

横流れ擾乱に起因する境界層遷移の予測

野村聡幸^{*1}

Prediction of Boundary-Layer Transition Caused by Crossflow Disturbances

by

Toshiyuki NOMURA

National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

A prediction system for boundary-layer transition is developed which consists of the Navier-Stokes code computing a compressible boundary layer, the linear PSE code computing the spatial growth of a disturbance, and the N-factor code integrating the growth rate. The system is applied to the case that the transition of the compressible boundary layer on a swept cylinder is caused by crossflow disturbances which have the same spanwise wavelength as observed in the experiment of Creel et al. It is predicted by the system that the angular distance from the attachment line for the transition onset is $32^\circ \sim 35^\circ$.

1. はじめに

次世代超音速輸送機の開発における最大の課題はコンコルドで7程度の巡航時の揚抗比を10近くに高めることであるが、それには抵抗の大幅な低減が必要である。翼面上の層流境界層の乱流遷移を遅らせる層流制御技術が抵抗低減を実現する有力な手段と考えられているが、その技術の確立にあたっては、まず境界層のT-S不安定性や横流れ不安定性の解析を行うツールと、その解析結果に基づいて遷移開始位置の予測を行うツールが不可欠である。

境界層の微小擾乱に対する不安定性を数値的に解析して遷移開始位置を予測する唯一の実用的な方法として、線形安定解析と e^N 法が用いられている。境界層中の微小擾乱の空間増幅率を特定の経路に沿って線形安定解析により求め、空間増幅率の積分値が経験的に推定される N 値になったとき、その位置を遷移開始位置と予測する。この方法を用いて、後退翼の前縁を模擬した後退円柱の付着線境界層の遷移¹⁾や、実機の主翼前縁付近の境界層の遷移²⁾が予測されている。

筆者は、2次元翼または後退翼まわりの流れを計算するNavier-Stokesコード、境界層中の微小擾乱の空間増幅を空間進行法により計算するparabolized stability equations (PSE)コード、微小擾乱の空間増幅率を積分する e^N 法コードからなる境界層遷移予測システムを開発した。そして、このシステムを超音速流中に置かれた後退円柱の境界層に適用し、横流れ擾乱によって起こされる遷移の開始位置を予測

した。

2. 境界層遷移予測システム

境界層遷移予測システムは、Navier-Stokesコードによる圧縮性境界層の計算、線形PSEコードによる初期微小擾乱とその空間増幅の計算、 e^N 法コードによる空間増幅率の積分といった3つのプロセスからなる。遷移予測システムのフローを図1に示す。このシステムは全て一般化曲線座標で定式化されており、2次元翼または後退翼の境界層に容易に適用できる。

2.1 Navier-Stokesシミュレーション

マッハ数3.5、円柱直径 D を代表長さとするレイノルズ数 1.05×10^6 の一樣流中に後退角60度の無限円柱が置かれている(図2)。この円柱のまわりにTakanashiの方法³⁾に基づくコードを用いて 448×361 点のC型格子(図3)を生成し、このC型格子9つで3次元格子を構成する。

Navier-Stokesコードの支配方程式は以下の保存型の薄層近似Navier-Stokes方程式である。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta}$$

上式を有限体積法で数値的に解く。非粘性流束はChakravarthy-OsherのTVDスキーム⁴⁾を用いて空間3次精度で、粘性流束はGaussの定理に基づく中心差分に相当する方法を用いて空間2次精度で計算する。時間進行法にはPulliam-Chausseeの対角化ADI法⁵⁾を用いる。計算時間の節約と正確な境界層計算

*1 航空宇宙技術研究所

のため、非粘性流をローカル・タイムステップで収束させた後、それを初期流れとして粘性流をタイム・アキュリットで計算する。

流入境界と流出境界は一樣流で固定する。円柱のスパン方向の境界には周期条件を課す。円柱表面は断熱で滑りなしとする。

2.2 線形安定解析

ξ 方向に非平行な境界層中の微小擾乱は次式で表される。

$$\tilde{q}(\xi, \eta, \zeta, \tau) = \tilde{q}(\xi, \eta) \exp \left[i \left\{ \int_{\xi_0}^{\xi} \alpha(\xi) d\xi + \beta \zeta - \omega \tau \right\} \right]$$

