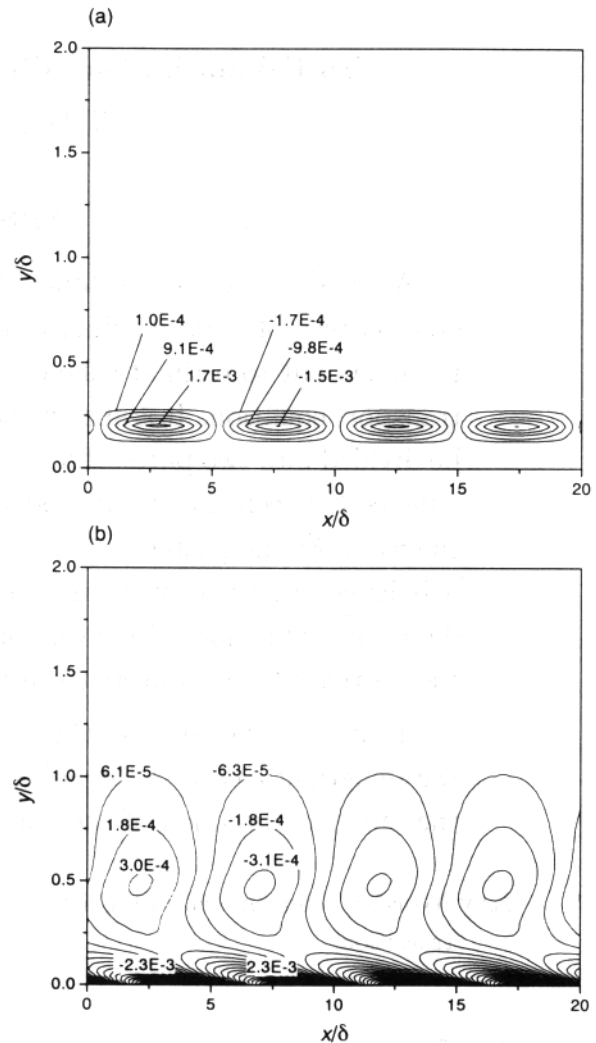


図 2 渦度変動 ($\omega - \bar{\omega}$) のコンター図

(a) 初期分布

(b) 成長後 ($T = 250$)

渦度変動がそれぞれの y 位置で極大, 極小となる場所, あるいは平均渦度と一致する場所を, 壁面から垂直方向に辿った軌跡を図 3 に示す. T-S 波の位相速度 $U_{TS} (= 0.33U_{\infty})$ と主流方向の平均速度が一致する臨界層の位置はほぼ $y/\delta = 0.2$ であるが, それより y が小さい所では軌跡が上流側へと傾くものに対し, y が大きい所では壁面にほぼ垂直となっていることが注目される.

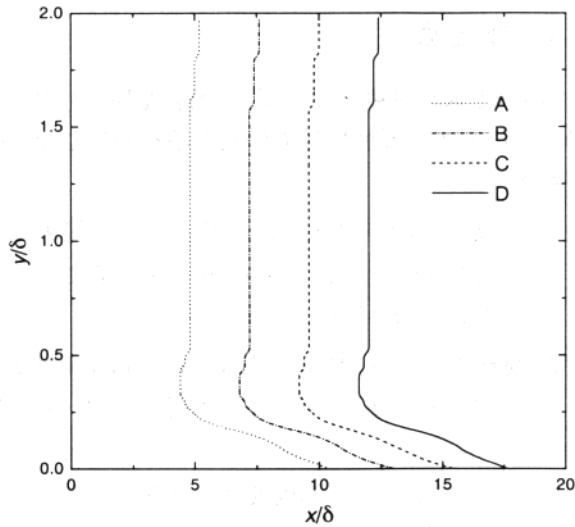


図3 渦度変動が各 y 位置で極大、極小となる点を連ねた軌跡 (D が極大位置, B が極小位置)

次に渦度輸送方程式の各項の貢献量を, 図3におけるCおよびDの線, すなわち渦度変動が0の位置の線および極大となる位置の線に沿って見たのが図4(a)および図4(b)である。

特に図4(a)に注目すると, 壁面近くでは, 渦度変動がその y 位置での x 方向速度とT-S波の位相速度との差により上流方向に運ばれる効果 $((u - U_{TS}) \frac{\partial \omega}{\partial x})$ と渦度変動の y 方向拡散 $(\frac{\partial^2(\omega - \bar{\omega})}{\partial y^2})$ が支配的であることがわかる。従って, 壁面近傍においては, 流速がT-S波の位相速度より遅いため, 流れは相対的に上流に向かって見えるわけであるが, 流体中の微小部分は渦度の拡散の影響を受け, 自らの渦度を増減させながら, 風上へと流れて行く。

一方, 壁面から離れた $y/\delta = 0.5$ 付近では渦度変動が x 正の方向に運ばれる効果 $((u - U_{TS}) \frac{\partial \omega}{\partial x})$ と $v \frac{\partial \omega}{\partial y}$ の項がつり合っている。これは以下のように説明できる:

境界層を形成している渦度場は, T-S波の位相速度より速い流れに乗って流下するが, 流下方向に周期的に並んでいる渦度変動場が誘導する速度 v のために, 上下にうねりながら流下する。上下にうねった渦度場から (壁からの距離に応じた) 平均渦度を差し引いたものが渦度変動そのものに他ならない。従って, 渦度場に生じた流れ方向に周期的なパターンが, 自らの流下速度よりも速い流れの中でその形を維持する機構となっている。

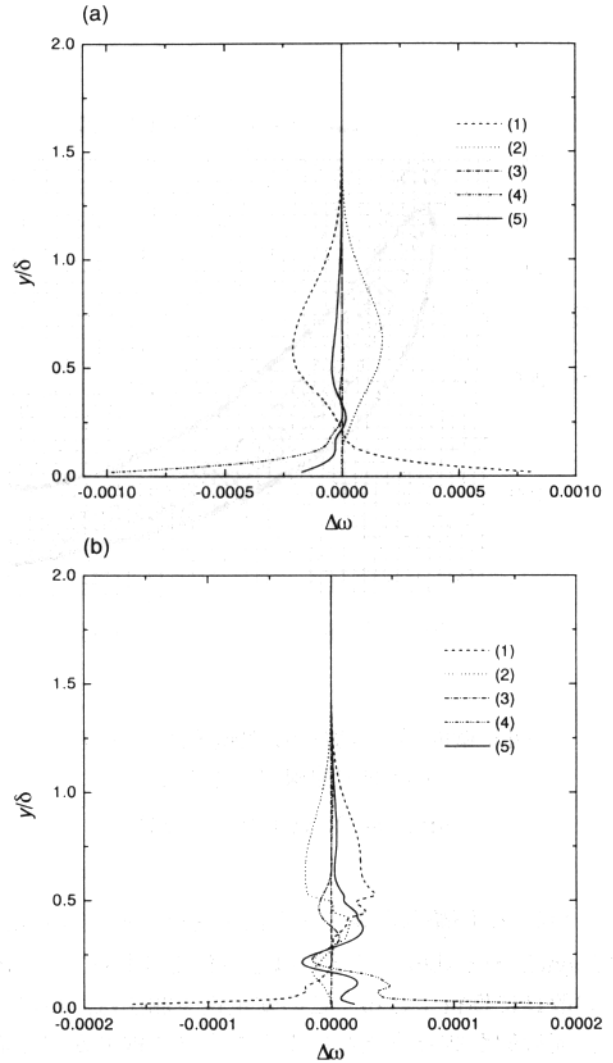


図4 渦度輸送方程式各項の貢献量の比較

- (a) 図3のC (平均と一致する位置),
 (b) 図3のD (極大位置)
 (1) $(u - U_{TS}) \frac{\partial \omega}{\partial x}$, (2) $v \frac{\partial \omega}{\partial y}$, (3) $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$,
 (4) $\frac{\partial^2(\omega - \bar{\omega})}{\partial y^2}$, (5) Total)

しかしながら, レイノルズ数が無限大の条件においてT-S波が成長できないということは, 上に述べた機構だけではその渦度変動パターンが成長できないことを表しており, 壁面からの拡散による渦度変動の供給が何らかの形で関わるのがT-S波が成長するための必要条件であることになる。

そこで, 壁面で生成された渦度変動が相対的には上流へ向かって流されながら上方へと拡散して行く軌道を求め, 壁面から離れたところにある渦度変動パターンに渦度を供給できるような波長およびレイノルズ数の組合せの条件を求めた。その結果を図5に示す。

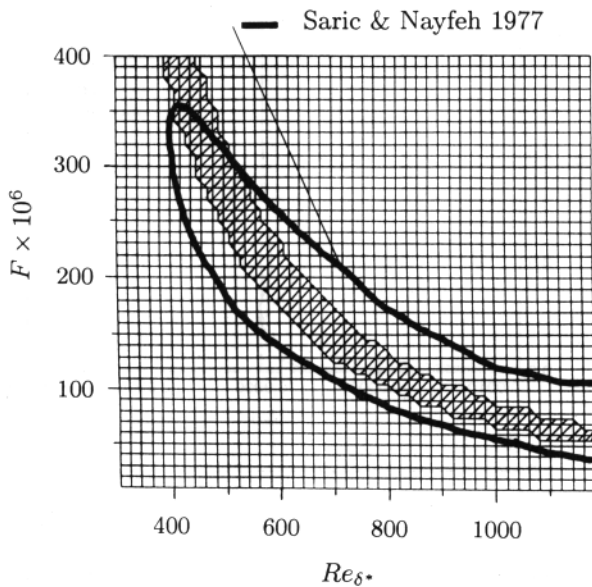


図5 壁面渦度変動の拡散軌道から求めた
中立安定曲線 (斜線部) と
Saric and Nayfeh ⁽²⁾ との比較

かなり、簡略な計算であるにも関わらず、Saric and Nayfeh ⁽²⁾ と比較してそれほど外れてはならず、今後の改良に期待できる。この安定性予測法は、特に平行流近似が成り立たないような今まで線形安定理論を適用できなかったような流れ場にも応用できると考えられる。

4 まとめ

T-S波を渦度変動として捉え、渦度変動のパターンの成長に関する渦度輸送方程式各項を評価した。その結果：

- (1) 渦度変動のパターンには壁面近傍の斜めに傾いたパターンと $y/\delta = 0.5$ 付近を中心に見られるものとの2種類がある。
- (2) 壁面近くでは、壁面で生成された渦度変動が相対的に上流側へと流されながら y 方向へと拡散している。
- (3) $y/\delta > 0.2$ では、渦度変動のパターンが誘導する壁面垂直方向の速度により自分自身を保持する機構がある。
- (4) 壁面で生成された渦度変動の拡散軌道から中立安定曲線が求まる可能性が示された。

以上の結論が得られた。

参考文献

- 1) J. Lighthill, Introduction. Boundary Layer Theory, *Laminar Boundary Layers*, Ed. L. Rosenhead, Oxford at the Clarendon Press, Chap. 2 (1963) pp. 46-113.
- 2) W.S. Saric and A.H. Nayfeh, Nonparallel Stability of boundary layers with pressure gradients and suction, *AGARD*, (1977) cp-224.

三次元境界層の安定性に対する圧縮性の影響

浅井 雅人 (都科技大) 清野宏 (都科技大院) 伊藤信毅 (航技研)

Effects of Compressibility on the Stability of Three-Dimensional Boundary Layer

by

Masahito Asai*, Hiroshi Seino* and Nobutake Itoh**

*Dept. of Aerospace Eng., Tokyo Metropolitan Inst. Tech.

**National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Stability of compressible three-dimensional boundary layers is examined on the basis of the linearized stability theory. Stability analysis is made for subsonic and supersonic boundary layers at Mach numbers $M_e = 0.2$ and 2.0 respectively, using a family of the Falkner-Skan-Cooke type profiles as the boundary-layer profiles. The results show that the cross-flow instability becomes dominant for both the Mach numbers when the maximum cross-flow velocity exceeds 5 % of the external streamwise velocity. It is also shown that the dependency of the propagation angle and phase speed of the most unstable mode on the Mach number is very weak for the cross flow instability.

Key Words: Compressible boundary layer, 3D boundary layer, Cross-flow instability

1. まえがき

後退翼上境界層の乱流遷移は、前縁に沿ったアタッチメントラインコンタミネーションを抑えた場合、翼面上、特に前縁まわりの圧力勾配方向と外部流線方向とが異なることにより生じる横流れ不安定により支配される^{1,2)}。従って、後退翼の層流化を考える上で横流れ不安定の抑制・制御は不可欠であり、NALで小型実験機の開発が始まったSST(超音速輸送機)の翼の層流化においてもそれは重要な空力技術課題である。本研究では、そのような超音速機の層流化に必須の圧縮性三次元境界層の基本的な安定特性を理解するため、主流マッハ数 $M_e = 2.0$ の超音速三次元境界層の線形不安定性をFalkner-Skan-Cooke型の三次元境界層分布を用いて解析している。また、結果は、非圧縮とみなすことができる $M_e = 0.2$ の場合の境界層の安定特性と比較される。

2. 安定性解析

安定性解析に用いた基本流は、Falkner-Skan-Cooke型境界層³⁾の相似解をIllingworth-Stewartson変換⁴⁾により圧縮性境界層に拡張したものである。ただし、図1の座標系において、主流の (x, y) 方向速度成分 (U_e, V_e) が

$$U_e = K\tilde{x}^m, \quad V_e = \text{const}, \quad \text{ただし} \quad \tilde{x}(x) = \int_0^x \frac{c_e p_e}{c_0 p_0} dx$$

で表され、また、壁は断熱壁とし、粘性係数は温度の一

次式で近似される(線形関係)と仮定する。ここで、 c_e, p_e は外縁での音速と圧力、 c_0, p_0 は淀み点での音速と圧力である。本研究では前縁近くの加速境界層を対象とし、 $m > 0$ とする。主流(外縁)マッハ数 $M_e = 2.0$ 、レイノルズ数 $R(= \delta Q_e / \nu_e) = 1000$ (ν_e は外縁での動粘性係数)および $\Lambda = 60^\circ$ で計算された流線方向(x_1)および直角方向(x_2)の速度分布 $U_1 = U_1(\zeta)$, $U_2 = U_2(\zeta)$ および温度分布 $T = T(\zeta)$ を図2に示す。ただし、速度及び温度は外縁の値 Q_e および T_e で無次元化されており、 ζ は壁に垂直な座標 $\zeta = z/\delta$ ($\delta = \sqrt{\nu_e x/Q_e}$)である。また、プラントル

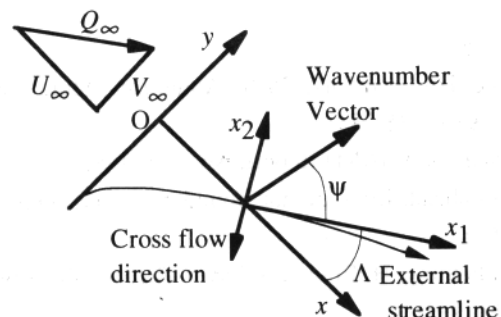


図1 座標系。

数 $P_r = 0.72$, 比熱比 $\gamma = 1.4$ とした. 図のように, m の増大とともに流れ方向速度成分 $U_1(\zeta)$ は加速のためより安定な分布に変化する一方, 横流れ成分 $U_2(\zeta)$ は増加していく. これらの境界層分布について線形安定性解析を行った. 擾乱は空間増幅型 (複素波数 $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$, 波数 β と周波数 ω は実数) とし, 平行流近似に基づく線形擾乱方程式の数値解析は, Mack^{5,6)} の方法を用いている.

3. 三次元境界層の不安定性

図 3(a) は最大横流れ速度 U_{2m} (U_2 の ζ 分布の最大絶対値) と最大増幅擾乱の波面角 $\psi = \tan^{-1}(\beta/\alpha_r)$ の関係である. 図には圧縮性の影響を見るため, 非圧縮とみなすことができる $M_e = 0.2$ の計算結果と比較してある. 図のように, $M_e = 2.0$ においては零圧力勾配 (二次元, $m=0$) 境界層の最大増幅擾乱は $\psi \approx 60^\circ$ をもつ斜行波であり, 横流れ成分が生じるとその値から徐々に増加し, $U_{2m} > 0.05$ で一定の値 $\psi \approx 75^\circ$ をとるようになる. 図 3(b) に示す位相速度 $C_r = \omega/\sqrt{\alpha_r^2 + \beta^2}$ もそれに対応して主流の約 10% の一定値に落ちつく. 興味深いことに, この臨界横流れ速度 ($U_{2m} = 0.05$) は $M_e = 0.2$ の非圧縮の場合と全く同様であり, 亜音速/超音速いずれの場合も $U_{2m} > 0.05$ で横流れ不安定が支配的になることを示している: 非圧縮の場合には二次元境界層 ($m=0$) の最大増幅擾乱は二次元擾乱 ($\psi = 0^\circ$) である. また, 擾乱の固有関数 (振幅・位相の ζ 分布) も $M_e = 2.0$ と 0.2 の場合でほとんど違いが無いことを追記する. 図 3(c) は最大増幅率 ($-\alpha_{im}$) と U_{2m} の関係である. 増幅率は, 非圧縮の場合には小さな U_{2m} に対して主流加速の影響を受けるが, 超音速の場合には U_{2m} の増加とともに単調に増加する. ここで, 境界層厚さは, m の値の増加 (即ち加速) と共に減少し (図 2 参照) かつ M_e にも強く依存する. そこで, 最大横流れ速度 ($U_2 = U_{2m}$) 位置 δ_m を境界層厚さの基準スケールに選び, 増幅率 ($-\alpha_{im}\delta_m$) を横流れレイノルズ数 $R_{cross} = (\delta_m U_{2m}/\nu)$ に対して図 4 に示している. この比較においても, 横流れ不安定の増幅率は M_e の増加により減少するのがわかる. ただし, 速度分布形や R_{cross} が両マッハ数に対して異なるので, この点についてはさらに詳しく調べる必要がある.

引用文献

- 1) Reed, H.L. and Saric, W.S. Annu. Rev. Fluid Mech. 21 (1989) 235-284.
- 2) Arnal, D. AGARD Report, No. 786 (1992).
- 3) Rosenhead, J.P. Laminar Boundary Layers, Oxford (1963).
- 4) Schlichting, H. Boundary Layer Theory, McGraw-Hill (1979).
- 5) Mack, L. M. JPL Report, No. 900277 (1969).
- 6) Mack, L.M. AGARD Report, No. 709 (1984).

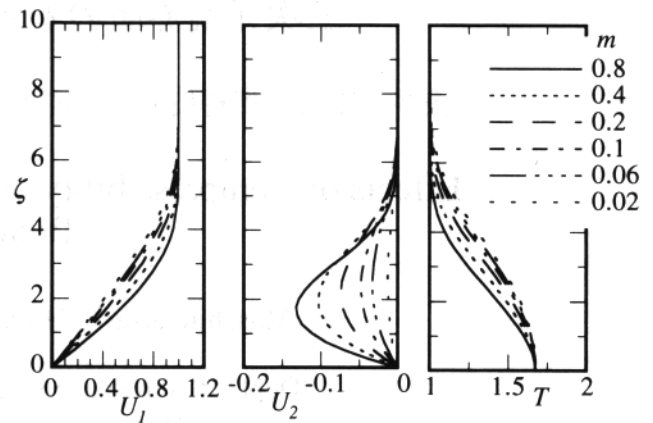


図 2 境界層の速度分布と温度分布 ($M_e = 2.0$, $R = 1000$, $\Lambda = 60^\circ$).

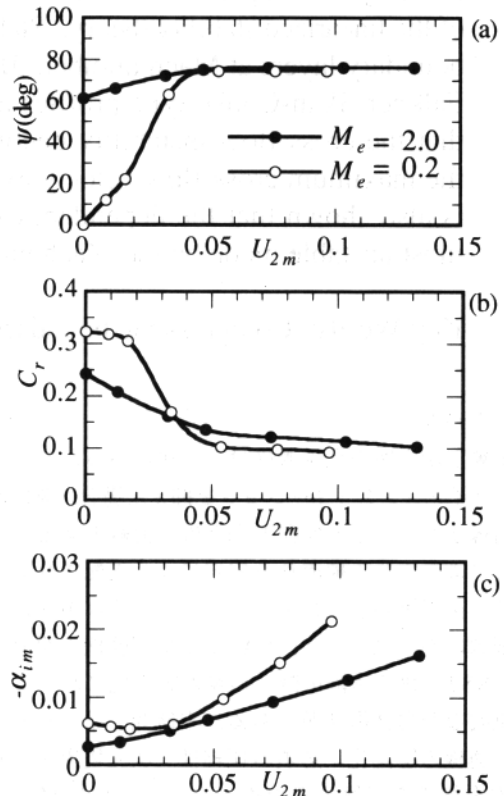


図 3 最大増幅擾乱の波面角 (ψ), 位相速度 (C_r) および増幅率 ($-\alpha_{im}$) の横流れ速度に対する変化 ($R = 1000$, $\Lambda = 60^\circ$).

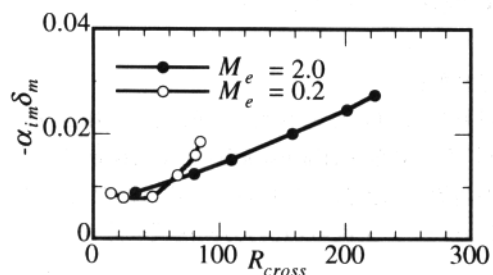


図 4 $-\alpha_{im}\delta_m$ と R_{cross} との関係.

圧縮性平面 Poiseuille 流れにおける乱流遷移の DNS

前川 博 (電通大), 尾添 靖通 (電通大院), 山本 稀義 (航技研)

DNS of compressible plane Poiseuille flows undergoing transition

by

H.Maekawa *, N.Ozoe *, and K.Yamamoto **

* The Univ.Electro-Communications,

** National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

The three-dimensional time-dependent compressible Navier-Stokes equations are numerically solved to study spatially developing plane poiseuille flows undergoing transition. For spatially developing DNS, NSCBC boundary conditions are employed in the streamwise(x) and the vertical(y) directions. High-order Compact finite difference schemes is used in the x and the y directions. A classical Fourier method is used in the periodic direction z. Unstable disturbances are obtained from the linear stability theory using a Chebyshev collocation method. Preliminary results for low(M=0.1,0.5) and high(M=4.5) Mach numbers are presented. Numerical tests to validate the code and the boundary conditions are given. A pseudo-shock wave is observed in the plane poiseuille flow for M=4.5 because of the effect of viscosity on a shock.

Key Words: DNS, Poiseuille flow, high Mach number, transition

1. 序論

次世代超音速輸送機の開発に伴い超音速境界層における層流乱流遷移機構の解明が再び注目を集めている。圧縮性境界層及び平面 Poiseuille 流などの壁面せん断流は壁面の存在がその遷移機構に大きな影響を与えていると考えられる。

本研究では、圧縮性平面 Poiseuille 流の遷移特性を解明するために空間発展直接シミュレーションコードを開発した。マッハ数を変え圧縮性の影響を DNS で調べるとともに線形安定性理論によって不安定モードについても研究した。

2. 数値計算法

2.1. 支配方程式

比熱比一定の圧縮性流体における粘性での支配方程式は無次元化して次のように表される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u_j \frac{\partial p}{\partial x_j} + \gamma p \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + (\gamma - 1) \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3)$$

ここで

$$\tau_{ij} = \frac{\mu}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (4)$$

式(1),(2)および(3)は、それぞれ密度、速度および圧力に関する支配方程式を表す。 p は熱力学的圧力、 q_i は x_i 上に沿った熱流束ベクトルであり、

$$q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (5)$$

無次元粘性係数は指数法則

$$\mu = T^{2/3} \quad (6)$$

を使い、熱伝導率 λ は粘性係数 μ によって次式より得る。

$$\lambda = \frac{\mu}{M^2 Re Pr} \quad (7)$$

ここで、 γ は比熱比($\gamma=1.4$)、 M はマッハ数($M = u_m^*/c^*$)、 Re はレイノルズ数($Re = \rho_0^* u_m^* l / \mu_0^*$)、

P_r はプラントル数である。正規化した音速 ($c = c^*/u_m^*$) は状態方程式

$$c^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \quad (8)$$

を満たす。

2.2. 境界条件

Thompson^[1]による特性解析に基づく流入流出境界条件は、Poinso^[2]により Navier-Stokes 方程式に拡張されており、NSCBC として用いられている。これらの境界条件では、境界上の速度、圧力、密度等をすべて特性波として規定する。

2.2.1. 二次元平面 Poiseuille 流れの境界条件

二次元 Poiseuille 流れは入り口部 ($x=0$) で次のように与える。

$$\begin{aligned} u(0, y, t) &= u_m \left[\cos \left(\frac{\pi y}{2l} \right) \right]^2, \\ v(0, y, t) &= 0, \\ T(0, y, t) &= T_0, \end{aligned} \quad (9)$$

ここで u_m は入り口部での最大速度である。壁面の境界条件 ($y = \pm l$) は等温 (T_0) 滑り無し壁である。 x 方向 (L) は半値半幅 l に対して $L/l = 10$ である。 z 方向は周期境界条件とする。

低レイノルズ数二次元平面流れの Poiseuille 流れについて境界条件を考える。境界条件は、管の入り口部は亜音速流入流れと仮定し、壁面では等温滑り無し壁である。管の出口部 ($x=L$) は亜音速無反射流出流れとし、出口部で反射がないので、 L_1 が境界に進入する波とすると、無限遠における圧力 p_∞ を課して L_1 を外挿する。

$$L_1 = K(p - p_\infty), \quad (10)$$

ここで K は定数で: $K = \sigma(1 - M^2)c/L$ 。 σ は定数である。定数 K は Rudy and Strikwerda^[3] により提案されたもので、 $\sigma = 0.25$ を計算で用いた。

2.3. 計算法

直接数値シミュレーションは x, y それぞれの方向の空間微分はコンパクトスキームを、 z 方向は周期境界条件のためフーリエスペクトル法を用いる。時間積分は 4 次のルンゲクッタ法を使用した。

2.3.1. Compact スキーム

Compact スキームは Taylor 展開を基礎とした多点補間法による有限差分スキーム^{[4][5]}である。

ただし、本計算ではグローバルスキームは対称スキームである。

境界では、一階微分は

$$f'_0 + \alpha f'_1 = \frac{1}{h}(af_0 + bf_1 + cf_2 + df_3) \quad (11)$$

(4 次精度の $\alpha = 3, a = -\frac{17}{6}, b = c = \frac{3}{2}, d = -\frac{1}{6}$ を用いた。)

境界以外 ($2 < i < N-2$) では、

$$\begin{aligned} \beta f'_{i-2} + \alpha f'_{i-1} + f' + \alpha f'_{i+1} + \beta f'_{i+2} \\ = c \frac{f_{i+3} - f_{i-3}}{6h} + b \frac{f_{i+2} - f_{i-2}}{4h} \\ + a \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \end{aligned} \quad (12)$$

とし 6 次精度の $\alpha = \frac{1}{3}, \beta = 0, a = \frac{14}{9}, b = \frac{1}{9}, c = 0$ を使った。

ただし 1, $N-1$ ノード点での微分項は、式 (12) において $\alpha = \frac{1}{4}, \beta = 0, a = \frac{3}{2}, b = 0, c = 0$ とした 4 次精度の標準 Padé スキームを用いた。

二階微分は境界では次のように表される。

$$f''_0 + \alpha f''_1 = \frac{1}{h^2}(af_0 + bf_1 + cf_2 + df_3) \quad (13)$$

3 次精度の $\alpha = 2, a = -\frac{5}{2}, b = 2, c = \frac{1}{2}, d = 0$ を用いている。

境界以外 ($2 < i < N-2$) は、

$$\begin{aligned} \beta f''_{i-2} + \alpha f''_{i-1} + f'' + \alpha f''_{i+1} + \beta f''_{i+2} \\ = c \frac{f_{i+3} - 2f_i + f_{i-3}}{9h^2} + b \frac{f_{i+2} - 2f_i + f_{i-2}}{4h^2} \\ + a \frac{f_{i+1} - 2f_i + f_{i-1}}{h^2} \end{aligned} \quad (14)$$

とし 6 次精度のスキーム ($\alpha = \frac{2}{11}, \beta = 0, a = \frac{12}{11}, b = \frac{3}{11}, c = 0$) を用いた。

ただし 1, と $N-1$ ノード点での微分項は、式 (14) において $\alpha = \frac{1}{10}, \beta = 0, a = \frac{6}{5}, b = 0, c = 0$ とした 4 次精度の標準 Padé スキームを用いる。従って空間発展の一階微分の計算は

$$A\hat{f}' = \frac{1}{h}B\hat{f} \quad (15)$$

で表される。 A, B は $N \times N$ の行列、 \hat{f} と \hat{f}' はそれぞれのノードにおける関数と微分を表す N ベクトルである。行列 A は式 (12) の左辺から 3 重対角行列であれば LU 分解を使って代数的に微分項 \hat{f}' を求めることができる。また、行列 B は保存則を満たすようにノード点 ($i=0, 1, 2, N-2, N-1, N$) に重みをかける。二階微分も同様である。

3. 計算結果及び考察

3.1. 直接シミュレーション

図1(a)~(c)は、レイノルズ数 $Re=15$ 、マッハ数 $M(=u_m/c)=0.1$ における2次元 Poiseuille 流れの直接シミュレーション結果である。図1(a)は、 $t=120$ のときの圧力の等値線を示している。流出境界において反射が見られない。図1(c)は温度の等値線を示している。等温壁の影響によって図2のように壁面よりわずかに温度が低くなる分布になっていることがわかる。図1(b)は主流方向の速度分布 u の等値線を示している。入口付近は、流入境界条件の影響が現れるが、下流では流出境界から圧力の反射がなく一様な流れになっている。低レイノルズ数 $Re=15$ で、これらは厳密解 (Schlichting^[6])

$$u(x, y, t) = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial p^{exact}}{\partial x} (l^2 - y^2) \quad (16)$$

と一致していることを調べた。(図3参照)

3.2. 高マッハ数の DNS

線形安定性理論を使って平面 Poiseuille 流れの乱流への遷移構造を調べるために空間発展問題における圧縮性の影響を調べた。線形安定計算は非粘性圧縮性攪乱方程式の解法にチェビシェフ級数を使ったスペクトル法を用いた。二次元モードにおける $\frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0.0$ の変極点付近の不安定モードの固有値、固有関数を求めた。マッハ数 $M=4.5$ 、周波数 $\omega=0.46$ 、成長率 $-\alpha_i=0.0391$ の時の固有関数は \hat{T} と $\hat{\rho}$ のモードが相対的に大きいことため流入面での攪乱は温度と密度の固有関数を用いた。図4はマッハ数 $M=4.5$ における圧力と渦度および温度の等値線を示す。低マッハ数 ($M=0.1, 0.5$) の場合と異なり、疑似衝撃波が主流に存在しておりその結果 Poiseuille 流における渦度分布も疑似衝撃波の圧力変化ごとに変化していることがわかる。図5、6には $t=136$ における密度および温度の断面分布を示す。疑似衝撃波における密度の上昇の様子と下流に向かって温度が上昇していることがわかる。

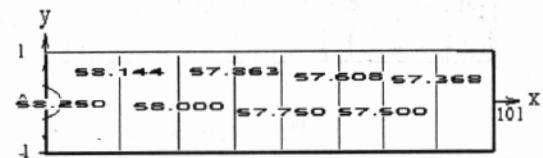
4. 結論

平面 Poiseuille 流れの遷移機構を解明するためのコンパクトスキームを使った空間発展直接シミュレーションコードを開発した。その結果、この計算スキームと境界条件によって厳密解とよく一致する計算結果が得られた。高マッハ数では、

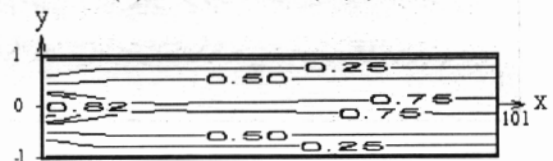
粘性の影響が主流に及んでいるために圧力や密度が段階的に上昇する疑似衝撃波が主流に存在することが確かめられた。

参考文献

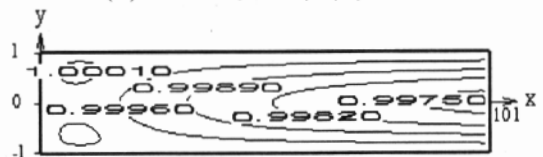
- 1) Kevin.W.Thompson, Time Dependent Boundary Conditions for Hyperbolic Systems II, J.Comput.Phys., **89**, 439-461(1990)
- 2) T.J.Poinsot, S.K.Lele, Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows, J.Comput. Phys., **101**, 104-129(1992)
- 3) D.H.Rudy, J.C.Strikwerda, J.Comput.Phys., **36**, 55(1980)
- 4) Sanjiva K.Lele, Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution, J.Comput.Phys., **103**, 16-42(1992)
- 5) X.Deng, H.Maekawa, Compact High-Order Accurate Nonlinear Schemes, J.Comput.Phys., **130**, 77-91(1997)
- 6) H.Schlichting, Boundary-Layer Theory, McGraw-Hill (1987)



(a) Pressure at (ct/l)=280.



(b) Velocity at (ct/l)=280.



(c) Temperature at (ct/l)=280.

Fig.1 Pressure, velocity and temperature fields at steady state for the Poiseuille flow ($M=0.1, Re=15, Pr=0.71$).

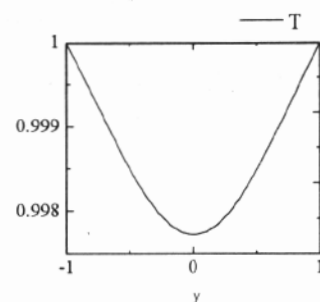


Fig.2 Temperature field at $x=10$.

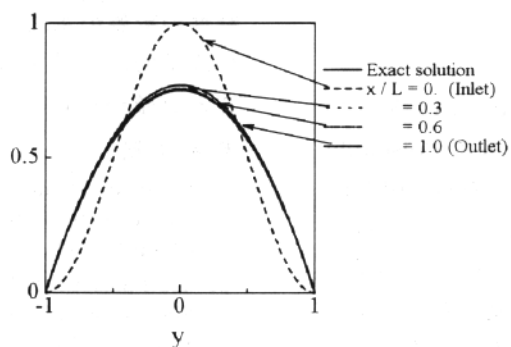
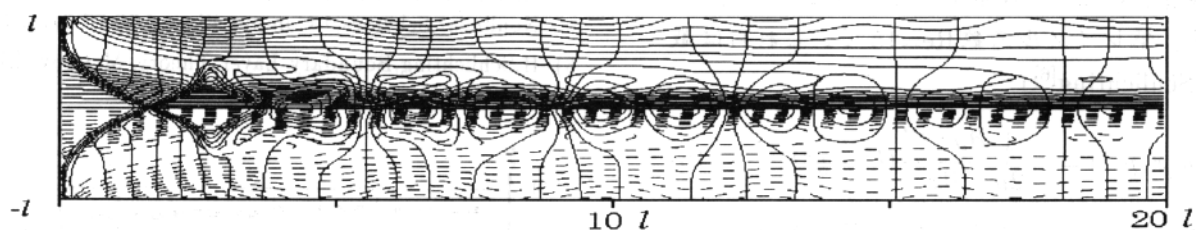
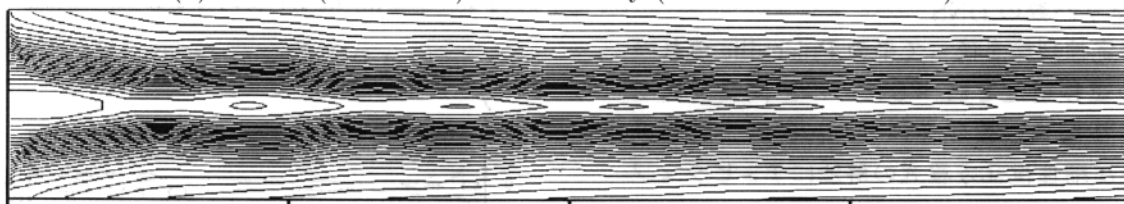


Fig.3 Comparison between numerical results and exact solution for a Poiseuille flow computation of velocity profiles.



