

翼まわりの大規模数値シミュレーション

○飯田博将*¹ 佐竹信一*² 河村洋*³ 松尾裕一*⁴

*1 東京理科大学 大学院 理工学研究科 機械工学専攻

*2 富山大学 工学部 機械知能システム工学科 講師

*3 東京理科大学 理工学部 機械工学科 教授

*4 航空宇宙技術研究所

Large-Scale Numerical Simulation of Flow over an Airfoil

by

Hiromasa Iida* Shinichi Satake*² Kawamura Hiroshi* Yuichi Matsuo*³

* Science University of Tokyo

*² Toyama University

*³ National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Recently, the development of computer power has enabled to make more large-scale numerical simulation for turbulent flows. In this paper, we report our studies on the simulation of flow around the NACA0012 airfoil without sweep in order to develop the practical DNS and LES technologies. The Reynolds number Re , based the uniform in-flow velocity and the chord length, is set to be 2.0×10^6 . Computations are now under going with the high-performance parallel supercomputer NWT at NAL.

1 緒言

乱流解析においては、NS (Navier-Stokes) 方程式が強非線形のため、一般解を求めることが難しく、従って従来の乱流の研究は理論的或いは実験的なものであったが、近年の飛躍的なコンピュータの発達により、数値解析が可能となり、それに伴いその解析方法もまた急速に進歩している。

本稿では、乱流の数値解析手法として格子平均モデル (Large Eddy Simulation, LES) を用いている。LES は、計算格子をエネルギー保有領域を解像できる程度に分割して、計算格子の幅より小さいスケール (Subgrid Scale, SGS) の運動の影響を SGS 乱流モデルで記述し、計算格子の幅より大きいスケール (Grid Scale, GS) の運動のみを計算することによって、直接数値計算 (Direct Numerical Simulation, DNS) より粗い計算格子でも乱流の数値解析を行うことを可能にする手法である。

この手法によれば直接数値計算よりも比較的複雑な流れ場で、高いレイノルズ数の流れ場を計算することが出来る。しかし計算格子の切り方やSGS乱流モデルの改善^[1]がまだ必要である。

本稿では、まずSGS乱流モデルとして従来から使用されている基礎的なモデルとしてSmagorinsky modelを用いて計算を行う。このSGS乱流モデルは、様々な流れ場に使用されて

いるが、壁面漸近挙動の再現ができないこと、Smagorinsky定数と呼ばれるモデルパラメータを流れ場に応じて変えなくてはいけないこと、層流乱流間の遷移現象が把握できないこと等の欠点がある。

近年Germano^{[2][3]}らによって提案されたDynamic SGS modelはフィルタリングという操作を行いSmagorinsky定数を流れ場から動的に導くことができる手法として注目を浴びている。翼まわりの流れの数値解析は、これまでKaltenbach^[4]がレイノルズ数 1.64×10^6 を約200万ほどの格子で解いており、Jansen^[4]も同様のレイノルズ数をほぼ同じ格子点数で有限要素法で計算している。

本稿では、3次元翼まわりを解析対象として、以上2種類のLES乱流モデル (Smagorinsky model, Dynamic SGS model) を適用した計算を行い、その結果を報告するものである。

2. 基礎方程式及び解法

計算対象は、ここでは断面形状が上下対象・後退角のない三次元翼 (NACA0012) とした。(Fig. 1) トポロジーはC型とし、外周はコード長の3倍の位置に設定、ウエークでは上下の格子線を一致させ、スパン長はコード長の半分とした。計算領域は、全翼まわりとし、流れ方向を x 、流れと垂直方向を y 、スパン方向を z としてこれらを計算座標系で ξ 、 η 、 ζ

