# 航空宇宙技術研究所特別資料 

 SPECIAL PUBLICATION OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORYSP－44

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム’99論文集

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム運営委員会

1999年12月

航 空 宇 宙 技 術 研 究 所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム＇99運営委員

## 委員長 上田 哲彦（構造研究部）

委 員 ○岩宫 敏幸（計算科学研究部）

○末松 俊二（革新宇宙プロジェ外推進センター）

山本 行光（流体科学総合研究が $ッ ー フ ゚) ~$

齊藤 茂（流体科学総合研究グループ）

福田 正大（計算科学研究部）

廣瀬 直喜（計算科学研究部）

松尾 裕一（計算科学研究部）

中道 二郎（構造研究部）

○江尻 宏（構造研究部）

山根 敬（航空推進総合研究グループ）

山本 一臣（航空エンジン研究部）

石垣 博（角田宇宙推進技術研究センター）

田村 洋（听ッ卜推進研究部）

伊藤 勝宏（ラムジェット推進研究部）

# 航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム <br> －’ 99 <br> 論 文 集 <br> Proceedings of Aerospace Numerical Simulation Symposium 99 

開催 期日 平成11年6月16日（水）～18日（金）

開催 場所 航 空 宇 宙 技 術 研 究 所

16 June $\sim 18$ June， 1999
National Aerospace Laboratory ，Tokyo．

航空宇南技術研究所
航空字車数值シミュレーション技術シンポジウム運営委員全

1988年イスラエルの歴史的都エルサレムで開催された第16回国際航空科学会議 （I C A S）において，75歳になったアリゾナ大学名誉教授のW．Sears が，グッゲン ハイム記念特別講演の中で 1 枚の愉快なスライドを映しました。それは，風洞の測定部と思われる空間に，処狭しと磁気テープ（あえて註釈しますがカセットではなくリール）が積み上げられており，若い研究者が探しものをしているポンチ絵でした。計算機が風洞に とって代わる描写であります。講演そのものは風洞の重要性を論ずるものでしたが，今と なっては記憶媒体にみられる時代予測のずれが面白く，現在，われわれが依然として目指 し続けてきているところが描かれていました。前航空宇宙技術研究所長の海老原正夫氏も， この特別講演に出席されていたのを記憶しています。海老原氏は，その 5 年前，本シンポ ジウムの前身である航空機計算空気力学シンポジウムを実質的に創始し，第1回幹事を務 められました。そして，通算17回となる今回のシンポジウムが開催された後，平成11年10月1日をもって退官されました。ここに，このシンポジウムとともに研究生活を歩 まれたともいえる先達に敬意を表したいと思います。シンポジウムは，前回から現在の名称になり，数値シミュレータを使う技術を論ずる場として，一層幅広い役割を果たすこと を意図しています。常に，明確な意識と具体的な計画をもつことを喚起し，漫然とするこ とを潔しとしない海老原氏の意思が表れているように思われます。その流れのなかで，今回はそれぞれ 2 件の特別講演と特別企画，「統合数値シミュレーション」をはじめとする 7件の企画セッションを軸に開催することができました。特別企画では，富士総合研究所の小池秀耀氏に「計算科学技術の将来」と題した講演をして戴きました。また，同じく特別企画としてのワークショップ「CFDは万能か？」において，宇宙科学研究所藤井孝蔵氏 の「C F Dは万能だ？？」という副題のついた基調講演に始まる，活発な議論を展開して戴き ました。時宜を得た企画であったと好評を戴きました。総計 62 件の講演があった本シン ポジウムの成果をより有効に活用し，さらに，次回へ向けての推進剤になることを念じな がら従来同様その集成として航空宇宙技術研究所特別資料（S P）を刊行いたします。寄稿された所外の研究者のご努力にお礼を申し上げるとともに，今後とも，関係各方面の方々 のご協力をお願いいたします。

航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム’99運営委員会委員長 上田 哲彦

## 目 次

1．「回転翼騒音と低減化技術」 ..... 1
Status of Rotor Blade－Vortex Interaction Noise and its ReductionDr．Yung H．Yu（NASA Ames Research Center）
2．Global Multidisciplinary Optimization of a High Speed Civil Transport ..... 23
Steven E．Cox ，○ Raphael T．Haftka（University of Florida）
Chuck A．Baker，Bemard Grossman（Virginia Polytechnic Institute \＆State University）
William H．Mason，Layne T．Watson（Virginia Polytechnic Institute \＆State University）
3．計算科学技術の将来 ..... 29
小池秀耀（富士総研）
Hideaki KOIKE
4．CFDは万能だ！－？ ..... 35
藤井孝蔵（宇科研）
Kozo FUJII
5．C F Dワークショップ課題募集：
「C F D は翼型失速角を予測できるか？」 ..... 41
○廣瀬直喜，吉田憲司，岩宮敏幸，松尾裕一（航技研）
中橋和博（東北大）
Naoki HIROSE，Kenji YOSHIDA，Toshiyuki IWAMIYA，Yuichi MATSUO Kazuhiro NAKAHASHI
6．レーザー推進機内の流れ計算 ..... 47
○小紫公也，Molina Morales Pedro，荒川義博（東京大）
Kimiya KOMURASAKI，Molina Morales Pedro，Yoshihiro ARAKAWA
7．CFD によるスクラムジェットエンジン抗力の見積もり
○三谷 徹（航技研），五十嵐康隆（川崎重工），中橋和博（東北大） Tohru MITANI，Yasutaka IGARASHI，Kazuhiro NAKAHASHI53
8．リニア型エアロスパイクノイズ流れの 2 次元数値解析 ..... 59
○小野寺卓郎，冨田健夫，田村 洋（航技研）
Takuo ONODERA，Takeo TOMITA，Hiroshi TAMURA
9．スクラムジェットエンジンの燃焼•不始動過程に関する考察 ..... 65

○須浪徹治，櫻中 登，志村 隆，小寺正敏（航技研）<br>Tetsuji SUNAMI，Noboru SAKURANAKA，Takashi SHIMURA<br>Masatoshi KODERA

10 最大揚力係数の予測について ..... 71○嶋 英志（川崎重工），齊藤 茂（航技研）Eiji SHIMA，Shigeru SAITO
1．1．サブウィングを有したブレード翼端形状の空力解析 ..... 77
○小生方正裕，檜垣郷子，塚原孝則，中舘正顕（富士重工）
Masahiro OBUKATA，Kyoko HIGAKI，Takanori TSUKAHARAMasaaki NAKADATE
12． 5 枚ブレード・モデル・ロータの騒音解析および DNW 風洞試験結果との比較 ..... 83
○近藤夏樹，小曳 昇（コミュータヘリコプタ先進技術研）
村重 敦，山川榮－－（コミュータヘリコプタ先進技術研）
青山剛史，齊藤 茂（航技研）
Natsuki KONDO，Noboru KOBIKI，Atsushi MURASHIGE Eiichi YAMAKAWA，Takashi AOYAMA，Shigeru SAITO
13 ．移動重合格子法による様々な翼端形状を持つブレードまわりの数値解析 ..... 89
○山口 歩（東海大），齊藤 茂，青山剛史（航技研）越智章生（コミュータヘリコプタ先進技術研）Ayumu YAMAGUCHI，Shigeru SAITO，Takashi AOYAMAAkio OCHI
14．簡易ヘリコプタ形態周りの流れ場解析 ..... 95
○内山直樹（三菱重工），藤井孝藏（宇科研）
Naoki UCHIYAMA，Kozo FUJII
15．Euler／FW－H 法を用いた BVI 騒音の数値解析 ..... 101
○越智章生，嶋 英志（コミュータヘリコプタ先進技術研）
青山剛史，齊藤 茂（航技研）
Akio OCHI，Eiji SHIMA，Takashi AOYAMA，Shigeru SAITO
16．HYPR プロジェクトの概要と CFD の利用 ..... 107
17．HYPR プロジェクトにおけるCFD 研究開発の成果と将来 ..... 113
○野崎 理，菊地一雄，西澤敏雄（航技研）
Osamu NOZAKI，Kazuo KIKUCHI，Toshio NISHIZAWA
18．HYPR エンジンにおけるCFDの利用一その 1 ..... 117
（HYPR90開発における CFD の適用）
児玉秀和（石川島播磨重工）
Hidekazu KODAMA
19．HYPR エンジンにおけるCFD の利用一その 2 ..... 123
（CFDを利用した超音速インテーク設計評価）
○丹羽宏明（川崎重工），Jean－Marc Gippet（SNECMA） 小見淳介（石川島播磨重工），宇高康員（三菱重工）
村上 哲（航技研）
Hiroaki NIWA，Jean－Marc Gippet，Junsuke OMI，Yasukazu UTAKA
Akira MAURAKAMI
20．HYPRエンジンにおけるCFDの利用一その3 ..... 129
（HYPR90 低圧系要素における CFD の適用）
清水邦弘（三菱重工）
Kunihiro SHIMIZU
21．再使用ロケット，スペース・プレーンの遷，超，極超音速流C F D解析 ..... 135O山本行光（航技研），伊藤良三（大興電子）Yukimitsu YAMAMOTO，Ryozo ITO
22．HYFLEX まわりの実在気体流れのCFD検証 ..... 143
○山本行光，黒滝卓司（航技研）
嶋田 徹（日産自）
Yukimitsu YAMAMOTO，Takuji KUROTAKI，Toru SHIMADA
23．C F D内部構造部材 FEM熱解析との連成による再突入飛行熱空力環境統合数値 ..... 155 シミュレーション手法の開発山本行光，甲斐高志（航技研）Yukimitsu YAMAMOTO，Takashi KAI
2 4．HOPEエレボン操舵形態周りの遷音速流Navier－Stokes 数値シミュレーション ..... 161
25．HOPE－X改善形状まわりのCFD空力設計解析 ..... 167
○山本行光（航技研），伊藤良三（大興電子）
Yukimitsu YAMAMOTO，Ryozo ITO
26． 2 温度モデル非平衡流解析による HOPE－X 形状空力特性の推算 ..... 175
○黒滝卓司，山本行光（航技研）Takuji KUROTAKI，Yukimitsu YAMAMOTO
27 ．Simulation of A Flexible Aircraft Dynamics ..... 181
Hamid Reza KHEIRANDISH（計算力学研究センタ－）
中道二郎（航技研）
Hamid Reza KHEIRANDISH，Jiro NAKAMICHI
2 8．Inter－Code Validation between NAL and DLR in the Aeroelastic Simulation ..... 185 for SST Configuration
Hamid Reza KHEIRANDISH（計算力学研究センタ－） Wolfgang WAGNER，Ralph VOSS（DLR） O中道 二郎（航技研）
Hamid Reza KHEIRANDISH，Wolfgang WAGNER，Ralph VOSS
Jiro NAKAMICHI
29．航空機胴体下部構造モデルの衝撃数値シミュレーション ..... 191
細川剛史（法政大），○熊倉郁夫，峰岸正勝，岩崎和夫（航技研） Takefumi HOSOKAWA，Ikuo KUMAKURA，Masakatsu MINEGISHI
Kazuo IWASAKI
3 0．Topology Optimization and Compliant Mechanisms ..... 197
O Susumu Ejima，Keizo Ishii（QUINT Corporation）
3 1．Application of the Statistical Design Support System toward Vehicle Safety Design ..... 203
O Hideoki Yajima，Takeshi Yoshimoto（Yokohama National University） Qiang Yu，Masaki Shiratori（Yokohama National University） Keiichi Motoyama（Mechanical Engineering Japan）
3 2．Solution of Nonparametric Shape Optimization Problems ..... 209
Hideyuki AZEGAMI（Toyohashi University of Technology）
33．遺伝的アルゴリズムを用いた 2 次元タービン翼列の空力最適化 ..... 217○平野雄一郎，堤 雅徳（三菱重工）大林 茂（東北大）Yuichiro HIRANO，Masanori TSUTSUMI，Shigeru OBAYASHI34．スペースプレーンの機体形状と飛行軌道の統合的最適化法223○土屋武司，鈴木真二（東京大）Takeshi TSUCHIYA，Shinji SUZUKI
35．逆解法を用いた超音速旅客機の主翼設計III ..... 229
○松島紀佐（富士通）岩宮敏幸，真保雄一，吉田憲司，張婉秋（航技研）Kiss MATSUSHIMA
Toshiyuki IWAMIYA，Yuichi SHIMBO，Kenji YOSHIDA，Wanqiu ZHANG
36．ナセル付き SST 主翼の捻り角最適化 ..... 235
○松田昌三，若井 洋（富士重工）
Masami MATSUDA，Hiroshi WAKAI
37 翼胴ナセル結合体への逆設計法の適用 ..... 241
○大林 茂，鄭 信圭，中橋和博（東北大）岩宮敏幸（航技研）Shigeru OBAYASHI，Shikyu JEONG，Kazuhiro NAKAHASHIToshiyuki IWAMIYA
38．非構造オーバーセット格子による超音速実験機・ブースター分離 ..... 245
シミュレーション○富樫史弥，中橋和博，伊藤 靖（東北大）森野裕行（三菱重工）岩宮敏幸（航技研）
Fumiya TOGASHI，Kazuhiro NAKAHASHI，Yasushi ITOHiroyuki MORINO，Toshiyuki IWAMIYA
3 9．NAL 小型超音速実験機におけるロケット分離数値シミュレーション ..... 251
○海田武司（三菱重工）渡邊直樹，鈴木康司（菱友計算）
Takeshi KAIDEN，Naoki WATANABE，Kouji SUZUKI
40 ．SSTインテークのCFDを用いた設計 ..... 257○藤原仁志，渡辺安（航技研）Hitoshi FUJIWARA，Yasushi WATANABE
4 1．非構造解適合格子法を用いたデルタ翼の高迎角数値計算 ..... 263
○村山光宏，中橋和博，澤田恵介（東北大） Mitsuhiro MURAYAMA，Kazuhiro NAKAHASHI，Keisuke SAWADA
4 2．Application of Cartesian Grid to Flow Computation around Supersonic Transport ..... 269
O Paulus R．Lahur，Yoshiaki NAKAMURA（Nagoya University）
43 超音速と遷音速巡航の多目的空力最適化 ..... 275○佐々木大輔，竹口幸宏，大林 茂，中橋和博（東北大）廣瀬直喜（航技研）Daisuke SASAKI，Yukihiro TAKEGUCHI，Shigeru OBAYASIKazuhiro NAKAHASHINaoki HIROSE
44．乱流モデル応用研究会の活動について ..... 281
○藤原仁志（航技研）小尾 晋之介（慶應大）山本誠（東京理科大） 半場藤弘（生産技研）岡本正芳（静岡大）荒木和博（富士総研）小林克年（東京大）
Hitosi FUJIWARA，Sinnosuke OBI，Makoto YAMAMOTO，Fujihiro HAMBA Masayoshi OKAMOTO，Kazuhiro ARAKI，Katsutoshi KOBAYASHI
45．応力方程式モデルの可能性について ..... 285
山本 誠（東京理科大）Masato YAMAMOTO
46．乱流LES の工学応用の可能性 ..... 291
谷口伸行（東大生産研）
Nobuyuki TANIGUCHI
47．乱流モデルの剥離流れへ適用と課題 ..... 297
松尾裕一（航技研）Yuichi MATSUO
48 ．双曲型保存則の差分近似における適合性の考え方 ..... 303
相曽秀昭（航技研）
Hideaki AISO
49．SOR法を内部ソルバーに用いた残差切除法について ..... 309
○谷ロ幸二（ヴァイナス）
菊地一雄，高橋匡康（航技研），田村敦宏（神戸大）Koji TANIGUCHIKazuo KIKUCHI，Tadayasu TAKAHASHI，Atsuhiro TAMURA
5 0．A Hybrid Explicit－Implicit High－Resolution Method for Non－Linear Advection Equation ..... 315

Igor MEN＇SHOV（Nagoya University）<br>Munetsugu KANEKO，Yoshiaki NAKAMURA（Nagoya University）

5 1．Wave Rotor 内部流動の数値解析 ..... 323○岡本光司（東京大），山口和夫，長島利夫（東京大）
Koji OKAMOTO，Kazuo YAMAGUCHI，Toshio NAGASHIMA
52．圧縮機における旋回失速初生の数値シミュレーションに向けて ..... 329
（失速点近傍における翼端漏れ渦の非定常挙動）○才木一寿，古川雅人，井上雅弘（九州大）Kazuhisa SAIKI，Masato FURUKAWA，Masahiro INOUE
$53 . \mathrm{e}^{\wedge} \mathrm{N}$ 法に基づく境界層遷移予測システムの検証 ..... 335○跡部 隆，山本稀義，松尾裕一（航技研）
Takashi ATOBE，Kiyoshi YAMAMOTO，Yuichi MATSUO
54．チャンネル流遷移の直接シミュレーション ..... 341
○山本稀義（航技研），高橋直也，神部勉（東京大）
Kiyoshi YAMAMOTO，Naoya TAKAHASHI，Tsutomu KANMBE
55．GUIを用いた非構造表面格子生成法 ..... 345
○伊藤靖，中橋和博（東北大）
Yasushi ITO，Kazuhiro NAKAHASHI
56．並列計算 CFD プラットフォーム UPACS について ..... 351○山本一臣（航技研 UPACS プロジェクトチーム）
Kazuomi YAMAMOTO
57．並列 CFD 計算プラットフォーム UPACS の重合格子対応化 ..... 357
○山崎裕之，高木亮治，岩宮敏幸（航技研）Hiroyuki YAMAZAKI，Ryoji TAKAKI，Toshiyuki IWAMIYA
58．CASPERによる F－16A 戦闘機のCFD 計算とその検証 ..... 363
○沖 良篤，酒田威志（防衛庁技術研究本部 3 研）
海田武司（三菱重工）恵上浩一（川崎重工）谷 泰寛（富士重工）Yoshiatsu OKI，Takeshi SAKATATakeshi KAIDEN，Kouichi EGAMI，Yasuhiro TANI
59．CFDによる鈍頭物体の動安定係数の計算 ..... 369○関口真須美（日産エアロスペース）関野展弘，嶋田 徽（日産自）

## Masumi SEKIGUCHI，Nobuhiro SEKINO，Toru SHIMADA

60．衝撃波による剪断流混合促進（二次元と三次元） ..... 375
小幡茂男（防衛大）
Shigeo OBATA6 1．非一様気体中を伝播する衝撃波の数値解析381○藤本 仁，石井隆次，八田夏夫，梅田吉邦（京都大）
Hitoshi FUJIMOTO，Ryuji ISHII，Natsuo HATTA，Yoshikuni UMEDA
62 ．実在気体効果を伴ら流れの検証数値実験387
——強い衝撃波の反射 ..... ——
松本 彰，○麻生 茂，（九州大）
森岡敏博，本間弘樹（千葉大）Akira MATSUMOTO，Shigeru ASO，Toshihiro MORIOKA，Hiroki HONMA
6 3．プラグノズル周りの流れ解析 ..... 393杉本浩一，○麻生 茂，（九州大）棚次亘弘（宇科研），室岡 武（東京大）Koichi SUGIMOTO，Shigeru ASO，Nobuhiro TANATSUGU，Takeshi MUROOKA

# Status of Rotor Blade-Vortex Interaction Noise and its Reduction 

Yung H. Yu<br>Aeroflightdynamics Directorate (AFDD) NASA Ames Research Center Moffett Field, California


#### Abstract

Blade-vortex interaction noise generated by helicopter main rotor blades is one of the most severe noise problems and is very important both in military aspects and community acceptance of rotorcraft. Research over the decades has substantially improved physical understanding of noise generating mechanisms and various design concepts have been investigated to control noise radiation with using blade planform shapes and active blade control techniques. The important parameters for rotor blade-vortex interaction noise and vibration are identified: blade tip vortex structures and its trajectory, blade aeroelastic deformation, and airloads. The current prediction capabilities of rotor noise are mature with the known blade airloads. But the current prediction capabilities of blade airloads and rotor wakes have serious shortcomings.

Many blade tip design concepts have been investigated for diffusing tip vortices and eventually for reducing noise. However, these tip shapes have not been able to substantially reduce blade-vortex interaction noise. Higher harmonic pitch control and individual blade control concepts have been extensively investigated for noise and vibration reduction in recent years. The Higher harmonic pitch control technique has proven the substantial noise reduction, up to 6 dB , while vibration and low frequency noise have been increased. Individual Blade Control tests have shown the simultaneous reduction of rotor noise and vibratory loads with $2 / \mathrm{rev}$ pitch control inputs. Recently, active blade control concepts with smart structures have been actively pursued with the emphasis on active blade twist and trailing edge flap. Smart structures technologies are very promising, but further advancements are needed to meet all the requirements of rotorcraft applications in frequency, force, and displacement.


## INTRODUCTION

Helicopter impulsive noise is generated from two distinct aerodynamic events. One is from compressible flow field due to high tip Mach numbers on the rotor's advancing side, called high-speed impulsive noise. And the second type is from unsteady pressure fluctuations on a rotor blade due to interactions with vortices generated by previous blades, called blade-vortex interaction noise. These types of noise are loud and impulsive in nature, and have significant effects on both military detection and community annoyance.

Understanding of noise generating mechanisms has been substantially advanced in recent years with help of the rapid advancement of computational methods and comprehensive experiments. The generating mechanisms of high-speed impulsive rotor noise have been reasonably well understood. Basically, blade tip volume and shape are the major parameters to noise-generating mechanisms. Particularly, airfoil and blade tip shapes are the important design parameters. The effect of blade tip shapes and blade tip Mach numbers on noise radiation can be explained with a delocalization phenomenon. At and above the certain Mach number for a given blade tip and airfoil shape, noise pulse shapes are suddenly changed from smooth triangular shapes to sharp saw-tooth shapes. At this Mach number, local shock waves are no longer contained in the near field and suddenly propagate to the acoustic far field. This Mach number is called the delocalization Mach number (Ref.1). The sudden connection, and also propagation, of the local shock waves to the acoustic far field has been explained in terms of the characteristics of hyperbolic and elliptic

[^0] Japan, June 16-18, 1999
equations in a rotating system．Many blade design concepts have been investigated in terms of the delocalization Mach number，resulting in new advanced blade and airfoil shapes．These advanced blade shapes have，in general，smaller blade tip volumes（thin airfoils and tapered tips）and sweeps．In terms of directivity，high－speed impulsive noise propagates directly forward in the rotor plane．Due to this directivity pattern，pilots are in most cases unaware of the noise radiation，while its presence may be recognized in a forward region．

Blade－vortex interaction（BVI）noise is generated mainly from unsteady pressure fluctuations on a blade due to interactions with previously generated tip vortices during descent or maneuvering flight．There are two salient features of the rotor BVI characteristics．First，unsteady blade surface pressure fluctuations responsible for intense noise are concentrated mainly around the leading edge of a blade．Secondly，the noise has a strong radiation directivity pattern，mostly forward and downward of a rotor plane．Due to this directivity pattern，helicopter pilots are keenly aware of this noise propagation and also BVI noise causes considerable community annoyance．

Rotor wakes have been recognized as the most important parameter to control BVI noise．Several blade tip shapes were investigated to diffuse blade tip vortex structures，but without much success in reducing blade－ vortex interaction noise．Recently，Higher－Harmonic Control and Individual Blade Control techniques have been investigated to reduce BVI noise and vibration．These active blade root control techniques have shown substantial noise reduction，but the physical mechanisms for noise and vibration reduction are not fully understood．From experimental and analytical results，a blade－vortex miss distance has been considered as an important parameter to BVI noise generation and controls．The miss distance is strongly influenced by both tip vortex trajectory and blade elastic deformation．And tip vortex trajectory and blade aeroelastic deformation play an important role in BVI noise generation and controls．

In this paper，current understanding of blade－vortex interaction noise generating mechanisms，analytical prediction capabilities，and noise reduction concepts will be examined．There are several excellent review articles on helicopter noise in general（Refs．2，3，4）．The readers are recommended these review articles for broader aspects of noise．

## BLADE－VORTEX INTERACTION（BVI）NOISE CHARACTERISTICS

Rotor blade－vortex interaction noise is generated when a rotor blade passes close to trailing tip vortices previously generated．This type of noise is generated during descending or maneuvering flight．And the noise signatures are impulsive and have large amplitudes．Fig．1shows typical interaction patterns on a rotor disk in a descending flight of a rotorcraft，in which several interactions on both the advancing and retreating sides are occurred．During interactions，a blade experiences impulsive pressure fluctuations in a very short period of time，which generate impulsive blade－vortex interaction noise．However，all these interactions do not equally contribute to far－field noise．Pressure fluctuations on the retreating side are more intense than those on the advancing side，but contribute much less to far－field noise．And out of several interactions on the advancing side，only parallel or near－parallel interactions turned out to be major contributors to noise．

Typical time signatures and frequency spectra in acoustic far field are shown in Fig．2，in which distinctive pulse shapes for blade－vortex interaction noise are shown．The noise signatures show several interactions and each is consisted of positive and negative amplitudes，while positive amplitudes dominant on the advancing side and negative amplitudes on the retreating side．This sign change of noise signatures is due to a fact that rotational directions of vortices on the rotor advancing and retreating sides are opposite during blade－vortex interactions．The noise pulses are rich in high harmonics of the rotor fundamental frequency and contains many distinctive harmonics up to a high frequency range．

Recently，several wind tunnel tests with model－scale rotors were carried out to measure noise footprints in a horizontal plane in a far field for examining residential noise exposures．Extensive acoustic measurements of noise footprints with a model－scale BO－105 rotor system show that high noise levels are concentrated on a pattern extended slightly forward and towards the advancing side of a rotor disk plane and another lobe
a pattern extended slightly forward and towards the advancing side of a rotor disk plane and another lobe on the retreating side，as shown in Fig． 3 （Ref．6）．This noise directivity pattern was also confirmed with a flight test with the same rotor system．


Fig．1．Blade－vortex interactions during descending flight（from Ref．5）


It is common practice to obtain noise data with a model－scale rotor system in an acoustic wind tunnel to simulate a full－scale flight test．In wind tunnel acoustic tests，two important issues of scalability and rotor trim have to be carefully addressed．The scalability issue was investigated using a two－bladed rotor system
（Ref．7）．And it was reported that the comparison between model－and full－scale test data was quite good for the low advance ratio of 0.167 ，but the comparison begins to deteriorate for the advance ratio of 0.224 or higher．This investigation shows that in general it is possible to duplicate full－scale BVI events in model－ scale tests with keeping the following four non－dimensional parameters constant：hover tip Mach number， advance ratio，thrust coefficient，and tip－path－plane angle，besides geometric and structural dynamic similarity．However，the pulse widths of full－scale data are in general smaller than those of the model－scale data，potentially due to the fact that the trailing vortex core sizes of a full－scale rotor are smaller than the corresponding model－scale vortex cores．


Fig． 3 －Mid－frequency BVI noise directivity pattern（Ref．6）

Rotor is trimmed in a slightly different manner between wind tunnel tests and flight tests．Most flight tests trim a rotorcraft with thrust，hub moments，and X－force，but most of wind tunnel tests with rotor thrust coefficient $\left(\mathrm{C}_{\mathrm{T}} / \sigma\right)$ and zero flapping．Slight different trim requirements change a rotor tip－path－plane angle， which plays an important role in determining blade airloads and rotor induced velocity field．Another factors on blade airloads and rotor induced velocity field are the effect of fuselage and wind tunnel walls． Most wind tunnel test models do not have a fuselage comparable to full－scale helicopter and have wind tunnel walls close to the rotor．The effects of fuselage and wind tunnel walls on rotor inflow have not been fully reflected in wind tunnel tests and also not properly modeled in prediction analyses．

## AERODYNAMICS AND DYNAMICS OF BLADE－VORTEX INTERACTIONS

For better understanding of blade－vortex interaction noise generation，it is important to understand blade aerodynamics，wakes，and structural dynamics．A typical example of blade surface pressure fluctuations during blade－vortex interactions（BVI）in a descent flight is shown in Fig． 4 at several chordwise stations （Ref．8）．The leading edge pressure fluctuations identify blade－vortex interaction phenomena quite clearly． Strong pressure fluctuations from $45^{\circ}$ to $90^{\circ}$ in azimuth are seen corresponding to BVI locations on the advancing side of a rotor disk．Relatively strong pressure fluctuations are also seen on the retreating side
（around $290^{\circ}$ in azimuth）．Analytical studies show that the interaction at about $55^{\circ}$ is with a 1.5 revolution－ old tip vortex，whereas the second interaction at about $70^{\circ}$ is with one revolution－old tip vortex．On the retreating side，the interaction with one revolution－old tip vortex is observed at around $290^{\circ}$ ，which starts from inboard of the span to outboard．One important finding is that BVI phenomena are concentrated near the very leading edge of a blade．In fact，the dominant BVI pressure fluctuations are confined to the first $10 \%$ of a blade chord．The same pattern also exists for lower－surface pressure transducers．Similar findings can also be found in model－scale tests with BO－105 and UH－60 rotor systems at the DNW（Refs．6，9）， indicating that the rotor blade－vortex interaction phenomenon is a leading－edge phenomenon．


Fig．4．Blade surface pressures at different chord positions from a full－scale OLS flight test（Ref．8）

Vortex geometry segments of two tip vortices（most significant for BVI）on each the advancing and retreating side were obtained from measuring the vortex core centers in space of at least four discrete sections along the vortex of interest，using a laser－light sheet technique（Ref．10），as shown in Fig．5．The data were measured for particular blade azimuth positions of $35^{\circ}$ and $295^{\circ}$ ，respectively．In the side views， the actual shape of the deformed blade is plotted，so that the vertical distance between the blade and the vortices provides an estimate for a blade－vortex miss distance．The miss distance is very small（less than half the chord length），indicating intensive BVI noise generation．

A tip vortex velocity field was also measured by a LDV system（Ref．6）and well－focused vortices appear on the retreating side，while much less focused vortices on the advancing side．It was stipulated that the advancing side vortex（shown in Fig．5）was generated by a rotor blade near $135^{\circ}$ in azimuth and was approximately $460^{\circ}$ of rotation old when the vortex generates a significant blade－vortex interaction at near $55^{\circ}$ in azimuth．For the retreating side，the vortex was generated near $235^{\circ}$ in azimuth and its age becomes about $440^{\circ}$ for a significant interaction at near $300^{\circ}$ ．This suggests that the advancing side vortex may have been significantly affected by the multiple（ 5 or 6 ）interactions during traveling，while the retreating side vortex had only two or three interactions．From these measurements，the vortex core radius was estimated about $38 \%$ of the chord length on the advancing side，while about $41 \%$ on the retreating side．Circulation or vortex strength is normally computed by integrating velocity components over a closed contour surrounding a vortex core．Even though the experiment data were not quite satisfactory，the circulation value was estimated about $1.5 \mathrm{~m}^{2} / \mathrm{sec}$ on the advancing side and $2.6 \mathrm{~m}^{2} / \mathrm{sec}$ on the retreating side（Ref．6）．

The blade－vortex miss distances were measured as shown in Fig．5，which shows very close interactions． This miss distance depends on three factors：blade airload distribution at the time of vortex formation， induced downwash velocity field，and blade deflections at the times of both vortex formation and blade－ vortex interaction．Since blade deflection plays an important role in determining the blade－vortex miss distance，further study on blade structural dynamics is needed．More discussions will be followed later．


Fig． 5 Tip vortex geometry segments in top－and side－views（Ref．6）

In order to understand the BVI phenomena and its acoustics characteristics in a simpler environment，two types of methods had been investigated：one for interactions of a rotor blade with an independent vortex generated upstream with a vortex generator（Ref．11，12）and the other for 2D vortex－airfoil test．（Refs．13， 14）A BVI test with a vortex generator was carried out and interesting phenomena were observed on normal force，pitching moment and tangential force during interaction．The leading edge suction peak grows just before the vortex passes the leading edge and then collapses toward the trailing edge．The normal force rises to a maximum and then reverses as the leading edge suction peak grows and collapses． The pitching moment achieves its peak near the leading edge and then a pitch－down moment is produced． The tangential force is initially dominated by the large forward force and then reverses its direction（Ref． 12）．

## ANALYTICAL PREDICTION CAPABILITY

The Ffowcs Williams and Hawkings（FWH）formulation，Eq．1，has been successfully used for predicting rotor impulsive noise．For low subsonic cases，the linear terms of monopoles and dipoles（the last two terms）are successfully used for noise prediction with an assumption that acoustic sources are confined in a small region．For high－speed cases，the nonlinear term of quadrupoles（the first term）is used along with the linear terms for noise prediction．But numerical calculations of this nonlinear volume term require extreme care due to a fact that rotor aerodynamics and acoustics are intrinsically coupled and rotor acoustic sources are not confined in a small region．

The Ffowes Williams and Hawkings（FWH）formulation is expressed as follows（Ref．15）．
$\left.4 \pi a_{0}^{2-} \rho^{\prime}(x, t)=\frac{\partial^{2}}{\partial x_{i} \partial x_{j}} \iiint\left[\frac{T_{i j}}{r\left|1-M_{r}\right|}\right] d V-\frac{\partial}{\partial x_{i}} \iint\left[\frac{P_{i j} n_{j}}{r\left|1-M_{r}\right|}\right] d S+\frac{\partial}{\partial t} \iint \frac{\rho_{0} v_{r}}{|r| 1-M_{r} \mid}\right] d S$
The integrals inside a bracket are evaluated at a retarded time．
The dipole term（the second term）can be expressed in a computationally convenient form developed by Farassat as shown in Eq． 2 （Ref．16）．
$4 \pi P_{L}^{\prime}(x, t)=\frac{1}{a_{o}} \int_{f=0}\left[\frac{\ell_{i} \hat{r}_{i}}{r\left(1-M_{r}\right)^{2}}\right] d S+\int_{\mathrm{f}=0}\left[\frac{\ell_{r}-\ell_{i} M_{i}}{r^{2}\left(1-M_{r}\right)^{2}}\right] d S+\frac{1}{a_{o}} \int_{f=0}\left[\frac{\ell_{r}\left(r M_{i} \hat{r}_{i}+a_{o} M_{r}-a_{0} M^{2}\right)}{r^{2}\left(1-M_{r}\right)^{3}}\right] d S$

For normal descent flight，blade－vortex interaction noise becomes dominant and can be predicted with Eq．2， where the surface pressure distribution over a blade is known．In earlier days，the transient lift distribution on a blade was obtained by using a two－dimensional linear unsteady aerodynamic theory for an oblique sinusoidal gust model（Ref．17）．Furthermore，the concept of convection speed（trace Mach number）in a three－dimensional rotating blade was introduced to represent the movement of the lift distribution（as acoustic sources）at interactions．Recently，prediction capability developments have been concentrated on prediction of surface pressure fluctuations obtained by CFD solvers．For examples，acoustic signatures of various rotor blades were predicted using the surface pressures obtained from test data or CFD solvers（Ref． 18－22）．A typical comparison of measured and predicted acoustic time histories is shown in Fig．6．In this figure，the measured acoustic time history shows several blade－vortex interactions，which consist of one strong impulse followed by several moderate pulses．The predicted acoustic time history shows the strong pulse well，but the moderate impulses far less well．From many validation efforts over the years，it can be concluded that the FWH formulation，Eq．2，predicts reasonably accurate acoustic signatures，as long as accurate airloads are provided experimentally or computationally．This implies that blade airloads are the most important element for predicting blade－vortex interaction noise．


Fig． 6 Measured and predicted acoustic（in Pa．）time histories for $\mu=0.152$（Ref．19）
A few comprehensive rotor tests were recently carried out with model－scale rotor systems in the DNW to obtain experimental data in blade airloads，wakes，blade deformation，and acoustics．These new data are extremely important to understand basic physical phenomena of blade－vortex interactions and also to validate（and enhance）prediction capabilities．First，a joint international team from US，Germany，France， and the Netherlands carried out a rotor test with a BO－105 model rotor，called the Higher－harmonic control Aeroacoustic Rotor Test（HART）program（Ref．23，6）．Another test with a rotor system was performed with several blade tip shapes by Japanese researchers（Ref．24）．NASA researchers carried out a test with a model－scale tiltrotor called a TRAM program（Ref．25）．

Predicted airload distributions are compared with the HART test data for three spanwise locations in Fig． 7 （Ref．26）．The measured sectional blade airloads（ $\mathrm{C}_{\mathrm{N}} \mathrm{M}^{2}$ ）were obtained by integrating blade pressures along a chord．The normal coefficient $\mathrm{C}_{\mathrm{N}}$ is defined as aerodynamic force per unit area，normal to a blade chord，normalized with chord and dynamic pressure．The test data show multiple blade－vortex interactions in the first and fourth quadrants of the rotor disk．And the data also show the large amplitude $2 / \mathrm{rev}$ harmonics，while the predicted results do not show．Several structural and aerodynamic parameters，such as elastic torsion，aerodynamic center，and center of gravity，were carefully examined to investigate the $2 / \mathrm{rev}$ discrepancies（Ref．26）．No definite physical understanding of the $2 / \mathrm{rev}$ harmonics is found yet，but the study suggests that the positions of an aerodynamic center and a center of gravity play an important role in airloads prediction．In general，significant under－prediction in the analytical results is observed on the advancing side，while the correlation appears fairly good on the retreating side．Modeling of rotor wakes and blade structural dynamics seems two most important aspects in predicting blade airloads．


Fig． 7 Comparison of airloads（Ref．26）

Now，the correlation of analytical results in rotor wakes and blade deformation will be discussed with experimental data．First，vortex trajectories were measured with a laser flow visualization technique during the HART program（Ref．6）and are compared with analytical results with a free wake model as shown in Fig．8．The predicted tip vortex segments in the top view at $35^{\circ}$ were consistently located upstream by roughly 2 －chord length $(0.24 \mathrm{~m})$ ，relative to the test data．The predicted miss distances at this azimuth angle are larger than the measured data by about one－chord length $(0.12 \mathrm{~m})$ ．At the azimuth angle of $295^{\circ}$ ， the predictions in the top view are significantly improved and the miss distances are reasonably predicted． Good correlation of wakes and miss distances in the retreating side may explain the excellent airload prediction in the retreating side．

Due to lack of experimental data and physical understandings of vortex core sizes and vortex strength，a wide range of vortex core sizes is being used in current prediction modeling activities．Basically，vortex core sizes are arbitrarily adjusted to match experimental airloads data．The experiment data show that the core radius of the 1.5 revolution－old vortex on the advancing side is about $38 \%$ of the chord and the core radius of the 1.25 revolution－old vortex on the retreating side is about $41 \%$ of the chord，as mentioned above．But most of prediction analyses uses the core sizes from about $5 \%$ to $200 \%$ of the chord．The effect of core size on blade airloads was investigated computationally along with limited experimental data（Ref． 27）．This computation study found that a smaller core size（ $4.6 \%$ of the chord）generates a phase shift and extraneous pulses and a bigger core size（ $20 \%$ of the chord）produces a better correlation with experimental data．In general，modeling of rotor wakes is not mature．Due to lack of comprehensive database of wakes up to 2－revolution old in blade－vortex interactions，progress of modeling of rotor wakes has been almost non－existent over the years．Comprehensive experimental data on rotor wake formation and development process，particularly vortex core sizes／strength and vortex trajectories，are badly needed．

Blade aeroelastic deformation is another area of importance．Predicted blade lead－lag，flap，and elastic torsional deflections at the blade tip are compared with the HART data in Fig．9．The waveforms of the lead－lag deflections are well predicted，but the mean value is shifted ahead by roughly a quarter－chord length．The peak－to－peak amplitudes of the flap deflections are under－predicted in general，but the phase is
reasonably correlated．The elastic torsion deflections are poorly predicted in amplitude and phase，and sometimes the sign of amplitudes is reversed．


Fig． 8 Comparison of measured and predicted vortex segments at $\psi=35^{\circ}$ and $295^{\circ}$（solid symbol－ experiment，open symbol－prediction）（Ref．26）

There are two items to consider．One is blade elastic torsion deformation，and the other is blade flap deflection．As mentioned earlier in airloads，measured blade airload distributions show a clear $2 / \mathrm{rev}$ variation，while the predicted results do not show．This discrepancy may be related to the poor correlation of blade elastic torsion deformation．Presently，no clear explanation can be given about this discrepancy． One of potential problems is the extremely poor prediction capability of airfoil pitching moments．Most of computational fluid dynamics work has avoided this very issue for some time．The other important information is flap deflections，particularly at two specific azimuth angles．One is at the vortex generation and the other at the blade－vortex interaction．The relative position of the blade tip at two azimuth angles（at vortex generation and at interaction），along with induced downwash velocities，will determine a blade－ vortex miss distance shown in Fig．8．The miss distance will be a major parameter for blade airloads and eventually noise．


Fig． 9 Comparison of blade tip deflections（Ref．26）

The current analytical capability in predicting blade aeroelastic deformation is not satisfactory，partly due to a poor prediction capability of airfoil pitching moments and lack of a close coupling scheme between CFD and CSD codes．Coupling of blade aerodynamic analysis and a structural dynamic analysis is very important in rotor analysis，since blade aeroelastic deformation and unsteady aerodynamics are cross－ coupled．Most of rotor aerodynamics－structural dynamics coupling efforts have used a scheme to exchange the information，mainly lift only，in one revolution at a time．This coupling scheme may be acceptable for performance calculations，but it is definitely not suitable for blade－vortex interactions，due to a fact that the BVI phenomenon is a very short time event．Recently，more tight coupling schemes are being developed with the information of blade lift and pitching moments and in a very fine resolution in azimuth angle （Ref．28）．


Fig． 10 Tip vortex geometry segments for baseline（a），low noise（b），and low vibration（c）cases（Ref．6）

In a recent HART program，higher－harmonic controls of rotor blade pitch have been applied to helicopter rotors in order to reduce noise and vibration．In order to understand physical mechanisms of rotor noise and vibration with higher－harmonic pitch control inputs，extensive international cooperative efforts have been performed（Ref．23）．From this joint international activity，many papers have been presented over the years to present findings，including correlation of analytical results with the test data，and to present fundamental understandings of physical mechanisms of rotor noise and vibration．Basically，rotor wakes and blade aeroelastic deformations are very important in predicting blade airloads and eventually rotor blade－vortex interaction noise．Particularly，comprehensive experimental data on rotor wakes are badly needed for validation of analytical capabilities and for further understanding of rotor wake behavior over a long period of time．However，one interesting phenomenon observed from the experiment with higher－harmonic controls is the appearance of double vortices for the case with HHC inputs for low vibration as shown in Fig．10．The negative lift measured on the blade tip region in the second quadrant is an indicator for a spanwise bound circulation distribution with strong radial gradients at the tip and also somewhat inboard where blade loading switches sign．Separate vortex roll－up（clockwise inboard and counter－clockwise at
the tip）is likely to occur near such designated radial locations（Ref．6）．Beside rotor wakes，the development of computational capability of predicting airfoil＇s pitching moments is also an important item．

## NOISE REDUCTION CONCEPTS

Rotor blades are the main source of noise generation，lift force，forward speed and rotorcraft controls．Any quiet blade concept should be considered with the effect of rotorcraft performance and controls．For example，a simple way to reduce rotor noise is to reduce a blade tip speed，but the penalty on performance and structural weight may outweigh the noise benefit．The low rotor noise issue has attracted much attention over the years．The NASA－AHS National Rotorcraft Noise Reduction Program called（NR）${ }^{2}$ program was developed as a joint project of US helicopter manufacturers and NASA and has produced several interesting results（Ref．29）．The HELINOISE program，among European helicopter manufacturers， universities，and research institutes，was developed and interesting results have been reported in Ref． 30 ． Japanese Advanced Technology Institute of Commuter－Helicopter（ATIC）program was initiated to generate rotor noise reduction concepts with helicopter manufacturers，academia，and research institutes， and generates comprehensive experimental data（Ref．24）．Currently，a Rotor Active Control Technology （RACT）program is under way in Europe to fully explore the potential of the IBC technology（Ref．31）

Earlier efforts have been concentrated on diffusing trailing vortex structures by modifying blade tip shapes or blowing at the tip．Even though tip shape modifications or blowing concepts diffuse or modify near wake structures in some degrees，a significant modification of far wake structures to reduce rotor blade－ vortex interaction noise has not been demonstrated．

Blade tip shapes play an important role in producing blade airloads，which determine the tip vortex formation and eventually contribute noise generation．Naturally，earlier efforts have been concentrated on modification of blade tip shapes to redistribute the blade airloads in order to diffuse vortex structures or to induce vortex instability，as shown in Fig．11．Several blade tip shapes have been investigated，such as swept－tapered，sub－wing，end plate，flow spoiler，and tip air mass injection（TAMI）blade．Particularly，an Ogee tip shape was to prevent the formation of a concentrated vortex．Experimental results have shown that these tip shapes produced some vortex diffusion in a near wake，but did not show a significant BVI peak noise reduction（Ref．32，33）．

Recently，several blade planform shapes have been investigated with swept，tapered，and anhedral tips to simultaneously achieve multi－purposes：reduction of high－speed impulsive and blade－vortex interaction noise，along with performance enhancements．For example，planform variations from the basic UH－60 and S－76 shapes have been investigated to both reduce noise levels and improve hover performance．And these tip shapes have been reported in Ref． 34 to have considerable impacts on BVI noise reduction，up to 5 dB ． A blade sweep can be effective in reducing BVI noise by avoiding or delaying parallel interactions． Furthermore，a swept，along with tapered and thin，blade tip can also be very effective in high－speed impulsive noise reduction by modifying compressibility effects and increasing the delocalization Mach number．An anhedral tip shape has also positive effects on reducing blade－vortex interaction noise，along with improving hover performance．However，any blade tip design concept has to be carefully considered in terms of blade stall characteristics and auto－rotation capability，since a blade tip area is very important in rotorcraft performance，including a safe landing in emergency．


Fig． 11 Rotor blade tip shapes proposed for BVI noise reduction（from Ref．32）
European research organizations and industry have developed various blade tip concepts，some of them are similar to those shown above and others are quite different．A swept parabolic tip shape（PF2）and an optimized planform shape were developed and tested at ONERA as shown in Fig．12．The measured acoustic results show that the optimized tapered tip produces less BVI noise than by the swept parabolic tip shape（Ref．35）．The swept parabolic tip shape generates high blade control loads and the nonlinear twist tapered blade encountered power penalties in high forward flight．


Fig． 12 ONERA blade planform shapes（Ref．35）
An innovative blade tip concept，BERP tip，was developed by British researchers to achieve the world speed record by removing a shock wave and delaying a blade stall through a design combination of sweep， thinner thickness and leading edge notch，as shown in Fig．13．Not only the world speed record，but also substantial noise reduction was achieved（Ref．4）．A reduction of 13.5 dB in the negative impulsive peak pressure and up to 5 dB in low speed descent flights was reported compared to a conventional rectangular blade．This tip design concept is very different to those concepts discussed earlier and is very innovative in combining the effects of compressibility，retreating blade stall，and noise．With many aerodynamic， dynamic，and acoustic design constraints（or requirements），the BERP blade made a remarkable achievement．


Fig． 13 BERP blade features（Ref．4）
The effect of blade tip planform shapes，including anhedral，dihedral，swept－forward，and swept－back，were investigated on blade－vortex interaction noise（Ref．36）．This activity is mainly concentrated in three parameters：blade－vortex miss distance，interaction angle between blade and tip vortex trajectory，and tip vortex strength．First，in order to increase the blade－vortex miss distance，anhedral or dihedral tip shapes are used．It is concluded that the miss distance is increased as the anhedral or dihedral angle is increased． Secondly，swept－back or swept－forward tip shapes are used to avoid parallel interactions．For example，a BERP planform shape with AK080A／AK100D airfoils and an AK1 tip shape were tested at the DNW as shown in Fig． 14 （Ref．20）．Noise levels were reduced with the AT1 planform shape compared to a baseline blade planform（rectangular shape）and it is attributed to the decreases in the BVI intensity due to its large sweep angle of the AT1 tip region（that is，avoiding parallel interactions）．And tapered tip shapes or twin－ vortex configurations are used to reduce the tip vortex strength．

（B）Baseline blade

（c）ATI blade

Fig． 14 BERP－like，AT1 planform shapes tested in the DNW（Ref．20）

Another approach was presented to produce multiple vortices of equal strength spaced as far apart as possible to achieve favorable impacts on BVI noise（Fig．15）．This vane tip shape employs many aerodynamic design parameters including sweep，taper，twist，and dihedral together with a discontinuity at the trailing edge．This tip shape was reported to have no adverse effect upon control loads or performance and a maximum reduction of the BVI noise of 5.6 dBA （Ref．37）．


Fig． 15 Planform shape of the vane tip（Ref．37）


Fig． 16 BVI noise reduction concepts under development at NASA Langley（Ref．32）

Two noise reduction concepts have been developed as shown in Fig． 16 （Ref．32）．One concept involves the use of a porous leading edge to mitigate high BVI－induced pressure fluctuations．This is a variable impedance／resonance blade that is intended to reduce the amplitude of unsteady surface pressure fluctuations at the leading edge during interactions．The other employs a very large forward sweep region that tries to reduce transonic effects and the occurrence of parallel interactions．These concepts were not verified experimentally its merits yet．

## ACTIVE BLADE CONTROL CONCEPTS

Blade－vortex interaction noise is dominated by a few parameters：tip vortex strength，blade airload distribution，induced velocity，blade aeroelastic deformation，and miss distance．Active blade control concepts are adaptable to control these parameters for noise and vibration reduction（Ref．38）．Modifying the airload distribution along a blade span by active blade controls can generate a blade tip vortex with weak strength at the azimuth angle of vortex generation（second quadrant）and also an additional induced velocity field on a rotor．And blade flapping and torsional deflection can be also modified to increase the blade－vortex miss distance at the azimuth angles of blade－vortex interactions（first quadrant）．Therefore， rotor noise and vibration can be reduced by the combined effect of blade airloads and blade dynamic responses with proper active blade control inputs．

Earlier，a Higher－Harmonic Control（HHC）concept has been extensively investigated to reduce rotor vibratory loads．The HHC technique excites a blade pitch angle at a fixed frequency through a rotor swashplate．The actuators are placed in the fixed frame of a rotor swashplate．Since the actuators are placed under the swashplate，all blades are excited simultaneously at a given frequency，amplitude and phase，while the frequency variation is limited to $\mathrm{N}-1, \mathrm{~N}$ ，and $\mathrm{N}+1$ per revolution（ N being a rotor rotational frequency）．The frequency variations are added to a trimmed blade pitch schedule and produce different blade flapping and torsional deformation，which will change blade airloads．The blade airloads will modify wake structures，wake trajectories，induced velocity field，and eventually a blade－vortex miss distance．The blade deformation can be also changed through blade pitch control inputs，which will modify the blade－ vortex miss distance．Several wind tunnel and full－scale flight tests with HHC inputs have demonstrated that rotor BVI noise can be reduced by about 6 dB with open－loop controls，while vibration and low frequency noise levels are increased（Refs．39－45，6）．

With the HART test data（Ref．6）and analytical results（Refs．19，22，26），noise reduction mechanisms with the HHC concept have been investigated in terms of tip vortex strength，tip vortex trajectory，induced velocity field，and blade flapping deflection．For the HHC pitch inputs for low noise，an enlarged，diffused tip vortex is generated by smooth airload distributions along the blade span and is moved further down with an additional induced downwash velocity．So the vortex trajectory with the additional induced velocity will contribute to the increased blade－vortex miss distance．Other effect of the miss distance is blade flapping deflection．The blade，with the HHC inputs for low noise，flaps further down at the time of vortex formation，while flaps higher up at the time of blade－vortex interaction．This blade flapping behavior will
contribute to the increased blade－vortex miss distance as well．With the effects of induced velocity field and blade tip deflection，the blade－vortex miss distance is substantially increased at around $50^{\circ}$ in azimuth （Fig．10）and eventually reduces far－field blade－vortex interaction noise．However，this particular HHC input for low noise generates intense blade－vortex interactions at around $90^{\circ}$ in azimuth and increase vibration levels（Ref．44）．

