

vortex interaction. In a wake-like situation, the axial velocity profile presents a deficit at the centerline with the component u_x at $r = 0$ being smaller than the outer value $u_{x,ext}$. i.e.. such a distribution corresponds to a trailing vortex of a wing. In a jet-like case, the value of the axial component u_x at the centerline is greater than the outer value. i.e.. a situation that occurs over a delta wing at high angle of attack. We use the following perturbation for the axial velocity excess/deficit representation ⁽¹⁾:

$$\tilde{u}_x(r) = u_{ext}(\Delta u_x - 1)e^{-(r/b)^2}, \quad (3)$$

where b is a conventional thickness of the axial profile.

To examine transients during the initial stages of the flow computation. Erlebacher et al.⁽⁶⁾ featured three types of the initial condition. Here, their third case(IC-c in their paper) is used, and the initial conditions are multiplied by a distribution function $s(x)$, which is shown in Fig.2.

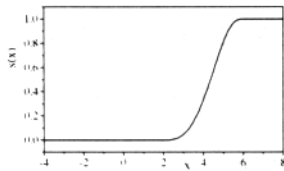


Fig2. Initial distribution

Numerical schemes

The fundamental equations are discretized by using a finite-difference method based on Jameson's CUSP(Convective Upwind and Split Pressure Scheme)⁽⁸⁾. To suppress the numerical inaccuracy to be occurred around a shock wave, anti-diffusive numerical fluxes are also added to the above mentioned CUSP formulation, according to LED(Local Extremum Diminishing) concept proposed by Jameson⁽⁸⁾.

RESULTS AND DISCUSSION

In shock/vortex interaction, the limit for shock-induced vortex breakdown is determined by varying the swirl number until evidence of negative values for the axial component u_x occurs. The critical swirl number has been investigated experimentally and theoretically. Figure 3 shows the curve of critical circulatory ϵ_{crit} computationally estimated by Erlebacher et al ⁽⁶⁾. In addition, Mahesh⁽⁹⁾ proposed a theoretical estimation for the critical swirl number. For the validation of our computational code and the examination of vortex breakdown, we computed the following cases: $\epsilon = 3, 4, 5, 6$ at $M = 2$, and $\epsilon = 2, 3$ at $M = 5$. These cases are denoted as (a).(b).(c).(d).(e) and (f) in Fig.3, respectively. The physical domain extends from $x/r_0 = -4$ to $x/r_0 = 8$ in the axial direction, and to $r/r_0 = 5$ radially.

Uniform upstream flow case

Flow structure for the cases where the upstream axial velocity component has no velocity excess/deficit is examined. Figure 4 shows instantaneous velocity vectors, and density contours at the nondimensional time of 12.0 for the $\epsilon = 3, 4, 5$ and 6 at $M = 2$ (corresponding to the cases (a),(b),(c) and (d)) ,and Fig.5 shows those for the $\epsilon = 2$ and 3 at $M = 5$ (corresponding to the cases (e) and (f)). Supersonic stream flows from right to left with a circulation ϵ . As shown in Fig.4(a), case (a), the velocity field shows no flow reversal and the density contours do not show visible shock distortion. As ϵ is increased, the shock distortion becomes visible as shown in Figs.4(c) and 4(d). The same occurs for the situations at $M = 5$ as seen in Figs.5(a) and 5(b). For cases (c),(d) and (f), shown in Figs.4 and 5, both large flow reversal and strong distortion of shock appear. Evidence of the deceleration of the axial flow and shock distortion already appear in case (b), as displayed in Fig.4(b). The comparison of Figs.4(a) and 5(b) enables us to understand the upstream Mach number effect: large Mach number induces flow reversal and strong shock distortion, even if ϵ is small .

Figure 4(d) shows the results for case (d) with $\epsilon = 6$. In this case, a large extent of reversal flow due to the strong interaction can be seen. In a previous paper⁽⁷⁾, a sophisticated flow structure such as a vortex ring has been visualized. Case(f), shown in Fig.5(b), also corresponds to the strong interaction where the extent of the reversal flow generated by shock/vortex interaction becomes wider than the radius of oncoming streamwise vortex. These flow configuration agrees well with experiment ⁽¹⁾ and numerical computations⁽⁶⁾.

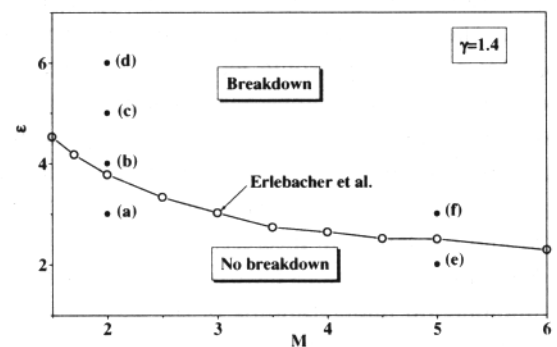


Fig.3 Flow reversal swirl number.

Non-uniform upstream flow case

In order to examine the influence of axial velocity excess/deficit Δu_x defined by Eq.(3) on the flow structure, we computed the two cases: jet-like stream vortex with axial velocity excess and wake-like vortex with axial velocity deficit for $\epsilon = 3$ at $M = 2$ and $\epsilon = 2$ at $M = 5$. Figures 6 and 7 show the resultant flow configurations at $t=12.0$: density contours and velocity vectors. From these results, we can say that a jet-like

profiles of the axial velocity delays the vortex breakdown(Fig.6(b),Fig.7(b)), while a wake-like profiles makes the vortex more susceptible to breakdown(Fig.6(a),Fig.7(a)). This observation agrees with those reported in the literature⁽¹⁾⁽⁹⁾.