(a) Pressure (Solid lines) and Vorticity (Dotted and solid lines)



(b) Temperature

Fig.4 DNS results ($M=4.5, Re=1500, Pr=1.0, t=136.6$)

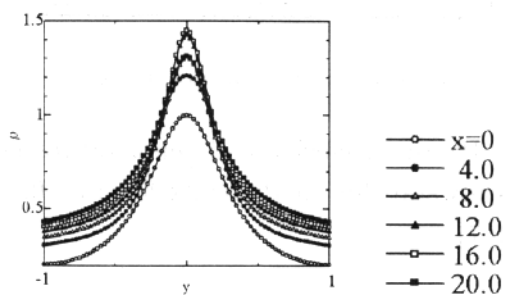


Fig.5 Density distributions

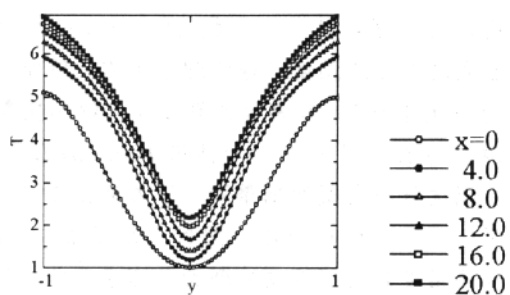


Fig.6 Temperature distributions at $t=136.6$

急拡大部を持つ管路流れの不安定性と乱流遷移

同志社大・工 水島二郎, 足立高弘, 塩谷幸信

Instability of flow and its transition to turbulence in a suddenly expanded and contracted channel

by

Jiro Mizushima, Takahiro Adachi and Yukinobu Shiotani

Department of Mechanical Engineering
Doshisha University

ABSTRACT

Characteristic properties of flow in a two-dimensional symmetric channel with a suddenly expanded and contracted part are investigated numerically. It is predicted that there occur three distinct types of flow in the channel depending upon the Reynolds number, which are symmetric steady, asymmetric steady and asymmetric time-periodic flows. Pressure distribution along the center line of the channel is evaluated numerically. Especially, the pressure difference across the expanded and contracted part of the channel is investigated in detail. It is concluded that the pressure difference is not largely affected by the type of flow but differs depending on Reynolds number.

Key Words ; Sudden Expansion Flow, Sudden Contraction Flow, Laminar Flow Transition, Flow Instability, Pressure Characteristics

1 緒言

急拡大・縮小部をもつ対称流路は平行平板間の一部に拡大部を持つ流路である。この流路を流れる流れは平面ポアズイユ流のもつ一様性を破る流れの典型的な例である。

これまで, Durst, Cherdrone and Whitelaw^{(1),(2)}は拡大部のみを持つ流れについて, 流れの可視化法とLDV計測法により, 対称な流れの不安定性の発生と遷移, 急拡大部の影響による剥離渦の生成, 周期流の発生についての研究を行った。Fearn, Mullin and Cliffe⁽³⁾は急拡大流路流れの実験と数値シミュレーションを行い, 流れの不安定性が発生する臨界レイノルズ数を求め, 実験装置を製作する際の精度の影響についても調べた。また, 中西, 桜井と大坂⁽⁴⁾は, 数値シミュレーションにより境界層の剥離および再付着点距離と流路内の圧力勾配などの力学的諸量との関連についての報告を行った。

一方, 急拡大・縮小部が同一流路内に存在する対称流路流れについては, Mizushima, Yamaguchi and

Okamoto⁽⁵⁾が数値シミュレーションによる流れの不安定性と定常解の分岐および周期流の発生に関する報告を行った。しかし, 流路内圧力分布などの力学的特性と流れのパターン変化との関連についての議論は未だなされていない。急拡大・縮小流路流れの圧力分布などの力学的特性を調べることは, 空調ダクト, 排気マニホールド等, 工学的に重要な流れに対する基礎的な知識として必要である。

ここでは, これら二次元急拡大・縮小流路について, 差分法による数値シミュレーションおよび有限要素法による定常解の数値計算を行い, レイノルズ数の変化に伴う流れのパターンの変化を調べるとともに, 流路における圧力分布などの力学的特性についても詳しい検討を行う。

2 支配方程式

本計算に用いた座標系を図1に示す。図1におけるLCの中点を原点0とし, 流れ中心軸に x 軸, それと直角方

向に y 軸を取る。流れは二次元非圧縮性流であり温度は一定とする。流れを支配する方程式は、ナビエ・ストークス方程式と連続の式

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

または流れ関数 $\psi(x, y, t)$ と渦度 $\omega(x, y, t)$ を用いた渦度輸送方程式とポアソン方程式

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right), \quad (3)$$

$$\omega = - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

である。ここで、流れ場を特徴づけるパラメータはレイノルズ数 $Re = U_{\max} h / 2\nu$ 、拡大比 $E = 3h/h$ 、アスペクト比 $A = L_0/3h$ であり、代表速度として流路入口 AB における最大速度 U_{\max} を、代表長さとして流路助走区間の流路の $1/2$ すなわち $h/2$ を用いて無次元化を行った。

境界条件は、流路入口 AB において流れは十分発達した平面ポアズイユ流と仮定する。すなわち、

$$u = 1 - y^2, \quad v = 0,$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0,$$

$$\begin{aligned} \psi &= \int_{-1}^y u dy = \int_{-1}^y (1 - y^2) dy \\ &= y \left(1 - \frac{y^2}{3} \right) + \frac{2}{3} \\ &\text{at } x = -L_1 \end{aligned} \quad (6)$$

で与える。また、流路出口 HG での境界条件については、流れが定常流である場合は流出条件、すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} &= 0, \quad \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \\ &\text{at } x = L_0 + L_2 \end{aligned} \quad (7)$$

を用いる。流れが非定常周期流である場合には、次の Sommerfeld の放出条件を用いる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi}{\partial t} + c \frac{\partial \psi}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} + c \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0 \\ &\text{at } x = L_0 + L_2. \end{aligned} \quad (8)$$

上式において、 c は流路出口 HG 上各点での流出速度 u を用いる。また、壁面では次式で与えられる次の粘着条件を用いる。

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_1 = 0 && \text{on } BCDEFG, \\ \psi &= \psi_2 = 4/3 && \text{on } HIJKLA, \\ u &= \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 && \text{on } BCDEFG \text{ and } HIJKLA. \end{aligned} \quad (9)$$

圧力の境界条件は差分法では流路入口 AB で $p = 0$ 、有限要素法では流路出口 HG で $p = 0$ とした。

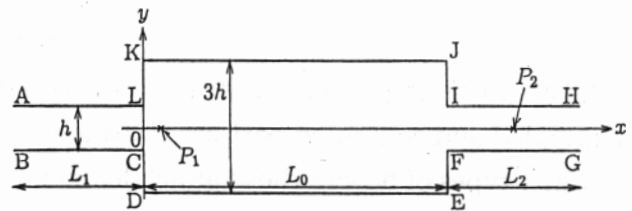


図1 流路の形状と座標系。

3 実験・計算結果と考察

3.1 流れの遷移とパターン変化

急拡大・縮小部を持つ対称な流路流れは、レイノルズ数が小さいときは流路中心軸上に対して対称な定常流であり、レイノルズ数が大きくなると、非対称な定常流へと遷移し、より大きいレイノルズ数では、再び対称な定常流に戻った後、さらに大きいレイノルズ数において、流れは時間的に振動する周期流に遷移することが知られている。(5)

その代表例として拡大比 $E = 3$ 、アスペクト比 $A = 7/3$ の定常対称流 ($Re = 40$)、定常非対称流 ($Re = 58$)、非定常周期流 ($Re = 900$) についての流れ場、圧力場を図2に示す。

$Re = 40$ では流れ場は流路の急拡大部において中心軸に対して対称な循環渦領域が存在し、これら渦領域に挟まれた主流は急縮小部付近で広がった後、後流助走区間に流入する。圧力場も中心軸に対し対称である。

$Re = 58$ では流れ場は非対称となり、対称性を破るピッチフォーク分岐が生じたことがわかる。圧力場も非対称となり、特に拡大部流路では、流れが偏流した方向において圧力勾配が大きくなることがわかった。

$Re = 900$ では流れ場は拡大部に2つの渦領域が存在し、上下あわせて4つの大きな渦領域が存在する。また、急縮小部付近において主流の振動が見られ、下流域に

波として伝わっていく様子がわかる。圧力は、急縮小部付近で激しく変化している。したがって流れの振動は、急縮小部において発生することが圧力場における変化からも推測することができる。また、圧力振動は後流助走区間においても、さらに下流へと伝播されることがわかった。

次にアスペクト比 $A = 8/3$ について定常対称流→定常非対称流→定常対称流へと遷移する分岐図を求める。

流れの場を特徴づける代表物理量として、流路中心軸上の代表点 $P_1(x, y) = (0.8, 0.0)$ における y 方向の速度成分 v_1 をとる。このとき分岐図は図3となる。レイノルズ数 Re が A ($Re = Re_{c1}$) より小さいとき流れは対称流で $v_1 = 0$ で表される。図の A でピッチフォーク分岐^{(6),(7)}を起こし、 $A-E$ は不安定な対称流、 $A-C$ (or $A-C'$) は安定な非対称流となる。 C (or C' , $Re = Re_{c2}$) でサドルノード分岐が起こり、非対称流は不安定となる。また、 E ($Re = Re_{c2}$) でピッチフォーク分岐が起こり、 $E-D$ は安定な対称流、 $E-C$ (or $E-C'$) は不安定な非対称流となる。 B と C の間で同じレイノルズ数で安定な対称流 ($E-D$)、安定な非対称流 ($B-C$, $B'-C'$) および不安定な非対称流 ($E-C$, $E-C'$) の5つの解が存在することがわかった。ここで安定な解は3つあり、その中でどの解が選択されるかは流れの履歴と偶然に支配される。流れの遷移は、レイノルズ数を A より小さい点から大きくしていくと、 $ABCD$ (or $AB'C'D$) と遷移し、レイノルズ数を D より大きい点から小さくしていくと、 $DEBA$ (or $DEB'A$) と遷移する。小さいレイノルズ数からレイノル

ズ数を増加させたときと、大きいレイノルズ数からレイノルズ数を減少させたときとは流れの遷移の道筋が違い、ヒステリシスが生じることがわかった。

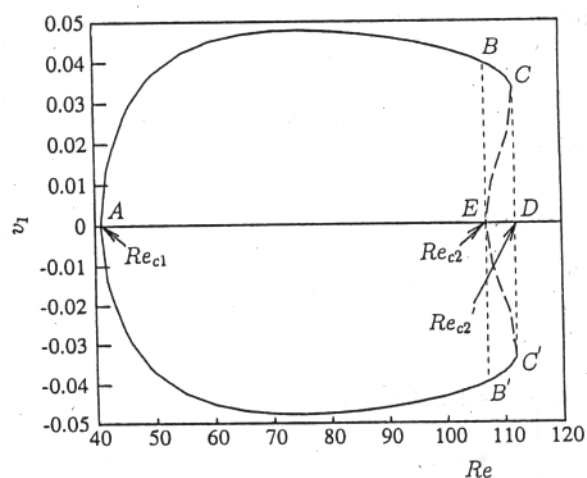


図3 代表点 P_1 における v_1 とレイノルズ数 Re の関係 ($A = 8/3$).

流れが定常対称流→定常非対称流→定常対称流→非定常周期流へと遷移する臨界レイノルズ数とアスペクト比の関係を示した中立曲線を図4に示す。この図からわかるようにアスペクト比が大きくなるにしたがってピッチフォーク分岐の臨界レイノルズ数とサドルノード分岐の臨界レイノルズ数の差は大きくなることがわかった。また、ホップ分岐が起こる中立曲線は $A = 2.8$ で極値を持つことがわかった。

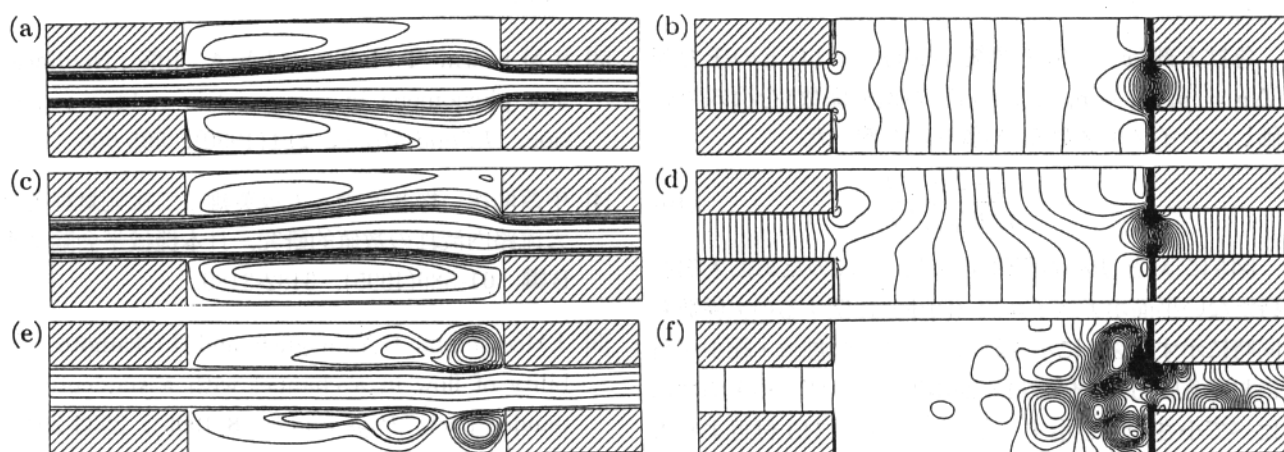


図2 各レイノルズ数における流れ場、圧力場 ($A = 7/3$).

(a),(b); $Re = 40$, (c),(d); $Re = 58$, (e),(f); $Re = 900$

(a),(c),(e); 流れ場, (b),(d),(f); 圧力場

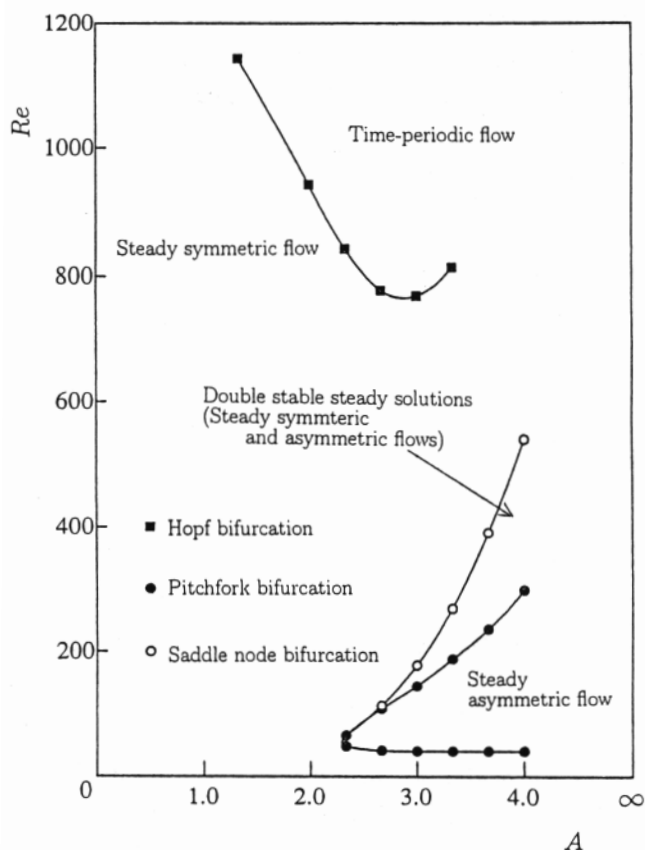


図4 中立曲線.

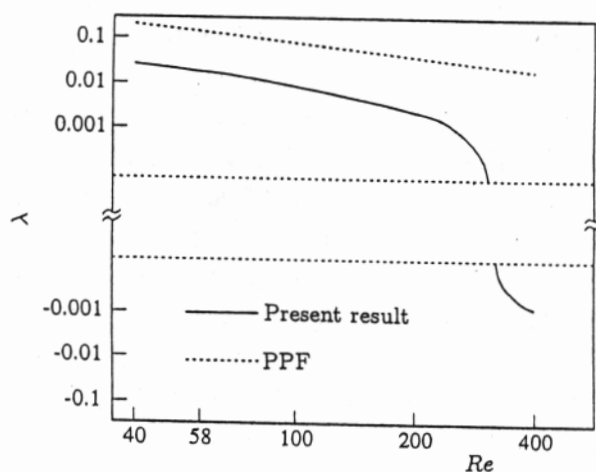
3.2 圧力特性

前節ではレイノルズ数の変化に伴って流れが遷移し、流れ場のパターンが変化することを示した。ここでは、流れ場の遷移に対応して流路内の圧力分布がどのように変化するかアスペクト比 $A = 7/3$ について詳しく述べる。

急拡大部 ($x = 0$) と急縮小部 ($x = 14$) との圧力差 ($\Delta p = p_{x=14} - p_{x=0}$) から圧力損失係数 λ を次式で評価し、レイノルズ数 Re の依存性を調べた。

$$\lambda = \frac{-\Delta p}{1/2 U_{\max}^2} \frac{h}{L_0} \quad (10)$$

図5に λ と Re の関係を示す。比較のため拡大部を持たない平面ポアズイユ流 (PPF) に関する損失係数も同時に示す。図5に示されるように、急拡大・縮小流路における圧力損失係数は平面ポアズイユ流の損失係数に比べて小さい値を示す。さらに、 $Re = 310$ 付近より大きいレイノルズ数においては、 λ が正から負に転じている。これは、急縮小部における圧力が急拡大部の圧力よりも高いことを示す。すなわち、本研究で対象とする急拡大・縮小流路では、レイノルズ数が大きい場合にも非常に高い圧力回復を期待することが可能となり、工学的な圧力上昇器としての機能が期待できることが確かめられた。

図5 圧力損失係数 λ とレイノルズ数 Re の関係.

参考文献

- [1] F.Durst, W.Cherdron and J.H.Whitelaw ; Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion, *J.Fluid Mech.*, **64**(1974), 111-128.
- [2] F.Durst, W.Cherdron and J.H.Whitelaw ; Asymmetric flow and instabilities in symmetric ducts with sudden expansion, *J.Fluid Mech.*, **84**(1978), 13-31.
- [3] R.M.Fearn, T.Mullin and K.A.Cliffe ; Nonlinear flow phenomena in a symmetric sudden expansion, *J.Fluid Mech.*, **211**(1990), 595-608.
- [4] 中西助次, 桜井元康, 大坂英雄 ; 二次元対称急拡大流路内流れの数値的研究, 日本機械学会論文集 B 編, **61**-589(1995), 3182-3189.
- [5] J.Mizushima, H.Yamaguchi and H.Okamoto ; Stability of flow in a channel with a suddenly expanded part, *Phys.Fluids*, **8**(1996), 2933-2942.
- [6] ランダウ・リフシッツ ; 流体力学, 東京図書(1992), pp.114-115.
- [7] I.J.Sobey and P.G.Drazin ; Bifurcation of two-dimensional channel flows, *J.Fluid Mech.*, **171**(1986), 263-287.

Direct Numerical Simulation on Spiral Taylor-Görtler Vortices in the Spherical Couette Flow

Weiming Sha, Koichi Nakabayashi

*Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology
Showa-Ku, Gokiso-Cho, Japan*

ABSTRACT

A finite-difference method, which is second-order accurate in time and space, is used to solve three dimensional, time dependent incompressible Navier-Stokes equations in spherical polar coordinates. The spherical Couette flow between two concentric spheres with the inner one rotating is computed. We simulated the spiral Taylor-Görtler (TG) vortex flow, and a comparison of the numerical solutions with the available experimental measurements was also made. It is demonstrated that the three dimensional spiral TG vortices in the spherical Couette flow are well simulated.

1. INTRODUCTION

In this paper, we use a finite-difference scheme [1] to solve the three dimensional incompressible time-dependent Navier-Stokes equations in spherical polar coordinate. Singularities of the Navier-Stokes equations in spherical polar coordinates can be removed by performing spatial discretization in a conservative form of the equations on a staggered grid. Based on Dukowicz and Dvinsky's approximate factorization method [2], a new algorithm, which is a second-order accurate in time and space, is given. The Taylor-Görtler vortex and spiral Taylor-Görtler vortex of the spherical Couette flow is then simulated with this numerical method. So far as we know, there is still no literature on the work. In the following, the governing equations and boundary conditions are presented in Section 2. The numerical method is described briefly in Section 3. In Section 4, we show some numerical results of the spiral Taylor-Görtler vortices in the spherical Couette flow, and make a comparison with experimental measurements. A summary is given in Section 5.

2. GOVERNING EQUATIONS AND BOUNDARY CONDITIONS

The full incompressible Navier-Stokes equations with no body force and the continuity equation are

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.2)$$

where \mathbf{u} is the velocity field, p is kinematic pressure and Re is the Reynolds number.

We consider the time-dependent motion of an isothermal, incompressible, Newtonian fluid contained in an annulus between two concentric rotating spheres. The spheres are assumed to be rigid and the cavity region between the spheres is filled with a viscous fluid. The inner sphere is constrained to rotate about the vertical axis with a prescribed angular velocity Ω , while the outer sphere is fixed. The inner and outer radii of the spheres are R_1 and R_2 , respectively. The Reynolds number is defined as

$$\text{Re} = \frac{\Omega R_1^2}{\nu} \quad \text{which } \nu \text{ is the kinematic viscosity.}$$

No-slip (rigid) boundary conditions along the spherical boundaries are

$$\begin{aligned} u_r = u_\theta = 0, \quad u_\varphi &= \sin\theta & \text{on } r = R_1, \\ u_r = u_\theta = u_\varphi &= 0 & \text{on } r = R_2. \end{aligned}$$

3. Numerical Method

The numerical method is the same as that in [1]. The numerical method is only described briefly here.

Space discretization is carried out in a computational domain between the two concentric spheres. The spatial discrete operators are evaluated using the central finite-difference scheme on a staggered grid, and they are second-order accurate in space. For the time-integration, we have used a semi-implicit time-advancement scheme with the implicit Crank-Nicolson scheme for the conservative part of the viscous term and the explicit Adams-Bashforth scheme for the convective and the remained viscous terms. The pressure term is treated in a mixed form of the Crank-Nicolson and Adams-Bashforth scheme.

The discretization of the method is second-order accurate in time and space.

The approximate factorization technique (Beam and Warming [3]; Briley and McDonald [4]; Kim and Moin [5]) is used to treat the discrete velocity equation and, we compute the discrete velocity of equation by solving three tridiagonal matrices with a standard TDMA (TriDiagonal-Matrix Algorithm) method. As for the discrete pressure, we can compute it firstly by application of ADI (Alternating-Direction Implicit) method (Peaceman and Rachford [6]) to the discrete pressure equation, and then solving the system with a standard TDMA method for the two tridiagonal matrices and with a refined TDMA method (Temperton [7]) for the cyclic tridiagonal matrix.

To complete the numerical method, adequate initial conditions of the velocity \mathbf{u}^0 and the pressure gradient Gp^0 are required. In the present study, we chose the Stokes solution as the initial velocity condition at $Re=5$, i.e., $\mathbf{u}^0=\mathbf{u}^0(0, 0, u_\phi^0)$ in which the Stokes flow profile is

$$u_\phi^0 = \frac{1}{(1+\beta)^3 - 1} \left(-r + \frac{(1+\beta)^3}{r^2} \right) \sin\theta$$

where the clearance ratio β is defined as $\beta=(R_2-R_1)/R_1$. This Stokes flow is the time-independent, axisymmetric solution to the equations (2.1)~(2.2) and the boundary condition in the limit $Re \rightarrow 0$. For the initial pressure gradient it can be found that $Gp^0=0$ is exactly satisfied in this Stokes solution of the spherical Couette flow. When considering a steady, low Reynolds number flow as the initial state, we generally have the relation $Gp^0=\nabla^2 \mathbf{u}^0/Re$ for the initial pressure condition.

In the following calculation, the computational domain is divided by a number of grids $22 \times 361 \times 91$ in the radial, meridional and circumferential directions, respectively. The grids were constructed uniformly in the meridional and circumferential directions, while a geometric distribution was used in the radial direction in order to improve the resolution in the near-wall region of the spheres.

Since the viscous stability limit is removed by treating the conservative part of the viscous terms implicitly, the stability of the overall numerical method is restricted by the CFL condition. The local CFL number is defined as

$$CFL = \left(\frac{|u_r|}{\Delta r} + \frac{|u_\theta|}{r \Delta \theta} + \frac{|u_\phi|}{r \sin\theta \Delta \phi} \right) \Delta t$$

where Δr , $r \Delta \theta$ and $r \sin\theta \Delta \phi$ are the grid spacing of the spherical polar coordinates. The time increment Δt is then required for the restricted stability condition of $\max\{CFL\} < 1$ where $\max\{CFL\}$ is the maximum value of CFL number evaluated in the computational domain. However, the condition of $\max\{CFL\} < 1$ here is only a guess but not a known stability limit.

In the next Section, we present the direct numerical simulation results in the case of $\beta=0.14$. For comparison β has been chosen as same as that in the experiments (Nakabayashi [8], Nakabayashi and Tsuchida [9]). The Reynolds number was quasi-statically increased ($dR^*/dt=0.0006$, R^* is defined as $R^*=Re/Rec$ in which Rec is the critical Reynolds number for occurrence of the Taylor-Görtler(TG) vortex) in order to eliminate the effect of the rotative acceleration ratio on the spherical Couette flow (Nakabayashi and Tsuchida [10]). Time integration was carried out until the steady or time-periodic state was obtained.

4. NUMERICAL RESULTS

Here, we just show the results on the numerical simulation of the so-called spiral Taylor-Görtler (TG) vortices (Nakabayashi [8]). Dumas and Leonaed [11] have been successful in simulation of the three-dimensional spiral TG vortices for a narrow gap case ($\beta=0.06$). In this numerical simulation, we are concerned with $\beta=0.14$, a moderate gap case.

As we raise the Reynolds number Re to a higher value, the 1-vortex flow (TG vortex flow) becomes unstable due to the secondary instability, and its symmetry is broken. This secondary instability results in a transition from the 1-vortex flow to the supercritical spiral TG vortex flow. This three-dimensional spiral TG vortex flow at $Re=Res=1110$ (Res ; the Reynolds number for occurrence of the spiral TG vortex) is illustrated in the following Fig. 1. Fig. 1 shows the plots of the velocity vectors (u_ϕ , u_θ) of the spiral TG vortex flow in the (θ, ϕ) spherical cross-section at mid-gap radius viewed from (a) $\phi=\pi/2-2\pi/9$; (b) $\phi=\pi-\pi/9$; (c) $\phi=3\pi/2-2\pi/9$; (d) $\phi=2\pi-2\pi/9$. The flow on the section moves in the same direction as that of the inner rotating sphere (counterclockwise). The contour of the zero radial velocity ($u_r=0$) in this section is also drawn with two types of solid lines, which is the boundary between existing inflow ($u_r < 0$) and outflow ($u_r > 0$). Thin solid lines indicate the center positions of the two toroidal TG vortices. The thick ones, which are counted by every two thick lines from each side of the equator, correspond to the center lines of the spiral TG

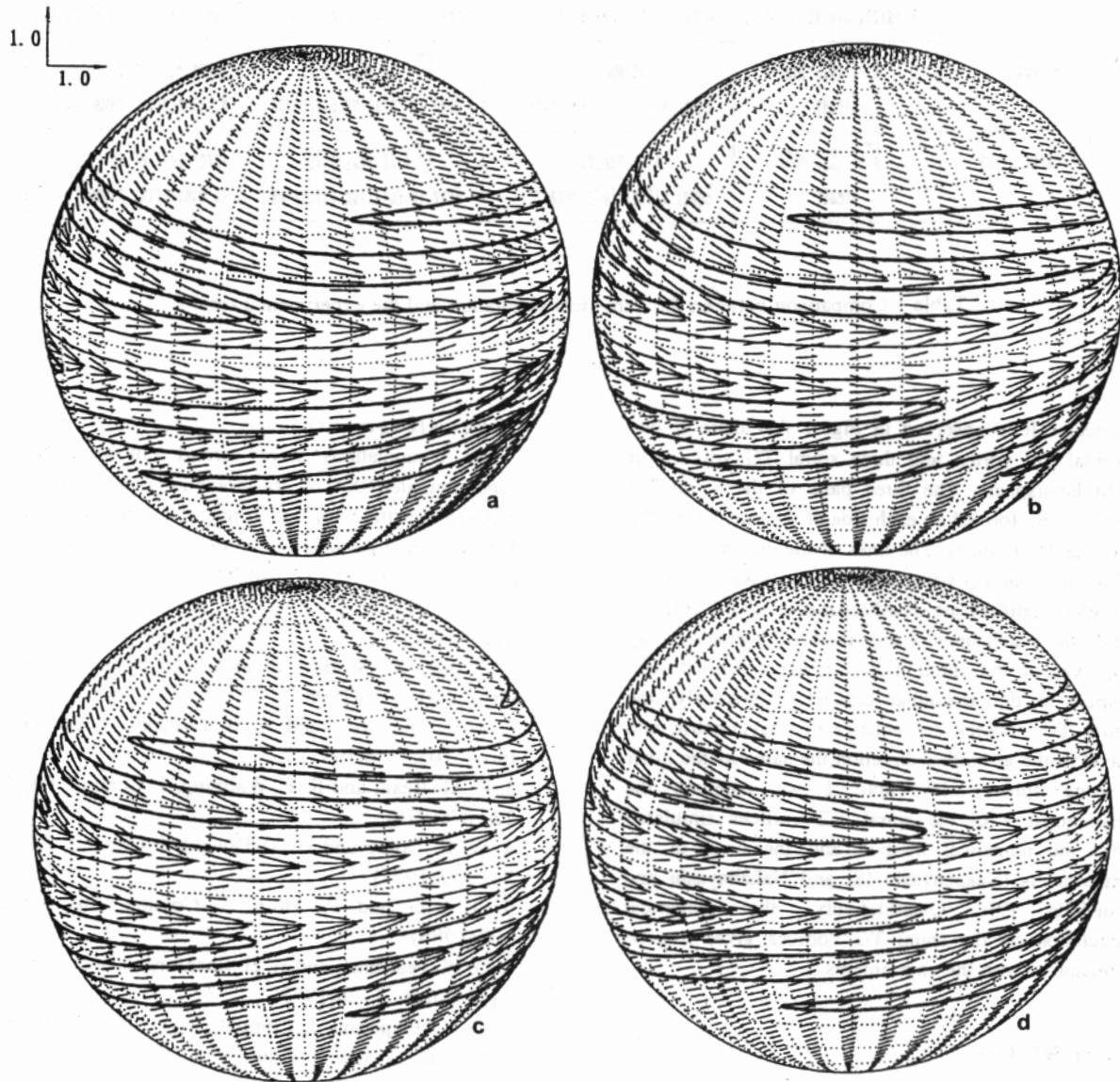


Fig. 1 Plots of the velocity vectors of the spiral TG vortex flow in the (θ, ϕ) spherical cross-section at mid-gap radius viewed from (a) $\phi = \pi/2 - 2\pi/9$; (b) $\phi = \pi - 2\pi/9$; (c) $\phi = 3\pi/2 - 2\pi/9$; (d) $\phi = 2\pi - 2\pi/9$. The Reynolds number for occurrence of these spiral TG vortices Re_s is 1100 in the numerical simulation. Contour of the zero radial velocity ($u_r=0$) on this section is also drawn with two types of solid lines. Thin solid lines indicate the center positions of the two toroidal TG vortex cells. The thick ones, which are counted by every two thick lines from each side of the equator, correspond to the center lines of the spiral TG vortex.

	Toroidal TG Vortex		Spiral TG Vortex	
	Dynamical Characteristics	Geometrical Characteristics	Dynamical Characteristics	Geometrical Characteristics
Experiments	$R^*=1$ ($Re_c=900$) Steady	Axisymmetric Equal widths to clearance	$R^*=1.13$ ($Re_c=1017$) Move in rotating direction	Three pair of spirals No-equatorial symmetry
Present Study	$R^*=1$ ($Re_c=940$) Steady	Axisymmetric Equal widths to clearance	$R^*=1.18$ ($Re_c=1110$) Move in rotating direction	Three pair of spirals No-equatorial symmetry

Table 1 Comparison between the numerical simulation and the experimental results.

vortices. It is observed in Fig. 1 that there is one toroidal TG vortex and three spiral TG vortices in each hemisphere. The three pairs of the spiral TG vortices are formed on each side of the one pair of the toroidal TG vortices. The lines of the center positions of the toroidal TG vortices (or say the axes of the TG toroidal vortices) are nearly parallel to the equator while the center lines of the spiral TG vortices (or say the axes of the spiral TG vortices) are tilted with respect to the azimuthal direction. Obviously, the spiral TG vortices are equatorially asymmetric and travel in the azimuthal direction (the same as the inner rotating sphere). In Table 1 we compare the characteristics of the spiral TG vortices simulated with the numerical method and the ones of the experiments (Nakabayashi [8] and Nakabayashi and Tsuchida [9]). Quantitatively, the numerical simulation on the spiral TG vortices gives a good agreement with the experiments.

5. SUMMARY

A finite-difference method, which is second-order accurate in time and space, is used to solve three dimensional, time dependent incompressible Navier-Stokes equations in spherical polar coordinates. The discrete velocity equations are solved with the approximate factorization technique and standard TDMA method, while the discrete Poisson equation is solved with the ADI technique and a refined TDMA method. The spherical Couette flow between two concentric spheres with the inner one rotating is computed. We simulated the spiral TG vortex flow, and a comparison of the numerical solutions with the available experimental measurements was also made. It is demonstrated that the three dimensional spiral TG vortices in the spherical Couette flow are well simulated.

Acknowledgments

The computations were carried out with NEC supercomputer(SX4) at the computing center of the National Institute for Environmental Studies, Japan. The work was partially supported by a Grants-in-Aid for Scientific Research, Japan.

References

1. W. Sha, K. Nakabayashi and H. Ueda, J. Comput. Phys. 141, 1-20(1998).
2. J. K. Dukowicz and A. S. Dvinsky, J. Comput. Phys. 102, 336(1992).
3. R. M. Beam and R. F. Warming, J. Comput. Phys. 22, 87(1976).
4. W. R. Briley and H. McDonald, J. Comput. Phys. 24, 372(1977).
5. J. Kim and P. Moin, J. Comput. Phys. 59, 308(1985).
6. D. W. Peaceman and H. H. Rachford, J. Soc. Indust. Appl. Math. 3, 28(1955).
7. C. J. Temperton, J. Comput. Phys. 19, 317(1975).
8. K. Nakabayashi, J. Fluid Mech. 132, 209(1983).
9. K. Nakabayashi and Y. Tsuchida, J. Fluid Mech. 194, 101(1988).
10. K. Nakabayashi and Y. Tsuchida, J. Fluid Mech. 295, 43(1995).
11. G. Dumas and A. Leonard, J. Comput. Phys. 111, 205(1992).

一様乱流における速度の 交差独立性と 2 点速度分布

巽 友正 (国際高等研究所)

Cross-Independence of the Velocity and
Two-point Velocity Distribution
in Homogeneous Turbulence

by
Tomomasa Tatsumi

International Institute for Advanced Studies

ABSTRACT

The hypothesis of the *cross-independence*, or the independence of the sum and the difference, of turbulent velocities at two points, which was employed in the previous paper [1] for closing the Lundgren-Monin equation of the one-point velocity distribution [2], [3], was applied here to the equation of the two-point velocity distribution.

In this case, there is no unique way for applying the *cross-independence* hypothesis to the three-point distributions which appear in the equation of the two-point distribution. Thus the hypothesis is applied in different ways to the three-point distributions in the viscous and the pressure terms of the equation. As the result, an implicitly closed equation is obtained for the two-point velocity distribution, which can be solved by factorizing the equation into those of the sum and the difference of the velocities.