ここで $q = (u, v, p, T, w)^T$ で、複素数である。 α も複素数で、 α_i が ξ 方向の波数、 $-\alpha_i$ が ξ 方向の空間増幅率である。 β は実数の ζ 方向の波数、 ω は実数の振動数である。この微小擾乱を薄層近似Navier-Stokes方程式に代入し、擾乱の2次以上の項を落とすことで以下の線形PSEを得る。

$$D \tilde{q} + A \frac{\partial \tilde{q}}{\partial \xi} + B \frac{\partial \tilde{q}}{\partial \eta} = V \frac{\partial^2 \tilde{q}}{\partial \eta^2}$$

ここで D, A, B, V は 5×5 行列である。 ξ 方向の微分は1次精度の後退差分で、 η 方向の微分は2次精度の中心差分で近似する。

初期擾乱を計算する場合、 \hat{q} が η のみに依存する関数であると仮定する。円柱表面と一樣流中で $\hat{q} = 0$ の境界条件を課すと、PSEは 5×5 ブロックの3重対角行列となる。この行列は α を固有値とする固有値問題に変形され、これにQR法を適用することで α とそれに対応する固有ベクトル \hat{q} が求まる。この初期擾乱の計算法はMalikのグローバル法⁹⁾を空間安定解析用に拡張したものである。

初期擾乱をPSEの放物型の特性和を利用して ξ 方向に空間進行させる。 α は前の位置での α と \hat{q} を正規化することで得られる $\Delta\alpha$ の和として求まる。この空間進行法はBertolottiらの方法⁷⁾に基づいている。

2.3 e^N 法

PSEコードで計算された $-\alpha_i$ を ξ 方向に積分することで N 値が求まる。 β と ω を固定した方法で横流れ不安定性を解析する場合、遷移開始位置の N 値は6~7と考えられる⁸⁾。

3. 計算結果

境界層遷移予測システムを後退円柱のコード方向の境界層に適用し、横流れ擾乱によって起こされる遷移の開始位置を予測する。

3.1 速度分布と温度分布

Navier-Stokesシミュレーションにより得られた $\theta = 23.3^\circ$ での速度分布と温度分布を図4に示す。 U

はコード方向の速度、 W はスパン方向の速度である。順圧力勾配により U は円柱表面近くで加速されている。次節で示される横流れ擾乱は、グローバル法で計算された空間増幅率がこの位置で最大となる。

3.2 横流れ擾乱の空間増幅

Creelらの実験⁹⁾で観察された定在波を参考にして、 $\beta = -1.024535, \omega = 0$ とした。 α, β は円柱表面を構成する正方形格子1辺の長さ(0.0127D)で無次元化されている。

グローバル法のみで計算された α_i と初期擾乱を空間進行させて得られた α_i を図5に示す。不安定性の開始位置である $\theta = 11.7^\circ$ から解析の終了位置である $\theta = 90.4^\circ$ までで、両 α_i にほとんど違いはない。グローバル法で計算された α_i を用いると、波数ベクトル (α_i, β) と外部流線方向がなす角度 ψ は、 $\theta = 11.7^\circ$ で $\psi = 91.2^\circ$ 、 $\theta = 30.6^\circ$ で $\psi = 93.9^\circ$ 、 $\theta = 90.4^\circ$ で $\psi = 96.2^\circ$ である。この結果は横流れ渦が外部流線方向に整列するという実験的事実と一致し、計算の正しいことを示している。

$-\alpha_i$ を図6に示す。空間進行法による $-\alpha_i$ はグローバル法による $-\alpha_i$ よりも小さくなっている。不安定性の開始位置あたりではコード方向の格子間隔が波長よりも大きい。それが空間進行法による $-\alpha_i$ の急な変化を引き起こし、結果として $-\alpha_i$ のピークを下げてしまったと考えられる。

空間進行法による $-\alpha_i$ が下流で振動を起こしている。グローバル法による $-\alpha_i$ には振動が見られないことから、境界層流れやメトリックに問題はない。初期擾乱を計算する位置を変えても同様の振動が起こることから、空間進行法そのものに振動の原因があると推測される。Changら¹⁰⁾はPSEが持つ楕円型の特性和(音波の上流への伝播)が振動の原因としている。

グローバル法の全計算時間はNWTのプロセッサ1台によるスカラー計算で約3時間半であり、さらに各位置で得られた多くの解の中から妥当な解を抽出する作業が必要である。一方、空間進行法の全計算時間はNWTのプロセッサ1台によるスカラー計算で約1時間であり、解は初期擾乱から連続して求まる。設計ツールとしては空間進行法の方が適している。