For the HHC inputs of low vibration，nearly the opposite trends were observed．Due to the decreased negative lift on a blade in the second quadrant（time of vortex formation），the induced upwash velocity is increased and the tip vortex is pushed upwards，thereby significantly reducing the miss distance．This explains the increased BVI noise measured for the low vibration case as shown in Fig．10．Furthermore，a double vortex system，of a clockwise vortex near the rotor plane and a counter－clockwise vortex，was also observed（Refs．6，10）．

To increase the control authority of input variables，an individual blade control（IBC）technique has been developed by independently actuating individual blades in a rotating frame（Ref．46）．The pitch actuators are placed above a swashplate，thus allowing arbitrary pitch motion for each individual blade．Flight tests （Refs．47－50）and full－scale wind tunnel tests（Refs．51－53）were carried out with a BO－105 helicopter with an IBC system．The test data have shown that simultaneous reduction in BVI noise and hub vibratory loads could be obtained using multi－harmonic IBC inputs．In particular， $2 / \mathrm{rev}$ IBC inputs were found to generate large reductions in noise．The comparison of the baseline case with the minimum noise case indicates that the blade－parallel blade－vortex interactions on the advancing side in the azimuth range between $30^{\circ}$ and $60^{\circ}$ have been largely suppressed by IBC，which is the case on the retreating side between $300^{\circ}$ and $330^{\circ}$ as well．From the flight test，it was shown that $2 / \mathrm{rev}$ IBC inputs reveal the most promising potential and generate simultaneous noise and vibration reduction，up to 5 dBA as shown in Fig． 17 （Ref．50）．And a 2／rev $+5 / \mathrm{rev}$ multi－harmonic combination in the wind tunnel test generated an average of 12 dB reduction along with significant 4 P rotor vibration reduction（a maximum $90 \%$ ）（Ref．52）．The data also showed that performance improvements of up to $7 \%$ could be obtained using $2 / \mathrm{rev}$ inputs at high－speed forward flight conditions．


Fig． 17 Sound pressure histories for a baseline case（no IBC）and for minimum noise IBC settings（Ref．50）
Main disadvantages of current IBC systems are weight，mechanical complexity of hydraulic sliprings，and power requirements．In order to overcome the disadvantages of rotor root controls，smart structures are being developed as on－blade actuators in recent years．Since smart structures can be distributed over individual rotor blade，blades can be controlled over a larger bandwidth than with current blade root control technologies．Rotorcraft applications can be an ultimate challenge of this technology，particularly for noise and vibration reduction，due to complexities and multi－disciplinary nature．Smart structures for rotor on－ blade control applications have been used in blade trailing edge flap，active blade twist，or leading edge flow controls．Even though it has extremely high potentials，current smart structure technology needs more advancement for rotorcraft applications due to stringent requirements of frequency，force，displacement， weight，reliability，and cost．

A wind tunnel rotor test with a non－harmonic trailing edge flap concept showed the potential for at least 4 dB noise reduction and that the distinctive impulsive noise characteristic has disappeared（Ref．54，55）．The trailing edge flap has been analytically investigated to change the local inflow and it was shown that the flap can reduce the induced pressure pulse due to BVI at the leading edge．Recently，an one－bladed model rotor system was tested with active trailing flaps（Ref．56）in order to evaluate its effect on BVI noise reduction with the measurements of blade surface pressures，blade－vortex miss distances，sound pressures， and tip vortex structures．It was concluded that the blade－vortex miss distance is a dominant controlling parameter for noise reduction．

Trailing edge flaps and active blade twist are two most common on－blade actuation methods under development with smart structures．Trailing edge flaps or active blade twist can control blade airload distributions，which alter both rotor wake structures and blade flapping deformation，and eventually reduce rotor noise radiation．Trailing edge flap concepts with smart structures are being investigated to induce
significant changes in blade airload distribution and blade flapping characteristics（Refs．57－62）．Most smart actuators under development are piezo－bimorphs，piezo stacks and magnetostrictive actuators．Since these smart actuators generate extremely small displacements，mechanical amplifications of induced displacement are needed to achieve desired flap deflections．Frictional forces，dynamic pressures，and centrifugal forces are the major technical issues for mechanical amplification schemes．The advantage of trailing edge flaps is that flaps can be placed at strategic positions on a blade and only a small portion of a blade can be actuated to modify blade airloads．But the drawbacks are mechanical amplification systems of actuators and the mass－balancing weight penalty from adding the weight of flaps and associated hardware．

Another approach is the use of smart structures imbedded in a blade to induce blade torsional deformation or blade twist．Active blade twist can be achieved through piezoceramic materials embedded along a blade span at $45^{\circ}$ relative to the blade span axis．Distributed actuators will induce local torsional changes，blade twist and blade flapping deflection（Refs．57－59）．The main advantage of this approach is that smart structures are an integral part of load－bearing structures and there are no moving mechanical parts．But the drawback is that the full length of a blade has to be deformed and so high power is required．Since a large number of distributed piezoceramic elements may be required to generate a sufficient blade twist distribution，blade weight and stiffness can be significantly increased．

An active blade tip concept was introduced to modify unsteady blade airloads（Ref．59）．This concept is to actively pitch a movable blade tip by a unique piezo－induced bending torsion coupled actuator beam． Another concept is a flip－tip rotor blade concept，which increases the blade－vortex miss distance by rotating an outboard portion of the rotor tip either up or down（Ref．63）．Altering aerodynamic responses at a leading edge during blade－vortex interactions is another application of smart structures（Ref．57，64）．For example， surface pressure response on a leading edge can be controlled by changing blade surface boundary conditions using mezo－scales smart actuators（Ref．65），by drooping a leading edge，or by changing leading edge curvatures with smart structures．However，these concepts need more advancement for rotor applications．

## CONCLUDING REMARKS：

Rotor blade－vortex interaction noise is the most severe problem in community acceptance of rotorcraft operations．Recently，physical understanding of the noise generation mechanisms has been substantially improved．Various blade design concepts and active blade control concepts have been extensively investigated to reduce noise radiation．The most important parameters for noise reduction are rotor wakes and blade aeroelastic deformation．Particularly，comprehensive test data and advanced numerical simulation of rotor wakes（up to two revolutions）are urgently needed for better understanding of wake behavior and its effects on blade airloads．The current capability for predicting blade airloads is not mature mainly due to lack of good modeling of rotor wakes，such as vortex core variations over two rotor revolutions．And also a comprehensive analysis capability is needed to couple an aerodynamic CFD solver and a structural dynamic code．

A blade－vortex miss distance has been recognized as one of the most important and controllable parameters for noise reduction and can be adjusted by blade tip changes or active blade controls．Higher－Harmonic Control or Individual Blade Control techniques can increase the miss distance during blade－vortex interactions by increasing blade induced velocity and also changing blade tip deflection．In order to overcome some disadvantages of blade root control techniques，smart structures are being developed as on－ blade controls，which have a great potential to substantially advance the technology．

Analysis developers and experimentalists have to work together in planning and executing any rotor test． Most of tests were carried out independently without much consultation with analysts，while most analytical validations were done with any best－matched test data they can find．And analysts also find that any existing test data is insufficient or inadequate for validation efforts due to a fact that some important information they need is missing in it．Therefore，it is extremely important for analysts and experimentalists to plan and execute a rotor test together．

## REFERENCES

1．Schmitz，F．H．and Yu，Y．H．，＂Helicopter Impulsive Noise：Theoretical and Experimental Status，＂ Journal of Sound and Vibration，109（3），pp 361－422， 1986

2．R．George，＂Helicopter Noise－State of the Art＂，J．Aircraft Vol．15，No． 11 pp．707－715， 1978
3．R．D．JanakiRam，＂Aeroacoustics of Rotorcraft＂in AGARD Report 781， 1990
4．Martin V．Lowson，＂Progress Towards Quieter Civil Helicopters，＂presented at the 17th European Rotorcraft Forum，Paper 91－59，September 24－27，1991，Berlin，Germany and Aeronautical Journal pp．209－223，June 1992

5．James L．Tangler，＂Schlieren and Noise Studies of Rotors in Forward Flight，＂presented at the 33rd AHS annual national forum，paper number 33－05，Washington，D．C．，May 1977

6．Splettstoesser，W．，Kube，R．，Wagner，W．，Seelhorst，U．，Boutier，A．，Micheli，F．，Mercker，E．and Pengel，K．，＂Key results from a higher harmonic control aeroacoustic rotor test（HART）＂J．of the American Helicopter Society 42 （1）， 1997

7．F．H．Schmitz，D．A．Boxwell，D．A．Lewy，and C．Dahan，＂Model－to Full－scale Comparisons of Helicopter Blade－Vortex Interaction Noise，＂J．of American Helicopter Society，Vol．29，No．2，April 1984

8．Gerald A．Shockey，T．W．Williamson，and Charles R．Cox，＂Helicopter Aerodynamics and Structural Loads Survey，＂presented at the 32nd Annual Forum of AHS，Washington，D．C．，May 1976

9．Lorber，P．F．，＂Aerodynamic results of a pressure－instrumented model rotor test at the DNW＂，46th Annual Forum of the American Helicopter Society，Washington，D．C．， 1990

10．Mercker，E．and Pengel，K．＂Flow Visualization of Helicopter Blade Tip Vortices，＂presented at the 18th European Rotorcraft Forum，paper number 26，Sept．15－18，1992，Avignon，France

11．C．Kitaplioglu and F．X．Caradonna，＂A Study of Blade－Vortex Interaction Aeroacoustics Utilizing an Independently Generated Vortex，＂presented at the AGARD Fluid Dynamics Panel Symposium on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft，Berlin，Germany，October 10－14， 1994

12．M．B．Horner，E．Saliveros，and R．A．McD．Galbraith，＂An Examination of Vortex Convection Effects during Blade－Vortex Interaction，＂Aeronautical Journal，pp．373－379，December 1992

13．Ehrenfried，K．，Meier，G．E．A．，and Obermeier，F．，＂Sound Produced by Vortex－Airfoil Interaction，＂ presented at the 17th European Rotorcraft Forum，paper \＃91－63，Berlin，Germany，Sept．24－26，1991

14．Lee，S．and Bershader，D．，＂Head－on Parallel Blade－vortex Interaction，＂AIAA Journal Vol．32， Number 1，pp．16－22，January 1994

15．Ffowcs Williams，J．E．and Hawkings，D．L．，＂Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion，＂Philosophical Transactions of the Royal Society of London，Series A，Vol．264， May 8，1969，pp．321－342

16．Farassat，F．，＂Theory of Noise Generation from Moving Bodies with an Application to Helicopter Rotors，＂NASA TR R－451， 1975

17．S．E．Widnall，＂Helicopter Noise due to Blade－Vortex Interaction，＂J．Acoust．Soc．America，Vol．50， No． 1 （part 2）， 1971

18．Nakamura，Y．，＂Prediction of Blade－vortex Interaction Noise from Measured Blade Pressure，＂ presented at the 7th European Rotorcraft and Powered Lift Aircraft Forum，paper number 32， Garmisch－Partenkirchen，Germany，September 8－11， 1981

19．Beaumier，P．，Prieur，J．，Rahier，G．，Spiegel，P．，Demargne，A．，Kube，R．，van der Wall，B．G．，Schultz， K．J．，Splettstoesser，W．，Tung，C．，Gallman，J．，Yu，Y．H．，Brooks，T．F．，Burley，C．L．，and Boyd，D．D．， ＂Effect of higher harmonic control on helicopter rotor blade－vortex interaction noise：prediction and initial validation，＂ $75^{\text {th }}$ Fluid Dynamics Panel Symposium on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft，Berlin，Germany， 1994

20．Nishimura，H．，Kondo，N．，Nakamura，H．，Tsujiuchi，T．，Yamakawa，E．，Aoyama，T．，and Saito，S．， ＂Comparison between calculated rotor noise and experimental data obtained by DNW test，＂ $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，15－17 September 1998，Marseilles，France

21．Ochi，A．，Shima，E．，Yamakawa，E．，Aoyama，T．，and Saito，S．，＂Aerodynamic and Aeroacoustic Analysis of BVI by Moving Overlapped Grid Method，＂ $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，15－17 September 1998，Marseilles，France

22．Tung，C．，Kube，R．，Brooks，T．F．，and Rahier，G．，＂Prediction and Measurement of Blade－Vortex Interaction，＂Journal of Aircraft，Vol．35，No．2，pp．260－266，March－April， 1998

23．Yu，Y．H．，B．Gmelin，H．Heller，J．J．Philippe，E．Mercker，and J．S．Preisser，＂HHC Aeroacoustics Rotor Test at the DNW－the Joint German／French／US HART Project，＂Paper 115，Proc．20th European Rotorcraft Forum，Amsterdam，Netherlands，October 4－7， 1994

24．Murashige，A．，Kobiki，N．，Tsuchihashi，A．，Nakamura，H．，Inagaki，K．，and Yamakawa，E．，＂ATIC aeroacoustic model rotor test at DNW，＂Heli Japan 98，Paper number AC02．1，April 21－23，1998 Gifu，Japan

25．Young，L．，＂Tilt Rotor Aeroacoustic Model（TRAM）：A New Rotorcraft Research Facility，＂Heli Japan 98，Paper number AC02．1，April 21－23，1998 Gifu，Japan

26．Lim，J．W．，Tung，C．，and Yu，Y．H．，＂Prediction of Blade－Vortex Interaction Airloads with Higher－ Harmonic Pitch Controls Using the 2GCHAS Program，＂Heli Japan 98，Paper number T4－5，April 21－23，1998 Gifu，Japan

27．Gallman，J．M．，Tung，C．，Yu，Y．H．，and Low，S．L．，＂Prediction of Blade－vortex Interaction Noise with Applications to Higher Harmonic Control，＂AIAA 93－4331，15th Aeroacoustics Conference，Long Beach，CA Oct． 1993

28．Lee，C．S．，Saberi，H．，and Ormiston，R．A．，＂Aerodynamic and Numerical Issues for Coupling CFD into Comprehensive Rotorcraft Analysis，＂presented at the $53{ }^{\text {rd }}$ Annual AHS Forum，April 29－May 1， 1997，Virginia Beach，Virginia

29．Otis Childress，＂National Rotorcraft Noise Reduction Program Overview，＂paper at NATO－CCMS Symposium on Noise Aspects of Rotary Wing Aircraft， 1991

30．Splettstoesser，W．R．，Niesl，G．，Cenedese，F．，Nitti，F．，and Papanikas，D．G．，＂Experimental Results of the European HELINOISE Aeroacoustic Rotor Test in the DNW，＂presented at the 19th European Rotorcraft Forum，Cernobbio，Italy，Sept．14－16， 1993

31．Schimke，D．，Janker，P．，Blaas，A．，Kube，R．，Schewe，G．，and Kessler，C．，＂Individual Blade Control by Servo－Flap and Blade Root Control－a Collaborative Research and Development Program＂， presented at the $23^{\text {rd }}$ European Rotorcraft Forum，Dresden，Germany， 1997

32．T．F．Brooks，＂Studies of Blade－Vortex Interaction Noise Reduction by Rotor Blade Modification，＂ Proc． 1993 National Conference on Noise Control，pp．57－66，Williamsburg，VA，May 2－5， 1993

33．D．R．Hoad，＂Evaluation of Helicopter Noise Due To Blade－Vortex Interaction for Five Tip Configurations，＂NASA TP－1608，December 1979

34．Martin，R．M．and Connor，A．B．，＂Wind－tunnel Acoustic Results of Two Rotor Models with Several Tip Designs，＂NASA TM－87698，July 1986

35．Marze，H．J．，and Philippe，J．J．，＂A Quiet Helicopter－A Research Program Today，A Reality Tomorrow，＂Paper 9，Proc．20th European Rotorcraft Forum，Amsterdam，Netherlands，October 4－7， 1994

36．Nakamura，H．，Nishimura，H．，Kondo，N．，Yamakawa，E．，Aoyama，T．，and Saito，S．，（1998）Effect of blade geometry on BVI noise in various flight conditions In：Heli Japan 98，Paper number T4－6， April 21－23，Gifu，Japan

37．Brocklehurst A．and Pike，A．C．，＂Reduction of BVI noise using a Vane Tip，＂presented at the AHS Aeromechanics Specialists Conference，San Francisco，CA，Jan．19－21， 1994

38．Yu，Y．H．，Gmelin，B．，Splettstoesser，W．，Philippe，J．J．，Prieur，J．，and Brooks，T．，＂Reduction of helicopter blade－vortex interaction noise by active rotor control technology，＂Progress of Aerospace Sciences，Vol．33，1997，pp．647－687

39．Brooks，T．F．，Booth，E．R．，Jolly，J．R．，Yeager，W．T．，and Wilbur，M．L．，＂Reduction of Blade－Vortex Interaction Noise through Higher Harmonic Pitch Control，＂AHS Journal，Vol．35，No．1，1990，pp．86－ 91

40．Splettstoesser，W．R．，Lehmann，G．，van der Wall，B．，＂Higher Harmonic Control of a Helicopter Rotor to Reduce Blade－Vortex Interaction Noise，＂presented at the $15^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum， September 1989

41．Splettstoesser，W．R．，Schultz，K．J．，Kube，R．，Brooks，T．F．，Booth，E．R．，Niesl，G．，and Streby，O．，＂A Higher Harmonic Control Test in the DNW to Reduce Impulsive BVI Noise，＂Journal of the American Helicopter Society，Vol．39，No．4，October 1994

42．Polychroniadis，M．（1990）Generalized higher harmonic control－ten years of aerospatiale experience， $16^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，Glasgow，U．K．，paper no．III 7.2

43．Kube，R．，Splettstoesser，W．R．，Wagner，W．，Seelhorst，U，Yu，Y．H．，Boutier，A．，Micheli，F．，Mercker， E．，＂Initial Results from the Higher Harmonic Control Aeroacoustic Rotor Test（HART）in the German－Dutch Wind Tunnel，＂75th Fluid Dynamics Panel Symposium on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft，Berlin，Germany，Oct．10－13， 1994

44．Kube，R．，van de Wal，B．，and K．J．Schultz，＂Mechanisms of Vibration and BVI noise Reduction by HHC，＂presented at the 20th European Rotorcraft Forum，Amsterdam，The Netherlands，October 4－7， 1994

45．Kobiki，N．，Tsuchihashi，A．，Murashige，A．and Yamakawa，E．，＂Elementary Study for the Effect of HHC and Active Flap on Blade Vortex Interaction，＂

46．Ham，N．D．，＂Individual Blade Control and Its Application，＂Proceeding of the Annual Forum of the AHS，May 1983

47．Richter，P．，Eisbrecher，H．D．，and Kloeppel，V．，＂Design and First Tests of Individual Blade Control Actuators，＂ $16^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，1990，Glasgow，UK

48．Scholl，E．，Gembler，W．，Bebesel，M．，Splettstoesser，W．，Kube，R．，and Pongratz，R．，＂Noise Reduction by Blade Root Actuation－Analysis of Flight and Wind tunnel Tests，＂presented at the $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，Marseilles，France，15－17 September 1998，paper number TE 06.

49．Morbitzer，D．，Arnold，U．T．P．，and Muller，M．，＂Vibration and Noise Reduction through Individual Blade Control Experimental and Theoretical Results，＂presented at the $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，Marseilles，France，15－17 September，1998，paper number TE10

50．Splettstoesser，W．R．，Schultz，K．J．，van der Wall，B．，Buchholz，H．，Gembler，W．，and Niesl，G．，＂The Effect of Individual Blade Pitch Control on BVI Noise－Comparison of Flight Test and Simulation Results，＂presented at the $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，Marseilles，France，15－17 September，1998， paper number AC07

51．Niesl，G．，Swanson，S．M．，Jacklin，S．A．，Blaas，A．，and Kube，R．，＂Effect of individual blade control on noise reduction，＂AGARD Conference on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft，1994， Berlin，Germany

52．Jacklin，S．A．，Blaas，A．，Dietrich Teves，and Kube，R．，＂Reduction of helicopter bvi noise，vibration， and power consumption through individual blade control，＂the $51^{s t}$ AHS Forum，1995，Fort Worth， TX

53．Swanson，S．M．，Jacklin，S．A．，Blaas，A．，Niesl，G．，and Kube，R．，＂Acoustic results from a full－scale wind tunnel test evaluating individual blade control，＂the $51^{s t}$ AHS Forum，1995，Fort Worth，TX

54．F．K．Straub，＂A Feasibility Study of Using Smart Materials for Rotor Control，＂Proc．of the 49th Annual Forum of the American Helicopter Society，St．Louis，MO，May 1993

55．M．A．Marcolini，E．R．Booth，H．Tadghighi，A．A．Hassan，C．D．Smith，and L．E．Becker，＂Control of BVI Noise Using an Active Trailing Edge Flap，＂presented at the 1995 AHS Vertical Lift Aircraft Design Conference，San Francisco，CA，January 18－20， 1995

56．Kobiki，N．，Tsuchihashi，A．，Murashige，A．and Yamakawa，E．，＂Study for the Effect of Active Flap on Blade Vortex Interaction，＂presented at Heli Japan 98，Paper number T4－3，April 21－23，Gifu， Japan

57．Chopra，I．，＂Development of a Smart Rotor，＂presented at the 19th European Rotorcraft Forum， Cernobbio，Italy，Sept．14－16， 1993

58．Chopra，I．，Special Issue on Application of Smart Structures Technology to Rotorcraft Systems，Smart Materials \＆Structures，Vol．5，No．1，February 1996

59．Chopra，I．，＂Status of application of smart structures technology to rotorcraft systems，＂in Proceedings of the Royal Aeronautical Society Conference on Innovation in Rotorcraft Technology，London，UK， June 1997

60．Straub，F．，＂Application of smart materials to helicopter rotor active control，＂in Proceedings of the SPIE Symposium on Smart Structures and Materials，San Diego，CA．，March 1997

61．Spangler，R．L．，and Hall，S．R．，＂Piezoelectric Actuators for Helicopter Rotor Control，＂31st AIAA Structures，Structural Dynamics and Material Conference，May 1990

62．Schimke，D．，Janker，P．，Wendt，V．，and Junker，B．，＂Wind Tunnel Evaluation of a Full Scale Piezoelectric Flap Control Unit，＂presented at the $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，Marseilles，France， 15－17 September 1998

63．Wells，V．L．and Glinka，A．T．，＂The Flip Tip－a Novel Method for Reducing Blade－Vortex Interaction Noise，＂in Proceedings of the Royal Aeronautical Society Conference on Innovation in Rotorcraft Technology，London，UK，June 1997

64．Amerigo，M．P．，and Baeder，J．D．，＂Feasibility of Arbitrary Pitching Motion Controlled by Piezoceramic Actuators to Reduce Blade－vortex Interaction Noise，＂presented at the AHS 51st Annual Forum，Ft．Worth，TX，May 9－11， 1995

65．Nitzsche，F．，＂Tailoring the Dynamic Response of Helicopter Rotors using Smart Materials，＂AIAA 95－1083，presented at the AIAA／ASME Adaptive Structures Forum，April 12－13，1995，New Orleans， L．A．

# Global Multidisciplinary Optimization of a High Speed Civil Transport 

by<br>Steven E. Cox ${ }^{\dagger}$ and Raphael T. Haftka ${ }^{\dagger}$<br>Chuck A. Baker ${ }^{\ddagger}$, Bernard Grossman ${ }^{\ddagger}$, William H. Mason ${ }^{\ddagger}$ and Layne T. Watson ${ }^{\ddagger}$


#### Abstract

The conceptual design of aircraft often entails a large number of nonlinear constraints that result in a nonconvex design space and multiple local optima. The design of the High Speed Civil Transport (HSCT) is used as an example of a highly complex conceptual design with 26 design variables and 68 constraints. This paper compares three global optimization techniques on the HSCT problem and a test problem with thousands of local optima: multistart local optimizations using either Sequential Quadratic Programming (SQP) or Snyman's Dynamic Search method, and Jones' DIRECT global optimization algorithm on the HSCT problem. SQP is a local optimizer, while Snyman's algorithm is capable of moving through shallow local minima. The DIRECT algorithm is a global search method based on Lipschitzian optimization that locates small promising regions of design space and uses a local optimizer to converge to the optimum. The DIRECT algorithm is found to be the most cost effective for locating the global optimum of noisy functions.


## 1. Introduction

The problem of optimizing complex systems lies in the interaction of the various components and disciplines. Optimizing the design based on one criterion can lower the performance based on another criterion. For example, when designing an aircraft, reducing the thickness of a wing to lower the drag will increase the structural weight, which will require more lift, which will in turn increase the drag. Optimizers must deal with each of these concerns at the same time in order to reach an optimum design. Combining several disciplines in the optimization may lead to a high dimensional design space. As the number of variables increases, the volume of the design space increases exponentially and gradient calculations become more expensive. This increases the cost to optimize the design over even a small range for each variable.

Performance constraints for a complex design can create irregular feasible design regions, which create local optima. Local constrained optimization algorithms stop at the first local optimum they find and have no way to search for a better optimum. To solve this problem, either multiple starting points or a global optimization algorithm may be used. Both of these methods will increase the cost of the optimization.

Much research has been done to find computationally efficient methods to perform global optimization for high dimensional, non-convex design spaces. Many global optimization codes have been presented and tested for use with different classes of problems [1]. However, most of

[^1]these global optimization algorithms are specialized to a narrow class of problems. Similarly, different local optimizers have been compared in terms of their performance as multistart optimizers (e.g., [2]). One general purpose global optimization algorithm to draw attention lately is a Lipschitzian optimizer called DIRECT [3]. It has recently been applied to airfoil design [4] and modifications have been proposed to speed up the convergence [5].

The design of the High Speed Civil Transport (HSCT) is an example of a high dimensional design problem with a nonconvex design space due to nonlinear constraints and numerical noise [6]. This paper compares three global optimization methods for optimizing the design of the HSCT. The first method uses multiple starting points to optimize the design using Sequential Quadratic Programming (SQP) as implemented in DOT [7]. The second method, Snyman's Dynamic search algorithm [8], is capable of passing through shallow local minima to locate a better optimum but still requires multiple starting points. The third method is DIRECT, which is run only once.

## 2. Design Problem

The design problem used to compare the three optimization methods is the HSCT. Our group at Virginia Tech and the University of Florida has developed an HSCT design code, which uses up to 29 design variables and up to 68 constraints [9]. The design goal is to minimize the gross take off weight (GTOW) while satisfying 68 range, performance and geometric constraints.

The code uses simple structural and aerodynamic models to analyze a conceptual design of the aircraft. Two response surfaces were created for calculating the drag coefficient using three codes for different components of the drag. The volumetric wave drag is computed using Harris [10] wave drag program. Drag due to lift is calculated using a panel method by Carlson and Miller [11], with attainable LE thrust


Figure 1．Definition of Five and Ten Design Variables
corrections［12］．Viscous drag estimates are obtained from standard algebraic estimates［13］of the skin friction assuming turbulent flow．The structural weighs were computed from empirically based functions obtained from the Flight Optimization System［14］（FLOPS）weight equations［6］．

Previous work with this code has demonstrated the non－ convexity of the design space and the existence of multiple local minima［6］．In addition，several analyses and sub－ optimizations，including range calculations and structural weights，result in noisy performance functions．This noise adds additional local minima and makes accurate gradient calculations difficult．Optimization methods must be able to deal with this noise and move from one region of design space to another without becoming trapped in local minima．

The HSCT code is able to work with 5， 10 ，or 26 of the design variables．The design variables for the 5 and 10 design variable case are defined in Figure 1．The variables designated with an asterisk are used in the 5 DV case．The remaining variables used in the 26 DV case are the fixed parameters（such as nacelle spacing）from Figure 1 as well as eight variables to define the fuselage shape，two $\mathrm{t} / \mathrm{c}$ ， thickness to chord，values that allow the thickness vary across the wing，a break location for the trailing edge of the wing and 2 variables defining cruise altitudes．These three design cases were used to compare the performance of the optimizers．

## 3．Optimizers

## Sequential Quadratic Programming

The commercial program Design Optimization Tools（DOT）
［7］was used to optimize the HSCT design using SQP．SQP forms quadratic approximations of the objective function and a linear approximation for the constraints and moves towards the optimum within given move limits．It then forms a new approximation and repeats the process until it reaches a local optimum．Due to the use of approximations，

DOT is relatively quick to perform a single optimization and will handle limited noise without becoming stuck in spurious local minima．DOT has been successfully used in the past with the HSCT problem，and compared favorably to other local optimizers［2］．In order to perform a global search of the design space，DOT was started at 100 random initial designs and the lowest objective function value found was taken as the global minimum．

## Dynamic Search

The second optimizer tested was Snyman＇s Dynamic Search method，Leap Frog Optimization Procedure with Constraints， Version 3 （LFOPCV3）［8］．LFOPCV3 is a semiglobal optimization method that is capable of moving through weak local minima．The method is based on the physical situation of a particle rolling down hill．As the particle moves down， it builds momentum，which carries it out of small dips in its path．At each step，LFOPCV3 adds the gradient of the objective function to the velocity of the particle from the previous step．The new velocity determines the step size and direction for the current step．When the velocity vector makes an angle of more than $90^{\circ}$ with the gradient vector， i．e．，when it is descending，the velocity increases and the particle builds up momentum to go through areas where it is ascending．When ascent occurs，a damping strategy is used to extract energy from the particle to prevent endless oscillation about a minimum．

LFOPCV3 handles constraints with a penalty function．It starts with a low value for the penalty to make it easier to move from one feasible region to another，and then it increases the penalty for the final convergence．This algorithm has demonstrated the ability to move further than DOT when searching for the global minimum and has been successfully used on functions with hundreds of local minima．However，it still requires multiple starts to sample the entire design box．For this comparison，we used the same 100 initial designs to compare the performance with DOT．


Figure 3．DIRECT Optimization

## DIRECT

The DIRECT algorithm［3］is a variation of Lipschitzian optimization that uses all values for the Lipschitzian constant．Lipschitzian optimization requires the user to predict the maximum possible slope of the objective function，which is referred to as the Lipschitz constant，K． Lipschitzian optimization uses the value of the objective function at the corners of each box and a predicted maximum possible change in the objective function to find the box with potentially the lowest objective function value． The function is evaluated at the predicted minimum possible value and the process is repeated for a set number of iterations．（See Figure 2．）DIRECT does not require the user to predict the Lipschitz constant．It uses the function value at the center of each box and the box size to find the boxes which potentially contain the optimum．A box is selected if using Lipschitz constant $K$ ，that box could contain the lowest function value．DIRECT then divides these boxes further and repeats the process until the boxes have become sufficiently small．（See Figure 3．）［3］


Figure 2．Lipschitzian Optimization

DIRECT was found to be quick to locate regions of local optima but is slow to converge．To speed up the convergence，DIRECT is stopped once the smallest boxes reach a specified percentage of the original box size and a local optimizer is used for the final optimization．The optimization was stopped when the boxes reached $0.01 \%$ of the original box size for the HSCT comparisons and $0.001 \%$ for the Griewank functions．DOT was then used starting from the 15 best points analyzed by DIRECT，which were at least $5 \%$ of the width of the design space away from the other points selected for local optimization．

## 4．Griewank Test Function

The optimizers were compared for a synthetic problem in addition to the HSCT problems．The Griewank function was used as an example problem with hundreds of local optima．Each optimizer was run multiple times for the 5，10， and 20 DV cases and the results are given in Table 1 below． The one－dimensional Griewank function is given in Figure 4.


Figure 4．Griewank Function in 1 Dimension

The n－dimensional Griewank function：

$$
\begin{equation*}
F=1+\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{i}^{2}}{d}-\prod_{i=1}^{n} \cos \left(x_{i} / \sqrt{i}\right) \tag{1}
\end{equation*}
$$

where $d$ is a constant taken to be 200,1000 and 20000 for the 5,10 and 20 DV cases，respectively．The design was ［ $600,-400]^{\mathrm{n}}$ for the DOT and LFOPCV3 optimizers with random starting points．For DIRECT，the box was 1000 units square with the upper limit randomly set between 100 and 900 to randomize the results for the different runs．Each optimizer was run enough times to get an average number of evaluations needed for each optimum found．The global optimum is at $x_{i}=0.0$ ．The optimizers were compared based on the number of function evaluations required and the number of times each optimizer located the global optimum． The results are given in Table 1.

The results in Table 1 do not give a clear advantage to any one optimizer but they do indicate that DIRECT is not the most efficient optimizer in higher dimensional space．The Griewank function is smooth with an underlying quadratic shape．This is suitable for gradient based optimization if the algorithm is capable of moving past the weak local optima． LFOPCV3 does this by design while DOT is able to do this by using approximations based on widely separated points．

| 5 DV | Calls／Opt（／100） |
| :--- | ---: |
| DIRECT | 34.0 |
| DOT | 102.6 |
| LFOPCV3 | 90.5 |
| 10 DV |  |
| DIRECT | 118.1 |
| DOT | 12.6 |
| LFOPCV3 | 322.4 |
|  |  |
| 20 DV | 1026.5 |
| DIRECT | 197.4 |
| DOT | 72.2 |
| LFOPCV3 |  |

Table 1．Comparison of 5， 10 and 20 DV cases
The lack of a clear trend in Table 1 may be due to the effect of $d$ ，which was different for each case．When d is small，the Griewank function is primarily a quadratic function with a small noise component from the cosine terms．As $d$ is increased，the objective function becomes flatter and the cosine portion becomes more important．The function changes from a noisy function with one global optimum，to an almost flat surface with hundreds of nearly equal local optima．To investigate this effect，the 10 variable case was repeated for different values of $d$ ．The results for this comparison are given in Table 2.

| DIRECT－100 runs | \＃Optima | Calls／Opt（／100） |
| :---: | ---: | ---: |
| $\mathrm{d}=4000$ | 19 | 394.8 |
| $\mathrm{~d}=1000$ | 56 | 118.1 |
| $\mathrm{~d}=200$ | 83 | 69.9 |
| DOT -500 runs |  |  |
| $\mathrm{d}=4000$ | 37 | 39.7 |
| $\mathrm{~d}=1000$ | 96 | 12.6 |
| $\mathrm{~d}=200$ | 160 | 6.2 |
| LFOPCV -500 runs |  |  |
| $\mathrm{d}=4000$ | 25 | 1934.1 |
| $\mathrm{~d}=1000$ | 136 | 322.4 |
| $\mathrm{~d}=200$ | 390 | 8.3 |

Table 2．Variation of $d$ in Griewank Function
As expected，the optimization is easier for small values of $d$ ， where the global optimum is more distinct from other local optima．DOT appears to be the least sensitive to this parameter while LFOPCV3 was the most sensitive to $d$ ．

## 5．HSCT Results

For each design case，the HSCT code was run for 100 starting points for DOT and LFOPCV3，and once for DIRECT．Tables 3 and 4 show the results from these runs． For the 5 DV case，DOT and DIRECT found the same best GTOW with LFOPCV3 performing slightly worse． DIRECT proved to be the fastest optimizer while LFOPCV3 was slowed down by the need to calculate gradients through finite difference．As the number of variables increased， DIRECT continued to be much faster than DOT with LFOPCV3 taking the longest．

| Optimum <br> Weights | LFOPCV3 | DOT | DIRECT |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 5 DV | 594920 | 594645 | 594650 |
| 10 DV | 588145 | 586393 | 580103 |
| 26 DV | 579921 | 567189 | 567508 |

Table 3．Best Weights for each Optimization

| Function <br> Evaluations | LFOPCV3 | DOT | DIRECT |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 5 DV | 41568 | 9676 | 2252 |
| 10 DV | 73480 | 20328 | 5235 |
| 26 DV | 216432 | 91676 | 43921 |

Table 4．Function Evaluations for each Optimization
For the 5 DV case，each optimizer found approximately the same global optimum given in Table 3．This was expected due to earlier experiments that showed the 5 DV feasible space was convex with only one local optimum．DOT and DIRECT differed by less than an inch in the wing root and tip chords while LFOPCV3 was only off by 20 inches in the


|  | LFOPCV3 | DOT | DIRECT |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| DV1（tic＊100） | 2.4000 | 2.4000 | 2.4000 |
| DV2（root 100 ff ） | 1.5958 | 1.5807 | 1.5814 |
| DV3（tip no f） | 1.0763 | 1.1155 | 1.1134 |
| DV4（sweep $110^{\circ}$ ） | 7.1624 | 7.209 | 7.2069 |
| DV5（fuel $10{ }^{5}{ }^{\text {b }}$ ） | 3.0555 | 3.0555 | 3.0555 |

Figure 6．5DV Optimization Designs
wing root chord and 5 inches for the tip chord．The difference in the design variables is less than $1 \%$ ，which can be attributed to noise in the objective function causing premature convergence for LFOPCV3．DIRECT uses DOT for the final convergence，which should cause them to reach the same design when optimizing in the same local region． The most noticeable difference was the number of function evaluations．DIRECT used less than one quarter as many evaluations as DOT to reach the same optimum．

The 10 DV case showed further improvements for DIRECT over DOT．DIRECT located a design 6000 lb lighter than DOT while still using one quarter as many evaluations．The 10 DV case has distinct local optima［6］and the multistart strategy appears to be less efficient than the global strategy used by DIRECT．

For the 26 DV case DOT found a slightly lower weight than DIRECT．However，this difference is less than $0.06 \%$ of the total weight of the HSCT．The designs found by DOT and DIRECT are shown in Figure 7．They represent two different points which could be further refined with higher precision analysis．

## 6．Concluding Remarks

The performance of the three optimizers on these two problems illustrates the danger in drawing conclusions from synthetic test problems．The multistart methods were effective at optimizing the Griewank function but were less efficient for the HSCT problem．DIRECT performed the best on the HSCT problem but became the least efficient for the high dimensional Griewank function．

The Griewank function is smooth with small fluctuations on an underlying quadratic function．The gradient based optimizers were able to use the gradient information to efficiently locate the global optimum，while DIRECT performed a systematic search of the design space without
taking advantage of gradient information．DIRECT was the most efficient for the 5 DV case，but the efficiency decreases rapidly as the number of variables increase．DIRECT was optimized for a two dimensional problem and was not intended to be used on more than 5 or 6 variables．

When $d$ is varied for the 10 DV case，the performance of LFOPCV3 changes more than DOT or DIRECT．LFOPCV3 is a dynamic search technique and the steeper gradients from a low value for $d$ make it easier to move out of local optima． For the larger values of $d$ ，LFOPCV3 takes smaller steps， which decreases the efficiency and increases the likelihood of becoming stuck in a local optimum．This correlation between gradient and step size for LFOPCV3 makes it the most dependent on $d$ ．

The HSCT problem has fewer optima，but the feasible set is nonconvex and numerical noise makes the constraint boundaries nonsmooth．The noise makes gradient calculations incorrect and hampers gradient based optimizers．

The DIRECT algorithm has shown itself to be an effective global optimizer for the HSCT problem．It does not rely on gradient information，which allows it to operate effectively on a noisy function．It located the best optimum for the 5 and 10 DV cases and was only off by 300 lb for the 26 DV case．The biggest savings were in the amount of computer time required．DIRECT was four times as fast as DOT for the 5 and 10 DV cases and was twice as fast for the 26 DV case．

DOT was less efficient than DIRECT for the HSCT problem． For the 10 DV case DOT was unable to locate the optimum but for the 26 DV case it performed as well as DIRECT． DOT is able to avoid some of the function noise by using approximations，but the nonconvex feasible set traps the optimizer in local optima．


Figure 7．Design Planforms from 26 DV Optimization

LFOPCV3 performed worse than expected for the higher dimensional designs．Previous work with the 29 design variable case indicated that LFOPCV3 was better at locating a feasible solution and found lower optimum points than DOT．The most likely cause of the poor performance here is the dependance of LFOPCV3 on accurate gradients．

## 7．Acknowledgement

This research was supported in part by NASA grant NAG2－ 1179.

## 8．References

［1］Floudas C．A．，Pardalos P．M．，＇State of the Art in Global Optimization＇Kluwer Academic Publishers，Dordrecht，The Netherlands， 1996
［2］Haim D．，Giunta A．A．，Holzwarth M．M．，Mason W．H．， Watson L．T．，Haftka R．T．，＇Comparison of Optimization Software Packages for an Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Problem＇Design Optimization，1999，Vol． 1，pp 9－23
［3］Jones D．R．，Perttunen，C．D．，and Stuckman，B．E．
＇Lipschitzan Optimization Without the Lipschitz Constant＇， Journal of Optimization Theory and Application，1993， Vol．79，pp．157－181
［4］Cramer E．J．，＇Using Approximate Models for Engineering Design＇ $7^{\text {th }}$ AIAA／USAF／NASA／ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization， St Louis，Missouri，AIAA Paper－98－4716，Sept．， 1998 ［5］Nelson II S．A．，Papalambros P．Y．，＇A Modification to Jones＇Global Optimization Algorithm for Fast Local Convergence＇， $7^{\text {th }}$ AIAA／USAF／NASA／ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization，St Louis， Missouri，AIAA Paper－98－4751，Sept．， 1998
［6］Knill D．L．，Giunta A．A．，Baker C．A．，Grossman B．， Mason W．H．，Haftka R．T．，Watson L．T．，＇Response Surface Models Combining Linear and Euler Aerodynamics for Supersonic Transport Design＇，Journal of Aircraft Design， 1999，Vol．36，pp75－86
［7］DOT：Design Optimization Tools，Vanderplaats Research \＆Development，Inc．，1995，Version 4.20
［8］Snyman，J．A．＇An Improved version of the original Leap－ Frog dynamic method for unconstrained minimization：
LFOP1（b）＇，Appl．Math．Modelling，1983，Vol．7，pp．216－ 218
［9］MacMillin P．E．，Golovidov，O．B．，Mason，W．H．， Grossman，B．，and Haftka，R．T．，＇An MDO Investigation of the Impact of Practical Constraints on an HSCT
Configuration＇，AIAA $35^{\text {th }}$ Aerospace Sciences Meeting and Exhibit，Reno，NV，AIAA Paper 97－0098，Jan．， 1997
［10］Harris，R．V．，Jr．，＇An Analysis and Correlation of Aircraft Wave Drag＇，NASA TM X－947，March 1964
［11］Carlson，H．W．，and Miller，D．S．，＇Numerical Methods for the Design and Analysis of Wings at Supersonic Speeds＇， NASA TN D－7713，Dec． 1974
［12］Carlson，H．W．，and Mack，R．J．，＇Estimation of Leading－Edge Thrust for Supersonic Wings of Arbitrary Planforms＇，NASA TP－1270，Oct． 1978
［13］Hopkins，E．J．，＇Charts for Predicting Turbulent Skin Friction from the van Driest Method＇，NASA TN D－6945， Oct． 1972
［14］McCullers，L．A．，＇Aircraft Configuration Optimization Including Optimized Flight Profiles＇，Proceedings of the Symposium on Recent Experiences in Multidisciplinary Analysis and Optimization，compiled by J．Sobieski，1984， pp．396－412（NASA CP－2327）

# 計算科学技術の将来 

小池 秀耀＊${ }^{*}$

# Future Computational Science and Engineering 

by
Hideaki Koike＊
ABSTRACT
Due to the radical strides of computers and networks，Computational Science and Engineering（CSE）such as CFD have been in progress of technical innovation．By this progress，application of CSE for practical subject has made great expansion to its possibility．Following the change，application software has become enlarged and complicated，and development of application software has become more difficult．Although Computational Science and Engineering is on a rapid progress，it is highly required to surmount following technical themes for the present，in order to come off the technical innovation making the best use of hardware improvement and storage of information technology． Establishment of（1）parallel processing technique for tasks，（2）technology integrating plural software on network and constructing software solving more complicated large－scaled problems，and（3）simulation technique of multi－scale and multi－physics．Technical problems that Computational Science and Engineering is come up against are＂Integration＂in short．Above technical themes are the present themes necessary to materialize the＂Integration＂．Technical innovation of Computational Science and Engineering is about to change the concept of currently used computer system centered toward＂PSE：Problem－Solving Environments＂providing all the hardware and software needed for the solution of subjected problems．

## 1．はじめに

最初の汎用電子計算機 ENIAC が誕生してから，約半世紀が過ぎた。この間の情報技術の発展は目覚しく，社会生活全般を大きく変えつつある。科学技術分野においても，情報技術の応用が必要不可欠となっており，計算科学技術 という新しい分野が発展している。計算科学技術はここ数十年の間に確立した学問であるが，すでに，新たな科学技術研究の手法として，不動の地位を確立している。現在， その計算科学技術が，E N I A C の誕生に匹敵する技術革新の時代に入っている。本稿では技術革新の最中にある計算科学技術の現状について述べるとともに，計算科学技術 の将来について考察する。

## 2．計算科学技術の構成要素

計算科学技術は情報技術と科学技術の各分野との融合領域である。一口に計算科学技術というが，計算科学技術は大きく二つの要素に分けられる。すなわち，数値実験と数値実験を行うためのソフトウェア・ハードウェアの開発に分けられる。前者は応用分野に近い領域にあり，後者は情報科学技術に近い領域にある。もちろん，数値実験とソフ トウェアの開発は不可分の関係にあり，研究では同一の研究者が両方を行っている場合も多い。しかしながら，計算科学技術が発展し，研究対象が複雑で大規模なものとなる にしたがって，数値実験とソフトウェア開発は連携しつつ も独立の学問となりつつある。本稿では主としてソフトゥ ェアとハードウェアについて論じる。

## 3．計算科学技術の進歩

ENIACの誕生ともに生まれた計算科学技術は，この半世紀で実験，理論と並ぶ科学技術に成長し，さらに速度 を速め発展しつつある。計算科学技術の将来を考察する為 には，この半世紀の計算科学技術の発展を俯瞰する必要が ある。計算科学技術は，その目覚しい成長とともに，技術

[^2]領域，対象領域を急速に拡大している。計算科学技術の各構成要素毎に，この間の進歩を振り返ってみる。

## 3． 1 コンピュータ

表1に ENIAC 以来のコンピュータの性能向上の推移を示す。この表を見るとわかるように，コンピュータのピ－ ク計算速度は約 1 0 0 0 億倍に，記憶容量は約 1 0 0 億倍 に向上している。最近は，計算速度は5年間で 10 倍以上 の速度で向上している。このようなコンピュータの発達は LSI の性能向上と並列コンピュータの実用化によるもので ある。LSI は今後も従来のトレンドで性能向上を続けるも のと予想され，コンピュータのピーク性能は今後も5年間 で10倍以上向上するものと予想される。記憶容量も同様 の速度で向上するものと考えられる。

| コンピュータ | 年 | 演 算 速 度 （MFLOPS） | 記億容量 |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| ENIAC | 1946 | 3． $3 \times 10^{-4}$ | 20W |
| CDC6600 | 1964 | 1． 0 | 32 kW |
| CDC7600 | 1968 | 4． 0 | 65 kW |
| CRAY－1 | 1976 | 160． 0 | 8MB |
| VPP800 | 1998 | 1． $0 \times 10^{6}$ | $2 \times 10^{6} \mathrm{MB}$ |
| SX－5 | 1998 | 1． $0 \times 10^{6}$ | $1 \times 10^{6} \mathrm{MB}$ |
| SR8000 | 1998 | 1． $0 \times 10^{6}$ | $1 \times 10^{6} \mathrm{MB}$ |
| 地球シミュレータ | 2001 | 40． $0 \times 10^{6}$ | $1 \times 10^{6} \mathrm{MB}$ |

表2 アルゴリズムの進歩 ${ }^{(1)}$

| 年代 | 計算時間 | 必要メモリー |
| :---: | :---: | :---: |
| $1945 \sim 55$ | 3000年 | 800 MW |
| $1955 \sim 65$ | 200年 | 5 MW |
| $1965 \sim 95$（直接解法） | 5時間 | 50 MW |
| $1965 \sim 95$（逐次近以） | 1時間 | 300 KW |

注1）100MFLOPSの計算機を使用した仮定
注2）エンジン・プロック内の温度分布の計算が対象

## 3． 2 アルゴリズム

アルゴリズムの進歩は，応用分野ごとに状況が異なるこ ともあり，定量的に評価することを難しい。エンジン・ブ ロック内の温度分布を対象として，アルゴリズムの進歩を評価した研究がある（1）。その結果を表2に示す。計算時間や必要とするメモリーが劇的に減少していることがわか る。

3． 3 ネットワーク
計算科学技術の領域でネットワークが本格的に普及した のは1990年代に入ってからであるが，この10年間で目覚しい発展を遂げている。デー夕転送速度は基幹ネット ワークに関しては1ギガビット1秒が標準になりつつあり， コンピュータはネットワークの一構成要素となりつつある。 21世紀の計算科学技術はネットワークによる本格的な分散処理の時代となるものと考えられる。例えば，米国のN SFは1998年に従来の計算資源の提供を目的としたス ーパーコンピュータ・センターを廃止し，新たにPACI
（ Partnerships for Advanced Computational Infrastructure Program）センターを設置した。二つあ る P A C I センターの一つであるNCSA（National Computational Science Alliance）${ }^{(2)}$ では，高性能コンピ ユータ，先端的可視化環境，遠隔装置，大規模データベー スを高速ネットワークで結ぶ GRID（The Alliance＇s National Technology Grid）と名づけた，問題解決のための最強の環境を構築することを目指している。彼らは加速度的に増大するコンピュータ資源への要求に対して，高速コ ンピュータを開発し続けていくことは困難であり，コンピ ュータ・グリッドを構築し，必要に応じてメタコンピュー夕に組み立てる方が良いと考えている。

## 3． 4 ソフトウェア

コンピュータやネットワークの発達に伴い，計算科学技術の対象も飛躍的に拡大するとともに，問題も急速に大規模化•複雑化している。これに伴い，ソフトウェアも複雑化•大規模化している。表3に科学技術計算用大型ソフ トウェアの変化を示すが，現在の最大規模のソフトウェア は数百万ステップに達している。人類が到達した最も複雑 なシステムとなっている。

## 3． 5 計算流体力学

計算科学技術の発展の具体例として，米国のロスアラモ ス国立研究所における計算流体力学を例に取り検討する。
図1にロスアラモス国立研究所における計算流体力学の研究の歴史を示す（3）。この図から，計算流体力学の発展の様子がわかる。表4に計算流体力学研究グループT－3にお ける現在の研究テーマを示す ${ }^{(3)}$ 。T－3 では計算流体力学の現状と将来について次のように考えている ${ }^{(3)}$ 。（1）現在は，一つの手法で全ての問題を解くことはできない。（2）分散処理は，将来，最大のコンピュータ資源となるであろ う。（3）コンピュータの機種に依存しないコードを開発する という課題は，現在，ほとんど達成されている。新しいコ一ドは一－部C＋＋を用いているのを除くと，すべてFORT RAN90で書かれている。

T－3の現在の研究テーマの数値計算上の目標は，（1）計算効率，精度，頑強性の向上，（2）マルチスケール現象の取り扱い，（3）非線型方程式の取り扱い，（4）境界条件の改良，（5）追加する物理モデルの実装である 3 ${ }^{(1)}$ 。将来の研究課題と して（1）支配方程式の特性に基づいた処理，（2）続計的計算流体力学，（3）データマイニング，（4）計算コード・ライブラリ －の開発を挙げている ${ }^{(3)}$ 。

表3計算科学技術の大型ソフトウェアの複雑化

| 項 目 | 1985 |  | 995 |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
|  | 第1期 | 第2期 | 第3期 |
| アーキテクチ＋ | 芸術的ソフトゥェア | 楥造化設計 | オブジェクト指同 |
| 規㷬（ステップ） | ～10万 | $\sim 50$ 万 | 故百万 |
| ハードウェア | 逐次処理 | ベクトル処理 | 並列処理 |
| コンビュータの例 | COC7600 | Cray－ 1 | $5 x-4$ |
| CFDソフトウェア例 | NASTRAN | $\alpha$－FLOW | ？ |
| コビューテイング・システム | バッチ処理 | クライアト・サーム－ | 怰俱•分散•並列 |
| 開発暨（才－タ－） | ～1樓円 | －101動円 | $\sim 100$ 镍种 |


| Computing Resources | 40＇s | Activities |
| :---: | :---: | :---: |
| Mechanical calculators |  | All Lagrangian codes |
| Maniac | 50 s， |  |
|  |  | Harlow and PIC arrive |
|  | 60＇s： | T－3 established with 7 members Vortex－stream function，PAF－Free Lagrangian |
| IBM Stretch |  |  |
| CDC 6600 |  | MAC，ICE，$k$－$\varepsilon$ turbulence LINC |
| CDC 7600CRAY－1 |  | Harlow steps down as Group Leader |
|  |  | MHD，ALE，Finite Volume |
|  |  | Multiphase crijes－SOLA Reactive flow：－RICE |
| More CRAYs | $80^{\prime}$ S | Reactive flow：－RICE SALE |
|  |  | Solid mechanics－ductile failure |
| ${ }^{\text {Clusters }}$ |  | CAVEAT，Massively parailci codes |
|  | 90＇s－ | The return of Euierian codes |
| TMI CM－S | OO， | Grand challenges |
| CRI T3D，Trion |  | Fully unstructured codes |
| ？？？？ | 2000 | 30 members |