に置き換えた。代表長さ、代表速度はそれぞれコード長、一様流入速度とした。(Fig. 2) Table1に計算条件を示す。

計算のLES基礎方程式(連続の式・NSの式)は、次のように与えられる。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \quad (2)$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

$$= L_{ij} + C_{ij} + R_{ij} \quad (4)$$

式中の τ_{ij} は、対流項に対するフィルタリングによって生じる。また L_{ij} 、 C_{ij} 、 R_{ij} は大スケール渦の場合に対する見かけの応力でそれぞれレオナード項、クロス項、レイノルズ項と呼ばれ、これらの項に対してSGS乱流モデルを施す。Smagorinsky model(以下 S-model)は渦粘性近似型のモデルでレオナード項、クロス項の和を0と考えレイノルズ項のみをモデル化するものであり、以下のように与えられる。

$$\tau_{ij} (= R_{ij}) = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \cong \overline{u_i u_j} \quad (5)$$

$$= -\nu_{SGS} 2\bar{S}_{ij} \quad (6)$$

$$\nu_{SGS} = (C_s f \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (7)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

$$\bar{S} = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

式中の C_s は唯一のモデル定数であり一般にSmagorinsky定数と呼ばれ、それぞれの流れ場に応じて最適化する必要がある、本稿では0.15を用いた。また、壁ですべり無し条件を課す場合、壁面上で $\tau_{ij}=0$ すなわち $\nu_{SGS}=0$ でなければならない。しかし、平均流に強い速度勾配がある場合 \bar{S}_{ij} はこれを満足しない。したがって、通常は、Van Direst型の減衰関数 $f=1-\exp(-y/25)$ をフィルタ幅 Δ に乗じて修正を行う。この減衰関数は経験的なものであり、壁からの無次元距離 y だけ離れたところで一様な減衰を与えるため、乱れの局所性を反映できない欠点がある。SGS乱流モデルに関する最近の研究はこのS-modelを改良する傾向^[6]にあり、本研究では以下に示すGS成分の挙動から直接 Smagorinsky定数 C_s にかわるパラメータ C を計算できるDynamic SGS model(以下 D-model)を考える。パラメータ C は、Lillyによる最小二乗法を用いて次のように表すことが出来る。

$$C = -\frac{L_{ij} M_{ij}}{2\Delta^2 M_{ij} M_{ij}} \quad (10)$$

$$M_{ij} = \alpha^2 \bar{\bar{S}}_{ij} - \bar{\bar{S}}_{ij} \bar{\bar{S}}_{ij} \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{\bar{\Delta}}{\Delta} \quad (12)$$

また、パラメータ C は空間の関数のため局所的に C が負の値を取ることがあり、これが逆輸送(Back-scatter)を表すとの考えもあるが、実際には負粘性による不安定から数値計算は実行できないため、スパン方向に平均をとり負の値は0に置き換えて行った。

物理空間でのフィルターは、計算を簡単にするために直交等間隔のスパン方向のみ掛けることにした。ここでフィルターに用いる差分式は、谷口らによる式^{[7][8]}を用いた。

$$\bar{\bar{u}}_i = \bar{u}_i + \frac{\gamma^2}{24} (\bar{u}_{i+1} - 2\bar{u}_i + \bar{u}_{i-1}) \quad (13)$$

$$\bar{\bar{u}}_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\bar{u}_i + \bar{u}_{i-1}) + \frac{\gamma^2 - 3}{48} (\bar{u}_{i+1} - \bar{u}_i - \bar{u}_{i-1} + \bar{u}_{i-2}) \quad (14)$$

これらの式を境界適合座標系(Boundary-Fitted Coordinate grid, BFC)と呼ばれる格子系に変換する。フィルタ幅 Δ は、ヤコビアン(要素体積の)1/3乗とした。

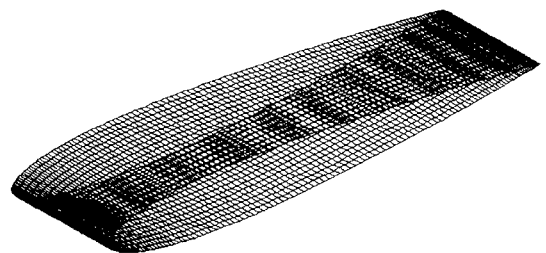


Fig.1 Overview of an airfoil configuration.

