

チャンネル流遷移の直接シミュレーション

山本稀義¹、高橋直也²、神部勉³

Direct Numerical Simulation of Channel Flow Transition

Kiyoshi YAMAMOTO¹, Naoya TAKAHASHI² and Tsutomu KAMBE³

ABSTRACT

Laminar-turbulent transition of channel flow is directly simulated on a parallel-super computer. To calculate the Navier-Stokes equation, a Fourier-Chebyshev spectral method is applied. For a super-critical transition, the simulation starts with an initial velocity given as the basic flow plus small disturbances, and the evolution of the disturbances is pursued until the flow breaks down to turbulence. On the other hand, for a sub-critical transition, the secondary instability induced by an initial flow given as the basic flow plus a Tollmien-Schlichting wave with a large assigned amplitude is simulated. Numerical results obtained by the simulation agree well with ones obtained by the linear stability theory and experiments.

Key Words: channel flow, transition, DNS, Tollmien-Schlichting wave, Λ vortex

1. はじめに

基本的剪断流の中でチャンネル流は平行流の仮定が厳密に成立することから、これまで理論的にも実験的にもしばしば研究されてきた。この性質はまた計算する場合にも都合が良く、チャンネル乱流の直接シミュレーション (DNS) が盛んに行われている所以である¹⁾。

剪断流の層流から乱流への遷移機構は理論的には主として線形安定性理論によって研究されてきた。しかし、遷移は最終段階では3次元攪乱の非線形増幅によって完成するので、線形理論のみで遷移過程を全て記述することは出来ない。一方、航空機の設計等で翼面境界層の遷移予測法として使用されている e^N 法は線形理論に基づくので²⁾、遷移過程における線形増幅領域を明確に把握することは応用分野においても重要である。本研究は翼面境界層の遷移で重要な役割を果たしているTS波不安定による遷移過程を明らかにする目的で、同じ遷移機構を持つチャンネル流遷移の精密なDNSを行った。

2. 計算法の説明

流れの座標系は図1の様に、基本流 $U(=1-z^2)$ の方向に x 、壁に垂直に z 、スパン方向に y を

¹⁾ 航空宇宙技術研究所、²⁾ 東京大学大学院

³⁾ 東京大学理学部

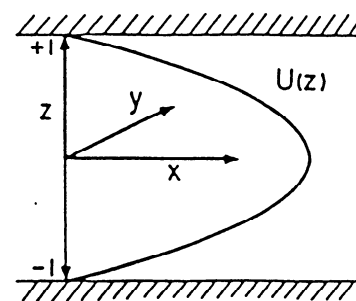


図1 チャンネル流

とる。流れを $U+\mathbf{u}$ と分解し、乱れ成分 $\mathbf{u}(u,v,w)$ は x,y 方向に周期性を仮定して

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k_x} \sum_{k_y} \mathbf{u}(k_x, k_y, z, t) \exp(ik_x x + ik_y y) \quad (1)$$

とフーリエ級数展開して表す。(計算領域 $L_x = L_y = 4\pi$ で、 $k_x = (2\pi/L_x)n_x$ 、 $n_x = 0, \pm 1, \dots$ である。) $\mathbf{u}(k_x, k_y, z, t)$ はナビエ・ストークス方程式から x 、 y 方向にフーリエ・スペクトル法、 z 方向にチェビシェフ・コロケーション法を適用して計算される。この時、ナビエ・ストークス方程式の時間積分にはAdams-Bashforth-Crank-Nicolson法を使用する。レイノルズ数 R はチャンネルの半幅と中心(最大)速度で定義される。計算には航空宇宙技術研究所の並列計算機NWTが用いられる。

チャンネル流の臨界レイノルズ数 R_c は線形安定理論から5772と導かれている³⁾。したがって、レイノルズ数が R_c より大きい場合は微小攪乱からTS波の線形増幅によって遷移が実現出来る。一方、レイノルズ数が R_c より小さい場合は微小攪乱の線形増幅は実現しないので、初期速度場にあらかじめ有限振幅 ($\cong 10^{-2}$) のTS波を加えた2次元不安定遷移のDNSを行う⁴⁾。これは実験における振動リボンによる強制的遷移をシミュレーションしている⁵⁾。