3.3 遷移開始位置の予測

$-\alpha_i$ を積分して得た N 値を図7に示す。グローバル法では $\xi = 14$ ($\theta = 32.1^\circ$)で $N = 6.27$ 、空間進行法では $\xi = 16$ ($\theta = 35.0^\circ$)で $N = 6.17$ であり、このあたりで定在波による遷移が始まると予測される。Creelらの実験⁹⁾では付着線で定在波以外の擾乱によ

る遷移が観察されており、このことが遷移開始位置の検証を不可能にしている。

4. まとめ

Navier-Stokesコード、線形PSEコード、 e^N 法コードからなる境界層遷移予測システムを超音速流中に置かれた後退円柱の境界層に適用し、定在波による遷移の開始位置を予測した。定在波の計算法により少しの違いがあるが、遷移開始の N 値を6とすると、付着線からの角度 $32^\circ \sim 35^\circ$ で遷移が始まると予測された。

グローバル法は安定して解が求まるが、多くの計算時間と各位置での解の判別を必要とする。空間進行法は初期擾乱から連続して解が求まるので、計算時間が少なく、解の判別も不要である。しかし、適切な格子間隔の設定や音波の上流への伝播の抑制といった課題を残している。これらの課題が解決されれば、空間進行法を組み込んだ遷移予測システムは層流制御技術にとって不可欠の設計ツールになるだろう。

参考文献

- 1) Malik, M.R. and Beckwith, I.E., "Stability of a Supersonic Boundary Layer along a Swept Leading Edge," AGARD-CP-438, pp. 3-1 to 3-9, 1989.
- 2) Woan, C.J., Gingrich, P.B. and George, M.W., "CFD Validation of a Supersonic Laminar Flow Control Concept," AIAA Paper 91-0188, January 1991.
- 3) Takanashi, S. and Takemoto, M., "A Method of Generating Structured-Grids for Complex Geometries and Its Application to the Navier-Stokes Simulation," CFD J., Vol. 2, No. 2, pp. 209-218, 1993.
- 4) Chakravarthy, S.R., "Development of Upwind Schemes for the Euler Equations," NASA-CR-4043, 1987.
- 5) Pulliam, T.H. and Chaussee, D.S., "A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm," J. Comput. Phys., Vol. 39, pp. 347-363, 1981.
- 6) Malik, M.R., "Finite-Difference Solution of the Compressible Stability Eigenvalue Problem," NASA-CR-3584, 1982.
- 7) Bertolotti, F.P., Herbert, Th. and Spalart, P.R., "Linear and Nonlinear Stability of the Blasius Boundary Layer," J. Fluid Mech., Vol. 242, pp. 441-474, 1992.
- 8) Arnal, D., "Boundary Layer Transition: Predictions Based on Linear Theory," AGARD-R-793, pp. 2-1 to 2-63, 1994.
- 9) Creel, T.R., Beckwith, I.E. and Chen, F.-J., "Effects of Wind-Tunnel Noise on Swept Cylinder Transition at Mach 3.5," AIAA Paper 86-1085, May 1986.
- 10) Chang, C.-L. and Malik, M.R., "Oblique-Mode Breakdown and Secondary Instability in Supersonic Boundary Layers," J. Fluid Mech., Vol. 273, pp. 323-360, 1994.