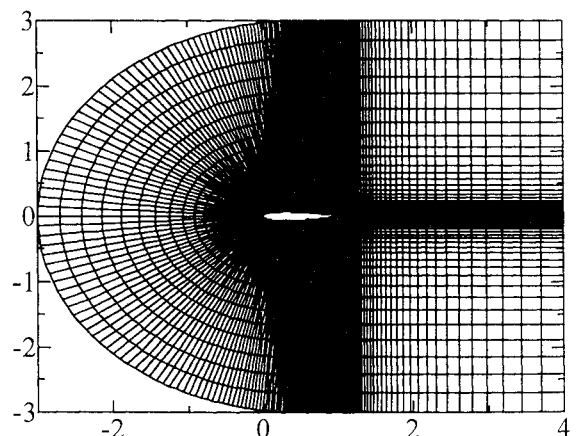


Fig.2 Side view of the computational grid.

Table1 Calculation Method & Condition 括弧内は今後の目標数

Grid	Staggered Mesh
Coupling Algorithm	Fractional Step
Time Advancement	Euler Method
Discretization Scheme	Convection Term Viscous Term
	2nd Central 2nd Central
Boundary Condition	Streamwise Spanwise
	Uniform In-flow, Free Out-flow Periodic
Grid Number	191 × 32 × 16 (382 × 64 × 32)
Time Step	$\Delta t = 0.000001$
Reynolds Number	Re=5,000, 200,000
LES Model	Smagorinsky, Dynamic

3. 結果

Fig. 3に全体の圧力場を示す。どのケースも全体的に右辺部で圧力が下がっている(図中黒部)のが分かる。これは、圧力ポアソンの式を解く際に右辺部での境界条件を基準圧力面として0としているためと考えられる。また(a)の圧力分布が他のものに比べて乱れていることが分かる。これは、レイノルズ数が小さいものの、メッシュが粗くかつ、モデルを施していないため、計算が不安定になっているためと思われる。

Fig. 4に翼後端部の拡大図を示す。レイノルズ数5,000のケースが定常的な速度分布になっているのに対し、レイノルズ数200,000の方は、複雑に乱れていることが分かる。またS-modelに比べてD-modelの方の速度分布は、やや滑らかになっており翼端上部下部ともに逆速度勾配が発生している。

Fig. 5に翼先端部の拡大図を示す。異なるレイノルズ数のそれぞれの壁面近傍を見ると粘性底層の厚さの違いが分かる。また、(c)は、格子数が大きい $382 \times 64 \times 32$ のケースである。(a)(b)は壁面に衝突する時に壁面近傍の格子が粗いために先端前部で数値振動を起こしている(図中黒い部分の中の白い点)のに対し、(c)のケースは数値振動を起こしていない。

Fig. 6に3次元的な圧力分布を示す。今回の計算では、一様にu方向のみ一様な流入速度を入れたためにスパン方向へ乱れがなく、従ってどのケースも帯状の分布になっている。

Fig. 7にD-modelで計算された定数Cの瞬時場の分布を示す。可視化した値は、 $-1.0e-5 \sim 1.0e-5$ でSmagorinsky-model定数 C_s の値から考えて見ても小さいことがわかる。これは、先に述べたようにスパン方向の乱れが極端に少ないためと考えられる。メッシュが粗い所で急激な形状変化をしている部分やメッシュの粗密の変化が激しい部分では、Cの分布が振動していることが分かった。

Fig. 8に翼後端部の拡大図を示す。後端部では正負が激しく入り乱れている。今回の計算では、瞬間的に約40%の負の値が現れた。

4. あとがき

以上、翼まわりの流れを対象に、LESの実用化に向けて大規模な計算を行った。またSmagorinsky-modelとDynamic-modelでの挙動の違いを示した。