Vortex breakdown

In the present study, time evolution of flow field was computed up to nondimensional time of 15.0. During this time period, no flow reversal was appeared in the cases (a),(b) and (e) as shown in Figs.4 and 5. In the cases (c),(d) and (f) there are flow reversal, which means the occurrence of vortex break down. This results partially support the flow reversal curve estimated by Erlebacher et al.⁽⁶⁾

Figures 8(a)-8(c) show the time evolution of the azimuthal velocity component u_θ for the case (a),(c) and (f). A strong reduction of swirl flow component downstream of the shock wave, is visible in the cases(c) and (f). In case(a), there are no strong reduction of u_θ and it seems to be able to penetrate the shock wave without any disturbance.

Figures 9 and 10 display the pressure p (denoted by P_c) and impulse function $p + \rho u_x^2$ (I_c) along the x axis ($r=0$) at $t=14.0$. Mahesh⁽⁹⁾ hypothesized that vortex breakdown can occur when p downstream of shock wave exceeds upstream one-dimensional impulse function $p + \rho u_x^2$. Figures 9 and 10 show that when $I_c \geq P_c$ no vortex break down occurs, while, when I_c is nearby P_c vortex breakdown occurs. Figures 11 and 12 also display the same situation when upstream axial velocity excess/deficit exists. These results seem to support Mahesh's hypothesis partially, but a closer examination on this hypothesis is needed before a final assertion concerning the vortex breakdown phenomenon. One reason is that Mahesh assumed a steady flow and a slender vortex. This do not hold for the present computations: flow develops timewise, normal shock position moves downstream or upstream, and a three-dimensional vortex structure and sophisticated azimuthal velocity distribution are generated.

CONCLUSION

Interaction between a streamwise vortex and normal shock wave was numerically investigated by using a finite-difference scheme for the solution of the axisymmetric Euler equations. The present numerical scheme reproduces the key features of the vortex breakdown at $M=2$ and 5, namely, the flow reversal. The vortex breakdown can generate a flow reversal resulting in a strong shock distortion and a complicated flow structure. The increase on the Mach number make the flow susceptible for vortex breakdown even at small swirl number. The excess of the upstream axial velocity can suppress the vortex breakdown inspite of the Mach number.

Theoretical consideration as when vortex breakdown occurs in a shock/streamwise vortex interaction has been

done by Mahesh⁽⁹⁾ based on a simplified flow configuration. The present study seems to support his hypothesis.

REFERENCES

- (1) Delery, J.M.: "Aspects of vortex breakdown," Prog. Aerospace Sci. Vol.30, 1-59, 1994.
- (2) Schmitz, F.H. and Yu, Y.H.: "Helicopter Impulsive Noise: Theoretical and Experimental Status," NASA-TM-84390, 1983.
- (3) Tam, C.K.W.: "Supersonic Jet Noise," Annu. Rev. Fluid Mech. 27, 17-43, 1995.
- (4) Gutmark, E.J., Schadow, K.C. and Yu, K.H.: "Mixing Enhancement in Supersonic Free Shear Flows," Annu. Rev. Fluid Mech. 27, 375-417, 1995.
- (5) Curran, E.T., Heiser, W.H. and Pratt, D.T.: "Fluid Phenomena in Scramjet Combustion Systems," Annu. Rev. Fluid Mech. 28, 323-360, 1996.
- (6) Erlebacher, G., Hussaini, M.Y. and Shu, C.-W.: "Interaction of a shock with a longitudinal vortex," J. Fluid Mechanics, Vol.337, 29-153, 1997.
- (7) Hashiguchi, M.: "Computational Study of Shock-Vortex Interaction," Proc. of JSASS 11th International Sessions in 35th Aircraft Symposium, 671-674, 1997.
- (8) Jameson, A.: "Artificial Diffusion, Upwind Biasing, Limiters and their Effect on Accuracy and Multigrid Convergence in Transonic and Hypersonic Flows," AIAA paper 93-3359, 1993.
- (9) Mahesh, K.: "A model for the onset of breakdown in an axisymmetric compressible vortex," Phys. Fluids 8 (12), 3338-3345, 1996.

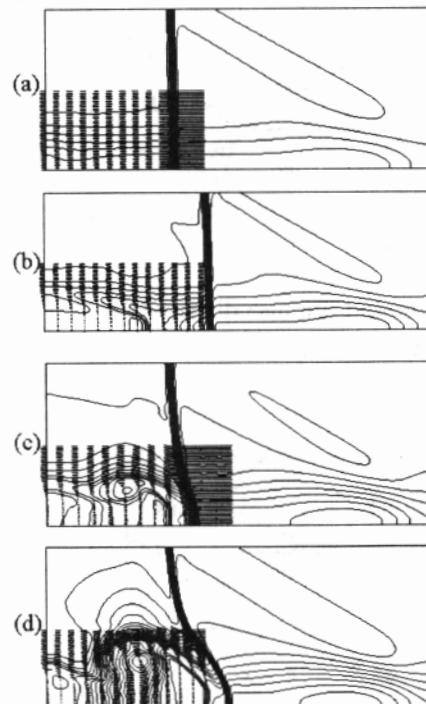


Fig.4 Density and velocity ; $M=2$, (a) $\epsilon=3$, (b) $\epsilon=4$, (c) $\epsilon=5$, (d) $\epsilon=6$.

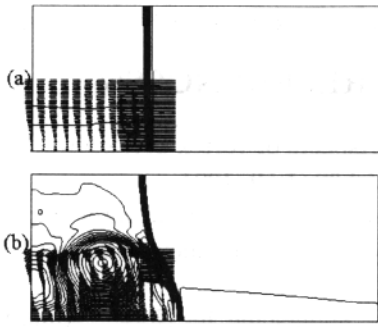


Fig.5 Density and velocity; $M = 5$, (a) $\epsilon=2$,(b) $\epsilon=3$.