図 1 ロスアラモス研究所におけるCFD研究の歴史

表4 ロスアラモス研究所のT－3グループの研究テーマ ${ }^{\text {（ }}$ •

Reactive Flow and Combustion
－Automotive flows
KIVA－3，KIVA－F90，KIVA－AC，
NO－UTOPIA，
Hydrogen－fueled powerplants
－Wildfire code for Crisis Management
Multiphase／Multimateria／／Multifield
－Reactive－multiphase flow（CFDLIB）
－High distortion flows（PAGOSA）
－Casting（TELLURIDE）
Particle methods
－MHD（FLIP）
－Granular flow modeling
Global modeling－Parallel computing
－Ocean flow modeling（POP）
－Ocean ice modeling（CICE）
－Coupled Ocean－Atmosphere modeling
－Mantle dynamics

Turbulence
－Spectral modeling
－Direct numerical simuiations
－Engineering models
Material modeling
－High strain－rate plastucity
－Ductile and brittie failure
－Composites

## Miscellaneous

－ $\mathrm{CO}_{2}$ elimination
－Underground tunnel location
－and others
Comments－
－Mostly in collaboration
－Funding from
Industry partnerships
DOE thrust areas
Internal research suppor

## 4．技術革新の時代

計算科学技術は技術革新の時代にあるが，この技術革新 の最大のポイントは，コンピュ‥タ，ネットワークの発達及びこの50年間のソフトウェヲ，情報技術，データタの蓄積等により，従来は不可能であった複雑で大規模な間題な解析することが可能となったことである。具体的いは，分散メモり一型亚列コンピュータの実肘化により，計算速度 の飛躍的向1何可能となるととあに，メを！一やする又タ容量も飛路的に増大した。また，インターネクトトに蓄植 きれた知識（データ，ソフ！ウェアを含む）は，ここ5年間で驚異的に增大しており，だれもが容易にアクセスでき るようになった

しかしながら，この技術革新を推進する上で，新たな技術的課題が発生している。ソフトウェアがハードウェアの進歩とデータやソフトウェアの蓄積についていけないとい う問題である。たとえば，タスク並列を含めた並列処理技術は全く未成熟で，ハードウェアの進歩に利用技術が追随 できていないという現象が生じている。また，ネットワー ク上に分散する膨大な知識から必要とする知識をいかにし て抽出するかが大きな問題となっている。さらに，大規模•複雑化したソフトウェアの開発はますます困難になってお り，危機的状況に陥りつつある。表5に E．Yourdon がまと めたソフトウェア開発の難易度（4）を示すが，最近の計算科学技術用の先端的ソフトウェアは大規模•複雑化し，現在の技術レベルでは限界に近い規模と複雑さになっている。図 2 は米国の大規模ソフトウェアの開発における，計画か らの開発の遅れを示したものである。大規模開発になると計画の 2 倍の開発期間がかかっている。図3は開発プロジ ェクトの中止率を示したものであるが，大規模開発では半数が中止に追い込まれている。計算科学技術は飛躍的発展期にあるが，ハードゥェアの進歩や情報技術の蓄積を生か し，技術革新を実現する為には，ハードウェアを使いこな す技術，すなわちソフトウェアの面で大きなブレークスル一を必要としている。F．P．Preparata は，並列計算につい て次のように述べている ${ }^{(5)}$ 。「技術としても並列計算の現実は満足するものに程遠く，システム科学が対応する物理的現実よりも遅れているという，科学技術の歴史の中でも珍しい例となってしまっている。しかし，私は，並列計算 は不可避であり，やがて中心的な役割を果たすようになる と言いたい。並列性に頼るほかに手だてがない，社会的に重要な応用がある為である」。この言葉は，並列計算を大規模ソフトウェア開発やデータマイニングあるは分散協調処理に置き換えても，そのまま成立する。

## 5．計算科学技術が直面する課題

現在，計算科学技術が直面している技術的課題は一言で言えば「統合化」である。この50年間で計算科学技術は，流体解析，構造解析等の，保存方程式（質量，運動量，工 ネルギー），あるいは，運動方程式の解析に必要な数値解法，コンピュータ技術をほぼ確立した。これらの解析に用 いられるソフトウェア，データ，あるいはアルゴリズム等 の知識の集積は莫大である。しかしながら，構成方程式に代表される物理•化学現象は実験式などで与えざるを得な かった。見方を変えれば，これまでの計算科学技術の主要 な成果は，運動方程式，保存方程式の解法を確立したにす ぎないとも言える。

これからの計算科学技術が挑戦すべき課題は，過去の
表5 ソフトウェア開発の難易度 ${ }^{(4)}$

| リフトウIアの規模 | 難易度 | 開発人数 | 開発期間 |
| :--- | :--- | :---: | :--- |
| 1 千行以下 | 非常に簡単 | 1 | 数週間 |
| 1 万行まで | 簡単 | 2,3 | 半年 |
| 10 万行まで | やや難しい | $6 \sim 10$ | 2,3 年 |
| 1 百万行まで | 難しい | $50 \sim 100$ | $3 \sim 5$ 年 |
| 1 千万行まで | 不可能に近い | 経験者はほとんどいない |  |
| 1 千万行以上 | 非常識 | Star Wars 計画 |  |



SOURCE：Software Productivity Research
図2 大規模ソフトウェア開発における計画とのずれ（6）


SOURCE：Sothware Productivity Research
図3 大規模ソフトウェア開発における中止率（6）
蓄積をベースに，より複雑な自然現象全体を解析すること， すなわち「統合化」であろう。ハードウェアは並列コンピ ユータの実用化，ネットワークの発達，大容量記憶装置の出現により，複雑な自然現象全体を解析する為に必要な条件を満たしつつある。続合化を実現する為には，数値解法 の面では多原理統合型シミュレーション技術などが必要と なり，情報技術的にはタスク並列処理，ネットワーク上で の分散協調処理などが必要となる。なによりも重要なこと は，50年間に渡って蓄積されてきたリソースを，複雑で大規模な問題を解決する為に，ネットワークや並列コンピ ユータ上で統合化する技術の確立である。並列コンピュー タやネットワークの発達も「統合化」のためのプラットホ －－ムの構築という観点で位置づける必要がある。まとめる と，統合化を実現する為に，当面，次のような技術的課題 を克服する必要に迫られている。

- タスク並列処理技術の確立
- ネットワーク上で複数のソフトウェアを統合化し，より複雑で大规模な問題を解決するソフトウェアを構築する技術の確立
－マルチスケール，マルチフィジックスといつた多原理続合型シミュレーション技術の確立


## 6．計算科学技術の将来

6． 1 コンピュータ
半導体技術の進歩に支えられた，ハードウェアの発達は疑いないところである。J．R．Riceは2015年におけるハ ードウェアの性能を現状の1000から5000倍と予測 あいている（1）。コンピュータのピーク性能に関しては，
5年で10倍が現在のトレンドであるから，この予測は妥当であろう。並列コンピュータの実用化，およびLSIの ロードマップを考慮すると，現在のピーク性能向上のトレ ンドが大幅に鈍るとは考えられない。実用上は計算速度と同時に記憶容量が重要である。文献（7）によればNギガ フロップスの計算には，対象にも依存するが，だいたいN の $3 / 4$ 乗ギガバイトのメモリーが必要である。LS I の ロードマップと分散メモリー型コンピュータが主流になる ことを考えると記憶容量は隘路にはならない。ただし，ぺ タフロップスの計算速度を実現する為には～100万プロ セッサーは必要と言われており（7），ソフトウェア面で重大な困難が待ち構えている。

## 6． 2 アルゴリズム

アルゴリズムの進歩による計算効率の向上を定量的に評価することは難しいが，J．R．Riceは，2015年における アルゴリズムによる計算速度の向上を現状の1000倍か ら10000倍と予測している（1）。並列計算技術の進歩 を考慮すると，この予測は妥当と考えられる。計算速度の向上も重要であるが，より重要な技術革新はタスク並列処理と多原理統合型シミュレーション技術である。この両者 は密接に関連している。これらの技術が重要な理由は自然 の本質が階層的でかつ並列であるからである。表6に例と して燃焼問題における階層性を示す。空間スケール，時間 スケールともに $10{ }^{6}$ の差がある。このような問題を解く為には多原理統合型（マルチスケール，マルチフィジック ス）シミュレーション技術の確立がが必要となる。また，自然現象は瞬間的には，空間的に離れた部分は並列に現象 が進行し，かつ，これらの現象が複雑に相互作用している。 この様子（自然の階層性と並列性）をソフトウェア・シス テムとして表現すると図4のようになる。将来のアルゴリ ズム研究の最大の課題はアナリシスからシンセシスに移り つつある。

## 6． 3 ネットワーク

ネットワークの進歩は目覚しいものがあり，今後も加速度的に進歩していくものと思われる。典型的な将来計画は米国の次世代インターネット（NGI）計画である。 N G Iでは2002年までにネットワークの通信速度を現状の 1000 倍（End－to－Endで1ギガビット／秒）を目指してい

表6燃焼問題における階層構造

| 階層 | ミクロ | メソ | マクロ |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 空間スイール | $<10^{-6}$ | $\sim 10^{-3}$ | ＞1 |
| 時間スケーム | $<10^{-3}$ | $\sim 10^{-1}$ | $>1000$ |
| 現象 | 化学反応 | 乱流変動 | NS 平均流 |
| 解析手法 | 分子軌道法確率論的手法分子動力学 | 確率論的手法連続体力学 | 連続体力学 |



図4 自然界の階層性と並列性のモデリング
る。ネットワークを活用した新しい技術（データマイニン グ，分散オブジェクト技術，ネットワークによる知識の統合化など）が急速に発展しつつある。また，高性能コンピ ユータを開発する代りに，ネットワークで結合されたコン ピュータ網（GRID）を用いて，必要なメタコンピュー夕を必要に応じて構築しょうという研究も行われている。 ネットワークの進歩は急速であり，10年後を定量的に予測することは困難である。

## 6． 4 ソフトウェア開発

前述したように，コンピュータとネットワークの驚異的 な発達と情報科学技術の蓄積により，計算科学技術の適用範囲は飛躍的に拡大している。これに伴いフトウェア・シ ステムは従来のものと，あらゆる面で，大きく変わろうと している。例えば，一般のユーザーがコンピュータを利用 することを飛躍的に容易にする研究が集中的に行われてい る。具体的には情報エージェント，知識倉庫，バーチャル リアリティなどの研究が行われている。しかしながら，ソ フトウェアに関する最も重要な課題は，大規模ソフトゥェ アを効率的に開発する技術である。なぜなら，将来の計算科学技術の発展にとって最大の障害はソフトゥェアの開発 の困難さにあるからである。

従来，ソフトゥェアの生産性はほとんど上がっておらず， ライブラリ—や再利用はあまり効果が無い（1）。この原因 は科学技術分野の応用ソフトゥェアが完成するには使用経験の蓄積が必要だからである。計算科学技術用ソフトウェ アの生産効率を上げる新しい方法としてPSE：（Problem－ Solving Environments）が提案されている（8）。PSEの定義は，対象とする問題群を解くために必要な全ての計算環境を提供するコンピュータ・システムというものである。 PSEに関する具体的な研究開発課題は以下のとおうりであ る。

- PSEの開発
- マルチレベルの抽象化と複雑な特性の開拓
- レガシィ・ソフトウェアの再利用
－コンポーネントとコンビネーションのためのテスト・ベ ッドの構築
－重要なコンポーネントの開発
形状モデリング，可視化，シンボリック数学，データベ ース，最適化など
- ソルバーと問題のための知識ベースの構築
- マルチスケール，マルチフィジックスの応用問題に関す る統合化
PSEを構築することにより，プログラミングの生産性は2 －3オーダー向上すると予測されている ${ }^{(x)}$ 。

6． 5 まとめ
これまで述ベたハードウェア，アルゴリズム，ソフトウ ェアの発展を累積すると，20年後には現在のProblem－

Solving Powerは1000 万倍増強されると予想される。過去20年間のProblem－Solving Powerの向上は100万倍程度と推定される（1）。計算科学技術は従来以上の速度 で発展するものと予想される。

## 7．計算科学技術の新たな潮流

計算科学技術の技術革新は，ハードウェアを中心とした従来のコンピュータ・システムの概念も大きく変えつつあ る。 将来のコンピュータ・システムは，対象とする問題解決のために必要な，全てのハードウェア，ソフトウェア を提供する「問題解決のための計算環境」（PSE）へ向かっ ている。特に，これからの高性能のコンピュータ・システ ムは複雑で大規模な問題を解決する為のPSEでなければ ならない。米国のAS C I プロジェクトにおいてもPSE の構築が主要課題の一つとして位置づけられている。計算科学技術の将来を先取りした，これらの新しい潮流につい て述べる。

7． 1 ASCI（Advanced Strategic Computing Initiative） ASCI計画は米国が進めているプロジェクトで，核実験を数値シミュレーションで代替することを目標としている。 この目標を達成するためには，高性能コンピュータの開発 とともに，ソフトウェアの開発においても重要な技術革新 が必要とされている。具体的には，

- フルスケールの統合ソフトウェア・システムの開発
- サブグリッド領域の物理モデルの開発
- 原子核—原子一固体までのマルチスケールの物質シミ ュレーション
が必要である。プロジェクトの予算は年2億ドルから3．
5億ドルである。2004年までに100テラフロップス の高性能コンピュータを開発する。ASCIでは，核実験の数値シミュレーションに必要な，高性能コンピュータ以外 の研究も総合的に実施している。図5にASCIの研究サブ テーマを示す。ASCIにおけるPSEの定義は，基盤技術と して狭い意味で使用されている。高性能コンピュータの開発以外に以下のようなサブプロジェクトを実施している。


図5 ASC I 計画の研究要素
（1）ASC I P S E（Problem－Solving Environments）目標は，高性能コンピュータ，アプリケーション・ソク トウェア，情報に机上からアクセスできるようにすること であるここのため，次のような研究開発を行っている。 －問題解決のためのリソースを続合する。 －超並列コンピュータ用のシミュレーション・コードの開発をサボート
－科学者がシミュレーションを行う環境を構築する
主要な研究項目は以下のとおりである。

- PSEの構築
- シミュレ－ション開発環境
- 可視化
- データの転送とストレージ
- 分散コンピューティング環境
- ハイパフォーマンス・コンピューティング支援

データの探索と管理
（2）ASC1シミュレーション開発環境（ASDE）
目標は，共通基礎環境CBE（Common Basic Environment）をACSIプラットホームの一部として構築し，将来のテラスケール・プラットホームで使用できる環境に拡張することである。具体的には，応用ソフトの開発を加速すること，コードの信頼性をあげること，並列計算効率をあげることを目標としている。
（3）ASC1 分散コンピューティング環境（DCE）
多数のコンピュータを単一システムのように動かす環境
を構築することを目的としている。分散オブジェクト技術 を基盤技術として採用している。UNIX，WINDOW Sの上で，マルチベンダー，マルチ・プラットフォーム． ソフトウェアを走らせることや，セキュリティの確保を研究している。

## （4）ACS 1 可視化

A S C I アプリケーションに必要な可視化機能の開発す る。100テラフロップスップ対応の可視化機能の開発が課題である。
（5）A S C 1 ハイパフォーマンス・コンピューティン グ支援
プラットホームとアプリケーションの間のインフラを構築することが目標である。ハイエンド・アプリケーション の実行とテラスケールデータ管理を支援する技術の研究開発を行う。例えば，大量データの保管，データ管理，高速相互結合，スケーラブルI／O，分散リソース管理，プラ ットホームとサービスの続合などが研究テーマである。

以上のようにASCIプロジェクトでは核実験の数値 シミュレーションという目的を達成するために必要な開発 に総合的に取り組んでいることがわかる。今後の計算科学技術の大規模プロジェクトは，単なる高性能コンピュータ の開発といったものではなく，A S C I のように問題解決 のための統合環境の構築を目指す方向にある。

## 7． 2 仮想ロケットエ学 ${ }^{(9)}$

次に，統合コンピュータ環境構築プロジェクト例として，固体燃料ロケットの全システム・シミュレーション・ブロ ジェクトについて紹介する。このプロジェクトはイリノイ大学のCSAR（Center for Simulation of Advanced Rockets）が実施しているプロジェクトである。図6に小 す固体ロケットのフルスケール・シミュレーションが目的 である。このため，図7に示すような統合シミュレータの開発を行っている。多原理統合型（マルチスケール，マル チフィジックス）シミュレーション技術の確立が必要であ るとともに，複䧴で大規模なソクトウエアを開発する必要 がある。

## 8．まとめ

加算科学技術の誕生以来，半世純が酮ぎたが，訃算科学投術は新たな飛躍の時代を迎えていふこの飛䠰を実垷す ふには，主上してソフトウェアの而で本質的な技術革新が必要ときれている。この技術革新に挑戦する多くのブロジ


図6 固体ロケットの概念図 ${ }^{(9)}$


Legend：
$\square$ Successive refinements

| Subscale simulations and physical models |  |  |
| :---: | :---: | :---: |
| 1］Micromechanical model of particulate composite | 7 | Micromechanical foam model |
| （2）Intergranular cohesive failure | 8 | Direct numerical simulation of compressible turbulence |
| （3）Ductile／cleavage fracture | ［9］ | Direct numerical simulation of turbulent particle |
| 4］Micromechanical propellant combustion interface layer |  | dispersion |
| 5 Subscale analysis of binder failure | 10 | Particle combustion simulation |
| （6）Reactive flow in propagating crack | 11 | Micromechanical DDT modei |

図7 仮想ロケットエ学のシミュレーション開発ロードマップ（9）

エクトが開始されている。米国のAS CIプロジェクトが代表的なプロジェクトである。計算科学技術は，従来の各要素の研究開発から，問題を解決するために必要なコンピ ュータ噮境全体（PSE）の研究開発へとシフトしている。 このような研究努力により，技術革新は着実に進行しつつ ある。計算科学技術の来るべき20年は，過去の20年を上回る飛躍を長垷するものと思われる。

## 参考文献

（1）R．Rice：Future Scientific Software Systems，IEEE Computational Science \＆Eng．（1997）．
（2）NSTC CCIC：Technologies for the 21 Century

Supplement to the President＇s FY 1998 Budget， （1997）．
（3）N．L．Johnson： 1996 Canadian CFD Conference， Ottawa，Canada，June 3－4（1996）．
（4）E．ヨードン：CASE時代の最新プロジェクト管理技術，マグロウヒル（1988）。
（5）上林弥彦他 編：超並列計算講義，共立出版（1996）
（6）W．W．Gibbs：Scientific American，Sept．（1994）p86．
（7）T．Sterling et al．：ペタフロップスコンピュータ，筑波出版会（1997）．
（8）E．Houstis et al．：IEEE Computational Science \＆Eng．（1997）．
（9）M．T．Heath and W．A．Dic：IEEE Computational Science \＆Eng．（1997）

# Any Fluid Dynamic Problem can be solved by CFD！ 

by

Kozo Fujii The Institute of Space and Astronautical Science


#### Abstract

This paper is an introduction of the workshop＂What can we do with CFD？＂to stimulate the discussion in the workshop panel．CFD has made great progress since early 70＇s，and now even three－dimensional problems， if not too large，can be solved using PC＇s．At the same time，the progress of the methodologies was remarkable．However，there are still some obstacles remained．The discussions on the reliability of the solutions，of the strategy to minimize the man－time for the whole process of the simulations，of the reduction of computer time，and else are still important．In the present paper，ideas to overcome these obstacles are discussed．As examples，five ideas are itemized from the author＇s experience．Importance of understanding fluid physics，development of a new set of simplified equations，Cartesian－overset grid approach，a new type of post－processing and accumulations of CFD data are presented and discussed．


## 1．はじめに

流体力学関連の学会では，その半数近く，場合によると それ以上の発表が数値シミュレーションに関するものとな つてきた。現在では，理論，実験と並んで数値シミュレー ション技術（計算力学）を第 3 の科学と呼ぶこともある。実際にその重要性は昨年学術会議に計算力学専門委員会が新たに設置されたことからもらかがい知れる。

それでは数値シミュレーション技術が本当に「もの」の開発に利用されたかというと，確かに局所な利用はあるも のの，昔から議論があったように「CFD が風洞実験にとつ て代わる」という事態にはなつていない。すなわち，CFD技術には何かしら未熟または未完成の部分があって実験と同じ目では見られていないということに他ならない。

「CFD は万能か」というワークショップは，現状 CFD の問題点を明確にし，今後の研究の方向性をみなで議論し てみようとしたのがことの発端である。ワークショップで の議論を活性化するために，筆者の講演では，さまざまな先端シミュレーションを紹介し，成熟しつつある CFD 技術がいかに有能で，価値あるものとなつているか（または そうでないか）を考えてみる材料とさせていただいた。

数年前ボーイングを訪問した際，CFD グループの John Yu 氏から，「基本機体形状の巡航状態シミュレーションは ボテンシャルと境界層で十分．ナヴィエ・ストークスを利用するのは，詳細要素を入れた機体形状，すなわち形状が複雑なものと失速など流れ場が複雑なものに限る。そうな ると物体適合座標では無理だから非構造格子法に研究の中心を移しつつある」と言われた。10年以上前になるが，同じくボーイングのCFD グループのリーダーであった Paul Rubbert は来日した際，「多大な時間をかけたナヴィ エ・ストー・クス計算でも得られるのはポテンシャルの情報 と大差ない。何故ナヴィエ・ストークス計算をするのか？」 と言われたがそこにYu 氏の言葉とも共通するものがある。 では，今の CFD は失速や複雑形状に対処できるのか？—

と自問してみると，NO であろう，「乱流モデルなどの課題 が残されているからできない」では工学とはいえないから，現状の乱流モデルでどこまでできるのか，または何は信用 してよいのかを明確にするのが CFD 研究者のつとめであ ろう。同じ意味で，数値シミュレーションは信頼できるの か，限られた計算機環境で何ができるのか，を考えてみる のも CFDの可能性を知る手がかりとなる。

この原稿では，講演でご紹介した世界のシミュレ…ショ ン例についての記載は省略させていただき，後半部分でおう話した，CFD の抱える問題点と私なりの経験に基づいた解決方法を，私たちが過去に行ってきたシミュレーション例 を使いながら提示してみたい。基調講演原稿なので解說的 な表現になることをお許しいただきたい。

2．爆風伝播の問題 —結局流体力学が大切
ロケットの保安距離算定の問題に関して，私たちは爆風


図 1 爆風伝播（様子

伝播における地形の影響評価といった問題を過去に手がけ た．詳細は文献［1，2 など］を参照していただくことにしてシ ミュレーションの概要と得られた結論をここに示す。ロケ ットや化学プラントなど大量の燃料をもつ機器に万が一の事故が生ずると大きなエネルギーが一度に放出され，強い爆風が生ずる。爆風はドーム状に遠方に向かって伝播する が，先頭衝撃波波面の表面積が増えるに従ってその強さは急激に弱まる（図 1 参照）。このような流れの数値シミュ レ・・ションでは爆発の中心付近で起こる数百気圧から数千気圧という強い圧力から安全が議論できる $1 \%$ 気圧レベル という広い圧力範囲を扱わなければならない。数値シミュ レーションを行うこと自体はそう難しい問題ではないが，安全を議論するためには先頭衝撃波の強さ（圧力上昇） —overpressure と呼ばれる一を定量的に正しく捉える必要 があり，その場所が時間とともに移動していく点がシミュ レーションを困難なものにしている。
私たちは（1）重合格子を利用して先頭衝撃波とともに局所格子を移動する，（2）非構造解適合格子を利用する， の 2 つのアプローチをとった。物理現象とともに計算格子 を移動すると離散化誤差の係数が減少（ラグランジ効果と同じ）するため比較的少ない格子でも優れた解像度を維持 できること［2］から，最終的には（1）を選択した（図 2 参照）。格子解像度の影響を図 3 に示す。移動しない格子で 4001 点を爆風の進行方向にとった場合よりも，格子幅の大きな局所移動格子を利用した場合の方が高い解像度が得 られている。なお，移動格子の格子空間解像度は 801 格子 の場合と同じである。

爆風は先頭衝撃波の後に強い膨張波をともなっているの で，図 3 からもわかるとおり，衝撃波はスパイク状となっ ている。計算格子解像度が不足して衝撃波がなまると爆風 （先頭衝撃波）の強さが小さめに評価されて危険なので，実際のシミュレーションでは必要な格子数などは予め簡単 な点対称などの計算で評価しておく。仮に爆風の性質を知 らずに解像度の不足した格子でシミュレーションを行い，結果を使って定量予測をすると大きな間違いを冒すことに なる。そういつた事態を招かないためには，単に手に入れ たソフトウェアを使って計算をし，結果をプロットするの ではだめで，まず爆風の流体力学的な性質を知っている必要がある。次に格子解像度が不足するとどうなるかという離散化誤差などの数値計算技術に関する知識を持つ必要が ある。 つまり，流体力学と数値シミュレーションの両方の知識があってはじめて信頼できるシミュレーションが成立 する。


図2 ある瞬間の移動重合格子の様子


図 3 移動格子の効果—爆風の例

これは非常に簡単な例なので何をいまさらと思われるか もしれないが，複雑な問題でも同じことが言え，今後ソフ トウェアが普及して CFD が一般技術として利用されるよ うになった場合には注意を要する問題と考えられる。

## 3．高速列車の問題 一方程式を考え直す

近年，新幹線やリニアモーターなど列車の高速化によっ て列車トンネル突入時に生ずる，いわゆるトンネル微気圧波という空力問題解決が社会的にも重要となってきた。私 たちは，宇宙輸送研究のスピンオフという意味からこの問題を扱ってきた。

図 4 にこの問題の概念図を示す。列車がトンネルに突入 するとピストン的な効果でトンネル内，列車前方に圧縮波 が生ずる。この圧縮波は伝播とともに次第に切り立ち，長 いトンネルの場合は弱い衝撃波になることもある。この圧縮波が出口から放出されると微気圧波と呼ばれるパルス状 の波動となって近隣に伝播することになるが，これが衝撃音などの不快な振動として問題視されている。当然予想さ れるように，列車が高速になれば微気圧波は強くなるため， すでに新幹線ではトンネル緩衝口などといった対策が施さ

A high speed train


図4 高速列車のトンネル突入

れている．また，列車の側でもこの問題を軽減するた めに 500 系や 700 系新幹線ではそれまでの列車に比べ て列車先頭部が長く設計されている。

この問題を数値シミュレーションする際に大切なの は，物体，現象が時間とともに移動すること，また捉 えるべき波動が非常に弱いことである。実際，トンネ ル内に生ずる圧縮波のレベルは大気圧の $1-2 \%$ である。従って，爆風問題と同じ移動重合格子のアプローチが適している。私たちがこの問題を扱ったのも，元はと いえばこの問題の手法開発が爆風の問題に直接有用な技術や知見を与えてくれるからであった。したがって計算では，列車まわりに列車とともに移動する格子， トンネルにはトンネル格子，入り口には入り口用の格子を利用（実際には格子探索の時間を短縮するために中間格子をさらに追加）している。図5に入り口側か ら格子を見た図を示す。さらに結果の一例を図6に示 す．詳細は文献 $3-5$ などを見ていただきたいが，数値 シミュレーションの結果は後に得られた新幹線での実測結果などと大変よい一致を示した。

さて，移動重合格子を利用したこのシミュレーションは， パソコンなどで簡単にできるものではない。効率化を図っ てもスーパーコンピュータ（1 cpu ）で十数時間の計算となる。 このような場合，私たちは基礎方程式に何らかの近似を導入できないかと考える。すでに過去にも多くの研究がある が，最初に考えられるのは非定常の準一次元解析である。圧縮波は列車がトンネルに突入することで生ずるのだから，突入によってトンネル断面積が時間とともに変化するよう


図 5 格子概観


図6 新幹線車両形状がトンネル突入時にお
こす圧力波の時間履歴


図7 Vwall 理論

な準一次元流れとして扱う［4，5 など］．結果は粗い近似とし ては役に立つが，例えば列車突入前からのトンネル内の圧力上昇など，重要な現象がこの近似では記述できないこと がわかってきた。次に考えられるのは，軸対称の近似であ る．実際の列車形状でなく，長手方向の断面積分布だけを考えて行う軸対称物体のシミュレーションである。この方法で準一次元近似の持ついくつかの欠陥を補うことはでき る。しかし，数値シミュレーションからは列車の走行位置 が圧縮波の波面勾配（これが微気圧波の強さに比例する） に影響することがわかっており，軸対称近似でも不十分で ある，そこで私たちは，図7に示すような近似を考えた［5］．式変形はオリジナルの論文に譲るとして，結論は列車が明 かり区間（トンネル外の意味）定常走行をしている際にト



○ロ $\Delta \circ$
図 8 Vwall と実験結果
軸対称物体に対するシミュレーション

ンネル仮想位置に生ずる外向き速度の長手方向の分布が （空間—時間を変換した後）圧縮波の波面勾配の時間履歴 に比例するというものである。概念的に言えば，局所的な保存則を考え，作られていた外向き速度が突入のために制限を受け，それが圧縮波となる一と理解できる。もちろん，理論，現象に基づいたいくつかの仮定が施されている。

軸対称物体に関してのシミュレーション結果と実験との比較を図 8 に示す［3－5］．実験では，先端を少しづつ切り落 としていくと，あるところまでは波面勾配の最大値が変わ らないが，それを過ぎると急激に勾配の最大値が増加する結果が得られているが，この Vwall 理論はそれを予測する のに成功している。列車の走行位置の影響などを含め，実際の 3 次元計算については文献 3,4 などを参照されたい。
Vwall 理論は 3 次元の明かり区間の列車定常流れ計算を要求するが，これは突入の計算に比べてはるかに簡単にでき る。また，衝撃波が出るわけではないので，パネル法のよ うな手法も適用できる。

これまで数値シミュレーションは何とか複雑な物体や現象を効率よく解く手法開発にその精力が注がれてきた。し


図 9 遷音速域で再突入カプセルに生ずる流れ

かし，今後は問題を考え，いかにそれをモデル化して限ら れた計算機資源を利用して解いていくかという工夫が要求 されるようになると予想される。その一例としてこの問題 をとりあげた。

## 4．再突入カプセルの問題 —新たな後処理の必要性

この問題は現在進行中の研究なので，詳細に関しては文献 6.7 などを参照していただきたい。ポイントだけを述べ ることにする。後処理としてのビジュアライゼーションは数値シミュレーションにとつて大切である。CFD は Colored Fluid Dynamics だーなどと陰口をたたかれても，実際に現象を理解しようとしたとき，ビジュアライゼーシ ョンの助けを借りなければ多大な時間と労力が解析に費や される。すでに，ビジュアライゼーションについては多数 の市販ソフトやフリーのソフトウェアが出ており（文献），誰でもパソコン上で利用できる。

問題は，シミュレーションの複雑化と計算機能力の向上 によって次第にシミュレーション規模が大きくなり，ビジ ュアライゼーションの負担が大きくなってきたことである。特に，これまで開発されてきたビジュアライゼーションソ フトウェアの大半は定常問題を主として考えられたもので，

非定常流れに対しては，せいぜい適度な時間フレームごと にデータファイルや画像ファイルを昍き出して，それをア ニメーションで見るーといつたものしか考えられていない。 もちろん，ビジュアライゼーションの並列処理なども大切 な技術であるが，それと並んで次世代のビジュアライゼー ションとはどんなものか，本来の後処理と絡み合わせて考 えていかなければならない。

複数の波動現象が絡み合っている再突入カプセルの動的振動現象に対しては，単なるアニメーションでははっきり した現象を理解するのが難しい。私たちは，この問題に対 して，フーリエ解析やウェーブレット解析をまず行い，重要な周波数帯をある程度絞り，その波数帯だけを取り出す バンドパスフィルターを数値的に定義して，元のデータか ら処理データを再構築することを試みた［8］．その結果，現象が伝播する様子はかなり明確に捉えられるようになった。 これは一例に過ぎないが，得られたデータを単に可視化す るのではなく，いろんな処理をすることで現象理解を高め ていく工夫が今後ますます必要になると思われる。

5．直交格子＋重合格子 一高効率で信頼性のあるシミュ レーションを目指して

複雑形状の数値シミュレーションの課題は何といっても格子生成にある。まずは物体適合座標といら技術が開発さ れ，次に，マルチブロック，接合格子，さらに重合格子，非構造格子，グリッドレス法といった手法が格子生成にか かる手間の削減のために開発，利用されてきた。それでも格子生成にかかる時間は膨大であり，それ以上に格子を作成できないといった場合もある。これらい解決方法として最近，国内外で等間隔の直交格子の利用が見直され一つ一あ る［9－11 など］．例えば図 10 にあるような複雑な機体形状 のまわりの格子でも 20 分ほどで作ることができる。直交格子の場合は，流れ場として計算すべきか，そうでないか は単に物体との内外の関係をチェック（実はいろんな問題 がここにはあるのだが）すればよい。従って，CAD など のデータから割とスムーズに計算格子を作成できる。また，格子座標もインデックスだけでわかるから，いわゆるジャ コビアンやメトリックスといったデータを保持する必要も なくなり，メモリーの節約にもなる。さらに，格子間隔が


図 10 機体まわりの直交適合格子


図11直交適合格子と重合格子の組み合わせ例

空気力を求める。この場合，機体にかか る空気力はそれ程重要でない。機体の与 える影響はいわば「そこに機体がある」 ことが重要だから，分離物体に働く空気力の計算のためには分離物体には物体適合格子を作成するが，機体は直交格子で粗く切ることを考える。この結果，複雑 な機体まわりに計算格子を作成する手間 は省略できる。つまり，必要な物体まわ りにだけ物体適合の座標を張るという考 え方をすれば，直交格子の持つメリット を生かすことができると考えている。
なお，直交格子の場合でも，データに構造性を持たせる場合と非構造で適合格子を利用する場合があり，それぞれに利点，欠点がある。この辺りは次第に明ら かになってくるであろう。

一定だと，実際の計算精度も高まるし，一般座標系で利用 できなかった手法も利用可能となる。

このようにいいことづくめの直交格子であるが，もちろ んたくさんの問題点を抱えている。正方形の格子で流れ場 を分割するのだから，当然物体形状はギザギザな形でしか表現できない。従って，格子幅を限りなく小さくしていか ないと（いったとしても），非粘性の仮定のもとでも正し い抵抗は得られない。粘性計算になるとなおさらで，境界層，とくに乱流境界層などを分解することなど現実的には できやしない。剥離点が流れ場のちょっとした状涗で大き く移動するような問題は扱えないであろう。直交等間隔の格子によって数値計算は可能であろうが，そこから得られ る情報は信頼してよいものと，信頼してはいけないものが あることになり，利用者の十分な知識が必要となる。これ を補う 1 つの考え方として私たちは，図 11 のように直交等間隔格子の上に物体適合（またはプリズム）格子を重合 される方法を提案した［11］．結局，物体周りに格子を作る のだから直交格子のメリットは消えてしまうではないかー と考えられるかもしれないが，問題によってある程度のメ リットがある。例えば，機体から物体が分離していく問題 を考えてみよう。多くの場合，分離していく物体の方が小 さく，これがどのように運動するかを知るために非定常の

6．再使用型ロケット 一信頼性の裏付けが必要
これだけ CFD に関する研究発表があるのに，実問題で なかなか利用されないのは何故であろうか，現在，宇宙研 では muses－C というサンプルリターンプロジェクトが進行中である。再突入カプセル形状設計のための空カデータ ベースは残念ながら実験を元に作られた。米国にも Stardust Comet Sample Return という計画がある（すで に打ち上げは終わった）が，その開発のための空力データ ベースは一部の速度域を除いて，NASA Langley R．C．開発 のナヴィエ・ストークスコードによる計算結果が使われて いる。航空機に関してはすでに CFD のやれることとやれ ないことがある程度認識されるに至ったが，それ以外の領域では，何をどこまで信用してよいのかが明らかになって いない。信頼性をうたい，シミュレーションをやらない人 にも理解してもらうには，多数の形状や条件でのパラメト リックなシミュレーションを予めやっておくことが必要と思われる．CFD がある程度成熟した現在，このような研究 の必要性が高まっていると考えられが，かなりの計算機資源が要求されるので国の研究機関の責務であろうと筆者は考えている。私たちも，現在，再突入物体形状からロケッ ト形状まで現有の CFD 技術の信頼性確認作業を進めている［10 など］．その


図12 アポロ型カプセルの空力特性の例一例としてアポロ型の機体の空力特性 をパラメトリックに評価してみた。そ の例を図 12 に示す。ここでは超音速 の例を示すが，利用できる実験データ の範囲では，風洞試験を CFDに置き換えても問題ないように見える。現在，少しづつではあるが，いろんな機体に対してこのような知見を蓄えつつある が，同じようなことが CFD 技術のど の応用分野でも必要になってくるであ ろう。 10 年以上前から，航空関連の学会では信頼性についてはいろんなワ ークショップが開かれている。同じ．よ らな努力が他の分野でも期待されるが， その際これまでのワークショップのよ うな CFD の立場からの議論を中心と するのでなく，application－oriented な立場での評価が期待されているので

はないだろうか．

## おわりに

CFD 技術はある意味では成熟技術として実際問題への利用を待っている状態である。優れたハードウェアに支えら れて一時，世界的にみても先端研究がなされていると思わ れる時期があった国内の CFD 研究であるが，現在では再 び世界の先端との差が開きつつあるような印象を受けるこ とが多くなってきた。本当の意味で成熟技術となるために は，単に目の前にある問題を解くだけでなく，ここに述べ たようなことを研究者が意識して解決していく必要がある のかもしれない。また，CFD 技術の基盤を整備するために各研究機関や大学，企業などの協力関係を見直し，ソフト ウェアの共通化や情報交換を押し進める必要があるかもし れない。

ここに示したのは単なる例であるが，CFD 技術の不備 ばかりを指摘するのでなく，前向きにその可能性を考えて いきたいものである。いろんな制限下であっても，その可能性は決して低いものとは思えない。「CFD は万能ではな いが，有能である」といえるのではないだろうか．

## 参考文献

1．F．Shimizu，K．Fujii and F．Higashino，＂Three－ Dimensional Blast Wave Propagating on the Realistic Ground Geometry＂，6th International Symposium on Computational Fluid Dynamics， Collection of Technical Papers pp．1148－1153， Sep．， 1995.
2．K．Fujii and F．Shimizu，＂Computation of Blast Wave Propagation Usingan Overset Moving Zonal Method，＂CFD REVIEW－1998 Ed．by M．Hafez and K．Oshima，World Scientific，Nov． 1998.
3．T．Ogawa and K．Fujii，＂Prediction and Alleviation of a Booming Noise Created by a High－speed Train Moving into a Tunnel，＂ECOMAS＇96，pp．808－814， Sept． 1996.
4．K．Fujii and T．Ogawa，＂What Have We Learned from CFD Research on Train Aerodynamics＂， Frontiers of Computational Fluid Dynamics 1998， Ed．by D．A．Caughey and M．M．Hafez，World Scientific，Nov． 1998.
5．小川，藤井，「定常流を用いた列車トンネル突入時の王縮波波面こう配予測法 」日本機械学会論文集 B 編，第 61 巻 586 号，pp．170－176， 1995.
6．S．Teramoto，K．Hiraki and K．Fujii，＂Numerical Analysis of Dynamic Stability of a Reentry Capsule at Transonic Speeds＂，AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference，AIAA－98－4451，August， 1998.

7．S．Teramoto and K．Fujii，＂Computational Study of the Flowfield behind Blunt Capsules at Transonic Speeds＂，AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference，AIAA－98－4451，August， 1998.
8．寺本，藤井，「カプセル背後の流れ構造把握のための可視化」第5回コンピュータビジュアライゼーション コンテストコンピュータビジュアライゼーションシン

ポジウム，東京， 1999.
9．J．E．Melton，M．J．Berger，M．J．Aftosmis，M．D． Wong，＂Development and Application of a 3D Cartesian Grid Euler Method，＂NASA CP－3291，pp． 225－249， 1995.
10．越智，中村，川添，「SST 周りの格子の生成」第 9 回数値流体力学シンポジウム，中央大学理工学部，東京， 1995.
11．寺本，藤井，「直交格子法による 3 次元物体周りの流 れ解析」第 12 回数値流体力学シンポジウム，中央大学理工学部，東京， 1998 ．

# CFDワークシヨツプ課題募集：CFD は翼型失速角を予測できるか？ 

## Call for Papers：CFD Workshop on 2D Airfoil Stall Prediction：Can CFD predict Airfoil Stall Angle？

廣瀬直喜＊中橋和博＊＊吉田憲司＊松尾裕一＊岩宮敏幸＊<br>＊航空宇宙技術研究所＊＊東北大学<br>Hirose，Naoki＊Nakahashi，Kazuhiro＊＊Yoshida，Kenji＊<br>Matsuo，Yuichi＊Iwamiya，Toshiyuki＊<br>＊NAL $\quad$＊＊Tohoku University

## 1．はじめに

昨年度シンポジウムでCFD Workshop on Web 計画について報告した。準備が逢れ，今回のC F P が最初の課題になります。過去に遷音速，極超音速，高エンタルピ流など，さまざまな航空宇宙空気力学のCFDワークショップを行い，CFDの信頼性の検証に有意義な成果を得てきました。その結果からも判るように，今日のCFD は設計点条件での翼型，翼，あるいは航空機，宇宙機全体周りの流れは実に精度良く予測できるまでになっている。し かしながら，逆に考えると航空機の設計点条件での計算は Navier－Stokes 計算そのものが必ずしも必要でないともいえる。む しろ大迎角時の大きな剥離を伴う場合等，非設計点条件で今日の CFDがどこまで精度良く流れ場を予測できるかが問われているの ではないでしょうか？

## 2．課題の目的

翼の失速特性を得るための大迎角流れ解析は 2 次元流れは勿論， 3 次元流解析も従来から多く試みられており，あたかも解決済のような印象さえ与えますが，解析結果の定量的な信頼性とな ると，必ずしもそうではありません。そこで今回の企画では航空機の失速特性に重要な情報である低速での翼型失速角の予測を CFDでどこまで行うことが出来るのか，その現状を把握し，改善 のための指針を明らかにしてゆくことを目的として以下の課題を提案します。本来ならS S T 空力設計など 3 次元性の強い剥離，失速が強い関心をもたれるものですが現在の計算機でも手間がか かり必ずしも容易ではないため，まず2次元特性を取り上げるも のです。

そこで失速特性の異なる代表的な 2 次元翼型 3 種類を対象に CFD 解析を行い，その失速特性：失速角をどの程度の精度で予測 できるかを探ります。このワークショップにより失速角の精度良 い予測のために必要な格子解像度，乱流モデル，計算アルゴリズ ム，等の知見が期待されます。また場合によっては3次元性をも議論する必要があるかも知れないが今回はとりあえず 2 次元翼を対象とします。

## 3．課題翼型

課題翼型は以下の 3 種類とする。
A1 $\mathrm{NACA63}_{3}-018$
A2 NACA63 ${ }_{1}-012$
A3 NACA64A－006
これら翼型の座標値は文献 1 p．339，337， 354 にそれぞれ出てい る。文献2によればそれぞれ，後縁失速型，前縁失速型，薄翼失速型の失速特性をもち，文献 2 p 148 に説明と文献 3 の実験結果図 があるので参照されたい。

4．計算条件

| Reynolds 数 | 5.8 million（気流温度は特に指定せず，常 温です） |
| :---: | :---: |
| Mach 数 | 低速流れ（非圧縮流コードでも圧縮流コードで も可，後者の場合，Mach 数 0.3 以下とする） |
|  | スなし，すなわち自然乱流遷移条件とする ただし完全乱流モデルしか計算出来ないコー ドの場合はその旨を明記した上で応募するこ とは可 |
| 迎角 $\alpha$ | 翼型A1，A2は－1－20deg／1deg刻み翼型A3 は－1－12deg／1deg刻み <br> の計算を行う。ただし計算で得た失速角付近 <br> ＋－2deg の範囲は 0.5 deg 刻みで細かに再計算 を行う。 |

## 5．計算手法

流体力学方程式モデル，乱流モデル，計算手法（FDM，FVM， FEM，その他）などは任意で特に制限をつけません。一応 Reynolds－Averaged Navier－Stokes コードを想定するが，他の方法 でもかまいません。興味ある課題としてチャレンジしてみたいと いう応募を歓迎します。
格子形成法も格子数も自由とします。格子数依存性を明らかにし た応募も歓迎します。

6．結果の提示
結果は来年のシンポジウムワークショップで論文発表してもら うほか，結果の合同検討の為に以下の提示を求めます。また NAL homepage＂CFD Workshop on Web＂でも受け付け，結果は Web で公表します。ここでは FDM 解析を想定していますが，他の方法 の場合，提出可能な説明と結果だけで可。

1．解法の説明
方程式 スキーム
時間刻み法（局所，物理）の区別
翼表面，遠方境界条件
乱流モデル 乱流遷移判定法，など

2．格子形成法
格子形成法の概要
格子数（全体，翼上）
最小格子幅（翼面，垂直両方向）

3．提出図（各翼型について，紙に印刷したもの） 1．計算ケ一ス一覧表（翼型名，迎角，空力特性，など）， 2．特記事項（コメント） 3．翼型近傍格子図（Fig．1）
$(x=-0.3$ to $+1.3, \quad y=-0.75$ to +0.75$)$
翼弦長 $\mathrm{C}=10 \mathrm{~cm}(\mathrm{x}=0.0-1.0)$ とする
4．空力特性図

| 揚力 | $C_{1}$ | vs $\alpha$ | （Fig．2－A） |  |
| :--- | :--- | :--- | :--- | :--- |
| 抗力 | $C_{d}$ | vs $\alpha$ | （Fig．2－B） |  |
| モ一メント | $C_{m}$ | vs $\alpha$ | （Fig．2－C） |  |
| 総合図 | （Fig．2－D） |  |  |  |

Fig．2－A，B，C を 1 つの図にまとめたもの
スケールは
横軸 $\alpha=-2-+20^{\circ}, \quad 10 \mathrm{~cm} / 20^{\circ}$
縦軸 $\mathrm{C}_{1}=-0.5-1.5 \sim 2.0 \quad 10 \mathrm{~cm} / \mathrm{C}_{1}=1.0$
$C_{d}=-0.05-0.10 \sim 0.15 \quad 10 \mathrm{~cm} / C_{d}=0.1$
$C_{m}=-0.5-1.5 \sim 2.0 \quad 10 \mathrm{~cm} / C_{m}=1.0$
掦抗比図 $C_{1}$ vs $C_{d}$（Fig．2－E）
スケールは
横軸 $\mathrm{C}_{\mathrm{d}}=0-0.07,10 \mathrm{~cm} / \mathrm{C}_{\mathrm{d}}=0.05$
縦軸 $\mathrm{C}_{1}=0-1.5, \quad 10 \mathrm{~cm} / \mathrm{C}_{\mathrm{d}}=1.0$
5．各迎角での圧力分布図 $\mathrm{C}_{\mathrm{p}} \mathrm{vs} \mathbf{x}$
潩型A1，A2 は二つの図に分け
$\alpha=-1-+10^{\circ} \quad$（Fig3－A）
$\alpha=11-+20^{\circ} \quad$（Fig．3－B）
をまとめてプロットする
スケールは横軸 巽弦長 $\mathrm{C}=10 \mathrm{~cm}(x=0.0-1.0)$

$$
\text { 縦軸 } \mathrm{C}_{\mathrm{p}}+1--8 \quad\left(\mathrm{C}_{\mathrm{p}}=5.0 / 10 \mathrm{~cm}\right)
$$

## 翼型A3は

$\alpha=-1-+12^{\circ} \quad$（Fig．3－A）
をまとめてプロットする
スケールは横軸 翼弦長 $\mathrm{C}=10 \mathrm{~cm}(\mathrm{x}=0.0-1.0)$

縦軸 $\mathrm{C}_{\mathrm{p}}+1-5 \quad\left(\mathrm{C}_{\mathrm{p}}=5.0 / 10 \mathrm{~cm}\right)$
なお詳細を示すために異なるスケールの図を
追加添付してもよい。
6．最大揚力点と前後 1 deg での圧力分布比較図（Fig．4） $\mathrm{C}_{\mathrm{p}}$ vs x

本図は Fig． 3 から最大揚力点と前後 1deg の圧力分布を抜き出して比較する図である。スケールは同上
7．最大揚力点と前後 1deg での空間圧力分布 $\mathbf{C}_{\mathrm{p}}$ 等高線図
（Fig．5－A 最大揚力点の図）
（Fig．5－B 最大揚力点前 1 deg の図）
（Fig．5－C 最大揚力点後 1deg の図）
翼型近傍格子図のスケールで等圧力線図
等高線間隔0．1，あるいは応募者の判断で
（周期的）非定常解の場合は非定常の様子を適当なタイムスライス位相角での瞬間図
8．最大揚力点と前後 $\mathbf{1 d e g}$ での空間マッハ数分布 $\mathbf{M}$ 等高線図（Fig．6－A 最大揚力点の図）
（Fig．6－B 最大揚力点前 1 deg の図）
（Fig．6－C 最大揚力点後 1deg の図）
スケール同上
等高線間隔 0．05，非定常な場合は瞬間図や周
期的な位相角度での図複数添付も可
7．境界層特性分布図（最大揚力点と前後 1deg）

## Reynolds 数で正規化した摩擦係数 CRe ${ }^{12}$

形状パラメータ H
排除厚 $\delta^{*}$
をまとめて横軸 潩弦長 $\mathrm{C}=10 \mathrm{~cm}(\mathrm{x}=0.0-1.0)$
に対してプロットする
（Fig．7－A 最大揚力点の図）
（Fig．7－B 最大揚力点前 1deg の図）
（Fig．7－C 最大揚力点後 1deg の図）
スケールは
横軸 翼弦長 $\mathrm{C}=10 \mathrm{~cm}(\mathrm{x}=\mathbf{0 . 0}-1.0)$
縦軸 $C_{P} \operatorname{Re}^{1 / 2}=0-40 \quad\left(C_{P} R^{1 / 2}=20 / 10 \mathrm{~cm}\right)$
$H=0-8 \quad(H=4 / 10 \mathrm{~cm})$
排除厚 $\delta^{*}=0-0.04\left(\delta^{*}=0.02 / 10 \mathrm{~cm}\right)$

図は縦 A4 用紙に 1 図づつ，右下に応募番号，氏名，図番を記入すること。

なお，主催者自身確認のための解析は行つていないの で，図のスケールが不適当の場合が考えられる。そのよ うな場合は問い合わせされたい。また変更を行う場合は応募者に連絡する。

4．提出データファイル
翼表面格子座標
提出図\＃1－7に対応する TIF 図形ファイル
提出図\＃2－4，\＃7に対応するデータセット （FORTRAN で読める ASCII text 形式）

## 7．応募締め切り

績めの都合上2000年2月末日とする

## 8．問合せ先

cfd－wksp＠nal．go．jp

参考文献
1．Ira H．Abbott，＂Theory of Wing Section＂，Dover Pub． 1959.
2．山名正夫，中口博，＂飛行機設計論＂， 4.5 章 翼型の失速性，盖賢堂， 1980 ．
3．McCollough，G．B．，and Gault，D．E．，＂Examples of three representative types of airfoil－section stall at low speed，NACA TN2502， 1951.