3. 超臨界遷移のDNS ($R=10000$)

超臨界遷移のシミュレーションとして $R=10000$ のDNSを実施した。図2は遷移過程における攪乱の種々のモードの発達過程を示す。横軸 t は無次元時間で、縦軸 E は乱れのフーリエ成分 (k_x, k_y) のエネルギー (の2倍)

$$E(k_x, k_y) = \frac{1}{2} \int |\mathbf{u}(k_x, k_y, z)|^2 dz \quad (3)$$

を表す。図中の実線は2次元攪乱 $E(k_x, 0)$ 、破線は3次元攪乱 $E(k_x, k_y)$ を示し、 $0 \leq n_x, n_y \leq 7$ のモードの発達過程が描かれている。

攪乱の初期条件は

$$E(k_x, k_y) = 10^{-10} \quad \text{for } 0 \leq |n_x|, |n_y| \leq 7 \\ = 0 \quad \text{otherwise}$$

と励起された。

時間と共に2次元のTS波 $E(1,0)$ が指数関数的に増幅するが、これは線形増幅の特徴で、その勾配は線形安定理論の増幅率とよく一致している。

さらに、このTS波のエネルギーがほぼ 10^{-4} に到達する ($t \sim 1600$) と3次元攪乱 (破線) が急激に成長してきて、流れは急速に乱流に遷移することがわかる。この様な3次元攪乱の不安定は、TS波の振幅が 10^{-2} (E では 10^{-4}) を超えた場合に発生する2次的 (非線形) 不安定性から誘起された現象で、実験的観測ともよく一致している。

本シミュレーションでは全遷移期間は約1800と見ることが出来る。その内、TS波 $(1,0)$ の線形増幅期間は100~1600と考えられ、これは前記全遷移期間の80%以上を占めている。したがって、この様な遷移過程については、全遷移期間を線形

増幅期間から推定しても良い近似値が得られるので、前記の e^N 法による遷移予測法はよい近似となると言える。しかし、初期攪乱が大きくなると線形増幅期間は相対的に短くなるので、 e^N 法の精度は悪くなるのが分かる。また、本計算は攪乱の時間的増幅を計算した結果であるが、空間的増幅の場合についても座標変換すれば同様に考えることが出来る。

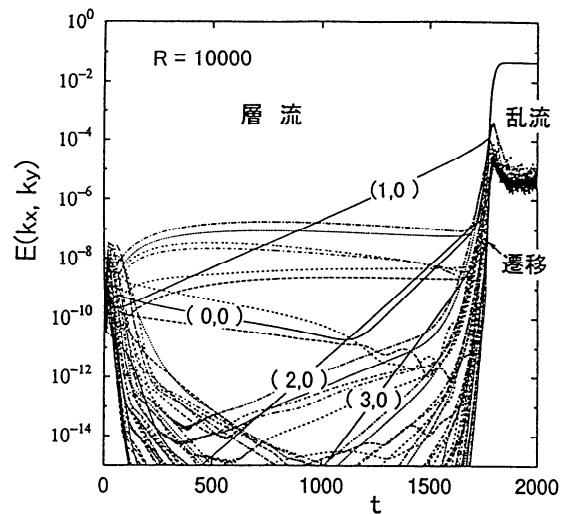


図2 超臨界遷移 ($R=10000$) のシミュレーション

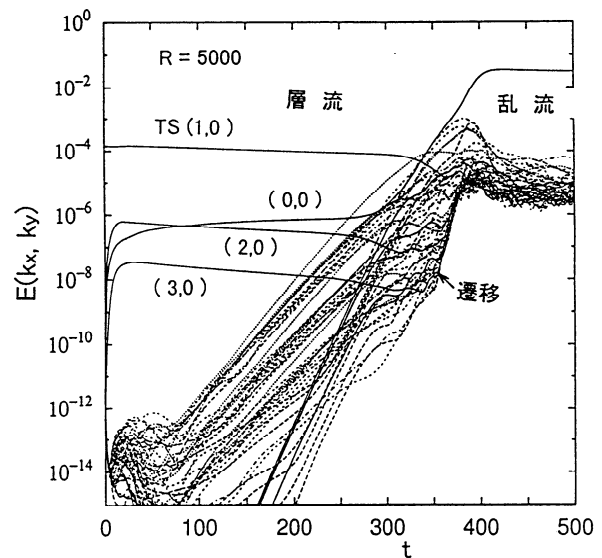


図3 亜臨界遷移 ($R=5000$) のシミュレーション

4. 亜臨界遷移のDNS ($R = 5000$)