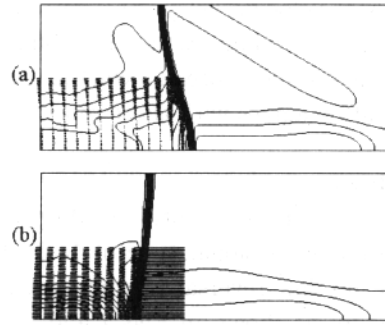


Fig.6 Density and velocity; $M=2$, $\epsilon=3$, (a) $\Delta u_x=0.5$, (b) $\Delta u_x=1.5$.

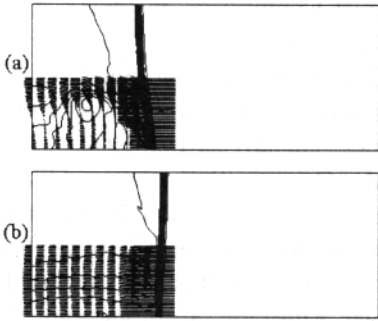
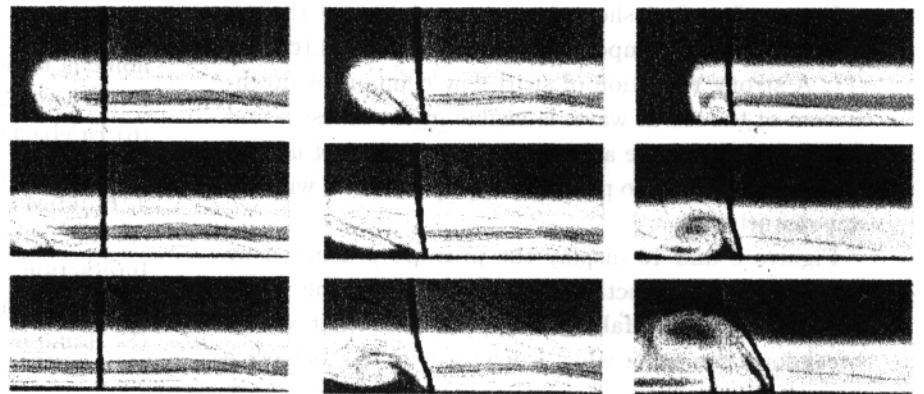


Fig.7 Density and velocity; $M=5$, $\epsilon=2$, (a) $\Delta u_x=0.8$, (b) $\Delta u_x=1.5$.



(a) $M=2, \epsilon=3$ (b) $M=2, \epsilon=5$ (c) $M=5, \epsilon=3$

Fig.8 Time evolution of density and u_{θ} .

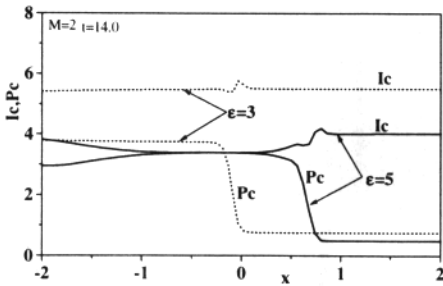


Fig.9 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=2, t=14$.

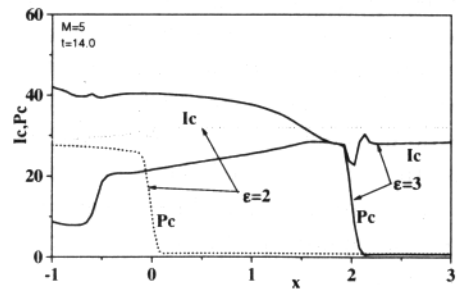


Fig.10 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=5, t=14$.

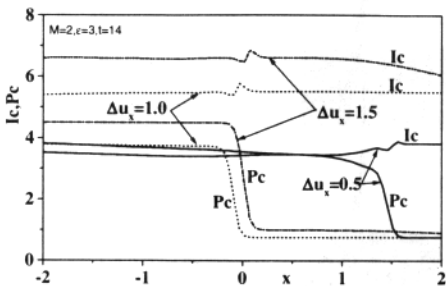


Fig.11 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=2, t=14$.

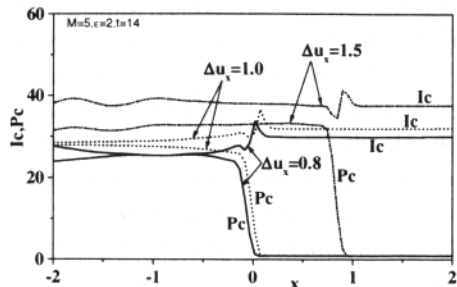


Fig.12 Pressure and impulse distribution on the axis; $M=5, t=14$.

遷移研究の問題点

ながれ研究集団 佐藤 浩

0. はしがき

層流から乱流への遷移の機構についての論文は倉庫が一杯になるほどありますが、まだ一番大事なことが分かっていません。それは規則的な変動がどのようにして乱雑な変動に移って行くのかという、乱雑化の過程です。この過程は流体力学の問題であるだけでなく、いわゆる複雑系の中心的な課題なのです。ここでは2次元噴流についての実験結果を例として、乱雑化についてできるだけ一般的な議論をし、いくつかの問題の提起をしてみます。

1. 2次元噴流の遷移

長い助走区間を持って、放物線形の速度分布になっている2次元の溝流を初期条件とする層流噴流がどのようにして乱流になるかという過程が詳しく調べられました。この噴流の中では中心軸について対称と、逆対称な2種類の変動が線形成長することができます。そこでこの2種類に相当する音をラウドスピーカーで噴流の中に送り込みました。そしてそれによって励起された速度変動の非線形干渉を調べました。スペクトル空間では最初の2本の線スペクトルが干渉によって多数の線スペクトルに分岐することが確かめられました。しかしこれはまだ乱流への遷移ではありません。肝心の乱雑性がまだ与えられていないからです。