## これらは対称翼型である

付表A1 翼型座標 NACA63 3 －018

| NACA633018 | BCFOIL $=8$ |  |
| :--- | :--- | ---: |
| 26 |  | NU |
| 0.00000 | 0.00000 | 1 |
| 0.00500 | 0.01404 | 2 |
| 0.00750 | 0.01713 | 3 |
| 0.01250 | 0.02217 | 4 |
| 0.02500 | 0.03104 | 5 |
| 0.05000 | 0.04362 | 6 |
| 0.07500 | 0.05308 | 7 |
| 0.10000 | 0.06068 | 8 |
| 0.15000 | 0.07225 | 9 |
| 0.20000 | 0.08048 | 10 |
| 0.25000 | 0.08600 | 11 |
| 0.30000 | 0.08913 | 12 |
| 0.35000 | 0.09000 | 13 |
| 0.40000 | 0.08845 | 14 |
| 0.45000 | 0.08482 | 15 |
| 0.50000 | 0.07942 | 16 |
| 0.55000 | 0.07256 | 17 |
| 0.60000 | 0.06455 | 18 |
| 0.65000 | 0.05567 | 19 |
| 0.70000 | 0.04622 | 20 |
| 0.75000 | 0.03650 | 21 |
| 0.80000 | 0.02691 | 22 |
| 0.85000 | 0.01787 | 23 |
| 0.90000 | 0.00985 | 24 |
| 0.95000 | 0.00348 | 25 |
| 1.00000 | 0.00000 | 26 |

L．E．radius： 2.120 percent C
NACA633－018
BasiicThickness Form

付表A2 翼型座標 NACA63，－012

| NACA631012 | BCFOIL＝8 |  |
| :---: | :---: | ---: |
| 26 |  | NU |
| 0.00000 | 0.00000 | 1 |
| 0.00500 | 0.00985 | 2 |
| 0.00750 | 0.01194 | 3 |
| 0.01250 | 0.01519 | 4 |
| 0.02500 | 0.02102 | 5 |
| 0.05000 | 0.02925 | 6 |
| 0.07500 | 0.03542 | 7 |
| 0.10000 | 0.04039 | 8 |
| 0.15000 | 0.04799 | 9 |
| 0.20000 | 0.05342 | 10 |
| 0.25000 | 0.05712 | 11 |
| 0.30000 | 0.05930 | 12 |
| 0.35000 | 0.06000 | 13 |
| 0.40000 | 0.05920 | 14 |
| 0.45000 | 0.05704 | 15 |
| 0.50000 | 0.05370 | 16 |
| 0.55000 | 0.04935 | 17 |
| 0.60000 | 0.04420 | 18 |
| 0.65000 | 0.03840 | 19 |
| 0.70000 | 0.03210 | 20 |
| 0.75000 | 0.02556 | 21 |
| 0.80000 | 0.01902 | 22 |
| 0.85000 | 0.01274 | 23 |
| 0.90000 | 0.00707 | 24 |
| 0.95000 | 0.00250 | 25 |
| 1.00000 | 0.00000 | 26 |

L．E．radius： 1.087 percent C
NACA631－012 Basic Thickness Form

|  |  | BCFOIL＝8 |
| :---: | :---: | :---: |
| NACA64a006 |  | NU |
| 26 |  | 1 |
| 0.00000 | 0.00000 | 2 |
| 0.00500 | 0.00485 | 3 |
| 0.00750 | 0.00585 | 4 |
| 0.01250 | 0.00739 | 4 |
| 0.02500 | 0.01016 | 5 |
| 0.05000 | 0.01399 | 6 |
| 0.07500 | 0.01684 | 7 |
| 0.00000 | 0.01919 | 8 |
| 0.15000 | 0.02283 | 9 |
| 0.20000 | 0.02557 | 10 |
| 0.25000 | 0.02757 | 11 |
| 0.30000 | 0.02896 | 12 |
| 0.35000 | 0.02977 | 13 |
| 0.40000 | 0.02999 | 14 |
| 0.45000 | 0.02945 | 15 |
| 0.50000 | 0.02825 | 16 |
| 0.55000 | 0.02653 | 17 |
| 0.60000 | 0.02438 | 18 |
| 0.65000 | 0.02188 | 19 |
| 0.70000 | 0.01907 | 20 |
| 0.75000 | 0.01602 | 21 |
| 0.80000 | 0.01285 | 22 |
| 0.85000 | 0.00967 | 23 |
| 0.90000 | 0.00649 | 24 |
| 0.95000 | 0.00331 | 25 |
| 1.00000 | 0.00013 | 26 |
|  |  |  |

L．E．radius： 0.246 percent C
T．E．radius： 0.014 percent C
NACA64A006 Basiic Thickness Form

## App 1 翼型座標に関する補足説明

翼型座標は付表A1－A3 が原本であり，基本である。ただ これらの座標は古いデータのため点数も少なく，解析に使 うにはなんらかの内挿法で点数を増やす必要もあろう．し かしその方法，点数などは，その解析結果を含めて，一切，応募者の判断にまかせられるべきものであり，委員会は特定の方法を指定するものではない。そこで内挿したデータ提供を望む応募者の＂参考＂のため，ふたつの座標デー夕算出法および格子形成法を提示するが，委員会はこれらの方法が最適であることを保証するものではない。

Al－1 等角写像法（Imai 法）による座標デー夕算出法
（提供 吉田 憲
司）
1．詳細データの作成方法
Theory of Wing Section ${ }^{1)}$ の座標デー夕（翼弦方向に 26 点）を基に等角写像法（Imai 法 ${ }^{2}$ ）で写像係数を求め，以下の諸式で座標デー夕を構成した。
$\bar{x}(\theta)=P_{-1} \cos \theta-Q_{-1} \sin \theta+P_{0}+\sum_{n=1}^{N}\left\{P_{n} \cos (n \theta)+Q_{n} \sin (n \theta)\right\}$
$\bar{y}(\theta)=Q_{-1} \cos \theta+P_{-1} \sin \theta+Q_{0}+\sum_{n=1}^{N}\left\{Q_{n} \cos (n \theta)-P_{n} \sin (n \theta)\right\}$
where $\bar{x} \equiv \frac{x}{c}:$ chordwisecoordinate
$\bar{y} \equiv \frac{y}{c}:$ thicknesscoordinate

$$
0 \leq \theta \leq 2 \pi\left(\begin{array}{c}
\theta=0 \text { or } 2 \pi \quad: \text { trailingedge } \\
\theta=\pi+\delta \quad: \text { leadingedge } \\
\delta=0 \text { for symmetrica airfoil }
\end{array}\right)
$$

文献 1）I．H．Abbott \＆A．E．von Doenhoff ：Theory of Wing Section，前出

2）今井功：任意翼型の理論，日本航空学会誌，第9巻，第88号，p．965，1942

2．結果 ：各翼型毎の等角写像の係数を以下にまとめる（ $\mathrm{N}=7$ のケース）。

| 係 <br> 数 | NACA 63－018 | NACA 63＿－012 | NACA 64A－006 |
| :--- | :--- | :--- | :--- |
| $P_{-1}$ | 0.2829001 | 0.2719595 | 0.2615017 |
| $P_{0}$ | 0.4769726 | 0.4842528 | 0.4934135 |
| $P_{12}$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $P_{1}$ | 0.2079396 | 0.2222363 | 0.2358057 |
| $P_{2}$ | $2.2580320 \mathrm{E}-02$ | $1.5497084 \mathrm{E}-02$ | $6.2370608 \mathrm{E}-03$ |
| $P_{3}$ | $9.1880159 \mathrm{E}-03$ | $5.9709582 \mathrm{E}-03$ | $2.6966596 \mathrm{E}-03$ |
| $P_{4}$ | $5.6193658 \mathrm{E}-04$ | $2.7643197 \mathrm{E}-04$ | $1.9563040 \mathrm{E}-04$ |
| $P_{5}$ | $-6.9254216 \mathrm{E}-05$ | $-1.4753202 \mathrm{E}-04$ | $-1.0461309 \mathrm{E}-04$ |
| $P_{6}$ | $-1.1487249 \mathrm{E}-04$ | $-2.6337946 \mathrm{E}-05$ | $1.5382493 \mathrm{E}-04$ |


| $\mathrm{P}_{7}$ | $4.1556457 \mathrm{E}-05$ | $-1.9270523 \mathrm{E}-05$ | $1.0058073 \mathrm{E}-04$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| $\mathrm{Q}_{1}$ | $-2.6917450 \mathrm{E}-09$ | $2.2207696 \mathrm{E}-09$ | $7.5985995 \mathrm{E}-10$ |
| $\mathrm{Q}_{0}$ | $1.4613938 \mathrm{E}-10$ | $-2.9072419 \mathrm{E}-10$ | $-8.5658799 \mathrm{E}-11$ |
| $\mathrm{Q}_{12}$ | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| $\mathrm{Q}_{1}$ | $1.7868103 \mathrm{E}-09$ | $-1.0389389 \mathrm{E}-09$ | $1.2962784 \mathrm{E}-10$ |
| $\mathrm{Q}_{2}$ | $-9.6620240 \mathrm{E}-11$ | $-1.7158808 \mathrm{E}-10$ | $4.7994737 \mathrm{E}-11$ |
| $\mathrm{Q}_{3}$ | $5.1036986 \mathrm{E}-10$ | $-6.7541424 \mathrm{E}-11$ | $1.2049782 \mathrm{E}-10$ |
| $\mathrm{Q}_{4}$ | $-1.1494597 \mathrm{E}-09$ | $3.1548636 \mathrm{E}-10$ | $2.9753480 \mathrm{E}-10$ |
| $\mathrm{Q}_{5}$ | $-3.9061207 \mathrm{E}-10$ | $7.2314550 \mathrm{E}-11$ | $-2.5516164 \mathrm{E}-10$ |
| $\mathrm{Q}_{6}$ | $2.4701774 \mathrm{E}-10$ | $2.5222430 \mathrm{E}-10$ | $1.5287092 \mathrm{E}-10$ |
| $\mathrm{Q}_{7}$ | $-1.0680452 \mathrm{E}-10$ | $9.5520696 \mathrm{E}-11$ | $-9.4115347 \mathrm{E}-11$ |
| $\delta$ | $1.3965005 \mathrm{E}-08$ | $-1.0040650 \mathrm{E}-08$ | $-8.9847134 \mathrm{E}-09$ |

3．算出座標のデータセット（ $\Delta \theta=1^{\circ}$ ）
上記の計算式で任意点数の座標を構成できるが，$\Delta \theta=1^{\circ}$ のサンプルは頁制約上掲載を省略するが Web には掲示す る．また希望者には座標データを提供する。

A1－2 東北大学翼型作成法
（提供 中橋 和博，大林

1．NACA6 桁翼型作成コード＂LADSON＂（原出典 NASA－ TMX3069）
naca6．f（naca6．inp）
$\rightarrow$ 翼型座標を fort． 1 に出力する。ただし，本コー ドで作った座標点は前縁付近に格子点がよりすぎるので，
＂GRCV3D＂で補間をしなおすことが望ましい。
2．NACA4 桁翼型作成コード＂TU－NACA4＂
naca4．f（naca4．par）
$\rightarrow$ 翼型座標を fort． 1 に出力する。これは余分だが参考に挙げる。本コードでは補間コードを通した再配置は必要ない。
3．翼型座標補間コード＂GRCV3D＂

## （interp．f，interp．par）

これは翼型座標を fort． 1 から読みこみC F D 計算用に座標点を再配置したデータを fort． 2 に出力する。
4．Cグリッド作成コード＂TU－AIRFOL＂

## （cgrid．f，cgrid．par）

$\rightarrow$ これは fort． 1 から翼型の座標を読み込んで，fort 2 にC型格子を出力翼型座標する。
いずれのコードも設定パラメータ（格子点数など）は＊．par， ＊．inp ファイルにまとめてある。

ここで挙げたコードは希望者には提供の用意があるが， webにも掲載する。

偻娘失速㤠，$R=5.8 \times 10^{6}$ NACA

付図 A1，A2，A3 各翼型の実験特性図 Ref． 2 飛行機設計論 より




# レーザー推進機内の流れ計算 <br> 小紫公也 ${ }^{*}$ ，モナレスペドロ ${ }^{* 2}$ ，荒川義博 ${ }^{* 2}$ 

# Numerical Study on Laser Propulsion 

by<br>Kimiya KOMURASAKI ${ }^{* 1}$ ，Pedro M．MORALES ${ }^{* 2}$ ，and Yoshihiro ARAKAWA ${ }^{* 2}$


#### Abstract

Laser heating phenomena in a CW laser propulsion has been numerically studied．Major physical processes in a laser thruster such as laser beam optics，inverse－Bremsstrahlung absorption，ionization／recombination reactions，radiation， heat conduction，and convection，which determine the thruster performance and the energy balance in the thruster，have been modeled．The flow inside the thrust chamber is highly compressive，but its flow Mach number is as small as 0.01 at the most of computational domain．Resulting strong computational stiffness has been overcome by using a Flux Vector Splitting implicit scheme with a large CFL number．In order to compare the computational results with the experimental ones obtained at our laboratory using a 2 kW CW CO $400-700 \mathrm{~W}$ at the argon propellant mass－low rate of $0.9-1.2 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ ．The $f$ value of the system（ $=$ focal length of a convex lenz／ incident laser diameter）is $7.35-8.33$ ．The computed results showed a good agreement with measured ones．The computed positions of Laser Sustained Plasma（LSP）varied in the axial direction in the chamber depending on the focus position of the incident laser beam．The distance between the center of LSP and the focal point was $18-20 \mathrm{~mm}$ for the incident laser power of 700 W and $8-10 \mathrm{~mm}$ for 400 W ，The energy conversion from the incident laser power to the propellant kinetic energy was estimated at $23 \%$ ．About $50 \%$ of the incident laser power has not been absorbed and passed through the LSP． $25 \%$ of the power is lost to the chamber wall due to the radiation．According to the computation，the flow near the wall boundary has not been heated at all，and the convective heat loss to the wall was zero．


## 1．はじめに

打ち上げロケットとしてレーザー加熱推進機を用いよう といら構想は1970年代からあるが ${ }^{1)}$ ，最近の小型人工衛星打ち上げ需要の増加に伴い，再び注目されつつある ${ }^{2,3)}$ 。こ の推進システムが実現すると，打ち上げコストを大幅に削減することができると期待されている。

レーザー推進にはCW レーザーを用いた推進とパルスレ ーザーを用いた推進が考えられている。その模式図を第1図に示す。CW レーザーを用いた推進機では，高圧のチャ ンバー内で定常プラズマを生成し，そこを熱源として推進剤全体を加熱し，ノズルによって加速して推力を得る。一方パルスレーザーを用いた推進機では，チャンバーは用い ずに，パルスレーザーによって直接推進剤ガスを加熱し， それに伴って生じる圧力波（衝撃波）をノズルで受けとめ て推力を発生する仕組みである。

我々はまず，現象が定常で，物理現象が比較的に捉えや すいCW レーザー推進について研究を行う。CW レーザー推進に関しては，これまでにも幾つか実験的な研究が行われ ており，レーザー吸収量や推力等が計測されている ${ }^{3.8)}$ 。し かし，レーザー発振装置が高価なことと推進機内部の物理諸量の測定が困難なことから，物理現象の把握や推進機の開発のために，数値解析的な研究も必要不可欠であると考 えられる。

[^3]過去の解析的研究 ${ }^{9-13)}$ では，レーザー吸収や輻射損失に関 する緻密な物理モデルが構築され，実験結果との比較も試 みられている。しかし多次元の計算では，後述する計算流体力学上の困難さを回避するために，様々な近似•簡単化 を行っているのが現状である。

（a）CWレーザー推進

（b）パルスレーザー推進
第1図 レーザー推進の模式図

Keefer 等の研究 ${ }^{10)}$ では圧力摂動法を用いているが，マッ八数 0.3 以下の領域は本質的に圧縮性が少ないものと考え，比較的大きな人工粘性を付加して，数値的な振動を抑えて

いる。しかし低マッハ数領域でも，レーザー加熱によって流体の密度は数十分の1に低下するので圧縮性が高く，数値粘性は流体の膨張を過小評価してしまら恐れがある。我々の計算条件では，$f$ 値（ $=$ 焦点距離•入射レーザー径） が大きいので，人工粘性の大きさによって，生成されるLaser Sustained Plasma（LSP）の位置が軸方向に大きく変化してし まうといら結果が得られた。

Glumb 等の研究 ${ }^{11)}$ や Girard 等の研究 ${ }^{12)}$ では，半径方向へ の流れが本質的ではないとして，半径方向の運動方程式を無視した簡略化した流体方程式を用いている。しかし，LSP周辺では流線が大きく外側に曲げられ，LSP 内部を通過す る推進剤の割合はほんの数パーセントである。半径方向の流れを無視してしまうとこの様な流線の変化は捉えられな い。
Choi，Merkele 等は，レーザー加熱流計算のスティッフネ スに注目して研究を行っている ${ }^{13)}$ 。レーザー加熱流は高い圧縮性を示しながらも流体の速度が非常に小さく，結果と して流体方程式の固有値のオーダーが大きく異なり，また計算に多くのタイムステップを要してしまう。そこで彼ら は，この様な計算流体力学上の困難を克服するために，ヤ コビアン行列に前処理を施すというPreconditioning 法を開発している。しかし，マッハ数の低い領域のみを計算対象 としたため，スロート付近の遷音速領域まで計算ができて いない。スロート部でのチョーク条件は，推進剤流量や推進機の比推力を決定する重要な役割をしているので，遷音速領域まで連続に計算を行いたい。
そこで我々は，比較的頑強で，タイムステップを大きく取れる（Courant 数を大きくできる）Flux Vector Implicit Scheme を用いて，推進機内の流れの特性を損なうことなく計算を行い，解析的に推進機特性を明らかにすることを本研究の目的とする。

## 2．物理モデル

2.1 レーザー強度分布 レーザーは0次カウシアン ビームで凸レンズに入射し，集光されてチャンバーに入射 するものとすれば，ビーム強度分布 $I$ は

$$
\begin{equation*}
I(x, y)=2 /\left(\pi w(x)^{2}\right) \exp \left(-2 y^{2} / w(x)^{2}\right) \tag{1}
\end{equation*}
$$

と表すことができる。ここで $w(x)$ は，焦点からの軸方向距離 $x$ においてビームパワーが軸上のパワーの $1 / e^{2}$ になる半径を表しており，

$$
\begin{equation*}
w(x)=w \sqrt{1+\left(\frac{\lambda\left(x-x_{f}\right)}{\pi w_{f}^{2}}\right)^{2}}, \quad w_{f}=\frac{2 f \lambda}{\pi w_{0}} \tag{2}
\end{equation*}
$$

と表せる。 $\lambda$ はレーザー波長である。レンズの収差は無い ものとしたが，それでも光の回折により，レーザービーム は焦点で有限のビームウエスト $w_{f}$ を持つ。

吸収によるビーム強度分布のカウシアン分布からのずれ を考慮するため，レーザービームを半径方向に 2400 本のビ ーム束に分割し，それぞれについてBeer の法則を適用した。

$$
\begin{equation*}
\mathrm{d} I_{n} / \mathrm{d} x=-K I_{n} \tag{3}
\end{equation*}
$$

ここで，Kは逆制動輻射係数である。レーザー光の光路に対して $\Delta x$ の幅をもつセル内での平均吸収率 $q$ は以下のよう に積分される。

$$
\begin{equation*}
q=\sum_{n} I_{n}(x, y) \frac{(1-\exp (-K \Delta x))}{\Delta x} \tag{4}
\end{equation*}
$$

レーザー光は，プラズマ領域の境界で回折を起こし，ビ ームは幾分外側に広がる。そのため焦点位置でのビームウ エストは，プラズマの無い場合に比べて約 10 倍程大きくな るであろうと言われているが，焦点付近での吸収が少ない場合には影響は少ない。従って本研究ではブラズマによる回折は考慮していない。透過光およびプラズマからの輻射光のらち何割かは，チャンバー壁面に反射して再びプラズ マ領域に戻ってくると考えられるが，これの再吸収も影響 が少ないものとして考慮していない。

実験に用いたレーザーは，材料加工用の炭酸カスレーザ一である為，0次ガウシアンを主成分としながらも，中央 が幾分喀んだ強度分布をしている，そこで実験結果との比較では，実際のビームを，全体のエネルギーの $97.5 \%$ を含 むビーム径が等しくなるように 0 次カウシアンで近似した。強度分布の測定結果，そのビーム径は入射レーザーパリー・ $P=400 \mathrm{~W}$ の場合 $34 \mathrm{~mm}, ~ P=700 \mathrm{~W}$ い場合 30 mm であった凸レンズの焦点距離が 250 mm なので，光学系の $f$ 値（焦点距離ノビーム直径）はそれぞれ7．35と8．33 である
2.2 逆制動輻射によるレーザー光吸収 推進剤に Ar を用いた場合について解析を行う。イオン－電子の逆制動輻射による吸収係数 $K_{E t}$ は，原子の種類によらず，波長と温度の関数である。Kemp の式 ${ }^{9}$ を用いて以下の様に表すと

$$
\begin{equation*}
\frac{K_{E I}}{\rho_{P}^{2}}=\frac{1.37 \times 10^{-27}}{T^{1 / 2} M^{2}} \lambda^{3} G\left(\exp \left(\frac{0.014388}{\lambda T}\right)-1\right) \tag{5}
\end{equation*}
$$

となる。ここで，$M$ は重粒子の質量，$T$ は温度，$\rho_{\mathrm{p}}$ はブラズ マの密度である。Gは Gaunt factor で

$$
\begin{equation*}
G=1.04+3.74 \times 10^{-5} T-3.28 \times 10^{-10} T^{2} \tag{6}
\end{equation*}
$$

と表すことができる。
中性粒子－電子による逆制動輻射の吸収係数 $K_{E N}$ は以下の様に表せる。

$$
\begin{equation*}
\frac{K_{E N}}{\rho_{\rho} \rho_{n}}=\frac{9.6 \times 10^{-5}}{M^{2}} T^{2} A(T) \lambda^{3}\left(1-\exp \left(\frac{-0.014388}{\lambda T}\right)\right) \tag{7}
\end{equation*}
$$

ここで $A(\mathrm{~T})$ は温度に対して滑らかに変化する係数で，様々 な気体について求められており ${ }^{14}$ ，多項式で近似できる。第2図に本研究で用いた吸収係数を示す。
2.3 電離•再結合速度 Ar の1価電離反応を考える。 チャンバー内では流速が小さく，全体に熱化学的平衡が成 り立っていると考えてよい。Saha の電離平衡式は以下のよ らに表される。

$$
\begin{align*}
& \left(n_{\mathrm{p}} n_{\mathrm{e}} / n_{\mathrm{n}}\right)=\left(2 g_{+} / g_{0}\right)\left(2 \pi n k T / h^{2}\right)^{3 / 2} \exp \left(-e \varepsilon_{i} / k T\right) \\
& =2(4+2 \exp (-2062 / \mathrm{T})) 2.4 \times 10^{21} T^{3 / 2} \exp \left(-1.81 \times 10^{5} / T\right) \tag{8}
\end{align*}
$$

ここで $n$ は数密度を表す。
この式を用いて各種の物理定数の圧力や電離度依存性を

考慮した。しかし流体中の反応計算には，有限の電離•再結合速度を用いた方が陰解法で定式化しやすい為，以下の電離速度係数を用いた。

$$
\begin{equation*}
\omega_{\mathrm{f}}=1.15 \times 10^{27} T^{-3} \exp \left(1.81 \times 10^{5} / T\right) \tag{9}
\end{equation*}
$$

再結合速度係数は，詳細釣り合いの原理より，Saha の電離平衡式（8）を用いて以下の様に求めた。

$$
\begin{equation*}
\omega_{\mathrm{o}}=(1 / M)\left(n_{\mathrm{d}} / n_{\mathrm{p}} n_{\mathrm{e}}\right) \omega_{\mathrm{f}} \tag{10}
\end{equation*}
$$

Ar は電離反応にエネルギーが費やされるため， $10,000 \mathrm{~K}$付近で定圧比熱が急上昇する。そこで本研究では，定圧比熱を一定とする代わりに，電離エネルギーをプラズマの生成エンタルピー $h_{\mathrm{p}}$ と考えてエネルギー式を定義し，この実在気体効果を考慮した。

$$
\begin{equation*}
E=\frac{p}{\gamma-1}+\frac{1}{2} \rho\left(u^{2}+\nu^{2}\right)+\rho_{\mathrm{p}} h_{\mathrm{p}} \tag{11}
\end{equation*}
$$

ここで，$u, ~ v$ はそれぞれ軸方向および半径方向速度，$E$ は全エネルギー，$p$ は圧力，$\gamma$ は比熱比である。 Ar は単原子分子であるので，比熱比は5／3で一定とした。
2.4 輻射損失 輻射損失はレーザー推進機における最 も大きなエネルギー損失機構であると考えられる。大気圧下での輻射強度測定実験は多数行われており，いずれも同様な温度依存性が得られている ${ }^{15,16)}$ 。また理論的には，輻射強度は電子密度とイオン密度の積に比例すると考えられ る ${ }^{17,18)}$ そこで本研究では，Emmons の実験 ${ }^{15)}$ で得られた輻射強度の温度依存性を用い，さらにイオン・電子密度と圧力の関係をSaha の式（8）を用いて求めて，圧力依存性を考慮した。第3図に本研究で用いた輻射強度を示す。
2.5 熱伝導 Ar の熱伝導率は，温度が上昇してプラ ズマが生成されるようになると急に大きくなる。それは電子による熱伝導が支配的となるためである。弱電離ブラズ マにおける電子熱伝導率には Devoto の値 ${ }^{19}$ を用いた。なお電子熱伝導率は電離度に比例するので，Saha の式（8）を用い て圧力依存性を考慮した。

またブラズマが低温領域に向かって拡散すると，再結合 して発熱をすることによりエネルギーの輸送が生じる。こ の輸送現象は，プラズマの電離•再結合反応と拡散現象を陽的に解くことによって考慮される。プラズマの拡散には両極性拡散係数 $D$ を用いた。 Ar プラズマの場合

$$
\begin{equation*}
D \cong \frac{2 k T}{M v}=4.32 \times 10^{-6} T^{1 / 2} /\left(\rho_{\mathrm{n}}+\rho_{\mathrm{p}}\right) \tag{12}
\end{equation*}
$$

と近似できる。 $v$ は重粒子の衝突周波数である。
さらに温度が上昇すると，第4図に示す様に，熱伝導率 の実験値と理論値に食い違いが生じてくる。これは，ブラ ズマから発せられた輻射光のうち波長の短いものが，低温度領域で再び吸収され，熱エネルギーに戻るためである。 この輻射を介した熱の授受も，温度勾配に比例した Fourier の式で近似できる＂。

この輻射熱伝導率は，いくつかの実験によって導き出さ れているが，プラズマの直径が大きくなるにつれて大きく なる傾向がある ${ }^{19)}$ 。


第 2 図 逆制動輻射係数


第3図 輻射強度


第4図 熱伝達率

そこで本研究では Emmons の実験結果（ $R=5 \mathrm{~mm})^{15)}$ を多項式近似し，さらに輻射熱伝導率がプラズマの半径（ここ では $R=1 \mathrm{~mm}$ とした）に比例すると仮定して輻射熱伝導率を求めた。
2.6 対流 チャンバー内では，レーザー加熱により温度が上昇し，それに伴って密度が大きく低下するため，圧縮性が重要となる。圧縮性流の場合，音速が情報伝達速度 として重要となり，その速度をこえて計算ステップを大き くすることができない。すなわち Courant 数を 1 より大きく することができない。しかるに，チャンバー内の流れのマ ッハ数は 0.01 程度と非常に小さく，定常解を得るのに非常 に多くのステップ数を要してしまう。

しかし陰解法を用いれば，原理上タイムステップを無限 に大きく取ることができ，この計算のスティッフネッスを回避できる。実際には，Euler或いは Navier－Stokes 方程式系 を完全に陰的に解くことは難しいので，逆行列を解く際に モデル化したり，いくつかの物理量を一タイムステップ間凍結する必要があり，そのためCourant 数に上限が生じる。

## 3 計算方法

3.1 基礎方程式 基礎方程式には，圧縮性と工ネ ルギー散逸を考慮して，軸対称 Navier－Stokes 方程式を用い た。方程式を円筒座標で表わすと以下のようになる。

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial F_{\mathrm{I}}}{\partial x}+\frac{1 \partial y G_{\mathrm{I}}}{y \partial y}-\frac{\partial F \mathrm{v}}{\partial x}-\frac{1 \partial y G \mathrm{v}}{y \partial y}=W \tag{13}
\end{equation*}
$$

ただし，Uは特性量ベクトル，$F, ~ G$ はそれぞれ軸方向およ び半径方向の数値流速ベクトル，Wは生成項ベクトルで


である。 $\tau$ は粘性，кは熱伝導率を表す。状態方程式は

$$
\begin{equation*}
p=\left(\rho_{\mathrm{n}}+2 \rho_{\mathrm{p}}\right) R T \tag{15}
\end{equation*}
$$

とする。この方程式を風上差分法の一種である Flux Vector Splitting 法 ${ }^{20)}$ を用いて差分化し，Gauss－Seidel 線緩和法 ${ }^{21)}$ を用いて陰的に解いた。この解法は非常に項強で，Courant数を大きく取ることができることを特徴としている。
3.2 境界条件 流入境界では，推進剤ガスの総温と総圧を与え，それに加えて下流から流れに逆らつて伝播する リーマン不変量を用いて流入境界条件を決定した。また流出境界では超音速流出条件を，壁面では簡単のため断熱， スリップ条件を与えた。

壁面境界層はチョーク流量に幾分影響を与えるが，境界層を直接解くことは計算上負担が大きいので，本研究では境界層は考慮していない。
3.3 計算条件 入射レーザーパワーは400Wあるいは 700 W で，レーザー波長は $10.6 \mu \mathrm{~m}$ とした。実験に用いた推進機を模擬するため，スロート径は1mm，コンバージェン ト部の半頂角は 20 度とした。流入推進剤の総温は $300 \mathrm{~K}, ~$流量は $1.2 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ あるいは $0.9 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ とした。

差分の空間精度に関しては，MUSCL 内挿を用いて，対流項に関しては3次精度の風上差分，粘性項に関しては 4 次精度の中央差分をとった。Courant 数は 100 ～300 で計算を行った。

## 4．計算結果

4.1 計算格子と格子依存性 計算格子を第5図に示す。半径方向の熱伝導を正しく計算できているか調べる ため，半径方向の格子点数を変えて格子依存性を調べた。 $P=700 \mathrm{~W}$（ $f=8.33$ ），流量 $1.2 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ の場合のレーザー吸収量 および最高温度の格子依存性を第6図に示す。LSP が形成 されている領域での格子間隔 $\Delta y$ が 0.1 mm 以下であれば， ブラズマの最高温度，レーザー吸収量とも誤差は $1 \%$ 以内に収めることができる。従って，本計算条件については150 $\times 50$ の格子で十分であると言うことができる。


第5図 計算格子（軸方向に150，半径方向に50）


第6図 格子依存性

一般に $f$ 値が小さくなると，LSP が焦点に近づき，LSP前面で急激な流線の変化，さらには渦が生じるため，より細かい格子が必要である。
4.2 2次元分布 第 7 図に代表的な温度分布と電離度分布を示す。図中の点線は，レーザー強度が中心軸上で の強度の $1 / e^{2}$ となる境界を表す。焦点はスロートよりも 10 mm 下流に結ばれている。LSPは焦点よりも 20 mm ほど上流に形成され，最高温度は $15,000 \mathrm{~K}$ 程度，電離度は $4 \%$程度である。スロート付近では，プラズマは再結合してし まっているが，軸付近の温度は比較的高く維持されている。流量とチャンバー圧から見積もられる推進剤の平均総温は流入温度の 4 倍，すなわち $1,200 \mathrm{~K}$ 程度である。壁面付近を流れる推進剤はどのような条件下でもほとんど加熱を受け おらず，壁面への対流熱伝達が無いと仮定した境界条件は ほぼ正しい。


第7図 2 次元分布 $\quad(P=700 \mathrm{~W}, 1.2 \mathrm{~g} / \mathrm{s})$

第 8 図に流線と速度ベクトル図を示す。LSPの前面で僅 かに圧力が上昇するため，流線は外側に押しやられている。 その結果，LSP 内部を通過する流量は全体の $2 \sim 3$ パーセン トに過ぎず，残りのガスは LSPからの熱伝導で温度が上昇 している。すなわち LSP はヒーターの役割をしていると捉 えることができる。


第8図 流線と速度ベクトル図（ $P=700 \mathrm{~W}, 1.2 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ ）
4.3 実験結果との比較 実験では推力測定にロー ドセルを用いた。大気圧下で推力測定を行ったため，ノズ ル出口付近では過膨張となり，剥離が起きていると考えら れる。チャンバー内部のLSPを減光フィルターで 1000 分 の 1 に減光して撮影すると，その大きさはおよそ流れ方向 に 2 mm ，半径方向に 1 mm であった。

焦点からLSPの中心位置までの距離は，レーザーパワー や，焦点位置によって変化する。焦点位置がスロートに近づ くに従ってLSPも下流に移動し，更に近づけるとLSP がス ロートに吸い込まれるように小さくなる。これは，軸方向の位置によって単位断面積当たりのレーザー強度や局所流速等が変化するためであると考えられる。

LSP 中心位置の計算結果と測定結果の比較を第 9 図に示 す。計算結果では，ビデオ画像のLSPと同程度の大きさの LSP の輪郭を定義するために，電離度 $2 \%$ 以上の領域を LSP と考えてその中心部位置を求めた。


第9図 焦点位葍とLSP中心位置の関係

計算，測定とも，$P=400 \mathrm{~W}$ の場合には焦点より $8 \sim 10 \mathrm{~mm}$上流に，$P=700 \mathrm{~W}$ の場合は $18 \sim 20 \mathrm{~mm}$ 上流にLSPが形成さ れている。また，焦点が下流に近づくに従って焦点－LSP 間 の距離が短くなるという傾向も良く一致しており，本計算コ —ドでレーザー吸収と対流現象とのカップリングが良く平

現されていると考えることができる。
4.4 エネルギー変換効率 エネルギー収支の比較 を第10図に示す。推力測定から求めた最大エネルギー変換効率は約 $16 \%$ である。一方計算で得られたレーザー吸収効率は $23 \%$ である。

推進剤に吸収されなかった透過レーザー光とプラズマ からの輻射光は，光エネルギーという形でチャンバー内に充満し，一部は壁面で吸収され熱損失となり，残りは入射窓あるいはスロートを通って，光のまま外部に損失してい ると考えられる。実験では，推進機の泠却水温度の上昇か ら壁面熱損失を求めている。その結果，透過レーザー光と輻射光のうち $56 \%$ は壁面で吸収され， $44 \%$ は外部に損失し ていると見積もられる。


第10図 エネルギー変換効率（ $P=700 \mathrm{~W}, 0.89 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ ）

## 参考文献

1）Kantrowitz，A．：Propulsion to Orbit by Ground－Based Lasers，Astronautics and Aeronautics，Vol． 10 （1972）pp．74－ 76.

2）Bitat，M．A．：Laser Propulsion：Reserch Status and Needs， J．Propulsion and Power，Vol．8，No． 2 （1992），pp．354－360．
3）Mead，F．D．，Myrabo，L．M．and Messitt，D．G．：Flight and Ground Tests of a Laser－Boosted Vehicle，AIAA Paper 98. 3735，Cleveland，OH， 1998.
4）VanZandt，D．M．，McCay，T．D．and Eskridge，R．H．．：An Experimetal Study of Laser Supported Hydrogen Plasmas， AIAA Paper 84－1572，Snowmass，CO， 1984.
5）Keefer，D．，Welle，R．and Peters，C．E．：Power Absorption in Laser－Sustained Argon Plasma，ALAA J．，Vol．24，No．10， （1986）pp，1663－1669．
6）McMillin，B．K．，Zerkle，D．K．，Glumb，R．J．，Krier，H．and Mazumder，J．：Energy Conversion in Laser Sustained Argon Plasmas for Application to Rocket Propulsion，AIAA Paper 87－ 1459，Honollulu，Hawaii， 1987.

7）Schwartz，S．，Mertogul，A．，Eguiguren，J．，Zerkle，D．， Chen，X．，Krier，H．and Mazumder，J．：Laser－Sustained Gas Plasmas for Application to Rocket Propulsion，AIAA Paper 89－2631，Monterey，CA， 1989.
8）Black，J．，Krier，H．and Glumb，R．J．：Laser Propulsion 10－ kW Thruster Test Program Results，J．Propulsion and Power， Vol．11，No． 6 （1995）pp．1307－1316．
9）Kemp，N．H．and Lewis，P．F．：Laser－Heated Thruster－Interim Report，NASA CR 161665， 1980.
10）Jeng S－M，Litchford，R．and Keefer，D．R．：Computational Design of an Experimental Laser－Powerd Thruster，NASA CR 183587， 1988.
11）Glumb，R．J．and Krier，H．：Two－Dimensional Model of Laser－Sustained Plasma in Axisymmetric Flowfields，AIAA J．， Vol．24，No． 8 （1986）pp．1331－1336．
12）Girard，M．，Lebehot，A．and Campargue，R．：Numerical Simulation for the generating conditions of a Laser－Sustained Argon Plasma Jet，Phys．D：Appl．Phys． 27 （1994）pp．253－262．
13）Molvik，G．A．Choi，D．and Merkele，C．L．：A Two－ Dimensional Analysis of Laser Heat Addition in a Constant Absorptivity Gas，ALAAJ．，Vol．23，No，7，1985，pp．1053－ 1060.

14）John，T．L．：The Free－Free Transitions of Atomic and Molecular Negative Ions in the Infrared，Mon．Not．R Astr．Soc． Vol．170，No． 1 （1975）pp．5－6．
15）Emmons，H．W．：Arc Measurement of High－Temperature Gas Transport Properties，Phys．Fluids，Vol．10，No． 6 （1967） pp．1125－1136，
16）Owano，T．G．，Gordon，M．H．and Kruger，C．H．： Measurements of the Radiation Source Strength in an Argon at temperatures between 5,000 and $10,000 \mathrm{~K}$ ，Phys．Fluids B Vol． 2，No． 12 （1990）pp．3184－3190．
17）Kozlov，G．I．，Kuznetsov，V．A．and Masyukov，V．，A．： Radiative Losses by Argon Plasma and the Emissive Model of a Continuous Optical Discharge，Sov．Phys．JETP．Vol．39，No． 3 （1974）pp．463－468．
18）Oettinger，P．E．and Bershader，D．：A Unified Treatement of the Relaxation Phenomenon in Radiating Argon Plasma Flows， ALAAJ．，Vol．5，No． 9 （9167）pp．1625－1632．
19）Devoto，R．S．：Transport Coefficients of Ionized Argon， Phys．of Fluids，Vol．26，N0． 5 （1973）pp．616－623．
20）Candler，G．V．，MacCormac，R．W．：The Computation of Hypersonic Ionized Flows in Chemical and Thermal Nonequilibrium，J．Thermophysics and Heat Transfer，Vol．5， No． 3 （1991）pp．266－273．

21）MacCormack，R．W．：Current Status of the Numerical Solutions of the Navier－Stokes Equations，AIAA Paper 95－ 0032，Reno，NV， 1998.

# CFD によるスクラムジェットエンジン抗力の見積もり 

## $\bigcirc$ 三谷 徹（航空宇宙技術研究所角田センター） <br> 五十嵐 康隆（KHI） <br> 中橋 和博（東北大学 工学部 航空宇宙工学科）

# Estimation of Scramjet Engine Drag with CFD <br> Tohru Mitani（NAL－KRC），Yasutaka Igarashi（KHI），Kazuhiro Nakahashi（Tohoku Univ．） 

Keywords ：Scramjet，CFD，Drag


#### Abstract

Using an unstructured grid，we solved a unreactive，internal flow in a scramjet engine under the M4，M6 and M8 flight conditions．The drag coefficient of internal flow was calculated to be 0.114 which indicates that only one third of total drag measured by a wind tunnel testing was produced by internal flow．The pressure drag derived by the computation agreed within the deviation of $7 \%$ with that found in the experiments although the calculated frictional drag was higher than that found in experiment by about $25 \%$ ．The pressure drag decreased as increasing Mach No．The frictional drag was not strongly affected by Mach No．Therefore the engine drag mainly consisted of frictional drag at M6 and M8 condition in the tested engine．


## 1．はじめに

将来の水平離着陸型スペースブレーンのためのエンジン として，酸化剤に大気中の空気を利用する図1に示すよう な超音速燃焼型ラム（スクラム）ジェットが研究されてい る。この航技研•角田研究センタで試験しているエンジン は，後退角付きの 2 枚のくさび型側板により空気を圧縮す る側板圧縮型で，その下流で水素を噴射•燃焼させて燃焼器部とノズルで燃焼流を膨張加速させ，推力を発生する。 エンジン下面（カウル）の上流には開放部があり，圧縮さ れた空気を流出（スピル）させることにより，エンジン始


図1：スクラムジェットエンジン．

動性改善を図っている。
スクラムジェットエンジンは，インレットで直接空気を圧縮するために圧力抗力が大きい。またインレットにおけ る空気のスピルや，保炎用ストラットやランプ類の装着も抗力を増大させる。実際に推進力に利用できる正味推力は，

燃焼により発生する推力からエンジン抗力を差し引いた値 であるため，エンジン抗力が飛行システム成立の可否を支配する。従ってエンジン開発にはその抗力を過不足なく見積もる技術を確立しなければならない1）。

そこで CFDによる数値実験を風洞実験で較正し，そのコ一ドにより実験を補完し，さらに実験では困難なより高い マッハ数でのエンジン抗力を推測したので報告する。

## 2．計算手法

数値計算はエンジン内部を非構造格子を用いて分割して おこなった。非構造格子は生成される要素の節点やデータ に規則性がない。このため今回はストラットなし形状のみ であるが，ストラット付きの形状に対しても構造格子での計算のように計算領域を分ける必要がなく，分割化による


図2：非構造格子

| Flight condition |  |  |  |  |
| :--- | :---: | ---: | ---: | ---: |
| Flight Mach No． | - | 4 | 6 | 8 |
| Altitude | km | 20 | 25 | 35 |
| Flight dynamic pressure | kPa | 62 | 64 | 26 |
|  |  |  |  |  |
| Free stream condition of calculation |  |  |  |  |
| Inlet Mach No． | - | 3.4 | 5.45 | 6.7 |
| Total pressure | MPa | 0.86 | 4.5 | 10 |
| Static pressure | kPa | 13 | 5.11 | 2.7 |
| Total temperature | K | 900 | 1500 | 2600 |
| Static temperature | K | 271 | 216 | 273 |
| Velocity | $\mathrm{m} / \mathrm{s}$ | 1120 | 1610 | 2220 |
| Reynolds No． | - | $2.30 \mathrm{E}+07$ | $1.89 \mathrm{E}+07$ | $9.52 \mathrm{E}+06$ |
| Unit Reynolds No． | $1 / \mathrm{m}$ | $1.10 \mathrm{E}+07$ | $9.01 \mathrm{E}+06$ | $4.53 \mathrm{E}+06$ |

表1 ：計算条件

特異点などの問題も避ける事ができる。
基礎方程式としては3次元 Navier－Stokes 方程式を解く。離散化手法は，節点に物理量を定義する cell vertex 有限体積法 ${ }^{2)}$ ，流束の計算には Roe タイプの HLLEW 法を用いた。非構造格子上で風上差分を行う際の単調性を維持するため の制限関数はVenkatakrishnan のものを使用した ${ }^{3)}$ 。時間積分にはLU－SGS 法を，乱流モデルには Goldberg－ Ramakrishnan 一次方程式モデル（G－R model）を用いた ${ }^{4)}$ 。 G－R モデルは局所的に解かれ，格子線に沿っての走査を必要としないため非構造格子に適している。

計算条件はマッハ数4（インレット入りロのマッハ数 3.4 であることから以下では M3．4 と示す），マッハ数 6 （M5．45），マッハ数 8 （M6．7）の飛行条件を模擬して決定 した。表1に各マッハ数での流入条件を示す。また，エン ジンに流入する天板上の境界層は $1 / 7$ 乘則で近似し，その運動量厚さはインレット高さの $1 / 8$ とした。

図 2 に壁面近傍での格子の断面図を示す。計算格子は四面体格子とプリズム格子から成るハイブリッド格子である。物体近傍では粘性底層内に格子点を分布させるためプリズ ム格子を用い，その他の領域では四面体格子を用いる。壁


図 3 ：側壁中心線場での壁圧分布
面から第一格子点までの距離は $0.25 \mu \mathrm{~m}$ で y ＋は M 3.4 では約 0．9，M5．45，M6．7 ではそれぞれ約 0.6 と約 0.5 である。

3．計算結果（M3．4）

## 3.1 エンジン内部の壁圧分布

数値計算で得られた側壁中心線上の壁圧分布を風洞実験 の結果と比較して図 3 に示す。 $x$ 軸はインレット高さで無次元化した流れ方向長さを示す。インレット入りロからノ ズル出口までの長さは 1.86 m ，インレット高さは 0.25 m な ので，エンジン長さは 7.4 になる。インレットは 45 度の後退角を持つので， $\mathrm{x} / \mathrm{H}=0.5$ にインレット前縁が位置する。主流静圧は 13 kPa であるが，インレット側壁からの衝撃波 によってインレット先端部でも壁圧は約 20 kPa となってい る。図よりインレット先端から発生した衝撃波がエンジン中央で反射， $\mathrm{x} / \mathrm{H}=2.2$ 附近で再び側板に入射することが分 かる。2回目の入射は $\mathrm{x} / \mathrm{H}=2.9$ 付近で，ここで側壁は平行 になるため膨張波が発生し壁圧は一時的に下かっている。燃焼部には $\mathrm{x} / \mathrm{H}=3.4$ 附近に後ろ向きのステップがあるため，膨張波が生じ圧力は急激に下がる。しかし，その後再付着 による衝撃波が発生し圧力は 40 kPa まで回復している。そ の下流の燃㽙拡大部，ノズル部では衝撃波と膨張波が干涉 しあいながら壁圧は減少する。x／H＝4．4附近の壁圧上昇は カウルからの衝軗波を捕らえたものである。

最も実験と計算の結果が異なるのは後ろ向きステップの下流， $\mathrm{x} / \mathrm{H}=3.7$ から 4.5 付近である。計算結果ではこの部分 で圧力が減少しているのに対して，実験では圧力は上昇し ている。しかし，その下流で数値計算結果と実験結果を比較すれば，数値計算と実験の結果は一致している。この燃焼器部でのみ波の位相がずれたような壁圧分布が得られた


図4：エンジン内壁圧分布

sidewall
White ： $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}=2.5 \times 10^{-3}$
Black ： $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}=1.0 \times 10^{-3}$


図5：エンジン内局所摩擦抵抗係数分布

原因は，後ろ向きステップにより流れが剥離し，流れの再循環領域が形成されたことにあると考える。エンジン全域 において数値計算の壁圧は実験値と良く一致しており，数値計算の圧力抗力の見積もりの信頼性が高いことがわかる。

図 4 にエンジン内部の壁圧のコンターを示す。インレッ ト部において高圧部分が後退角と平行に走っているのはイ ンレットウエッジからの衝軗波が入射するためである。ま た天板近くの側板壁圧が低下しているのは風洞からの厚い境界層を吸い込んでいることによる。天板上では，カウル からの衝撃波の入射する点と，インレットによって圧縮が行われた燃焼部の 2 つの圧力のピークが存在する。そして燃燒器の後ろ向きステップから膨張波が発生しているのが見える。しかし厚い境界層のためその壁圧分布はスパン方向にほぼ一様で，波構造は見えない。一方流入境界層がな いカウル部の壁圧分布を見ると，ステップ部後方から生じ た離脱衝撃波と膨張波が反射をしていることがわかる。

## 3.2 壁面摩擦抗力分布

次にエンジン内部での摩擦抗力の発生の様子を調べるた

めに，エンジン内壁の局所摩擦抵抗係数（ $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ ）の分布を図 5 に示す。側板上ではインレットエッジ付近で境界層が薄く比較的大きな $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ を示している。それ以外の部分では $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ は $1.5 \times 10^{-3}$ から $3.0 \times 10^{-3}$ の間に分布した。天板では，エンジ ン高さの $1 / 8$ の境界層を吸い込むために $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ は小さく，前縁部では $8.0 \times 10^{-4}$ 程度であった。図では天板と側板インレッ トの間に形成されるコーナー流れにより角部に比較的摩擦 の大きな領域が観察される。また天板中心軸上の低摩擦領域の幅は下流に向かって小さくなっていく。しかしそれを除くと，天板では $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ のスパン方向の分布は小さかった。

## 3.3 熱流束分布

圧力抗力は計算結果を風洞実験の壁圧と比較する事でそ の妥当性を確認できるが， $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ は実験での測定が困難である。 そこで，同じ輸送係数である熱流束を実験と比較する事で CFD の摩擦抗力の見積もりの精度を調べた。

図 6 にエンジン側板中心線上の熱流束計算値と実験での熱流束測定值を示す。実験値は無椧却エンジンの内部壁面 の 1 mm 深さに埋め込んだ熱電対の温度の時間変化から算出

| COMPONENTS | EXPERIMENT |  |  | CFD |  |  | DEVIATION（\％） |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| inner flow | Cdp | Cdf | total | Cdp | Cdf | total | Cdp | Cdf | total |
| inlet | 0.193 | 0.015 | 0.208 | 0.185 | 0.018 | 0.203 | 4．3\％ | 17．0\％ | 2．6\％ |
| combustor | －0．009 | 0.007 | －0．002 | －0．009 | 0.007 | －0．002 | 0．4\％ | 6．0\％ | 26．5\％ |
| div．and nozzle | －0．126 | 0.018 | －0．108 | －0．118 | 0.023 | －0．094 | 6．9\％ | 26．2\％ | 13．7\％ |
| cowl |  | 0.006 | 0.006 |  | 0.007 | 0.007 |  | 13．4\％ | 13．4\％ |
| total（inner flow） | 0.058 | 0.046 | 0.104 | 0.058 | 0.056 | 0.114 | 0．5\％ | 18．7\％ | 9．0\％ |
| outer flow |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| outer side wall | 0.032 | 0.029 | 0.061 |  |  |  |  |  |  |
| cowl | 0.011 | 0.011 | 0.022 |  |  |  |  |  |  |
| total（outer flow） | 0.043 | 0.040 | 0.083 |  |  |  |  |  |  |
| TOTAL | 0.101 | 0.086 | 0.187 |  |  |  |  |  |  |

表2：エンジン各部で発生する抗力の比較


図 6 ：側壁中心線場の熱流束分布
している。その際エンジン壁を半無限厚肉と仮定している ので，実験値には土 $30 \%$ 程度の誤差を含む。測定値はイン レット部で $0.23 \mathrm{MW} / \mathrm{m}^{2}$ から $0.15 \mathrm{MW} / \mathrm{m}^{2}$ まで低下した後，分離部で最高 $0.3 \mathrm{MW} / \mathrm{m}^{2}$ まで上昇し，その下流では単調に減少している。数値計算と実験値を比較すると，燃焼部で の差異を除き両者はほぼ一致している。燃焼器前部におい て数値計算の熱流束が小さいのは，この部分で摩擦抗力が大きくなり局所的に壁面の第一格子点の $\mathrm{y}+$ が 1 以上になり，格子依存性が生じたためであると考える。しかし，他の部分では数値計算の熱流束は実験での計測をほぼ再現した。