Key Words: homogeneous turbulence
cross-independence hypothesis
two-point velocity distribution

1. 速度の交差独立性

昨年 of 研究会において、乱流理論の完結仮説として、2 点における速度の和と差との独立性、すなわち交差独立性の仮説を提案した。そしてこれを Lundgren-Monin (1967) の 1 点速度分布方程式 [2]、[3] に適用して、自己相似解として 3 次元正規速度分布を表わす解を得た [1]。この解は、仮説が結果によって満たされるため自己整合的である。また乱流理論としては、外部励起をもたない自由減衰乱流においては、1 点速度分布が正規分布であり、エネルギー減衰が時間の逆

1 乗則に従うという典型的な相似性を示す点で、興味ある解となっている。

本論文においては、交差独立性の仮説を Lundgren-Monin の 2 点速度分布方程式 [2], [3] に適用し、2 点分布に対する閉じた方程式を導く。

2. 2 点速度分布方程式

一様乱流における速度とその分布関数については、すでに前論文 [1] において定義し、詳しく取り扱っているのので、ここではそれを (I-番号) の形で引用する。

1 点、2 点、および 3 点速度分布を、
 $f(1) = f(u_1, x_1, t)$ (I-1)
 $f^{(2)}(1, 2) = f^{(2)}(u_1, u_2; x_1, x_2; t)$ (I-2)
 $f^{(3)}(1, 2, 3) = f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; x_1, x_2, x_3; t)$
 $= \langle \delta(u(x_1, t) - u_1) \delta(u(x_2, t) - u_2) \times$
 $\times \delta(u(x_3, t) - u_3) \rangle$ (1)
 で表わす。

一様乱流においては、それらは、
 $f(1) = f(u_1, t)$ (I-3)
 $f^{(2)}(1, 2) = f^{(2)}(u_1, u_2; r, t)$ (I-4)
 $f^{(3)}(1, 2, 3) = f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r', t)$ (2)
 $r = x_2 - x_1, r' = x_3 - x_1$ 、と書ける。

2 点速度分布 $f^{(2)}$ に対する Lundgren-Monin の方程式は、次式で与えられる。
 $[\partial / \partial t + u_1 \cdot \partial / \partial x_1 + u_2 \cdot \partial / \partial x_2] \times$
 $\times f^{(2)}(1, 2)$
 $= (\partial / \partial u_1) \cdot [(1/4\pi)(\partial / \partial x_1) \times$
 $\times \iint (1/|x_3 - x_1|)(u_3 \cdot \partial / \partial x_3)^2 \times$
 $\times f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 x_3 d^3 u_3$
 $- \nu \lim_{|x_3 - x_1| \rightarrow 0} (\partial / \partial x_3) \cdot$
 $\cdot (\partial / \partial x_3) \int u_3 f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 u_3]$
 $+ (\partial / \partial u_2) \cdot [(1/4\pi)(\partial / \partial x_2) \times$
 $\times \iint (1/|x_3 - x_2|)(u_3 \cdot \partial / \partial x_3)^2 \times$
 $\times f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 x_3 d^3 u_3$
 $- \nu \lim_{|x_3 - x_2| \rightarrow 0} (\partial / \partial x_3) \cdot$
 $\cdot (\partial / \partial x_3) \int u_3 f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 u_3]$ (3)

ここに $d^3 x_3 = \prod_{j=1}^3 |(dx_3)_j|$ 、 $d^3 u_3 = \prod_{j=1}^3 |(du_3)_j|$ で、以下同様。

一様乱流の場合には、(3) 式は次のように書ける。

$[\partial / \partial t + (u_2 - u_1) \cdot \partial / \partial r] f^{(2)}(1, 2)$
 $= (\partial / \partial u_1) \cdot [(1/4\pi)(\partial / \partial x_1) \times$
 $\times \iint (1/|r'|)(u_3 \cdot \partial / \partial r')^2 \times$
 $\times f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 r' d^3 u_3$
 $- \nu \lim_{|r'| \rightarrow 0} (\partial / \partial r') \cdot (\partial / \partial r') \times$
 $\times \int u_3 f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 u_3]$
 $+ (\partial / \partial u_2) \cdot [(1/4\pi)(\partial / \partial x_2) \times$
 $\times \iint (1/|r'|)(u_3 \cdot \partial / \partial r')^2 \times$
 $\times f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 r' d^3 u_3$
 $- \nu \lim_{|r'| \rightarrow 0} (\partial / \partial r') \cdot$
 $\cdot (\partial / \partial r') \int u_3 f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 u_3]$ (4)

ここに、 $r' = x_3 - x_2$ 。

1 点速度分布に対する (I-10) 式とは違

って、2 点分布方程式 (3) は、一様乱流の場合の (4) 式においても、左辺の移流項と右辺の圧力項が消えない。移流項は $f^{(2)}$ で書かれているため問題ないが、右辺の圧力項と粘性項は高次分布 $f^{(3)}$ を含むため、この $f^{(3)}$ を交差独立仮説を用いて低次分布で表わす必要がある。

ところが、交差独立性は 2 点速度に関して考えられたものであるため、3 点速度に適用するには一意的な方法が存在しない。したがって、ここでは、圧力項と粘性項のそれぞれに適したやり方で、交差独立仮説を適用することを試みる。

3. 3 点交差独立性

まず粘性項は、2 点分布方程式 (I-10) においても同じ形で存在しているため、同様の取扱いが可能である。これに対して圧力項は、(I-10) では存在しなかった項であり、しかも積分形であるため、新しい発想を必要とする。以下、この順に、交差独立仮説の適用を試みる。

3.1 粘性項

粘性項における $f^{(3)}$ は、1 点分布方程式 (I-10) の粘性項における $f^{(2)}$ と同じ方法で評価することができる。

(I-10) 式における $f^{(2)}$ が、 $|r| \rightarrow 0$ の極限において現れたのに対して、いまの第 1 粘性項における $f^{(3)}$ は、 $|r'| \rightarrow 0$ の極限において現れるため、交差独立性は速度 (u_1, u_3) の組について仮定することができる。

このとき、3 点分布 $f^{(3)}$ は、交差速度を用いて、

$$\begin{aligned} f^{(3)}(1, 2, 3) d^3 u_1 d^3 u_2 d^3 u_3 \\ = f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r'; t) d^3 u_1 d^3 u_2 d^3 u_3 \\ = g^{(3)}(u_+, u_-, u_2; r, r'; t) \times \\ \times d^3 u_+ d^3 u_- d^3 u_2 \end{aligned} \quad (5a)$$

$$u_+ = \frac{1}{2}(u_1 + u_3), \quad u_- = \frac{1}{2}(u_3 - u_1)$$

と書けるから、

$$\begin{aligned} f^{(2)}(1, 2, 3) \\ = f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r'; t) \\ = 2^{-3} g^{(3)}(u_+, u_2, u_-; r, r'; t) \end{aligned} \quad (6a)$$

となり、交差独立関係は次のように表わされる。

$$g^{(3)}(u_+, u_2, u_-; r, r'; t)$$

$$=g^{(2)}+(u_+^{(1)}, u_2; r', r; t)g^{(2)}-(u_-^{(1)}, r', t) \quad (7a)$$

ここに、 $g^{(2)}$ は、 $|r'| \rightarrow 0$ の状況では u_2 に依存しないと仮定している。

同様に、第2粘性項に対しては、速度 (u_2, u_3) に交差独立性を仮定し、

$$f^{(3)}(1, 2, 3)d^3u_1d^3u_2d^3u_3 \\ =g^{(3)}(u_+^{(1)}, u_-^{(1)}, u_1; r', -r; t) \times \\ \times d^3u_+^{(1)}d^3u_-^{(1)}d^3u_1 \quad (5b)$$

$u_+^{(1)} = \frac{1}{2}(u_2 + u_3)$, $u_-^{(1)} = \frac{1}{2}(u_3 - u_2)$
すなわち、

$$f^{(3)}(1, 2, 3) \\ =f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r'; t) \\ =2^{-3}g^{(3)}(u_+^{(1)}, u_-^{(1)}, u_1; r', -r; t) \quad (6b)$$

と書けば、交差独立性は次のように表わされる。

$$g^{(3)}(u_+^{(1)}, u_-^{(1)}, u_1; r', -r; t) \\ =g^{(2)}+(u_+^{(1)}, u_1; r', -r; t) \times \\ \times g_-(u_-^{(1)}, r'; t) \quad (7b)$$

$f^{(3)}$ の表現(6a, b)と(7a, b)を、(4)式の粘性項に代入すれば、先に(I-10)式の粘性項について表式(I-26)を導いたのと同じ方法で、第1および第2粘性項を次のように表わすことができる。

$$T_v^{(2)1} \\ =-\nu(\partial/\partial u_1) \cdot \lim_{|r'| \rightarrow 0} \Delta_{r'} \times \\ \times \int u_3 f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r') d^3u_3 \\ =-2^{-3}\nu(\partial/\partial u_1) \cdot \lim_{|r'| \rightarrow 0} \Delta_{r'} \int u_3 \times \\ \times g^{(2)}+(u_+^{(1)}, u_2; r', r)g_-(u_-^{(1)}, r')d^3u_3 \\ =-(2/3)\nu|\partial/\partial u_1|^2 f^{(2)}(u_1, u_2; r) \times \\ \times \lim_{|\Delta x'| \rightarrow 0} \Delta_{\Delta x'} \times \\ \times \int |\Delta u'|^2 g_-(\Delta u', \Delta x') d^3\Delta u' \quad (8a)$$

$$T_v^{(2)1} \\ =-\nu(\partial/\partial u_2) \cdot \lim_{|r'| \rightarrow 0} \Delta_{r'} \times \\ \times \int u_3 f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r') d^3u_3 \\ =-2^{-3}\nu(\partial/\partial u_2) \cdot \lim_{|r'| \rightarrow 0} \Delta_{r'} \times \\ \times \int u_3 g^{(2)}+(u_+^{(1)}, u_1; r', -r) \times \\ \times g_-(u_-^{(1)}, r')d^3u_3 \\ =-(2/3)\nu|\partial/\partial u_2|^2 \times \\ \times f^{(2)}(u_2, u_1; -r) \lim_{|\Delta x'| \rightarrow 0} \Delta_{\Delta x'} \times \\ \times \int |\Delta u'|^2 g_-(\Delta u', \Delta x') d^3\Delta u' \quad (8b)$$

したがって、全粘性項は(8a, b)から、

$$T_v^{(2)} = T_v^{(2)1} + T_v^{(2)2} \\ =-(2/3)\nu C_v(\Delta_{u1} + \Delta_{u2}) \times \\ \times f^{(2)}(u_1, u_2; r, t) \quad (9)$$

で表わされる。ここに、 C_v は(I-28)で定義された定数である(脚注を参照)。

以上のように、粘性項については、交差独立仮説の適用が近接条件(I-9)に適っていることと、結果が $f^{(2)}$ で表わされているために、交差独立性は完結仮説としてうまく機能したといえる。

3.2 圧力項

圧力項における $f^{(3)}$ に対しては、粘性項の場合のような、交差独立性仮説を適用すべき特定の速度の組が存在しない。したがって、ここでは、2点速度の近接条件(I-9)を3点速度 (u_1, u_2, u_3) に拡張した、次の条件を考える。

三点近接条件:

$$\lim_{|r'|, |r''| \rightarrow 0} f^{(3)}(1, 2, 3) \\ =\lim_{|r'|, |r''| \rightarrow 0} f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r'; t) \\ =f(u_1, t) \delta(u_3 - u_1) \delta(u_3 - u_2) \\ =f(\frac{1}{2}(u_1 + u_2), t) \delta(u_3 - u_1) \delta(u_3 - u_2) \quad (10)$$

この条件を漸近形とする交差独立性は、

$$f^{(3)}(1, 2, 3)d^3u_1d^3u_2d^3u_3 \\ =f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r'; t)d^3u_1d^3u_2d^3u_3 \\ =g^{(3)}(u_+, u_-, u_-^{(1)}; r, r'; t) \times \\ \times d^3u_+d^3u_-d^3u_-^{(1)} \quad (11)$$

すなわち、

$$f^{(3)}(1, 2, 3) = f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r'; t) \\ =4^{-3}g^{(3)}(u_+, u_-, u_-^{(1)}; r, r'; t) \quad (12)$$

$$g^{(3)}(u_+, u_-, u_-^{(1)}; r, r'; t) \\ =g_+(u_+, r, t)g_-(u_-, r', t) \times \\ \times g_-(u_-^{(1)}, r', t) \quad (13)$$

のように書くことができる。

脚注:

これに関連して、文献[1]における数値的な誤りを訂正しておきたい。

(I-17)、p. 31左欄の最下式、(I-23)、(I-25)の最終右辺、および(I-26)の第1右辺に、いずれも係数 2^{-3} を掛ける。

その結果、(I-26)の第2右辺の係数4を2に、同式の最終右辺と(I-27)および(I-30)の右辺における係数 $(4/3)$ を $(2/3)$ に訂正する。

(9)式は、この訂正された係数をもつ(I-27)式と合致している。

(4) 式の二つの圧力項は、(12)、(13) を代入すればそれぞれ次のように表わされる。

$$\begin{aligned} 4\pi T_p^{(2)'} &= (\partial/\partial u_1) \cdot (\partial/\partial x_1) \times \\ &\times \iint |r'|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r')^2 \times \\ &\times f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r') d^3 r' d^3 u_3 \\ &= 4^{-3} (\partial/\partial u_1) \cdot (\partial/\partial x_1) g_+(u_+, r) \times \\ &\times \iint |r'|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r')^2 \times \\ &\times g_-(u_-, r') g_-(u_-, r') d^3 r' d^3 u_3 \\ &= 2^{-3} (\partial/\partial u_1) \cdot (\partial/\partial x_1) g_+(u_+, r) \times \\ &\times \iint |r'|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r')^2 \times \\ &\times g_-(u_-, r') g_-(u_-, r') d^3 r' d^3 u_- \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} 4\pi T_p^{(2)''} &= (\partial/\partial u_2) \cdot (\partial/\partial x_2) \times \\ &\times \iint |r''|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r'')^2 \times \\ &\times f^{(3)}(u_1, u_2, u_3; r, r'') d^3 r'' d^3 u_3 \\ &= 4^{-3} (\partial/\partial u_2) \cdot (\partial/\partial x_2) g_+(u_+, r) \times \\ &\times \iint |r''|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r'')^2 \times \\ &\times g_-(u_-, r') g_-(u_-, r'') d^3 r'' d^3 u_3 \\ &= 2^{-3} (\partial/\partial u_2) \cdot (\partial/\partial x_2) g_+(u_+, r) \times \\ &\times \iint |r''|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r'')^2 \times \\ &\times g_-(u_-, r') g_-(u_-, r'') d^3 r'' d^3 u_- \end{aligned} \quad (14b)$$

したがって、全圧力項は、

$$\begin{aligned} 4\pi T_p^{(2)} &= 4\pi (T_p^{(2)'} + T_p^{(2)''}) \\ &= 2^{-3} [(\partial/\partial u_1) \cdot (\partial/\partial x_1) \\ &\quad + (\partial/\partial u_2) \cdot (\partial/\partial x_2)] \times \\ &\times g_+(u_+, r, t) \iint |r'|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r')^2 \times \\ &\times g_-(u_-, r', t) g_-(u_-, r', t) d^3 r' d^3 u_- \end{aligned} \quad (15)$$

で与えられる。

4. 閉じた2点速度分布方程式

前二項の結果から、2点速度分布 $f^{(2)}$ に対する(4)式は次のように書ける。

$$\begin{aligned} &[\partial/\partial t + (u_2 - u_1) \cdot \partial/\partial r \\ &\quad + \alpha^2 (\Delta_{u1} + \Delta_{u2})] f^{(2)}(u_1, u_2; r, t) \\ &= (1/4\pi) 2^{-3} [(\partial/\partial u_1) \cdot (\partial/\partial x_1) \\ &\quad + (\partial/\partial u_2) \cdot (\partial/\partial x_2)] g_+(u_+, r) \times \\ &\times \iint |r'|^{-1} (u_3 \cdot \partial/\partial r')^2 \times \\ &\times g_-(u_-, r') g_-(u_-, r') d^3 r' d^3 u_- \end{aligned} \quad (16)$$

この方程式は、圧力項以外はすべて2点分布 $f^{(2)}$ を従属変数として書かれているが、圧力項だけは、 g_+ 、 g_- が従属変数として残っているので、形式的には閉じていない。しかし、 $f^{(2)}$ は、交差独立仮

説(I-17)、(I-18)を用いて g_+ 、 g_- で表わすことができるので、本質的には閉じている。この意味で、圧力項における g_- が、畳み込み(convolution)積分の形で含まれていることは興味深い。

(16)式の、1点分布方程式(I-29)との整合性は、次のように確かめられる。両辺を u_2 のすべての値にわたって積分すると、還元条件(I-5)を考慮して、次のようになる。

$$\begin{aligned} &[\partial/\partial t - u_1 \cdot \partial/\partial r + \alpha^2 \Delta_{u1}] f(u_1, t) \\ &= (1/4\pi) 2^{-3} (\partial/\partial u_1) \cdot (\partial/\partial x_1) \times \\ &\times \int g_+(u_+, r) \iint |r'|^{-1} \times \\ &\times (u_3 \cdot \partial/\partial r')^2 g_-(u_-, r') \times \\ &\times g_-(u_-, r'') d^3 r' d^3 u_- d^3 u_2 \end{aligned}$$

ところが、左辺の移流項は、 f が r に依らないために消え、右辺の圧力項も、積分が u_1 だけの関数となり、 x_1 に依らないために消える。結局、方程式は、

$$[\partial/\partial t + \alpha^2 \Delta_{u1}] f(u_1, t) = 0$$

となり、1点分布に対する方程式(I-29)に帰着する。

(16)式は、そのまま $f^{(2)}$ の方程式として解くことは難しいが、この式の両辺を u_- または u_+ について積分すれば、速度和の分布 g_+ 、または速度差の分布 g_- に対する方程式を得ることができる。

とくに、 g_- に対する方程式は、その形から、 $|r| \rightarrow \infty$ における g_- の正規性と、 $|r| \rightarrow 0$ における非正規性を示す結果が得られることが期待される。

(16)式を中心とするこれらの解析は、今後の課題である。

引用文献

- [1] 巽友正(1997): 航空宇宙技術研究所特別資料, SP-36, pp. 29-32.
- [2] Lundgren, T. S. (1967): Phys. Fluids, 10, 969-975.
- [3] Monin, A. S. (1967): PMM J. Appl. Math. Mech. 31, 1057-1068.

低レイノルズ数域における音速ノズルの臨界現象

中尾 晨一 (計量研)

Choking Phenomenon of Sonic Venturi Nozzles on Low Reynolds Numbers

by

S. Nakao

National Research Laboratory of Metrology

ABSTRACT

Choking phenomenon of ISO type toroidal throat sonic Venturi nozzles were investigated over Re_{th} from 40 to 30000 for four gases, N_2 , Ar, CO_2 and He. The experimental results indicate that the critical back pressure ratio has the local maximum point around $Re_{th}=5000$, and on the Reynolds number range over about 5000 the discharge coefficients show complicated behaviors due to the interaction between the boundary layer and the shock waves in the diffuser after the back pressure ratio exceeds the critical value.. And there is the minimum Reynolds number satisfying the choking condition and the critical back pressure ratio is only 0.05 at that Reynolds number.

Key words : sonic Venturi nozzle, choke, low Reynolds number

1. はじめに

計量研究所では、確立された気体の微小質量流量標準を外部に供給するための移転標準器として音速ノズルを使用している。音速ノズルによる流量計測技術を質量流量で 10mg/min 以下（対応するレイノルズ数は、100 以下になる。）に適用する場合、明らかにしなければならないいくつかの問題が発生する。すなわち、そのような場合でも流れは臨界するのか、またその時の臨界背圧比はどのようなになるのかである。Milligam¹⁾は、円錐・円柱型ノズルを用いて遷移領域の流れと自由分子流れの間においてその臨界特性を調べた。そして、レイノルズ数が 60 以下の場合には臨界現象は認められないという結果を報告している。

ここでは、ISO 型トロイダルスロートベンチュリノズルの流出係数のレイノルズ数と背圧比との関係を調べ、臨界現象が起こる最小のレイノルズ数を求める。また、臨界背圧比のレイノルズ数に対する変化の様子

を調べる。

2. 実験装置

音速ノズルの流出係数は、ノズル・ノズルと呼ばれる装置で測定された。これは、二つの音速ノズルを直列につないだ装置で上流側の臨界条件にある音速ノズルは、装置を流れる質量流量を一定に保つ役割を担う。その一定流量条件下で下流側のノズルの下流側に設けてある圧力制御バルブを操作し、下流側のノズルの背圧を変化させその流出係数の挙動を調べた。レイノルズ数の影響を調べるためには、装置を流れる一定流量を変化させればよい。実験は、両方のノズルが臨界状態であるところから出発し、上流側ノズルの臨界が崩れるまで行われる。

ここで決定される下流側ノズルの流出係数の不確かさは、上流側ノズルの流出係数の不確かさ、圧力温度の測定の不確かさなどからなっている。また、それは実験に

使用されるガスの種類によっても異なり、今回の実験では、拡張不確かさ（拡張係数 $k = 2$ ）で $0.1\% \sim 0.3\%$ と計算された。

3. 実験結果

図は、臨界背圧比が理論レイノルズ数に対してどのように変化するかを 4 種類の気体に対して調べた結果である。この図で注意したいことは次の三点である。一つ目は、全ての気体において臨界背圧比は、理論レイノルズ数が 5000 付近で極大値を持つことである。二つ目は、 N_2 と CO_2 の結果は、同じ曲線の上にありよく一致している。また、 He と Ar の結果は、別の曲線の上にあってよくあっている。そして、 $Re_{th} = 10000$ 以上においては、 N_2 、 CO_2 と、 Ar は、異なる傾向を示している。（ He は、10000 以上のデータがない）これらのことから、単原子分子と多原子分子とでは、臨界背圧比のレイノルズ数に対する挙動が異なると考えられる。最後の点は、等エントロピ解から得られたノズル出口の背圧比よりも低い背圧比でもノズルは、臨界しないことがあるということである。

2.1 $Re_{th} < 5000$

試験した四種類の気体において、いずれも流れが臨界する最小のレイノルズ数は、約 40 であり、その時の臨界背圧比は、わずか 0.05 程度である。この最小のレイノルズ数 40 という値は、Milligam の結果とよくあっている。理論レイノルズ数が 100 以下の場合のノズルスロート部の有効断面積（境界層の排除厚さを除いた主流部分の断面積）は、60%以下になる。このことは、圧力波がこの厚い境界層を通過して下流から上流に伝搬するために、わずかな背圧の変化でも臨界が崩れるものと考えられる。

2.2 $5000 < Re_{th} < 10000$

$Re_{th} = 5000$ を越えると背圧比が臨界背圧比に近づいた時、流出係数は急激に減少し、その後少なくとも一組の極大値極小値を持つ。この現象は、ノズルのディフューザ内部において境界層と衝撃波の干渉が起こりスロート部分の境界層厚さが変動す

るためと考えられる。

2.3 $Re_{th} > 10000$

このレイノルズ数域では、流出係数は、臨界背圧比を過ぎた後、極めて複雑な挙動を示す。レイノルズ数の増加につれて流出係数の極大値は大きくなり、レイノルズ数がさらに大きくなると臨界条件での流出係数まで回復する。すなわち、ある背圧比の間だけ一時的に臨界が崩れる。

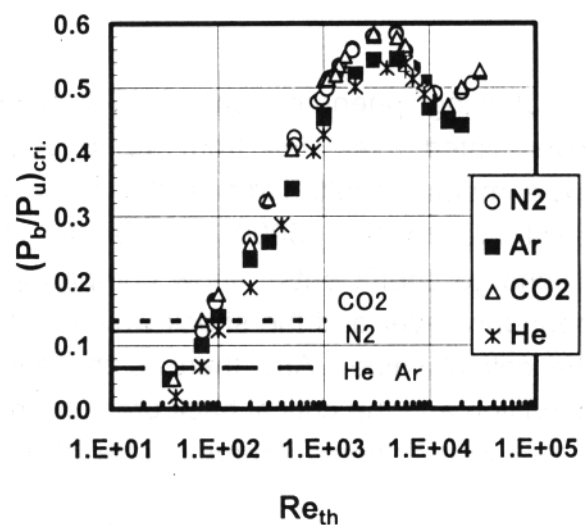


図 臨界背圧比の理論レイノルズ数に対する依存性；左下の線群は、各気体の等エントロピ解の出口圧力比

3. まとめ

低レイノルズ数域において音速ノズルの流出係数の挙動を四種類の気体に対して調べた。その結果、流れが臨界しない最小のレイノルズ数は、約 40 であること、その時の臨界背圧比は、0.05 程度であることが分かった。また、単原子分子と多原子分子で臨界背圧比の挙動が異なることも分かった。さらに、ディフューザ内部は、境界層と衝撃波の複雑な干渉が起こっておりそれが流出係数の挙動に強い影響を与えることも確かめられた。

参考文献

1. Milligam ; AIAA J., vol.2, pp.1088-1092, 1964

管内障害物の音と流れ II

音響パワーの流れ測定による音源探査の試み

坂尾 富士彦 (近畿大学工学部・東広島)、佐藤 浩 (ながれ研究集団)

Sound and Flow with Obstacle inside a Duct II

An Attempt to Identify the Sound Source Using 'Acoustic Intensity Method'

by

Fujihiko SAKAO * and Hiroshi SATO **

* School of Engrg., Kinki Univ. Takaya-cho, Hogashihiroshima 739-21

** Inst. Flow Research, Akasaka 6-10-39-205, Minato-ku, Tokyo 107

ABSTRACT

Measurement of the acoustic intensity flux is carried out to identify sources of sound caused by an obstacle in a soft-walled duct, which is to model extraordinary situations in human airways. It had been established that one of the most important sources is unsteady separation of the boundary layer on smooth, convex surface of the obstacle. Acoustic intensity flux is found high around the obstacle, centering somewhat downstream it. Results do not directly deny the possibility that another important source of the sound can be unsteadiness of the reattachment to the wall of the separated flow. The unsteadiness itself, however, very possibly may be a result of unsteadiness of the separation.

Keywords : Aerodynamic sound, Duct obstacles, Acoustic Intensity

1. はじめに

ヒトの気道内の異常を呼吸音の聴診で診断する方法の基礎研究を発端として、軟らかい(音が透過し得る)壁を持つ管内に障害物が存在する事によって発生する空力音の実験を、数年来続けている。障害物の形状が2次元のでも3次元のでも、最も重要な音源は障害物表面での境界層剥離の非定常性であるが、それだけでは説明困難と思われる現象もあったので、剥離した流れの非定常な再付着も音源の1つではと考えられた。これ迄の熱線風速計による流速変動、圧力センサーによる壁面上の圧力変動の測定に加え、今回は音響パワーの流れ (Acoustic Intensity) の測定により、音源の探査を試みた。

2. 実験の方法など

図1に示すように、内法 20mm 角の正方形断面流路の壁面の1つに障害物を設置し、それによる音を対面する不織布の壁を透して外部で観測している。障害物にはカマボコのような2次元の形状と半球など3次元の形状とがあるが、図にはその設置箇所のみを示す。実験装置の基本は数年来同じであるが、今回は図のようにマ

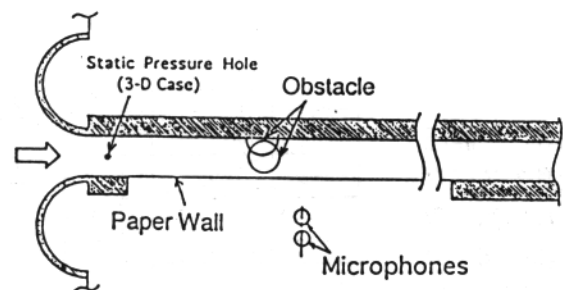


図1. 実験装置

イクロホン2個を近接して並べ、音のパワー流れの、両者を連ねる方向の成分を測定した。図のように流路の軸に垂直に並べれば、その付近から外に向かう音波のパワーの流れ密度を測定できる。マイクロホンは径 6mm の標準的なコンデンサーマイクロホン、2つのマイクロホンの間隔は中心から中心迄で 10mm より小さく、数kHz 程度迄は少なくとも定性的には十分に測定できると考えられる。現在では、並べる方向を図示とは直角に流路の軸方向にする事もできるようになった。

2つのマイクロホンの出力は、信号解析器に

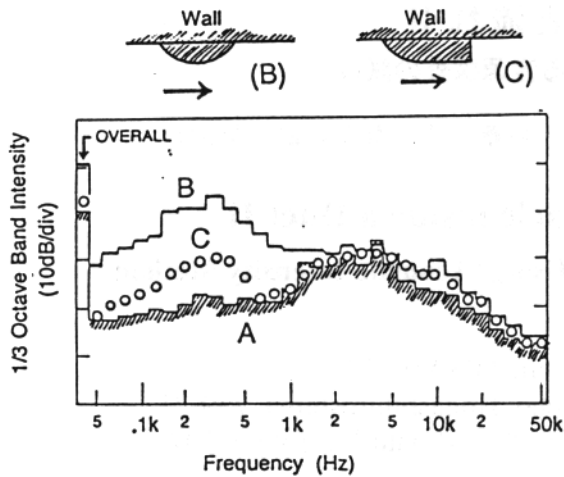


図2. 障害物による音の1/3オクターヴバンドスペクトルの一例。風速は障害物の横で動圧が40mmAq（障害物の有無を通じて一定に保つ）、障害物は曲面部の曲率半径9mm、厚さは5mm。曲線Aは障害物無し、B、Cはそれぞれ図の上方に示す形の障害物の場合。

送ってクロスパワースペクトルの虚数成分を求める。それによって周波数毎に音響パワー流れの密度を求め得る。

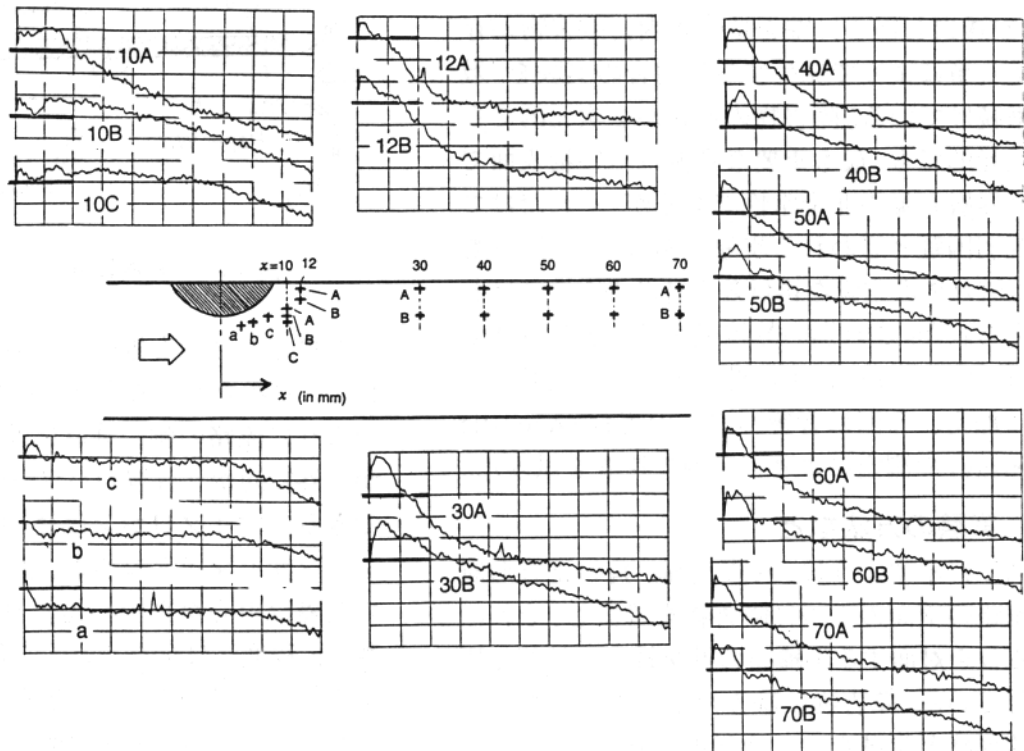
3. 実験結果と考察

図2は従来の方法で求めた2次元形状の障害物による音発生測定の一例で、障害物による音の主要部を構成する1kHz以下の成分は、剥離点を固定する形の障害物では大部分消滅する事から、音の原因が凸な曲面上での境界層の非定常剥離である事が推定される。高い周波数の成分は噴流騒音と同類と考えられる。

2次元でなく3次元形状、しかも壁面が少しだけ隆起したように見える程度の障害物でも、条件によっては随分明瞭に、流れによる音が発生する事が分っている。3次元の場合には、レイノルズ数の効果が2次元の場合よりも著しいように見える。

風速や圧力変動の測定結果については前回までに一部ではあるが発表している。障害物下流での剥離した剪断層の揺れは、障害物の表面が滑らかな凸面で（図2のBのように）あると甚だしく、後端に角があって剥離点をそこに固定する形（図2のC）であると揺れは小さい。これは剥離の定常さが両者で大きく異なる事を示

図3. 静圧変動のスペクトルの例。障害物は図2のBと同じ、風速は14mmAq相当、即ち15m/s。縦軸は任意尺度、横軸は周波数で0～5kHzの直線目盛。



すものである。また、平均速度の観察からは、障害物の下流 60mm 程度迄に、壁面への再付着が終っているように見える。

一方、測定された静圧変動は壁面のどの場所よりも流れの中、剪断層の内部の辺で大きくかつ激しい。壁面では一般に変動は小さく、高周波数成分の少ない波形に見える。図3は各所での静圧変動のスペクトルの例であるが、同様の特徴を示している。特に、流れの壁面への再付着が起きていると思われる、障害物の下流 50mm 付近でも、他の場所と比べて静圧変動の特徴的な差異は無いように見える。波形に就いても同様である（非定常剥離が生じている部分の表面静圧は今の処、測定できない）。従って、

剥離した流れの再付着が音の発生の面で重要であるとの証拠は何んら得られていない。

今回試みた音響パワー流れ測定の結果の例の一つを図3に示す。上下2群の内、上は図2の障害物Bの場合、下はCの場合である。流れ方向即ち流路の軸に沿って16箇所での測定結果中、こゝでは8箇所での、外向きの音響パワー流れのスペクトル（任意単位）を示す。Xは障