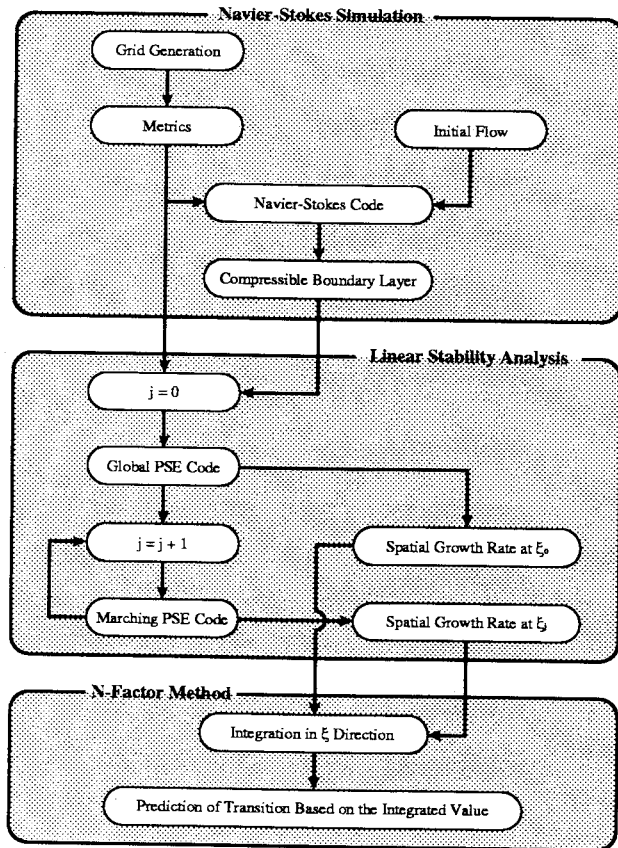


図1 境界層遷移予測システム

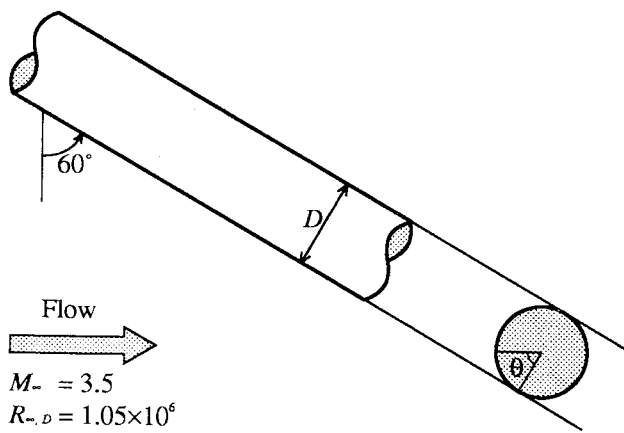


図2 無限後退円柱

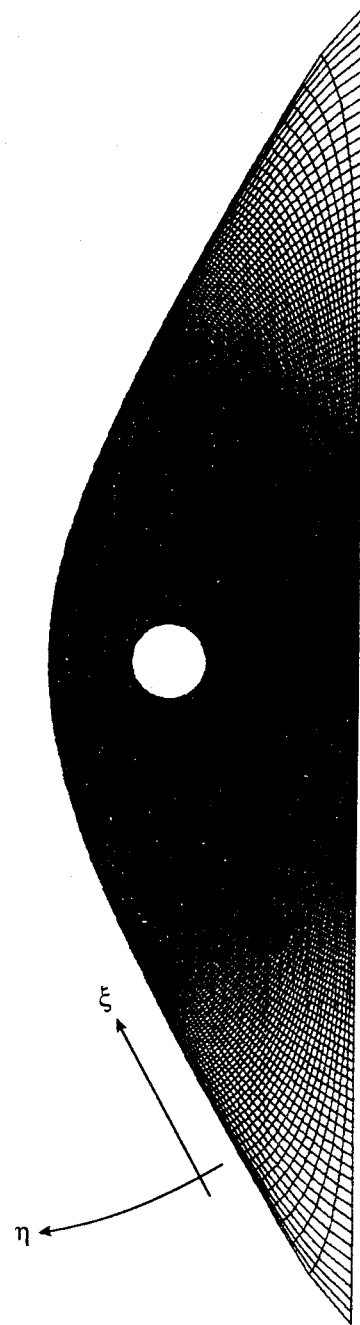


図3 計算格子

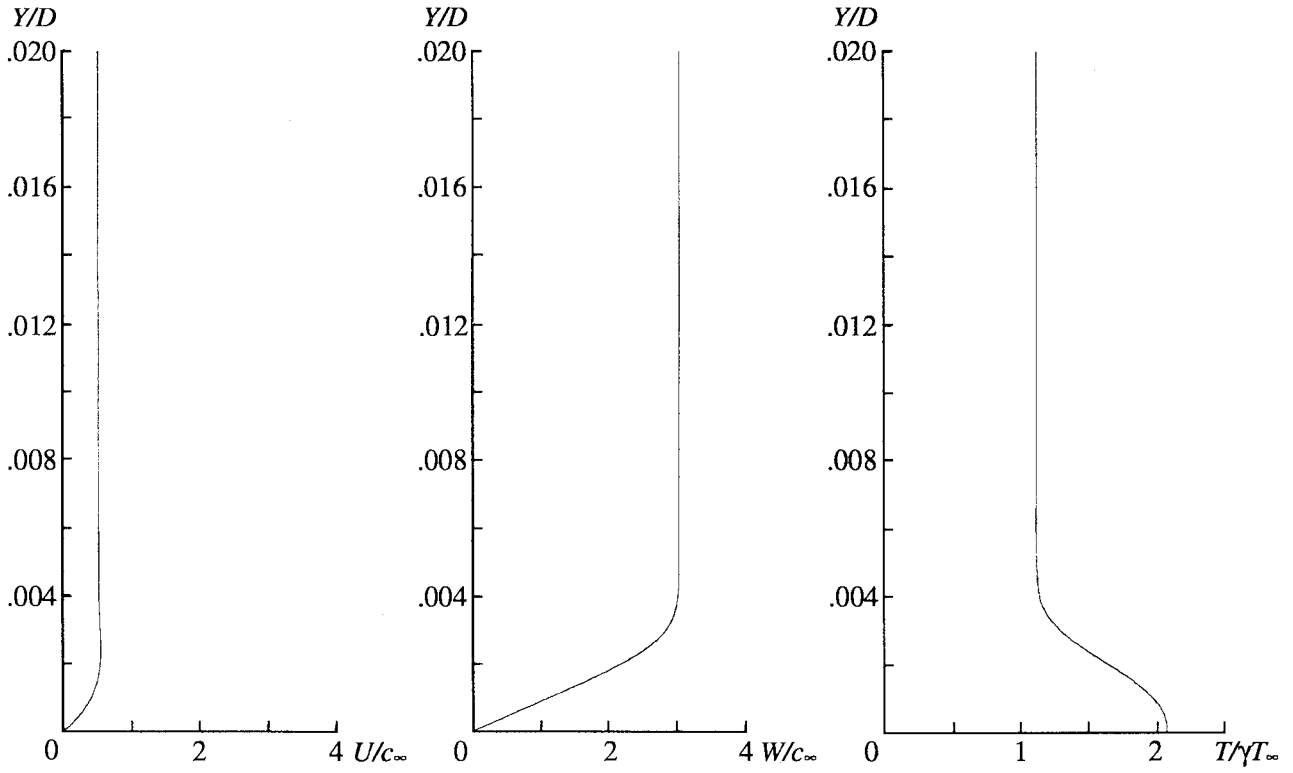