なお、本研究は「計算科学技術共同研究」として、航空技術研究所^{[9][10]}、東京大学生産技術研究所、工学院大学の間で行っているものである。

参考文献

1. 数値流体力学編集委員会, "乱流解析" 東京大学出版会, 1995, (3)pp. 67-118.
2. Germano, M., Piomelli, U., Moin, P., and Cabot, W.H., "A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model." Phys.Fluid, 1991, A3(7)pp.1760-1765.
3. Zang, Y., Street, R.L., and Koseff, J.R. "A dynamic mixed subgrid-scale model and its application to turbulent recirculating flows" Phys.Fluid, 1993, A5(12)pp.3186-3196.
4. Kaltenbach, H-J., et.al., "Large-eddy simulation of flow around an airfoil on a structured mesh", Annual Research Briefs, CTR, NASA Ames/Stanford Univ., 1996, pp.51-60.
5. Jansen, K., "Large-eddy simulation of flow around a NASA 4412 airfoil using unstructured grids," Annual Research Briefs, CTR, NASA Ames/Stanford Univ., 1996, pp.61-72.
6. 谷口, "ラージ・エディ・シミュレーション(その1 LESモデルと数値計算法)", ターボ機械, 第4巻第6号, 1996年6月, pp. 46-52.
7. 谷口、載、小林, "Dynamic SGSモデルの差分法による定式化", 第9回生研NSTシンポジウム, 1994, pp. 49-52.
8. 田中、坪倉、小林、谷口 "ダイナミック SGSモデルの差分法による定式化とチャネル乱流による評価", 第10回数値流体力学シンポジウム, 1997年12月
9. 松尾, "翼まわり流れのLESの実現へ向けて", 第11回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 1997年12月, pp. 181-182.
10. 松尾, "翼まわり流れの差分法によるLES", 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 1998年6月, pp. 65.