スペクトル空間での乱雑性は連続スペクトルであることです。線スペクトルがいくら集まっても駄目です。乱雑になるには噴流がスタートしたときに噴流の中に存在していた弱い初期乱れが重要な役割を演じています。

最初に音によって励起されたTS波は成長して、3次元になります。この3次元化は波数の大きい、規模の小さい変動から始まります。3次元化は段々と大きな規模に移ってきますが規模のうんと大

きな変動は長い間、2次元にとどまります。この3次元化が2次元の波の不安定によるものか、弱い3次元の初期乱れとの干渉によるものか、今の所、はっきりとしません。しかしこの3次元化は複雑化ではあっても、乱雑化ではありません。出来上がった乱流噴流には平均流の2次元性が要求されます。平均流は最大の規模を持っているわけで、それが2次元なのに、規模のより小さい変動がすべて3次元になるのは何故か分かりません。いつかは平均流も3次元化するのが当然でしょう。

2. 初期攪乱

乱雑化の種は実は噴流の中に存在する極めて弱い、三次元的で、乱雑な速度変動でした。この変動が線スペクトルと干渉して、側帯波を発生します。すなわち、線スペクトルの広幅化です。側帯波のスペクトルの形は初期攪乱のそれと一致しています。この初期攪乱は実験的には完全に取り除くことも、制御することもできません。ここで一つの疑問が生まれます。すなわち、世界中のいろいろな場所での実験装置で初期攪乱が違っていると、遷移過程が違い、またいわゆる”完全に発達した”乱流噴流にも違いがあるかも知れないのですから、普遍的な乱流というものは存在しないのではないかと、いうものです。この疑惑は乱流の中の秩序運動についてはさらに濃くなります。というのは秩序運動が遷移領域で作られている可能性が高いからです。実験装置の違いで乱流の構造が違うとなると、我々の実験のやり方は根底から考え直さなければなりません。

もう一つの問題は数値計算との比較です。遷移過程を計算するとき、どのような初期条件を置けばいいのでしょうか。計算での乱雑化は計算誤差によって進むようですが、これは実験の条件とは全く違います。これでは両方の比較は全く意味のないことになります。

3. 煙線写真

実験結果について、もう一つ付け加えましょう。遷移領域に沢山の煙線を張って、電流を流した瞬間に発生した煙の写真を撮りました。これで流れ場の全体を見渡すことができます。煙の発生から短時間経って撮影されたものは瞬間流線を、長時間のものは流跡線を示します。しかし、これから得られる情報は、流跡線写真の中に渦らしいものが見られるだけで、熱線風速計の信号のスペクトル解析から得られる情報に比べると、話にならぬほど貧弱で、これがいわゆる可視化の限界です。

4. 乱雑化過程

一般化された乱雑化の対象には紛争、蜂起、戦国時代などがあります。これらの記述には二つの方法があります。第一はオイラー記述です。その代表は点情報のスペクトル空間での議論です。観察者はじっとして自分のまわりに起きたことを観察します。これは精度は高いのですが、観察者すなわち熱線風速計の数が少ないと、場の全貌を掴むことが出来ません。

もう一つはラグランジュ記述です。これは目を付けたものを追いかけて、その場所と、時間的変化を記述します。可視化の煙写真はこれです。容疑者の追跡や、歴史の中の英雄、豪傑の伝記もすべてこれです。流体力学では流れが目に見えるようにしてラグランジュ追跡をしますが、見えるものは大部分が渦です。どうやら我々は流れを見ると無意識のうちに渦を探しているようです。渦には、しばしばヘアピンとか、馬蹄形とか表現されますがこれらは、誤解を招きやすく、客観性に欠けています。

乱雑化の記述に、乱雑度という量が定義したくなります。乱雑化の進み具合を記述するためです。乱流のオイラー記述では乱雑度は連続スペクトルの、全エネルギーに対する割合として定義されるでしょう。この乱雑度は時間と空間の関数です。しかし一般の場で乱雑度を定義することは難しく、これが大きな課題です。

5. 乱れ場

一般化された乱れ場は海洋、大気、宇宙といっ

た自然科学的な物から、人体、群衆、会社、学校、国家のようなものまで広がっています。それらに共通するなんらかの法則を見出すことはできないでしょうか。

乱れは個の持つ性質ではありません。乱れは必ず場として認識されます。乱れの空間的配置の議論は余りされていませんが、乱れている部分の大きさが問題になります。これはいわゆる乱れの規模とは違います。空間のいろいろな場所で乱れ度がどのように分布しているかということです。

流れは乱れの最善の例と思われていますが、必ずしもそうではありません。例えば噴流が左から右へ流れているときに、左の部分は空間的に左であると共に、時間的にも若いと考えられがちです。しかし時間軸と、空間軸とは完全に独立であるべきですから、この混同は危険です。まして”凍結仮説”などという怪しげな物は排除されなければなりません。例えば権力に対する民衆の蜂起は空間的に分布して起り、時間的に成長し、そして空間的に拡散するのです。

6. 媒体と乱れ

乱れを担うものを考えます。我々が観察する水面の波は位相であって、波の動きと流体の動きとは全く違っています。しかし、流れの中の渦は流体と共に動くと考えられています。乱れのスペクトル解析は乱れを色々な規模の波の集まりと考えます。乱れは一方では渦の集まりともいわれます。流体では乱れを担うものは流体として疑う人はありませんが、人々の集まりが乱れているといわれるときには人々は集団として乱れを担ってはいますが、個人が乱れているわけではありません。