このことから数値計算で得られた熱流束，摩擦抗力の見積もりは十分な精度を持つと考える。表2において摩擦抗力が実験と $20 \%$ 程度の誤差を示しているが，この理由のひ とつとしては，数値計算と実験の壁面条件の違いが挙げら れる。数値計算は300K の等温壁で計算しているが，風洞実験では空力加熱によりエンジン模型が暖められるため壁面条件は断熱壁に近くなる。等温壁の壁面条件は断熱壁に比べて壁面付近の空気を给却することになるので，境界層内の空気の密度が高くなり摩擦抗力は増加する。

## 4．考察

## 4.1 抗力模型実験による較正

エンジン全体形状について，圧力および摩擦抗力係数と
して計算した風洞実験結果 ${ }^{5}$ ）と数値計算結果の比較を表2に示す。表の第2列から第4列は風洞実験による壁圧測定結果，第 5 列から第 7 列は数値計算結果である。第 8 列から第10列には計算結果の実験値からのずれをまとめた。数値計算と実験値のずれは両者の差を平均値で割ることによっ て求めた。エンジンの外部表面が作る抗力は一様流を仮定 して計算され第8行から第11行にまとめられている。

壁圧測定結果においてエンジンのインレット部で発生す る圧力抗力は 0.193 で，数値計算結果の 0.185 とのずれは $4.3 \%$ であった。インレットで圧縮された流れは燃焼器内，燃焼拡大部・ノズル部で膨張し，それぞれ抗力係数 0.09 と 0.126 に相当する推力を発生しており，結果として内部流が作る圧力抗力係数は 0.058 となった。数値計算の圧力抗力係数も 0.058 と実験と一致したが，これは各部の抗力，推力を実験値より低く見積もっており，その誤差が打ち消し合っているためである。しかし，各部の誤差も最大で $6.9 \%$ であり，数値計算による圧力抗力予測の精度は高い。

風洞実験からの摩擦抗力の見積もりは，「今回用いたエン ジン模型にはストラットがなく，圧縮比が低いので」総圧損失を無視して壁圧から計算した。数値計算の摩擦抗力俰数はインレット部で 0.018 ，燃㛉器部で 0.007 ，燃焼拡大部• ノズル部で 0.023 ，カウル部では 0.007 となった。数值計算 での見積もりは実験よりやや大きく，再睤環領域のある燃焼器部では $26.2 \%$ のずれが生じた。その他の部分でも $10 \%$程度のずれが生じている。各部分に働く摩擦力は圧力抗力 に比べて小さいが，摩擦力はすべて抗力側に働くためエン ジン内部に働く摩擦抗力係数の総和は 0.056 となった。

第10列の全体抗力における一致度を見る。燃焼器部での ずれが大きい原因は，そこで一致度が低い摩擦抗力のみが働くためである。しかし燃焼器部の抗力は小さく，全体に及ぼす影響は少ない。結果として内部流に関しては数値計算結果 0.114 に対して実験値は 0.104 と両者の誤差は $9.0 \%$ となった。各部分で比較すると圧力抗力で最大 $7.3 \%$ ，摩擦抗力で最大 $26.7 \%$ の誤差が生じている。M3．4 条件ではエン ジン抗力に占める圧力抗力と摩擦抗力の割合はほぼ等しい ので，誤差が打ち消しあわなければ全体抗力で最大 $20 \%$ 程度のずれが生じることになる。

M3．4 ではエンジン単体の内部抗力は 0．104，外部抗力は 0.083 となった。一方，抗力測定実験での抗力係数は 0.28 であったので，即ち支持架台に載せたエンジンのフリージ エットで測定される抗力の $1 / 3$ は支持部から， $1 / 3$ がエンジ ン外面で，そして残りの $1 / 3$ が内部流で発生している。エ ンジン外部側板抗力はエンジンを数個並べた場合には最外側のエンジンでのみ発生し，また天板抗力は機体抗力に分類される。従って，風洞試験でエンジン単体の抗力を測定 する場合，エンジン抗力を過大評価しがちである。

## 4.2 マッハ数の影響

次にエンジン抗力がマッハ数の変化によりどのように変化するかを調べるために，同じ形状のエンジンで空気の流入条件をM5．45，M6．7に変えて計算を行った。数値計算か ら得られた各部で発生する抗力を圧力抗力係数，摩擦抗力係数として表 3 に示す。抗力係数は各マッハ数での主流の静圧で無次元化されている。

## 4．2．1 圧力抗力のマッハ数依存性

表 3 のエンジン内部の圧力抗力を比較すると，M3．4の圧力抗力係数は 0.058 であったが，M5．45 ではその $29.5 \%$ の 0．017，M6．7 では 9．9\％の 0.006 にまで減少している。この

原因としては以下の 2 つのことが考えられる。
第一にマッハ数の増加につれて動圧と静圧の比が大きく なるということである。静圧と動圧の比は $\gamma \mathrm{M}^{2} / 2$ で表わされ M3．4 のときは 8.09 であるが，M5．45 では 20．8，M6．7 で は31．4となる。圧力抗力俰数は動圧で無次元化されるので，静圧と動圧の比が大きくなると圧力抗力係数は小さくなる。

第2 の理由としては，斜め衝撃波の角度が小さくなるこ とがあげられる。斜め衝軗波の角度は高マッハ数ほど小さ くなるため，インレットウェッジからの衝撃波の入射位置 はマッハ数が大きくなるほど下流側に位置し，エンジン内 の高圧部分が全体的に後ろにずれる。表3のM3．4とM5．45 の圧力抗力係数を比較すると，インレットでの抗力は抗力係数で 0.185 から 0.080 まで $57 \%$ 減少するが，ノズル部で の推力は－0．057 から－0．029 で減少率は 49\％である。このた めエンジン全体で見ると圧力抗力は減少することになる。

## 4．2．2 摩擦抗力のマッハ数依存性

．．一般的に摩擦抗力はマッハ数が大きくなるほど小さくな る。平板の $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ は Frankl－Voishel の相関式で計算できる ${ }^{5)}$ 。

$$
\begin{equation*}
C_{f}=\frac{0.455 \cdot\left(1+\frac{\gamma-1}{2} M^{2}\right)^{-0.457}}{\left(\log \mathrm{Re}_{t}\right)^{238}} \tag{3.1}
\end{equation*}
$$

この式から，単位長さ当たりの Re 数がM3．4の主流と同 じ $1.10 \times 10^{7}$ であるとき，平板上の平均摩擦抵抗係数を計算 すると，M5．45 では平板の摩擦抗力は M3．4のときの $71 \%$ に，M6．7 では $60 \%$ に減少する。しかし，スクラムジェット エンジンの場合はマッハ数に応じて飛行高度（実験条件） が制約されてしまうため，マッハ数の上昇は Re 数の減少に つなかり，摩擦抗力を増加させる。

図7に側壁の中心線上の $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ の分布を示す。マッハ数 3.4 の $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ とマッハ数 5.45 の $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ はほぼ同様の分布を示し，M6．7 は全域においてその約 1.4 倍から 2 倍程度大きい値を示し

Drag coefficient

|  | pressure drag coefficient |  | frictional drag coefficient |  |  | drag coefficient |  |  |  |
| :--- | ---: | ---: | ---: | ---: | ---: | ---: | ---: | ---: | ---: |
|  | M3．4 | M5．45 | M6．7 | M3．4 | M5．45 | M6．7 | M3．4 | M5．45 | M6．7 |
| inlet | 0.185 | 0.080 | 0.057 | 0.018 | 0.018 | 0.023 | 0.203 | 0.099 | 0.080 |
| comb． | -0.009 | -0.002 | -0.002 | 0.007 | 0.008 | 0.012 | -0.002 | 0.006 | 0.010 |
| div． | -0.060 | -0.032 | -0.027 | 0.017 | 0.018 | 0.023 | -0.043 | -0.014 | -0.003 |
| noz | -0.057 | -0.029 | -0.022 | 0.006 | 0.006 | 0.006 | -0.051 | -0.023 | -0.017 |
| top |  |  |  | 0.007 | 0.007 | 0.009 | 0.007 | 0.007 | 0.009 |
| cowl |  |  |  | 0.007 | 0.007 | 0.011 | 0.007 | 0.007 | 0.011 |
| sum | 0.058 | 0.017 | 0.006 | 0.062 | 0.065 | 0.084 | 0.121 | 0.082 | 0.090 |

表3：エンジン抗力へのマッハ数の影響


図 7 ：側壁中心線上の摩擦抵抗係数分布


図8：風洞実験で得られた抗力との比較
ている。エンジン入りロでのインレット側壁付近でのマッ八数，静圧，温度を斜め衝撃波の関係式から計算し，上式 を用いれば同じ主流条件のときの平板の $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ を求めることが できる。エンジン全長と同じ長さを持つ平板の平均 $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ は M3．4で $1.53 \times 10^{-3}\left(\mathrm{Re} / \mathrm{m}=2.88 \times 10^{7}[1 / \mathrm{m}]\right)$ ，M5．45は $1.54 \times 10^{-3}$ （ $\mathrm{Re} / \mathrm{m}=2.71 \times 10^{7}[1 / \mathrm{m}]$ ），M6．7は $1.70 \times 10^{-3}\left(\mathrm{Re} / \mathrm{m}=1.46 \times 10^{7}\right)$ となり，数値計算結果は理論値と同様の傾向を持つ。

表 3 より，エンジン内部形状が一定の場合，マッハ数が大きくなると圧力抗力は大幅に減少し，摩擦抗力はやや増加した。このためマッハ数が大きくなるにつれて全体抗力 に占める摩擦抗力の割合は大きくなってくる。M3．4 では圧力抗力と摩擦抗力の割合はほぼ等しいが，M5．45 では摩擦抗力は圧力抗力の約4倍になっており，摩擦抗力の方が支配的である。さらにM6．7 ではこの傾向が強くなり，摩擦抗力の方が圧力抗力より 10 倍以上大きくなる。圧力抗力に比 べて摩擦抗力は Re 数，壁温などの実験条件に影䥓を受けや すいので高マッハ数での抗力の測定には注意が必要である。最後に数値計算と風洞実験から算出したエンジン内部抗

力の比較を図 8 に示す。数値実験と抗力測定試験の結果は良い一致を示している。抗力係数を比較すると M3．4 では数値計算の方が実験値より 8．5\％高いが，M5．45，M6．7 では数値実験の方がそれぞれ $4.5 \%, ~ 11.8 \%$ 低くなっている。全体抗力に占める摩擦抗力の割合の大きい高マッハ数で実験値と数値計算のずれが大きくなっている。

5．まとめ
（1）M3．4 条件における数値計算と実験の比較では，圧力抗力は約 $7 \%$ で一致したが，摩擦抗力は CFD が最大で $25 \%$程度過大な値を予測した。
（2）風洞試験により計測される総抗力の内約 $1 / 3$ はエンジン支持部抗力，約 $1 / 3$ がエンジン外部抗力，約 $1 / 3$ がエン ジンの内部抗力である。
（3）エンジンの内部形状が一定の場合，圧力抗力係数はマッ八数の上昇とともに減少するが，摩擦抗力係数は大きく変化しなかった。その結果，全体抗力に占める摩擦抗力
－ －割合はマッハ数が高い方が大きくなる。
（4）数値計算で得られたエンジン抗力は，風洞実験と M3．4 で $8 \%$ ，ストラットなしの M6．7条件で $12 \%$ 以内で一致 した。

## 文献

1．Voland，R．T．，AIAA 90－2340，Orland，July 16－18， 1990.
2．Sharov，D．S．and Nakahashi，K．AIAA Paper 96－2000， 1996

3．Venkatakrishnan，V．，AIAA Paper 93－0880， 1993
4．Goldberg，U．C．and Ramakrishnan，S．V．，Int．Journal of Computational Fluid Dynamics，Vol．1，1993，pp．321－ 328
5．泉川 宗男ほか，平成 9 年度ラムスクラムシンポ．（1998）．
6．Schlichting，H．，Boundary Layer Theory，6th Ed．， pp． 603 and pp．676， 1968

# リニア型エアロスパイクノズル流れの 2 次元数値解析 

小野寺 卓郎＊，冨田 健夫＊，田村 洋＊

# 2－Dimensional Numerical Study of the Flowfield around Linear－Type Aerospike Nozzles 

$b y$<br>Takuo ONODERA＊，Takeo TOMITA＊${ }^{*}$ ，Hiroshi TAMURA＊


#### Abstract

An aerospike nozzle engine is a promising candidate for the propulsion systems of reusable launch vehicles．At NAL－KRC，we are conducting cold－flow experiments，combustion tests and CFD analyses of linear－type aerospike nozzles to understand the flow field structure around the nozzles and to develop appropriate methodology for design－ ing spike nozzle contours．Currently，two－dimensional inviscid calculations are being conducted for a full－length spike nozzle．In this paper，the numerical results for three different altitude conditions（high／medium／low altitude）are presented and compared with the experimental data for the same altitude conditions to validate the usefulness of the present calculations．The predicted pressure distributions on the spike nozzle surface for the high and medium altitude conditions show good agreement with the experimental data，while that for the low altitude condition shows somewhat insufficient agreement．On the other hand，in terms of the efficiency of thrust coefficient，the calculated results for all three altitude conditions are in good agreement with experimental data．


## 1．はじめに

低コストの宇宙輸送システムの候補の1つとして，ロケッ ト推進式の単段宇宙往還機が考えられている。このような往還機用の推進機関には，広い作動高度において優れた性能 （高度適応特性）を有することが求められる。これまで，高度適応特性を有するノズルとして，例えば，進展ノズル， デュアルベルノズル，エアロスパイクノズル等が考えられて来た川。これらの中で，エアロスパイクノズルは，固定形状 であるのでシンブルな構造であること，また，推進剤供給采 をノズル部に収納することで全長を短くできること等の利点 がある。したがって，エアロスバイクノズルは，単段宇宙往還機用の推進機関として，より有望であると考えられる。

航技研角田センターでは，これまで数年に渡って単一の環状スロートの燃焼器または複数のベル型の小型燃焼器を有す る環状型のエアロスパイクノズルを使った実験を実施して， ノズル周りの流れ場の解析をおこなって来た ${ }^{12.31}$ 。また，環状 スロートのエアロスバイクノズル周りの流れ場について軸対称 2 次元非粘性流れの計算を行ない，実験データと比較的良好な一致を示す計算結果が得られたい。

リフティング・ボディー型の機体にエアロスバイクエンジ ンを搭載することを考えた場合，環状型エンジンよりもり二 ア型エンジンの方が，機体の後端部を有効に利用できるとい う点で有利である。現在，角田センターにおいてリニア型エ アロスバイクノズルを使ったコールドフロー実験い及び燃焼

[^4]実験を行なっている｜6｜。
ここでは，リニア型のフルスパイクノズルの周りの流れ場 について，2次元圧縮非粘性流れを仮定した計算を行なつ て，その結果を実験データと比較した。用いた計算手順など は前回の計算 ${ }^{(4)}$ と同様である。

## 2．計算手順

## 2.1 ノズル形状

図1に，コールドフロー実験で使用した模型の内部を示し た ${ }^{[5]}$ 。上下 2 つの内部ノズルの外側の壁面形状は，放物線近似によって作成した。内部ノズルのスロート高さは 3.5 mm ，膨張比（ $\varepsilon_{i}$ ）は 2 である。したがって，最適膨張時の燃焼器圧力（これは，ほぼノズル流れの全王に等しい）とノズル出口面での圧力との比は10．65である。内部ノズルは模型の中心線に対して約 30 度傾いている。スパイクノズルの形状は特性曲線法によって設計した 77 。スパイクノズルの全体の膨張比（ $\left.\varepsilon_{c}\right)$ は 8 であり，最適憉張時の圧力比は 97.87 である。本実験で用いたフルスパイクノズル（途中で切り落とさない形状のノズル）の理論長さは 100 mm であるが，ノズル先端 の加工が困難であるので，実際の長さは理論長の $80 \%$ として いる。しかし，以下ではこのノズルをフルスパイクノズルと称している。ノズルの流路幅は 42 mm で $-\cdots$ 定である。

## 2.2 計算領域

図2に，スパイクノズル周りの計算領域を，主要諸元（単位は，mm）ととも示した。流れ場はスハイイクノズルの中心


図1 実験模型の内部『

線について対称であると仮定して，計算は図に示したよう な，対称軸の上半分についてのみ行なった。スパイクノズル流れの計算に際しては内部ノズルの出口面での流れの諸量は固定して与えている。この出口面での流れの諸量を求めるた めに，図中にグレーで表示した内部ノズルの計算領域を使っ た計算を別途行なった。内部ノズルの計算格子を図4（a）に示 した。格子点数は $201 \times 41=8,241$ 点である。
実験は静止気体中で行なっているが，計算では，収束を速 めるためにスパイクノズルの外側に自由流領域を設けてい る。エアロスパイクノズル周りの計算格子については，その作成を容易にするために，図3に示したように計算領域を2 つに分割している（図中の＂zone\＃1＂と＂zone\＃2＂）。それぞれ の領域の格子点数は，＂zone\＃1＂が91×106＝9，646点，＂zone\＃2＂ が $221 \times 161=35,581$ 点である。

## 2.3 計算方法

本計算では流れ場は压縮非粘性の2次元流れを仮定してい るので，支配方程式は一般座標系表示の保存形オイラー方程式であっる。これを explicit symmetric TVD scheme18，9を用いて解いた 実験条件と合わせるために，作動がスは窒素の物性 を有する理想気体とした（比熱比＝1．4，気体定数＝296．8）。
計算で使用した各境界条件を図 3 に示す。上述したよう に，＂a＂には内部ノズル出口での流れの諸量を与えて固定し ている。＂b＂と＂g＂で示した壁面には，slip条件を与えており， スバイクノズル後端部以降（＂c＂）には対称境界条件を与えて いる。また，自由流領域の流入境界と側方境界にはリーマン境界条件を与えている。流出境界では，超音速流出の場合は すべての物理量を計算領域の内点から外挿によって求め，亜音速流出の場合は静圧を固定し，その他の量を計算領域から外挿して求めている。分割した2つの領域の境界線上（＂h＂） の値は，隣接する格子点での値を元に，境界線からの距離を考慮した加重平均により算出している。

一方，内部ノズルの流れ計算では，ノズル壁面にはslip条件を与え，流出境界ではすべての量を内点からの外挿によっ て求めている。また，流入境界では，全圧，全温及び流入方向を固定している（図4（a）を参照）。

## 2.4 計算条件



図2 計算領域


図3 境界条件
表1に使用した計算条件を示した。 $\mathbf{P}_{\text {，}}$ ，$T_{i}$ ，$P_{a}$ はそれぞれ， ノズル流の全圧，全温，外部圧力（自由流の静圧に等しい） を表す。NPRはノズル圧力比（Nozzle Pressure Ratio）を表し， $\mathrm{P}_{\mathrm{c}} / \mathrm{P}_{\mathrm{a}}$ で定義される。ここでは，NPRの値として，100，40，10．5 を計算条件とした。ケース1は高高度の条件に相当してお り，これはまたスパイクノズルの設計点での圧力比にほぼ等 しい。ケース2，3はそれぞれ中高度，低高度の条件に相当 し，特にケース3の条件は内部ノズルの設計圧力比に近い値 となっている。

## 3．秸果

## 3.1 内部ノスル流れ

図4（b）に，ケース1の条件の計算結果を等マッハ数線図 （等値線の刻みは0．1）で示した。この図から，スロート下流 で形成された斜め衝撃波が内部ノズルの出口直後でスパイク の表面に入射しているのが分かる。この斜め衝撃波は，内部 ノズルの壁面の初期彭張角度が若干大きかったために生じた ものと考えられる。同樣な斜め衝撃波のスパイク表面への入射は実験でも観察された。

## 3.2 等マッハ数線図及びシャドウグラフ

図5（a）－（c）に，ケース1からケース3の計算結果の等 マッハ数線図を，同じ条件下のシャドウグラフ写真とともに示した。シャドウグラフ写真を見ると，上述したように内部

表1 計算条件

|  | $\mathrm{P}_{\mathrm{c}}[\mathrm{MPa}]$ | $\mathrm{T}_{\mathrm{c}}[\mathrm{K}]$ | $\mathrm{P}_{\mathrm{a}}[\mathrm{MPa}]$ | NPR |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| ケース1 （高高度） | 4.3307 | 285.170 | 0.04334 | 99.9 |
| ケース2 （中高度） | 2.3359 | 284.612 | 0.05840 | 40.0 |
| ケース3 （低高度） | 0.89427 | 290.959 | 0.08520 | 10.5 |



図4 内部ノズルの計算格子（左）と等マッハ数線図（右）－

ノズルから生じた斜め衝撃波がスパイク表面に入射して境界層の剥離を引き起こし，その結果，衝撃波と層流境界層との干渉に特有な流れ場のパターンが現れているのが分かる。一方，計算では非粘性流を仮定しているので，このような衝撃波と境界層との干渉を再現できず，衝撃波の壁面での単純な反射として計算されている。シャドウグラフ写真と比較する と，内部ノズルからの噴流の膨張は，計算結果の方が小さく なっている。この相違は，計算ではノズルの外側に自由流領域を設定しているために生じたと考えられる。

## 3.3 スパイク表面の圧力分布

図6（a）－（c）に，計算から得られたスパイク表面の圧力分布を，実験結果とともに示した。横軸はノズルの対称軸に沿って測った距離を表し，縦軸は次式で定義される無次元圧力を表す（ $p$ は各点での圧力，$p_{a}$ は外部圧力，$p_{c}$ は燃焼室圧力 を表す）。

$$
\begin{equation*}
N D P=\frac{p-p_{a}}{p_{c}} \tag{1}
\end{equation*}
$$

いずれのケースについても， $\mathrm{x}=0.08[\mathrm{~m}]$ 付近で表面圧力の

ピークが見られるが，これは内部ノズルからの斜め衝撃波が スパイク表面に入射しているためである。ケース1とケース 2 の計算結果は，計測値が得られた範囲については実験デー夕とかなり良い一致が得られた。また，ケース2の計算結果 ではスパイク先端付近で圧力がステップ状に上昇している が，これは，図5（b）に見られるように，内部ノズル出口の外側の端部から生じる衝撃波がスパイク表面に入射するためで あると考えられる。

ケース 3 については，図 5（c）のシャドウグラフ写真から は，衝撃波のパターンは見られないが，図6（c）のスパイク表面の圧力分布には低高度条件下で典型的な波状の圧力分布形状が現れている。実験データとを比較すると，計算結果では圧力分布の極大•極小値にかなりの相違が見られるが，実験結果と同様な圧力分布形状を捕らえており定性的には実験結果と同様の傾向を示している。

（a）ケース $1 \quad(\mathrm{NPR}=100)$

（b）ケース2（ $\mathrm{NPR}=40)$

（c）ケース $3(\mathrm{NPR}=10.5)$

図5 等マッハ数線図とシャドウグラフ写真の比較

（a）ケース $1(\mathrm{NPR}=100)$

（b）ケース $2(\mathrm{NPR}=40)$

（c）ケース $3(\mathrm{NPR}=10.5)$

図6 スパイクノズル表面の圧力分布の比較


図7 推力係数効率の比較


図8 内部ノズルから発生する斜衝撃波のモデル化


図 9 推力係数効率とノズル圧力比（NPR）との関係

## 3.4 推力係数効率

次に，推力係数効率について，計算結果と実験結果との比較を行なった。推力係数効率 $\left(\boldsymbol{\eta}_{\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{f}}}\right)$ は，実際の推力係数 $\left(\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{f}}\right)$ と理想的な場合の推力係数効率 $\left(C_{f_{i d e a l}}\right)$ との比であり，次式のように定義される。

$$
\begin{equation*}
\eta_{C_{f}}=\frac{C_{f}}{C_{f_{i d e a l}}} \tag{2}
\end{equation*}
$$

ここで（ $\boldsymbol{F}$ は推力， $\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{t}}$ はスロート面積を表す），

$$
\begin{align*}
& C_{f}=\frac{F}{A_{t} \cdot p_{c}}  \tag{3}\\
& C_{f_{i d e a l}}=\sqrt{\frac{2 \gamma^{2}}{\gamma-1}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}\left[1-\left(\frac{p_{a}}{p_{c}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \tag{4}
\end{align*}
$$

図7に，計算から求めらた推力係数効率を，実験データか ら得られた値とともに示す。計算結果は，いずれのケースに ついても実験結果と良い一致を示している。ケース2の値が実験データよりも若干高いが，これは図6（b）に見られるよう に，衝撃波が入射したことによるスパイク先端付近での圧力上昇のためと考えられる。

ケース 3 では，スパイク表面の圧力分布が実験データと比較的大きく異なっているにも関わらす（図6（c）），推力係数効率は実験値とよく一致している。これは，スパイク表面圧力分布の極大•極小値付近の相違が相殺したためと考えられ る。

## 3.5 全圧損失の推力係数効率に対する影笣

理想的には，エアロスパイクノズルの推力係数効率はノズ ルの設計点でのNPRの値以下の場合に対しては，1．0で一定 となる。しかし，図7から分かるように，計算結果•実験結果ともにNPRが小さくなるにつれて推力係数効率が低下し ていく傾向を示している。この理由の1つとして，内部ノズ ルから生じる斜め衝撃波による全圧損失が関係していると考 え，次のような簡単なモデル化を行なった。図8に示したよ うに，内部ノズルから生じてスパイク表面で反射する衝撃波 を，平板で反射する斜め衝撃波に置き換える。図中の記号を使うと，斜め衝撃波前後の全圧比 $\left(p_{02} / p_{01}, ~ p_{03} / p_{02}\right)$ は次 のように表される（ $\boldsymbol{\gamma}$ は比熱比， $\boldsymbol{M}$ はマッハ数を表す）。

$$
\begin{align*}
\frac{p_{02}}{p_{01}} & =\left\{1+\frac{2 \gamma}{\gamma+1}\left(M_{1}^{2} \sin ^{2} \beta_{1}-1\right)\right\}^{-\frac{1}{\gamma-1}}  \tag{5}\\
& \times\left\{\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_{1}^{2} \sin ^{2} \beta_{1}}{1+\frac{\gamma-1}{2} M_{1}^{2} \sin ^{2} \beta_{1}}\right\}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}
\end{align*}
$$

$$
\begin{align*}
\frac{p_{03}}{p_{02}} & =\left\{1+\frac{2 \gamma}{\gamma+1}\left(M_{2}^{2} \sin ^{2} \beta_{2}-1\right)\right\}^{-\frac{1}{\gamma-1}}  \tag{6}\\
& \times\left\{\frac{\frac{\gamma+1}{2} M_{2}^{2} \sin ^{2} \beta_{2}}{1+\frac{\gamma-1}{2} M_{2}^{2} \sin ^{2} \beta_{2}}\right\}^{\frac{\gamma-1}{\gamma-1}}
\end{align*}
$$

内部ノズルからの噴流の全圧が $p_{02}$ または $p_{03}$ に等しいと仮定すると，それぞれの全圧に対応する理想推力係数は（4）式の $p_{c}$ を $p_{02}$ または $p_{03}$ に置き換えて計算することができる。した がって，斜め衝撃波による全圧損失の，推力係数効率への影響は次のように表すことができる。

$$
\begin{align*}
\eta_{C_{f_{2}}}^{2} \equiv\left(\frac{C_{f_{i, 2}}}{C_{f_{i, 1}}}\right)^{2} & =\frac{1-\left(\frac{p_{a}}{p_{02}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1-\left(\frac{p_{a}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \\
& =\frac{1-\left(\frac{p_{01}}{p_{02}} \cdot \frac{p_{a}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1-\left(\frac{p_{a}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \tag{7}
\end{align*}
$$

$$
\begin{align*}
\eta_{C_{f_{3}}}^{2} \equiv\left(\frac{C_{f_{i, 3}}}{C_{f_{i, 1}}}\right)^{2} & =\frac{1-\left(\frac{p_{a}}{p_{03}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1-\left(\frac{p_{a}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}  \tag{8}\\
& =\frac{1-\left(\frac{p_{02}}{p_{03}} \cdot \frac{p_{01}}{p_{02}} \cdot \frac{p_{a}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1-\left(\frac{p_{a}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}
\end{align*}
$$

図 9 に，上式から得られた推力係数効率と NPR との関係 を示す。このグラフは，流入マッハ数 $\left(M_{1}\right)$ を 3．2，入射す る斜め衝撃波の衝撃波角 $\left(\beta_{1}\right)$ を $30^{\circ}$ ，比熱比を 1.4 とした ときのものである。流入マッハ数は，1次元等エントロピー流れを仮定したときに内部ノズルの膨張比から求められる値 であり，斜め衝撃波の入射角はCFD の結果から見積もった値である。グラフから分かる通り，推力係数効率はNPRと とも低下していく。つまり，斜め衝撃波による全圧損失の影響は大きくなっていく。これは次のように考えられる。（7）式 と（8）式を見ると，衝撃波前後の全圧比を含む項にはNPRの逆数が掛けられているので，この項の影響はNPR が小さく なるにつれて大きくなり，その結果推力係数効率はNPR と ともに低下していくことになる。もちろん，ノズル効率低下 の要因はこの他にもあると思われるので，さらなる実験•数値解析が必要である。

## 4．まとめ

リニア型フルスパイクノズル周りの流れ場を対象として，圧縮非粘性流の仮定のもとに 2 次元計算を行ない，得られた結果を実験データと比較した。

スパイク表面の圧力分布については，中高度及び高高度の条件の計算結果は実験データと非常に良い一致が得られた が，低高度の条件の結果については定性的な一致が得られる に留まった。一方，推力係数効率については今回設定したす べての計算条件下で実験データとの良好な一致が得られ，非粘性計算である程度のエアロスパイクノズルの性能評価が可能であることが分かった。また，NPRが小さくなるとともに推力係数効率が低下する原因の1つとして，内部ノズルから生じる斜め衝撃波による全圧損失が関係していることが分 かった。

## 参考文献

［1］D．K．Huzel，and D．H．Huang，＂Modern Engineering for De－ sign of Liquid－Propellant Rocket Engines，＂Progress in As－ tronautics and Aeronautics Vol．147，AIAA， 1992
［2］T．Tomita，H．Tamura and M．Takahashi，＂An Experimental Evaluation of Plug Nozzle Flow Field，＂AIAA Paper 96－2632， 1996
［3］T．Tomita，M．Takahashi，H．Tamura，＂Flow Field of Clus－ tered Plug Nozzles，＂AIAA Paper 97－3219， 1997
［4］小野寺，冨田，田村，「環状型スパイクノズル周り流れ の数値解析」，航空宇宙数値シミュレーション技術シン ポジウム＇98論文集，pp．53－57，1998
［5］T．Tomita，M．Takahashi，T．Onodera and H．Tamura，＂Visu－ alization of Shock Wave Interaction on the Surface of Aerospike Nozzles，＂AIAA Paper 98－3523， 1998
［6］H．Sakamoto，M．Takahashi，M．Sasaki，T．Tomita，K．Kusaka and H．Tamura，＂An Experimental Study With a 14 kN Lin－ ear Aerospike－Nozzle Combustor，＂AIAA Paper 99－2761， 1999
［7］C．J．O＇Brien，＂Unconvensional Nozzle Tradeoff Study，Final Report，＂NASA CR－159520， 1979
［8］H．C．Yee，＂Construction of Explicit and Implicit Symmetric TVD Schemes and Their Applications，＂Journal of Compu－ tational Physics，vol．68，pp．151－179， 1987
［9］H．C．Yee and R．F．Warming，＂Implicit Total Variation Di－ minishing（TVD）Schemes for Steady－State Calculations，＂ Journal of Computational Physics，vol．57，pp．327－360， 1985

# スクラムジェットエンジンの燃焼•不始動過程に関する考察 

須浪 徹治，櫻中 登，志村 隆，小寺 正敏 ${ }^{11}$

On the Combustion and Unstart Processes of a Scramjet Engine Model<br>by<br>Tetsuji SUNAMI，Noboru SAKURANAKA，Takashi SHIMURA and Masatoshi KODERA＊${ }^{1}$


#### Abstract

Main purpose of this experimental and numerical study is to reveal a transition mechanism between two typical combustion modes called＇weak－combustion＇and ＇intensive－combustion＇which have been observed in the engine firing tests at Mach 4， 6 and 8 conditions using RJTF（Ramjet Engine Test Facility）．For this purpose，flow structures in the combustor and their changes during the transition of combustion mode are investigated by means of cold flow tests as well as numerical simulations in which combustion pressure is simulated using flow－plug set in the engine nozzle．Based on these results as well as the firing test results， it is revealed 1）that self－ignition in the core－flow is impossible；ignition is possible only within the narrow regions of the boundary layer and the strut wake， 2）that combustion in the weak mode occurs within the attached and slightly separated boundary layer at the downstream part of the combustor and the combustion is kinetically controlled，3）that combustion in the intensive mode mainly occurs within the largely separated boundary layer and re－circulation area and 4）that transition from＇weak mode＇to＇intensive mode＇is the consequence of mutual interaction between enhancement of fuel／air mixing and combustion within the boundary layer and the growth of the boundary layer separation area due to the combustion．Such combustion characteristics are due to the fact that in the present engine fuel／air mixing and principal combustion supporting the engine thrust strongly depend on the occurrence of large scale boundary layer separation and on the turbulent mixing as well as subsonic combustion within the separated boundary layer．The dependence of mixing and combustion on the boundary layer separation results in the early transition into inlet unstart．For improvement of engine performance，it is indeed important to carry out efficient supersonic mixing，ignition and combustion control in supersonic core－flow in the combustor．


1．はじめに
スクラムジェットエンジンは，スペースプレーン等の極超音速幾成功の鍵となっている。スクラムジェット開発に向け て，航技研•角田ではRJTF（ラムジェット試験設備）におい てマッハ数 4，6，8 の模擬飛行条件下でのエンジン燃焼実験 1，23）を行ってきた。その中で，燃料流量を増加していくと，最初弱かったエンジン内での燃焼状態がある当量比において急激に強くなり，これに伴い推力も急増する様子が確認された。 さらに燃料流量を増加していくとインレット／燃焼器干渉が

起き，エンジン不始動に至った。本研究では，エンジン燃焼実験，フロープラグを用いた燃焼模擬実験およびこれに対応 するCFD シミュレーションの結果から，上記の燃焼モードの変化を経てエンジン不始動に至る一連の過程について，エン ジン内での燃料／空気の混合•燃焼とエンジン内流れ構造との関連に注目して考察する。 さらに，この考察結果に基づき， エンジン作動特性改善のためには，燃㳣器における混合律速 の実現と，超音速流中での燃料／空気の混合•着火•燃焼制御 の実施が重要であることを再確認する。


PJ：Plasma－jet igniter
TP：Pilot fuel（top wall）
SP：Pilot fuel（side wall）
MV\＃1：Main fuel vertical \＃1（ $\phi 1.5 \times 12$ ）
MV\＃2：Main fuel vertical \＃2（ $\phi 1.5 \times 12$ ）


図1 スクラムジェットエンジン形状 （マッハ 4 燃焼試験）

[^5]2．エンジン燃焼試験
2.1 エンジン形状および燃料噴射•着火方法

RJTF でのマッハ 4 燃焼実験 1）に用いたエンジン（ストラ ット無し）の形状図を図1に示す。エンジンは上流側から インレット，分離部（Is．），燃焼器平行部（C．C．），燃焼器拡大部（D．C．），ノズルから構成され，全体が $45^{\circ}$ の後退角を有する。分離部と燃焼器平行部の接合部境界には，天板と側板上にそれぞれ 2 mm および 4 mm の高さの後向きステ ップが設置されている。主燃料（MV\＃1 または MV\＃2）は，燃焼器平行部側壁のステップ下流に配列されたそれぞれ 12 個の円形オリフィス $(\phi=1.5 \mathrm{~mm})$ から壁面に垂直に音速噴射される。着火用に，プラズマジェット噴射器とパイロ ット燃料噴射口が分離部天板上に設置されている。また， マッハ 6，8条件における燃焼試験3．4では，燃焼器圧力を高めるため，図1のエンジンのインレットから燃焼器平行部にかけてストラットが装着される。マッハ4，6，8試験時のインレット入口気流条件は，表1のとおりである。

表1 RJTF 燃焼試験における気流条件

| Simulated flight Mach number | 4 | 6 | 8 |
| :--- | ---: | :---: | :---: |
| Freestream condition |  |  |  |
| $\quad$ Mach number | 3.4 | 5.3 | 6.7 |
| Stagnation pressure（MPa） | 0.86 | 4.8 | 10 |
| Stagnation temperature（K） | 850 | 1500 | 2500 |

## 2.2 弱燃焼および強燃焼

図2はマッハ4 条件でのエンジン燃焼試験りで観察され た燃料水素流量，$m_{\rho}$ と燃料噴射•燃焼による推力増分， $\Delta F$ ，との関係である。燃料流量が小さい $\left(m_{f}<40 \mathrm{~g} / \mathrm{s}\right)$ 場合には，燃料流量の増加とともに推力増分もほぼ比例して増加するが，燃焼状態は弱く推力増分も $\Delta F \approx 400 \mathrm{~N}$ と小さ い．さらに燃料流量を増加していくと，$m_{f}=40 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ を境に燃焼が突然強くなり，推カレベルも急に増加している。こ こに見られるような強弱2つの燃焼状態を強燃焼（Intensive combustion）および弱然焼（Weak combustion）と呼んでい る．さらに燃料流量を増加すると，$m_{f}>80 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ では燃焼圧 の影響がインレットに達するいわゆるインレット／燃焼器干渉により推力は減少していき，ついにはエンジン不始動 に至る。図3に $m_{f}$ の増加に伴うエンジン天板壁圧分布（エン ジン流入気流総圧 $P_{o}$ で無次元化されている）の変化を示す。弱燃焼（ $m_{f}=41.7 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ ）では壁圧レベルは気流値に近く，燃焼器壁面境界層はほぼ付着した状態にある。いったん強燃焼に なると，燃焼器内の圧カレベルは一気に上昇する。このとき，燃焼器最大圧力は燃料流量に依らずほぼ一定であり，この値 はエンジン不始動に至る限界の燃焼器圧力でもある。このよ
 この値は，平板乱流境界層剥離に関する経験式（1）から予想さ れる分離部流入気流に対する乱流境界層の剥離限界圧力にほ ぼ一致する。

$$
\begin{equation*}
M s^{2}=0.58 M a^{2} \tag{1}
\end{equation*}
$$

（ここで，Maは剥離域上流の主流マッハ数，Ms は剥離衝撃波背後の主流マッハ数である。）
図4は，マッハ6条件でのエンジン燃焼試験2で観察され た $m_{f}$ と $\Delta F$ との関係を種々のストラット形態に対してプロッ


図2 燃料流量と推力増分の関係（マッハ 4 燃焼試験）


図 3 エンジン天板壁圧分布の変化（マッハ 4 燃焼試験）


図4 燃料流量と推力增分の関係（マッハ6燃焼試験）

（a）弱燃焼（ストラット A ）
（b）強燃焼（ストラット C ）

図5 エンジンノズル出口断面局所当量比分布
（マッハ 6 燃焼試験，文献 2 参照）


図6 フロープラグによる燃焼模擬試験用スクラムジェットエンジン模型

トしたものである（ストラット形態の詳細は文献2を参照さ れたい），ストラット A の場合，$m_{f}<100 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ で弱燃焼であり， $m_{f}=115 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ では不始動に移行している（強燃焼への選移と同時に不始動となったものと考えられる）。一方，ストラットB とCの場合，マッハ 4 試験（図 2）と同様に，弱燃焼から強燃焼への急激な遷移が観察された。ストラットBでは，燃料流量を増加する場合と減少する場合で，弱燃焼と強燃焼間に ヒステリシスが観察された（図中の矢印参照）。

同一燃料流量（ $48 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ ）に対して観察された弱燃焼（ストラ ットA）および強燃焼（ストラット C）におけるエンジンノ ズル出口断面での局所当量比分布（図5（a），（b），ガスサンプ リング結果）を見ると，弱燃焼時には燃料の拡散範囲は側壁 および天板壁面近傍に凹型に偏在しているのに対し，強燃焼時の分布（等高線）は天板とほぼ平行になるとともに，ノズ ル出口断面中央部への混合が改善される傾向にある。

現エンジンの弱燃焼•強燃焼に見られる上記のような混合•燃焼性能の顕著な違いが何に起因するかを知ることは， スクラムジェットエンジンの作動特性の理解には極めて重要 である．著者らは，その原因はエンジン内の燃料／空気の混合•着火•燃焼の方策と，これに密接に関係するエンジン内流れ構造にあると考え，以下では特に，境界層剥離域の場所 と大きさに着目して考察する。

3．フロープラグによる燃焼模擬—コールドフロー実験
強燃焼モ一ドにおける燃焼器内の境界層剥離構造を詳しく調べる目的で，エンジンノズル部に設けたフロープラグによ り燃焼器下流の背圧を制御して燃焼圧を模擬したコールドフ ロー実験4）をおこなった。実験に用いたエンジン模型（図6） は燃焼試験用エンジンの $1 / 5$ スケール模型であり，壁圧測定 およびシャドウグラフによる分離部から燃焼器拡大部上流部 の流れ場の観察が可能となっている。

実験では，燃焼器拡大部入口に絞りの影響が及んでいない状態から時間とともに背圧を上げていった。その時のエンジ ン天板壁圧分布の変化を図7に示す。ただし，フロープラグ により燃焼圧を模擬していることから，燃焼実験と比較でき るのはインレットから壁圧が最大となる燃焼器平行部出口付近までである。背圧上昇につれて燃焼器平行部の圧力は徐々 に上昇するとともに，背圧の影響域が分離部を経てインレッ


図 7 エンジン天板壁圧分布（燃焼模擬実験）
ト内へ進行する様子がわかる。図7の32．5秒時の分布は，燃焼試験の弱燃焼に対応する．40，50 秒に対応する分布は燃焼試験では観察されなかった。これは，後述するように剥離域内での燃焼と境界層剥離域の成長の強い相互作用により，大規模な境界層剥離域が急激に形成されるためである。また， 55～58秒および 60 秒の分布はそれぞれ強燃焼およびエンジ ン不始動時に対応する．55～58秒の分布は燃焼試験の強燃焼時における分離部から燃焼器平行部にかけての圧力分布をか なり良く再現している。特に，強燃焼時の燃焼器最大圧（エ ンジン不始動限界圧力）はほぼ一致した。このことから，燃焼器平行部付近の天板境界層剥離域の大きさ（剥離泡外縁の剥離剪断層の壁面からの高さ）はほほ再現でていると判断で きる．
図8（a）～（d）は天板側から約 $37^{\circ}$ の角度で見た分離部出口•燃焼器平行部•燃焼器拡大部入口付近のシャドウグラフ写真 （ $1 / 60$ 秒の時間平均写真）である．流れは左から右向きであ り，上下端にはエンジン側壁と燃焼器入口の後向きステップ が写っている．これら一連の写真は，フロープラグによる背圧上昇の影響が燃焼器平行部に及んでいない状態（図8（a）） から背圧を徐々に上げていき，エンジン不始動に至る直前（図 8（d））までの流れ場の変化を示している。図8（a），（b），（c），（d） の流れ場は，それぞれ図7の32秒， 45 秒， 55 秒， 58 秒の壁圧分布に対応する。このように，背圧の上昇に伴い，側壁の


図8 分離部出口から燃焼器拡大部にかけての流れ場 （シャドウグラフ写真，燃焼模擬実験）

境界層剥離が生じるとともに，剥離域と圧力の上昇域は徐々 に分離部内を遡っていく。強然焼時に対応する図8（d）では，側板境界層の剥離域の高さは大きい所で燃焼器流路幅の約 $30 \%$ に達する．（側板上の天板側とカウル側では側板境界層 の剥離の様子が異なることがステップ下流の再付着衝撃波の挙動の違いからわかる。天板側で早期に剥離が起こる。）
図 9 は強然焼時に対応する壁圧分布が得られた時の分離部 のシャドウグラフ写真である。流れは左から右方向，上端が天板壁面，下端がカウル壁面であり，カウル前縁（分離部入 り口）からの衝撃波（左下から右上方向）と天板境界層の剥離に伴う剥離衝撃波（左上から右下方向）が観察される。こ の剥離衝撃波が鮮明に見え始める位置から判断すると，分離部における天板境界層剥離域の高さ（剥離尊断層の高さ）は分離部流路高さの約 $30 \sim 40 \%$ に達する．後述するように，こ の結果は CFD による強燃焼時流れ場のシミュレーション結果に良く一致する。

以上のように，マッハ 4 条件の場合には，燃焼の影響とし て燃焼圧だけをフロープラグにより模擬した簡便な方法によ り，燃焼試験での強燃焼及びエンジン不始動時の壁圧分布を かなり良く模擬できた。特に，不始動に至る燃焼器限界圧力 も再現できることがわかった。

## 4．フロープラグによる燃焼模擬－CFD 結果

強撚焼時のエンジン内流れ場についてさらに詳しく調べる目的で，RJTF のマッハ 4 気流条件に対してフロープラグによ る燃焼模擬の CFD シミュレーションを NSE（数値宇宙エン ジン）を用いておこなった。 3 次元 Navier－Stokes 方程式に対 し Chakravarthy－Osher のTVD 法を用いて計算を行い，準定常解を得た．空間精度は 3 次であり，エンジン内格子数は約 220万点である。主流の天板流入境界層には厚さ 35 mm （エンジ ン高さは 250 mm ）の $1 / 7$ 乗則速度分布を適用した。エンジン内の各壁面には断熱壁条件を用い，境界層には Baldwin－ Lomax 乱流モデルを用いた．
図 10 は，燃焼試験の強燃焼時に対応する CFD 結果であり， エンジン対称面におけるマッハ数分布（a）とその亜音速域（b） である．また，この時の天板壁圧分布を燃焼試験で得られた壁圧分布と比較した（図 11）。天板境界層の剥離位置および そこからの壁圧上昇の勾配は良く一致している。燃焼器平行部での最大圧については，計算結果は実験値に比べて約 $15 \%$程度大きいが，ほぼ燃焼実験の強燃焼時の分布を再現してい る．したがって，境界層剥離の大きさもほぼ再現していると判断できる。この時，マッハ数分布が示すように，強燃焼時 には分離部から燃焼器にかけて天板境界層は大規模な剥離を起こし，亜音速の再循環域を形成している。剥離域内の亜音速域の高さは燃焼器平行部において最大となり，エンジン流路高さの約 $80 \%$ に達する。側壁に近づくにつれて，天板境界層の剥離点は下流側へ後退するとともに亜音速域の高さも減少する。側壁近傍では，剥離点は後向きステップのすぐ上流 にまで後退するとともに，燃焼器平行部における剥離域の亜音速域の高さも流路高さの約 $40 \sim 50 \%$ にまで減少する様子が観察された。このことから，燃焼実験の強然焼時には，燃焼器平行部側壁から噴射される主燃料の約 $\mathbf{4 0} 50 \%$ は天板境界層剥離域の亜音速部へ噴射されると判断できる。 さらに，分離部天板から噴射される着火用プラズマトーチのジェットも天板境界層内の再循環域内に噴射されると判断できる。

## 5．現エンジンの燃料混合•燃焼形態

ここでは，先述の実験および計算結果にもとづき，現エン ジンの燃料／空気の混合•燃焼特性について考察する。まず，燃焼実験，コールドフロー実験およびCFD シミュレーション結果が示す弱燃焼および強焱焼時の特徴は次のようである。
1）現エンジンでは，人為的に乱流渦を導入した混合制御を行っておらず，混合は，主にエンジン壁面境界層内の乱流渦，燃料噴射により生じる馬蹄渦•剪断層に依存する。従って，燃焼器の境界層がほぼ付着した状熊では，燃料 の貫通距離を考慮しても燃料の拡散範囲は壁面境界層内 およびその近傍に限られる。
2）弱燃焼状態では，燃焼器内境界層はほぼ付着状態にあり，燃料の拡散範囲は壁面境界層内およびその近傍に限られ る．そこでの燃焼は反応律速である。特に，マッハ 4 条件では，気流総温が約 900 K と低く，境界層内の温度回復域をも含めたエンジン内流れにおける自発着火は不可

能である．このため，プラズマトーチの補助を得て初め て着火•燃焼に至る。
3）強燃焼状態では，燃焼器天板境界層は大規模な剥離状態 にあり，着火用プラズマジェットおよび約 $40 \sim 50 \%$ の主燃料が天板境界層剥域内（剥離剪断層と亜音速の環流域） に噴射される。このため，剥離域内での燃料／空気の混合 が促進される。また，一旦強燃焼状態になると，プラズ マトーチを停止しても強然焼を維持できる。つまり保炎 が可能である。
4）境界層剥離域での燃焼に伴う剥離衝撃波背後の主流マッ ハ数の低下と圧力および温度上昇を考慮しても，主流中 での自発着火は不可能である。
これらを考慮すると，強燃焼時の推力の発生源となる主燃焼 は，このような境界層剥離域内での亜音速燃焼により特徴づ けられる．そして，その天板境界層剥離域内では保炎可能で あることから，そこでの燃焼は混合律速である。

以上から，現エンジンのマッハ 4 条件では，燃料混合•着火•燃焼の促進と推力の発生が境界層剥離域の形成とその内部での乱流混合•亜音速燃焼に強く依存する。観察された弱燃焼から強燃焼への急激な遷移は，このような境界層剥離依存型の混合•燃焼形態によるものである。また，この境界層剥離依存型の燃焼形態は，結果としてエンジン不始動への移行を促す結果となっている。

マッハ 4 条件について得られた上記の結論は，弱燃焼から強燃焼への急激な遷移が観察されたマッハ 6 条件に対しても同様に当てはまると判断できる。（マッハ 6 条件においても，強燃焼時の境界層剥離域での燃焼による主流のマッハ数の低下と圧力•温度上昇を考慮しても，やはりエンジン主流中で の自発着火は不可能である。）

## 6．弱燃焼から強燃焼への遷移過程

次に，弱燃焼から強燃焼への遷移過程について考察する。強燃焼時の主燃焼は上述のように境界層剥離の形成に依存す るから，強燃焼への移行には何らかの原因で境界層剥離域が形成される必要がある。この剥離域形成過程は次のようであ る。つまり，弱燃焼時には付着境界層内で強い反応律速下で の着火•燃焼がわずかに起きているが，燃料流量の増加とと もに燃焼量が徐々に増し，発熱に伴い境界層内の逆圧力勾配 も徐々に增加する。これによりわずかな境界層剥離域が生じ るとともにその剥離域で混合•燃焼が促進され，これにより剥離域もさらに成長する。このような境界層剥離域の成長と その内部での混合•燃焼促進の相互作用により，大規模な境界層剥離域を伴う強燃焼状態へと移行する。境界層剥離域の成長と混合•燃焼促進の相互作用が急激な場合には，マッハ 4， 6 条件時に観察されたように弱然焼から強燃焼への遷移も急激になる。

図 12 は，マッハ 8 条件の燃焼試験 ${ }^{3}$ ）で得られたエンジン内壁圧分布の変化の様子であるが，これから判断すると，燃料流量の増加につれて燃焼器拡大部下流側で燃焼による境界層剥離を起こし，さらなる燃料増加に伴い剥離域が徐々に上流 へ遡るとともに推力も徐々に増加する $\left(m_{f}=9.2 \sim 50.4 \mathrm{~g} / \mathrm{s}\right)$ ．その後，燃焼器拡大部から遡ってきた剥離域が燃焼器平行部に達 するとともに不始動へ移行する様子が確認された．このよう にマッハ 8 条件では弱然焼から強燃焼への遷移は緩やかであ り弱燃焼と強燃焼の区別が付きにくく，燃焼状態の遷移に伴 い剥離域が一気に燃焼器平行部に達するマッハ 4,6 条件とは


凶 9 分離郃大权境界層の剥踓 （シャドウグラフ写真，燃焼模擬実験）


図10（a）マッハ数分布（マッハ4 強燃焼時に対応する天板境界層剥離，エンジン対称面）


図 10 （b）マッハ数分布一境界層剥離域の亜音速領域（マッハ 4 強燃焼時に対応， エンジン対称面）



図11 エンジン天板壁圧分布一燃焼試験と CFD（フロー プラグによる強燃焼模擬時）の比較．

異なっている．これは，燃㳣器内流れが高マッハ数になるほ ど，燃焼による圧力上昇の割には境界層剥離域の成長（剥離泡の高さ）が抑制される（混合•燃焼と境界層剥離域の成長 の相互作用が弱くなる）からである。しかし，図 13 CFD結果（RJTF－M8試験条件）が示すように，マッハ8条件に おいても燃焼器主流中での自発着火が不可能であり，自発着火可能な領域が境界層内あるいはストラットベース部近傍の後流内の極めて狭い領域に限られる点，燃料／空気の混合•燃焼が境界層剥離に依存している点はマッハ 4，6 条件と同様で ある．

著者らはマッハ 8 試験燃焼時のCFD シミュレーションs） も行っているが，そこでも燃料流量増加に伴う天板境界層の剥離域の形成，主な燃焼域が剥離境界層内に存在すること， その燃焼量の増大とともに剥離域が上流へ拡大する様子を確認している。また，燃焼量の増加に伴う燃焼器主流の静温•静圧の上昇により，$m_{f}=50 \mathrm{~g} / \mathrm{s}$ 以上では主流においても自発着火が可能な状態になることを確認しているが，この状態も境界層剥離依存型の混合•燃焼による大規模剥離（剥離衝撃波）の存在により維持されている。

現エンジンに対する上記の考察は次のように一般化できる と考える。すなわち，人為的な燃料／空気の混合促進制御が行 われておらず混合が不十分であり，着火特性が反応速度に強 く律速される形態のエンジンでは，燃料混合•着火•燃焼の促進と推力の発生が境界層剥離域の形成とその内部での乱流混合•亜音速燃焼に強く依存する。

## 7．まとめ

スクラムジェットエンジンの燃焼試験で観察された弱燃焼 から強燃焼への遷移は，燃焼器におけるエンジン壁面境界層 の剥離域の形成と，その剥離域内での燃料／空気の混合•燃焼 の促進およびこれらの相互作用によるものである。人為的な燃料／空気の混合促進制御が行われておらず，着火特性が反応速度に強く律速されるタイプのエンジンでは，燃料混合•着火•燃焼の促進は境界層剥離域の形成とその内部での乱流混合に強く依存し，推力を支える主燃焼は剥離域内での亜音速燃焼により特徴づけられる。

今後，境界層剥離依存型の混合•燃焼形態から脱却し，高 マッハ数域における超音速燃焼の実現とともに，境界層剥離域の拡大に起因するエンジン不始動を抑制してエンジン作動特性を改善するには，
1）燃焼器主流中での人為的な混合制御の実施
2）混合律速下での着火•燃焼
が必要であり，これらを実現できるような，

4）エンジン内部流路設計
をおこなう必要がある．

## 参考文献

1）Sunami，T．，Sakuranaka，N．，Tani，K．，Hiraiwa，T．and Shimura， T．，＂Mach 4 Tests of a Scramjet Engine－Effects of Isolator，＂ 13th ISABE 97－7088， 1997.
2）Sato，S．，Izumikawa，M．，Tomioka，S．and Mitani，T．，＂Scramjet Engine Test at Mach 6 Flight Condition，＂AIAA Paper 97－3021， 1997.