実験的にはレイノルズ数が R_c 以下でも乱流に遷移することが知られているが、この様な遷移過程をシミュレーションするためには初期に大きな攪乱または大振幅のTS波を加えておくことが普通である。これは実験で振動リボンによって大振幅攪乱を加えて3次元化攪乱の非線形不安定を誘起することに対応している⁵⁾。図3は $R = 5000$ で初期にTS波のエネルギーを $E(1,0) = 1.4 \times 10^{-4}$ と与えた場合の遷移過程の計算結果を示す。 $E(1,0)$ 以外の攪乱成分は $E(k_x, k_y) = 10^{-12}$ と与えられた。これは丁度図2 ($R = 10000$) の時刻 $t \approx 1600$ の流れの状態を与えた場合とも考えることが出来る。計算結果は亜臨界レイノルズ数における有限振幅TS波の2次不安定性によって誘起される3次元微小攪乱の増幅過程を示している。

5. 非線形遷移領域の渦構造

前節まではレイノルズ数が5000と10000のTS波型遷移における種々のモードの発達過程を見てきた。TS波については2次元TS波が最大の増幅率を持つことが知られていて、DNSの結果は線形安定方程式(OS方程式)から計算された増幅率とよく一致する。2次元TS波が発達して大振幅になると、このTS波による2次(非線形)不安定性が発生し、それまで安定であった3次元微小攪乱の増幅が始まる。その結果、2次元TS波の一定なスパン(y)方向の振幅に高低の波(peak-valley)が発生し、それが時間と共に発達することによって、流れの3次元化が進行する。この様なpeak-valley構造は流れの中のΛ型の渦の発生と密接に関連している。図4と図5に $R = 10000$ と $R = 5000$ の非線形遷移領域に発生するΛ渦を示す。これらの図では渦度の等値面が可視化されている。図4(a)はΛ型の渦がスパン方向に平行なTS波のuの負の領域に並んで発生することを示す。また、図4(b)はΛ渦が時間と共にスパン方向にさらに密に発達すると共に、1部分では微細な乱流構造が発生していることを示している。なお、これらの結果は $R = 10000$ でも非線形遷移領域を早く得るため、流れの初期条件

に図3と同様な有限振幅のTS波を与えた場合のシミュレーションによって得られた結果であるので、各(a)、(b)の時刻 t は図2の場合とは異なっている。一方、図5は図3のシミュレーションの結果を可視化したもので、図5(a)はΛ渦がスパン方向に2列に並んでいるが、(b)では発生した高渦度領域が流れ(x)方向に伸びてつながり、渦のストリーク構造が実現していることを示している。図4と図5に示されたΛ渦の発達過程の違いはレイノルズ数の違いによるものと考えられるが、その機構は今後の問題である。