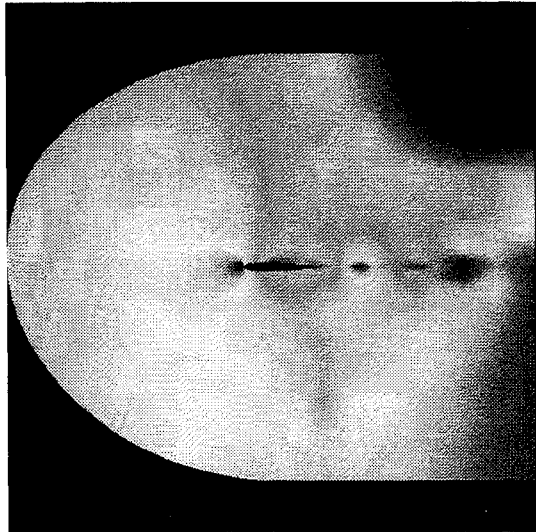
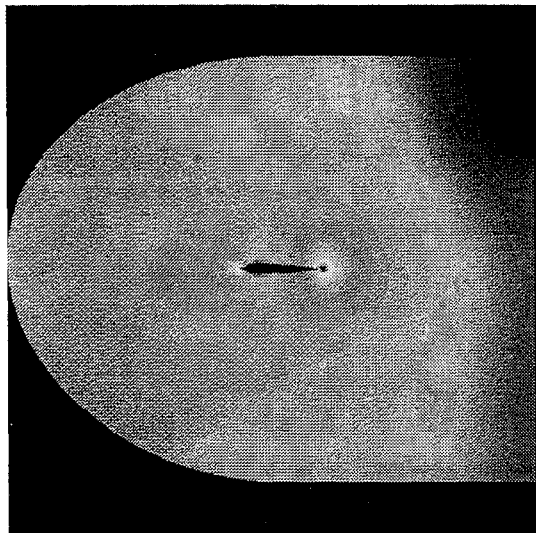
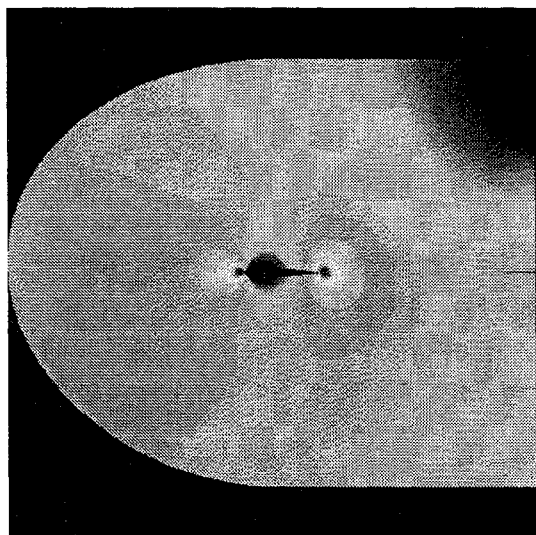
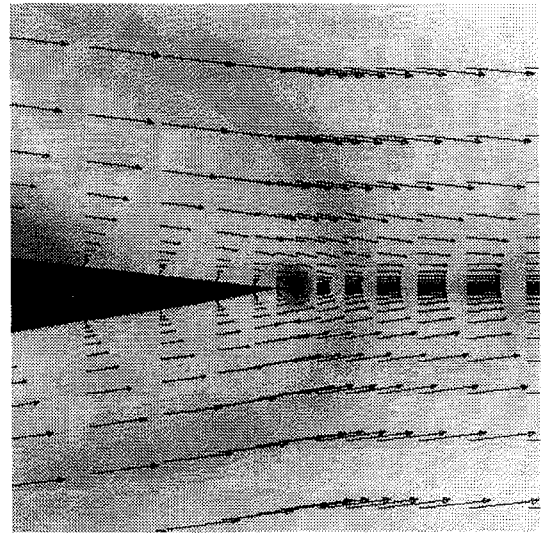
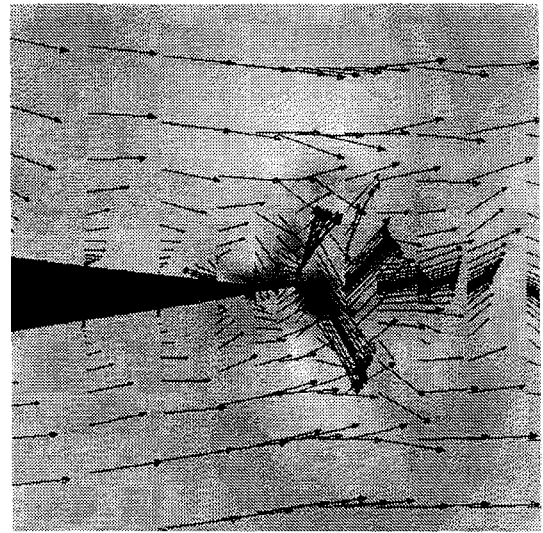
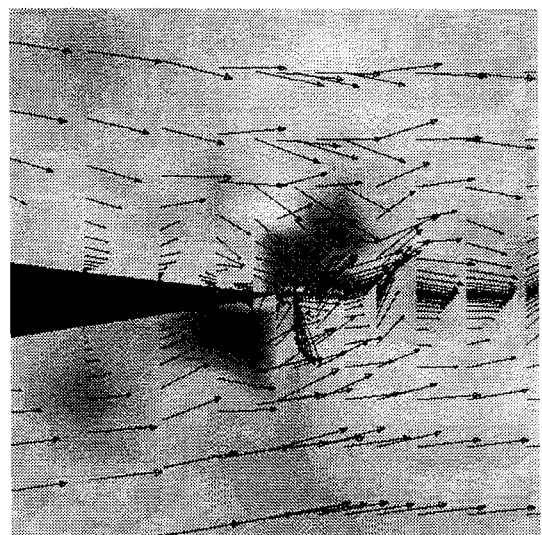
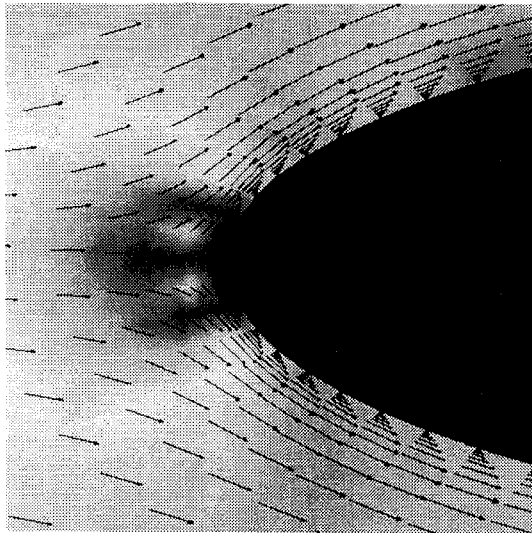
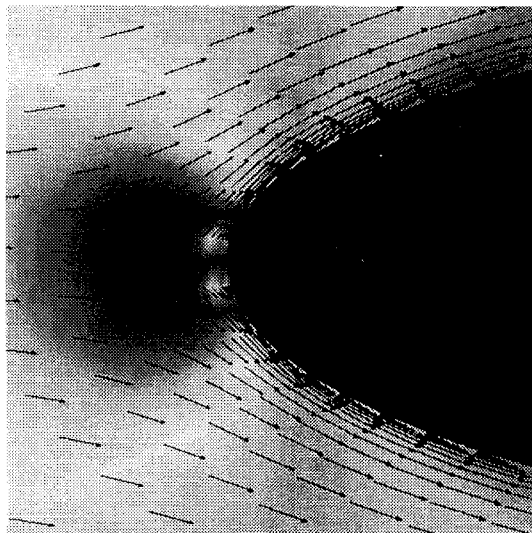
(a) $Re=5,000$ (without model)(b) $Re=200,000$ (S-model)(c) $Re=200,000$ (D-model)