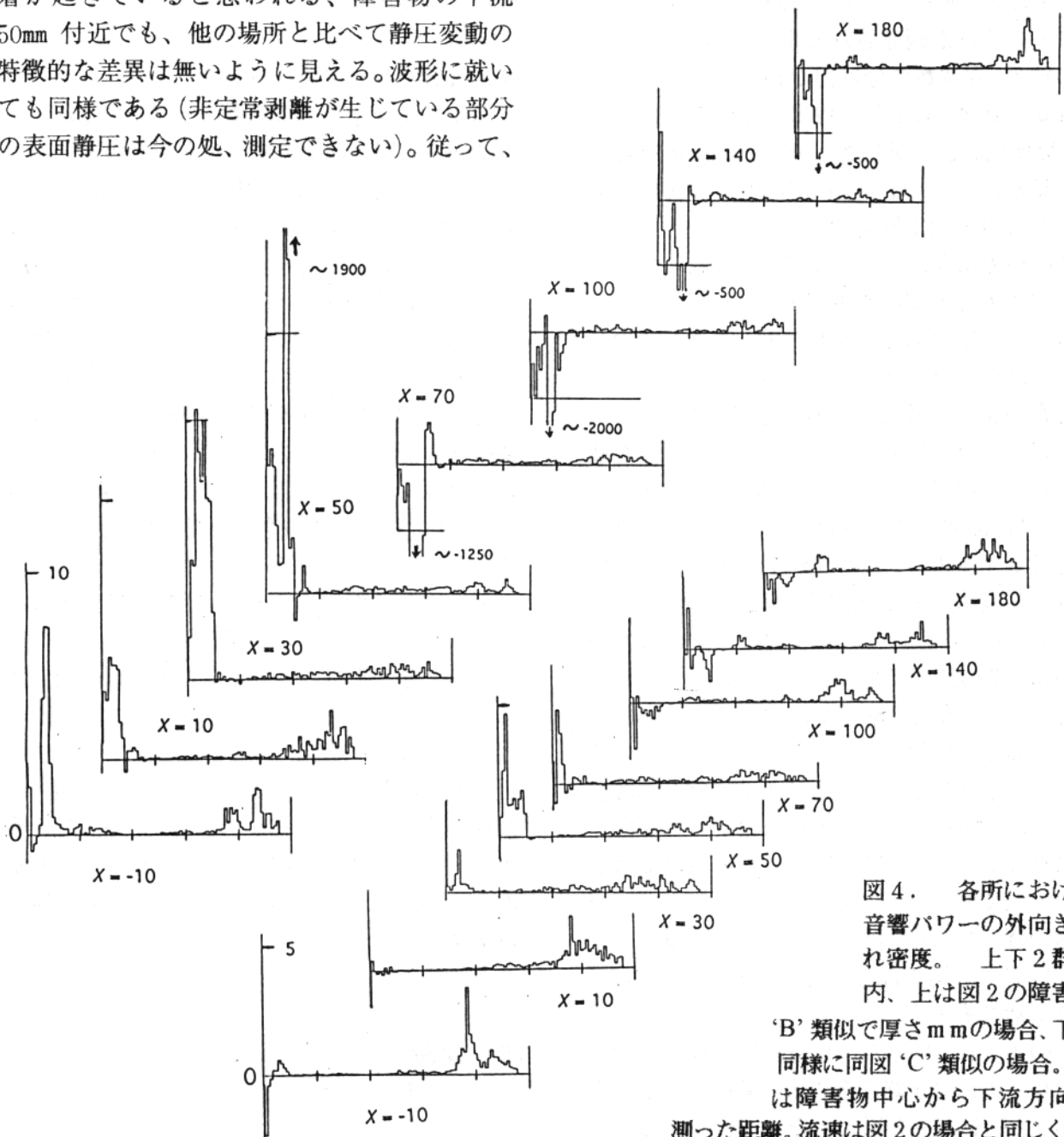


図4. 各所における音響パワーの外向き流れ密度。上下2群の内、上は図2の障害物‘B’類似で厚さmmの場合、下は同様に図‘C’類似の場合。Xは障害物中心から下流方向に測った距離。流速は図2の場合と同じく障害物の真横で動圧 40mmAq。横軸は周波数で、0から5kHz迄の直線目盛。

害物真横を 0 として、流路軸に沿って下流方向に測った距離である。各小図の横軸は周波数で、0 から 5kHz 迄の直線目盛りである。特に注目すべきは周波数 1kHz 以下の成分であるが、図 2 の B と同じ「丸い障害物」の場合では、障害物の少し上流から、50mm 程度下流迄に亘って低い周波数の音が強く外に向かって出ている。その範囲を除けば、外に向かう音の流れは少ない。不思議なのは 70mm 以上下流の場所ではマイナスの流れ、即ち外部から流路内へ向かう音のパワーの流れが観測される事である。種々の検討の結果、周波数の分け方が細かいと各成分の値は安定せず、あまり信用出来ない事は分ったが、場所的に広い範囲で、0 から 1kHz 迄を総合して見れば常に、負の流れがあるのは確かである。この現象は未説明である。

その他の場合にも同様な測定を行なっているが、図 4 のは典型的な例である。

著者の持論である「剥離の非定常さが音の原因」との見地からは、障害物の真横か、少し下流で音の流れが最大であると想像したいが、実際にはかなり広い範囲、しかも下流に偏った範囲から音が出ているようである。流速の測定結果からは、剥離した流れは 5, 60mm 下流迄に壁面に再付着するので、音は流れが剥離してから再付着する迄の部分から出る、と云えるのかも知れない。図 3 でもスペクトルのピークが最も高いのは、その辺でであった。著者の一人がかつて行なった、噴流の騒音が出口ノズルの形状でどう変るかの実験では、丸い縁のノズルでの著しい音の増加の原因はそこでの非定常な剥離であり、壁面静圧変動はノズルの曲がった表面だけに存在した。それは実はノズルの外は開放された大気であるからであつたろう。こゝでは障害物の背後には壁面があり、流れが剥離してから再付着する迄の部分は静圧変動があるのが、実は当然であろう。

このように、音源の存在範囲は剥離点近傍だけでなく再付着が終る迄の広い範囲に亘るようであるが、その主な原因となっているのは凸な曲面での、非定常な剥離と云ってよいと考えられる。障害物 C の下流側の角に剥離点が固定さ

れると音の発生が非常に少ない事は、それを支持するのでは無からうか。仮に再付着の非定常さもあるとしても、それは上流における剥離の非定常さの結果の一部では無いであろうか。

なお、速度変動の測定結果からは、剪断層は再付着するよりずっと先に乱れて、平均的には極めて厚くなっており、どこで再付着しているか（付着が完了しているか）判定が困難な程である。剥離して間もない剪断層の揺れが明確に観察し得るのと対照的である。

4. 音響パワー測定の問題点

図 4 に示す中でも周波数と位置の一部では、外部から流路に向かう成分が大きく観測されて奇異な感じを与える。図示以外の観測結果にも、同様な不審な点が存在する。それらの点については今後詳しく検討して行く予定である。

分っている問題点の一つとして、周波数の区分が細か過ぎると信頼度が低下すると云う事実がある。念の為に、クロススペクトルの実数部に対する虚数部の比を各周波数毎に求めた処、隣接する周波数で大きく異なる事が多かった。これは区分が細か過ぎた事を示すであろう。但し、図 4 の結果を周波数のある範囲について平均して見てもやはり不審な点は残る。

他の一つの問題点として、音響パワー流れ測定用のマイクロホンの位置も従来の観測用のものと同じく、流路に近い位置にあり、低周波数に対しては音源の近傍場内にある。信号検出の目的だけなら、実際に応用する場合での実情に近いとの評価もできるが、音響パワーの場合、近傍場内の異物の存在が、元々は無かった音響パワー流れを発生させてはいないかとの心配がある。かと云って遠く離しては音源位置の推定は極めて困難になる。この点も今後検討の予定である。

5. 文献

- 坂尾、佐藤：第 29 回乱流シンポジウム(年会'97)
pp. 231-232 (1997)
坂尾、佐藤：航空技術研究所特別資料 SP-36.
pp. 121-124 (1997) 他

動的失速の最適制御

望月 修 (北大工)

Optimal Control of Dynamic Stall

by

O. Mochizuki

Division of Mechanical Science, Hokkaido university
Nishi 8, Kita 13, Kita-ku, Sapporo 060-8628

ABSTRACT

Dynamic stall of a NACA0020 airfoil in pitching-up and pitching-down motion is controlled by a wall jet along the upper surface from a thin slit near the leading edge. The Reynolds number, based on the airfoil chord, c , and the freestream velocity, U , is 8.6×10^4 . The airfoil underwent pitching-up and pitching-down motion between angle of attack of 0 to 30 degrees at a reduced pitch rate, $\Omega [= \omega c / (2U)$, ω is pitch rate (rad/s)], of 0.012. The amount of the injection during one period is 47% of that of the constant injection and 78% of that of the proportional injection.

Key Words: Separation, Pitching Airfoil, Optimal Control, Dynamic Stall

1. はじめに

本研究では、はく離が起こる前兆を捉え、はく離が起こる前に制御開始することを想定している。はく離した流れを制御するエネルギーに対して、はく離直前に制御を開始すれば、少ない制御エネルギーではく離を抑制できる可能性がある。本実験では、はく離するフェーズを含む迎角範囲において、一定角速度でピッチングする翼の前縁から吹き出す壁面噴流によって、はく離を抑制する。壁面噴流の流速を調節し、はく離を抑制でき、かつ一往復のピッチング運動中に吹き出す流量が最小となるような吹き出し方法について調べた結果を報告する。

2. 実験結果

図1に示すように、翼前縁に設けたスリットから吹き出す小ジェットの吹き出し速度 v_j をはく離の状況に応じて変化させることにより、一往復のピッチング運動する翼の動的はく離を最適制御した。主流速度 U は 5 m/s であり、それと翼弦長に基づくレイノルズ数は 8.6×10^4 である。翼は迎角 α が 0° から

30° の間でピッチング運動を行い、無次元角速度 $\Omega [= \omega c / (2U)$, ω は角速度 ($=0.15 \text{ rad/s}$)] は 0.012 である。

翼のすぐ下流 ($x/c=0.95, y/c=-0.2$) において測定した速度変化波形を図2に示す。横軸は時間 (迎角変化) (sec) を、縦軸は速度を示している。速度波形の(a)は本実験における最適制御時におけるもの、(b)(c)は最適状態を得るのに試したものの、(d)は一定迎角に保持した際にはく離を抑制できた最小の v_j を基にしたものの、(e)は迎角変化に比例するよう v_j を変化させたものの、(f)(g)(h)は迎角に無関係に一定の吹き出しを与えたもので、順に $v_j / U = 3.32, 2.78, 1.86$ のものである。無制御時におけるものを(i)に示す。この波形変化には、0.5秒付近に翼の後流に起因する速度変動が、1秒付近 (迎角 30° 付近) にははく離による速度の急激な減少およびそれに引き続く激しい速度変動が、2.1秒付近ではく離がおさまることがそれぞれ読み取れる。(f)の波形には、翼の後流波形部分にジェットによる加速が認められる。(i)に見られるようなはく離による激しい速度変動波形がないことから、はく離が抑制

されていることがわかる。これに対し同じくはく離が抑えられている(a)の後流変動波形には小ジェットによる加速が見られない。このことは余分な制御をしていないことを示している。なお、1.3秒付近における迎角が減少する過程において、流れが外的擾乱に敏感になっているため現れるものと思われる変動波形がみられる。はく離が起きないぎりぎりのところで制御されているためである。このときの v_j の変化を図3に示す。迎角の増加時より減少時の方が多くの吹き出しを必要とするこ

とがわかる。

はく離している迎角において、はく離する前と後に吹き出しを開始する場合に必要な最小の v_j を図4に示す。この図からはく離前に制御した方が小さな v_j で済むことがわかる。

3. 結論

迎角に関わらず一定速度ではく離を抑制するよう吹き出す方法のものに比べ、最適化することにより約半分の流量ではく離を抑制することができた。

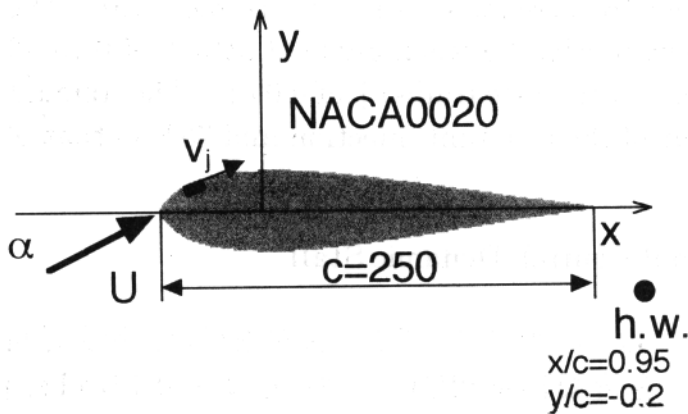


Fig. 1 Symbols and coordinates of a pitching airfoil with a slit at leading edge.

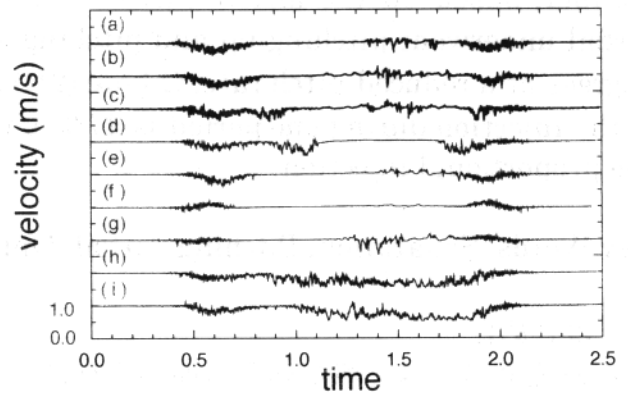


Fig.2 Velocity signatures during a pitching motion with different strategy of injection.

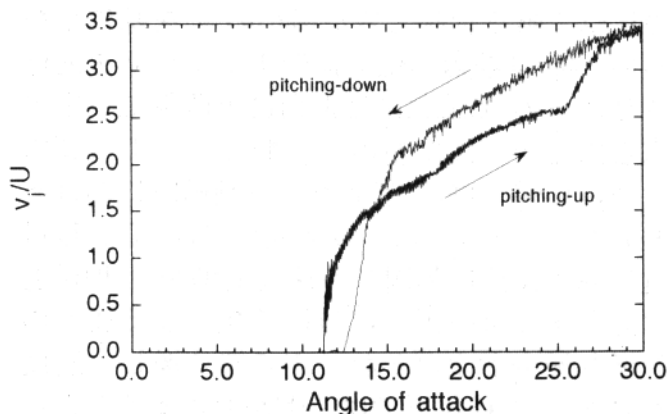


Fig. 3 Velocity change of injected jet during a pitching motion with optimal injection.

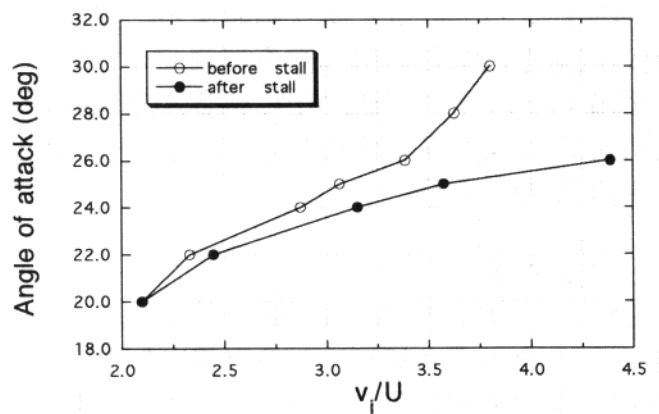


Fig. 4 Required velocity of injection to suppress separation at fixed angle of attack.

定温白金線の触媒反応を用いた超音速乱流混合の評価

新井隆景*¹ 森田修至*² 永田晴紀*³ 杉山 弘*¹

Evaluation of Supersonic Turbulent Mixing using Catalytic Reaction on Constant Temperature Pt Wire

Takakage ARAI, Shuji MORITA, Harunori NAGATA and Hiromu SUGIYAMA

Hydrogen was injected normally to a Mach 1.8 cold air stream with a backward-facing step to investigate mixing flow field in a scramjet combustor. Catalytic reaction on constant temperature Pt wire was used to measure the concentration of H_2 and/or O_2 . The amount of heat release due to the catalytic reaction, which corresponds to the concentration of H_2 and/or O_2 on the surface of the catalyst, was measured spatially so that the local H_2 and/or O_2 concentration was cleared. The results showed that there were two core regions, which would have good mixing condition for supersonic combustion, in the mixing layer.

Key Words: Supersonic Mixing, Supersonic Combustion, Catalytic Reaction, Supersonic Flow, Turbulent Mixing, Scramjet Engine

1. 緒 言

超音速燃焼の研究は、次世代の宇宙往還機や極超音速機のスクラムジェットエンジン内での着火・保炎などの燃焼の問題と直接関連し、重要である。超音速燃焼を実現する方法として静止デトネーション法、乱流予混合火炎法、乱流拡散火炎法などが考えられている⁽¹⁾。乱流拡散燃焼は主として燃料と空気の乱流混合過程⁽²⁾⁽³⁾によって支配されることから流れ場の状態を把握し、燃焼状態との関係を明らかにすることが重要である⁽⁴⁾。混合状態の評価、すなわち、水素濃度の測定方法はラマン散乱法を用いた光学的方法⁽⁵⁾や直接サンプリング法⁽⁶⁾などがあるが、いずれも複雑な実験装置や高額な計測機器が必要であり、大掛かりなものとなる。そこで、簡便な方法の開発が望まれていた。

著者らは、既報⁽⁷⁾において、低温の水素-空気超音速乱流混合層中で白金線を用いた触媒燃焼を行い、低温の水素-空気超音速乱流混合層中で安定した触媒燃焼が生じることを示すと同時に、触媒燃焼による発熱量は流れ場の状態（燃料と超音速流との混合状態）と密接な関係があることを示した。その結果をもとに、著者らは、低温の水素-空気超音速乱流混合層中で、定温度の白金線（触媒反応を生じさせるために白金線の温度は比較的高温）を用いた触媒反応によって生じる発熱量を測定し、超音速流中の水素濃度もしくは酸素濃度、すなわち乱流混合状態を評価する簡便な手法を提案した⁽⁸⁾。その方

法では、触媒反応がある場合とない場合の白金線に供給される電力（エネルギー）の差を測定する。したがって、この測定方法が適用可能な条件は、触媒反応が生じている流れ場と触媒反応が生じていない流れ場が同一と仮定できること、さらに、それぞれの流れ場において、白金線（細線）の幾何学的、熱的条件（長さ、太さ、温度）が同じと仮定できることである。既報⁽⁸⁾では、触媒反応が生じていない流れ場を模擬するために、水素噴射の代りにヘリウム噴射を用いた。

そこで、本研究では、まず、触媒反応を生じさせない場合として、白金線の代りにニッケル線を用いることとした。次に、測定の間解能を向上させることを目的として、新たに小型のプロブを製作した。

実験で対象とする流れ場は既報⁽⁷⁾⁽⁸⁾と同じであり、後向きステップを過ぎる低温の超音速流中に水素を垂直に噴射し、超音速乱流混合層の発達によっていかに混合状態が変化するかを調べた。その結果、ニッケル線を用いることの有効性を示すと同時に、混合層の発達状態（水素濃度の分布）が明かとなり、せん断層外縁付近と壁面近傍とに混合状態のよい領域が存在することが判明した。さらに、縦渦が混合に強く関与していることも示した。

2. 実験装置および実験方法

図1に流れ場の概要を示す。本研究で使用した風洞は、空気を作動流体とした間欠作動の吸い込み式超音速風洞である。測定部は、スクラムジェットエンジン内の流れモデルを考えて、高さ $H=3\text{mm}$ の後向きステップを有し、一辺 30mm 、長さ 136mm の正方形直管路とし、水平に設置されている。測定部側壁はガラス製であり、

*¹ 室蘭工業大学機械システム工学科
(〒050-8585 室蘭市水元町 27-1)

*² 室蘭工業大学大学院

*³ 北海道大学大学院工学研究科機械科学専攻
(〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)

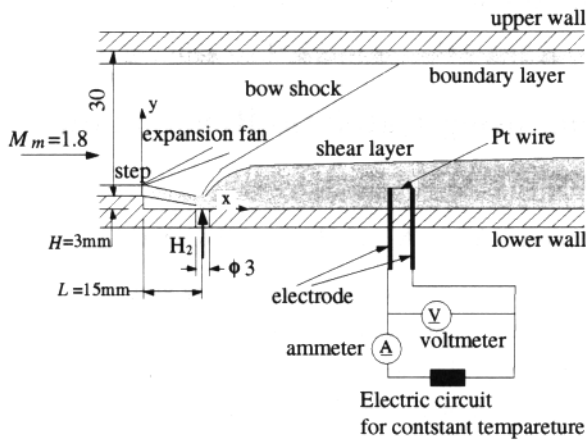


Fig.1 Schematic of flow field and electric circuit

光学測定が可能である。流路入口の上下壁にはラバルノズルが取り付けられており、後向きステップ上流での一様流マッハ数 M_m は約 1.8, また、流れが等エントロピ流れとすると、ステップ上流の主流の温度は約 180K の低温である。風洞の作動時間は約 10s である。後向きステップから 15mm ($L/H=5$, L はステップから噴射孔までの距離) 下流の位置の壁面中央に直径 $d=3\text{mm}$ の噴射孔が設けられている。水素ガスは、噴射孔から動圧比 (噴射ガスの動圧と主流の動圧の比) $\bar{q} = \rho_i u_i^2 / \rho_m u_m^2 \approx 2.3$ の条件で流れに垂直に噴射される。

触媒反応による発熱量を測定するために、図 2 に示すように、直径 $d_{Pt} = 0.1\text{mm}$ の白金線およびニッケル線の流れに対して垂直に長さ $L_{Pt} = 10\text{mm}$ で、流路中央に設置した。測定はステップから下流に $x = 40, 72, 110\text{mm}$ の位置で行った。なお、白金線およびニッケル線は流れに垂直方向 (y 方向) に移動可能である。

白金線およびニッケル線の抵抗は、図 3 に示す制御回路⁽⁹⁾により電流、電圧を調節し、ほぼ一定に保たれる。制御原理は以下のとおりである。白金線あるいはニッケル線を腕の一つに持つホイートストンブリッジの R_A - R_B 間と R_C -白金線あるいはニッケル線間の電位をそれぞれ差動増幅器に入力する。差動増幅回路は白金線あるいはニッケル線の電気抵抗が変化することによって生じたブリッジ不平衡電圧を増幅し、電力増幅部を経て、これに比例した電力をブリッジに供給する。このフィードバック効果により白金線およびニッケル線の抵抗値、すなわち温度を一定に保つことができる。本研究では、 R_A , R_B には $1\text{k}\Omega$ の精密抵抗を、 R_C には温度依存性の小さいコンスタンタン線を用いた。コンスタンタン線の抵抗値は白金線およびニッケル線の設定温度により変化させた。白金線およびニッケル線の温度は、抵抗と温度との関係⁽¹⁰⁾および放射温度計を用いて測定した。流れの可視化はシュリーレン法 (光源: 閃光時間約 30ns,

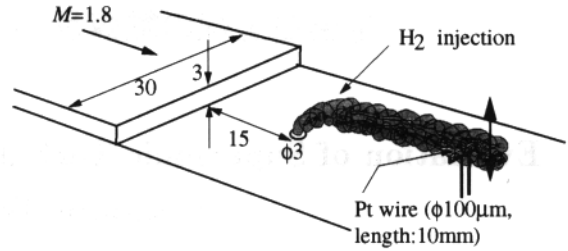


Fig.2 Schematic of flow field and probe

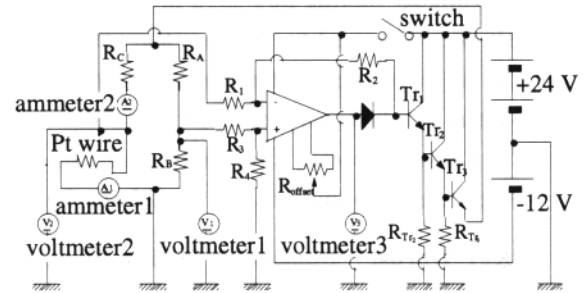


Fig.3 Electric circuit for constant temperature

ナノスパーク⁽¹¹⁾) により行い、触媒反応の様子はビデオ撮影により観察した。

3. 触媒反応による発熱量

白金線およびニッケル線の細線における触媒反応による発熱量 Q などに関する熱量のバランス式は式 (1) で与えられるとした。すなわち、細線に加えられる熱量は、触媒反応による発熱および供給される電力であり、それらの和が放射、熱伝導および流れによる熱伝達により失われる熱量とバランスしているとした。

$$Q + P = C_1(T^4 - T_w^4) + C_2(T - T_g) + Q_{tc} \quad (1)$$

ここで、

$Q(W)$: 触媒反応による発熱量,

$P(W)$: 細線に加えた電力,

$T(K)$: 細線の平均温度,

$T_w(K)$: 流路壁面の平均温度,

$T_g(K)$: 気流の温度,

$C_1(W/K^4)$: 式 (1) における放射熱伝達に関する係数,

$C_2(W/K)$: 式 (1) における流れによる熱伝達に関する係数

$Q_{tc}(W)$: プロブサポート支柱から熱伝導により損失する熱量である。

ここで、式 (1) について、白金線とニッケル線について考える。ニッケル線の場合には触媒反応による発熱がないので、ニッケル線を用いた場合の供給電力を P_{Ni} とすると、式 (1) は

$$P_{Ni} = C_1(T_{Ni}^4 - T_w^4) + C_2(T_{Ni} - T_g) + Q_{tcNi} \quad (2)$$

となる。白金線を用いた場合で、触媒反応で生じる発熱量を Q 、供給電力を P_{Pt} とすると、式 (1) は

$$Q + P_{Pt} = C_1(T_{Pt}^4 - T_w^4) + C_2(T_{Pt} - T_g) + Q_{tcPt} \quad (3)$$

となる。 $T_{Ni} = T_{Pt}$ 、 $Q_{tcNi} = Q_{tcPt}$ 、さらに、流れ場が同じで、気体の熱伝導率などの物性値が同じとすれば、式 (2) と式 (3) の右辺の値は同じとなる。したがって、式 (3) と式 (2) の差から、触媒反応による発熱量は

$$Q = P_{Ni} - P_{Pt} \quad (4)$$

となる。

式 (4) を用いて触媒反応による発熱量を見積もる場合、その精度は、流れ場の同一性すなわち実験の再現性、白金線とニッケル線の温度の同一性、白金線とニッケル線の熱伝導率が異なることによる Q_{tc} に含まれる誤差に依存する。実験の再現性については以下のとおりである。水素の噴射圧力の実験ごとの差は 5% 以内であり、主流との動圧比では約 3% 以内の誤差となる。白金線とニッケル線の熱伝導率の差が Q_{tc} の値に及ぼす影響は、細線中の温度勾配が 10^6 K/m 程度と仮定すると、 $Q_{tcNi} - Q_{tcPt} \approx 0.16W$ である。後述の実験結果によれば、触媒反応による発熱量は 2~3W 程度であるが、本研究では、白金線とニッケル線の熱伝導率が異なることによる Q_{tc} に含まれる誤差は無視した。白金線とニッケル線の温度の一致については以下のように設定した。もし、白金線とニッケル線の温度が同じで、白金線とニッケル線の熱伝導率が異なることによる Q_{tc} に差がなければ、白金線を用いて触媒反応が生じない条件では、白金線に供給される電力はニッケル線に供給される電力と同じである。そこで、実験では、水素が存在しないと考えられる超音速の主流中（混合層の外）において、白金線とニッケル線に供給される電力を 5% 以内で一致させた。これにより、白金線の温度とニッケル線の温度が同じであるとした。

4. 実験結果および考察

4.1 流れ場の様相 図 4 にシュリーレン写真による流れ場の可視化結果を示す。流れ方向は左から右である。図中の矢印は噴射孔の位置を示している。ナイフエッジは流れに水平に設置した。図は水素を動圧比 $\bar{q} \approx 2.3$ で噴射させた場合である。図より、境界層は後ろ向きステップ端ではなく離れていること、後ろ向きステップ端から膨張扇が発生していることがわかる。また、ステップ端ではなく離れた境界層は水素噴射の影響により再付着しないように見える。噴射位置から弓形衝撃波が発生していることもわかる。さらに、混合層内の大規模な乱流構造も観察でき、混合層の発達の様相が良く分かる。

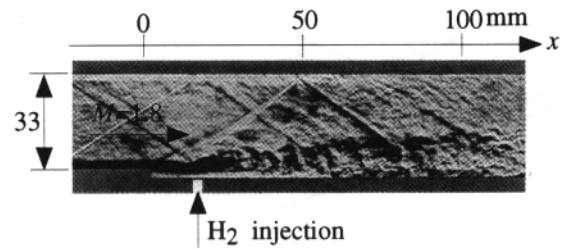


Fig.4 Schlieren photograph of flow field

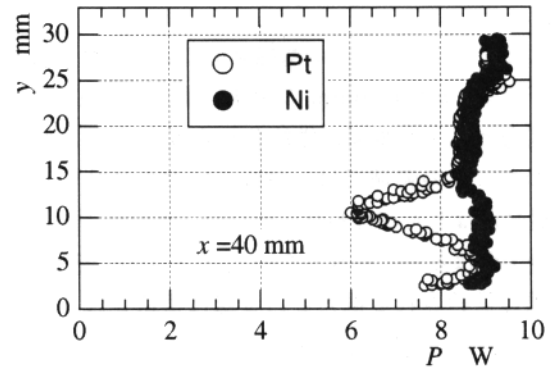


Fig.5 Amount of supplied electric power at $x = 40mm$

4.2 供給電力 図 5 は、白金線とニッケル線に供給される電力を示している。なお、測定は $x = 40mm$ の位置で行い、動圧比は $\bar{q} \approx 2.3$ 、白金線とニッケル線の平均温度は約 850 °C に設定した。図の縦軸は流路下壁からの高さ y mm であり、横軸は細線に供給された電力である。○記号は白金線を用いた場合、●記号はニッケル線を用いた場合である。

定温度回路を使用しているため、白金線およびニッケル線の温度は変化しない（予備実験で確認済み）。図より、 $y > 15mm$ の超音速の主流の領域（水素が存在しないと考えられる領域）では、白金線に供給した電力とニッケル線に供給した電力はほぼ等しい。言い換えれば、白金線とニッケル線の温度はほぼ等しく設定できている。この条件では、前述したように、ニッケル線を用いた場合は、触媒反応による発熱がないので、熱伝達、放射、熱伝導で奪われる熱量と釣り合うだけの電力が供給される。一方、白金線を用い、触媒反応が生じると、触媒反応が生じない場合より、白金線の温度を一定に保つための供給電力は少なくなる。すなわち、ニッケル線と白金線にそれぞれ供給された電力の差が触媒反応によって生じた発熱量となる。この発熱量はほぼ水素濃度もしくは酸素濃度に比例すると考えてよいので⁽¹²⁾、触媒反応による発熱量が多い領域は混合状態が良い領域と考えるとよい。 $y \approx 6 \sim 15mm$ では、白金線に供給される電力はニッケル線に供給される電力よりも少なく、ニッケル線に供給される電力と白金線に供給される電力の差が最大となる y の値は約 $y \approx 10mm$ であることが分か

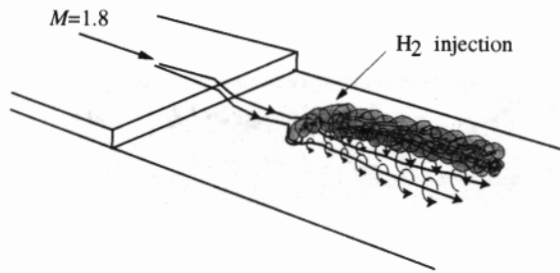


Fig.6 Configuration of H_2 jet interacted with supersonic flow

る。したがって、ここでは触媒反応による発熱が盛んに生じている。 $y \div 4 \sim 6\text{mm}$ の領域では、白金線に供給される電力とニッケル線に供給される電力はほぼ等しい。すなわち、この領域では、触媒反応が生じていないので、混合がほとんど行われていない（水素分子あるいは酸素分子がほとんど存在しない）。 $y < 4\text{mm}$ では、ニッケル線に供給される電力と白金線に供給される電力に差があり、白金線に供給される電力の方が少ないので、この領域にも水素分子は存在する。以上のように、混合状態の良い領域は2つあり、一つは混合層外縁付近の領域、他方は壁面近傍（壁面近傍の領域は $y \div 4 \sim 6\text{mm}$ の領域の領域に比べて混合状態が良いの意味）である。混合層外縁付近では、水素噴流と超音速の主流との間でせん断層が形成され、その結果、混合が行われることを示している。壁面近傍にも混合状態の良い領域が存在する理由は以下のように考えられる。主流が水素噴流に衝突すると、図6に示すように、流れは噴流を回り込むように流れ、縦渦が形成される。この縦渦により空気の巻き込みが行われ⁽¹³⁾、混合が行われる。

5. 結 言

後向きステップを過ぎる低温の超音速流中に垂直に噴射される水素の超音速混合について、定温度白金線の触媒反応を用いて、混合状態の評価を行った。本研究の範囲で得られた主な結果を要約すると以下のとおりである。

- (1) 白金線ならびにニッケル線と定温度回路を組み合わせて、超音速流中の水素濃度もしくは酸素濃度を触媒反応の発熱量として測定した。
- (2) この手法と比較的小型のプロープを用いることにより、超音速乱流混合層中の混合状態の評価が簡便に行えることを示した。
- (3) 混合状態の良い領域は超音速乱流混合層中に2カ所存在し、それらは、壁面近傍と混合層外縁近傍である。
- (4) 特に、壁面近傍では垂直に噴射された水素噴流と主流との干渉によって生じる縦渦が混合過程に重要な役割を持っていると考えられる。

謝 辞

研究費の一部は文部省科学研究費 No.09651006 による。付記して謝意を表わします。

文 献

- (1) 辻廣, 超音速燃焼, 日本機械学会誌, 70-583 (1967), 1205-1214.
- (2) 新井隆景, 他4名, 気体噴射を伴う超音速流れ場の可視化とLDV測定, 第33回航空原動機・宇宙推進講演会講演集, 1993, 126-131.
- (3) T. Arai, H. Sugiyama, and N. Uno, Mixing Enhancement by Normal Gas Injection in Supersonic Mixing Layer (LDV Investigation of Turbulent Phenomena), IUTAM Symposium on Combustion in Supersonic Flow (1995), 1997, 301-308.
- (4) 升谷五郎, 他4名, スクラムジェット燃焼器内の混合と燃焼, 日本航空宇宙学会誌, 36-411 (1988), 192-197.
- (5) F. Brellocks, M. Fertig, J. Algermissen and D. Bruggemann, Optical Measurements of Hydrogen Mixing in Supersonic Airflows, IUTAM Symposium on Combustion in Supersonic Flow (1995), 1997, 71-79.
- (6) 富岡定毅, 他4名, 超音速剪断混合層への燃焼の影響に関する研究, 第30回航空原動機に関する講演会講演集, 1990, 33-37.
- (7) 新井隆景, 他4名, 後向きステップを過ぎる低温の超音速流中に垂直に噴射される水素の触媒燃焼, 機論(B), 63-614(1997), 3318-3324.
- (8) 新井隆景, 他5名, 定温触媒線を用いた触媒燃焼による超音速乱流混合の評価方法, 機論(B), 64-619(1998), 793-799.
- (9) 永田晴紀, 他4名, 微小重力環境を利用した高温白金線による水素-空気予混合気の点火に関する研究, 第31回燃焼シンポジウム講演集, 1993, 319-321.
- (10) 岡田辰三, 後藤良亮, 白金族と工業的利用, (1956), 産業図書, 131.
- (11) 多田公昭, 他4名, ナノ秒スパーク光源の開発, 日本航空宇宙学会誌, 43(1995), 501, 582-585.
- (12) 平田哲也, 池田英人, 宮内敏雄, 白金細線における水素の触媒燃焼, 機論(B), 56-525(1990), 1419-1423.
- (13) 千葉英樹, 長島利夫, 伊藤博視, 水素円孔垂直噴射に伴う超音速気流の構造に関する考察, 第36回航空原動機・宇宙推進講演会講演集, (1996), 100-105.