図12 エンジン天板壁圧分布の変化（マッハ 8 燃焼試験）

（a）ストラットと側壁間を通る断面

（b）エンジン中央面（対称面）
図 13 マッハ 8 燃焼試験気流中 $\left(m_{f}=0 \mathrm{~g} / \mathrm{s}\right)$ における着火時間が $100 \mu \mathrm{sec}$ 以下の領域（CFD 結果）。
（計算条件：主流マッハ数 6.7 ，天板流入境界層 87 mm ， $1 / 7$ 乗則乱流境界層，計算方法はマッハ 4 条件の計算と同様 である．得られた流れ場に対して，Rogers らの文献 6 をもと に着火時間を見積もった。）

3）Kanda，T．，Wakamatsu，Y．，Ono，F．，Kudo，K．，Murakami，A．and Izumikawa，M．，＂Mach 8 Testing of a Scramjet Engine Model，＂ AIAA 99－0617， 1999.
4）櫻中，須浪，志村，泉川，＂スクラムジェットエンジン不始動模擬実験，＂ラムススクラムジェットシンポジウム，107－ 112， 1998.
5）Kodera，M．，Sunami，T．and Nakahashi，K．，＂Assessment of Unstructured Hybrid Grid Method for Predicting Scramjet Combusting Flows，＂ $8^{\text {th }}$ ISCFD， 1999.
6）Rogers，R．C．and Schexnayder Jr．，C．J．，＂Chemical Kinetic Analysis of Hydrogen－Air Ignition and Reaction Times，＂NASA TP－1856， 1981.
7）Sunami，T．，Wendt，M．N．and Nishioka，M．，＂Supersonic Mixing and Combustion Control Using Streamwise Vortices，＂AIAA Paper 98－3271， 1998.
8）Sunami，T．，Nishioka，M．，Murakami，A．，Kudou，K．and Wendt， M．N．，＂Alternating－Wedge Strut Injection for Supersonic Mixing and Combustion，＂ $14^{\text {th }}$ ISABE Paper 99－7156， 1999.

# 最大揭力係数の予測について 

嶋英志1，齊藤茂 ${ }^{2}$

On Estimation of Maximum Lift by CFD
Eiji Shima ${ }^{1}$ and Shigeru Saito ${ }^{2}$


#### Abstract

Static and dynamic stall of airfoil and wing is numerically investigated．Spalart－Allmaras turbulence model shows best agreement among several models for static high angle behavior of 2 dimensional wing．Pseudo direct simulation and RANS（Reynolds Averaged Navier Stokes）simulation with Spalart－Allmaras turbulence model are applied to the problem． Both are not sufficient，however，RANS shows better agreement with experiments．


## 1．はじめに

ヘリコプターまわりの流れは，ローターの非定常性，ローターとローター端渦，メインノテ ールローターの干渉等があって非常に複雑で ある。我々は，この複雑なへりまわりの流れ を高精度に解析できる CFD コードの開発を進めている。Euler 解析による非粘性のロー ターの解析については動的移動重合格子法を用いた並列計算での解析が可能になっている。 ${ }^{[1]}$ 空力特性の詳細な解析のためには粘性効果 の導入が望ましいが，NS（Navier－Stokes）解析 を実施するからには高迎角性能が算出できな ければ価値が半減する。そこで，失速を含む動的なロータの粘性解析に最適な NS 解析手法を基礎的な風洞実験と比較することで調査 した。
ローターに限らず，高迎角特性は航空機の重要な性能指標である。NS 解析の普及で CFD粘性解析を用いた推定の可能性がでてきたが，信頼できる解が得られるとは限らず，対象を吟味しつつ適応範囲を拡大しているのが現状

である。そこで，まず静的高迎角特性に関す る 2 次元 NS 解析の現状を示す。
ヘリではローターがピッチ運動を伴って回転 し，特性が静的状態とは異なる。ホバリング以外では，動的状態にあり，例えばへリの最高速は後退側ブレードの動的失速で決定され るから，回転翼機の設計には，動的特性の推定が重要である。静的解析すら不完全な状況 では，動的解析は，より難しいことが予測さ れるが，水藤 ${ }^{[2]}$ らは三次精度風上差分を用い た非圧縮 CFD による 2 D 疑似直接解法により， 2 D 翼の動的失速を解析し，実験結果との良好 な一致を報告している。例えば，静的状態で は 3 次元的に崩れてしまう剥離渦が，動的に は 2 次元形状を保つなどで，動的／静的で状況 が異なり，静的での困難が必ずしも動的失速予測の困難に直結しない可能性も予想される。 ピッチ運動の速度は
$k=\omega C /\left(2 U_{\infty}\right)$
（ $\omega$ は角速度，C は翼弦長， $\mathrm{U}_{\infty}$ は一様流速度） によって整理され，水藤らの解析は $\mathrm{k}=0.1$ に

[^6]おけるものである。ヘリでの k はこれより小 さ目で，その場合には，静的な解析結果に近 づくと考えられるから，静的状態での精度の良い解析手法の確立も重要である。ピッチ速度が増大し，非定常性が RANS モデルの設計条件から大きく外れてくると，適用が困難に なることが予想される。万能の乱流解析手法 がない以上，回転翼機特有のパラメータ範囲 で有効な解析手法を見出して用いる他ない。 そこで，本研究ではロータ動的失速特性の測定のために行われた風洞実験にあわせた解析 を実施し有効な解析方法を調査した。また，圧縮性 CFD コードによって，水藤らと同等の解析を実施し検証した。

## 2．解析方法

川崎重工で開発された $2 / 3 D$ 非構造 CFD コー ド ug2，ug3に回転を模擬する外力項と境界条件を加えて解析した。この方法は，格子移動速度導入法と比べて，からの計算空間だけを動かしても，本来不変であるべき一様流が変動する難点があるが，無次元振動数 $\mathrm{k}=0 \sim 0.1$ の範囲では実用上問題ないことを確認した。 ug2／3 は次のような手法を用いている。

- 非構造有限体積法
- MUSCL による高精度化
- MFGS 陰解法
- AUSM 型 SHUS リーマン流速

格子にはマルチブロック構造格子型を用いた。 RANS 乱流モデルとしては 4 節で述べる 2 D静的最大揚力の推定で成績の良かった SA（Spalart－Allmaras） 1 方程式乱流モデルを主に用いた。

## 3．解析対象

－2D：水藤らの計算と同じ NACA0012 翼型

を用いた。マッハ数 $=0.2$ ，レイノルズ数 $=5 . \mathrm{E} 5, ~ \mathrm{k}=0.1$ ，迎角 $=10$ 度 $\pm 10$ 度。
－3D：ATIC（コミュータヘリコプタ先進技術研究所）で実施された三次元動的風洞実験模型形態で，矩形，縦横比 $2.68, ~ 10 \%$ ヘリ用新翼型を使用している。模型では回転運動のため，翼根と壁面間に隙間があり，そ の影響を減じるために翼端板を取付けてい る。当初，隙間を無視した形状で解析した が，実験結果と揚力傾斜が一致しなかった （図5）ので形状を忠実に模擬した解析も実施した。メッシュ数は 35 万点（隙間なし）， 85 万点（隙間有り）。レイノルズ数＝1．E6， $\mathrm{k}=0.08$ ，迎角 $=18$ 度 $\pm 6$ 度

## 4．静的 2D 解析

静的 2 D 解析の現状を簡単にまとめておく。 まず，いくつかの乱流モデルを用いて， NACA0012の高迎角特性を解析し，最良の手法を調査した。調査したモデルは以下のもの である。

- Baldwin－Lomax（BL）代数モデル ${ }^{[3]}$
- Baldwin－Barth 一方程式モデル ${ }^{[4]}$
－Goldberg の Pointwise Baldwin－
Barth（BBG）一方程式モデル ${ }^{[5]}$
- Spalart－Allmaras 一方程式モデル ${ }^{[6]}$
- q－$\omega$ 二方程式モデル ${ }^{[7]}$

一 二方程式モデルの計算手法や格子密度の調査の後 ${ }^{[9]}$ ，各手法を比較した。（図 1,2 ）ここ に示されるように SA モデルが最も妥当な結果を与えている。
NACA0012に対してはSA モデルはかなり良好な解を与える。しかし，その精度は翼型に よって異なる。図に文献 ${ }^{[8]}$ にデータのある全 ての NACA4／5 文字系列翼型について実験と SA モデルを用いた 2 D 解析による最大揚力を

Comparison of Turbulent Model NACA0012（1）


Angle of attack（deg）
図1 SA，q－w 乱流モデルを用いた NACA0012 の掦力特
性計算結果と実験（EXP）の比較
Comparison of Turbulent Model NACA0012（2）


Angle of attack（deg）

図 $2 \mathrm{BL}, \mathrm{BB}, \mathrm{BBG}$ 乱流モデルを用いた NACA0012 の揚力特性計算結果と実験（EXP）の比較

示す。このような差異が生じる理由は未だ不明であるが，NACA00xx，NACA230xx のよ うなキャンバーの小さな翼型では一致は良好 であり，一方 NACA44xx のようなキャンバー の大きい翼では一致は良くない。（図3）

航空機の主翼やへリのロータに使われる翼型 は大きなキャンバーを持たないのが普通なの で一致は良好であろうと予想される。事実，

本研究で用いた新型のヘリ用翼型でも一致は良好であった。しかし，現象が明らかではな いので断定はできない。いずれにせよ今回の動的な計算に用いた翼型では一致は良好であ った。一方，翼厚一定で考えると亜音速で最 も使いやすい $12 \%$ 付近で実験とは傾向が異な る場合があり注意が必要である。（図4）


図3各種䁲型の最大揚力俰数についてSA モデルによる解析（横軸）と文献による実験値（維軸）の比較


図 4 NACA $4 / 5$ 文字系列 $12 \%$ 翼型の最大揚力について SA モデルによる解析と実験の比較

5．動的 2 D 解析
疑似直接解法と RANS 解析（SA モデル）を


図5 動的2D の揭力特性。実倹［2］（CL－EXP），疑似直接
解法（CL－PDNS），SA モデル（CL－SA）の比較


図 6 動的 2 D の抵抗特性。実酫［2］（CD－EXP），疑似直接解法（CD－PDNS），SA モデル（CD－SA）の比較


図7動的2D のモーメント特性。実検［2］（CM－EXP）［，疑似直接解法（CM－PDNS），SA モデル（CM－SA）の比較

比較した。揚力特性のアップストローク側で は，本結果は水藤らによる解析と同様に，定量的にもかなり良い一致が得られている。
（図 5）動画により可視化すると，動的効果 による揚力増加は剥離の抑制ではなく，アッ プストローク時に剥離渦が翼上面に停留する ことにより生じており，乱流モデルを用いた静的ケースの流れ場と異なっている。これに対し，SA の結果は定性的にやや異なっている。 しかし，ダウンストローク側の特性はSA の方が実験に近い。更に，抵抗やモーメントも みると単純に優劣はつけられない。（図 6，7）

6．SA モデルによる静的 3D 解析
SA モデルを用いた静的解析は，2D，3D とも実験との一致は良好であった。当初，翼を単純に平面に立てた形状で解析し，実験結果と比較したが，揚力傾斜が一致しなかった。模型では翼根部と壁面間に隙間があり，解析に おいても，この形状を忠実に模擬した結果， かなり良好な一致が得られた。（図 8）

3D WING STATIC SA－MODEL


図 83 D モデルの実験（EXP）と SA モデルによる静的
解析（限間有り（SA）／なし（SA 洎間なし））の比較。

7．疑似直接解法による動的 3D 解析
実験ケースのうちで，無次元振動数，迎角と も大きく動的失速の特徵が強く現れる $\mathrm{k}=0.08$ ，中心迎角 $18^{\circ}$ ，振幅 $6^{\circ}$ について計算 した。実験では最大迎角付近まで直線的に揚力が増加し，最大揚力係数が 1.5 程度である

のに対し，計算ではなだらかな分布で最大揚力係数も 1.1 程度と小さくなっている。但し， この解析は翼根隙間なしの形状で実施した。 （図9）

不一致の原因について，最低迎角付近でも疑似直接解法では大きな剥離を生じているが，実験では乱流境界層により付着しているため ではないかと考えられる。一方，前節の 2D のケースでは最低迎角付近で付着流に回復し ている。これを確認するために迎角範囲 $0 \sim 24$度のケースを解析してみた。ここでは静的失速迎角を越えて直線的に揚力が増大する，2D解析と同様の結果が得られている。しかし，現時点ではこれが正しいと断定はできない。


図 93 D モテルルの動的（Dynamic EXP）および静的実験 （Static EXP）と疑似直接解法（Dynamic PDNS）の揭力特

## 性比較

8．SA モデルによる動的解析
前節と同ケースについて，SA モデルを用いた解析を行った。ロータ性能推定上，特に重要 な揚力とモーメントについて図 10,11 に示す。揚力特性では定性的傾向と最大揚力は正しい が細かい点では異なっている。モーメント特性では定性的傾向は正しいが特性上重要なフ ラッター特性の推定には一致が不十分である。


図 10 3D モデルの静的（CL－STATIC）および動的（CL－ EXP）実跧結果と SA モデルによる動的解析（CL－SA）によ る揭力特性の比較

> 3D Dmaric MOMENT


図 11 3D モデルの静的（CM－STATIC）および動的（CM－ EXP）実験結果とSA モデルによる動的解析（CM－SA）によ るモーメント特性の比較

## 9．まとめと考察

－静的 2 D 解析での翼型の高迎角特性につい てはSA モデルが最も成績が良く，動的解析の対象とした翼型の静的解析は実験と良 く一致した。
－圧縮性 MUSCL を用いた 2 D 疑似直接解法 によって，動的失速を計算し，非圧縮性風上差分による結果とほぼ同等の結果を得た。
－風洞実験対応の 3D モデルを疑似直接解法 で解析したが，18度 $\pm 6$ 度のケースでは実験とは異なる結果となった。
－SA 乱流モデルを用いた動的解析は比較的
良好な一致が得られたが設計データとして は不十分な精度である。
現時点では，全ケースで一貫して実験と良好 な一致が得られた手法はなかった。しかし，本研究の範囲内では疑似直接解法での不一致 に比較してRANS 解析の方が，全くは違わな いという意味で，程度は良好のようである。更に，今回，解析した $\mathrm{k}=0.08 \sim 0.1$ は実機での最大値に近く，より k の小さい状態では，静的解析において良好な結果を与える SA モデ ルを用いるのが幾分良い選択とはいえよう。格子依存性についての十分な検討は今後の課題である。本研究では良好な結果は得られな かったが，より細かな格子を用いた疑似直接解法や LES による，より正確な流れ場の再現 の可能性がある。また，3D 解析では膨大なデ ー夕量のため，今回は実施できなかった，流 れの可視化を行って，現象理解に努めたい。

## 謝辞

本研究は科学技術庁の計算科学技術共同研究推進制度による NAL－KHI 共同研究「複雑な空力現象の解明を目指したヘリコプタ全機ま わりの流れ場解析」の一環として行われた。 3D 実験データはATIC（コミュータヘリコプ夕先進技術研究所）によって得られたもので ある。ATIC の葉山氏，稲垣氏，山川氏に感謝する。

## 参考文献

［1］越智，嶋，齊藤，青山，「Euler／FW－H 法を用 いた BVI 騒音の数値解析」，航空宇宙技術シミ ユレーション技術シンポジウム＇99 論文集，1999
［2］水藤，石井，桑原，「振動翼まわりの流れ」第 8

回数値流体力学シンポジウム論文集，pp443－ 446，1994
［3］Baldwin，B．S．，Lomax，H．，＂Thin－Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulence Flows＂，AIAA－78－ 257，1978
［4］Baldwin，B．，Barth，T．，＂A One－Equation Turbulence Transport Model for High Reynolds Number Wall Bounded Flows＂， AIAA－91－0610，1991
［5］Goldberg，U．and Ramakrishnan，S．V．，＂A Pointwise Version of the Baldwin－Barth Turbulence Model＂，AIAA Paper 93－ $3523-\mathrm{CP}, 1993$
［6］Spalart，P，R．，Allmaras，S．R．，＂A One－ Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows＂，AIAA－92－439，1992
［7］Coakley，T．J．，＂Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier－ Stokes Equations＂，AIAA－83－1693，1983
［8］Abbot，I．H．and von Doenhoff， A．E．，＇THEORY OF WING SECTIONS＇， DOVER， 1958
［9］嶋，「CFD による最大揚力係数の予測につ いて」，航空宇宙学会 30 周年記念講演会講演集，pp．65－68，1999
［10］McCroskey，W．J．，McAlister，K．W．， Carr，L．W．，Pucci，S．J．，Lambert，O and Indergand，Lt．R．F，＂Dynamic Stall．on Advanced Airfoil Sections＂，Paper No．80－1，American Hericopter Society， $36^{\text {th }}$ Annual Forum， 1980
［11］葉山，稲垣，山川，大川，「ブレード翼端 のダイナミック・ストール特性とモデル化 について」，第37回飛行機シンポジウム講演集，1999

# サブウィングを有したブレード翼端形状の空力解析 

小生方 正裕，檜垣 郷子，塚原 孝則，中舘 正顯（富士重工業（株））

# Aerodynamic Analysis of Blade Tip Shape with Subwing 

by

Masahiro Obukata，Kyoko Higaki，Takanori Tsukahara and Masaaki Nakadate（FHI）


#### Abstract

This paper presents an analysis to evaluate the aerodynamic effect of blade tip shapes．The shapes include the subwing which reduces BVI （Blade Vortex Interaction）noise by dividing the tip vortex into a pair of vortices． Several types of tip shapes are analyzed in the non－rotating condition．One of them is a canard tip shape，which has two subwings and is based on the concept of advanced fighters＇canard wing．The results of the calculation were compared with the wind tumel test about aerodynamic loads and the wake of wing tips．The comparisons of the calculation and the wind tumel test shows the positions of each tip vortex are approximately equal，but the calculated strength of the vortex has more attenuation than the experimental one．It was found that the canard tip could diffuse the vortex effectively．


## 1．はじめに

近年，ヘリコプタ開発において注目されているキー ワードの 1 つに＂低騒音化＂が挙げられる。ヘリコプ夕騒音の中でも，先行するブレードの翼端渦と後続す るブレードか干渉する時に生じ，降下時に顕著となる BVI（Blade Vortex Interaction）騒音は非常に耳障りであ る。

低騒音化の対策として，翼端形状を工夫することに より翼端渦を制御する方法があり，従来より進められ てきたサブウィングを持つ翼端形状の研究 ${ }^{12)}$（図1） では，ベース翼端にサブウィングを装着して翼端渦を分割し，渦を弱めることでBVI騒音の低減効果が期待 できる。当社においてもカナード翼端コンセプトを提唱しており 3 ，この狙いは先進戦闘機のカナード（前翼）をブレード翼端に採用し，前翼渦と後翼渦の相互干渉により渦拡散を図るものである（図2）。

本研究では，このようなブレード翼端形状の空力効果を評価するため，数種の翼端形状を非回転状態で数値解析した。ここでは，特に翼端渦に着目し，風洞試験による後流計湘との定量的比較を行う。

## 2．風洞試験概要

サブウィング翼端やカナード翼端の空力特性を評伍 するため，翼端風洞試験を実施した（図3，4）。供

試体はベース翼端 1 体，翼端アダプタ 8 体を組台せた形状を設定し，パラメトリックな調査を行った。計測項目としては空気力計測，後流計測及び渦可視化であ る。空気力計測では，供試体を天秤に設置して3分力 $\left(C_{\nu}, C_{D}, C_{M}\right)$ を計測し，各翼端形状における空力性能 を調べた。後流計測では，四角錘台 5 孔ヨーメータを ウェークトラバース装置に取付け，格子状に移動させ て翼端後流渦の圧力分布を測定した。さらに，データ をコンピュータ上でオンライン処理して渦の速度ベッ トルを算出し，各翼端渦を定量的に評価した。また渦可視化では，煙発生装置で作られた煙を翼端近傍に近 づけ，LLS（Laser Light Sheet）に写された翼端渦を撮影し て渦の形成及び拡散の様子を可視化した。

## 3．解析方法

## 3． 1 計算コード（TVD3D／ROT）

本解析コードは，東北大学との共同研究によりへリ コプタ・ロータ解析用に拡張された3次元非定常 Navier－Stokes プログラム（通称 TVD3D／ROT）である。支配方程式は3次元非定常薄層近似 Navier－Stokes方程式で，次式で表される。

$$
\begin{aligned}
& \partial_{t} \bar{Q}+\partial_{\bar{E}} \bar{E}+\partial_{n} \hat{F}+\partial_{\mathcal{E}} \bar{G}=\partial_{S} \bar{S} / R e \\
& \mathrm{Q}: \text { 保存変数, E,F,G:対流項流束, } \mathrm{S}: \text { 粘性項流束, }
\end{aligned}
$$

Re：レイノルズ数，＂：一般座標系 $(\xi, \eta, \xi)$ 表示

方程式の離散化において，対流項の評価には安定性 の良い修正 HLLE 風上差分法を用いた。このとき， MUSCL 法により高次精度化している。時間進行法は陰的に行い，実質的に複雑な行列反転を行わない LU－ ADI 法を適用した。また，粘性項評価時の乱流モデル には基本的な Baldwin－Lomax の代数 0 方程式モデルを用いた。
ここでは，翼端風洞試験結果と比較するために， TVD3D／ROTを非回転状態で使用した。

## 3． 2 計算格子

使用した計算格子は図5のような C－H 型であり，形状モデルは以下の通りである。

| 形態 | 全体格子点数 | 形状モデル図 |
| :--- | :---: | :---: |
| 矩形 | $251 \times 54 \times 71 \doteqdot 96$ 万点 | 図 $6(\mathrm{a})$ |
| サブウィング | $251 \times 69 \times 71 \doteqdot 120$ 万点 | 図 $6(\mathrm{~b})$ |
| カナード | $251 \times 69 \times 71 \doteqdot 120$ 万点 | 図 $6(\mathrm{c})$ |

これら3モデルは，翼端風洞試験で使用された供試体形状の一部であり，翼型は基本的な NACA0012を適用 した。

## 3． 3 計算条件

風洞試験条件と対応する代表的な計算条件を下記 のように設定した。

- 非回転状態
- 一様流マッハ数 $=0.12$（風速 $40 \mathrm{~m} / \mathrm{sec}$ ）
－ $\operatorname{Re}=0.9 \times 10^{6}$
－$\alpha=5,10$ deg．


## 3． 4 評価パラメータ

各翼端形状について，空力性能及び渦拡散効果を評価するため，以下の評琎バラメータを用いた。

- 空力性能：$C_{L}, C_{D}$
- 渦拡散効棵：Max $\mathrm{V}_{\mathrm{swirl}}$（渦中心付近の最大速度）


## 4．CFD 解析結果

## 4． 1 空力解析結果

空気力 $\left(C_{\mathrm{L}}, C_{\mathrm{D}}\right)$ について風洞試験と解析との比較 を閿7に示す。解析値は迎角 5 deg．， 10 deg ．の 2 ケース ついてのボイントチェックである。3つの冀端形状に ついて一致良好であり，空気ノ」の推定精度は十分と考 えられる。従って，次項で論ずる後流渦について，各翼端の揚力に起闪する循環は医当に評偳されている と考えられる。

## 4． 2 後流解析結果

後流渦について風洞試験と解析との比較を図8に示 す。これは，$\alpha=10 \mathrm{deg}$ ．でブレード翼端後縁より1コ ード後方位置での等渦度線及び流れ場の速度ベクトル である。
矩形形態では，風洞試験のほうがやや複雑な流れ場 になっているのに対し，解析ではより単純な流れ場に なっている。これは，風洞試験で使用した角張った翼端形状を現状のC－H 格子では正確に表現できていない ためである。しかしなから，翼端渦位置については概 ね一致している。

サブウィング形態では，サブウィング渦とベース翼端渦の 2 つに分割され，矩形形態同様に翼端渦位置は概ね正しく評価されている。但し，解析ではサブウィ ング渦がやや弱くなっている。これは後述するが，サ ブウィングが前方に位置し，計測面までの距離がやや長くなりているため，サブウィング渦が減衰している からである。

カナード形態でもサブウィング形態の場合と同様な結果が見られ，全体的には翼端渦位置は概ね妥当に評価されている。

また，後流渦の減衰について矩形形態を例に挙げた結果を図9に示す。翼端渦の渦度は風洞試験に比バ，解析では翼端後方につれて急速に渦が減衰してしまう ことが分かる。これは，ブレード翼端後流域での粗い計算格子に起因すると考えられる。今後は，渦の減衰 を抑制するため，後流域格子点数の増加とともに，ソ ルバーの更なる高次精度化等を検討する必要がある。

## 4． 3 翼端形状の違いによる渦拡散効果

翼端形状による渦拡散効果を図 10 に示す。これは，風洞試験での矩形形態を基準に整理したものである。渦减衰の影響により，解析では風洞試験よりMax $V_{\text {wir }}$ が小さく評侕されている。しかしながら，备翼端肜状 について渦拡散効果の相対的な評価は風洞試験と解所 で一致している。このため，CFD 解析は翼端設計にお ける相対評価にも使用可能といえる。

今回試験した翼端形態の中では，カナード形態が最 も渦拡散効果を有することが風洞試験及び解析で確認 できた。

## 5．まとめ

サブウィングを有したフレード翼端形状について数做解析を行い，風洞試験結果と比較した。その結果，以下の結論を導いた。

- 空気力について一致は良好である。
- 翼端渦位置についてほぼ一致する。
- 翼端渦の強さについて解析では風下側で急速に減衰する。

加えて，風洞試験同様，解析でも翼端渦拡散効果につ いて相対評価が可能であり，今回試験した翼端形態の中ではカナード形態が最も渦抎散効果が良好で，低 BVI 翼端として期待できることがわかった。

今後，解決すべき課題もあるが，さらに改良を加え，翼端形状設計に有効な手段として CFD を活用してい く。

## 6．参考文献

（1）J．L．Tangler，＂The Design and Testing of a Tip to Reduce Blade Slap，＂ $31^{s t}$ AHS，Washington D．C．， 1975.
（2）J．Wilkerson，＂AHS Technical Committee Highlights，＂ VERTIFLITE Vol． 39 No．5，Sept／Oct 1997.
（3）A．G．Brand，＂Aerodynamic Analysis and Measurement of a Subwing Blade Tip Shape for Blade－Vortex Interaction Noise Reduction，＂ $53^{r d} A H S$ ，Virginia， 1997.
（4）小生方，塚原，長尾，中舘，＂サブウイグを有したブレー ド翼端形状の風洞試験，＂第 62 回風洞研究会議， 1998.
（5）J．D．Baeder，＂Passive Design for Reduction of High Speed Impulsive Rotor Noise，＂JAHS Vol．43，July 1998.
（6）T．Shimizu，＂Helicopter Noise Reduction Research Accomplishments at Fuji Heavy Industries，＂Heli Japan 98，Gifu，Japan， 1998.

WESTLAND VANE TIP

（a）BELL 社

Reduces B．V．I．Noise due to Beneficial Interaction

（b）WESTLAND 社

図1 サブウィング翼端例


図2 カナード翼端例


図 3 翼端風洞詿験外要図


図4 翼端風洞試験状況


図5 格子例

（a）矩形形態

（b）サブウィング形態

（c）カナード形態

図6 翼端形状モデル


## 図7 空力性能比較




図9 後流渦の減衰比較


注）風洞試験の矩形形態を基準
（a）風洞試験
（b）解析
図10 翼端形状による渦拡散効果

# 5枚ブレード・モテル・ロータの殿音解析およびDNW風洞試跧結果との比較 

# Comparison of calculated rotor noise with DNW test results for 5－bladed model rotor 

近藤夏樹，小曳昇，村重敦，山川榮一（ATIC＊），青山剛史，齊藤 茂（航技研）

Natsuki KONDO，Noboru KOBIKI，Atsushi MURASHIGE，Eüchi YAMAKAWA（ATIC＊） Takashi AOYAMA，Shigeru SAITO（NAL）


#### Abstract

This paper presents the calculated acoustic characteristics of the model rotor designed in ATIC and the comparison of the characteristics with the measured data obtained at the German Dutch Windtunnel（DNW）．The calculations are conducted using a prediction system of rotor noise jointly developed by ATIC and NAL As a result of the comparison，our prediction method reasonably predicts the aerodynamic and acoustic characteristics of the model rotor．For the improvement of the accuracy of BVI noise prediction，further investigation about the wake geometry will be needed．In the ATIC research program， the 2 nd model rotor test will be conducted at DNW in the beginning of 2000 ．Our future work is to improve the present system by comparing the calculated results with the 2nd DNW test data．


## 1．はじめに

（侏コミュータヘリコプタ先進技術研究所（ATIC） では，将来の民間ヘリコプ夕開発に不可欠な技術要素であるロータ騒音低減の研究を進めている。その集大成として， $1 / 3$ スケールの低騒音モデル・ロー夕を設計し，1998年1～3月にかけて，世界最大 の低騒音風洞であるDNW（ドイツ・オランダ風洞） において，その性能／騒音特性を取得する為の様々 な試験を実施した ${ }^{(1)}$ 。同試験で得られたデータは NAL との共同研究により進めているBVI 騒音解析手法の研究においても，解析コードの検証用のデー夕として活用されてきた（2）。これまでに実施した検証により，現在の解析手法の精度やその適用範囲，解析上の問題点について数多くの知見が得られたの で，その結果について報告する。

## 2．モデル・ロー夕風洞榪験

DNW 風試に用いたモデル・ロータの諸元を表 1 に示す。ブレード枚数は 5 枚であるが，ハブを交換 することによって，4枚ロータの試験も可能である。 ブレード形状であるが，基本データの取得用である矩形ブレード（翼型は NACA23012mod）の他に， ATIC で独自に設計したブレード を含む 2 種類の先進ブレードについても試験を実施した。各々リフ ァレンス・ブレードにはスパン方向に6セクション，合計 128 個の非定常圧力センサーが埋め込まれて おり，1周1024分割の圧力データを計測できる。
騒音計測に用いたマイクロフォン位置を図1お よび図2に示す。マイクロフォンは風洞吹き出し口 に固定した 12 本，ロータ装置のフェアリング左右 に取り付けた 2 本，ロータ下方をトラバースする


Side View


図1固定マイクロフォン位置
13本，合計27本を用いた。ただし，風洞吹き出し口に取り付けた固定マイクロフォンの後流がトラバ ース・マイクロフォンに干渉する為，BVI 騒音計測等については，吹き出しロのマイクロフォンを外し て計測を行った。


図2トラバースマイクロフォン位置
BVI 騒音を予測する上で重要となる翼端渦位置， およびブレード弾性変形の計測にはそれぞれ，LLS （レーザー・ライト・シート）および PGM（投影格子法）を使用した。

## 3．騄音解析手法

騒音解析のフローを図3に示す。まず，CAMRAD II を用い任意の飛行条件におけるロータのトリムを求め る。ロータ空力の計算には揚力線理論と渦理論，ブレ ードの弾性変形には梁理論が用いられている。 CAMRAD IIによるトリム計算では収束性の問題から方位角方向の刻み幅を10度としているが，BVI による圧力変動を捉えるには粗すぎるため，次のステップでさ らに細かな刻み幅まで吹き下ろし分布を再計算してい る。この計算には POINT と呼ばれるコードを用いてお り，CAMRAD Пの計算結果からブレード運動および翼端渦の変形を方位角方向に1度刻みまで補間し，ビ オ・サバールの式を使って吹き下ろし分布を求め，有効迎角分布の形で出力する。なお，渦コアにはスカリ ーのモデルを適用している。
ブレード周りの空力計算には3次元非定常 Euler 方程式に基づく CFD コード ASTRA－EU を用いている。同コードはNAL で開発された CFD コードをベースと しており，POINT から求められた有効迎角分布を境界条件としてブレード周りの流れ場を計算し，ロータ1回転分のブレード表面上の圧力分布を出力する。
ASTRA－EU から求められた圧力分布を用い，FW－H式に基づく騒音解析コード RNOISE により各マイクロフ オン位置における音圧波形を求める。

## 4．検証結果

## 4.1 ブレード変形量

図 4 は BVI 発生条件におけるフラップ方向のブ レード変形量について，PGM を用いた計測結果と CAMRAD II による解析結果の比較を示す。両者は定量的には大きく異なっているが，弾性変形量につ いては比較的良く一致しており，両者の差はコーニ ング角の違いによる部分が大きい。コーニング角の予測については，ヒンジ部分に取り付けたセンサー

## （a）CAMRAD II

Tip－vortex geometry，Tip－vortex vorticity Blade motion


図3ロータ騒音解析の流れ


図4ブレード変形量（フラップ方向）の比較 （ $C_{T}=0.0064, \mathrm{MTIP}^{2}=0.604, \mu=0.164, \alpha \mathrm{TP} \mathrm{P}=4.5^{\circ}$ Aft．）

の値と比較したところ良好な一致が見られたことか ら，PGM 計測に何らかの問題があったと考えてお り，次回のDNW風試で原因を究明するための計測 を実施する予定である。

## 4.2 翼端渦軌跡

図5はBVI 発生条件での翼端渦位置について， LS 計測結果と CAMRAD II 解析結果の比較を示す。水平方向の渦位置については，風試と解析で前後方向の位置に若干差が認められる。BVI の予測に重要 と考えられる垂直方向の渦位置については解析の方 が下方に位置し，特に回転中心に近づくほどその差 は大きい。1つはロータ装置のフェアリングの影響 が考えられており，これについても次回のDNW 風試で定量的な確認を行う予定である。

## 4.3 ブレード表面圧力

図 6 は高速飛行条件（ $\mu=0.38$ ）でのロー夕前進側 $\psi=90^{\circ}$ における翼端部の圧力分布について風試結果と ASTRA－EUによる解析結果の比較をしめす。 95\％半径位置においてベースライン（矩形）ブレー ドでは弱い衝撃波が認められるが，新翼型および新翼端形状を適用した Type－2 ブレードでは衝撃波が弱まっており，CFD 解析の結果も実験値の傾向を ほぼ予測できている。

|  | －：1st vortex |
| :---: | :---: |
|  | $x$ ： 2 nd vortex |
| －－－－－－－ | ㅁ：3rd vortex |
| －－－－－－ | $\Delta: 4$ th vortex |
|  | O ：5th vortex |




图5翼端渦位置の比較
（ $C_{T}=0.0064$ ，$M_{T P}=0.604, \mu=0.164, \alpha \mathrm{TP}=4.5^{\circ}$ Aft．）

## measurements $\left\{\begin{array}{l}\mathrm{O} \text { ：ipper surface } \\ \text { ：lower surface }\end{array}\right.$



図6高速前進飛行時のブレード圧カ分布の比較
（ $C_{T}=0.0064$ ，MTIP＝0．604，$\mu=0.34$ ）

## 4.4 騒音スペクトルおよび騒音コンター

図 7 はロー夕前進率 $\mu$ が 0.16 及び 0.34 の水平飛行条件において，固定マイクロフォン\＃19および\＃21 で計測した騒音のスペクトルについて，試験と解析 との比較を行った結果である。両ケース共に 1 kHz付近まで，概ねピーク値を捉えていることがわかる。


図7前進飛行時の馶音スペクトルの比較

1 kHz 以降の高周波数帯域については，ブレード周 りの空気の乱れなどに起因する渦騒音が支配的にな ってくるが，今回の計算では考慮していない。

図 8 は降下飛行条件におけるロータより 2.3 m 下方での等騒音レベルコンターについて，試験と解析 との比較を行った結果である。試験ではBVI に起因するピークがロータの前進側と後退側に2つ確認 できる。 $\mu$ を 0.164 一定にしてロータ面の迎角を大きくしていくと，前進側のピークは 4.5 度，後退側のピークは 6.5 度の時に最大となるが，この傾向 については解析結果でも概ね捉えられていることが わかる。しかし，定量的に見た場合，前進側のピー ク値は過大予測，後退側のピーク値は過小予測する傾向にある。図 9 に示すブレード翼端部前縁部上面 の圧力変動も同じ傾向を示している。これらの差異 はトリム解析コードの翼端渦位置およびブレード運動の予測精度に起因するものと考えられ，トリム解析における翼端緺モデルを見直す必要がある。また，同ケースの前進側で起こる渦とブレードの衝突では圧力変動を余分に捉えすぎており，ブレード周りの空力計算における渦干渉のモデル化についても改善 を検討している。



図9ブレード翼端部の前緑上面における圧力時歴の比較 （ $\mathrm{C}_{\mathrm{T}=0.0064, ~}^{\text {T }} 1 \mathrm{P}=0.604, \mu=0.164$ ）

次にブレード枚数を 4 枚に減らした場合， 5 枚 のケースから BVI 騒音特性がどのように変化する か比較した結果を図 10 に示す。どちらも前進側の BVI 騒音のピーク値が最大となるケースである。 DNW 風試の結果では，ブレード枚数が 4 枚になる ことによって，前進側のピーク値は低減しているが，解析では逆に増大している。ブレード枚数が減ると 1 枚あたりのブレード荷重が増大し，一般に騒音も増大すると考えられるが，本解析ではブレード荷重 の変化よりもブレード／渦干渋回数の増減が騒音解析に大きく影響していると考えられ，ブレード枚数変化の定性的な影響が正確に捉えられないと考えら れる。

これは先に述べた定量的に過大予測する傾向が ある点とともに，本解析手法における改善すべき問題点である。


解析
$\begin{array}{ll}\text {（a）4－blades } & \text {（b）5－blades }\end{array}$
図10ブレード枚数の影譻
（ $\mathrm{C}_{\mathrm{T}=0.0064, ~} \mathrm{MTIP}_{\mathrm{T}}=0.604, \mu=0.164$ ）

## 5．まとめ

今回の検証から，水平飛行のケースについては口 ータ前方での騒音を精度良く予測できることが確認 できた。BVI 騒音解析については，ロータ迎角の変化に対する定性的な傾向を捉えることはできたが，定量的な精度については過大予測の傾向があるため，改善の必要がある。また，ブレード枚数の影響につ いても定性的な傾向が風試結果と異なることがわか った。これらの問題は CAMRAD II の渦予測精度 や渦コアのモデルにあると考えられるため，今後は CAMRAD II におけるフリーウェイク計算方法の変更や渦モデルの改善を中心に，精度向上の為の検討 を進めていく予定である。

## 参考文献

（1）Kobiki，N．，et al．，Correlation between Analyses and Wind Tunnel Test Results－ What ATIC has done so far．－， $55^{\text {th }}$ Annual Forum，American Helicopter Society， Montreal，Canada，May 25－27，1999．
（2）Nishimura，H．，et al．，Comparison between Calculated Rotor Noise and Experimental Data obtained by DNW Test， $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum，Marseilles， France，September 1998，Paper AC06．
（3）Tsujiuchi，T．，et al．，＂Experimental and Numerical Study for Design of Blade－Tip Shape＂，Heli Japan 98，Gifu，Japan，April 1998，Paper No．T1－3．

# 移動重合格子法による様々な翼端形状を持つブレードまわりの数值解析 

山口 歩（東海大学），齊藤 茂，青山剛史（航空宇宙技術研究所），越智章生（コミュータヘリコプタ先進技術研究所）

# Numerical Analysis around Rotor Blade with Several Tip Shapes by Moving Overlapped Grid Method 

by<br>Ayumu Yamaguchi（Tokai Univ．），Shigeru Saito，Takashi Aoyama（NAL），and Akio Ochi（ATIC）


#### Abstract

The effects of several tip shapes on the generation of tip vortex are investigated by using a Euler CFD code based on Moving Overlapped Grid Method．It is checked that this code has a capability of capturing tip vortices reasonably．Some calculations are performed to understand the effect of tapered tip shape on the tip vortex generated from a fixed wing．It is shown that the tapered tip shape with larger taper ratio causes larger core diameter and weaker vorticity magnitude and that the trajectory of the tip vortex is shifted upward by the tapered tip shapes．Our method is also applied to investigate the effect of a tapered and an unhedral tip shape on the tip vortex generated from a helicopter blade in a forward flight condition．It is indicated that the vorticity magnitude is made weak by the tapered tip and the vortex trajectory is shifted downward by the unhedral tip．The predictions of BVI noise are conducted in this case by using an aeroacoustic code based on the FW－H formulation．The tapered tip reduces the BVI intensity at the advancing－side hotspot on a carpet noise contour below the rotor disk．In the case of the unhedral tip，both of the BVI intensities at the advancing－side and the retreating－side hotspots are reduced and the locations of the hotspots move downstream．It is concluded that the unhedral tip shape is effective for the reduction of BVI noise．


## 1．はじめに

ヘリコプタの Blade－Vortex Interaction（BVI）騒音は，メインロータのブレードが先行する他のブレ ードもしくは自身の放出した翼端渦近くを横切ると きにブレード前縁付近の圧力が急激に変化して発生 する音である。着陸進入などの低速降下中に主に発生し，前進方向の下方に強く伝播するのでヘリポー ト周辺での騒音問題の原因となり，ヘリコプタの近距離コミュータ機としての普及の妨げの一因にもな っている。BVI 騒音の強さを決めるパラメータと しては，次の 3 つが考えられる。

$$
\begin{array}{ll}
1 . & \text { 渦のコア径や強さ } \\
2 . & \text { ブレードと渦の垂直距離 } \\
3 . & \text { ブレードと渦の交差角 }
\end{array}
$$

これらのパラメータを上手く操作することで BVI騒音を低減させることが可能である ${ }^{(1)}$ 。これらを変化させる方法としては，アクティブ・フラップ等を用いたアクティブな方法と翼端形状を変えるパッシ ブな方法があるが，今回は翼端にテーパまたは下反角を用いるパッシブな方法で1と 2 のパラメータ を変え，BVI 騒音低減に有効な形状の傾向をつか むのが目的である。

本研究ではロータ周りの解析に移動重合格子法 ${ }^{(2)}$ を用いた。移動重合格子法は航空宇宙技術研究所と コミュータヘリコプタ先進技術研究所（ATIC）の共同研究によって開発され，矩形ブレードの BVI 条件の計算では，実験に近い騒音解析結果を出してい る。

## 2．解析手法

いろいろな翼端形状を持つブレード周りの流れを解析するには当然形状による効果を考慮しなければ ならないが，従来の渦理論を用いた BVI 騒音予測法（2）では，翼端渦の構造に関するパラメータを外部 から与えなければならず，翼端形状等の変化に対し て精度の面で劣る。そこで，本研究では翼端渦を CFD で直接捉えることができる移動重合格子法を用いた。移動重合格子は図 1 に示すように，ブレ一ド周りの格子とそれを包む背景格子から成ってお り，各時間ステップ毎にブレード格子と背景格子の間で情報の交換を行う。この格子構成により，格子点数を抑えつつロータ全体を含む流れ場の解析を行 うことが出来る。このコードの支配方程式は圧縮性 の Euler 方程式である。次式で示すようにブレー ド格子上ではブレードと共に移動する回転座標系で記述されるEuler方程式（1）を用いている。

$$
\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial F_{i}}{\partial \xi_{i}}+H=0,
$$

ここで，

$$
Q=J^{-1}\left(\begin{array}{c}
\rho \\
u_{1} \\
\mu_{2} \\
\mu_{3} \\
e
\end{array}\right), F_{i}=J^{-1}\left(\begin{array}{c}
\rho U_{i} \\
\rho u_{1} U_{i}+\xi_{i, 1 p} \\
\rho u_{2} U_{i}+\xi_{i, 2 p} \\
\rho u_{l} U_{i}+\xi_{i, 3 p} \\
(e+p) U_{i}+\xi_{i, p p}
\end{array}\right), \quad H=J^{-1}\left(\begin{array}{c}
0 \\
-\rho \Omega u_{2} \\
\rho \Omega u_{1} \\
0 \\
0
\end{array}\right) .
$$

$$
\begin{gathered}
\left(\xi_{1}, \xi_{2}, \xi_{3}\right)=(\xi, \eta, \zeta) \\
\left(u_{1}, u_{2}, u_{3}\right)=(u, v, w) \\
\left(U_{1}, U_{2}, U_{3}\right)=(U, V, W)
\end{gathered}
$$



図1移動重合格子の格子の鳥瞰図
ブレード格子のスキームは Beam－Warming 法を基礎 とした陰解法で，空間に 2 次，時間に 1 次の精度 である。ブレード格子を動かすことで，ブレードに サイクリックピッチやフラッピング，リード・ラグ などの運動をさせることが可能である。これらの運動の入力には理論計算や実験で得られたトリム値を用いる。一方，背景格子のスキームは MUSCL＋SHUS を用いた風上法で，空間，時間と もに 4 次の精度を持っている。背景格子の格子密度はBVI の原因である渦を捉える能力に直接影響 するが，今回は翼弦長を cとしたとき，格子間隔が 0.1 c 以下になるような背景格子を用いた。

観測点での音圧波形の計算には次式に示される Ffowcs－Williams and Hawkings ${ }^{(3) \cdot(5)}$ の式を用いた。
$p(x, t) \cdot H(f)=$
$\int_{-\infty}^{d} d \tau G^{0}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left\{\rho_{0} v_{n}|\nabla f| \delta(f)\right\}-\nabla \cdot\left\{p_{i j} n_{j}|\nabla f| \delta(f)\right\}\right]$,

ただし，
p；音压
H ；ヘビーサイド関数，$\tau=$ 音源時間
$G^{0}(y, \tau \mid x, t)=\frac{1}{4 \pi r} \delta(g)$ ，
$g=\tau-t+\frac{r}{c}$ ；音響球面，
$f(\vec{y}, \tau)$ ；ブレード表面で 0 になるような物体形状関
c ；音遮，$\rho_{0}$ ；平均密度，
$v_{n}$ ；ブレード表面の局所法線速度，
$p_{i j}$ ；粘性テンソルと熱力学的圧力テンソル $p$ より成る物体表面における応力テンソル


Inflow
図2等渦度コンター（｜$\omega \mid=2)$


図3 渦の速度分布

## 3．荡を捉える精度の評価

移動重合格子法が Euler 方程式を用いているこ とと背景格子の格子密度は任意に定めることから， BVI 騒音を計算するには渦がどれだけ精度良く捉 えられているかを評価する必要がある。そこで，本 コードの検証をするため，ドイッとオランダの共同 で作られた DNWにおいてATICが行ったロータの風洞試験におけるPIVの結果 ${ }^{(6)}$ との比較を行った。図 2 は前進飛行中の矩形ブレード・ロータが作り出 す後流の等渦度面を描いたものであるが，渦を良く捉えている様子がわかる。BVI はアジマス角70度 および 290 度付近で起こるので， 70 度付近（矢印で示した部分）における渦の誘起速度分布を実験と比較した（図3）。この図からも渦を比較的精度良く捉 えている様子がわかる。しかし，コア径が $50 \%$ 程大きく捉えられており，中心付近の速度勾配も緩や かになっている。これは数値粘性によるものである。 この結果を踏まえ，以降の議論も定性的な報告に止 める。


図 4 固定翼計算の格子


図 6 テーパ比を変えたときの渦の様子

## 4．固定翼の計算

まず固定翼でのテーパによる効果を調べるため，
一様流中における翼端渦の計算を行った。計算に用 いた格子の鳥瞰図を図 4 に示す。ブレード格子は翼型の周りにコード長（c）の 0.5 倍，背景格子はブ レード後方にコード長の 19 倍の計算領域をとって ある。総格子点数は 200 万点である。表1に計算条件，図 5 に計算に用いたブレードの翼端形状を示す。テーパの種類としては，空力翼弦線を中心軸 にテーパ比を変えたもの（Case 2，3，4）と前／後縁 のみをテーパさせたもの（Case 5，6）について解析し た。

図 6 は翼後方の一様流に垂直な trefftz 面におけ る渦の様子を表している。矩形ブレードでは渦が円形で，後方でも翼に対する位置はあまり変わらない。一方，テーパ付きブレードでは，テーパ比が小さく なるに従い翼端の渦度の最大値が小さくなり，渦の中心は上方に移動する。また，渦の形は縦長の楕円 になる。これらは後方に行くに従い顕著になる。ま た，テーパ部分である半径の $80 \%$ より外側の位置 に弱い渦が見られる。この渦はテーパ比が小さくな るに従い逆に強くなる。
図 7 は同様に前／後縁だけをテーパさせたときの渦の様子である。空力翼弦を中心にテーパさせたも のに比べ，前縁または後縁だけをテーパさせたもの の方が渦の変形が大きくなり，渦度の最大値は小さ くなるが，特に前縁をテーパさせたときには，テー パ比を小さくしたときと似た現象が起こることが分 かる。これらの現象は図8に見られるように，テ ーパにより翼表面圧力のSpan 方向の変化が大きく

表1固定翼の計算条件

| 一様流マッハ数 M | 0.6 |
| :---: | :---: |
| 迎角 $\alpha$ | 6.12 |
| アスペクト比（矩形） | 9 |
| テーパ開始スパン位置 | $80 \%$ |
| 翼型 | NACA23012mod |


|  |  |  |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |

図 5 翼端形状


図7テーパ位置を変えたときの渦の様子


## A）翼面の圧カコンタ

## B）翼端付近の流線

## 図8矩形の翼端とテーパの翼端の比較

なり ${ }^{(7)}$ ，翼面に Span 方向の流れが起きるため弱い渦が発生することによるもの考えられる（図8A，8B）。前縁だけをテーパさせたものでもテーパ比を小さく したものと同様な現象が起こったのは，前縁をテー パさせると Span 方向の圧力の変動がもっとも大き くなるからである（図 8C）。
翼端渦のコア径にだけ着目してSpan 方向に垂直速度成分の分布をとり，その peak to peakをコア

径 $\left(2 r_{\mathrm{r}}\right)$ としたときに翼後方での大きさをまとめた結果が図 9 である。横軸に翼後縁からの距離，縦軸 にコア径をとっており，翼コード長で無次元化して いる。図 9Aよりテーパ比を小さくするに従って渦 のコア径が大きくなることがわかる。ただし，テー パ比とコア径の関係は非線形的で，テーパの効果を十分発揮させようとした場合，かなり小さ目のテー パ比を採用する必要がある。一方，前述したように前縁だけをテーパさせればテーパ比を小さくするこ となしに同様の効果があることが図9Bからわかる。 また，テーパをつけたブレードでは渦が上方に移動 するが，この理由として，先ほど述べたテーパ位置 から発生した渦の誘起速度により，翼端渦が上方に押し上げられることが考えられる。図 10 に翼端の


A．テーパ比を変えたとき


B．前／後縁をテーパさせたとき
図9翼端渦のコア径


A．矩形翼（Case 1）


B．テーパ比 $=0.17$（Case 4）

図10 固定翼における翼端渦の流線

流線の様子を表す。図10A の矩形ブレードでは内側の流れはほぼ一様流に対し平行であるが，図10B のテーパ付きブレードではテーパ位置より発生した と思われる渦による流線のねじれがみられる。ちな みに，この渦により誘起される速度は渦位置では主流の $4 \%$ 程度の速度である。

以上のことから，ブレード端にテーパを設けるこ とにより，渦が弱まり，コア径が大きくなることが分かった。また，テーバにより渦位置が若干上方に移動することもわかった。

## 5．回転翼の計算

回転翼の計算はATICが DNWで行った風洞試験 モデル ${ }^{(6)}$ に基づいて行った。格子の鳥瞰図を図 11 に示す。総格子点数は 1,700 万点である。このモデ ルロータの諸元を表2，計算条件を表3に示す。BVI は緩降下時に発生するので，ロータは後方に傾斜し ている。この計算は（1）翼端形状が矩形のもの，（2）空力翼弦線を中心にテーパ比 0.33 のテーパをつけた もの，（3） 20 度の下反角をつけたもの，の各ブレー


図11回転翼の計算格子

表2ロータブレードの諸元

| ロータ半径 R | 2.0 m |
| :---: | :---: |
| 翼コード長 c | 0.11 m |
| ブレード枚数 b | 5 枚 |
| 翼端形状 | 矩形 |
| 翼型 | NACA23012 mod |

表3回転翼の計算条件

| 翼端マッハ数 | 0.625 |
| :---: | :---: |
| 前進率 | 0.16 |
| シャフト傾斜角 | $4.5^{\circ}$ |
| コーニング角 | $2.83^{\circ}$ |
| コレクティブピッチ角 | $4.28^{\circ}$ |
| 横サイクリックピッチ角 | $-2.68^{\circ}$ |
| 縦サイクリックピッチ角 | $1.73^{\circ}$ |



図12ロータの荷重分布


矩形


テーパ


下反角

図 13 翼端の渦の様子


実験值（矩形）


矩形


テーパ


下反角

SPL（d B）

っているが，その渦位置は大きく移動していること がわかる。

これらの渦の変化による影響を調べるため，ロー夕下面での騒音レベルを計算した。風試による騒音測定と比較した結果が図 14 である。まず，実験と矩形の計算の比較においては，計算の方が若干大き い騒音レベルになっている。これは計算では胴体部分がないことと，ブレードの弾性変形を考慮してい ないため，実験に比べ推力を過大予測してしまった ことが原因であると思われる。推力が大きくなるこ とでロータと渦の交差位置も変化し，騒音レベルの高い位置も移動している。

ブレード形状による影響については，テーパブレ ードではアジマス角 70 度付近での騒音が低減され ている。これは，渦度が弱くなっていることと一致 する傾向である。下反角ブレードは，渦位置が下が ったため BVI の発生位置が変化することが考えら れるが，計算結果からも騒音レベルの最も高い位置 が後方に移動している様子が分かる。また，その最大値は低くなっている。これはブレードと渦の垂直距離が大きくなったためである。3者を比較すると，下反角での騒音の低下が顕著である。

## 6．まとめ

移動重合格子法を用いて，BVI 騒音に影響する渦構造が翼端形状によってどのように変化するか調べ た。

移動重合格子による渦を捉える精度を調べるた め，実験との比較を行った結果，以下の事が分か った。
（1）移動重合格子法で捉えた渦の周方向速度成分 の分布を実験と比較したところ，実際の渦よ り $50 \%$ 程コア径が大きかった。
固定翼を用いた計算によって，翼端形状による翼端渦への影響を調べると，以下のような結果が得られた。
（1）翼端にテーパを設けるとテーパ比が小さいほ ど渦は弱くなり，コア径が大きくなった。
（2）前 ノ 後縁だけテーパさせたときでは，前縁だ けテーパさせたものではテーパ比を小さくし たのと同様の効果が現れた。
固定翼で得られた結果を基に翼端形状が回転翼の騒音に及ぼす影響を調べた結果，以下のようなこと が判った。
（1）実験と同じ矩形ブレードでは，騒音レベルを過大評価した。これは，ブレードの弾性変形 などを考慮していないためである。
（2）翼端にテーパを与えると固定翼と同様に翼端渦が弱くなり，騒音レベルが下がった。
（3）下反角を与えると渦はロータ面より下方に移動した。その結果，騒音レベルの最も高い位置が後方に移動し，その値も小さくなった。
将来の課題としては，次のような事が挙げられる。
（1）移動重合格子の計算コードを改良し，渦の大 きさ，強さなどで定量的な評価が行えるよう にする。
（2）本報告による翼端形状を変更したときの騒音評価は特定の飛行条件におけるものである。

したがって，翼端形状が騒音に及ぼす影響を調べるためには，飛行形態のパラメトリック スタディが必要である。

## 参考文献

1．T．Aoyama，et al．，＂Calculation of Rotor Blade Vortex Interaction Noise using Parallel Super Computer＂， $22^{\mathrm{ND}}$ European Rotorcraft Forum， No．81， 1996.
2．A．Ochi，et al．，＂A Numerical Simulation of Flow around Rotor Blades using Overlapped Grid＂， Aerospace Numerical Simulation Symposium， 1999.