Fig.3 Contour map of pressure

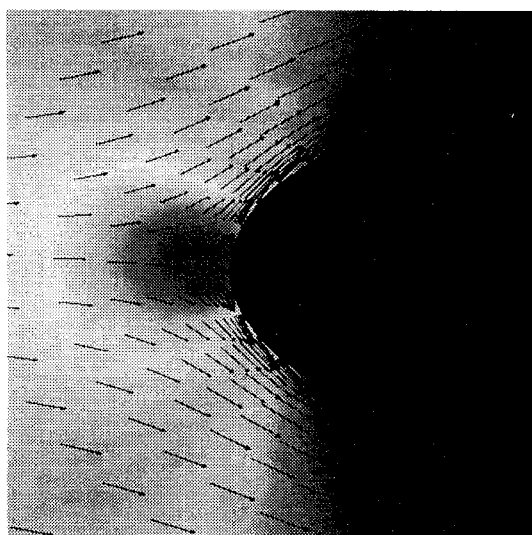
(a) $Re=5,000$ (without model)(b) $Re=200,000$ (S-model)(c) $Re=200,000$ (D-model)Fig.4 Velocity vector and contour map of pressure
(at the trailing edge of an airfoil)



(a) $Re=5,000$ (without model)

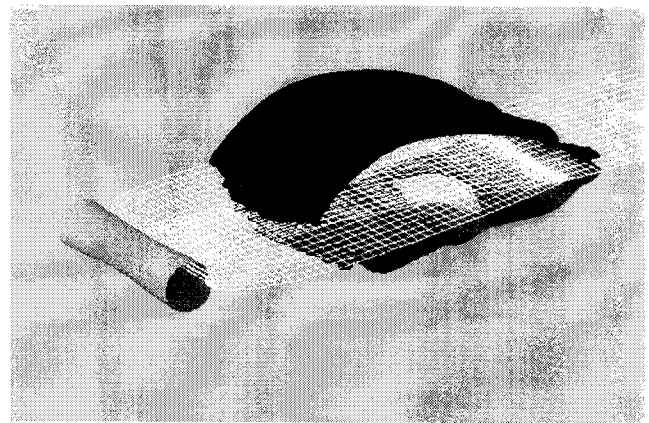


(b) $Re=200,000$ (S-model)