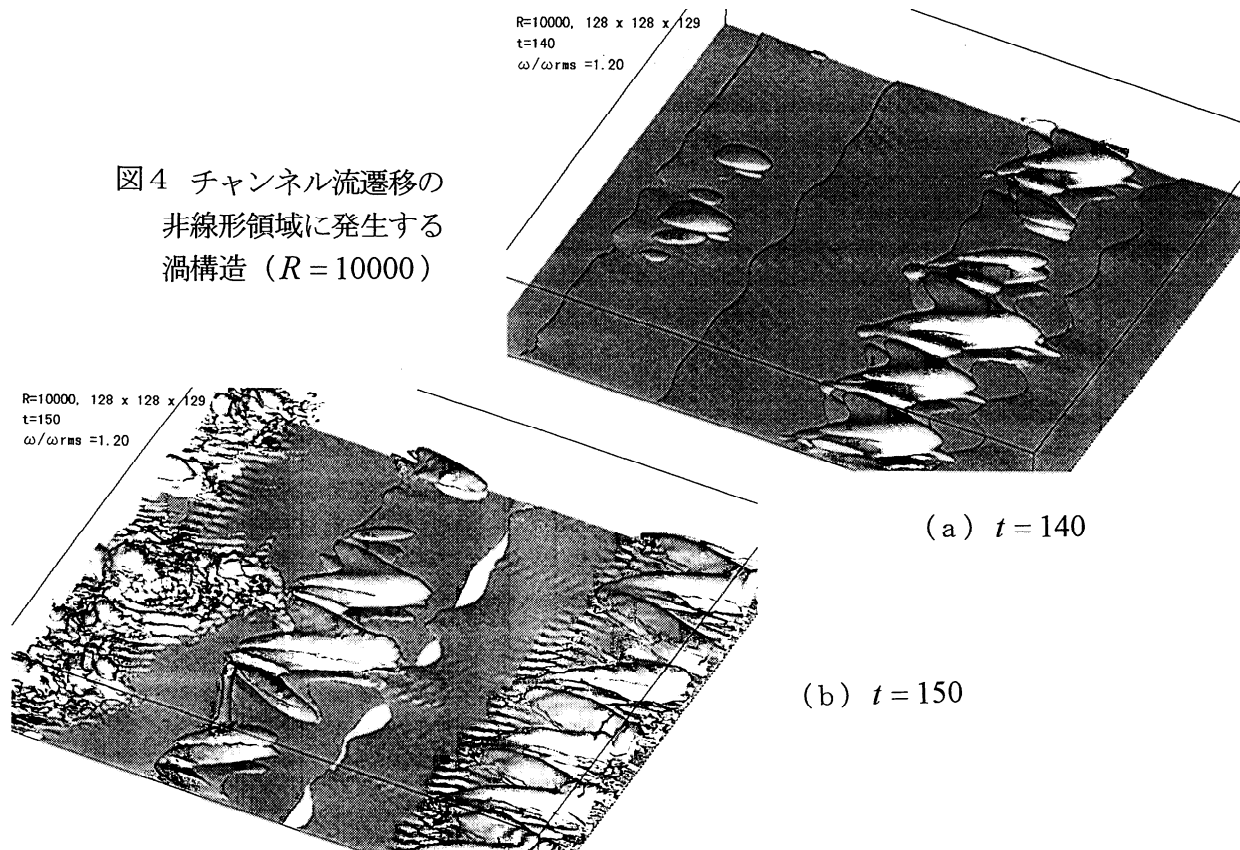
6. むすび

翼境界層の遷移で重要なTS波型遷移の力学機構を解明するため、同じ遷移機構を持つチャンネル流遷移のDNSを実施した。超臨界遷移としてレイノルズ数が10000、亜臨界遷移として5000の遷移過程がシミュレーションされた。計算結果は線形安定理論及び従来の実験結果とよく一致し、本シミュレーションの精度が検証された。また、大振幅TS波によって誘起された2次不安定性による流れの3次元化の過程で基本的役割を果たすΛ渦の発達過程を可視化した。その結果、高渦度領域は $R = 10000$ の場合はスパン方向に発達するが、 $R = 5000$ の場合は流れ方向に発達し、ストリーク構造が実現することが分かった。

参考文献

- 1) Canuto, C. et al: *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer Verlag, 1988.
- 2) Srokowski, A. J. & Orszag, S. A.: AIAA Paper 77-1222 (1977).
- 3) Orszag, S. A.: J. F. M., Vol. 50 (1971) 689.
- 4) Yamamoto, K.: Numerical Simulation on Laminar-Turbulent Transition of Channel Flow with Simulated Wall Roughness, in *Laminar-Turbulent Transition* (ed. Kobayashi, R., Spriger, 1995) 245.
- 5) Nishioka, M. et al: J. Fluid Mech. Vol. 72 (1975) 731-751.

図4 チャンネル流遷移の
非線形領域に発生する
渦構造 ($R = 10000$)



(a) $t = 140$

(b) $t = 150$

図5 チャンネル流遷移の
非線形領域に発生する
渦構造 ($R = 5000$)