乱流境界層の構造と Reynolds 数 依存性

小橋安次郎（道工大），早川道雄（北大工）

Structure of a Turbulent Boundary Layer and Its Dependence on Reynolds Number

by

Y. Kobashi*, M. Hayakawa**

* Hokkaido Institute of Technology,

** Dept. of Mech. Eng., Hokkaido University

ABSTRACT

A vortex row model which is composed of three layers of vortices periodically arranged in the flow direction is proposed in order to calculate the velocity profile of a turbulent boundary layer. In spite of its simplicity, the model is found to be very effective to describe the velocity profile as the function of Reynolds number. The result also gives important informations of the structure of the turbulent boundary layer,

Key-Words; turbulent boundary layer, vortex row, turbulent vortex

[I] 序論

乱流境界層が壁面の影響を直に受ける内層と自由剪断流の性質を保持した外層および両者の中間的性質を持った中間層から形成されているとし、これを周期的配列を持つ3層の渦列に置き換えて速度分布の記述を試みるとともに、そのReynolds 数に対する依存性を検討した。モデルはその簡単さにも拘らず得られた速度分布の精度はよく、境界層の構造についても有益な知見を提供していると思われる。

[II] 渦列モデル

渦列を構成する渦モデルには下記の諸性質をもつ変形 Rankin 渦を用いている。

1: Rankin渦と乱流渦 Rankin渦は渦核の内部に渦度が均一に分布しており本来層流渦と呼ばれるべきものである。このため乱流場を表すには適当でなく、渦点の集合でつくる集団渦または乱流渦を用いる方がよりよいと思われる。集団渦は渦核内にいろいろな大きさと強さを持った渦点が不規則に分布する集合で、乱流場を表すには最も適した渦であるが、解析上の取扱が困難なため一様な強さの渦点が規則的に配列した乱流渦を用いることとする。乱流渦は渦点が規則的に配列している点で厳密な意味での乱流とは言えないが、速度変動が存在し、しかもその強さ（循環）を等しくとるときはRankin渦と全く同じ平均流れ場が得られる利点を持っている。

2: 楕円渦 境界層の厚さに比して渦間隔が著しく大きいため、扁平な楕円渦であるとする。

3: 渦の速度と変形 渦の速度は壁面や他の渦による誘導速度の影響を受け従って渦列ごと異なった速度で移動する。このため渦は擦れ違ったり嵩なりあったりすることがあるが、その場合もコアは変形を受けないものとする。

4: 渦の重量 渦核内部で乱れの強さが変化している渦を表すには径の異なる渦を重ねあわせればよい。

渦列の配置や運動の概念図を Fig.1 に示す。

[III] 渦列パラメータと内層パラメータ

流れ方向の位置 X_0 壁からの距離 Y_0 に中心を持つ半径 R_0 の渦による誘導速度は

$R \leq R_0$ に対し

$$U = ((Y - Y_0)^2 / R_0 + (Y + Y_0)^2 / S) A \quad (1)$$

$R \geq R_0$ に対し

$$U = ((Y - Y_0)^2 / R + (Y + Y_0)^2 / S) A \quad (2)$$

で与えられる。ただし

$$R = ((X - X_0)^2 + (Y - Y_0)^2)^{1/2}$$

$$S = ((X - X_0)^2 + (Y + Y_0)^2)^{1/2}$$

であり、 A は渦の強さ（循環）である。渦列の速度分布は上の式を拡張して計算されるが、これに必要な渦列のパラメータをTable1に示す。

X_M は流れ方向の渦の長さ、 X_L は渦間隔で、 E は渦核の扁平度 $2R/X_M$ である。渦中心の位置、渦の強さに付けられた添字は外層、中間および内層の渦に対応している。

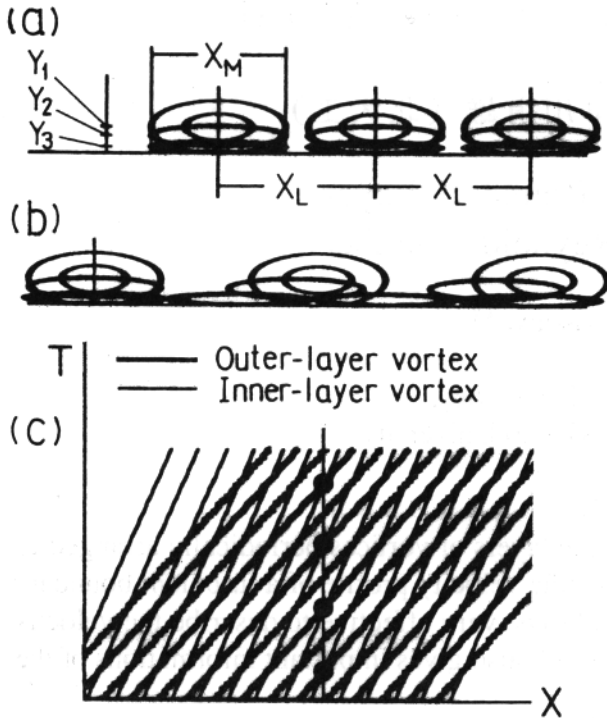


Fig.1 渦列モデルと渦の移動速度

渦列モデルは粘性の支配する壁乱流域を記述出来ないで、粘性底層とこれに続くバッファ層及び完全乱流領域に対して指数型漸近式

$$1 - \exp(-M_2 \cdot Y) \quad (3)$$

$$1 - F_1 \cdot \exp(-M_1 \cdot Y) \quad (4)$$

を用いる。 M_1, M_2 は減衰係数であり、 F_1 は滑り係数である。

なお、レイノルズ数としては実験データとの比較の便のため境界層厚さを基準とした R_D を用いる。

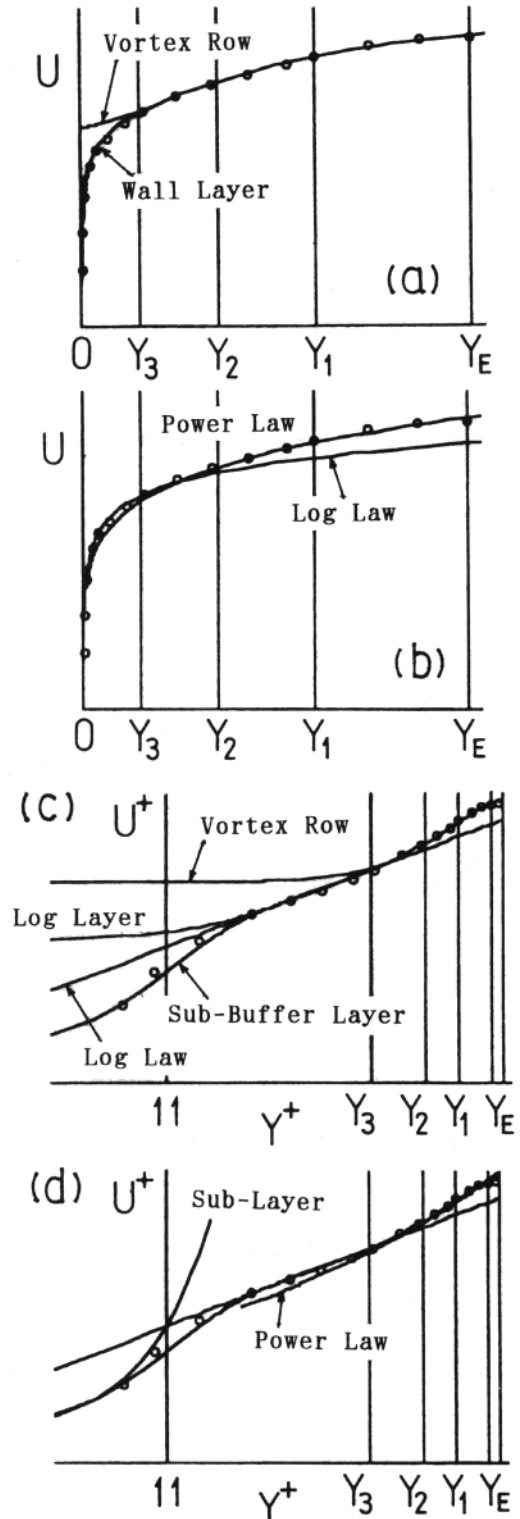
Vortex Row	Outer Layer		Inter Layer	Inner Layer
R_δ	Y10		Y20	Y30
X_L, X_M	R_{1A} A_{1A}	R_{1B} A_{1B}	R_{20} A_{20}	R_{30} A_{30}
Wall Turbulence	Sub-Buffer Layer		Log Layer	
U_{τ}, y_{τ}	$1 - \exp(-M_2 Y)$		$1 - F_1 \exp(-M_1 Y)$	

Table 1 渦列パラメタと内層パラメタ

〔IV〕速度分布（パラメタの決定）
実験値に合致するようパラメタの値を選んで速度分布の計算をおこなう。Fig.2に $R_D = 47,500$ での計算結果を示す。Fig.2aは普通速度分布で渦列による部分と壁乱流域速度分布から合成されている。Fig.2bは実験データを対数速度分布および指数分布と比較したもので、壁面応力 τ_w はこれから決定される。

Fig.2cはセミログ表示された速度分布（対数速度分布）の実験値との比較で、渦列による部分と2つの漸近式とで構成されている。Fig.2dに対数速度分布、指数分布と実験結果を比較してある。

図は簡単な渦構造にも拘らず十分な精度の速度分布が得られることを示している。

Fig.2 乱流境界層速度分布($R_D=47,500$)

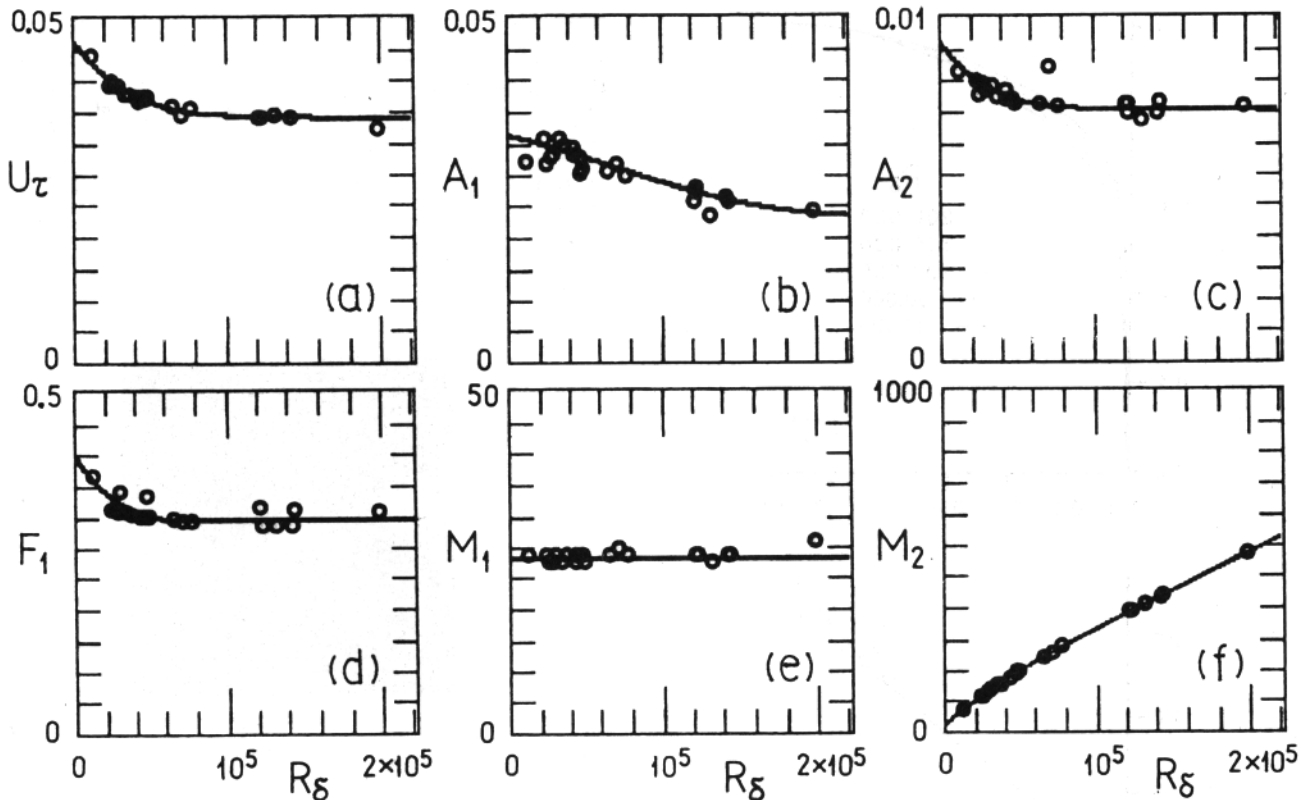


Fig.3 渦列および内層速度分布パラメタ

Fig.3 a-f に各パラメタの Reynolds 数に対する変化の様子が示されている。壁面摩擦を表す摩擦速度 U_τ (3a) は初めは急速に減少するが、やがて緩やかな減少に変わる。渦の強さも同様な傾向を示すが、このうち内層および中間層の渦強さ (A_2 , A_3) については予想通りであると言えるが、 U_τ とは関係のない外層渦の強さ (A_1) が同じ傾向を持つことは意外であった。ただ A_1 に相当する外層での運動量拡散係数の値が同様な変化をすることから考えると、拡散係数と U_τ とは Reynolds 数に対して同じ変化をするという興味ある結果を示していると言えるであろう。

内層パラメタの Reynolds 数依存性については今のところはっきりしたことは言えないが今後の研究課題として興味がある。

[V] 速度分布と Reynolds 数依存度

Fig.3 のチャートを用いれば Reynolds 数の関数としての速度分布が容易に求められる。Fig.4 に結果を示す。本計算の第一の目的は速度分布の Reynolds 数に対する依存度を明らかにすることで、結果は満足すべきものであるが、それと共に境界層の構造についてのいろいろな問題点も明かとなり、その解決に向けて有益な手掛を得ることが出来た。

[VI] 渦列モデルについての検討

渦列モデルによって乱流境界層の速度分布が容易に計算出来ることが分かったが、モデルには大きな可能性があると共に、疑問や未解決の問題があることも事実である。以下渦列モデルの妥当性や問題点について検討する。

1: 何故渦列か 流体の速度勾配や速度変動には必ず渦度が伴う。その意味では速度勾配や速度変動は流体の現象であり、その実質は渦度であると言える。従って、層流も乱流も渦度の場合として扱うのが適当で、両者の差異は渦度が連続しているか、孤立しているかによって区別されるべきものと考ええる。即ち Reynolds 数の低い間は連続した渦度が速度勾配に対応するが、Reynolds 数が高くなったり速度勾配が陰しくなるともはや渦度は連続し存在することが出来ずに分裂してその一つ一つが渦核を持った流体粒子になって乱れが形成されるものと考えられる。

壁乱流は壁に接して出来る強い速度勾配の流れがこうした経過を辿って形作られたと考えられ、外層の渦は噴流や伴流に見られると同様な渦が剪断層に現れ安定を失って粒子化して渦粒子の集合を作ったと理解される。自由剪断流の場合には渦粒子は粘性によって消滅するが、境界層では絶えず壁面から渦度の供給があるため構造が保たれているものと思われる。

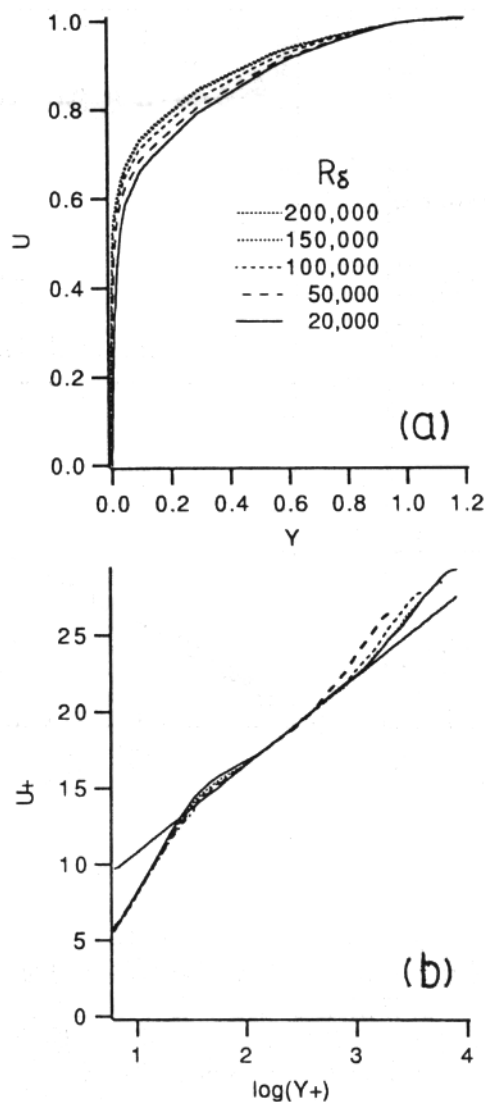


Fig.4 乱流境界層速度分布のReynolds数依存性

2: 何故3層か 渦層モデルでは境界層の3つの層に対応して3層の渦列を導入するが、外層の渦は間欠領域の始まる位置 Y_{01} に中心を持ち、層一杯に広がる渦 ($R_{10}=0.6$)である。

壁面に層状に発達した壁乱流はこの渦に刺激されて内層の渦 ($Y_{30}=0.15$, $R_{30}=0.15$)を作るが、移動速度の異なる両者が相互に干渉する状態でバーストが起こると考えられる。バーストによって壁面を離れた渦流体は外層渦に取り込まれて外層の渦度を増加させるが、この働きは専ら中間渦 ($Y_{20}=0.37$, $R_{20}=0.225$)

によって行われると思われる。渦はその成因からみて空間的には同じ配列している筈であるが、移動速度の差によって重畳や追越しが行われるため外層以外では間欠性は見られい。

3: 何故 Rankin 渦か これについては計算上の便宜さと言う他ない。Rankin渦はもとも層流渦であるから乱流場を記述するには乱流渦の方が実際に近いようにも見えるが、

渦核の径が等しくかつトータルの強さが等しければ同じ平均速度場が得られることからRankin渦を用いることは差し支えないと考える。もちろん周期的な擾乱を受けた渦点列が集団化して作る集合渦の概念を取り入れたモデル化が望ましいが、壁乱流との干渉まで考慮する必要があり今直ちに採用することは困難である。参考のため乱流渦の速度場をFig.5に示す。

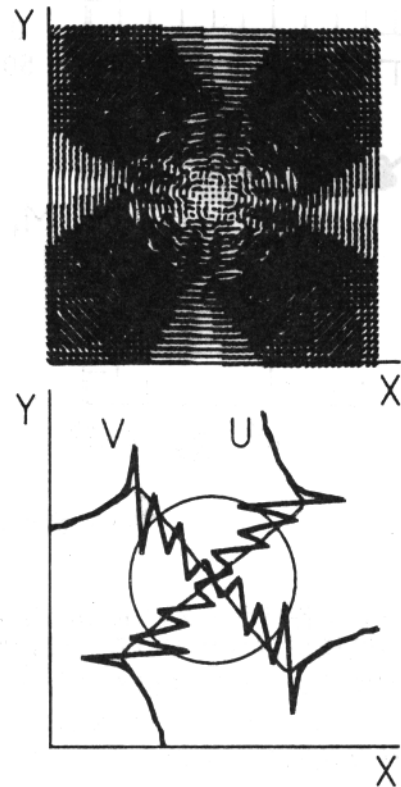


Fig.5 乱流渦

[VI] 結論と今後の課題 流体運動の実質が渦度であるとの立場に立って渦列モデルを提案し乱流境界層の速度分布とそのReynolds数に対する依存性の検討を行った。

モデルは簡単な割りには精度よく速度分布を記述することが出来るが、そのほかにも壁面近くのバーストの生成原因を解明する上で重要なヒントを与えると考えられる。バーストが乱れの発生源として重要であることは言をまたないが、その発生メカニズムを知ることが境界層の抵抗軽減とも関連して更に重要である。

参考文献

- (1) L.S.G.Kovaszny (1970) J. Fluid Mech 41
- (2) Roy y. Myose, Ron F.Blackwelder (1994) J.Fluid Mech 259
- (3) R.F.Blackwelder,J,H,HHaritonidis (1983) J.Fluid Mech 1321

強安定成層流中における非線形熱輸送

大庭勝久（豊技大院），蒔田秀治（豊技大）

Nonlinear heat transfer in a stably-stratified flow

by

K. Ohba and H. Makita

Dept. of Mech. Eng., Toyohashi University of Technology

ABSTRACT

Wind tunnel measurements were conducted on the influence of internal gravity waves on heat transfer across a strongly stably-stratified mixing layer generated by a thermal stratification generator. Energy density levels of velocity and temperature fluctuations remarkably increased below the Brunt-Väisälä frequency where the internal gravity waves of 1.0Hz, 1.8Hz, 2.8Hz spontaneously developed by the effect of buoyancy force. In the initial stage of the development, the internal gravity waves scarcely affected the heat transfer across the mixing layer and the down-gradient heat transfer was dominant. Phase difference between vertical component of velocity and temperature fluctuation approached $-\pi/2$ as the internal gravity waves developed. Then, the vertical heat transfer was apparently suppressed. The waves were broken down through their nonlinear interactions and the counter-gradient heat flux was clearly observed in the downstream region. Then, their energy was transferred into random components of higher frequencies.

Keywords: Stratified flow, Internal gravity wave, Counter-Gradient heat flux

1. 緒言

密度勾配と速度勾配を有する成層せん断乱流場は、大気・海洋中や熱機器内等のあらゆる場所に存在する。そこでの乱流生成や熱・運動量輸送は、密度勾配に起因する浮力と速度のせん断の影響を受けて非常に複雑になる。この様な流れ場の構造を解明するためには、大きな密度勾配を持ち、浮力が支配的に作用するような強安定成層流を実験室内に実現し、その中で浮力が乱流生成や輸送機構に及ぼす影響を調べることが必要となる。例えば、強安定成層流中で観察される浮力を駆動力とする内部重力波^{(1),(2)}や平均温度勾配に逆らった熱輸送である逆勾配熱拡散^{(3)~(8)}といった特異な現象は興味深い研究対象の一つである。安定成層流に関して、従来行われてきた研究では、安定な成層乱流場において逆勾配熱拡散を捉えた例^{(3)~(8)}はあるが、強安定成層流中に内部重力波を自然発生させ、その波動の発達・崩壊過程が乱流生成や輸送現象に及ぼす影響について研究したのは本研究が最初である^{(9)~(11)}。

実験室内で内部重力波の発達過程や共鳴・砕波のような非線形性の特徴を精度良く抽出し、その内部での熱輸送現象を明確にするためには、初期乱れを極力取り除いた良質な強安定成層流中に、大きな擾乱を与えることなく浮力の作用のみから内部重力波を自然発生させることが必要である。本研究室では、任意の温度分布を形成することが可能な温度成層形成装置を備えた温度成層風洞を開発し、風洞内に内部重力波を発生・発達させることに成功している

^{(9),(10)}。また、限られた計測範囲内で内部重力波の発生から崩壊に至るまでの全過程を捉えることを目的として、微小な温度擾乱を与えることにより内部重力波の発生・発達過程を制御することも試みてきた^{(11)~(13)}。しかし、内部重力波の遷移や逆勾配熱拡散等の準線形過程は、発生や発達過程が実験条件に微妙な影響を受け、測定胴全体の断熱処理の不均一性や外部騒音などのわずかな外的要因が、現象を解明するにあたり悪影響を及ぼすことがあった。さらに、内部重力波の成長過程に対して、十分な計測範囲を確保する必要もあった。そこで本研究では、測定胴の断熱特性を向上させることを重視して新たに測定胴を製作し、内部重力波の発生から崩壊に至るまでの全過程を風洞内で捉えると共に、逆勾配熱拡散が発達する様子を空間的に捉えることを試みた。

2. 実験装置

実験に使用した温度成層風洞の全体図を図1に示す。本風洞は全長約14mの吹出し型である。測定胴（一辺D=420mmの正方形断面）の全長を6mから8mに延長し十分な計測範囲を確保した。また、断熱特性を向上させるために両壁には真空ガラスを採用した。さらに、トラバース装置を低温側である床板から挿入することにより、温度場の擾乱の発生を低減するとともに、厚さ8mmのアルミ板で構成される天板上にプレートヒータを配列し、熱電対で監視しながら精密な温度調整を行うことにより、気流との

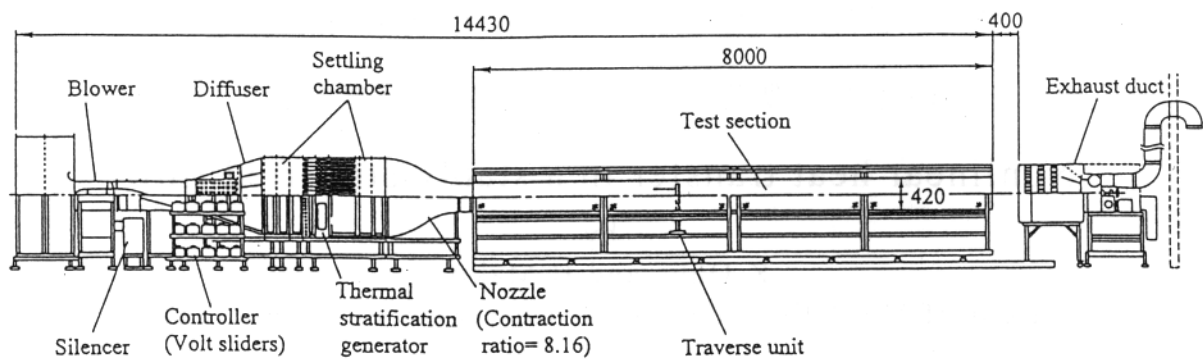


図1 温度成層風洞の全体図 (Unit : mm)

温度差に起因する熱対流の発生を抑制した。

温度成層形成装置は、初期乱れの低減化を図り、大きな温度勾配を得るために縮流胴上流の整流胴内に設置されている。また、加熱気流は排気ダクトより屋外へ強制的に排出されるため、実験室内の温度は一定に保たれる。なお、排気ダクトの手前には消音ボックスを取り付け、また拡散胴内にも吸音処理を施すことにより、圧力変動の伝播による擾乱の影響を低減した。

計測には本研究室で開発された二線式温度流速計^{(14),(15)}と X-I プローブを使用した。実験では温度変化を伴う気流の計測を行うため、本計測系には熱線流速計の温度に対する感度特性を補償する温度補償回路や温度計の冷線自身や支持部の熱容量に起因した周波数応答の低下を補償する位相補償回路、さらに、X 型熱線と I 型冷線間の空間的位置の違いにより生じる速度信号と温度信号間の時間遅れを補償するためのデジタル遅延回路が内蔵されている。なお、周波数特性は DC~5kHz、S/N 比は 60dB 以上である。

座標系は主流、鉛直方向をそれぞれ X, Z とし、測定胴入口断面の混合層中心の高さを座標原点とした。

3. 実験結果および考察

3.1. 内部重力波の自然発生

本節では内部重力波が自然発生していることの検証を行う。最上流 $X/D=0$ において、非加熱部の平均流速が $U_0=3.0\text{m/sec}$ であり、温度成層形成装置により流れ場に与えられた温度差の最大値は $\Delta\Theta_{\max}=19.0\text{K}$ 、平均温度分布により定義される混合層厚さは $d_0=18.1\text{mm}$ である。また、混合層内における局所温度勾配の最大値は約 1100K/m に達する。なお、混合層外層における初期乱れ強度は、主流方向の速度変動、温度変動がそれぞれ 0.1%、0.14% 以下であり、初期乱れの非常に小さい成層流となっている。図 2 に平均温度差 $\Delta\Theta$ の流れ方向変化を示す。縦軸は $X/D=0$ における混合層厚さ d_0 を用いて無次元化した計測高

さ Z 、横軸は最大温度差 $\Delta\Theta_{\max}$ を用いて無次元化した平均温度差 $\Delta\Theta$ である。混合層は熱拡散により下流に行くに従って鉛直方向に広がり、平均的な温度勾配は緩やかになっていくが、初期に形成されたステップ状の安定成層流は、その分布域は拡大していくものの $X/D=9$ まではほぼ維持している。しかし、 $X/D=11$ では熱拡散により分布域がさらに広がっているだけでなく、その分布に歪みが現れ、数点で温度勾配が負となる高さも現れており、安定成層流が局所的に崩壊過程に達しつつあることを示している。このような温度分布の変形が生じた結果、局所温度勾配が鉛直方向に複雑に変化し、その値が $X/D=9$ とほぼ等しい高さや逆に勾配が著しく減少する高さが存在している。

次に、この平均場の分布より得られた成層流の安定性について述べる。図 3 に浮力と慣性力の比で定義される局所リチャードソン数 Ri の流れ方向変化を示す。 Ri が静的安定限界値 $Ri=0.25$ を上回るとき、内部重力波のみが発達する⁽¹⁶⁾ことが報告されている。本成層流の最上流における Ri は、混合層全域にわたって 0.25 を上回っており、測定胴最上流において既に内部重力波が発達し得る強安定成層流が形成されていることが分かる。 $X/D=9$ に向って混合層内の安定度は広範囲に渡って増加していく。平均温度差の

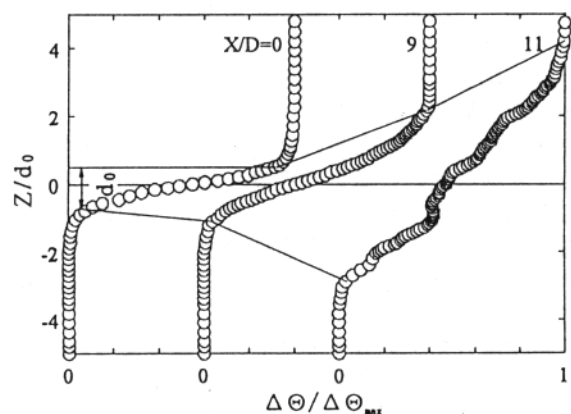


図2 平均温度差の流れ方向変化

分布に歪みが生じている $X/D=11$ では、図には示さないが温度勾配とともに速度勾配も増加しており、その結果 $X/D=9$ より安定度が小さくなる領域と、逆に平均場の分布が平坦になり局所勾配が小さくなる領域では Ri が顕著に増加し、安定度が極めて高くなる領域が層状に分布する流れ場へと発達している。このことは、 $X/D=9$ までは、成層流の発達と共に混合層内では浮力が流体運動に対して支配的であるが、安定成層が局所的に崩壊過程に達する $X/D=11$ では、混合層内に相対的に浮力の卓越する領域と、慣性力が強く作用する領域とが混在していることを示している。

図4に鉛直方向速度変動 w の周波数解析結果を示す。縦軸はエネルギーレベル、横軸は周波数である。内部重力波の上限周波数は、局所温度勾配により定義される Brunt-Väisälä 周波数⁽¹⁾ N_B によって規定される。最上流におけるスペクトルのエネルギーレベルは非常に小さく、特徴的なピークも存在しない。下流に向って混合層内で浮力の作用が支配的になるに従って、 N_B 以下の低周波域のエネルギーレベルが顕著に増加し、 $X/D=9$ では 1.0Hz, 1.8Hz, 2.8Hz の特徴的なピークが認められる。Thorpe⁽¹⁷⁾ は成層流中で内部重力波が発達する場合、三波共鳴条件 $f_1 \pm f_2 = f_3$ を満たすような周波数成分の変動が卓越して発達することを示した。 $X/D=9$ において認められる3つのピーク周波数成分は三波共鳴条件を満足することから、 $X/D=9$ に至るまでに浮力を駆動力として内部重力波が自然発生し、それが線形的に発達していることが確認される。それより下流では、非線形干渉により低周波域のエネルギーが高周波の乱雑成分へと輸送されていることから、 $X/D=9$ よりも下流では内部重力波の崩壊が進行しているものと推測される。さらに、全体の変動エネルギーのレベルが増加しているが、この原因については後述する。

図5に鉛直方向速度変動 w と温度変動 θ 間の位相差の流れ方向変化を示す。縦軸は $w-\theta$ 間の位相差、横軸は周波数である。成層流中の流体運動がランダムであるとき、 $w-\theta$ 間の位相差は $\pm 180^\circ$ 、また線形内部重力波が発達する場合の位相差は $\pm 90^\circ$ に近づく^{(18),(19)}。本結果では、最上流では広い範囲に渡って位相差は $\pm 180^\circ$ であり、流体運動がランダムであることを示しているが、 $X/D=9$ では、 N_B より低周波域の位相差が -90° に漸近しており、位相差解析の結果も内部重力波が線形的に発達していることを明確に示している。以上のことから、今回形成された強安定成層流中には、内部重力波が自然発生し、 $X/D=9$ に至るまで線形的に発達していることが確認された。さらに $X/D=11$ における位相差は、内部重力波の発達を示唆する -90° を行き過ぎ 0° に漸近するようになる。このことは、次節にて述べるように強安定成層

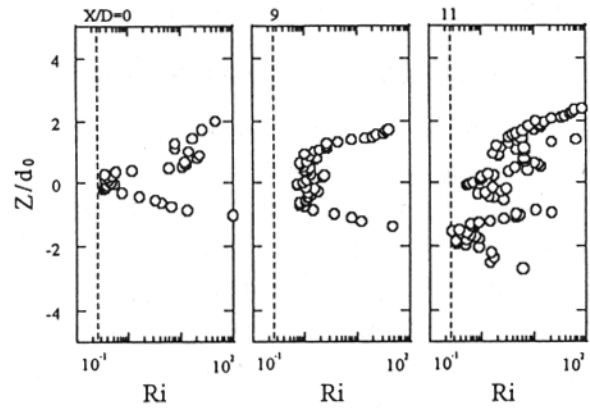


図3 局所リチャードソン数の流れ方向変化

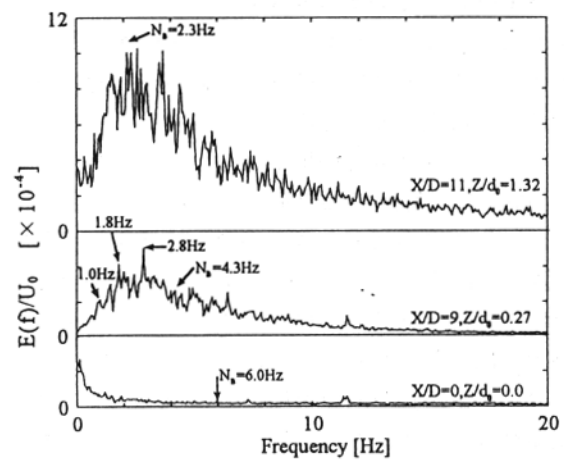
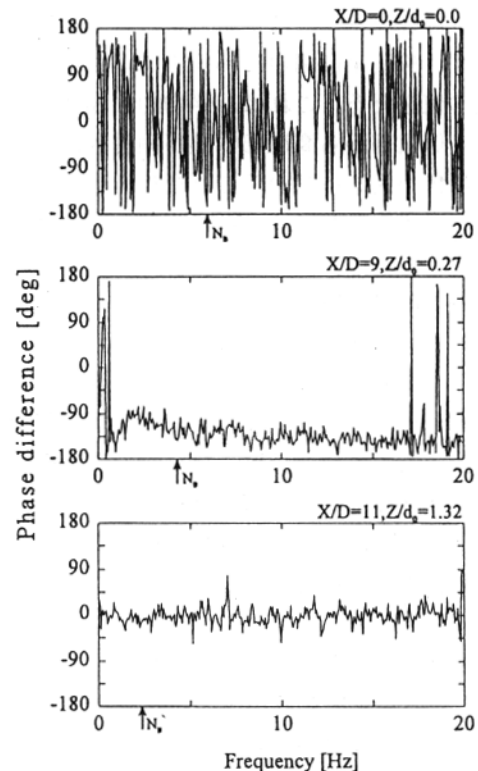


図4 鉛直方向速度変動成分のエネルギースペクトル

図5 $w-\theta$ 間の位相差の流れ方向変化

層流中における熱輸送に大きな変化を及ぼしている。

3. 2. 強安定成層流中における熱輸送機構

内部重力波の発達・崩壊過程を伴う強安定成層流中における熱輸送について考察する。図 6 は、無次元化した鉛直方向熱流束 $-w\theta/U_0\Delta\Theta_{\max}$ と局所温度勾配 $d\Theta/dZ$ の流れ方向変化を示したものである。なお、白丸と実線はそれぞれ鉛直方向熱流束と温度勾配である。通常、安定成層流中における局所温度勾配は混合層全域で正の値となり、鉛直方向熱流束は高温部から低温部への熱流束を示す正の値となる。 $X/D=0$ から内部重力波が線形的に発達している初期段階($X/D<9$)では、局所温度勾配が大きくなる所で熱流束が大きくなり、基本的には勾配を緩和する方向に作用する勾配拡散型に従う熱流束が支配的である。線形的に内部重力波が発達し、三波共鳴条件を満たす $X/D=9$ では、局所温度勾配が大きいかかわらず $0.4<Z/d_0<1.3$ の範囲で熱流束は明らかに抑制されている。ここでは内部重力波が線形的に発達し、その時、図 5 でも述べたように $w\sim\theta$ 間の位相差が -90° に漸近するため、両者の内積として表わされる鉛直方向熱流束は抑制される。それに対して、非線形性が現れはじめ、波動が崩壊過程にある $X/D=11$ では、平均温度差の分布に歪みが生じており、局所温度勾配は鉛直方向に複数のピークを有する分布形状となっている。そして、局所温度勾配は数点例外があるものの、混合層内のほぼ全域で正の値であるにもかかわらず、熱流束は図中にハッチングで示した領域では負の値をとる。これは、平均的な温度勾配に逆らって、低温部から高温部へ熱が輸送される逆勾配熱拡散現象が起こっていることを意味している。ハッチングで示した領域は、図 3 において Ri が卓越する領域と一致しており、浮力の作用が極めて大きい領域で逆勾配熱拡散が生じていることが分かる。一方、 $-1.5<Z/d_0<-2.3$ の範囲では、図 3 に示すように Ri が極小値をとり、慣性力に対して浮力効果が弱く、通常の勾配拡散型に従う順勾配熱拡散が支配的になっている。従来の研究では、測定胴の中心線上でのみ行った計測結果から逆勾配熱拡散が生じることを捉えた例^{(5),(7),(8)}はあるが、逆勾配熱拡散が生じている様子を鉛直方向に捉えたのは本研究が最初である。

また、先ほど示した図 4 の $X/D=11$ におけるスペクトル分布中の変動エネルギーが増加していたのは、 $X/D=11$ で逆勾配熱拡散が生じたために乱れの生成機構が変化し、安定成層流中に作用する浮力が鉛直方向の速度変動成分の抑制から生成へと変化している⁽⁹⁾ことを示している。

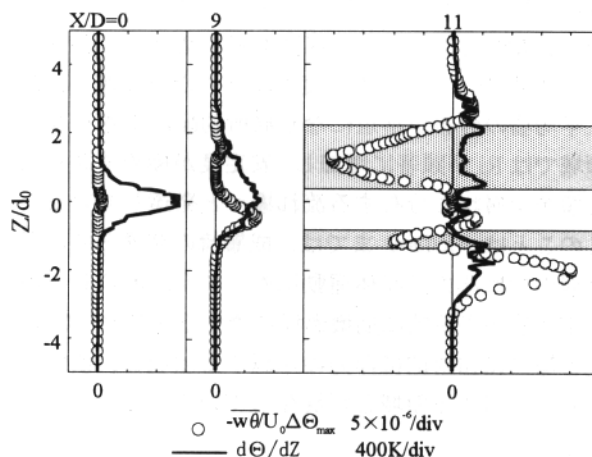


図6 鉛直方向熱流束と局所温度勾配の流れ方向変化

4. 結論

1. 内部重力波が線形的に発達した後、非線形干渉を起こしつつ、崩壊へと進行するまでの過程を詳細に調べることに成功した。
2. 内部重力波の崩壊過程において、安定度が極めて高くなる領域中で逆勾配熱拡散が発達する。

参考文献

- (1) J.S. Turner: *Buoyancy Effects in Fluids* (Cambridge Univ. Press 1973).
- (2) J. Lighthill: *Waves in Fluids* (Cambridge Univ. Press 1978).
- (3) Komori, S., Ueda, H., Ogino, F., Muzushina, T.: *J. Fluid Mech.*, 130 (1983) 13.
- (4) Gerz, T., Schumann, U., Elghobashi, S.E.: *J. Fluid Mech.*, 200 (1989) 563.
- (5) Yoon, K., Warhaft, Z.: *J. Fluid Mech.*, 215 (1990) 601.
- (6) Holt, S.E., Koseff, J.R., Ferziger, J.H.: *J. Fluid Mech.*, 237 (1992) 499.
- (7) Lienhard, V., Van Atta, C.W.: *J. Fluid Mech.*, 210 (1990) 57.
- (8) Komori, S., Nagata, K.: *J. Fluid Mech.*, 326 (1996) 205.
- (9) 蒔田, 森, 新見: 日本機械学会論文集 B 編, 57-534 (1991) 404.
- (10) H. Makita, S. Mori, A. Yahagi: 4th IMA Conf., Oxford Univ. Press (1992) 38.
- (11) 蒔田, 大庭: 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-33 (1996) 93.
- (12) 蒔田, 大庭, 増井: 第 72 期全国大会講演論文集 (1994) 164.
- (13) 蒔田, 大庭, 小杉: 第 27 回乱流シンポジウム講演論文集 (1995) 121.
- (14) 蒔田, 森, 澤田: 日本機械学会論文集 B 編, 58-545 (1992) 90.
- (15) 蒔田, 澤田, 森: 日本機械学会論文集 B 編, 58-554 (1992) 3100.
- (16) Hazel, P.J.: *J. Fluid Mech.*, 51 (1972) 39.
- (17) Thorpe, S.A.: *J. Fluid Mech.*, 24 (1966) 737.
- (18) Stewart, R.W.: *Radio Science*, 4 (1969) 1269.
- (19) McBean, G.A., Miyake, M.: *Quart. J. R. Met. Soc.*, 98 (1972) 383.