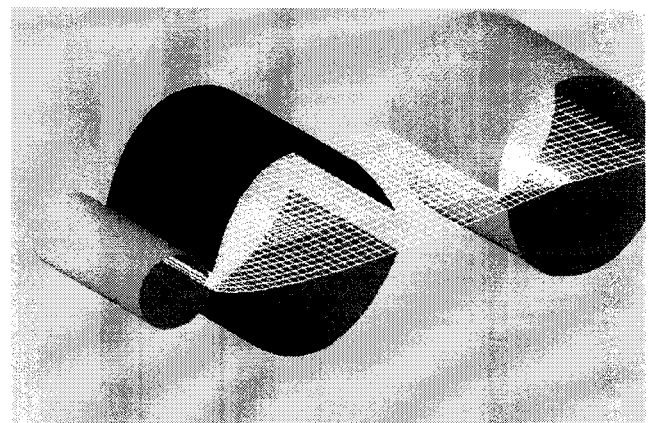


(c) $Re=200,000$ (S-model) large-mesh($382 \times 64 \times 32$)

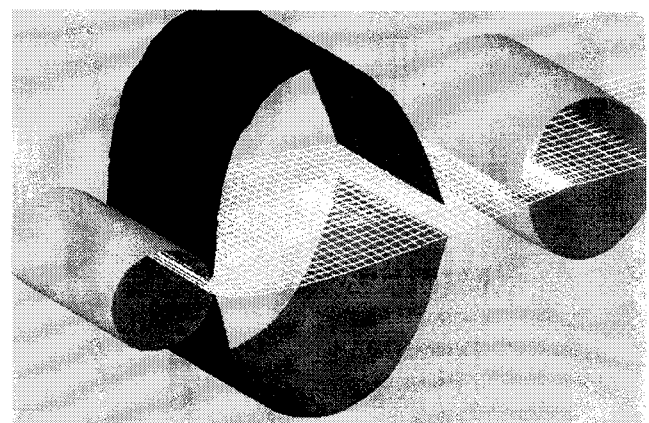
Fig.5 Velocity vector and contour map of pressure
(at the leading edge of an airfoil)



(a) $Re=5,000$ (without model)



(b) $Re=200,000$ (S-model)



(c) $Re=200,000$ (D-model)

Fig.6 Pressure distribution of an airfoil

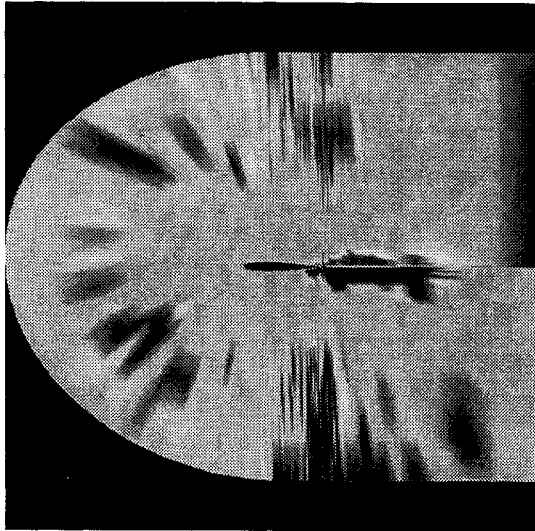


Fig.7 Contour map of dynamic constant $C(=C_s^2)$

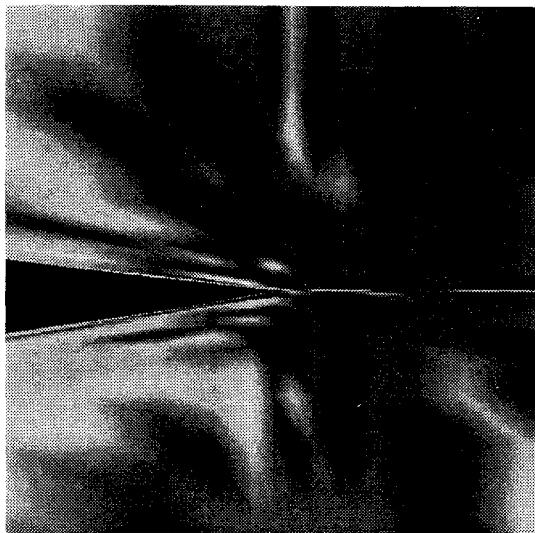


Fig.8 Contour map of dynamic constant $C(=C_s^2)$
(at the trailing edge of an airfoil)