さらに秩序運動との関連となると話はもっとこみいってきます。秩序運動と言われるものは自分自身でエネルギーを持っているのでしょうか。そして乱雑変動との間で情報やエネルギーの交換を行っているのでしょうか。秩序運動はコヒーレント運動ともいわれるように、乱雑運動がたまたま位相が揃ったに過ぎないのであれば、これはさきの波と同じで、”見かけの”運動にすぎないことになります。特に流れを観察するときには十分な注意が必要です。海の波を見ただけでその下の水の運動を推定できる人はありません。

普遍平衡理論に基づいた大規模一様せん断乱流場の解析

関下 信正* 蒔田 秀治*

Analysis of Uniformly Sheared Large-Scale Turbulence Based on Universal Equilibrium Theory

Nobumasa Sekishita and Hideharu Makita

Toyohashi University of Technology

ABSTRACT

Experiments were conducted on the quasi-equilibrium range of turbulence spectra for large-scale turbulent flow fields with uniform shear; $R_\lambda = 360 \sim 650$ and $\partial U / \partial Y = 2.7 \sim 11.9/s$. The scale ratio between the energy containing and the largest locally isotropic eddies $l_0 / l_G \approx 4.6$ for the sheared turbulence was far larger than 2.9 for the quasi-isotropic turbulence. This fact shows that longer cascade process from l_0 to l_G is required to attain the local isotropy under the effect of strong anisotropy induced by the velocity gradient. The minimum R_λ for the existence of inertial subrange defined as $l_G \sim l_i$ was about 100, where l_i was the minimum nonviscous eddy. Then, the Kolmogorov constant was about 0.55. The inertial subrange was substantially proportional to $R_\lambda^{1.5}$ for both of the quasi-isotropic and the uniformly sheared turbulence.

Key Words: uniformly sheared turbulence, universal equilibrium theory, eddy

1. はじめに

Kolmogorov の普遍平衡理論¹⁾は乱流研究の基礎となる理論であるが、それを実際に用いる場合、①普遍平衡理論が成立するレイノルズ数、②慣性小領域の範囲、③Kolmogorov 定数の値などについて予め明確にしておくなければならない。これら局所等方性の適用条件を明らかにするために、蒔田と飯田²⁾は、乱流場の寿命時間と渦の特性時間を比較することにより最大等方渦スケール l_G を導入した。さらに、それを用いて慣性小領域の範囲を定義し^{3) 4)}、Kolmogorov 定数の決定を行ってきた⁴⁾。

これら一連の研究は平均速度勾配のない乱流場を対象とした理論的考察と、風洞中に実現された大規模準等方性乱流場を用いた検証によるものであった^{2)~4)}。次の段階として、本研究では最大等方渦スケール l_G の概念をせん断乱流場に適用し、せん断乱流発生装置⁵⁾により風洞中に形成された大規模一様せん断乱流場の実験データを基にして、その妥当性を検討する。

2. 実験装置・方法

本研究で用いた風洞は吹き出し型風洞であり、その測定胴(0.7×0.7×6m³)上流にせん断乱流発生装置⁵⁾が設置されている。本装置には格子状の回転軸(縦横各 20 段、格

子間隔 $M=35\text{mm}$)に攪拌翼(35×35mm²)が多数取り付けられている。この攪拌翼は、コンピュータ制御されたステップモータ(回転速度 2π rad/s)により設定した回転範囲内(±20°)をランダムに反転し、その下流に大きな渦スケールと強い乱れを有する乱流場を形成することができる。さらに、下方の攪拌翼の平均迎角を大きくすることにより圧力抵抗を高さ方向に変化させ、流れ場にせん断を与えることができる。本研究では3種類の平均速度勾配 $\partial U / \partial Y (=2.7, 9.2, 11.9/s)$ を有する一様せん断乱流場を実現した。本乱流場の基本特性については文献(5)を参照されたい。計測には定温度型熱線流速計とXプローブ(線径 2.7 μm, 検査体積 0.2×0.6×0.6m³)を使用した。回転軸面断面中心を座標原点とし、流れ方向、鉛直方向、水平方向をそれぞれ X, Y, Z とした。

3. 実験結果と考察

3.1 最大等方渦スケール

蒔田と飯田²⁾は、平均速度勾配のない準等方性乱流場について最大等方渦スケール l_G を以下の様に導出した。

$$l_G = \{C_\epsilon / C\}^{3/2} l_0 \quad (1)$$

ここで、 l_0 はエネルギーを含む渦スケールであり、 C は次に示す様に散逸 ϵ に関する比例定数である⁶⁾。

表 1 渦スケールの比較

	$\partial U / \partial Y$	R_λ	u'/v'	u'/w'	C	l_0/l_G	l_0/η	l_G/η
Uniformly Sheared Turb.								
Case1	2.7	360	1.3	1.4	0.69	4.6	570	120
Case2	9.2	610	1.6	1.5	0.65	4.2	1680	400
Case3	11.9	650	1.6	1.4	0.65	4.2	2000	480
Quasi-Isotropic Turb.	-	390	1.2	1.2	0.50	2.9	1150	400

$$\varepsilon = C (q^2/2)^{3/2} / l_0 \quad (2)$$

また、 C_C は、乱流レイノルズ数が無限大の乱流場における定数 C の値であり、Kolmogorov 定数 α_1 を用いて以下の様に示される⁷⁾。

$$C_C = \left\{ (3/2) \times (55\alpha_1 / 18) \right\}^{-3/2} \quad (3)$$

式(1)は、大小様々なスケールの渦(eddy)で構成されるヒエラルキー構造⁸⁾

$$l_i \sim l_0 / 2^i \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

できている渦が平衡状態であるための条件を与えている。すなわち、平均速度勾配のない減衰乱流場では渦構造を取り巻く状態の変化を表す特性時間として乱流場の寿命時間 T_L が挙げられ、その T_L がエネルギーを含む渦の特性時間 T_0 よりも十分に大きい時、スケール l_0 の渦は平衡状態である。せん断乱流場の場合、 T_L 以外にせん断による状態の変化を表す特性時間も渦構造を取り巻く状態の変化を表す特性時間として考えられなくもないが、スケール l_0 の渦が形成される段階ではせん断が大きく影響するけれども、一度スケール l_0 の渦が作られてしまえば、そのカスケード過程ではせん断には無関係である。従って、せん断乱流場でも式(1)をそのまま使用できる。