円柱剥離剪断層に発達する不安定波とその Wavelet 解析

大田 黒俊夫, 飯田 明由 (日立製作所機械研究所)

Wavelet analysis of the instability wave developing in the shear layer separated from a circular cylinder

T. Otaguro and A. Iida

Mechanical Engineering Research Laboratory, Hitachi, Ltd.

Abstract

The instability wave developing in the shear layer separated from a circular cylinder is investigated by using continuous wavelet transform with a Gabor wavelet. The instability wave is recognized as short, intermittent wave packets. Each wave packet is successfully captured by using a tuned Gabor function. Setting an appropriate threshold level for the amplitude of the wave packets gives the statistics of interval, duration, intermittency, and intensity. These results quantitatively reveal that the instability wave develops along the separated shear layer and that its activity is strongly correlated to the intensity of the mean shear.

Key Words: Instability wave, Shear layer, Separation, Circular cylinder, Wavelet, Gabor wavelet

1. 序論

一般に, 大きな剥離を伴う流れには, その剥離剪断層の中に線形不安定による不安定波が発達する. この不安定波はその下流で絶対不安定により発達する Karman 渦列のような大規模渦構造の形成に影響を持つと考えられ⁽¹⁾, 剥離を伴う流れの制御に対して重要な役割を果たす可能性がある.

本論文は研究の対象を円柱の剥離剪断層に発達する不安定波とする. 層流の剥離剪断層には強い速度勾配によって変曲点型の不安定波が発生する. これに関しては Bloor⁽²⁾による先駆的な研究がその端緒を開き, 1980 年代に入り Wei & Smith⁽³⁾, Unal & Rockwell⁽⁴⁾, Filler, Marston & Mih⁽⁵⁾らによって急速な進展を見た. これら一連の研究によって, 不安定波が変曲点型の不安定によって発生していることが確認され, その周波数 f_{SL} が剥離剪断層の運動量厚さに反比例することから, f_k を Karman 渦列周波数, Re を円柱直径を代表長さにとったレイノルズ数としたときに $f_{SL} / f_k \propto Re^{1/2}$ なる関係式が成り立つことが示された.

この不安定波の際立った特徴の一つは発生が間欠的であるという点である. この間欠性に対してはその原因を剥離の三次元性に帰すもの, 剥離点位置の主流方向への時間的な変動によると考えるものなどがあり, 決定的なことはわかっていない. 間欠性を特徴づける最も基本的な量は間欠係数 (不安定波の持続時間の合計が全時間に占める割合) であるが, 最近 Prasad & Williamson⁽⁶⁾はレイノルズ数に対する間欠係数の変化を示した. 彼らは間欠係数の算出を Karman 渦 25 周期分の波形について行ったと述

べているが, 不安定波の存在割合をどのように計算したのか明らかではない. 実際に熱線風速計の波形を見ると, 不安定波の始まりと終わりの判定は容易ではない.

本論文は, この間欠的に発生する不安定波の時間軸上の特徴, すなわち, 発生頻度, 持続時間, 強度などの統計量を出来る限り客観的な基準で解析することを目的とする.

従来, このような間欠的な現象に対して客観的な統計量を求めるためのツールは少なかった. 本研究で取り上げる Wavelet 解析⁽⁷⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾は, 信号を時間一周波数平面に展開して局所相似 (周波数) 解析を行うための新しい数学的ツールで, 信号処理における時間と周波数の不確定性関係⁽¹²⁾に整合しつつ, 信号の持つ情報を全て取り出すことができる. 本論文では連続 Wavelet 変換を用いて不安定波を速度変動波形から抽出し, その統計量を客観的に解析することを試みる.

2. 実験の装置および方法

円柱後流の測定には, 断面が 500 mm x 500 mm の正方形で長さが 2,000 mm の測定部を持つ小型風洞で行われた. 測定に用いられた一樣流風速 U_e は 5.0 m/s であり, 風速の非一樣性の rms 値は 0.2% 以下, 乱れ強さの rms 値は 0.5% 以下である. 風洞と一体となった三次元トラバース装置が測定部外に置かれている. 各軸は独立したステッピングモータにより駆動され, 1/100 mm 以下の確度でフィードバック制御されている.

測定部入り口から 250 mm 下流の測定部断面の中心を座標軸の原点にとり, 主流方向を x 軸, 断面内

水平方向を y 軸, 垂直方向を z 軸と定義した. 実測直径 d が 6.02 mm のステンレス製パイプを y 軸に一致させて取り付け, 測定対象の円柱とした. この円柱のスパン方向が y 軸, クロスフロー方向が z 軸となることに注意されたい. 円柱の両端近くに直径 $4d$ の円盤状の端板を取り付けた. これらの数値から計算される円柱のアスペクト比は 73 となり, 一様流速と円柱直径から計算されるレイノルズ数は約 2,000 である. このレイノルズ数領域では, 大規模渦の形成距離, 円柱の背圧, ストローハル数などがレイノルズ数に依らずほぼ一定であることがわかっている⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾.

速度波形の測定には, プローブ軸を x 軸方向に向けた単線の I 型熱線プローブを定温度型の熱線アンプとともに用いた. 熱線アンプのアナログ出力は, これをカットオフ周波数 2 kHz のローパスフィルタに通した後に, 12-bit の A-D 変換器を用いて 10 kHz でサンプルした. 各測定点でのサンプル数は 204,800 個 (20.48 秒) であり, 統計量をとるのに必要十分な長さである. 熱線プローブのトラバースは x 方向に $0.75 \leq x/d \leq 2.00$ の範囲の 6 位置, z 方向に $0.4 < z/d < 0.8$ の 17 位置, 合計 102 点の非一様の矩形メッシュによって行った.

3. Wavelet 解析

Wavelet 解析の基本的なツールには連続 Wavelet 変換⁽⁸⁾⁽¹⁰⁾と直交 Wavelet 変換⁽⁸⁾⁽⁹⁾とがある. 前者は後者に対して, 1 次従属の過剰な系による展開であるために展開係数が互いに独立ではないという欠点を持つが, 解析したい時間や周波数の位置を連続的に選ぶことが出来るという利点がある. 本研究では間欠的な現象の時間軸情報を得るために連続 Wavelet 変換を用いることとした. 変換係数 (複素数) は, スケールを決めるパラメータ a と, 時間軸上の位置を決めるパラメータ b とを使って $T(a, b)$ と書くことにする. 詳細については上記文献を参照されたい.

本研究では Wavelet 関数としては次式(1)に示す Gabor 関数を用いた.

$$\psi(t) = \frac{1}{\pi^{1/4}} \left(\frac{\omega_0}{\sigma} \right)^{1/2} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega_0}{\sigma} \right)^2 t^2 + j\omega_0 t \right]. \quad (1)$$

ここで j は虚数単位, σ は減衰の速さを決める正のパラメータである. である. この関数の最大の特徴は明確に定義された中心周波数 ω_0 を持っていることであり, これが本来は「局所相似解析」である Wavelet 変換を「局所周波数解析」に応用できる仕掛けとなっている. またこの関数は時間, 周波数の両領域で Gaussian 型をしているため, 両領域での局所性の考察が容易であること, 時間一周波数の不確定性が最小であるという利点⁽⁹⁾⁽¹¹⁾も持っている. この関数は時間領域では $t=0$ の近傍で有限な値を持ち, 振動しながら遠方で急速に減衰する波形をしてい

るが, 減衰を決めるパラメータ σ の選び方には自由度がある. すなわち, σ を小とすれば減衰は速く, 時間分解能は高いが周波数分解能は低くなる. 逆に σ を大とすれば減衰は遅く, 時間分解能は低いが周波数分解能は高くなる. このように時間と周波数の分解能のトレードオフ点をスケールパラメータ a とは独立に調整することが出来ることも, Gabor Wavelet の利点の一つである⁽¹⁴⁾.

4. 実験結果および考察

平均速度や乱れ強さの分布については中レイノルズ数の bluff body の後流に典型的なものであり, その説明は省略する. 剥離剪断層外縁で層流域の速度変動スペクトルの典型例を図 1 に示す. カルマン渦列の周波数 f_K 約 170 Hz とその 2 倍の高周波 $2f_K$, そしてそれらよりも高周波で広帯域のピーク f_{SL} がはっきりと認められる. この f_{SL} 成分の周波数は約 800 Hz 程度であるが, 広帯域のピークを持つことが大変特徴的である. これは変動周波数が時間的に変動されているか, 変動が間欠的に発生していることを示唆している.

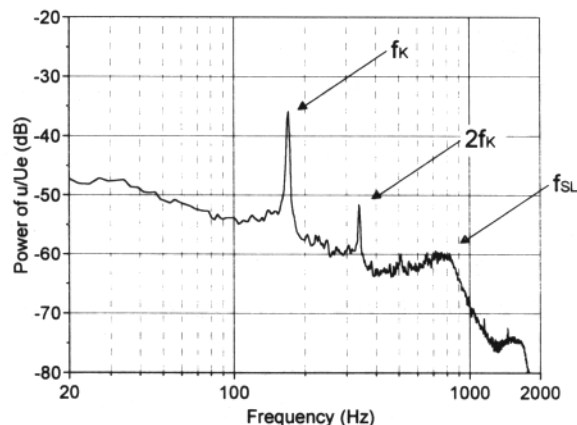


Fig.1 Power spectrum of velocity fluctuation at $(x/d, z/d) = (1.000, 0.731)$

実際に長時間の時間波形を丹念に調べると, Karman 渦による緩やかな速度変動に混じって, 間欠的に強い高周波の速度変動が発生していることがわかる⁽¹⁴⁾. この変動はランダムに発生し, 持続時間は Karman 渦周期の 1, 2 倍と短く, しかし振幅はかなり強く peak-to-peak で U_e の 30-50%にも達するという特徴を持っている. 今後, 個々の高周波変動を wave packet と呼ぶことにする.

典型的な wave packet を拡大したものを図 2 に, またその波形を Gabor Wavelet により連続 Wavelet 変換し, 得られた変換係数 $T(a, b)$ の実部で正の部分の等高線を図 3 に示す. これらの図には Karman 渦による周期的な速度変動成分も現れていることに注意されたい. 図 2 の時間波形と図 3 の局所周波数解析の結果を詳細に観察すると, 一つの wave packet の中では変動の周波数はほぼ一定であり約 800 Hz 程度であることがわかる. 他の wave packet につい

て調べても同様であり、これから図1に見られた広帯域のピークは間欠的に発生する高周波の wave packet によるものであることがわかる。詳細は示さないが、剥離直後の剪断層の計測を行ってその運動量厚さを求め、Michalke⁽¹³⁾に従い線形安定性理論から最大増幅率を持つ周波数を計算すると、約900 Hz という値が得られる。これは観察される周波数800 Hz に非常に近い。さらに f_{SL} と f_K との比をとり $Re^{1/2}$ と比較すると、Filler, Marston & Mih⁽⁵⁾が示した関係式 $f_{SL}/f_K = 0.095 Re^{1/2}$ がほぼ成り立っており、高周波の wave packet は剥離剪断層に発生する変曲点型の不安定波であると結論づけられる。

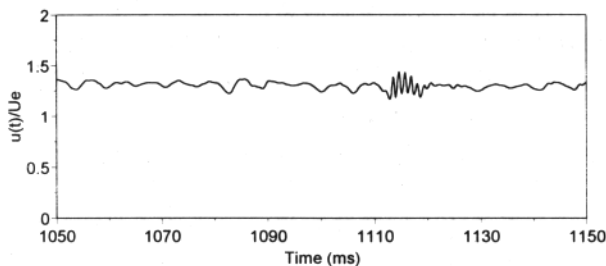


Fig.2 Single wave packet
at $(x/d, z/d) = (1.000, 0.731)$

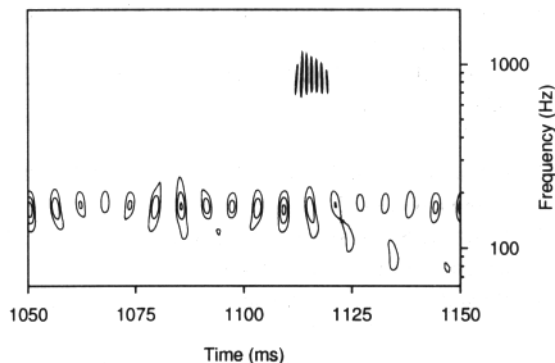


Fig.3 Wavelet coefficient (positive real part)

さて、次にこの wave packet の統計的性質を調べることにする。間欠的にしか発生しない現象の統計をとるために、Wavelet 変換係数の絶対値 $|T(a, b)|$ を利用する。まず変換係数のなかで wave packet の周波数を検出するようにスケールパラメータ a を一つ選び、それを a_m として $|T(a_m, b)|$ を b に対してプロットしたものを図4に示す。

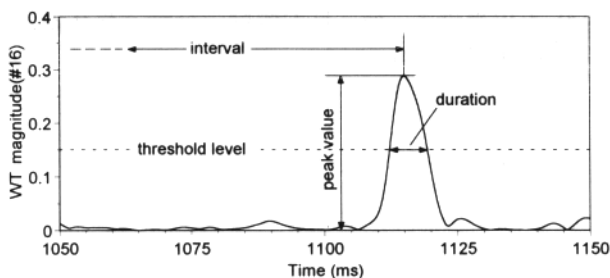


Fig.4 Temporal variation of wavelet coefficient

これは $|T(a, b)|$ の等高線を周波数が 800 Hz に等しい平面で切った断面形に相当する。これを見ると wave packet が存在する時刻では変換係数の絶対値が有限の値を持ち、Wavelet 変換に本質的な周波数と時刻の不確かさ⁽¹⁴⁾を除いては wave packet の振幅変化を表していると考えてよい。ところでこの wave packet は間欠的に発生し、その強さや持続時間、発生間隔もまちまちである。そこで図4に示すようにある閾値を設けて、 $|T(a_m, b)|$ が閾値を越えた場合にのみ、そこに wave packet が存在するとしてそのピーク値、持続時間、発生間隔などの統計量を計算することにする。

ここで閾値の設定は重要である。閾値が大きすぎると強い wave packet のみから成る母集団の統計を取ることであり、統計的に偏った結果が得られる。また閾値が小さすぎると、単独の wave packet として認識できない高周波の乱れ成分を統計計算に加えてしまう恐れがある。いくつかの代表的な測定点で閾値を変化させたときの wave packet の検出数を調べると、いずれの位置においても検出数は閾値に対して右下がりの直線であり、その勾配はほぼ一定であることがわかった⁽¹⁴⁾。これは wave packet に代表的な振幅が存在しないことを示している。従って閾値の選び方には自由度があると言ってよい。本論文では閾値を 0.15 と比較的大きな値に取ることとした。その理由は、目視によって高周波の乱れと明確に区別できる程度の振幅の wave packet を対象にして統計量の空間分布を議論したいためである。実際には閾値を変化させて目視との比較を行いつつ予備検討を行った結果この値に決定した。以後この閾値を用いて統計処理を行った結果を示す。

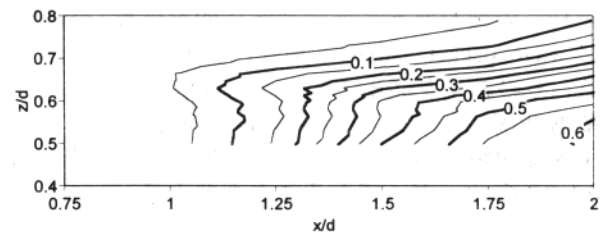


Fig.5 Normalized frequency of occurrence

図5は wave packet の発生頻度（または発生間隔の逆数）の平均値を Karman 渦の発生周波数 f_K で無次元化したものである。速度分布の測定結果と比較することにより高剪断層に沿って不安定波が発達していること、その発生頻度は Karman 渦発生周波数に対して数分の一のオーダーであり、流れ方向に増加していくことがわかる。図6は剥離剪断層の外縁に近く発生頻度が比較的低い評価点 $(x/d, z/d) = (1.251, 0.698)$ について発生間隔の頻度分布を調べたものである。定量的な分布形が得られており、発生間隔は大部分 Karman 渦周期の 25 倍以内に分布していること、発生間隔が短いものほど数が多いことがわかる。

図7には wave packet の平均持続時間を Karman 渦周期で無次元化したものの分布を示す。等高線が滑らかでないため見にくい、ほぼ剪断層に沿う形で持続時間が長くなっていること、またその持続時間は Karman 渦一周期の 1/2 のオーダーであることがわかる。持続時間のヒストグラムも得られているが、これは省略する⁽¹⁴⁾。

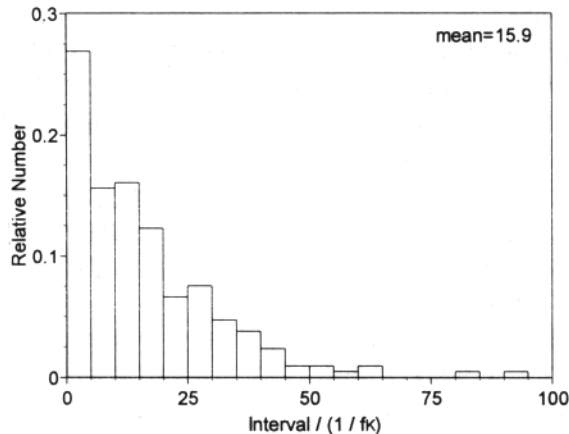


Fig.6 Histogram of interval
at $(x/d, z/d)=(1.251, 0.698)$

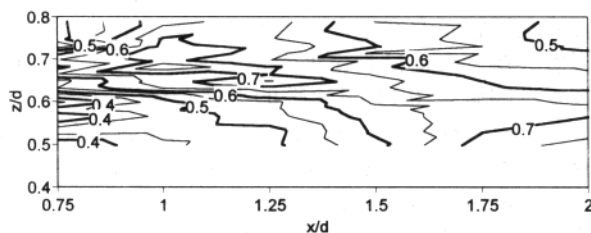


Fig.7 Duration of wave packet

平均発生頻度と平均持続時間が分かれば、各点でそれらの積をとることによって間欠係数(全時間中に wave packet が占める割合)を求めることができる。その結果を図8に示す。この図は不安定波が剥離剪断層に沿う形で下流方向に発達していることを大変明瞭に示している。また間欠係数の絶対値が 0.1-0.3 のオーダーであることもわかる。

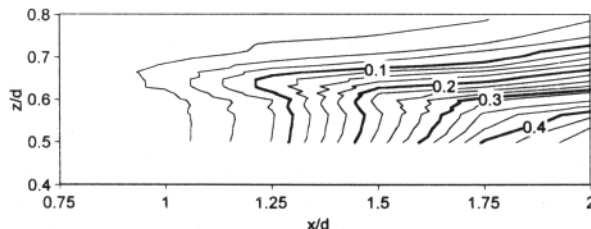


Fig.8 Intermittency factor

本論文の方法は基本的には局所周波数解析であり f_{SL} の周波数帯域の変動強度の時間変化のパターンを追跡しているに過ぎない。本質的に剪断層の wave packet と広帯域の高周波成分とを区別できるわけではない。そのために本論文の解析は、まず時間波形を観察し、層流の剪断層の中に間欠的に強い不安定波が発生している領域に限って行った。除外

した領域、例えば剪断層の内縁近傍では、鋭いスパイク状の波形が頻出しそれが広帯域の高周波の変動成分を発生させる。また例えば下流の後流軸近傍では、後流が乱流遷移して広帯域の乱れが発生しており、乱れた波形の中に不安定波を認識することは極めて困難である。このような状況下では、上流で発生した不安定波が周囲の強い乱れの中でその個性を保っているかどうかの判別はほとんど不可能と言ってよい。上記の疑問に答えるにはさらに高度な波形パターンの識別方法を開発する必要がある。

5. 結論

円柱後流の大規模渦構造に先立ってより上流の剥離剪断層に発達する不安定波を連続 Wavelet 変換によって抽出し、その統計的性質を明らかにすることを試み、以下の結論を得た。

- (1) 不安定波の発生間隔、持続時間、振幅のピーク値などの空間分布と頻度分布を求めた。
- (2) 不安定波は剥離剪断層の平均速度勾配と強い相関を持って発達していることが示された。

参考文献

- (1) Chyu, C. K. & Rockwell, D., J. Fluid Mech., 322 (1996), 21-49.
- (2) Bloor, M. S., J. Fluid Mech., 19 (1964), 290-304.
- (3) Wei, T. & Smith, C. R., J. Fluid Mech., 169 (1986), 513-533.
- (4) Unal, M. F. & Rockwell, D., J. Fluid Mech., 190 (1988), 491-512.
- (5) Filler, J. R., Marston, P. L. & Mih, W. C., J. Fluid Mech., 231 (1991), 481-499.
- (6) Prasad, A. & Williamson, H. K., J. Fluid Mech., 333 (1997), 375-402.
- (7) 山口昌也, 他, 数理科学, 354 (1992)
- (8) 榊原進, ウェーブレットビギナーズガイド, 東京電機大学出版局, (1995).
- (9) Daubechies, I., Ten lectures on wavelets, SIAM, Philadelphia, (1992).
- (10) 佐藤雅昭, 日本音響学会誌, 47 (1991), 405-415.
- (11) 佐藤雅昭, 日本音響学会誌, 47 (1991), 416-423
- (12) Papoulis, A., The Fourier integral and its applications, McGraw-Hill, New York, (1962).
- (13) Michalke, A., J. Fluid Mech., 23 (1965), 521-544.
- (14) 大田黒俊夫, 他, 日本機械学会論文集B編, 出版予定(1998).

円柱後流中の渦の可視化画像と渦度分布

永田 拓、中山 仁、栗野雅智、福島千晴 (岐阜大工)

Visualized Images of Vortex Structure and Vorticity Distribution in the Wake of a Circular Cylinder

by

H. Nagata, J. Nakayama, M. Awano, and C. Fukushima

Faculty of Engineering, Gifu University

We propose a procedure to compose an image based on Taylor hypothesis from the video pictures of streak lines visualized by the electrolysis method in the wake of a circular cylinder. The Taylor-hypothesis images are intimately related to the vorticity distribution since the streak lines were visualized by dye issuing from the surface of the cylinder, i.e., the generation surface of the vorticity. In order to clarify the relation between the Taylor hypothesis image and vorticity distribution, the vorticity distribution based on Taylor hypothesis was obtained from the time series data of the velocity past a bubble-generating wire determined by hydrogen bubble techniques. Some misleadings of the vortex structure in interpreting the patterns of streak lines were reviewed.

Key words: Flow pattern, Streakline, Taylor hypothesis, Vorticity, Wake, Circular Cylinder

1 はしがき

非定常流の場合は、流跡・流脈・流線はそれぞれ異なった形状を示す。そのため、非定常流の可視化画像の解釈は難しく、とりわけ流れの中の一点を通過する流体粒子の到達点を連ねた曲線から成る「流脈模様」は、時々刻々変化する「流れの場」の知見とはなじまない。そのため、流脈模様の安易な解釈は流れの誤認に導くことを警告した多くの研究^{①-⑥}がある。これらの優れた論文の主張を、一括した名言「古い煙は、人を騙す」^⑦もある。

速度場の積分結果に相当する流脈模様から、いわば原因に相当する非定常流れの速度場を推定することは原理的に不可能な課題であり、この推定が流れの誤認に導くことは、当然の帰結とも考えられる。従来、流脈模様が導く流れの誤認が、ともすると流脈模様に対する過剰な期待のもとに認識される傾向があるように思われる。

流脈は始点によって著しく異なった模様を形成するので、流脈模様がどこを始点としてどのような経過で作られたか、それは何を表示するかを明確にし、その上で流脈模様の効用と限界を明らかにする必要がある。

本研究では、一様流中に設置した円柱表面を発色電極とする電解沈殿法を用いて、円柱表面から溶出する色素によって、円柱表面を始点とする流脈模様と渦度分布の関係を明らかにすることを目的とした。

この場合、流脈模様と最も密接に関係するのは渦度分布である。渦度は円柱表面で生成されるので、円柱表面から溶出する色素は、円柱表面に沿う境界層内の渦度を持った流体粒子の一部を着色する。一部しか着色されないのは、境界層がはく離した後も同様で、色素の拡散よりは渦度の拡散は著しく大きい ($Sc \gg 1$, Sc : シュミット数) からである。

したがって、流脈が始点から遠く離れる(「古い煙」^⑦)程、また流れの非定常性と三次元性が強い程、流脈模様と渦度分布の関係は希薄になる。しかも、渦領域に巻き込まれる流脈は、引き伸ばしと折り曲げの繰り返しを受ける。そのため、その軌道はカオス的な特性を持ち、流脈形状の変化は、始点に敏感(初期条件敏感性)となり、予測不可能となる場合があり得る^⑧。流脈模様と渦度との関連の解明は十分でなく、個別の流れの場で両者の関係を実験的に検証する意義がある。

時間的空間的に変化する渦度分布と流脈模様を同時に観測することは困難であるので、円柱の後流中の一断面を通過する渦流れの速度と色素の輝度(流脈)の時系列データに、Taylor 仮説を適用して時間と空間を読み替えて、流脈の Taylor 仮説画像と渦度の Taylor 仮説分布を求め、両者を比較しその関係を明らかにした。

2 実験の装置と方法

2. 1 可視化の方法と画像の撮影方法

一様流中に設置した円柱の渦領域の流れを水素気泡法と電解沈殿法によって可視化した。水素気泡法の適用方法は、前報⁽⁹⁾と同様である。

電解沈殿法では、円柱表面を発色電極として、これから溶出する色素が離点を通して下流に輸送され、渦領域に巻き込まれて流脈模様を形成する。この流脈模様をビデオ撮影 (30 コマ/秒) した。実験は、レイノルズ数 $Re = Ud/\nu = 120 \sim 180$ (U : 一様流速度、 d : 直径、 ν : 動粘度) の層流渦領域の流れ、および $Re=1000$ の乱流渦領域の流れについて行った。以下、時間を t として、円柱の中心軸を z 軸、主流方向を x 半径方向を y 軸とする。

2. 2 Taylor 仮説画像の構成方法

円柱の下流の観察断面 $x = x_{ob}$ におけるビデオ画像の輝度の時系列データ $F(t, y)$ から、Taylor 仮説 ($x = -U_v t$, $x: x = x_{ob}$ からの x 方向の距離、 U_v : 渦の移流速度) を用いて時間 t を x に読み替え、画像 $F(x, y)$ を構成した。以下、この画像を「Taylor 仮説画像」と呼ぶ。渦の移流速度 U_v は、電解沈殿法で可視化された流脈模様の示す渦列の波長 λ と、熱線流速計で測定した渦放出周波数 f_v の積、すなわち、 $U_v = f_v \lambda$ とした。

画像の構成方法は以下のようなものである。N フレーム間隔の個々のビデオ画像から、 x 座標が $x_1 = x_{ob}$ と $x_2 = x_{ob} + U_v \Delta t$ ($\Delta t = N/30$ 秒) の間の輝度画像を切り取り、これを Taylor 仮説に基づいてシームレスに繋ぎ合わせて 1 枚の画像 $F(x, y)$ を構成し、これを $x = x_{ob}$ における「Taylor 仮説画像」とした。

2. 3 渦度の測定方法

水素気泡法による可視化写真から、Taylor 仮説に基づいた渦度分布を求める方法は、前報⁽⁹⁾と同じである。

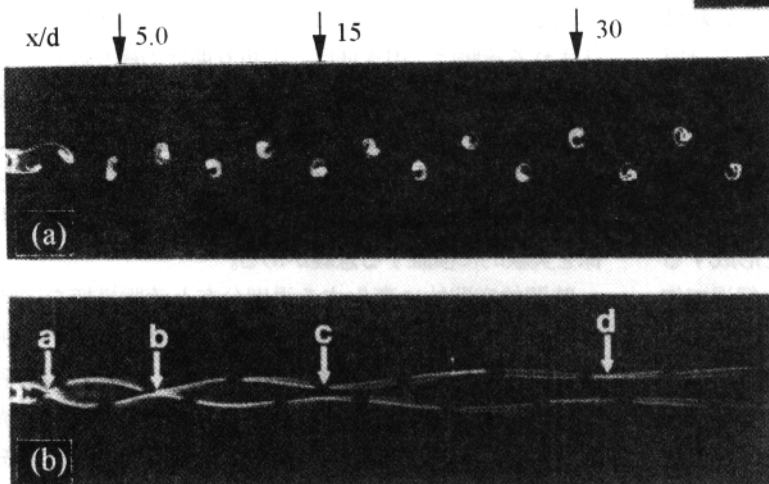


図1 渦度の流脈模様 ($Re=120$) (a) 瞬間写真 ($T=1/60s$)

(b) 長時間露光写真 ($T=1.0s$) $x/d=1.9$ (a), 8.3 (b), 15.2 (c), 34.3 (d)

3 実験の結果と考察

3. 1 円柱の Far Wake における渦領域の流れ

図1は、円柱背後 ($Re=120$, $x/d=0 \sim 80$) の渦列の電解沈殿法による可視化写真である。図(a)は、瞬間写真であり、図(b)は、長時間露光写真である。

前述したように、色素は円柱表面から溶出しているので、色素は渦度の集中領域を示すと考え、この写真の白い色素線の軌跡を渦核の軌跡と見なすと、図(b)中の a, b, c, d を付す矢印の位置で、渦核が円柱の後流軸に近づいているように見える。

上述のような流脈模様と渦度分布の関係をより明確にするために、流脈模様の渦中心が円柱の後流軸に著しく近づく位置: $x/d=8.3$ (図中矢印) における Taylor 仮説画像と Taylor 仮説渦度分布を測定した。図2は、時系列写真の1コマで、 $x/d=8.3$ に設置した電極細線近傍の流れが可視化されている。図3は、このような写真から求めた Taylor 仮説画像と、等渦度線とを重ねて表示したものである。この図から、渦度の分布領域は Taylor 仮説画像中の色素の分布領域より広く、色素の集中領域と渦度のピーク位置とは一致しない。流脈模様から推定した渦列の渦核(渦中心)の後流軸への接近はないことが分かる。すなわち、前掲の図1(b)の流脈模様は、渦構造の誤認に導く恐れがある。

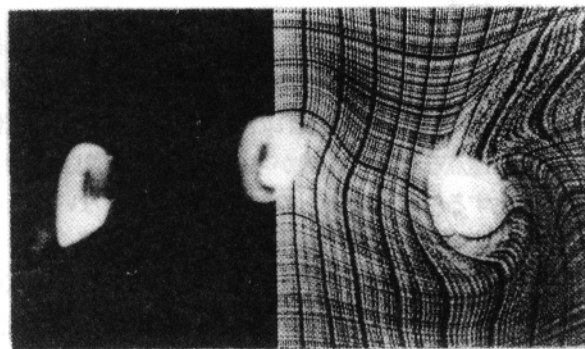


図2 円柱背後の流れ $Re=120$
(電解沈殿法と水素気泡法)

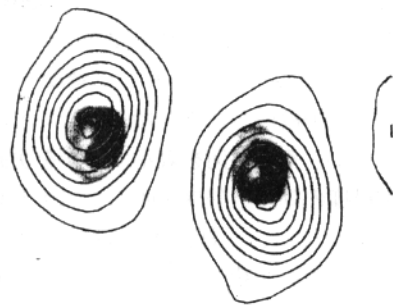


図3 Taylor 仮説画像と等渦度線 ($x/d=8.3$)

しかし、この場合、個々の渦に巻き込まれる色素の流脈模様をラグランジ的に(渦の移流速度で)観察すれば、図4に示すように、流脈模様は、ほぼ同じ形を保って回転しながら下流に移行し、その回転中心は、流脈模様の巻き込み中心とは異なることが分かる。つまり流脈模様が、円柱表面で生成された渦度が流れによって輸送される経路の到達点であることに留意して、流脈模様の変化