3．Ffowes Williams，J．E．；and Hawkings，D．L．， ＂Sound Generation by Turbulance and Surface in Arbitrary Motion＂，Phil．Trans．Roy．Soc． London，ser．A，vol．264，May 8，1969，pp． 321 － 342.

4．Lighthill，M．J．，＂Sound Generated Aerodynamically＂， Proc．Roy．Soc．London，ser．A，vol．267，no．1329， May 8，1962，pp．147－182．
5．F．Farassat，＂Theory of Noise Generation From Moving Bodies with An Application to Hericopter Rotors＂，NASA TR R 451， 1975.
6．A．Murashige et al．，＂ATIC Aeroacoustic Model Rotor Test at DNW＂， $24^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum， 1998.
7．W．J．Wagner，＂Comparative Measurements of the Unsteady Pressures and the Tip－Vortex Parameters on Four Oscillating Wing Tip Models＂， $10^{\text {th }}$ European Rotorcraft Forum， 1984.

# 簡易ヘリコプタ形態周りの流れ場解析 

内山直樹 ${ }^{* 1}$ ，藤井孝藏 ${ }^{*}$ 2

## A Flowfield Analysis of a Simple Helicopter Shape Naoki UCHIYAMA＊${ }^{*}$ ，Kozo FUJII＊2


#### Abstract

A numerical code that enables computation of a flowfield around simple helicopter configuration which consists of rotor blades and fuselage has been developed．A moving over－lapped grid approach is taken to consider not only the azimuthal rotation but also the prescribed flapping and pitching motion of each blade．In order to capture the tip－ vorticies and the wake structure with as little numerical diffusion as possible，fifth－order accurate scheme is applied for the convection term in Euler equations．The code makes use of an equally spaced Cartesian grid for the background grid which eliminate the grid data storage，and hence reduces the required memory and greatly simplifies the interpolation process of the physical values between each grid．


1．はじめに
ヘリコプタまわりの流れ場解析においては，従来より ボテンジャル流理論に立脚した解析コードである VSAERO 等 が活用されてきた。しかし，高性能ロータ／ハリコプタ の設計においては，翼端形状等の改良に伴ら空力性能の変化を考慮できる Euler／Navier Stokes 方程式によ る詳細解析への要求が高まりつつある。これに応えるご く，著者らは Euler／Navier－Stokes 方程式によるへ リコプタ形態周りの流れ場解析シートの開発を進めている。 ここでは，著者らが開発しているロータおよび簡易胴体形状から構成される，ヘリコプタ形状を対象とした流れ場解析プログラムを紹介する。

## 2．数値解析手法

2． 1 基礎方程式
本研究では，静止座標系に対して移動する検査体積 について記述した3次元非定常 Euler 方程式を基礎式 とする。流れ場解析には，ヘリコプタ胴体近傍，各ブ レード近傍，さらにこれら全体を含む背景領域について それぞれ独立した計算格子を用いる，重效合わせ格子法を採用している。さらに各ブレード近傍の計算格子（以下，ブレード格子）は，ノ゙レードと・体化した移動•回転 をすることから，格子メトリクスの時間微分項を評価

する必要がある。以下に，ブレード格子における差分法基礎式を示す。

$$
\begin{gathered}
\partial_{\tau} Q+\partial_{\xi} E+\partial \eta F+\partial_{\zeta} G=0 \\
Q=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
\rho \\
\rho u \\
\rho v \\
\rho w \\
e
\end{array}\right] . E=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
\rho U \\
\rho u U+\xi_{\imath} p \\
\rho v U+\xi_{y} p \\
\rho w U+\xi_{z} p \\
(e+p) U-\xi_{1} p
\end{array}\right] . \\
F=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
\rho V \\
\rho u V+\eta_{v} p \\
\rho v V+\eta_{y} p \\
\rho w V+\eta_{z} p \\
(e+p) V-\eta_{t} p
\end{array}\right] . \quad G=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
\rho u W+\xi_{v} p \\
\rho v W+\xi_{l} p \\
\rho w W+\xi_{2} p \\
(e+p) W-\xi_{2} p
\end{array}\right] .
\end{gathered}
$$

$$
\begin{aligned}
& U=\xi_{t}+u \xi_{x}+v \xi_{y}+w \xi_{z}, \\
& v=\eta_{t}+u \eta_{x}+v \eta_{y}+w \eta_{z}, \\
& w=\zeta_{t}+u \zeta_{x}+v \zeta_{y}+w \zeta_{z}, \\
& \xi_{t}=-x_{\tau} \xi_{x}-y_{\tau} \xi_{y}-z_{\tau} \xi_{z}, \\
& \eta_{t}=-x_{\tau} \eta_{x}-y_{\tau} \eta_{y}-z_{\tau} \eta_{z}, \\
& \zeta_{t}=-x_{\tau} \zeta_{x}-y_{\tau} \zeta_{y}-z_{\tau} \zeta_{,},
\end{aligned}
$$

ここで格子メトリクスの時間微分項し，予めヶネられ るブレード運動から解析的に求まる格子点の位置関数じ導関数を求めて，評価している

[^7]2．2 ブレード運動
ブレド運動は，ヒッチング，フラッビング，リード・ラグ
参照）を，ブレード方位角 4 に対ずる 1 次の調和関数と して下式のように与えている。

$$
\begin{aligned}
& \text { フラッピング: } \quad \beta=\beta_{0}-\beta_{1 \mathrm{cc}} \cos \varphi-\beta_{\mathrm{ls}} \sin \varphi \\
& \text { ピッチング: } \quad \theta=\theta_{0}-\theta_{\mathrm{lc}} \cos \varphi-\theta_{\mathrm{ls}} \sin \varphi \\
& \text { リード・ラグ: } \quad \zeta=\zeta_{0}-\zeta_{\mathrm{lc}} \cos \varphi-\zeta_{\mathrm{ls}} \sin \varphi
\end{aligned}
$$

各係数は，風洞試験／実機試験等でのブレード運動を参考に決定する入力値である。

2． 3 計算格子
計算格子は，胴体格子，ブレード格子及び背景格子か ら構成される。

## 胴体格子

胴体格子は，本計算においては紡鍾型の簡易胴体形状を対象とするため，機軸方向をC型，周方向を O 型 で囲す」 C－O 型物体適合格子を用いている。（図2参照）

ブレード格子
プレ…゙格子は，コード方向を C 型，スパン方向を H型で上下に挟むら一－H 型物体適合格子を用いている。

## 背景格子

背景格子には直交等間隔格子を用いている。（図3参照）ロータ周りの流れ場解析においては，背景格子で捉えるブレード翼端渦や後流面の解像度が重要となる。 このため，背景格子には非常に多くの格子点が要求さ れる。本ケ゚ログラムでは格子の等間隔分布を利用し，背景格子点の座標配列を陽に用いない手法を採用し，計算メモリの節約を実現している。

2． 4 数値流束
－般に，ハリコプタの前進速度は亜音速の領域にあ るが，ブレード翼端近傍の気流速度は遷音速となること が珍しくなく，衝撃波が生成する場合がある。一方，ブ い…翼端から伸びる翼端渦は後続のブレードに干渉 （BVI．Blade Vortex Interaction）L，ロータ全体 の空力特性に大きく影響する。

これらの流れ場の特徴を考慮し，本ナ゚ログラムでは，

ブレードおよび胴体格子においては安定性を重視した Osher－Chakravarthy の空間3次精度TVDスキームを用いている。一方，背景格子においては制限関数を用 いずに，下式の Osher－Chakravarthy 型の空間 5 次精度スキーム［1］を適用している。以下に同スキームの数値流束を示す。

$$
\left.\begin{array}{rl}
f_{i+\frac{1}{2}}=h_{i+\frac{1}{2}} & +\frac{1}{120}\left(-6 \mathrm{df}_{i+\frac{3}{2}}^{+}\right. \\
& \left.-48 \mathrm{df}_{i+\frac{1}{2}}^{+}+22 \mathrm{df}_{i-\frac{1}{2}}^{+}-4 \mathrm{df}_{i+\frac{3}{2}}^{+}\right) \\
& -\frac{1}{120}\left(-6 \mathrm{df}_{i-\frac{1}{2}}^{-}+48 \mathrm{df}_{i+\frac{1}{2}}^{-}+22 \mathrm{df}_{i+\frac{3}{2}}-4 \mathrm{df}_{i+\frac{5}{2}}^{-}\right.
\end{array}\right)
$$

ただし，

$$
\mathrm{df}_{1+\frac{1}{2}}^{ \pm}=\mathrm{A}_{\mathrm{i}+\frac{1}{2}}^{ \pm}\left(\mathrm{Q}_{\mathrm{i}+1}-\mathrm{Q}_{\mathrm{i}}\right)
$$

ここで， $\mathrm{A}^{ \pm}$は固有値の正負により分離したヤコビ行列を表す。また $\mathrm{h}_{1+\frac{1}{2}}$ は 1 次精度風上流束を表し，本計算では安定性に優れ，計算効率も良いSHUS スキーム ［2］を適用している。

## 2． 5 時間積分

運動するブレード周りの非定常流れ場を対象とする本 プログラムでは，時間精度も重要となる。本非粘性解析では物体表面での流れ場を解像度よく捉えるために， ブレードおよび胴体格子での最小格子間隔を背景格子間隔の $1 / 10$ 程度としている。一定時間刻みに対し，CFL数は格子間隔に反比例することから，ブレードおよび胴体格子に擞に対しても安定な計算ができるLU－SGS 陰解法を，下式に示す Newton 反復法を用いた時間 2 次精度型にして適用した。
$[L H S]^{p}\left(Q^{p+1}-Q^{p}\right)=-\frac{2}{3} \Delta t\left[\frac{3 Q^{p}-4 Q^{n}+Q^{n-1}}{2 \Delta t}+(R H S)^{p}\right]$

## ここで， p は内部反復を表す。

－方，背景格子については，渦度場の精度良い移流を捉えるのに適した時間4次精度のルンゲ・クッタ法か，計算効率を重視した LU－SGS 陰解法のいずれかを選択 できるものとした。

## 2． 6 物理量の補間

ヘリコプタ胴体格子，ブレード格子および背景格子の間では相互の解析結果を用いて，物理量の補間を逐次行う必要がある。本プログラムでは，物体適合格子同士である胴体格子とブレード格子間での直接的な物理量補間を避け，直交等間隔格子である背景格子を介した物理量補間を行うことによって，効率の良い処理を実現している。背景格子からブレード格子あるいは䏱体格子の境界点への物理量補間は，検索過程を要さない以下の処理により行っている。
$\mathrm{i}=\operatorname{int}(\mathrm{x} / \mathrm{h}), \quad \mathrm{ja}=\operatorname{int}(\mathrm{y} / \mathrm{h}), \quad \mathrm{ka}=\operatorname{int}(\mathrm{z} / \mathrm{h})$, $\mathrm{ib}=\mathrm{i} a+\operatorname{sgn}(\mathrm{x}), \quad \mathrm{jb}=\mathrm{ja}+\operatorname{sgn}(\mathrm{y}), \quad \mathrm{kb}=\mathrm{ka}+\operatorname{sgn}(\mathrm{z})$, $s=|x / h-i a|, \quad t=|y / h-j a|, \quad u=|z / h-k a|$,

$$
\begin{aligned}
& \mathrm{Q}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z})=(1-\mathrm{u})^{*}((1-\mathrm{t}) \\
& \quad{ }^{*}\left((1-\mathrm{s})^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ia}, \mathrm{ja}, \mathrm{ka})+\mathrm{s}^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ib}, \mathrm{ja}, \mathrm{ka})\right) \\
& \left.\quad+\mathrm{t}^{*}\left((1-\mathrm{s})^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ia}, \mathrm{jb}, \mathrm{ka})+\mathrm{s}^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ib}, \mathrm{jb}, \mathrm{ka})\right)\right) \\
& \quad+\mathrm{u}^{*}\left((1-\mathrm{t})^{*}\left((1-\mathrm{s})^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ia}, \mathrm{ja}, \mathrm{~kb})+\mathrm{s}^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ib}, \mathrm{ja}, \mathrm{~kb})\right)\right. \\
& \left.\quad+\mathrm{t}^{*}\left((1-\mathrm{s})^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ia}, \mathrm{jb}, \mathrm{~kb})+\mathrm{s}^{*} \mathrm{Qb}(\mathrm{ib}, \mathrm{jb}, \mathrm{~kb})\right)\right)
\end{aligned}
$$

ここで，int，sgn はそれぞれ整数化関数，符号関数を表す。 Qb は背景格子での物理量を表し，Q は補間によ り決定されるブレード格子あるいは胴体格子上での物理量を表す。 h は背景格子間隔を表す。

## 3．計算結果

3． 1 ロータ単体流れ場解析
ここでは，風洞試験［3］が行われている BVI が顕著 となる飛行条件での流れ場解析を行った。ロータ形状 は OLS ロータ［3］と称するものとした。ブレード枚数は 2 枚であり，平面形状は矩形である。ブレードアスペクト外 は9．22，翼根から翼端に向けて 8.2 度の線形ねじりを有する。翼型は対称翼であり， $9.71 \%$ の翼厚比を有す る。
飛行条件は翼端マッハ数は 0.664 ，前進比は 0.164 とした。ブレード運動については，下表の値を設定した。

表1 ブレード運動係数（度）

| $\theta 0$ | $\theta 1 \mathrm{c}$ | $\theta 1 \mathrm{~s}$ | $\beta 0$ | $\beta 1 \mathrm{c}$ | $\beta 1 \mathrm{~s}$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 6.14 | 0.9 | -1.39 | 0.5 | -1.0 | 0.0 |

[^8]法線方向に，121，121， 31 点とした。 背景格子は，口 ータ中心から前後左右に1ロータ直径，上下に 0.5 ロー タ直径の領域をとった。格子点数は，ロータ平面内に 407 $* 407$ ，上下軸方向に 203 点とした。背景格子間隔 h は 0.1 ブレードコード長とした。総格子点数は $34,534,489$ 点と なる。

本計算ケースでは，背景格子での時間積分に 4 次精度 ルンゲ・クッタ法を採用した。1侈ーションにおけるブレード回転角は $0.2^{\circ}$ を基本とした。

図4に，ロータ回転角 $670^{\circ}$ での等渦度面（等渦度値 0．06）を示す。ブレード翼端渦と後流面が高い解像度で捉 えられていることが確認できる。図5には 95．5\％スパン位置について，ブレード方位角 $\psi=0^{\circ}, ~ 45^{\circ}, ~ 90^{\circ}, ~ 135^{\circ}$ ， $180^{\circ}$ での Cp 分布を風洞試験結果と比較する。非粘性計算であることから，$\varphi=90^{\circ}$ では衝撃波の強さが過大 に評価されている。

## 3．2簡易ヘリコプタ周りの流れ場解析

ここでは，OLS ロータ・ブレードを4枚有するロータ と軸対称胴体形状から成る簡易ヘリコプタ形態周りにつ いて流れ場解析を行った。胴体形状は，前胴部 $69.87 \%$ までは翼厚比 30．74\％のNACA 4 文字系翼型断面を有し， それより後部は円䥃形となっている［4］。

本計算での飛行条件は，翼端マッハ数は 0.66 ，前進比 0．16，胴体に対する一様流迎角が $7.5^{\circ}$ とした。ブレード運動の係数には下表の値を設定した。

表2 ブレード運動係数（度）

| $\theta 0$ | $\theta 1 \mathrm{c}$ | $\theta 1 \mathrm{~s}$ | $\beta 0$ | $\beta 1 \mathrm{c}$ | $\beta 1 \mathrm{~s}$ |
| :---: | :--- | :--- | :--- | :---: | :---: |
| 7.5 | 1.5 | 1.5 | 0.5 | 1.0 | 0.0 |

ブレード格子数は，それぞれコード方向，スパン方向およ び法線方向に $121,45,16$ 点とした。 胴体格子点数は機軸方向，周方向および法線方向にそれぞれ，91，91， 31 点とした。背景格子点数は，ロータ平面内に $271 * 271$ ， ．上下軸方向に 135 点とした。背景格子間隔 h は 0.15 ブ レードコード長とした。総格子点数は $10,519,726$ 点となる。図6に，各ブレード方位角 4 が $0^{\circ}, ~ 90^{\circ}, ~ 180^{\circ}, ~ 270^{\circ}$ にある位置での，ブレード及び胴体表面での圧力分布を示 す。また同図中に $75 \%$ スパン位置での圧力分布を示す。

ブレード近傍流れ場の動圧は，䏱体周りの流れ場に比べ大 きいため，全場を対象とした圧カレンジでは胴体表面上 の圧力分布が明確でない。そこで圧カレンジを絞り，胴体表面の非定常圧力分布を可視化した結果を図7に示す。同図より，ブレード方位角が $\phi=0^{\circ}$ となる時，ブレードから の吹き降ろしが胴体に干渉し，胴体後部表面に圧力上昇 を生じていることが確認できる。

## 4．計算効率

本計算は，宇宙科学研究所 VPP800 の 1PE で行って いる。前節のロータ単体の計算ケースでは，ロータ 1 周 に要する計算時間は約 16 時間，使用メモリは約 5Gbyte である。簡易ヘリコプタ形態での計算では，ロータ1周 に要する計算時間は約 10 時間，使用メモリは約 1.5 Gbyte である。

5．まとめ
ヘリコプタまわりの流れ場解析を可能とするプログ ラム開発の現状を説明した。ロータ周りの流れ場解析で は，非定常な渦度場を精度良く捉えることが課題となる。本研究では，背景格子点での座標配列を排することによ り可能となった大規模計算格子に，高次精度計算スキー ムを適用することにより，この課題にあたった。

今後はBVI，ローター胴体干渉等のヘリコプタまわり の流れ場に特徴的な現象について，風洞試験データとの定量的な比較検討を行い，本プログラムの有用性を高め ていく予定である。

## 参考文献

［1］M．M．Rai，AIAA－87－0543， 1987
［2］嶋 英志，城之内 忠正，航空宇宙技術研究所特別資料，SP－27，pp．255－260
［3］W．R．Splettsoesser，K．J．Schultz，D．A．Boxwell，and F．H．Schmitz，＂Helicopter Model Rotor－Blade Vortex Interaction Impulsive Noise：Scalability and Parametric Variations＂Tenth European Rotorcraft Forum，The Hague，Netherlands，Aug 28－31， 1984.
［4］C．A．Smith，M．D．Betzina，J．Amer．Heli．Soc．，

Jan．1986，pp．29－36


図1 ブレード運動


図2胴体格子


図3背景格子

## Iso－Vorticity Surface


$|\omega|=0.06$

図4 前進飛行時の等渦度分布



- 本計算結果
- 風洞試験結果［3］


図 6 機体表面圧力分布および $75 \%$ スパン断面圧力分布


図7 胴体表面圧力分布（ $\Delta \mathrm{P} / \mathrm{Pinf}=2.8 \%)$

# Euler／FW－H 法を用いた BVI 騒音の数値解析 A Numerical Analysis of BVI Noise using Euler／FW－H Method 

越智章生＊嶋英志＊青山剛史†齊藤茂 $\dagger$<br>Akio Ochi＊，Eiji Shima＊，Takashi Aoyama $\dagger$ ，and Shigeru Saito ${ }^{\dagger}$<br>＊コミュータヘリコプタ先進技術研究所（ATIC）<br>十航空宇宙技術研究所（NAL）


#### Abstract

The predictions of helicopter Blade－Vortex Interaction（BVI）noise are performed using a combined method of an unsteady Euler code with an aeroacoustic code based on the Ffowcs Williams and Hawkings formulation．A moving overlapped grid method is employed in the Euler code．Three types of grids，blade grid，inner and outer background grids are used．The calculated waveform of BVI noise clearly showed the distinct spikes caused by the interaction between blade and tip vortex．The carpet noise contours calculated by the present method was compared with the experimental data obtained by Advanced Technology Institute of Commuter－helicopter，Ltd．The calculated noise level showed good agreement with the measured data．


## 1．INTRODUCTION

Over the past years，noise problems have been becoming serious with the increase of use of rotorcrafts． Blade－Vortex Interaction（BVI）noises cause serious noise problems for helicopters．It is an aeroacoustic noise generated by interactions between rotor blades with vortices shed from their blade tip during descending flight for landing approach．

Through the progress of Computational Fluid Dynamics（CFD）and computer technologies，advanced CFD techniques enable us to calculate whole rotor configuration by using Finite Difference Method（FDM） or Finite Volume Method（FVM）（refs．1，2）．These kinds of computations can handle both vortex wake geometry and aerodynamic features such as blade surface pressure at the same time without wake modeling．

The primary objective of this paper is to present a procedure to predict BVI noise by an advanced CFD method．The procedure consists of a Euler code based on FDM and an aeroacoustic code based on FW－H formulation．This Euler code was developed under the collaborative research between Advanced Technology Institute of Commuter Helicopter（ATIC）and National Aerospace Laboratory（NAL）．ATIC was established in 1994 to research and develop technologies in aeroacoustic field to reduce helicopter external noise and in flight control field for flight safety．

## 2．NUMERICAL METHOD

The procedure of BVI noise prediction consists of two phases．The first phase is a CFD computation of the rotor aerodynamics．The second one is an acoustic computation to obtain far field acoustic data using the blade surface pressure computed in the first phase．

The governing equations of the aerodynamic computation are the unsteady Three－dimensional Euler equations．The inertial force terms by the rotation are included in the calculation of the blade grid．

## Grid system

A moving overlapped grid approach is employed to treat rotating rotor blades：The blade grid rotates in the Cartesian background grid．In this study，a new grid topology is employed to concentrate grid points near the rotor disk．The Cartesian background grid is divided into the two parts．One is the inner background grid and the other is the outer background grid．The inner background grid is placed around the rotor disk．The outer background grid covers whole computation region and has sparse grid density．The grid system for a 5－bladed configuration is sketched in Fig． 1 and 2．The size of the two background grids for forward flight calculation is shown in Fig． 3. Huge number grid points are distributed to the inner background grid to achieve higher resolution，because the density of grid directly affects the strength of numerical viscosity．Table 1 shows the numbers of grid points．

The blade grid wraps rotor blade using BFC and moves with the blade motions such as rotation，flapping， feathering，and lagging．It is provided for each blade in multi－bladed computations as shown in Fig．2．The flow data are exchanged between the blade grids and the
inner background grid at the outer boundary of the blade grids．The blade grid is generated by an algebraic formulation and has an O－H type topology．The number of grid points in span－wise direction is considerably increased to match the grid density of the blade grid with that of the inner background grid．The size of the blade grid in normal direction is nearly equal to the chord length as shown in Fig． 4.

Table 1．Grid specifications．

| Inner background grid | $(x \times y \times z)$ <br> $450 \times 400 \times 80=14,400,000$ |
| :--- | :---: |
| Outer background grid | $83 \times 79 \times 49=321,293$ |
| Blade grid | （chord $\times$ normal $\times$ span $) \times$ blade <br> $(79 \times 40 \times 160) \times 5=2,528,000$ |
| Total | $17,249,293$ |
| Grid spacing of Inner <br> background grid in rotor disk  | $0.11 \mathrm{c}(=0.006 R)$ |

## Numerical method for Cartesian background grid

A high accuracy explicit scheme is utilized in the background Cartesian grid．The compact TVD scheme is employed for spatial discretization．MUSCL cell interface value is modified to achieve 4th－order accuracy．The time integration is carried out by the four stages Runge－Kutta．

## Numerical method for blade grid

The numerical method for the blade grid calculation is an implicit finite－difference scheme．The Euler equations are discretized in the delta form using Euler backward time differencing．The accuracy of this solver in space and in time is 2 nd－order and 1 st －order， respectively．In order to obtain the unsteady solution in forward flight conditions，the Newton iterative method is also used．In order to reduce the residual at each time－step，six iterations are used．

## Treatment of blade motion

The dynamic blade motions such as flapping， feathering，and lagging are defined by the input data． The present code accepts azimuth－wise data or 1st harmonic function data obtained by measurements or other codes（e．g．CAMRAD）．In the present calculation， the collective pitch，cyclic pitch，flapping，and lagging angles measured by the wind tunnel experiment by ATIC are used．The inertial forces by these dynamic motions have not considered yet in the present flow solver．

## Noise analysis

The pressure distribution on the blade surface calculated by the CFD code is stored every 0.5 degrees in azimuth－wise direction as the input data in noise calculation．The aeroacoustic code is based on the FW－ $H$ formulation without the quadruple term．

## 3．CALCULATION CONDITIONS

The dimension of the calculated rotor and the operating conditions are summarized in Tables 2 and 3. These conditions are same as those of the baseline blade case in the ATIC model rotor test（Refs．3－5）at German Dutch Wind tunnel（DNW）．Three cases of shaft tilt angle are selected to evaluate the capability of our code to predict BVI noise．The shaft tilt angles are corrected by the Heyson＇s method（Ref．6）．

Table 2．Dimensions of rotor．

| Number of blades | 5 |
| :---: | ---: |
| Rotor radius | 2.0 m |
| Chord length | 0.11 m |
| Blade twist | $-8^{\circ}$ |
| Aspect ratio | 18.1 |
| Tip shape | Rectangular |
| Airfoil | NACA23012mod |

Table 3．Operating conditions．

|  | Case 1 | Case 2 | Case 3 |
| :---: | ---: | ---: | ---: |
| Corrected shaft tilt angle，$\alpha_{c}$ | $2.49^{\circ}($ aft $)$ | $4.50^{\circ}$ | $6.43^{\circ}$ |
| Shaft tilt angle，$\alpha_{i}$ | $4.02^{\circ}($ aft $)$ | $5.97^{\circ}$ | $7.93^{\circ}$ |
| Collective pitch angle | $4.91^{\circ}$ | $4.28^{\circ}$ | $3.78^{\circ}$ |
| Lateral cyclic pitch angle | $-2.66^{\circ}$ | $-2.68^{\circ}$ | $-2.52^{\circ}$ |
| Longitudinal cyclic pitch angle | $-1.89^{\circ}$ | $1.73^{\circ}$ | $1.56^{\circ}$ |
| Flapping angle（inc．coning） | $1.74^{\circ}$ | $2.83^{\circ}$ | $1.74^{\circ}$ |
| Tip Mach number，$M_{\text {ip }}$ | 0.626 | 0.625 | 0.625 |
| Advance ratio，$\mu$ | 0.157 | 0.157 | 0.157 |

## 4．RESULTS AND DISCUSSION

Numerical computations are performed by the present method for the realistic rotor system，which has five blades with high aspect ratio．The calculated blade surface pressure is used as the input data for the aeroacoustic code based on the FW－H formulation．

These calculations are impulsively started from a free stream condition．The computation is carried out on Numerical Wind Tunnel（NWT）in NAL to perform large scale and accurate computations．NWT is a vector
parallel super computer consists of 166 processing elements（PE）．Each processing element has a vector processor with 1.7 Gflops peak performance．The CPU time is about 20 hours per revolution 30．The periodic solution is obtained after 4 revolutions．The required memory sizes is 8 GB ．

Figure 5 presents calculated thrust distributions on the rotor disk．It shows distinct thrust fluctuations caused by BVI near the azimuth angles of $80^{\circ}$ and $280^{\circ}$ ． Tip vortices are clearly captured by our code as shown in Fig．6．The computed and measured pressure coefficient（ Cp ）histories on the upper blade surface （ $\mathrm{x} / \mathrm{C}=4 \%$ ）are plotted in Fig．7．Although quantitative discrepancies are recognized，the fluctuations caused by BVI are successfully captured．The sudden changes of pressure coefficient are observed in the advancing side （from $0^{\circ}$ to $90^{\circ}$ ）and the retreating side（from $270^{\circ}$ to $360^{\circ}$ ）．

Figure 8 shows the microphone positions in the experiment．Thirteen traverse microphones on the horizontal plane of 2.3 m （ 1.15 R ）below the center of the rotor were used．The sound pressure level（SPL）is calculated from blade surface pressure using the aeroacoustic code based on the FW－H formulation．The calculated sound pressure level（SPL）is compared with the experimental data in Fig．9．The solid lines show calculated data and averaged experimental data．The background crowd shows raw（non－averaged）data to indicate the fluctuation of measured data．The calculated SPL waveform shows distinct spikes caused by BVI．The difference between calculated and measured waveforms is due to the disagreement of intensity and location of BVI．The predicted and measured carpet noise contours on the horizontal plane 2.3 m below the center of the rotor for three shaft tilt angle cases are compared in Fig．10．These results show good agreement in both qualitatively and quantitatively． The predicted results well capture the trend that the BVI lobe location moves downstream with the increase of shaft tilt angle．

## 5．CONCLUSIONS

The predictions of helicopter BVI noise are performed using a combined method of an unsteady Euler code with an aeroacoustic code based on the Ffowcs Williams and Hawkings formulation．These numerical predictions are accomplished for a realistic rotor system，which has five blades with high aspect ratio．Computations are performed for three cases of shaft tilt angle to evaluate capability of the code．Tip
vortices were captured very clearly by the Euler code． The fluctuations of pressure on the blade surface caused by BVI were successfully obtained．The waveform of calculated sound pressure level showed the distinct spikes caused by the interaction between blade and vortex．The predicted carpet noise contours by the present method showed reasonable agreement with the experimental data obtained by ATIC．These results indicate that advanced CFD method has considerable potential for BVI noise prediction．

## REFERENCES

${ }^{1}$ Ochi，A．，Shima，E．，Aoyama，T．，Saito，S．，and Yamakawa，E．，＂BVI Noise Predictions by Moving Overlapped Grid Method，＂AHS 55th Annual Forum， Montréal，Quebec，Canada，May 25－27， 1999.
${ }^{2}$ Ahmad，J．，Duque，E．P．N．，and Strawn，R．C．， ＂Computations of Rotorcraft aeroacoustics with a Navier－Stokes／Kirchhoff Method，＂22nd European Rotorcraft Forum，Brighton，UK，Sep 1996.
${ }^{3}$ Murashige，A．，N．Kobiki，Tsuchihashi，A．， Nakamura，H．，Inagaki，K．，and Yamakawa，E．，＂ATIC Aeroelastic Model Rotor Test at DNW，＂24th European Rotorcraft Forum，Paper No．AC02，Marseilles，France， Sep 1998.
${ }^{4}$ Murashige A．，Tsuchihashi，A．，Tsujiuchi，T．，and Yamakawa，E．，＂Experimental Study of Blade－tip Vortex，＂AHS International Meeting on Advanced Rotorcraft Technology and Disaster Relief，Paper No． T3－6，Gifu，Japan，Apr 1998.
${ }^{5}$ Murashige，A．，Tsuchihashi，A．，Tsujiuchi，T．，and Yamakawa，E．，＂Blade－Tip Vortex Measurement by PIV，＂23rd European Rotorcraft Forum，Paper No．36， Dresden，Germany，Sep 1997.
${ }^{6}$ Heyson，H．H．，＂Linerized Theory of Wind－Tunnel Jet－Boundary Corrections and Ground Effect for VTOL－ STOL Aircraft，＂


Fig．1．Blade grids，inner background grid，and outer background grid．


Fig．2．Blade grids and background grids．（close up）


Fig．3．Size of computation regions of inner and outer background grids．


Fig．4．Cross section of blade grid and inner background grid．


Fig．5．Thrust distributions on rotor disk for case 2


Fig．．6．Visualized tip vortices by iso－surface of vorticity for case 2.


Fig．7．Comparisons of pressure coefficient histories between calculated and measured results at upper surface of blade on different span stations for Case $2\left(\alpha_{C}=4.50^{\circ}\right)$ ．Chord－wise position $x / c$ is $4 \%$ ．


Fig．8．Microphone setting for noise measurement in ATIC model rotor test．


Fig．9．Comparison of Sound Pressure Level（SPL）histories between calculation and measurement for Case 2.


Fig．10．Comparisons of carpet noise contours between calculated and measured results for three cases． Open circle shows rotor disk．

# HYPRプロジェクトの概要とC F D の利用 

石澤 和彦（超音速輸送機用推進システム技術研究組合）

# Overall View of HYPR Project and its Utilization of CFD 

by Kazuhiko Ishizawa<br>（Engineering Research Association for Supersonic Transport Propulsion System：ESPR）


#### Abstract

Ten－year－project for HYPR project initiated by AIST completed 1999 with the successful results．Simulated altitude test of Combined Cycle Engine was carried out including transition between turbofan and ramjet mode．High Temperature Core Engine has been tested demonstration of ability of hot section at $1,700 \mathrm{C}$ condition．Turbofan engine was tested at the open field test stand for noise evaluation following to scale model tests of several kinds of noise reduction devices． In this project，various kinds of code of CFD（Computational Fluid Dynamics）have been developed for design and analysis of high performance 3D design of turbo－machines and complicated flow paths of CCE．


1．はじめに
現在，世界で超音速飛行が出来る旅客機はイギリスとフラン スが共同開発し，1969 年に初飛行をした＂Concorde＂があ るのみであり，これも，いずれは老朽化によって引退を余儀 なくされる。そこで，次期超音速輸送機 SST の検討が欧米 や日本を中心に行われている。現在の＂Concorde＂が，空港周辺に及ぼす騒音が大きいことから，運航できる空港が限定 されていること，航続距離が大西洋横断程度の短さであるこ と，及び乗客数が 100 人程度と少なく，経済性が良くない などの理由で，プロジェクトとしては必ずしも成功とは言え ないことから，次期 SST に対する期待としては，これらの現状を打破するような技術の研究開発が必要であるとされて いる。このような環境下で工業技術院の産業科学技術研究開発制度による「超音速輸送機用推進システムの研究開発」プ ロジェクト（以下 HYPR プロジェクトと云ら）は，1989年FY より10年間，新エネルギー・産業技術総合開発機構（以下 NEDO と云う）からの委託により研究開発が実施され，1998年 FY で成功裏に終了した。このプロジェクトでは，世界で も前例がないターボファンとラムジェットからなるコンバイ ンサイクル・エンジンを試作して高空模擬試験まで実施して いる。
そこに至るまでに，CFD を多用した高性能，高負荷の要素技術の研究開発を行い，実証を重ねることで，試作エンジン の開発•試験の実施に留まらず，設計•解析ツールの技術進歩にも大きな貢献をしたプロジェクトであったと言える。 2．技術目標

HYPR プロジェクトはマッハ数 5 クラスの極超音速機 （HST）を対象とし，その推進システムに必要な技術を確立す ることを目的としている。マッハ数 0 から 5 までの全ての速度領域をカバーするため，本プロジェクトではコンバインド・ サイクル・エンジン（CCE）を採用している。マッハ数 3 以下の領域では可変サイクル・ターボファン・エンジンを使用 し，離着陸時の低速領域ではバイパス比を大きくして低騒音化を図ると共にマッハ数 3 までの領域ではバイパス比を下げ て上昇中の燃料経済性の最適化を図るようにしてある。

又，マッハ数 3 を越えた巡航領域ではラムジェットの燃

料経済性が最適となることから，この速度領域ではターボフ アンから切り替わってラムジェットのみが作動するようにな っている。図－1

このような CCE を実現するために，表一1に示すよりに可変サイクル・ターボジェット，ラムジェット，インテーク も含めたトータル・システム（CCE），超高温ガスジェネレ ーター等に技術目標を分解し，夫々に目標値を設定して要素開発で実証を重ね，最終的に試作エンジンの各種試験で総合的に評価するといら実証主義で研究開発を進めた。目標エン ジンとしては，推力が 30 t f 級で， 300 人乗り $ア マ ッ ハ 5 ~$ 級 の機体を東京～New York 間を飛行させるに充分な能力を有 するが，図－2に示すように，このエンジンの大きさは，イ ンテークからノズルまでを含めると全長 14 m の巨大なシス テムとなり，これをそっくりそのまま高マッハ数で運転でき るような試験設備がないこと，及び費用が莫大となることな どの理由から，CCE の本体までをサイズで 1 ／ 3 に縮小し た試作エンジンとして製作し，インテークや排気ノズルを含 むトータル・システムは縮小モデルの高速風洞試験によって実証確認するといら方法を採用した。

## 3．実施体制

このように世界でも例のないエンジン技術の研究開発を行うということで，本プロジェクトには海外の大手ェンジン メーカも参加し，我が国のリーダシップの下に計画が推進さ れて来た。本プロジェクトは国内エンジンメーカ 3 社（IHI－石川島播磨重工業朱，KHI－川崎重工業株，MHI－三菱重工業 （株）で構成される HYPR 組合と NEDO との委託契約により進められるが，これと並行的に海外の大手エンジンメーカー 4 社（米国 General Electric（GE）社，米国 United Technologies（UTC）社，英国 Rolls－Royce（RR）社，仏国 SNECMA 社）がプロジェクトに参加しており，主要研究テ ーマに個別に参加すると同時に，日本にない大規模なテスト設備を提供し，ここにおける試作エンジンの各種試験（エン ジン高空性能試験，ラム燃焼試験，騒音試験等）に共同参加 している。 また，これら受託企業間連絡調整のため，HYPR組合及び国内 3 社と海外 4 社による協議会（研究開発全般の ステアリング）及び技術部会（研究開発事項の橫断的技術調整）

等を頻繁に開き，研究開発全体の調整を図っている。
また，通商産業省工業技術院から科学技術庁への研究協力依頼の基に，航空宇宙技術研究所，工業技術院の計量研究所，機械技術研究所及び大阪工業技術研究所も共に，本研究
に参加しており，主として，基砹的先進的分野に於ける研究開発を分担している他，民間企業にはないような特殊な試験設備や大容量のコンピューターの使用などの便宜を供給して いる。実施体制を国－3に示す。これとは別に，研究開発計画や設計の妥当性の評価，及び試験成果の評価のため，AIST の研究開発官を長とする推進委員会が，主要なマイルストー ン毎に開催された。この委員会には設計技術審査小委員会及 び企画小委員会が含まれており，学識経験者が委員長を務め技術的な細部の審査を行ってきた。
また，本ブロジェクトによる研究成果は HYPR 国際シンポ ジウムを開催し，広く世間に公表している。本シンポジウム は10年間に3回開催され，最終のものは，1999年5月に東京青山で開催され，NASA からの特別講演も含め，成功裡に執り行われた。
4．主要成果

## 4．1．概要

平成元年（1989 年）より平成 9 年（1997 年）迄にはエア・イ ンテーク，排気ノズル，ターボファンの各要素，ラムジェッ トの要素，低騒音化，先進材料等の各種要素研究を実施し， これらの成果をシステム統合として HTCE（超高温コアエ ンジン），呵変サイクル・ターボファン及びラムジェットに反映し，HTCE のTIT1700ㅇ試験（予備），ターボファンの ATF（高空性能試験），ラムのシステム試験等を実施し，設計 の妥当性を確認している。これらを受けて，最終年度である平成10年度（1998 年度）では，英国R．R社におけるターボ ファンの騒音試験，HTCE のTIT1700 ${ }^{\circ}$ C（保持）試験，コン バインドサイクルエンジンの米国GE社におらる高空性能試験等を実施し，所期の成果を得ている。
4．2．可変サイクル・ターボクァンエンジン
CCEのターボ部分を形成するエンジンであり，マッハ数 0 からマッハ数 3 近辺までをカバーする。このエンジンは以下 の各要素から構成されている。

- ファンは2段で3次元設計で高性能化がはかられている。
- 高圧圧縮機は 5 段で一部が可変静翼となっておら， 3 次元設計で，高負荷，高効率化が計られている。
- 燃焼器はアニュラー方式である。
- 高圧タービンは1段で，動翼には第2世代の単結晶鋳造楽が使用されてょう， $1,600^{\circ} \mathrm{C}$ の運軳に酎えられるように なっている。（HTCEでは，1，700 ${ }^{\circ} \mathrm{C}$ ）
－低圧タービンは1段で，高圧タービンとは逆方向に回転 する。本エンジンの特徴の一つとして低圧タービン動翼 が空冷式であること，及び可変サイクルエンジンの機能 を発揮ずるべく，低圧タービン静翼が可変となっている ことである。
－排気ノズルは 2 次元の可変ノズルであり，高速巡航時に おいて，充分に面積を絞り，所定の推力を出せるように なのている。また，離陸時のサイドライン騒音を低減す るのにも有利な設計となっている。
可変サイクルエンジンの機能を果たすための可変機構と しては，前述の低圧タービンの可変静翼，高圧圧縮機の吅変静翼及び可変排気ノズルに加え，RVABI（Rear Variable Area Bypass Injector）がある。これらの可変機構によってバイパン比を変えることができ，離陸時はバ

イパス比を増加させて低騒音化を計り，上畕中はバイバ
ス比を低減させて高速飛行時の燃料消費効率を低減する
よう設計されている。断面図を図一！！示す。
可変サイクルターボファン・エンジンは，本プロジェクトに おいて 2 台が試作され，地上静止状態での確認試験及び 60時間の耐久試験の後，米国 Evendale。OHにある（GE 社の高空試験装置で，1997年冬，マッハ3／高度 $68,000 \mathrm{ft}$ までの性能確認試験に成功している。また，超音速飛行状態におけ る Windmill 始動にも成功し，CCE の高空試験におらなラ ムジェット作動状態からターボ作動状態に戻るときの遷移状態確認のための有益なデータを取得した。
他の可変サイクルターボファンエンジンは野外騒音計測試験 に供しされたが，本件については，項を改めて述心゙る。
4．3．HTCE（超高温ガスジェネレーター）
可変サイクルエンジンの重要なコアを形成するのが HTCE であり，高圧圧縮機，燃焼器，及び高圧タービンから構成さ れる。目標エンジンがマッハ 3 近辺で上昇中には，タービ ン入口温度が $1,700^{\circ} \mathrm{C}$ に達する。このような世界でも最高し ベルの高温状態での高温部品の設計技術を確認実証するため に，CCE からファンと低圧タービンを除いた形の HTCE を試作した。この試作エンジンには最新の高温設計が施され，最小限の椧却空気流量で，最大限の冾却効果が得られるよう な工夫が採用された（図—ら）ここのような設計解析に CFD が活用されたことは言うまでもない。実証試験においては， タービン入口温度 $1,700^{\circ} \mathrm{C}$ を実現するために，実質的な空気入口となる高圧圧縮機入口の温度をマッハ 3 近辺での温度 を模擬して $335^{\circ} \mathrm{C}$ 程度まで加熱できるような入口加熱装置を特別に設計して設置した。この装置では 6に示すように，試作 HTCE を運転し，タービン入口温度 $1,700^{\circ} \mathrm{C}$ での長時間運転も行つた。分解検査の結果，各高温部品の状態は良好 であることが確認された。特に，この試験においこは，排気 テール・コーンに CMC（セラミックス複合材）を適用した が，試験後の部品の状態は良好であり，延びなどのデータも予測通りであることが確認できた。また，HTCE 主要構成部品の温度等は事前予測に対し良く一致まることが確認され た。

## 4．4．ラムジェット・エンジン

CCE の構成要素としてラムジェットエンジンはもう一方の重要な要素である。開発過程においてラムジェットエンジン は，ターボとは独立して研究開発が行われた。試作 CCEに組込むためのラムジェットエンジンを試作するのに先立って，燃料噴射弁やフレーム・ホルダーの最適設計を選択するため の燃焼実験が米国UTC社O San Jose，CA の試験場で縮小 モデルを使用したダイレクト・ヨネクト試験とした行われ， マッハ数 $3 \sim 5$ での試験結果が評価された。性能や耐久性等 の評価項目に対して評価を行い，最終的に CCE に組远む心 きラム燃焼器の形態が選択された。
4．5．CCEコンバインドサイクル・エンジン
ラムジェットの部分をターボの後方に結合して CCE 形態と して地上静止状態での試験が初めて行われたのは，1998 年 2月 IHIにおいてであった。地上静止状態での試験において は，飛行による戸ム王が得られないため，ラムジェット前方 にあるターボファンからの高速空気によってラム燃焼器は燃焼することが出来る。ターボファンには通常の液状のジェッ ト燃料が送られる一方，ラムジェットにはメタンガスに近い天然がスが供給されして運転が行われた。ラム燃焼器の着火性，燃焼状態などが予想通りであることが確認できた。

CCE は，再度確認運転に供された後，1998年末，米国のGE社に送られ，1999年3月，高空試験に供された（×一テ）。 CCEの高空試験では性能的な確認はターボ単体での高空試験は既に終了しており，又，ラムジェット単体での前述のダ イレクト・コネクト試験及でダミー・ターボを使っての高空試験で燃焼状態等は確認済みなので，ターボファンからラム ジェット～の遷移及びその逆向きの遷移状態を確認実証する ことにあった。COEには，回－8に示すように，ターボ・ モードからラム・モードに空気流を切り替える役目をする MSV（Mode Selector Valve）及び切り替え途中でファン流 が MSV 方向に逆流することを防止するための）FVBI（Front Variable Bypass Injector）が設けられている。
切り替えの確認実証は，これらの切り替えバルブの調整に加 え，2次元排気ノズルの面積を調整しながら，次のような手順で行われれた。
－エンジン入口状態を $54,000 \mathrm{ft}$／マッハ 2.5 の）状態に保持し つつ，ターボッァンを最高回転数まで加速した後，ラム ジェットを着火する。
－ラムジェットを最高状態まで加速し，逆にターボファン
を減速してアイドル状態にまで戻した後，ターボファン の燃料を遮断する。これで，ターボファンは風車状態と なり，推力はラムジェットのみから発生することになる。
－ラムジェットを最高状態に保持したまま，ターボファン を風車状態から始動し，アイドル状態まで加速する。
この切り替えの際，重要な事項としては，ファンの出口から流出した空気がMSVの方向に逆流してラムジェットに行く バき空気の流礼を阻害しないようにすることである。
そのために，RM（Re－circulation Margin）と言うパラメ一ターを定義し，常に RM が予め予測した安全な数値以上 になっていることをもーーターしながら試験を行った。また， ファン及び高圧圧縮機のサージ余裕も常にモニーターした。
この比り替え試験を通じて，これらの数値は子測通りの余裕 を持のた値を保ち，CCEにおいてこのような方法でもード の切り替えが可能であることが実証できた。更に，これらの切り替え用のバルブ類自体も振動等の異常もなく，スムーズ に作動することが確認できた。この高空試験によって，世界 でも初めての試みであるターボファンとラムジェットな組次合せたCCEの実現可能性が実証されたことになる。