図 1 は、式(1)~(3)により求めた一樣せん断乱流場と準等方性乱流場の l_0/l_G の流れ方向変化である。式(3)の Kolmogorov 定数 α_1 には後述する $\alpha_1 = 0.55$ を用いた。また、式(2)の l_0 は 3 次元エネルギースペクトルから決定するのが最も適当であるが、それを計測もしくは 1 次元エネルギースペクトルより計算することは困難なために、本研究では l_0 として、次に示す渦の体積に関する等価的な渦スケールを用いた⁷⁾。

$$l_0 = \left\{ L_{UX}(2L_{VX})(2L_{WX}) \right\}^{1/3} \quad (5)$$

ここで、 L_{UX} , L_{VX} , L_{WX} は縦および横方向のインテグラルスケールである。図 1 をみると、装置の悪影響が残存する上流側を除いて、 l_0/l_G は流れ方向にほぼ一定である。後に図 2 で示すが下流でのエネルギースペクトル分布が相似形であることから、本乱流場は $X/M > 100$ で発達した乱流場となっている。従って、発達した乱流場では l_0 と l_G の関係に変化がないことがわかる。そこで、 $X/M > 100$ の各渦スケールの平均値を表 1 に示す。図 1 と表 1 で一樣せん断乱流の Case1~3 を比較してみると、これらの乱流場は乱流レイノルズ数 R_λ が異なるものの異方差性はほぼ等しいので、定数 C と l_0/l_G の値はほぼ同じになっている。この結果より、エネルギースペクトル中に慣性小領域が明確に存在するような乱流レイノルズ数 $R_\lambda \sim 100$ (図 4) 以上の場合、異方差性が局所等方的な特性に

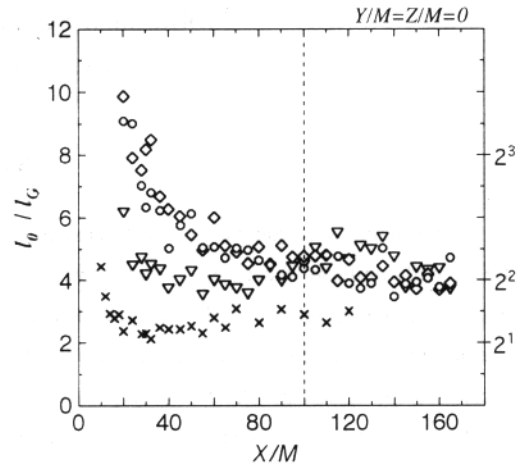


図 1 l_0/l_G の流れ方向変化

一樣せん断乱流 ; ∇ :Case1, \diamond :Case2, \circ :Case3
準等方性乱流 ; \times

大きな影響を及ぼすものと考えられる。

次に、乱流レイノルズ数がほぼ等しい一樣せん断乱流場 Case1 と準等方性乱流場を比較してみると、表 1 の u'/v' と u'/w' から分かるように、一樣せん断乱流場の方が異方差性が強いので、異方的な渦 l_0 から局所等方的な最大渦 l_G までの世代(波数領域)が長くなることが予想され、一樣せん断乱流場の l_0/l_G の値(図 1, 表 1)は準等方性乱流場のものより大きくなっている。これは式(1)をせん断乱流に適用してもよいという根拠の一つを提示している。ただし、一般に乱流レイノルズ数が等しい乱流場では l_G/η の値は同じになるはずであるが、表 1 に示した結果はそのようになっていない。これは、式(5)で推定した l_0 が本来のものより小さく見積もりすぎているためである。 $X/M \geq 100$ の l_0/l_G の平均値を求めると、一樣せん断乱流では 4.6、準等方性乱流では 2.9 であった。従って、第 i 世代の渦についてヒエラルキー構造 $l_i \sim l_0 / 2^i$ を考えると、 l_G は l_0 よりも約 2 世代小さいことがわかる。自己相似的な渦スケールは l_G と同程度かその 1/3 程度の大きさである³⁾ので、結局、慣性小領域の最大渦スケールは l_0 よりも約 2~3 世代小さいことになる。Hosokawa¹⁰⁾は、等方性乱流の直接数値計算より慣性小領域の最大渦スケールは l_0 から約 3 世代小さいものであると仮定している。この違いは、先に述べた l_0 の決定法に問題があると考えられ、 l_0 の決定には新たな検討が必要である。また、 l_0/l_G は低波数領域の渦構造の異方差性の影響を大きく受けるので、今後は本装置を用いて様々なせん断乱流場を形成し、平衡状態の渦構造と異方差性の関係についても調べていく予定である。