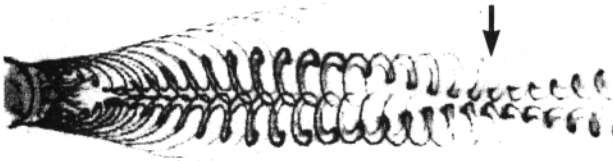


図4 ラグランジ的に見た渦領域の流脈模様の多重露光表示 ($Re=120$)

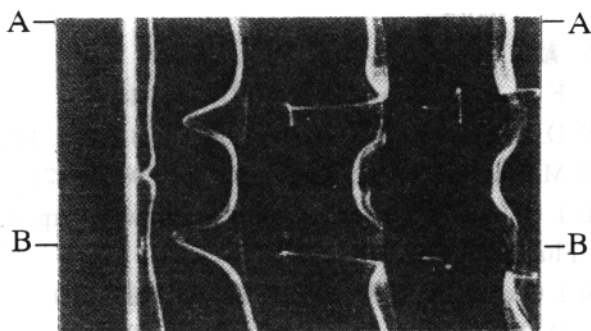


図5 攪乱源の針金によって誘起されるFingers状の縦渦 ($Re=140$)

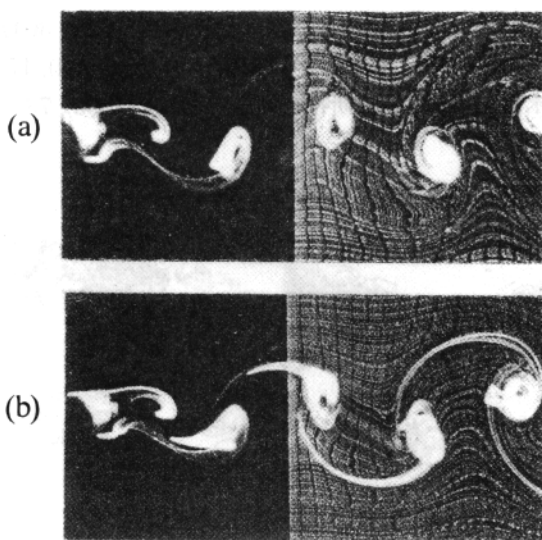


図6 2つの断面内の渦列模様、 $Re=140$
(a) AA断面 (b) BB断面

をラグランジ的に見れば、渦構造の誤認は避けられる。ここで、図4は、円柱背後から放出される一組の渦に注目して、これらの渦の下流への移行に伴う渦形状の変化を一枚の図に重ねて表示したものである。

3.2 Fingers状二次渦が発生する渦領域の流れ

円柱の上流 ($x/d = -3$) に、細い針金を流れの攪乱源として設置すると、図5に示すように、針金の後流軸の両側にFingersと呼ばれる縦渦が誘起される⁽¹⁰⁾。

図6は、それぞれ、Fingersの発生断面 (AA断面) とFingersの発生が無い断面 (BB断面) における渦領域の流れを示す。これらの写真の色素が示す流脈模様に注目すると、Fingersの発生がない断面に較べて、Fingers発生断面での渦領域は狭く、両断面における渦構造に相違があるように見える。

図7は、上述の2つの断面におけるTaylor仮説画像と渦度分布を示す。いずれの断面でも、渦度の分布領域は色素の分布領域より広く、色素の集中領域と渦度のピーク位置とは完全には一致しないが、Taylor仮説画像は渦度の分布状況と良く対応している。この場合の渦度分布が示す渦構造は、色素の流脈模様が示唆するものと同じである。これは、円柱表面からの色素分布が、 $x/d=5.0$ に至っても渦度の分布状況と良く対応し、この領域の色素は、まだ「古い煙」⁽⁷⁾になっていないことを示す。

3.3 乱流渦領域の流れ

図8と図9は、円柱背後の乱流渦領域の流れ ($Re=1000$ 図8: xy 面内、図9: xz 面内) を示す。流れは、円柱表面から溶出する色素により可視化されており、渦領域の流れが、多数の渦の集まりであり、図9に見られるように、 z 軸方向の軸を持つ主渦列に多くの細い渦が巻き付いているように見える。流れは乱流であるので、円柱

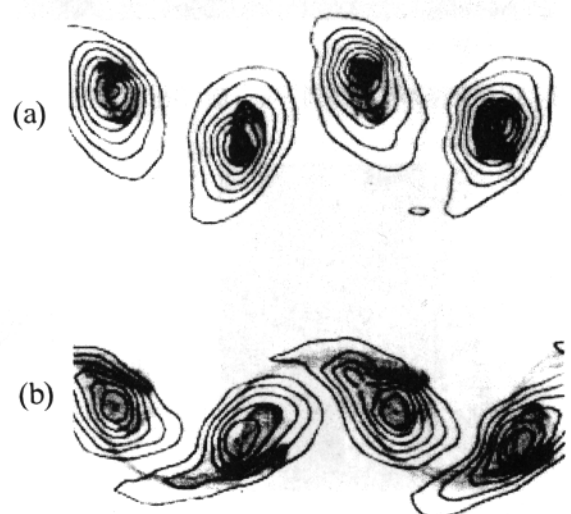


図7 Taylor 仮説画像と等渦度線、 $Re=140$
(a) AA断面 (b) BB断面

表面で生成された渦度は、モデル的に言えば、複雑に絡み合う渦糸として下流に輸送される。

この場合の流脈模様と渦度分布の関連を明らかにするために、前節と同様に観察断面 x/d が 3.0, 5.0 および 7.0 における、Taylor 仮説画像と渦度分布とを求めた。その結果を図 10 (a)~(c) に示す。これらの図の等渦度線に注目すると、層流の渦領域の渦度分布に比して渦度のピーク値は大きい、渦度の分布領域は細かく分割され、渦度の等値線は、符号の異なる小さな閉曲線が幾つも隣接した形となる。流脈模様と等渦度線を対比して見ると、両者はほぼ対応しているが、詳細に見ると両者の対応は、 x/d が 3.0, 5.0, 7.0 の順に低下している。流脈を構成する円柱表面からの色素が、複雑な乱流渦領域を流下する状況を考えると、この場合の流脈模様は、渦度の分布の概略を、むしろ良く表している。

4 結 言

トレーサの導入始点によって流脈模様は著しく異なり、流脈模様が表示する流れの特性も異なる。円柱表面を始点とする円柱背後の流脈模様は、円柱表面に隣接する流体要素の渦度の輸送経路を示すので、この流脈模様

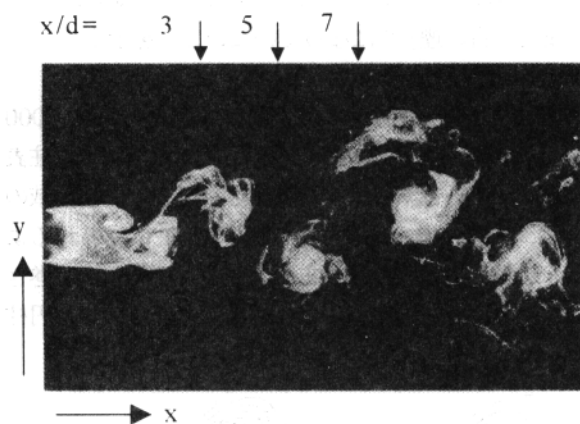


図8 円柱背後の乱流渦列、 $x-y$ 面 ($Re = 1000$)

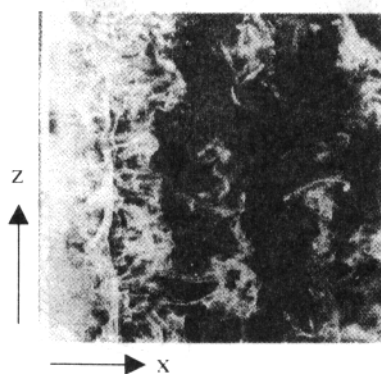


図9 円柱背後の乱流渦列、 $x-z$ 面 ($Re = 1000$)

は、渦度分布と最も密接に対応する。

この流脈模様と渦度分布の関係をより明確にするために、Taylor 仮説を用いて、観察断面を通過する流脈 (色素) と流速から、それぞれ「Taylor 仮説画像」と「Taylor 仮説渦度分布」を構成し、両者を対比する方法を確立した。そして、流脈模様から、拡散や三次元的な流れの混合による渦度分布の変化を正確に知ることは困難であることに留意すれば、流脈模様は渦構造を帰納的に推定するためのきわめて有用な情報であることを実証した。

Re が 120 程度の円柱の層流渦領域において、Taylor 仮説画像は、渦度分布状況と良く対応している。詳細に見ると、流脈模様の巻き込み中心と渦度のピーク位置とは一致しない。流脈模様の巻き込み中心と渦中心を同一視する誤認は、流脈模様をラグランジ的に観察することによって避けられる。

Re が 1000 程度の円柱の乱流渦領域についても、Near Wake においては、Taylor 仮説画像と渦度分布とは密接に対応しており、流脈模様から観察断面における渦度分布の概略が分かる。

文 献

- (1) F. R. Hama : Phys. Fluids, 5 (1962), 644
- (2) D. R. Williams and F. R. Hama: ibid., 23 (1980), 442
- (3) M. Kurosaka, P. Sundaran: ibid., 29 (1986), 3474
- (4) I. Gursul, D. Lusseyram and D. Rockwell: Exp. in Fluids, 9 (1990), 257
- (5) I. Gursul and D. Rockwell: ibid., 10 (1991), 294
- (6) W. H. Finlay, Y. Guo and D. Olsen: Phys. Fluids, A5 (1993), 2689
- (7) 佐藤 浩 : 文部省特定研究「乱流現象の解明と制御御」研究集会 (中津川) (1980)
- (8) J. Franjione, J. Ottino: Phys. Fluids, 30 (1987), 3641
- (9) 永田、他 3 名 : 航技研特別資料、SP-25 (1994), 47
- (10) 永田、洞山 : 航技研特別資料、SP-21 (1993), 73

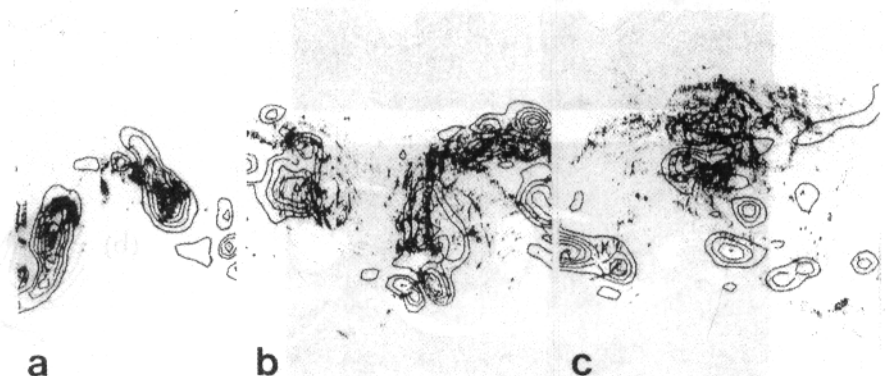


図10 乱流 Near Wake の Taylor 仮説画像と等渦度線,
(a) $x/d=3.0$ (b) $x/d=5.0$ (c) $x/d=7.0$

低レイノルズ数における正方形角柱周り流れ

本橋龍郎、高橋賢一（日大理工）、菅裕二（日大理工院）

Flow around a square cylinder at low Reynolds numbers

By

T.Motohashi, K.Takahashi, and Y.Suga

Department of Aerospace Engineering, Nihon University

ABSTRACT

Numerical calculations were done for the flow around a square cylinder at the Reynolds number from 10 to 100. Some features of the flow were disclosed; the amplitude of lift fluctuation depends on the Reynolds number. When the Reynolds number is above 47.3, the amplitude of lift fluctuation grows in time, which leads to the generation of Kármán vortex street. When the Reynolds number is below 47.3, it decays slowly not to generate the vortex street. The numerical results show, to some extent, agreement with the experimental results.

Keywords; Numerical approach, Bluff body wake, Kármán vortex street

1 はじめに

電子計算機の最近の急速な発達を考えると、近い将来に、数値計算を用いた流体力学の研究が主流となることは否めない。しかし、多くの数値計算の結果は、流線や等圧力線などによる流れのパターンを用いて表現される事が多く、数値計算がどこまで現実の流れを現しうるのか、といった基本的な課題に答えるものではないように思える。問題は、計算と実験がそれぞれ独立に行われ、両者の相違がどのくらいあり、それがどのような要因によるものか、といった研究がほとんどなされていないという事である。乱流モデルを用いる必要のない程度に低いレイノルズ数における、このような研究の例としては、著者の知る限りでは、水藤・大田黒による報告以外に知らない。

数値計算を主体に研究を行っていく上にも、現在の数値計算と実験結果との相違に対する知見を得ておくべきであると考え。それ故、そのような研究の第一歩として、正方形角柱回りのような、簡単な流れ場における数値計算（数値実験）と風洞実験を

行い、両者の比較検討を行う予定である。今回は、数値計算の結果について報告する。

2 計算方法

計算には、SOLA 法を用いた。計算領域は、正方形角柱一辺の 5 1 倍の正方形領域で、角柱はその真中に配置されている。座標は、角柱中心を原点に、流れ方向に x 、流れに垂直方向に y をとることにする。空間の刻み幅は、 x 、 y とともに 0. 1、時間刻みは、0. 0 1 である。発散の収束条件は、0. 0 0 0 1 以下を採用した。計算時間は、1 0 0 0 0 0 ステップ以上の計算を行い、角柱周りの流れの特性（平均速度分布、変動成分の分布、圧力分布）や角柱にかかる抗力および揚力を計算した。初期流れ場は、一様流れ、レイノルズ数は 1 0 から 1 0 0 まで変化させた。この範囲では、流れが二次元性を維持していることが分かっている。

3 抗力・揚力の時間変化

計算結果の中から、角柱に働く抗力および揚力の

時間変化を図1（レイノルズ数は100）に示す。非定常な力がどのように発達していくのか、この図から読み取ることができる。計算の初期には、一様流れの中に、急に出現した角柱のため、角柱周りにポテンシャル流れに近い流れ場が、一時的に生成される。この流れが、すぐに不安定になり、角柱直後に一対の渦をもつ流れ場に移行する。さらに、計算が進むと、渦対の下流端の部分から不安定になり、後流に渦が左右交互に放出されるようになる。いわゆるカルマン渦列の発生である。カルマン渦列の発生とともに、抗力が、幾分増加する。揚力変動の振幅は、急激に増大し、一定値に到達する。定常的な抗力係数は、1.54、ストローハル数は、0.146である。これらの値は、実験結果と良い一致を示している。

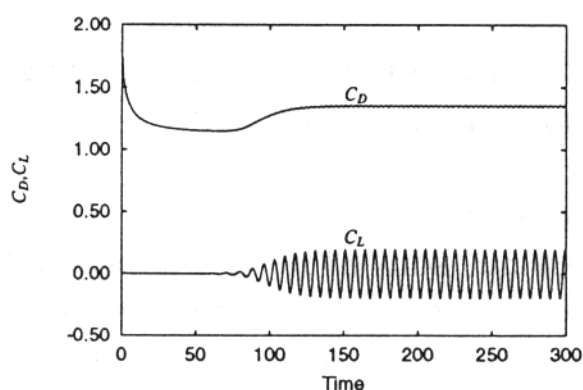


図1 揚力・抗力の時間変化 (Re=100)

4 カルマン渦列の発生

角柱周りの流線から判断すると、カルマン渦は、レイノルズ数とともに、その発生が早くなるように見える。抗力や揚力の時間変化などからは、レイノルズ数100では、無次元時間80程度から、揚力の変動が観測されるようになる。しかし、揚力変動の振幅を詳細に検討すると、揚力変動は、計算の初期 ($t=25$) からカルマン渦の周期で変動していることが分かる。ただ、振幅の大きさは、十万分の一程度の大きさで、いままではその存在を見落とし

ていた。図2は、この揚力変動の振幅が、時間的にどのように変化するかを表している。レイノルズ数をパラメータに表されている。この図から、微小な揚力変動の振幅が、最初は、指数的に増大する事、一定値に到達するまでの時間が、レイノルズ数によって大きく異なることがわかる。また、レイノルズ数が、約47以下の流れでは、揚力の変動が時間とともにゆっくり減衰し、カルマン渦列が生成しないことが分かる。

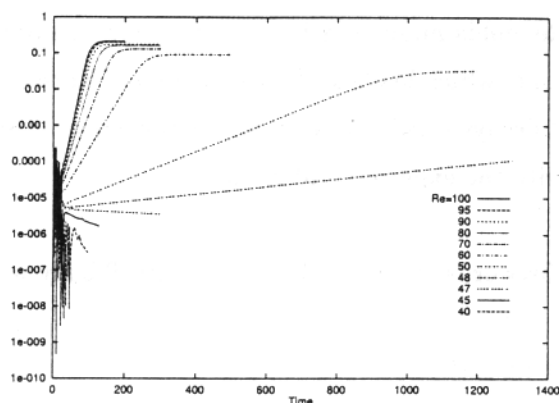


図2 揚力変動振幅の時間変化

5 まとめ

今回の報告は、数値実験結果のみを取り上げた。さらに、初期の目的である風洞実験結果との比較検討を行いたい。高いレイノルズ数での流れ場の構造、特に、三次元構造が、円柱の後流で観察されるものと相違するのかどうか、面白い問題であると考えられる。

6 参考文献

- ・水藤寛・大田黒俊夫；航空宇宙技術研究所報告、SP-21(1993).
- ・高橋賢一・管裕二；第8回計算流体シンポジウム講演論文(1997),327-328.
- ・清水優史・谷田好通；機械学会論文集（第二部）(1978) .

マイクロバブルによる摩擦抵抗低減実験

児玉良明(船舶技研)

Microbubble Experiments for Skin Friction Reduction

by

Y. Kodama

Ship Research Institute

ABSTRACT

Microbubble experiments were carried out using a small circulating water tunnel. The skin friction reduction up to 40% was obtained. The local void ratio was measured using two methods, one by inserting a suction tube in the test section, and the other by counting the bubbles from photographs. The results suggest that the local void ratio near the wall is a dominant factor for the skin friction reduction.

Key words: skin friction, drag reduction, microbubbles, PIV

I. 序論

マイクロバブルと呼ばれる、境界層に注入された微細な気泡が壁面摩擦応力を大幅に減少させることはよく知られている[1]。しかし、気泡を注入するために必要なエネルギーは小さくなく、マイクロバブルを実船に適用した場合に正味の抵抗低減効果を得ることは容易ではない。従って、その摩擦抵抗低減のメカニズムを研究して注入気泡量を低減、あるいは摩擦抵抗低減効果を増大させる必要がある。最近、日本ではマイクロバブルの研究が実験的にも[2]、数値計算[3]によっても行われている。著者らのグループは、実船への適用を目指して、マイクロバブルのメカニズムと尺度影響の研究を実験的にやっている[4]。本報告では、最近の実験結果のいくつかを紹介する。

II. 実験

II.1 実験設備

マイクロバブル実験専用の小さな回流水槽を製作した(Fig.1)。

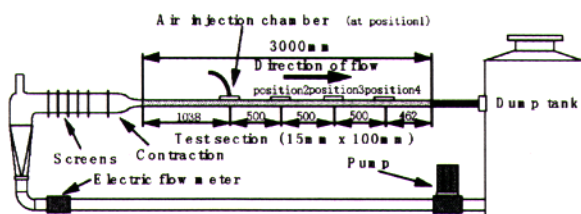


Fig.1 A small circulating water tunnel for testing microbubbles

空気が試験部に注入され、マイクロバブルが生成される。試験部の下流にはダンプタンクがあり、in which 注入された気泡は浮力によって除去され、連続的な実験を可能にしている。

流路は幅 100mm 高さ 15mm 長さ 3000mm の試験部をもつ。バブルは公称孔径 10 μ m の焼結金属板から空気を吹き出すことにより生成される(Fig.2)。焼結金属板は試験部上流端から 1038mm 下流の、流れが十分に発達した位置にある。この位置を Position 1 と呼ぶ。さらに 500mm ずつ下流に Position 2, 3, 4 を設け、そのでは様々な計測が可能である。

注入された空気の量は平均ボイド率 α_a で表される。

$$\alpha_a \equiv \frac{Q_a}{Q_a + Q_w} \quad (1)$$

ただし

Q_w : 単位時間あたりの水の流量

Q_a : 単位時間あたりの空気注入量

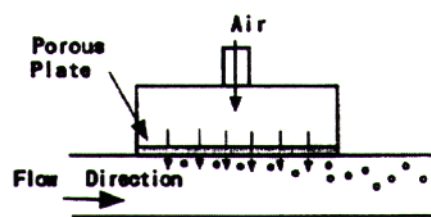


Fig.2 Bubble generation through a porous plate

II.2 バブルの写真

マイクロバブルの写真をハイビジョン CCD カメラを用いて撮影した(Fig.3)[5]。

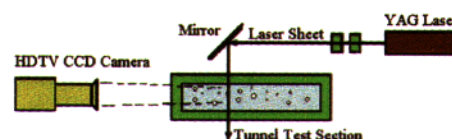
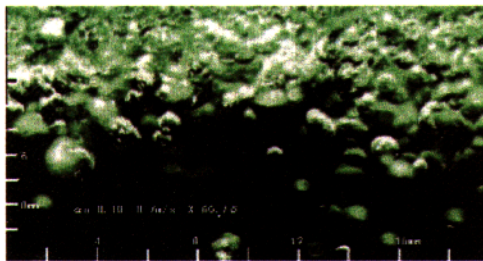
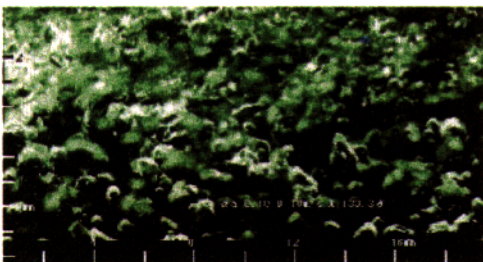


Fig.3 Camera and light source layout(5)

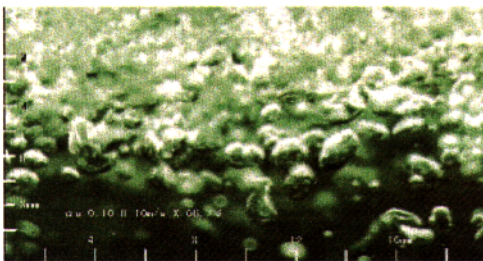
YAG レーザを光源として用いた。YAG レーザは nsec オーダの短い発光時間を持ち、光源に適している。シート光源は、よい画像を得るため、左右対称面から 30mm カメラ寄りにおかれた。Fig.4 は $\alpha a = 0.05$ における Position 2 と 3 における写真を示す。流れは右から左である。写真の上端は試験部の上面壁に相当する。写真の縦の実長さは 10mm である。気泡は注入された上部に集中している。気泡の直径は大部分が 1mm 以下であるが、流速に依存している。



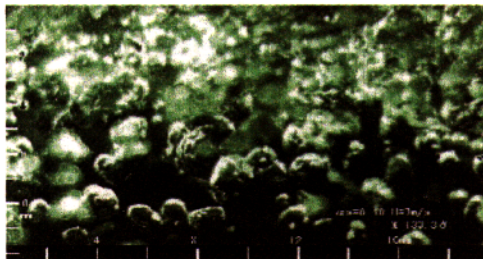
(a) $U=7\text{m/sec}$, Position 2



(b) $U=10\text{m/sec}$, Position 2



(c) $U=7\text{m/sec}$, Position 3



(d) $U=10\text{m/sec}$, Position 3

Fig.4 Photographs of microbubbles ($\alpha a = 0.053$)[5]

II.3 壁面摩擦応力

摩擦応力センサーを用いると壁面摩擦を直接計測することができる[6]。2g フルスケールの摩擦応力センサーを用いて気泡の有無の両状態での壁面摩擦を計測した(Fig.5)。センサーは試験

部の左右対称面上に置かれた。

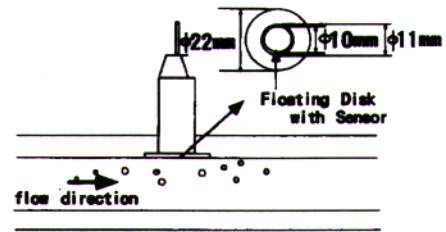


Fig.5 Skin friction sensor

Fig.6 には、計測された C_f 値が、非バブル状態の C_f 値である C_{f0} との比で示されている。気泡が注入されると流速が増加するため、バブル状態の C_{f0} の値は Q_a の関数として次式で補正された。

$$C_{f0}(Q_a) = C_{f0}(0) \frac{\tau(u)}{\tau(U)} \quad (2)$$

$$\tau(f) = 0.03325 \rho \nu^{1/4} f^{7/4} r^{-1/4} \quad (3)$$

ただし

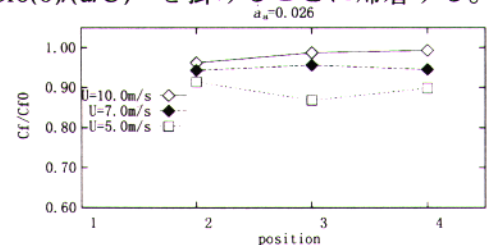
$C_{f0}(Q_a)$: 空気流量 Q_a のときの補正された C_{f0}

U : $Q_a=0$ における平均流速.

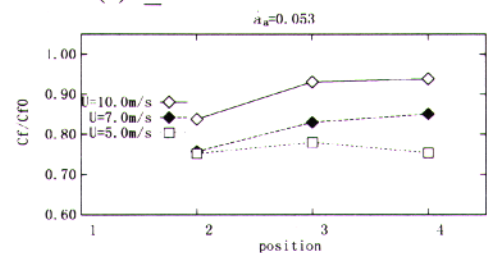
u : $Q_a>0$ における平均流速.

r : 水力半径.

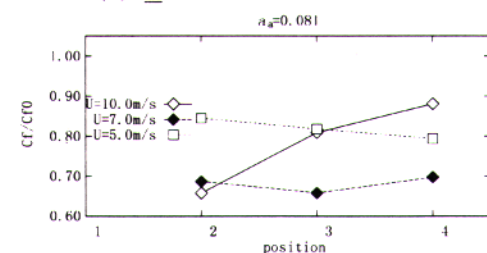
式(3)は Blasius の実験式[7]から導かれる。上 2 式は $C_{f0}(0)/(u/U)^{7/4}$ を掛けることに帰着する。



(a) $\alpha a = 0.026$



(b) $\alpha a = 0.053$



(c) $\alpha a = 0.081$

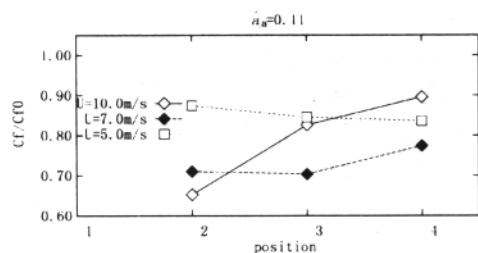
(d) $\alpha_a=0.11$

Fig.6 Skin friction reduction.

壁面摩擦は 3 つの流速で、3 つの下流位置において、気泡吹き出し量を変化させて計測された。U=10m/sec では、壁面摩擦応力は α_a の増加と共に減少し、 $\alpha_a=0.081$ と 0.11 において飽和する。そして低減効果は下流方向に急速に減少する。U=7m/sec においては、全体的な傾向は U=10m/sec と同様であるが、低減効果が下流方向により長く持続する。U=5m/sec においては、他の 2 つの流速の場合と傾向が異なり、低減効果は小さな α_a 値で飽和し、下流方向に増加するように見える。全体として、マイクロバブルは U=7m/sec において最も効果的である。

理解が困難な点は、 $\alpha_a=0.026$ と 0.053 において、摩擦応力低減効果が低速において大きいことである。通常は、低速ほど、気泡が生成される多孔質板上に働く専断応力が小さいため気泡径が大きくなり、もしより小さい気泡がより大きい摩擦応力低減効果をもつとすると、この傾向は逆になるべきである。

II.4 局所ボイド率

上記の点を明らかにするためには局所的な量を計測する必要がある。そこで局所ボイド率 α_a を、ref.6 と同様な吸い込み管(Fig.7)を用いて計測した。扁平な開口部をもった小さな管を試験部内に置いた。管は真空ポンプによって吸引され、空気と水の量を計測するための 2 つのチャンバーに接続されている。

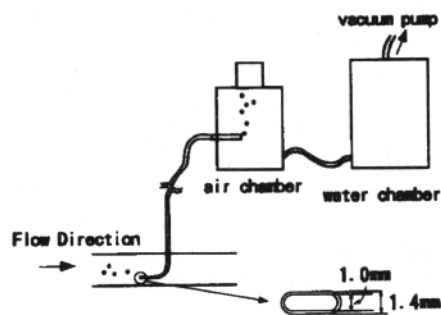
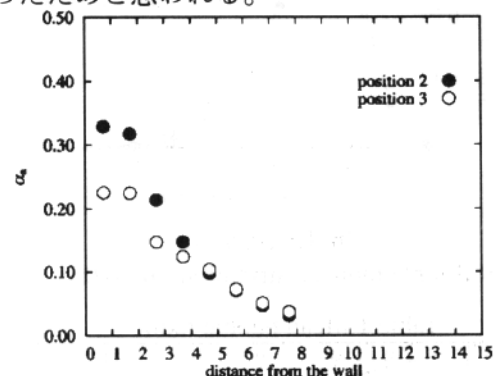


Fig. 7 Suction tube for measuring local void ratio

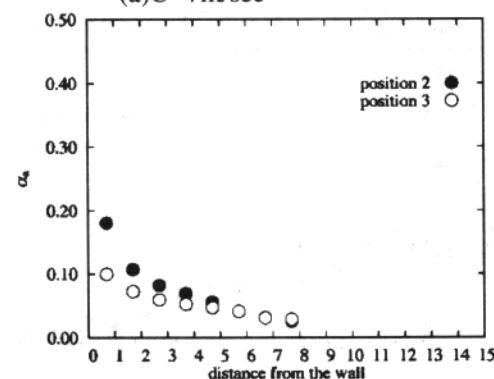
計測は $\alpha_a=0.053$ において 2 種類の流速で 2 つ

の下流位置において行われた(Fig.8)。

U=7m/sec においては、壁に最も近い点での α_a が Position2 において Position3 よりも大きく、Fig.6(b)の結果と合わせると、壁近傍の局所的ボイド率が壁面摩擦の低減の支配的なパラメータであることが示唆される。流速 U=7m/sec と 10m/sec での Position2 と Position3 における壁に最も近い点での α_a の値は、それらの条件における Cf/Cf_0 の値と良い相関がある。しかし、U=10m/sec における α_a の積分値は、U=7m/sec におけるそれよりも明らかに小さく、 α_a が同一値であることと一致せず、計測に問題があることを示している。これは、ref.6 が示すことから考えて、U=10m/sec において吸い込み圧力が不足であったためと思われる。



(a) U=7m/sec



(b) U=10m/sec

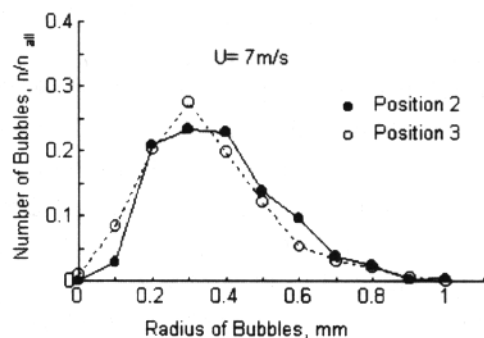
Fig.8 Local void ratio α_a at $\alpha_a=0.053$.

II.5 写真を用いた計測

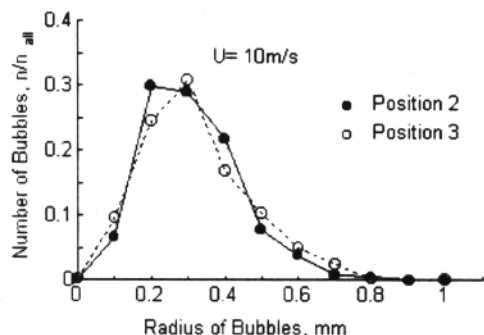
$\alpha_a=0.053$ において気泡径分布を Fig.4 に示されたような写真を用いて計測した。計測ボリュームは、写真の大きさとレーザーシート光の厚さから、18.75mm x 10mm x 1mm である。それぞれの状態において、8 枚の写真から計測し、平均化した。数えた平均気泡数は、U=7m/sec において 111.9、U=10m/sec において 144.1 であった。

Fig.9 は気泡半径分布を、Table 1 は平均気泡半径を示す。気泡半径は 0~0.8mm までの間に分布する。Position 2 と 3 では顕著な差は無い。気

泡径は高速の方がやや小さい。



(a) $U=7\text{m/sec.}$

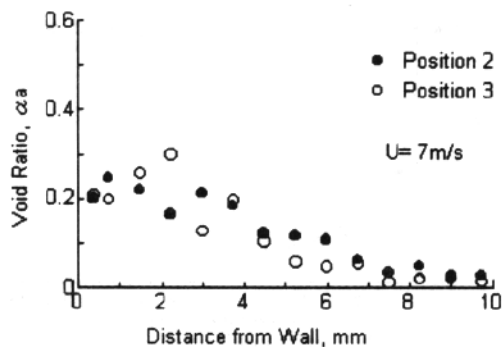


(b) $U=10\text{m/sec.}$

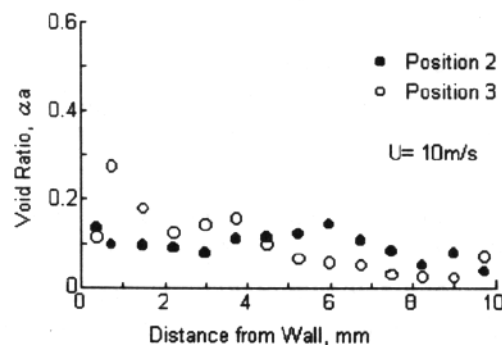
Fig.9 Bubble radius distribution. $\alpha_a=0.053$.

Table 1 Mean bubble radii

U \ Position	2	3
7 m/sec	0.38	0.34
10 m/sec	0.31	0.33



(a) $U=7\text{m/sec.}$



(b) $U=10\text{m/sec.}$

Fig. 10 Local void ratio distribution in depthwise direction.

Table 2 Void ratio integrated in half depth.

$\alpha_a=0.053$ & $\alpha_a H/2=0.10\text{ms}$

U \ Position	2	3
7 m/sec	0.118	0.094
10 m/sec	0.111	0.093

Fig.10 は局所ボイド率分布を示す。分布のばらつきは写真の枚数(8 枚)が十分でないことを示唆する。 $U=7\text{m/sec}$ において、Position 2 と Position 3 における分布はよく似ており、それらは Fig.8(a) のそれと同様である。 $U=10\text{m/sec}$ では、Position 3 における壁近傍の局所的ボイド率が高く、Fig.8(a)のそれと異なる結果である。

Table 2 は積分されたボイド率、すなわち全ての気泡の体積を計測ボリュームで割った値を示す。対応する平均ボイド率 $\alpha_a H/2$ は式(1)を用いて得られる。ただし、この場合の Q_w は試験部断面の上半分を流れる流量である。従って、 $\alpha_a=0.053$ は $\alpha_a H/2=0.10$ に相当する。積分されたボイド率は $\alpha_a H/2$ と良い一致を示し、写真に基づく方法の信頼性を示唆している。また同時に、吸い込み管による方法が $U=10\text{m/sec}$ において問題があることも示している。更なる検討が必要である。

III. 結論

壁面摩擦応力が回流水槽において、様々な流速、気泡注入量の条件の下に計測された。局所的ボイド率が 2 種類の方法で計測された。それらによれば、壁近傍の局所的ボイド率が、マイクロバブルによる壁面摩擦応力の低減に最も支配的な要素であることが示唆される。より効果的な気泡分布を調べ、気泡注入量を節約し、マイクロバブルを実用化するためには、一層の研究が必要である。

IV.参考文献

1. Bushnell, D.M. and Hefner, J.N.(ed.): "Viscous Drag Reduction in Boundary Layers", *Prog. in Astro. & Aero. vol.123*, AIAA, 1990.
2. Kato, H. et al. FED-vol.190, ASME, 1994, pp185-194.
3. Kanai, A. et al. *11th Computational Fluid Dynamics Symposium*, pp.221-222, 1997, Tokyo, Japan.
4. Takahashi, T. et al. *J. of the Society of Naval Architects of Japan*, vol.182, November 1997.
5. Kakugawa, A. et al. *70th General Meeting of SRI*, December 1997.
6. Guin, M.M. et al. *ASME Symposium*, San Diego, 1996.
7. Schlichting, H.: "Boundary-Layer Theory", 6th edition, McGrawhill, 1968.