図4 $\theta = 23.3^\circ$ での速度分布と温度分布

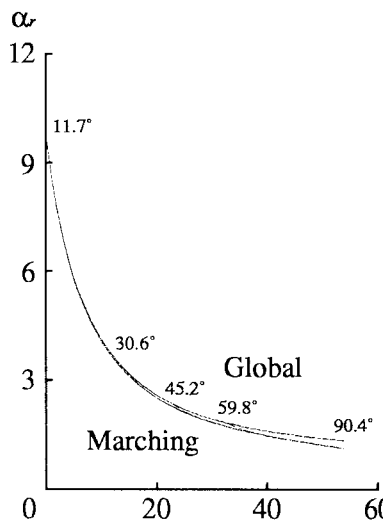


図5 ξ 方向の波数

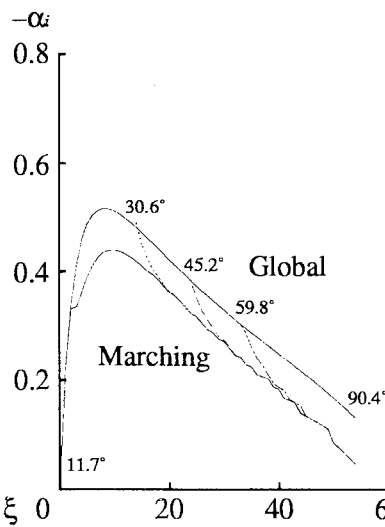


図6 ξ 方向の空間増幅率

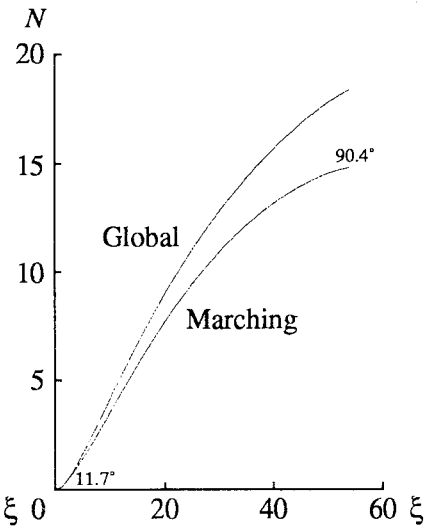


図7 N 値