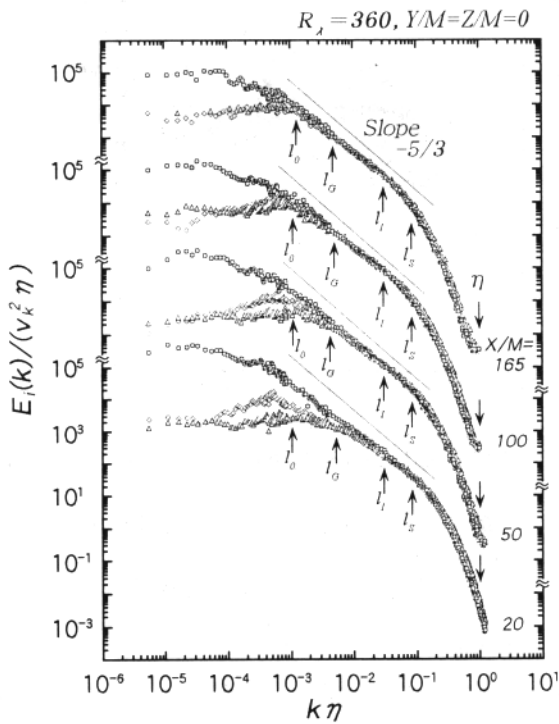


図2 1次元エネルギースペクトルの流れ方向変化
○: E_1 , △: E_2 , ◇: E_3

3.2 慣性小領域の範囲

図2に1次元エネルギースペクトルの流れ方向変化を示す。図中の矢印は、各渦スケールに相当する波数である。なお、 l_I 、 l_S 、 η はそれぞれ最小非粘性渦スケール⁴⁾、慣性小領域の最小渦スケール⁴⁾、Kolmogorovスケールである。下流にいくにつれて E_2 、 E_3 の分布において慣性小領域が発達していき、 $X/M > 100$ では E_1 のみならず E_2 、 E_3 の分布中にも明確な慣性小領域が存在しており、これらの分布形状は相似的である。装置の影響が強く残存している $X/M = 20$ の分布を除いて、 l_G と l_I は E_1 、 E_2 、 E_3 全てのスペクトル分布が $-5/3$ の勾配を有する分布領域を指している。

さらに詳しく調べるために、非テンソルスペクトル分布を図3に示す。非テンソルスペクトル $b_{ij,k}$ は、大小様々な渦構造について異方性の大きさを表すものであり、以下の様に定義される¹¹⁾。

$$b_{ij,k} = \frac{E_{ij}(k)}{E_{11}(k) + E_{22}(k) + E_{33}(k)} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (6)$$

ここで、 $E_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ は u_i と u_j のクロススペクトルである。図3の縦軸は非テンソルスペクトル $b_{11,k}$ 、横軸はKolmogorovスケール η で無次元化した波数 k である。図中の $1/6$ と $-2/33$ の線は、それぞれ低波数領域および慣性小領域の渦構造が完全に等方的である時の $b_{11,k}$ の値を示している¹¹⁾。また、矢印は各渦スケールに相当する波数を示している。 l_0 以下の低波数領域において一様せん断乱流と準等方性乱流の $b_{11,k}$ の分布は $1/6$ よりもかなり大きく、ここでの渦構造は異方的であり、一様せん断乱流

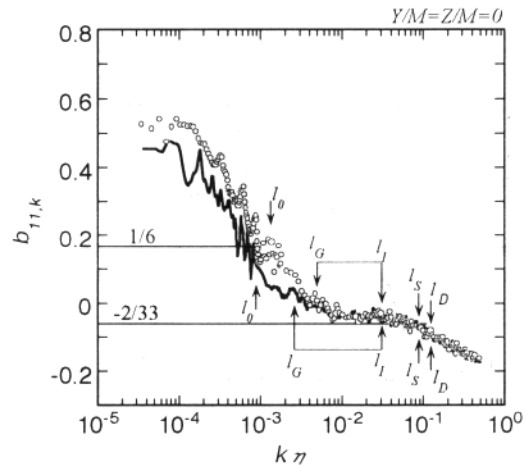


図3 非等方テンソルスペクトル
○: 一様せん断乱流, —: 準等方性乱流

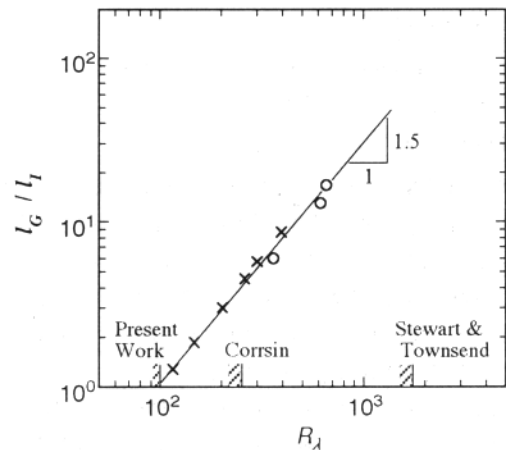


図4 慣性小領域の範囲
○: 一様せん断乱流, ×: 準等方性乱流

の方がその異方性が強いことがわかる。そこよりも波数が大きくなると両乱流場の $b_{11,k}$ は減少し、 $-2/33$ よりも若干大きいものの、 $b_{11,k}$ の値が一定の分布領域が存在している。 l_G と l_I はその領域の両端を指し示しており、これらの渦スケールで慣性小領域の範囲を決定することが可能である。

l_G/l_I は厳密な意味での慣性小領域の広さを示すことから、この l_G/l_I と乱流レイノルズ数 R_λ の関係を図4に示す。図より l_G/l_I は R_λ の約1.5乗で広がっている。図中に示す様にCorrsin¹²⁾、Stewart & Townsend¹³⁾は慣性小領域の存在条件として、それぞれ $R_\lambda > 250$ 、1730としている。この図において $l_G/l_I < 1$ の場合、厳密な意味での慣性小領域が存在しないことを意味しており、図4から慣性小領域の存在条件は R_λ が約100以上であることがわかる。

3.3 Kolmogorov 定数

慣性小領域の範囲を $l_G \sim l_I$ で表すことができたので、これらの渦スケールを用いてKolmogorov定数を決定する。Kolmogorov¹¹⁾によると、慣性小領域の1次元エネルギー