高速新幹線用低騒音パンタグラフ装置の開発

小濱泰昭 (東北大・流体研), 太田福雄 (東北大・流体研), 安藤和浩 (三菱重工)

Developments in Low Noise Pantograph Systems of High-Speed Trains by

Y. Kohama*, F. Ohta*, and K. Ando**

*Institute of Fluid Science, Tohoku University

**Mitsubishi Heavy Industries LTD.

ABSTRACT

Development of the low noise pantograph system is needed for next generation high-speed train. Low noise electric power insulator and pantograph horn are developed, and noise and flow measurement are performed using low noise wind tunnel. Results showed that newly developed power insulator gives excellent noise performance, and pantograph horn with small holes showed effective noise damper performance.

Key Words: Aero-Acoustics, High-Speed train, Pantograph, Low noise technology

1. はじめに

中長距離の都市間輸送において, 新幹線は今のところまだ優位性を有している。が, 航空産業の規制緩和により新たな航空会社の参入や, 低料金での高速バスの運行など, 今後ますます他の高速輸送手段との競争が激化すると予想される。この競争にうち勝つには, 新幹線の競争力をより高める必要がある。そのための対策として, 高速化, 快適性の向上やコストの低減等が考えられる。この中でも, もっともインパクトがあるのは高速化(到達時間の短縮)である。しかし, 高速化にともない, 走行抵抗(主に空力抵抗)や沿線騒音の増加, トンネル突入時の衝撃音, 車体動揺などの問題が生じる^(1,2)。これらの問題は空気力学的な問題と関連しており, 流体力学の立場からの解決が求められている。

本報では, 高速化にともなって加速度的(速度の6乗に比例)に大きくなる空力騒音の低騒音対策について述べる。新幹線から発生する騒音は大きく, (1)集電機系騒音(パンタグラフ, パンタカバーなど), (2)車両上部空力音(車両先頭部, ケーブルヘッドなど), (3)車両下部騒音(モーター・ギア騒音, 空調機器など), (4)構造物騒音(コンクリート高架橋の振動騒音など)の4つに分けら

れる。これらの騒音のうち高速化にともない集電機系騒音や車両上部空力音が大きなウェートを占めてくることが知られている^(1,3)。

本研究では, 集電機器の主要部材である碍子とパンタグラフ舟体両サイドにあるホーンの低騒音化について, 各種モデルを製作し, 騒音と流れとの関係について詳細に測定した。

2. 実験装置及び実験方法

実験には, 東北大学流体科学研究所の小型低騒音風洞及び鉄道総合技術研究所の低騒音風洞を使用した。騒音の測定には精密騒音計及びサウンドインテンシティ計測装置を, モデル周りの流れや速度変動の測定には熱線風速計を用いた。また, 流れの様相を確認するため油点法による可視化を行った。

2. 碍子の低騒音化について

パンタグラフのスリ板や支柱の低騒音化については, これまで(株)JR東日本, (株)JR西日本や(株)東洋電機などが中心となり研究を行い, それぞれシングルアームタイプ, 翼形サポートタイプを開発し成果を上げている^(4,5)。この成果により, これ

までのような大きなパンタグラフカバーは不要になり、小さなパンタグラフカバー（現実には碍子カバー）で対応できるようになってきた。しかし、小型になったとはいえども、パンタグラフカバー設置による走行抵抗の増加やそれ自体からの騒音発生の問題は依然として残っており、パンタグラフカバーを取り去るには碍子の低騒音化が必要である。このため各種低騒音碍子モデルを製作し実験を行った。図1に実験に用いた碍子モデル（従来型碍子、長円形碍子、斜め型碍子）の概略を示す。モデルサイズは原寸の1/5の大きさである。図2に風速300km/hにおける各種碍子モデルの騒音測定結果を示す。縦軸は1/3オクターブバンド騒音レベル(dB(A))であり、図の右上の記号がオーバーオール騒音値である。図から300Hz以下の周波数では、暗騒音とほぼ同じレベルでモデル毎の差はほとんどみられないが、それ以上の周波数になるとモデル毎の騒音レベルが大きく違っていることがわかる。特に従来碍子を流れ方向に2個並べた場合は700Hz付近に大きなピークが生じているだけでなく、全体的に騒音レベルが大きくなっている。これに対し長円形碍子、斜め形碍子共に1.5KHzまでは暗騒音とほとんど変わ

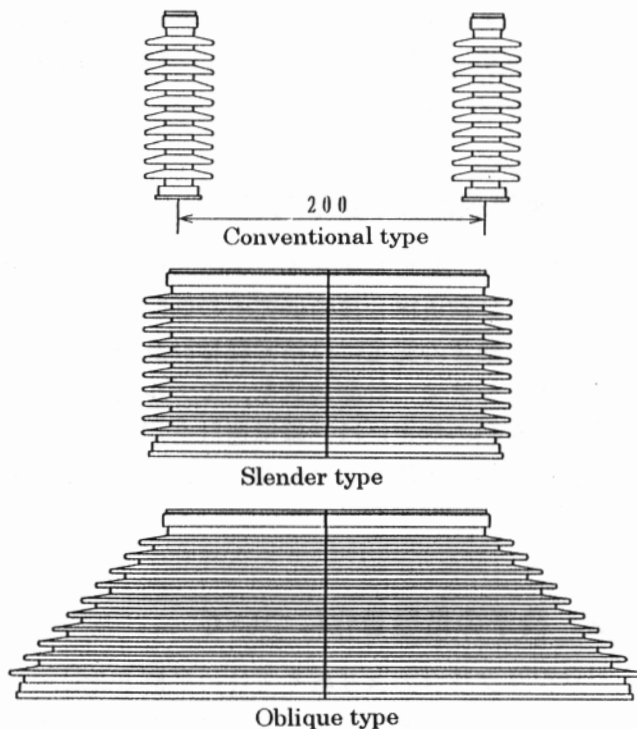


Fig. 1. Experimental models of the electric power insulator.

らず、それ以上の周波数でも従来型の碍子に比べ10dB(A)以上も低い値となっている。オーバーオール値でみると、斜め形碍子をもっとも騒音（約94dB(A)）が小さく、従来碍子を2個並べた場合よりも15dB(A)も小さくなっている。

なぜこのように、斜め形碍子や長円形碍子からの騒音が小さくなったのかを考察してみる。従来形碍子からの騒音は、碍子が流れ方向に2つ並ぶような形で設置されているため、上流の碍子で発生した乱れが後流の碍子と干渉すること、及び、碍子形状が円柱にヒダが付いているようなものであるため、ヒダ間でのノズル効果により流れが加速され、その流れが碍子後流で激しく且つ単一の周波数で乱れるために大きな騒音が発生していると考えられる。

これに対し長円形碍子などでは、流れ方向にヒダが長いことヒダ表面で発達する境界層によりヒダ間の流速が遅くなり、速い流れが入りにくくなるばかりでなく、乱流境界層が発達するため単一周波数の鋭い音が出にくくなったと考えられる。上記の結果を踏まえ、原寸低騒音碍子モデル（上記長円形碍子を変形したもの）を製作しパンタグラフを装着した状態での、パンタカバーとの発生騒音の比較を行った。その測定結果を図3に示す。図から低周波数域では低騒音碍子+低騒音パンタグラフの組み合わせの方が騒音が小さいのに対し、高周波数域ではパンタカバー+低騒音パンタグラフの組み合わせの方が小さくなっている。しかし、

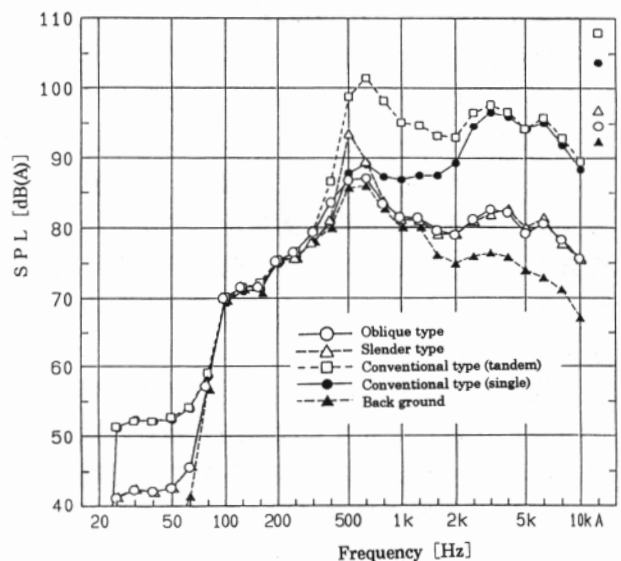


Fig. 2. Variation of the noise level for several types of the electric power insulators. (U=300km/h)

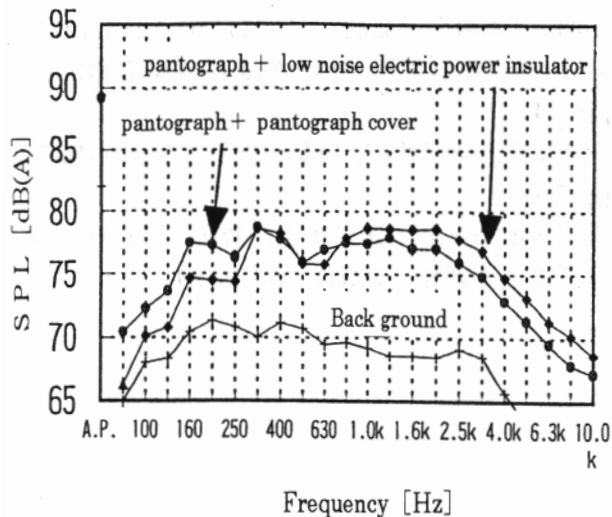


Fig. 3. Comparison of the noise level between the pantograph cover and the low noise electric power insulator.

その差はそれほど大きいものではなく、オーバーオール値ではほとんど差がなくなっている。

このことから、この低騒音碍子を実用化することにより、新幹線の屋根からパンタグラフカバーを取り去ることが出来るのではないかと考えられる。

3. 穴付きホーンの騒音低減効果について

これまでの研究により、パンタグラフ支柱や舟体からの騒音はかなり低減されてきた。しかしその結果、これまであまり考慮されていなかったパンタグラフホーンから生じる空力騒音の寄与が相対的に大きくなり、改善が要求されている。

一部のパンタグラフホーンには低騒音化対策として、後流の渦構造を乱す目的で一定間隔毎に断面の大きさを変えた段付き構造や風通し用の間隙を設けた穴付き構造を設けている。しかしながら、実際の流れ場と騒音との物理的関連性については十分に解明されていない。そこで、穴付きホーンの単純化したモデルとして図4に示すような原寸モデルを製作し、モデル周りの流れ場、空力騒音、流れの可視化を行い、流れと空力騒音との関連性を考察した。

図5に風速 40m/s の場合の円柱モデルでの騒音（図右上の O.A 値）及び騒音の周波数分析結果を示す。図よりオーバーオール値や低周波領域で穴なしモデルの騒音が一番大きく、穴の騒音低減効

果が確認される。しかし、1kHz 以上の高周波領域では穴によるものと思われる騒音が新たに発生していることが確認される。

図6に油点法による円柱モデル後流の可視化写真を示す。流れは上方から下方に向かって流れている。穴が無い場合は、双子渦のような規則的な模様が確認されるのに対し、丸穴付きでは渦模様が後方に移動し、さらに長穴付きではほとんど渦模様が観られなくなっている。このことから、穴を通過する流れによって後流の状態が大きく変えられ、規則的な渦の形成が妨げられていることが確認された。

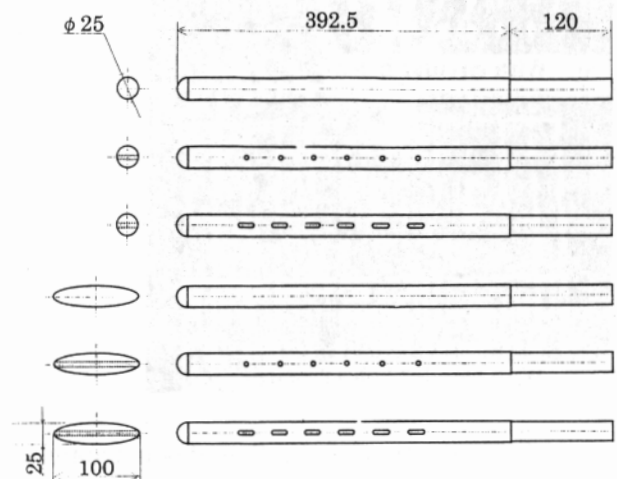


Figure 4. Pantograph horn models.

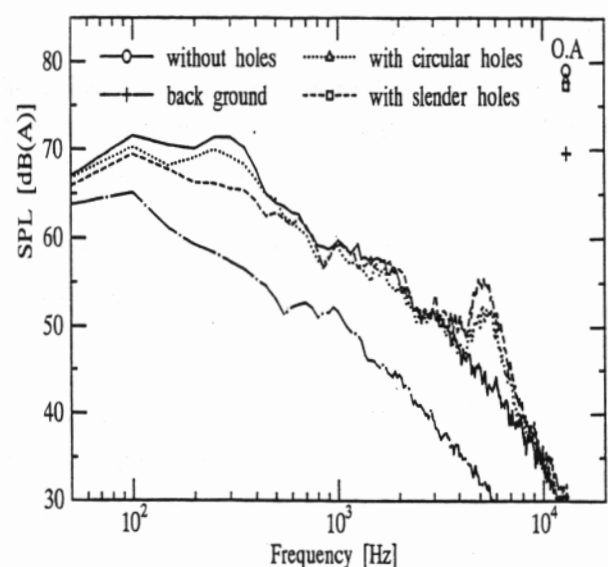


Fig. 5. Power spectrum of the noise originated from the circular cylinder model.
(U=40m/s)

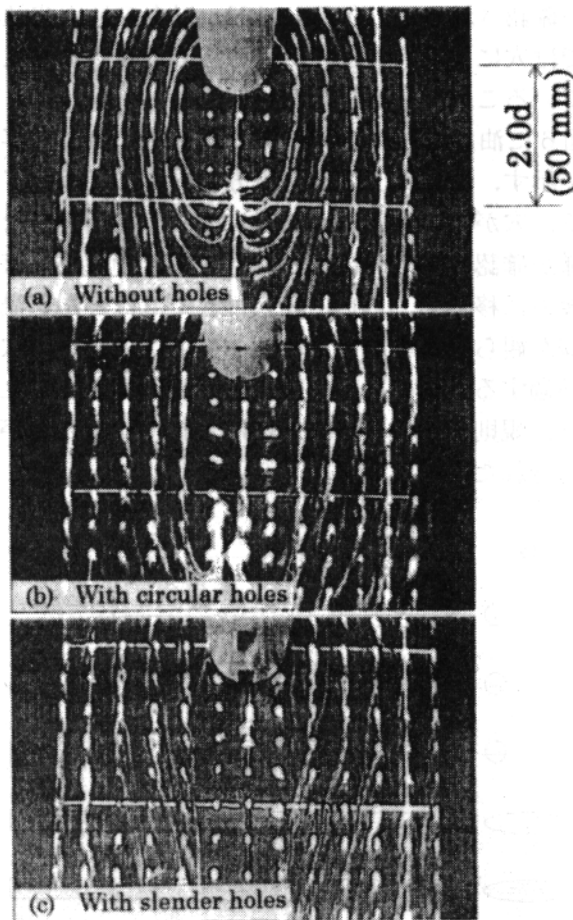


Fig. 6. Visualization of the flow downstream of the circular cylinder model.
($U=40\text{m/s}$)

4. ま と め

高速新幹線の集電機器（パンタグラフ装置）構成部品からの空力騒音を低減し、低騒音化を計る目的で各種モデル実験を行った。その結果以下の知見を得た。

- (1) 碍子を従来の円柱形状から長円形状にすることで、パンタグラフカバーが不要になるほど、低騒音化を計ることが可能であることを確認した。
- (2) パンタグラフホーンの流れ方向に風通し用の穴を設けることは、それから発生する空力騒音の低減に効果があることを確認した。

参考文献

- 1) 熊谷：鉄道総研報告，特集：総研のプロジェクト（1997），pp.3-8.

- 2) 小澤：日本機学会誌，（1997），pp.1214-1215.
- 3) 森藤：鉄道総研報告，特集：鉄道沿線環境（1996），pp.1-4
- 4) 前田：鉄道総研報告，特集：鉄道と環境（1997），pp.7-16.
- 5) 森川・池田：鉄道総研報告，特集：高速化に伴う環境との調和（1994），pp.19-24

第21回・第22回研究会の総括と成果

「境界層遷移の解明と制御」研究会は平成9年度中に2回開催され、合計32の講演が行われた。回を追う毎に発表希望者が増えており、講演時間の短縮を余儀なくされるなどの問題もあるが、喜ばしいことである。第21回と第22回の研究会で発表・討論された講演を内容別に分類すると次のようになる。

- ・流れの安定性に関する研究 (6)
- ・遷移過程に関する研究 (6)
- ・発達した乱流及び乱流混合に関する研究 (5)
- ・剥離と渦及び音に関する研究 (6)
- ・抵抗軽減及びその他の研究 (6)

以下にテーマ毎の研究成果をまとめる。

1. 流れの安定性に関する研究

黒田は回転二重円筒間のテイラー渦流について、二つの円筒の中心軸がずれている場合、その偏心率によって流れの状況がどのように変化するかを数値シミュレーションで調べている。今回の報告では、テイラー渦は同心円筒の場合と同じ軸方向波数を持つこと、すきま幅の変化に応じて周方向にテイラー渦の発達と減衰が繰り返されること、渦の強さはすきま幅が減少に向う領域で最大となり、すきま幅が増加する領域で最小になること、などの基本的性質が示された。この流れ場は非常に単純で、レイノルズ数も攪乱強度もそれほど大きくないから、線形安定性の理論解析が可能なように思われる。理論結果との対比が行われていないのは誠に残念で、今後に期待したい。

河上らは亜臨界状態の平面ポアズイユ流中に、壁面に設けられた小さいスリットからの吸込みを利用して、縦渦列を模擬したストリーク構造を作り、局所的流れ場の波動型攪乱に対する不安定、すなわち二次不安定の発生を調べた。詳細な実験観測の結果、ストリークの強さがある数値を超えると二次不安定波が発生すること、波動の初期成長は指数関数的で、成長率はストリーク振幅と共に増加すること、この不安定はレイノルズ数依存性が弱く、スパン方向の高剪断領域に集中しているので、変曲点型である可能性が高いこと、などが明らかにされた。遷移機構の研究にとって二次不安定現象の解明は最も重要な課題の一つであり、このような本格的な研究がますます進展するよう強く希望する。

松原とAlfredssonは二次元平板境界層において、外部流の乱れが十分大きいためにT-S波動の発

達過程を経ずに乱流へ遷移する場合を実験的に詳しく調べた。この場合には遷移の初期に、スパン方向には境界層厚さの2倍程度、流れ方向には極めて長いスケールを持つストリーク構造が成長する。この攪乱の特徴は成長が指数関数的でなく、前縁からの距離に比例することであり、最近提案されたTransient growth理論の結果と対比されている。今後の進展を見守りたい。

福西らは二次元境界層の遷移初期に現われる周期的速度変動、すなわちT-S波を渦度の変動として捉え、今までとは異なる視点からT-S波の制御を考えようとしている。渦度変動のパターンを追跡するため、流れ関数-渦度法による二次元の数値シミュレーションを行い、渦度輸送方程式各項の寄与を比較した。その結果、渦度変動のコンターは壁面近くの傾斜したパターンとその上方にほぼ垂直に立つパターンの二種類から成り立つこと、壁面で生成された渦度変動の拡散軌道から中立安定曲線が推測されること、などが判った。強い非平行流などへの応用が期待される。

次世代超音速輸送機の開発にとって、大きな後退角を持つ主翼に対する精度の良い遷移予測と境界層制御による抵抗削減は避けて通れない技術課題である。浅井らはそのような研究の第一歩として三次元圧縮性境界層に対する高精度安定計算法の構築を目指している。今回は、古典的な平行流近似のMack法に従って線形安定計算プログラムを作成し、横流れ不安定に対する圧縮性の基本的影響を調べたことが報告された。基本流にはFalkner-Skan-Cooke境界層の相似解をIllingworth-Stewartson変換によって圧縮性境界層に拡張したものをを用い、主流マッハ数 $Me=2.0$ の圧縮流と $Me=0.2$ の非圧縮流に対する計算結果が比較された。その結果、横流れがある程度強いときには攪乱の波面角と位相速度に対する圧縮性の影響は弱く、主として増幅率を減少させるだけであること、横流れが弱くなるにつれて圧縮性は攪乱の性質にも大きく影響することなどが判った。

ShaとNakabayashiは外球が静止で内球が回転する場合の二球間クエット流に対して数値シミュレーションを行い、テイラー渦とスパイラルテイラー渦の発生段階を数値的に記述することを目指している。今回は隙間比が0.14の場合について計算を行い、実験結果との比較によって計算コードの信頼性を確かめている。この流れについては中林と余(第19回)の実験があり、安定の臨界値を越えてレイノルズ数を高くすると非常に複雑な遷移過程

をたどることが判っている。これらの現象を数値シミュレーションでどこまで記述できるか楽しみである。

2. 遷移過程に関する研究

流れの層流－乱流遷移に関しては、その発生機構の解明などの基礎的な興味によるものから、航空機等の設計開発といった実用的な要請によるものまで、実に幅広い範囲で研究が行われている。しかしながらこの遷移現象は十分に理解されたとは言難い。このことは、圧縮性や熱輸送あるいは攪乱の局所相互作用等、問題を複雑にする要因の多いことが影響している。前川らはこの圧縮性を考慮した平面 Poiseuille 流の遷移特性を、DNS によって解析している。ここではコンパクトスキームに基づいた空間発展解析コードにより、流れの性質のマッハ数依存性を調べた。その結果高マッハ数領域においては、主流中に圧力や密度が段階的に上昇する疑似衝撃波が存在することを確認している。

小泉と山家は、壁から一様な熱フラックスを受ける円管流について、浮力や流入条件の効果に着目した実験を行った。そして流入時の微少な攪乱が、流速が最大になる点の付近でゆっくりとした速度変動を引き起こすことを明らかにした。更に流体の温度変動を解析した結果、遷移が起こる場合にはシステムがカオス的に振る舞うことを見出した。

急拡大部を持つ管路流れが水島らによって数値的に研究された。彼らは流れのパターンのレイノルズ数依存性を調べるとともに、流路における力学特性も調べた。その結果流れの性質はアスペクト比に依存し、解の分岐の様子が大きく変化することがわかった。また急拡大・縮小流路では、レイノルズ数によらず常に高い圧力回復が期待されることを確認した。

望月らは渦輪の遷移過程を実験的に調べた。彼らはオリフィスから噴出される煙を含んだ渦輪をレーザーシートで可視化することによりその変形の様子を観察し、同時に周方向に配置した熱線プローブにより速度変化を計測している。この装置により可視化された渦輪を解析したところ、渦輪の移動に伴う乱れの様子が詳細に示された。また熱線プローブにより測定された速度変動から、より明確に遷移の過程が明らかになった。

乱流斑点の相互干渉は、蒔田と西沢により実験的に研究された。これは斑点の成長に重要な渦などの内部構造が、相互干渉によってどのように変化するかを調べたものである。実験結果を瞬間的に解析したものや、それらのアンサンブル平均から解析したところ、乱流斑点の前縁付近に存在する減速領域や加速領域の分布の様子が示された。更に二つの斑点が同時に存在する場合のように減速領域が重なる

と、その領域において著しい減速が生ずることがわかった。

佐藤は遷移研究における問題点を様々な視点から提起している。例えば数値計算における初期条件の設定や種となる攪乱の性質の妥当性を問題視している。また実験で可視化されたものの本質がなんであるのか、そしてその限界はどこか、という基本的でかつ重要な問題を熟慮することの重要性を挙げている。更にオイラー的表記、ラグランジュ的表記におけるそれぞれの留意点や、これに付随して時間的概念と空間的概念との混同の危険性についても指摘している。

3. 発達した乱流及び乱流混合に関する研究

発達した乱流の研究は近年の計算機や計測技術の著しい進歩に伴って急速に進展している。本研究会でも種々の普遍的統計法則や空間的微細構造に関する理論及び実験的研究が報告された。

巽は乱流速度場の確率分布を理論的に解く場合に障害となっている結合確率分布の無限の連鎖方程式系が、著者の提案する速度の交差独立性を仮定することによって完結出来ることを提案している。これに関して、前回の研究会では一点速度分布方程式で完結する方法が報告されたが、本研究では二点速度分布方程式で完結する方法が報告された。ただ、導かれた方程式は複雑な積分方程式であるので、これを解くことはそれほど容易ではない。また、本理論の基礎となっている交差独立性の仮定の妥当性についても明らかではないので、今後の研究の進展に期待する所である。

関下と蒔田は一樣剪断乱流においても一樣等方性乱流で導かれている普遍平衡理論が成立することを実証するために、種々の一樣剪断乱流の中で、普遍平衡理論から導かれているコルモゴロフ・スペクトル等の統計法則を測定した。実験結果を剪断流の無い準等方性乱流の結果と比較することによって、前記理論は一樣剪断乱流においても成立するが、局所等方性が成立するスケールは準等方性乱流に比べてはるかに小さくなることがわかった。一方、コルモゴロフ定数等の統計量は準等方性乱流で導かれたものと定量的にもよく一致している。

小橋と早川は乱流境界層の平均速度分布が変形 Rankin 渦を用いた簡単な三層渦列によって近似出来る解法を提案した。この解法を検証するため種々のレイノルズ数について実験結果と比較し、よく一致することを示した。

柘植は非平衡統計力学を基礎として、物理空間及び渦度で定義された位相空間上で記述された乱流の基礎方程式を導いた。得られた方程式は、一樣等方性が成立する場合には従来の Karman-Howarth 方程式に帰着し、相関方程式の一般化となっている。

この方程式の応用例として、乱流混合層に適用した場合に **solitary-wave** の解が存在することが示された。得られた解から計算されたレイノルズ応力は実験値とよく一致し、この解の検証が得られた。今後は実用的な乱流の問題に適用された成果が期待される。

大成と渡辺は壁乱流の大規模構造を解明するため、染料流脈法と粒子追跡法を併用した精密な可視化法を用いてチャンネル乱流の大規模剪断構造を可視化した。測定結果は壁乱流の速度場や剪断場の空間的構造を詳細に描写し、複雑な乱流構造の理解に極めて有用であることが示された。実験結果から壁乱流のバーストやスweep等の組織的構造の形成には速度の剪断構造が密接に関連することがわかった。また、乱流中の染料流脈パターンが示す物理的意味が明確にされた。

4. 剥離と渦及び音に関する研究

橋口は、垂直衝撃波とその波面に直行する軸を持った縦渦の相互作用について、有限差分法を用いて圧縮性 **Euler** 方程式を数値的に解いた。上流が一様流の場合、マッハ数が小さく渦の回転数も亜臨界ならば軸方向に流れの反転は無く衝撃波の歪みも観察されなかった。渦の回転数が臨界値を越えて大きくなるにつれ、軸方向の流れが減速され、衝撃波の歪みは大きくなった。同様の現象がマッハ数を大きくした場合にも観察された。上流が一様ではなく軸方向に流れがある場合、すなわちジェット型の流れもしくは後流型の流れがある場合についても計算を行った。その結果ジェット型の流れは渦の崩壊を遅らせるが、後流型に対しては敏感であることがわかった。渦の崩壊の臨界点に関する理論的な予測を支持する結果が得られた。

坂尾と佐藤は、音が通過し得る軟らかい管内に障害物がある場合に発生する空力音の音源を、音響パワーの流れから探査することを試みた。この研究は、数年来行っている聴診によってヒトの気道内の異常を診断するための基礎研究の一環である。これまでに、最も重要な音源は障害物表面での境界層剥離の非定常性であることはわかっているが、同時にそれだけでは説明が困難な現象も観測されている。従来の計測方法では、予測した剥離流の再付着が音源である証拠は見つからなかった。流路壁の外側におかれた二つのマイクロホンを用いて音響パワーの流れを計測したところ、音源は剥離点近傍だけでなく流れが再付着するまでの広い範囲に亘ることを示唆する結果が得られた。まだ疑問点も残されており、今後の進展を見守りたい。

大田黒と飯田は円柱剥離剪断層に発達する不安定波の時間軸上の特徴を、**Wavelet** 解析により客観的に解析することを試みた。円柱の後流は熱線風速

計を用いてメッシュ計測した。不安定波は、カルマン渦による緩やかな速度変動に混じって、間欠的に強い高周波の速度変動として発生する。そこで解析には注目する時間や周波数の位置を連続的に選ぶことができる連続 **Wavelet** 変換を用いている。**Wavelet** 変換により間欠的に発生する不安定波の特徴が明確に示された。また不安定波は剥離剪断層の平均速度勾配と相関を持って発達していることが示された。**Wavelet** 解析は局所的な周波数解析であり、基本流が乱れている場合には適さないが、層流から高周波不安定成分を抽出するには非常に有効と思われる。

非定常流における流脈模様の安易な解釈は流れの誤認を導く可能性がある。永田らは、電解沈殿法を用いて可視化した円柱後流中の流脈模様と水素気泡法により得られる渦度分布を比較することにより、流脈模様の効用とその限界を示すことを試みた。非定常流において、流脈模様と渦度分布を同時に計測することは困難なので、ある断面を通過する水素気泡と流脈模様の時系列データを **Taylor** 仮説を適用して空間データに読み替えている。その結果、層流領域において流脈模様と渦度分布は非常によく対応していることがわかった。しかし詳細な観察から、電解沈殿法により円柱表面から注入された色素の集中領域と渦度のピーク位置とは一致せず流れの誤認を招く可能性があるが、それは個々の渦に巻き込まれる色素の流脈模様をラグランジュ的に観察すれば避けられることがわかった。乱流域についても流脈模様と渦度分布は密接に対応していることが示された。美しい流脈模様が我々を魅了してくれるだけでなく、流れの正確な理解に活用されることが期待される。

本橋らは数値計算がどの程度現実の流れ場を表現しているのかを明らかにするという観点から、数値計算と実験結果の比較を試みている。低レイノルズ数における角柱周りの流れという基本的な流れを数値的に計算した結果、カルマン渦が発生する過程が示されている。カルマン渦による揚力変動の振幅変化がレイノルズ数により異なることが示された。今回は数値計算結果のみが報告されており、今後実験との比較が楽しみである。

高速新幹線において加速度的に大きくなる空力音が大きな問題となっている。小濱らは、高速化に伴い大きなウェートを占める集電機系統など車両上部からの騒音を低騒音化するために、集電機器の主要部材である碍子とパンタグラフホーンから発生する騒音と流れの関係を計測した。3種類の碍子について騒音を計測したところ斜め型の碍子が最も低騒音であることがわかった。パンタカバーを用いた場合に比べ、低周波に関しては低騒音であったが、高周波についてはパンタカバーを用いた方が有効であった。ホーンに関しては、風通しの穴をあけ

ることにより後流において規則的な渦の形成が抑制され低騒音化されることを示した。より一層の低騒音化が期待される。

5. 抵抗軽減及びその他の研究

水に高分子化合物を添加すると大幅な摩擦抵抗軽減が得られることは Toms (1948) 効果として知られている。しかしこのような化学物質の使用は水質汚染を伴うことから環境に優しい代替案が望まれている。兎玉は乱流境界層の底面からマイクロバブルを注入し、その下流で摩擦応力を壁面応力センサーで直接計測し最大 40% の低減を観察した。この低減効果の力学機構を明らかにするために全流量に対する空気流量比いわゆるボイド率を求め摩擦係数との相関関係が調べられた。その結果、壁面近傍の局所ボイド率と摩擦応力の減少との間に強い相関が確認された。乱流摩擦応力に大きく寄与している壁近傍の秩序運動とこの応力減少がどのように関連しているか力学機構解明が望まれる。

平均温度勾配を風洞測定部内で実現する場合、その発生装置から温度変動だけでなく速度変動の発生は避けられない。大庭と蒔田は様々な工夫をこらして初期乱れ度を低く抑えて強安定成層流を風洞内で実現し、浮力を駆動力とする内部重力波 (Brunt-Väisälä 波) を発生させて、その波動の発達並びに崩壊過程が乱流生成や輸送現象に及ぼす影響について詳細に調べた。温度と速度勾配が強い剪断層において速度と温度の同時計測を実施し、温度勾配が正であるにもかかわらず低温部から高温部へ熱が逆輸送される大変興味深い現象を観察した。このような逆勾配熱拡散が観察される領域と順勾配の領域とで組織的な乱流運動の違いが生じているのか流れの可視化を是非試みて欲しい。

新井らは超音速剥離層に流れと直角方向に水素噴流を吹き出し燃焼を伴う乱流混合についての実験的研究成果を報告した。今回は白金線が水素と空気 (酸素) の燃焼過程で触媒となることに着目し、定温度動作させた細い白金線で水素を燃焼させた。この発熱が白金線への供給電力を低下させることを利用して、局所的水素ないしは酸素濃度、すなわち乱流混合状態の定量評価を試みた。白金線を境界層内をトラバースした結果、乱流混合が活発な領域は剪断層の外縁近傍と壁近傍の 2 つの領域が存在することが解った。前者における混合は水素噴流と超音速の主流との間に形成される高剪断層で発生し、後者の混合は噴流を回り込むように形成される縦渦対によって促進される。このような乱流混合に流れの大規模渦運動が重要な役割を果たしていることが明らかにされた。

大迎角において翼面上の剥離を防止できれば、航空機の飛行特性は大幅に向上する。望月は二次元翼

型を迎角 0 度から 30 度までをピッチング運動させ翼の前縁に設けたスリットより翼表面に沿ってジェットを効率よく吹き出し、最適な剥離制御を試みた。境界層剥離が発生してからでなく剥離を事前に検出しその直前に吹き出した場合が最も有効であることが示された。

レイノルズ数が 100 以下の微少質量流量を高精度に計測する場合、音速ノズルが用いられる。中尾はこのノズルの流出計数の挙動を、流れの臨界最小レイノルズ数とその時の臨界背圧比に着目し単原子分子と多原子分子の 4 種類の気体について調べた。その結果、臨界レイノルズ数が 40、その時の背圧比は 0.05 程度であること、また単原子と多原子分子では臨界背圧比の挙動が異なること等が明らかにされた。さらにノズル下流の拡散部では境界層と衝撃波の干渉が生じており、流出係数に強い影響を与えていることが確かめられた。

Ahmed は同心円環状ジェットの乱流混合に関する実験的研究を行った。内外環状ジェットの半径は 320 mm 及び 380 mm で、二つのジェットの速度比を 0.3 から 10 まで変えるて発生する乱流強度を制御することによって、乱流混合が制御出来ることを示した。また、局所的吹出しを円環状に付加することによって、乱流混合がさらに促進出来ることを示した。

研究会幹事

伊藤 信毅
山本 稀義
高木 正平
徳川 直子

航空宇宙技術研究所特別資料40号

平成11年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1
電話(0422)47-5911 ㊞182-8522
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川 2 - 27 - 12

◎禁無断複写転載

本書(誌)からの複写, 転載を希望される場合は, 管理部
研究支援課資料係にご連絡下さい。