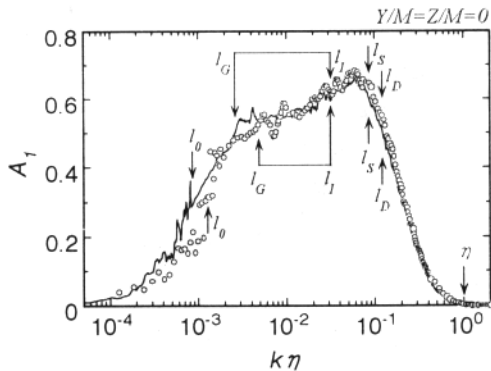


図5 A_1 の分布

○: 一様せん断乱流, -: 準等方性乱流

E_i は以下のように表される。

$$E_i(k) = \alpha_i \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (7)$$

ここで、 α_i は Kolmogorov 定数である。実験で E_1 と散逸率 ε が得られるので、各波数について

$$A_i(k) = E_i \varepsilon^{-2/3} k^{5/3} \quad (8)$$

から、慣性小領域の $A_i(k)$ の値が Kolmogorov 定数である。しかし、図5に示す様に慣性小領域の $A_i(k)$ の値は一定ではない。この原因は、まだ十分に乱流レイノルズ数が大きくなく慣性小領域が広くないことに起因していると考えられる。そこで、 $l_G \sim l_I$ の範囲で α_1 の分布を平均し、その平均値を真の Kolmogorov 定数とした。

この様にして決定した Kolmogorov 定数と R_λ の関係を図6に示す。この図は、Sreenivasan¹⁴⁾によって整理されたものに本研究と数値計算^{15)~18)}の結果を加えたものである。 $R_\lambda < 50$ の格子乱流の場合にはスペクトル分布中に十分な広さの慣性小領域が存在していないために、 α_1 は 0.3 ~ 0.6 と他の乱流場よりも小さめの値となっている。格子乱流以外の α_1 は 0.4 ~ 0.7 の範囲内ではらついている。このばらつきの原因として、 R_λ が小さいと明確な慣性小領域が存在しないこと、大気乱流やせん断乱流では正確に散逸率を算出することが不可能なことなどが考えられる。Sreenivasan は $R_\lambda > 50$ の α_1 の平均値を求め、Kolmogorov 定数は 0.53 であると報告している¹⁴⁾。本研究で求めた α_1 のばらつきは小さく、その平均値が 0.55 であることから、正確に慣性小領域の範囲を決定したことにより、信頼性の高い Kolmogorov 定数を決定することができたことがわかる。

4. おわりに

一様せん断乱流場において最大等方渦スケール l_G を適用することの妥当性について検討した結果、 l_G を式(1)で

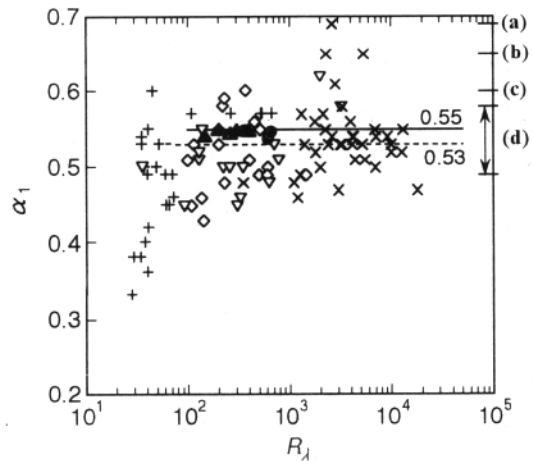


図6 Kolmogorov 定数の R_λ 依存性

本研究;

●: 一様せん断乱流, ▲: 準等方性乱流

Sreenivasan¹⁴⁾;

+ : 格子乱流, ◇: 管内流・境界層

▽: せん断流, ×: 大気乱流

数値計算;

(a)¹⁵⁾, (b)¹⁶⁾, (c)¹⁷⁾, (d)¹⁸⁾

表すことができ、 $l_0/l_G \sim 4$ である。また、十分に発達した乱流場において慣性小領域の範囲は乱流レイノルズ数の約 1.5 乗に比例して大きくなることが分かった。この l_G を用いることにより信頼性の高い Kolmogorov 定数 0.55 を得ることができた。

参考文献

- 1) A.N.Kolmogorov: Dokl.Akad.Nauk SSSR 30, (1941) 9-13.
- 2) 蒔田・飯田: 機論 55-515 B, (1989) 1847-1854.
- 3) 蒔田・飯田: 機論 56-522 B, (1990) 351-358.
- 4) 蒔田・関下: 機論 63-606 B, (1997) 544-551.
- 5) 蒔田・関下: 航空宇宙技術研究所特別資料 SP, (1998).
- 6) G.K.Batchelor & A.A.Townsend, Proc.Roy.Soc. A 193, (1948) 539.
- 7) S.Corrsin: J.Atmos.Sci. 20, (1963) 115.
- 8) U.Frisch, P.I.Sulem & M.Nelkin: J.Fluid Mech. 87, (1978) 719.
- 9) 蒔田・岩崎・飯田: 機論 55-516 B, (1989) 2221-2229.
- 10) Hosokawa, Fluid Dyna. Res. 15, (1995) 337-348.
- 11) 蒔田・関下・佐々: 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-33, (1996) 23-27.
- 12) S.Corrsin, NACA RM 58 B11, (1958).
- 13) R.W.Stewart & A.A.Townsend, Phil.Trans.Roy.Soc. A 243, (1951) 359.
- 14) K.R.Sreenivasan, Phys.Fluid 7, (1995) 2778-2784.
- 15) 山本・細川, 第19回流体力学講演会講演論文集, (1987) 148.
- 16) J.R.Herring & R.H.Kraichnan, J.Fluid Mech. 91, (1979) 581-597.
- 17) S.Kida & Y.Murakami, Phys.Fluid 30, (1987) 2030-2039.
- 18) R.H.Kraichnan, Phys.Fluid 9, (1966) 1728-1752.