## 4．6．騒音刘策

本ブロジェクトでは，騒音対策の目標値として，1 CAO Annex 16 Chapter 3 の騒音レバルを達成することを狙って いる。これは，HYPR のエェンジンサイクルで発生する騒音 はジェット騒音が主体でジェット排気速度に比例して騒音し ベルが決まってくるが，HYPR エンジンに通常の丸ノズル车装着した場合に発生する騒音は上祀 Chapter 3 の騒音し バルより 15 dB 大きくなることが予測できることから，本 ゾロジェクトにおかいては，騒音低減 15 dB を技術目標とし て採用した。騒音対策の研究としては，最初に小型の排気ノ ズルモラ゙ルを使用し，英国の3層流風洞試験装置によって，実際に排気ジェットの騒音を発生させ，騒音の最も少なくか つ，性能の損失が少ない排気ノズルやミキサー及びエシジェク ターの形態を選定する研究を行った後，この最適形態のシス テムを試作ターボクァン・エンジン並みの大きさまでスケー ルアップして製作し，野外騒音試験に供試し，騒音低減量 $O$ ）
較評侕を行らには，離陸に相当する飛行速度への修正が必要 ごあるが，これについては，フランスにおける3層流風洞

試験装置で小型モデルを用い，飛行効果の評価を平行して行 った。エンジン野外運転試験も含めて一連の研究•試験によ って，本エンジンはミキサー・エジェクターノズルを装着し，多孔質の吸音ライナーを装着することによって（园 ！）， $7.5 \%$ の推力損失で 1.5 dB の騒音低減が可能であると言える よりになった。
4．7．トータル・システムの研究（インテーク等）
目標エンジンにおいては，CCE 自体とは別に，且一同等程度の重要性をもってインデークから排気ノズルに至るまでの トータルシステムの研究開発が不可欠である。特にインテー クは，超音速飛行においては，推進システム全体の推力の約半分を発生すると言われている。前述のように，目標エンジ ンの大きさ，あるいは，試作エンジンの大きさまでスケール ダウンしたとしても，トータル・システム全体をマッハ5の ような高速で試験できる装置は世界中にないことから，これ は，小型モデルを作成して風洞でいわゆるフリージェット試験として実施することにした。
先ず，インテークそのものつの性能の確認及び向トのためにイ ンテーク自体の压力回復率等の計測試験がNAL やクシンス の国立研究所で実施された。最終的には，小型のラムジェッ トを装着した状態で，マッハ5までの状態でNAL，の風润で フリージェット試験が行もれれ ！い，インテークの衝撃波の存在する中でラムジェットの安定した燃焼が確認され た。

## 4．8．計測及び制御

計測技術の分野では，光ファイバー利用のパイロメーターに よるタービン動翼の非接触温度計測で，成果があった。よた，制御関係では，CCE エンジン制御のためのロジックの研究開発及び高信頼性 FADEC ひ研究開発が成功裡に行われれた 4．9．流体解析技術（CFD）の開発
HYPRブロジェクトでは，TIT1700 ${ }^{\circ} \mathrm{C}$ といら世界最高しバル のエア・エンジンの試作，シムジェットと可変少イクル・タ ーボクァン上を結合した世界でも初ぬての形式のシンバイン ド・サイクル・エンジンの試作及で機体ひインデーク等と整合性を図るシステム統合技術の開発等，極めて高度な技術 への挑戦が必要であった。特に，高効譬•高偩蕳ひファン圧縮機の設計，超高温•高効率•高負荷O高ノ低圧タードン の設計，マッハ3対応の高効率•高性能冾却技術の燃焼緛／ タードン部への適用，インテークノラムジェット／排気ノズ ルのマッハ5対応のシステム統合，ニンバインド・サイクル・ エンジンの可変機構部流路の複雑な空気流の解析等によいい は，CFD利用の効果は多大であるとして，注力した。吏に虽 いなことに，本ブルジェクトごは，CCE，HTCE，クムジョ ット及びインテークなどめように，実際にエンジン又は豊素
 ドの試作こエンジン等試験での実証が可能であっった

このような環境下での幼率的な研究開発0ためにエンド ューターの活用は不可欠であり，特に熱•流体解析のための） CFDコードの開発及でそれを活用した試作部品め設計又はH標エンジンのシステム解析等，プロジェクトの最初からいた
種試験を通じてこれらの）CFDO検証を行い，信頼性の高い設計ツールとしての確立を㘳った。

特にCFDO）開発及びその活用で蝢著ごあった分野は以下の通りである。

- フッンにおけるティッブ形状の性能に一対する影響
- 高压圧縮機 $\sigma$ ） 3 次元粘性数值解析学利用した 3 次儿偪

荷分布最適化翼設計技術の確立•実証

- 高圧タービン及び低圧タービンにおける性能解析。
- 高圧タービン部 2 次空気キャビティー内の流れと伝熱 への影響解析。
－ェア・インテークにおける詳細な流れ場の推定とイン テーク性能の予測。
－ 2 次元超音速可変エジェクター排気ノズルの流量特性 の予測解析。
－RVAB I（Rear Variable Air Bypass Injector）にお けるエア及びバイパス流の複雑な合流状況の解析。
－等々
HYPRを通じて開発実証されたこれらのCFDコード が他のエンジンの設計にも役に立ち，研究開発のスピー ドアップ及び効率化，精度向上に寄与することを期待さ れる。
5．将来の方向性
超音速輸送機S S T のみならず，将来の航空機は，それが市場に受け入れられるためには，特に騒音問題を中心とした環境に優しく，且つ経済的なものであることが，必須条件と なる。欧米においては，亜音速機も含めて環境に優しいエン ジンの研究を継続しており，特にS S Tについては，上記の通りである。日本においては，HYPRにて行われた先導研究において環境に優しい，経済性の高いエンジン，即ち「エ コ・スマート・エンジン・の調査研究が行われ，その中で超音速輸送機用エンジンについても検討が行われている。基本的には，空港騒音の低減（I CAO Chapter 3 の規制値よ り更に 3 dB 低減）， NOx の低減（ $5 \mathrm{~g} / \mathrm{kg}$ 燃料）， $\mathrm{CO}_{2}$ の低減（総量で $25 \%$ 低減）（燃料消費効率向上）の 3 本柱で更 に研究を進めるべきことが提案されている。これらの 3 大目標を達成させるための先進技術が検討され，10項目ほどに集約されているが，
－騒音低減技術としては，Active Noise Control や軽量，高耐熱性で広帯域吸音用の傾斜配孔多孔質吸音パネル，革新 CFD利用のファン，排気ノズル等の低騒音空力設計等， －NOx低減技術としては，マルチスワラー方式，新方式の R Q L ，逆火•自己着火を回避できる新方式のLPP， Artificial Intelligent 燃焼制御，セラミックス複合材適用の無冷却燃焼器ライナー等，
－ $\mathrm{CO}_{2}$ 低減では，重量低減の方からCMC等デーラリング繊維強化構造適用技術，材料組織の安定制御を含むゝダメージ メカニクス適用超高温耐久材料利用技術，又，燃料消費率 メ更なる低减の方から，革新CFD利用マイクロクーリング技術，エンジンコントロールにおするるインテリジェント複雑系制御技術の適用等が提案されているが，いずれも世界でも第 1 級の先進技術であり，その成果に大きな期待がかかってい る。
6．末とめ
HYPRブロジェクトでは，供試エンジンの設計ツールとし このみならず，1研究テーマとしてCFDの開発を実施したこ とに加え，供試エンジン及び構成要素の実証試験によってCFD の精度を確認することができた。これによって得られた教訓 に基づき，将来の先進的なエンジンの設計•解析ツールとし こ精度向上の見通しが立った。
上記の「エコスマートエンジン」を実現させるべく，「環境適合型次世代超音速推進システム」の研究開発が開始されよ うとしている。この研究開発では，より実現性の高い先進技術に挑戦することになるので，益々 CFDの活用が重要な役割

を果たすようになる。この新しいプロジェクトの実施を通じ て，CFDの更なる適用範囲の拡大及び精度向上が期待される。

| SYSTEM | GOAL |  |
| :---: | :---: | :---: |
| RAMJET | Operating Range Combustion Temp SFC（at Mach 5） | Mach Number 2．5－－5 1900 deg C level Approx．2kg／hr／kgf |
| turbojet | Operating Range Turbine Inlet Temp． SFC（at Mach 3） | Mach Number 0－－ 3 1700deg．C level Approx． $1.5 \mathrm{~kg} / \mathrm{hr} / \mathrm{kg} f$ |
| TOTAL SYSTEM | Operating Range Noise Emission | Mach Number 0－－ 5 <br> ICAO Annex 16 Chapter 3 Equiv． ICAO Regulation |
| ULTRAHIGH TEMP GAS GENERATOR | Turbine Inlet Temp Specific Power | 1700 deg．C level Approx． $1000 \mathrm{~kW} \cdot \mathrm{~s} / \mathrm{kg}$ |

表－1 HYPRプロジェクトの目標値


図－1 Combined Cycle Engine（CCE）の利点


図－2 目標CCE断面図


図－3 HYPRプロジェクトの実施体制


図－4 可変サイクルターボファン・エンジン断面図


図－5 HTCEに組込んだ高圧タービンの動／静翼


図－6 HTCEのタービン入口温度 $1,700^{\circ} \mathrm{C}$ での試験


図－7CCEの高空性能試験（米国GE社にて）


図－11 インテークノラムジェットのフリージェット試験

# HYPR プロジェクトにおける CFD 研究開発の成果と将来 

# Summary of CFD Researches in HYPR Program－Results and Prospects 

by<br>Osamu NOZAKI＊，Kazuo KIKUCHI＊，Toshio NISHIZAWA＊


#### Abstract

In the CFD research of the HYPR program，computer codes have been developed for analyzing the flow fields of compressors，turbines，intakes，etc．，aiming to establish an reliable engineering tool system to be applied to the aerodynamic design of engine components．This paper summarizes the researches of CFD application conducted in the program，and presents some of the latest progresses，i．e．unsteady flow simulations in blade rows and flow simulations with heat transfer in turbines．


## 1．はじめに

平成元年に始まつた工業技術院の「超音速輸送機用推進システムの研究開発（HYPR）」プロジェクトにおい て，トータルシステムの研究の一環として，流体ソフ トウェアの研究開発を航技研と超音速輸送機用推進シ ステム研究組合との共同研究として行った。平成10年度でプロジェクトが終了したため，今回はその研究の成果について報告し，今後の課題等について述べる。

## 2．研究の概要

HY PRプロジェクトではターボとラムからなるコ ンバインドサイクルエンジンを目標エンジンとしてお り，それを成立させるには，未経験のラムエンジンの技術のみならずターボエンジンの性能をさらに向上さ せることが必要である。そのためには，C F D 技術を利用した革新的な空力設計が必要となる。そこで本研究では，航技研と H Y P R 組合との共同研究として，信頼性の高い流れ解析コードシステムの構築を目指し，実績のある流れ解析コード（1）を採用し，これを基に計算対象に適するようにきめ細かな境界条件設定等を行い，数多くの試験による検証と改良を積み重ねてき た。

## 3．成果

プロジェクト前半において主として各種翼列の定常流れ，その後は他の要素の流れ，翼列非定常流れの解析等を実施した。具体的には，翼列流れとして

- 直線翼列
- 回転翼列
- 翼列定常段解析
- 翼端間隙のある場合
- 非定常翼列干渉
- インレットディストージョンのある場合等の解析コードを開発した。翼列以外の流れについては，
－超音速インテーク
- フロントミキシング（ラムエアーとファンの流れの合流部）
- RVABI（ターボエンジン出口でラムエアーとの合流部）
- タービンの伝熱

等の解析を行った。今回は，翼列の流れとタービンの伝熱解析についての研究成果を報告する。
3－1 翼端間隙のある翼列の定常流れ解析
図1は圧縮機の三次元流れ解析を実施た結果である。翼端間隙のある場合と無い場合について流れ解析を行 い，翼端面での圧力分布を試験結果と比較した。全体性能や周方向に平均した諸量とともに，このように翼端部の複雑な流れを細かく比較することにより，この コードが現象を適切に予測している事が確認された。

図 2 はタービンの段解析において， 3 通りの翼端間隙の扱い方に対する解析結果を比べたもの（2）である。 タービンの場合は圧縮機と比較して翼厚が大きく，単一格子の場合は計算格子の歪みが大きいため，漏れ渦 が過大評価されているのがわかる。

3－2 翼列非定常流れ解析
回転翼列により生ずる非定常流れがエンジンの性能に及ぼ す影響を知るために非定常流れ解析を行った。図3はタービ ンの静翼•動翼の干渉を解析した結果で，（1）は僢時のハブ面 での圧力とミッドスパン断面におけるマッハ数を表示してあ る。静翼の後流が下流の動翼によって切断され，動翼表面を流れていく様子がとらえられている。（2）は動巽下流の全温分布を試験結果と比較したもので，静翼後流に相当する位置と ケーシング付近に存在する高温の領域と，ハブ付近の低温の領域が予測されている。図4は燃焼器出口の温度分布の影響 を考慮したタービンの段解析 ${ }^{(3)}$ で，（1）は瞬時の全温の分布 を等高面と等高線で三次元表示したもので，高温の流れが静

翼と動翼を通過しながら崩れて行く様子が観察される。（2） は動翼表面の温度変動を表示したもので，翼背面はホットス トリークの周波数，腹面は静翼の周波数が支配的に現才れて いる事がわかる。
図5はインレットディストーションのある圧縮機の非定常全周流れ解析である。航空機の急上昇或はエンジンへの鳥の吸込み等により，エンジンの上流の流れが一時的に不均—に

なる場合，回転する動翼は相対的に周期的変動流を受けるた め，非定常三次元全周流れ解析を実施した。この図ではミッ ドスパン位置における瞬時のマッハ数分布を等高線で表示し てあり，翼面上の衝撃波がディストーションを受けている間弱まり，また主流に戻る際に擾乱が下流方向に伝わって行く様子が捕らえられている。

## 3－3 タービン伝熱解析

タービンの性能向上に必要な効率の良い泠却法の研究のた めに，伝熱解析を行った。図6はタービン動翼内部の冷却流路内部の流れ解析 ${ }^{(4)}$ の例である。（1）に現象のモデル化の仕方，（2）にヌセルト数分布を示している。冷却効率を上 げるために設けられた乱流促進体の直前と上で，熱伝達率が増加している事がわかる。
この解析法をHYPR低圧タービン出口案内翼上流のキャビ ティへの巻き込み流れの解析に応用した例を図7に示す。
（1）はタービンの断面図で，（2）はキャビティ内の温度分布を示したもので，翼の近くに見られる温度の高い領域は試験結果で観察された変色とほぼ同じ位置に存在している。
（3）はハブ付近の圧力分布を表示したものであり，$\theta$ は周方向の位置を示す。前縁より少し腹面側に圧力の高い領域が観察される。（4）はキャビティ内部の流れを速度ベクトルで表示したものであり，圾験ではタービンがオフデザイン状態 で作動していたため，前述のように前縁より少し腹面側の圧力が高くなり，そのために上流にあるキャビティに高温の流 れが巻き込まれ，その付近の温度を上昇させたと考えられる。


図1翼端間隙のある圧縮機の流れ解析

4．今後
HYPRプロジェクトが終了し，後継プロジェクトにおいて はCFD 技術を騒音低減，タービン高温化，NOx低減等に活用する事が期待されている。しかし，CFDコードが実用ツー ルとして使えるためには，解法のさらなる精度向上，前後処理の充実，多要素解析コードの開発等の課題が山積しており， これからも CFD 技術の実用化を目指した基盤的な研究を進 めて行く事が必要である。

## 文献

（1）Matsuo，Y．，Computations of Three－Dimensional Viscous Flows in Turbomachinery Cascades，AIAA 91－2237， 1991.
（2）Nozaki，O．，et al．，＂Effect of Tip Clearance in Three－Dimensional Cascade Flow Analysis，＂Proceedings of 1995 Yokohama International Gas Turbine Congress， 1995.
（3）Hirai，K．，Kodama，H．，Nozaki，O．，Kikuchi，K．，Tamura，A．and Matsuo，Y．，Unsteady Three－Dimensional Analysis of Inlet Distortion in Turbomachinery，AIAA 97－2735， 1998.
（4）Ohkita，Y．，Kodama，H．，Yamawaki，H．，Taniguchi，N．，Yoshida，T． and Nozaki，O．，Numerical Simulation of Flow and Heat Transfer in 3D Complicated Geometries Using Unstructured Grids，AIAA 97. 1948， 1997.


図2翼端間隙の扱い方の比較


図3 タービン動翼•静翼干渉の解析

（1）瞬時の全温分布

（2）翼面の温度変動

図4 ホットストリークの非定常解析

mimp Distortion


図6 タービン椧却流路の流れ解析

（1）キャビティ付近の格子

（2）キャビティ内部の温度分布

（3）ハブ付近の圧力分布

（4）キャビティ内部の流れを速度バクトル
図7 タービンキャビティへの巻き込み流れの解析

# HY P R 9 0 開発におけるC F Dの適用 <br> 児玉 秀和＊ 

# CFD Contribution to Development of HYPR90 

by<br>Hidekazu Kodama＊1

## ABSTRACT

Tests using three prototype sub－scale engines in HYPR project（HTCE，HYPR90－T and HYPR90－C）were conducted to verify the technologies for the propulsion system of a hypersonic transport．Simulations using CFD were introduced to assess the component design to make sure that the intended performance would be achieved in the engine tests，and to support the interpretation of phenomena observed in the tests．In this paper，the following examples of the CFD applications are shown；three－dimensional unsteady flow analyses of a single stage high pressure turbine including hot streaks from combustion cambers，axisymmetric steady flow analyses of disc cavities of a high pressure compressor，three－dimensional flow analyses of a rim rear cavity with exit guide vanes and three－dimensional steady flow analyses of a turbine disc cavity of a high pressure turbine．

## 1．はじめに

超音速輸送機用推進システムには，超音速飛行時のラム加熱に よってシステム全体が高い温度状況下で作動しなければならな いことから，亜音速民間機用エンジンにはない耐久性が要求され る。この超音速輸送機用システムの開発プロジェクト（HYPR ブロジェクト）では，離着陸からマッハ数5までの広い作動範囲 を可能とするためにコンバインドサイクルエンジンが研究開発 の対象となつた。このコンバインドサイクルエンジンは離着陸か らマッハ数 3 までを作動範囲とする夕ーボジェットエンジンと， マッハ数2．5から5まで作動するラムジェットエンジンから成 る。

HYPRブロジェクトでは，21世紀のシステムとしてふさわ しい経済性や耐擐境性を持つことが要求され，さらに厳しい設計仕様か課せられた。このため平成元年から始まった設計開発にお いては，それまでの覀音速民間機用エンジンでは経験のない挑戦的な技術が採り入れられてきた。これらの技術をシステムとして実証するために，HTCE（超高温コアエンジン），HYPR $90-\mathrm{T}$（ターボエンジン）そしてHYPR90－C（コンバイ ンドサイクルエンジン）の3つの形態のサブスケール試作エンジ ンが開発された。

一方で，HYPRプロジェクトの中で行われた流体ソフトウェ アの開発等によって，エンジン内部の流れがC F Dにより詳細に シミュレートできるようになり，経験のない未知の状況も予め把握することが可能になってきた。そこでC F Dを用いることによ つて設計の妥当性を確認し，さらに試作エンジン試験において起 きるエンジン内部の事象をCFDによって理解することが行わ れ，試作エンジン試験によるシステムの技術実証が円滑に行われ ることを支援してきた。本論文ではHYPRプロジェクトで行わ れたC F D の適用例を示し，C F Dが試作エンジンの開発の中で如何に活用されたかを紹介する。

## 2．HYPRエンジン開発へのCFD適用

高圧タービン非定常段解析
高圧タービンは入口温度1700号年という大変高い目標を持
＊1 石川島播磨重工業

った要素であり，高度な冷却技術が採り入れられている。この入口温度は平均値であって，実際は燃焼器の火炎部下流で高温を保 った空間的に非一様な温度分布になっており，1700 ${ }^{\circ} \mathrm{C}$ よりも高い温度分布を有する流体がタービンに流入する（ホットストリ ーク）。この非一様な温度分布を持つた流体が高圧タービンを通過するとき，静翼は周方向の位置によって異なる温度を受ける。温度分布が非一様である流体は静翼を通過しても完全に均一に ならず，静翼出口でも温度分布が存在することから，動翼は位置 よって異なる温度分布の流体を受け，更に動翼が回転することに より時間的にも動翼が受ける温度分布は変化することになる。開発の当初は一様な温度分布が流入するとして平均化された温度分布の流れを仮定して設計がなされ，以上に示した非一様性に対 しては，温度平均値のレベルを上げることで冷却や強度における健全な設計が可能となるように考慮されていた。

このホットストリークが流入するタービンでは，翼列内部流 れ場の温度分布が空間的にも時間的にも変化することから従来 の定常解析では現実的な解析が不可能であったが，NWTを利用した並列解析により非定常段解析が可能となり，燃焼器火炎部におけるホットストリークを高圧タービン入口に模擬した静翼，動翼を含む3次元非定常段解析を行うことで，ホットスト リークによる高圧タービン内の温度分布を詳細に調べることが できるようになった。本計算では，対流項に 3 次風上差分に Chakravarthy－Osher の mimmod 制限関数を用いたTVDスキ ーム，乱流粘性に Baldwin－Lomax 乱流モデルを用いた［1］。
解析対象には一定のハブ半径とチップ半径を持つ流路内に静翼28枚と動翼57枚が置かれた単段のタービン翼列を用いた。静翼上流の周方向16箇所に燃焼器の火炎による高温の領域が存在する。全周の1／4の領域に周期境界条件を与えて解析する為に動翼の枚数を56枚と仮定して，計算では4箇所の静翼上流 ホットストリークと，静翼7枚，動翼14枚を扱った。並列計算 では1翼間にNWTの1計算要素（PE）を割り当てた。なお，枚数を減少させることによるソリディティの変化は $2 \%$ と十分小さいので，流れ場に与える影響は少ないと考えられる。入口境界条件には全温，全圧，流れ角を固定して与えた。図2（a）に入口境界での全温分布を示す。静翼上流での境界条件に，全温の平均値が1700 ${ }^{\circ} \mathrm{C}$ より $13 \%$ 高いピークを持つ温度分布を $50 \%$ スパン位置を中心とした円形で与えて，周方向に等間隔で配置し た。図2（b），（c）に各下流位置での時間平均した全温分布を示す。下流に行くと静翼後縁では，ピークの温度が平均値に対して $7 \%$ から $9 \%$ と低くなつてはいるが，温度の高い領域が依然存在する

ことが判る（図2（b）参照）。このことから静翼間ではホットスト リークはあまり抎散されずに温度の高い状態で静翼を通過する ことを意味しており，静翼は周方向位置及びスパン方向位置で局所的ではあるが，常に高温にさらされている箇所が存在すること になる。さらに下流の動翼後縁下流位置では，ホットストリーク は拡散されて温度の幅が小さくなっており，分布も全体的になだ らかになっている（図2（c）参照）。
図3に50\％スパン位置での瞬時場の絶対温度分布を示す。木 ットストリークか静翼に流入して静翼間で曲げられ，動翼前縁部 に当って寸断されていることが示されている。また，動翼は静翼 を通過したホットストリークが流入することより，周期的に高い温度にさらされることが判る。この計算によって詳細に求められ た動翼翼面上の非定常温度分布を時間平均値と瞬時値で調べた結果，いかなる場所においても泠却設計で想定していた温度の範囲にあることがわかり，設計の妥当性を確認することができた。

## 高圧土縮機ディスクまわり流れ解析

高圧圧縮機では流体が圧縮されることによって流体の温度が上昇し，多段の圧縮機の場合，後段においてはかなり高温となる。超音速飛行時にはインテークにおいて急速に亜音速まで減速さ れるため，エンジン入口で既に高温になっており，高圧縮機出口では温度が $600^{\circ} \mathrm{C}$ を超えるエンジン作動点も存在する。この ため亜音速民間航空機用エンジンとは異なり，高圧土縮機部材に はタービンで用いられるような耐熱材料が使用されており，また ディスクでは一次空気による冷却も行われている。このような高温条件においても要求された寿命を得るには適切な冷却が行う必要がある。このためには一次空気の流れ場を正しく把握する必要があるが，高圧縮機ディスクキャビティ内の二次空気流れは複雑な挙動を示すことが知られている。このことから一次空気の流れ場の詳細な分布を $\mathrm{k}-\varepsilon$ 乱流モデルを導入した定常輧対称伝熱流体解析によって求め，ディスク周りの温度を調べた［2］。
高圧王縮機ディスクキャビティは2段動翼（2RB）から6段動翼（6RB）までの間で動翼のディスクにより5つの空間（R OOM1からROOM5）に分けられている（図4参照）。図5 に計算によって得られたキャビティ内部の速度ベクトル分布を示しており，ディスクボアの領域以外では軸方向と半径方向の速度成分は非常に小さいことが判る。ディスクの温度分布は流れ解析結果から導かれる熱伝達率を与えることによって有限要素法 を用いた伝熱解析により求めた（図6参照）。図7に冷却空気流入孔付近で計測されたディスク壁面温度を用いて無次元化した温度を図6中の各位置（T1 からT7）について示す。解析によ つて得られた温度を計測された壁面温度と比較すると，両者は良好に一致し，解析が実際の流れを十分に精度良く予測しているこ とが示された。

高圧タービンディスクキャビティ内流れ解析
タービンディスクキャビティ内部は多数のボルトが付いた複雑な形状を有しており，ディスク壁面温度分布，壁面の回転等の影響も受け，キャビティ内部の二次空気の流れ場は非常に複雑に なっていると考えられる。タービンディスク壁面と二次空気との間の伝熱量は壁面温度及び壁面付近の二次空気の速度分布や温度分布によって大きく左右されることから，定常3次元伝熱流体 ソフトウェアを用いてタービンディスクキャビティ内部の流れ場を解析し，キャビティ内部の形状が一次空気の流れ場と伝熱に与える影響を調べた。

HY P R エンジンコア部の回転するタービンディスクにはボ ルト 30 本が取り付けられており，このボルトの有無によってキ ャビティ内部の流れ場が大幅に異なると考えられる。この事から， ボルト形状を模擬した3次元格子モデル（以後，ボルト有り）と ボルト形状を省略したモデル（以後，ボルト無し）を作成し，そ れぞれについて伝熱流体解析を行った（図9参照）。解析の簡易化の為に解析モデルのボルト形状には体積がほぼ同一である直方体を採用しており，全周の1／30の計算領域の中央部にボル トが存在するよう格子モデルを作成した。本解析では全周の1／ 30 毎に周期性が有ると仮定し，周方向境界には周期境界条件を設定した。また，キャビティ左壁面には回転壁面境界条件，右壁面には静止壁面境界条件を与えることで，相対的に回転するター ビンディスクを模擬している。
図10にボルト無しとボルト有りのタービンディスクキャビ ティ内部流れ場の軸方向一半径方向速度ベクトルをボルト軸中心位置断面で表わす。この図から，ボルト無しとボルト有りの両方の場合に上部キャビティ中心付近で反時計周りの渦が形成さ れている事が判る。これはディスクの回転壁面のせん断力により壁面付近の流体に遠心力が加わり，壁面付近の流体が半径方向に移動し，静止壁面で囲まれたキャビティ上部領域に流れ込むこと で渦を形成している。ボルト無しの場合には，ディスクキャビテ ィ内部全体に反時計方向回転の大規模な渦が形成されており，キ ャビティ下部領域にキャビティ上部領域からの流体が流れ込え でいることが判る。一方，ボルト有りの場合は，ボルトによって排除された流体とキャビティ上部領域からの流れによってキャ ビティ下部領域には時計周りの渦が形成され，キャビティ上部領域に形成される反時計周りの渦と2つの渦が形成される事が判 る。この流れ場が異なることから，ボルト無しの場合，キャビテ ィ上部領域の比較的低温度の流体がキャビティ下部領域まで輸送されて，図11（a）に示す様に計測点（図8参照）付近の温度が低くなっており，キャビティ下部領域において壁面とキャビティ内部の温度差が大きくなっていることが判る。これに対して，ボ ルト有り形状の場合，2つの渦を形成しているために，キャビテ ィ上部の低温度の流体がキャビティ下部領域に流入されずに，キ ヤビティ下部領域で比較的高温度の流体が循環する流れ場にな っており，キャビティ下部領域で回転壁面とキャビティ内部の二次空気の間の温度差が小さくなっている（図 11 （b）参照）。次 に，図12にディスクキャビティ内部のボルト軸中心断面位置で のスワール比分布を示す。ここで，流体の周方向速度を同半径位置における回転壁面の周方向速度で割った値をスワール比と定義する。ボルトの回転によってキャビティ下部領域に大きいスワ ールが存在しており，この領域で回転壁面と流体と間の相対速度 が小さくなっていることが判る。

以上の回転壁面とキャビティ内部一次空気の間の温度差およ び速度差から伝熱を考えると，ボルト有りの場合，回転壁面との速度差及び温度差が小さい流体がキャビティ下部領域で循擐し ていることから計測点付近での無次元熱伝達率（Nu数）が低く なっていると考えられる。一方，ボルト無し形状の場合，逆に回転壁面との間で速度差及び温度差が大きくなっていることから無次元熱伝達率が高くなっていると考えられる。回転壁面につい て計測点（図8参照）での実測温度から推定された熱伝達率を用 いて無次元化を施し，更に周方向平均した解析熱伝達率分布を図 13 に示す。ボルト無しとボルト有りとの間には1．3倍程度の無次元熱伝達率の差が存在しており，ボルト形状の有無によって伝熱の大幅な差が存在することが判る。また，ボルト有りの場合 は計測データによる無次元熱伝達率とおおよそ一致しており，今回の数値解析がディスクキャビティ内部の流れ場を適確に予測

していることを示している。以上の事から，タービンディスクの伝熱を正確に予測するためには，キャビティ内部の形状を適切に再現してキャビティ内部の流れ場を適確に予測する必要がある ことが判明した。また，計算で得られたタービンディスクの温度 は設計で想定していた範囲内であり，設計の健全性を確認した。

## 低王タービンリムキャビティ／主流流れ解析

HYPR90－Tの高空性能試験のM2．5上昇飛行条件に おいて低圧タービンリムキャビティ内の温度が過昇することが起きた（図14参照）。低温の二次空気が送り込まれているリム キャビティ内で温度が過昇したメカニズムは，限られたエンジン計測からは明確には解明されなかった［2］。

リムキャビティ内では主流と二次冷却空気がお互いに強く干渋する流れ場であると考えられるので，低圧タービン主流部とリ ムキャビティ内を合わせた領域について k － 乱流モデルを導入 した 3 次元定常粘性流体解析を用いて流れの詳細な構造が調べ られ，温度の過昇の原因を解明することが行われた［2］［3］。
キャビティ内への二次空気入口境界条件はラビリンスシール位置で速度成分，温度，乱流エネルギー，散逸率を固定値として与え，このとき質量流量，温度は二次空気システムの 1 次元解析 から得られた値を用いた。周方向及び半径方向の速度成分はゼロ と仮定した。一方，主流の入口境界条件は上流の動翼後縁位置で， エンジン計測データから導かれた全圧，全温及び流れ角を与えた。出口境界ではEGVの50\％コード下流位置で計測から得られ た静圧を与えた。また，EGVが全周で8枚あることから，周期境界条件を用いて全周の1／8の解析を行った。
図15に解析で得られたEGVハブ面での静圧分布を示す。E GVの翼厚と曲げの効果によって生じるポテンシャル圧力分布 がキャビティ出口付近に存在し，周方向に非一様な圧力分布にな ることが判る。また，解析で得られたキャビティ内部の速度べク トルと温度の分布を図16に示す。EGV負圧面付近ではキャビ ティ内部から主流方向に流えが流出し，高温の主流がキャビティ内部に入ることなく翼列流路に沿って流れていることが判る（図 16 （c）参照）。これに対して，EGV前縁付近や正圧面付近では キャビティ入口で高温の主流が巻き込まれて渦を形成している ことが示されている（図16（a），（b））。

このようにキャビティ内で周方向に不均一な流れとなるのは EGVによって周方向に非一様な圧力分布が形成されているこ とに起因していると考えられ，圧力の高い所から高温の主流がキ ャビティ内に巻き込まれたと考えられる。高空性能試験後に静翼 ディスク表面に局所的変色した箇所か観察されている（図17参照）。一方，計算結果によって得られた静翼ディスク表面の温度分布はEGV前縁位置を中心にキャビティ入口付近で局所的に高くなっていることが判る（図18参照）。この試験結果と計算 の温度分布を比較すると，試験で変色した部分と計算結果での高温度領域が一致することから，変色は高温の主流巻き込みによっ て生じたと推測される。
これらから温度過昇は局所的に生じたと考えられ，HYPR 90－T試験における耐久性には支障がないと判断することが できた。

3．まとめ
CFDの適用を通じてHYPR試作エンジンによるシステム の技術実証が円滑に行われることを支援してきた。ここでは具体

的な例によりその適用方法及びその結果を示している。これらの例はエンジン開発におけるCFDの有効性を示すものであり，今後エンジン開発においてC F Dの役割がますます重要になって いくものと期待できる。

## 参考文献

［1］Hirai，K．，Kodama，H．，Nozaki，O．，Kikuchi，K．，Tamura，A． and Matuo，Y．，＂Unsteady Three Dimensional Analysis of Inlet Distortion in Turbomachinery＂，ALAA Paper 97－2735， 1997
［2］Yamawaki，S．Ohkita，Y．，Kodama，H．，Yoshida，T．，Nozaki， O．and Yamane，T．，＂CFD Contribution to Develop of HYPT Engine＂，ALAA Paper 99－0886， 1999
［3］Ohkita，Y．et al，＂Numerical Simulation of Flow and Heat Transfer in 3D Complicated Geometries Using Unstructured Grids＂，AIAA Paper 97－1948，1997


図1 単段HPタービン計算格子

表1 HPタービン設計目標値

| パラメータ |  |
| :--- | :---: |
| 質量流量 $\mathrm{kg} / \mathrm{s}$ | 設計値 |
| 入口全圧 kPa | 194.5 |
| 入口全温 ${ }^{\circ} \mathrm{C}$ | 1000.3 |
| 圧力比 | 1700 Level |
| 断熱効率 \％ | 2.7 |




図 13 無次元熱伝達率分布図（周方向平均分布）


図14 EGV及びリムリアキャビティ概略図


図15 EGVハブ面静圧分布図

（a）EGV前縁位置

（b）EGV正圧面付近位置

（c）負圧面付近位置

図16EGV前縁付近及びキャビティ内部速度ベクトル分布図（温度分布図）


図17静翼ディスク表面変色部概略図
（リムリアキャビティ）


図18 静翼ディスク温度分布
（リムリアキャビティ）

# Utilization of CFD for HYPR Engine－Part 2 （Design Evaluation of a Supersonic Air－Intake by CFD） 

 byHiroaki Niwa＊${ }^{* 1}$ ，Jean－Marc Gippet ${ }^{* 2}$ ，Junsuke Omi＊${ }^{* 3}$ Yasukazu Utaka＊4 ${ }^{*}$ ，Akira Murakami ${ }^{* 5}$


#### Abstract

This study has been conducted as one of the research subjects in the Japanese national program for Super／Hyper－sonic Transport Propulsion System（HYPR）．The purpose of the present study is to evaluate the typical utilization of CFD for designing the hypersonic mixed compression air－intake at Mach 5.


1 はじめに
超音速輸送機用推進システムの研究開発（HYPR プロジェ クト）で主要構成要素の一つであるコンバインドインテーク （ターボジェット・エンジンとラムジェット・エンジンを統合したコンバインド・サイクル・エンジン用インテーク）は，地上静止からマッハ数 5 までの広い範囲で安定でかつ高い総圧回復特性を持ち，エンジンが必要とする空気流量を取り込む必要がある。特に高いマッハ数領域では，インテークが エンジンの圧縮過程の大部分を担い，エンジン性能の重要要素となる。

本研究開発では，このようなコンバインドインテークの設計技術の確立を目標としており，マッハ数 5 クラスのインテ一クは国内はもとより世界的にも研究段階である［1］。設計の具体的な目標は，抽気流量を最小限に抑えた条件でインテー ク出口総圧回復率をマッハ数 3 で $81 \%$ 以上，マッハ数 5 で $51 \%$ 以上と設定し，1989年度からの10年間の研究において目標を達成した［2］，［3］，［4］（図1参照）。

コンバインドインテークの型式は，高マッハ数で高性能な混合圧縮型を基本とし，各マッハ数で流路形状が最適になる ようにランプ側を可変とした。また，超音速圧縮部の断面形状は矩形形状で，亜音速圧縮部の形状は矩形形状から滑らか に丸に変化して出口のエンジン面形状と合うようにしてい る。

本報告では，特にコンバインドインテーク設計において使用した代表的な CFD 解析について報告する。ここで，超音速インテークの設計と解析との一般的な関わりを簡単に述 べる。まず巡航状態（マッハ数5）での超音速圧縮部形状（スロ ートより上流）を特性曲線法により求め，巡航状態以下のマ ッハ数に対しては各マッハ数での可変スケジュールを加味 して形状を設定し，形状の評価に Euler 解析を使用する場合 が多い。その後，亜音速ディフューザの設計を実施し全体の初期形状を決定する。初期形状が決定した後，風洞試験も必須であるが CFD 解析も実施して，超音速インテークの圧力回復率特性， 3 次元の内部流の把握，粘性効果や境界層と衝

[^9]撃波の干渉による影響等を可能な限り解析し，目標である広 いマッハ数範囲での安定でかつ高性能なインテークが達成 できるまで繰り返す。これらの超音速インテーク設計に関わ る数値解析の中で，今回の報告では，粘性を考慮に入れた外部圧縮部流路形状設計への適用，最終インテーク形状におけ る風洞試験結果との性能比較，風洞試験用模型に必要な超音速インテークの始動に関する非定常解析の適用の3つの計算例を報告する。


図1 目標性能と風洞試験結果

2 外部圧縮部の流路形状設計への適用
2.1 流路形状

流路形状はコンバインドインテーク第 2 次空力形状（C2形状）のマッハ5モデルである（図 2 参照）。この空力形状はマ ッハ数 $0 \sim 5$ までの速度域で運用可能なコンバインドインテ ークであり，ベース形状（第 1 次空力形状）で課題となった等

エントロピ圧縮部における粘性効果の低減，混合圧縮限界マ ッハ数の低減を狙った形状である。マッハ数5での衝撃波シ ステムは，ランプから 4 本の斜め衝撃波，カウル側から 1 本，終端衝撃波が 1 本で構成される。ランプからの各衝撃波は等強度となるようにランプ転向角を先端から 5 度， 5.5 度， 6.1度， 6.8 度とした。

ここで，C2 形状は非粘性計算による外部圧縮部設計を実施しており，ランプ衝撃波がすべてカウル先端にフォーカス し，カウル先端からの流量ロスが無く（Shock on lip）している ことが次節で述べる最終形状と大きく異なる。スロート前方 の超音速ディフューザは矩形断面で，その後の亜音速ディフ ューザで矩形から丸へ形状が変化する。また，ランプ上，カ ウル上および側壁上に発達する境界層を排除するためにそ れぞれの場所で抽気を実施している。

図3に風洞設備へ供試体を取り付けた状態の写真を示す。模型のサイズはランプ先端部からカウル先端部までのイン テーク入口高さ $(\mathrm{Hc})$ を 100 mm ，幅を 66.7 mm とした。また，風洞設備は航空宇宙技術研究所の極超音速風洞 $(\phi 50 \mathrm{~cm})$ を使用した。風洞設備への取り付けはランプ部が上側の配置と なっている。


図2 コンバインドインテーク第2次空力形状（C2 形状）


図 3 風洞取付状況（C2 形状，NAL 極超音速風洞 M5）

## 2.2 数値解析

数値解析はカウル先端までの超音速ディフューザ部にお いて3次元のNS 解析を実施した。解析コードはONERAに よって開発された 3 次元 N－S 解析コード CANARI ${ }^{51 /[6] \text { を使用 }}$ した。格子点数は 130 万点，構造格子，4steps Runge－Kutta space centerd scheme，非粘性領域で空間 2 次，粘性領域で 1 次，乱流モデルはBaldwin－Lomax とした（詳細は参考文献 ${ }^{[3]}$ を参照のこと）。気流条件は風洞試験条件と同一の $\mathrm{M}=5$ ， $\mathrm{Re}=10 \times 10^{6} / \mathrm{m}$ とした。ランプ上の抽気も境界条件で抽気量 を与えることにより模擬した。

## 2.3 解析結果

図 4 に数値解析結果，図 5 に風洞試験のシュリーレン写真を示す。図 4 は流路中心線上の等マッハ線図であり，カウ ル先端までの外部圧縮部領域である。NS 解析では，第1段

ランプと第2段ランプ先端から発生している第1段斜め衝撃波と第2段斜め衝撃波がカウル先端部にフォーカスしてい て，非粘性設計に近く境界層厚みがまだ薄く斜め衝撃波に与 える影響が少ないと考えられる。残りの第3段斜め衝撃波と第4段斜め衝撃波は非粘性設計の衝撃波位置とは異なり， NS 解析では流路内部に入射していることが判明した。

また，風洞試験からも流路内部の抽気条件によっては非粘性設計の衝撃波パターンと異なることが明らかとなった。図 5 にシュリーレン写真を示す。第1段斜め衝撃波は非粘性設計通りカウル先端付近にフォーカスしているが，カウル先端 に弱い離脱衝撃波が発生していることが確認できる。直接第 2 段以降の斜め衝撃波は側壁の存在で確認できないが，イン テーク出口総圧回復率の低下を考慮すると衝撃波パターン が非粘性設計と異なっていることが予測できる。また，この弱い離脱衝撃波の発生は，カウル上に発達した境界層に斜め衝撃波が入射しはく離泡を生じさせカウル先端角を増加さ せたために発生したと類推でき，等エントロビ圧縮を前提と した内部圧縮部に悪影響を及ぼしている考えられる。

以上の結果より非粘性での外部圧縮部設計は NS 解析お よび風洞試験結果と異なることが分かり，境界層厚みおよび抽気の効果を含めた設計が必要であることが分かった。C2形状以降の空力形状ではここで示したNS 解析や，簡易積分法により外部圧縮部の排除厚みを見積もり，衝撃波が流路内部に入射しないように転向角とランプ長さを再設計した。


4 段斜め衝撃波
図 4 外部圧縮部の等マッハ線図（C2 形状，M5）


図5シュリーレン写真（C2 形状，M5）

## 3 最終形状における数値解析と風洞試験との性能比較 3.1 流路形状

流路形状は第3次空力形状（C3，最終形状）である。前述の C2 形状との違いは，外部圧縮部形状は排除厚みを考慮した形状であること，スロート付近の形状を流路内部の等エント ロピ圧縮部を含めた可変スケジュールを考慮して再検討し た形状であること，一様流の気流変動に強くするために Shock on lipを止めカウル先端の外部で外部圧縮部の斜め衝撃波をフォーカスするように設計した形状である。

図 6 に風洞設備へ供試体を取り付けた状態の写真を示す。

模型のサイズは風路サイズを考慮してインテーク入口高さ （ Hc c$) 150 \mathrm{~mm}$ ，幅は 100 mm である。このサイズは C 2 形状の供試体の 1.5 倍にあたる。スロート高さはマッハ数 5 の場合 で 10 mm となる。境界層抽気用にランプ上，カウル上，側壁上に抽気孔を持ち，抽気量と抽気パターンも変更できるよ うになっている。また，終端衝撃波の安定用にスロート部に スロット抽気が可能である。そして，この供試体はマッハ数 3 の試験も実施可能なように，スロート部付近の流路の一部 を交換できるようになっている。

風洞設備は，フランスのONERAS3MA 風洞を使用した。風洞設備への取り付けはランプ部が下側で，前述の C 2 形状 の試験時とは異なる。


図 6 風洞取付状況（C3 形状，ONERA S3MA 風洞 M5）

## 3.2 数値解析

上述と同じコードを使用して，外部圧縮部からインテーク出口（エンジン入口）までの超音速インテーク全てを 3 次元 NS 解析で評価した。格子点数 270 万点，計算は時間とメモ リの節約のために 3 領域に分割（外部圧縮部領域，内部超音速領域，覀音速領域），乱流モデルは $\mathrm{k}-\varepsilon$ モデルで実施した。風洞試験模型で実施している境界層の抽気は抽気量の模擬，衝撃波安定用の抽気形状は形状と抽気量の模擬をしている。 NS 解析で使用した側壁形状は風洞試験で性能が良かった第 2段ランプ先端からカウル先端までを結んだ直線から開始す る小側壁形状である（図6の写真は側壁にシュリーレン窓が付いた大側壁である）。気流条件は風洞試験条件と同一の $\mathrm{M}=$ 5， $\mathrm{Re}=10 \times 10^{6} / \mathrm{m}$ とした。

## 3.3 解析結果

全体の流れ場を図 7 に示す。（a）が外部圧縮部領域，（b）が内部圧縮部領域のマッハ数分布である。（a）の上側には供試体 の流路形状も図示してある。解析結果は 3 次元の鳥瞰図で示 してあり，図の奥が流路中心で，手前が側壁側で，側壁を取 り外した状態である。ランプ面上の等マッハ数分布は壁面に近い流れ場を示し，主要な位置（キンク位置と各ランプ長さ の中央）での流れ方问に直角な断面マッハ数分布を付け加え てある。図示している領域は第1段ランプから発生する斜め衝撃波より少し上流側からである。また，最終断面はカウル先端位置の断面となる。この図より，各キンク位置から発生 する斜め衝撃波がカウル先端に间かい発生していること，側壁の境界層と衝撃波の干渉，流路内部の圧縮された流れが側壁エッジより外部に漏れていることがが分かる。（b）はカウル

先端から後方の内部圧縮部領域であり，流路の中心断面での マッハ数分布を示したものである。後方の絞りは流路内部の背圧を調整するためのスロートであり，風洞試験供試体にお けるフロープラグを模擬している。スロートから急激な広が り角を持つ亜音速ディフューザにも関わらず大きなはく離領域または偏流は見られずディフューザの設計が良いこと を示している。亜音速ディフューザ後方の直管部分（実際に は矩形形状から丸への形状変更区間）では偏流が見られるも のの十分に速度が遅い領域なので（ $\mathrm{M}=0.1$ 程度）圧力回復率の悪化にはつながっていないと考えられる。

（a）外部圧縮部領域

（b）内部圧縮部領域
図 7 風洞取付状況（C3 形状，ONERA S3MA 風洞 M5）
次に，側壁エッジより外部に漏れている現象に関しての詳細を示す。外部圧縮最終断面（カウル先端位惪）のマッハ数分布を図8に示す。（a）と（b）は側壁からの抽気量が違うNS 解析結果である。それぞれの図は，左側が流路の中心線を示し，下面はランプ，右側が側壁部分を示している。ただし側壁は図中の太線で示している範囲でその上方は一様流となって いる。（a）は側壁からの抽気流量（NS 解析では側壁から一様に抽気）はインテーク入口捕獲流量の $0.5 \%$ ，（b）は $2.0 \%$ である。図のマッハ数分布より斜め衝撃波で圧縮された領域が閔の下半分で存在していることが分かり，その上方では一様流の マッハ数5の領域であることが分かる。また，側壁抽気流量 の違いにより，側壁エッジから外部への漏れる量が異なり，抽気流量が少ない（a）では側壁エッジ付近に大きな渦を発生 させ側壁上端から内部の流れを外部へ多量に流出させてい ることが分かる。流路内部の局所総圧㘞復率（圧力／総压）を求めるとそれぞれ 0.854 と 0.872 となり，側壁からの抽気流

量が少ない（a）の場合より $2.0 \%$ と抽気流量が多い（b）の方がカ ウル入口断面での圧力回復率が高いことが分かった。その原因としては，側壁に発達した境界層とランプから発生した衝撃波が干渉し渦を発生させ設計通りに圧縮が行われない領域を適切な側壁抽気（この場合 $2.0 \%$ ）でできる限り小さくし ているためと考えられる。風洞試験の結果からも，流れ場の詳細な解析は無理であるが，インテーク性能としては数値解析と同様な側壁抽気流量の改善による総圧回復率の向上が確認されている。また，数値解析で分かった流れ場の仕組み をもとに，最小抽気量でできるだけ性能を高める側壁抽気の位置を検討し，ランプ部からの衝撃波が側壁に接する領域お よび側壁とランプ部のコーナ部に抽気孔を配置することと した。さらに，風洞実験を通じて抽気位置と抽気流量の詳細 を検討し，総圧回復率の向上を試みた。

（a）側壁抽気 $0.5 \%$
（b）側壁抽気 $2.0 \%$
図 8 カウル先端付近のマッハ数分布，3D N－S 解析 $\mathrm{M}=5$ ，C3 形状

図 9 に超音速インテークの流れ方向に沿った壁面静圧分布を示す。横軸はランプ先端から流れ方向に沿った距離（イ ンテークキャプチャ高さ $\mathrm{Hc}=150 \mathrm{~mm}$ ），縦軸は一様流総圧 で無次元化した静圧である。また，図中のシンボルは実験値，実線は NS 解析結果である。（a）はランプ先端上流静圧から力 ウル先端までの外部圧縮部分，（b）はカウル先端部分からイン テーク出口までの内部圧縮部分である。（b）でマークが数種類 あるのは，風洞試験のインテーク出口背圧と CFD の出口条件が同一近辺の値を示しているためである。その結果外部圧縮部，内部圧縮部ともに数値解析結果と風洞試験結果の壁面静圧分布が良好に一致していることが分かる。


図9 壁面静圧分布，3D N－S 解析と風洞試験結果との比較 $\mathrm{M}=5$ ，C3 形状

以上の超音速インテーク最終形状におけるNS 解析結果 より，数値解析が超音速インテーク設計ツールとして十分使

用できる事が確認できた。特に，風洞試験では流れ場の観察 が困難な亜音速ディフューザのはく離予測，ランプ上とカウ ル上の抽気流量とインテーク性能の関係，側壁抽気と側壁上 の 3 次元流れの把握等の流れに関して大変有益な情報を得 ることができた。また，インテークの総圧回復率に関しても ある程度の予測ができ，風洞試験と合わせて超音速インテー ク設計目標値を達成することができた。

## 4 風洞試験用の模型設計への適用

## 4.1 目的

混合圧縮型超音速インテークを超音速気流中で使用する場合，供試体流路内部を可変機構を使用して超音速にする （始動させる）必要がある。そこで，風洞試験供試体の始動形態で本当に始動するかどうかを数値解析を使用して検討す ることを試みた。

まず，実機の場合では通常，地上静止から巡航状態まで広 いマッハ数領域でインテークを高性能で作動させるため，そ れぞれのマッハ数で最適なスロート部面積および外部圧縮部転向角になるように複雑な可変機構を使用した流路形状 となり，始動に関しても同じ可変機構を使用して実現させて いる。一方，風洞試験で一点のマッハ数（例えばマッハ数5） のみの空力特性を把握することに重点を置いた場合でも可変機構を使用しないと供試体内部に超音速を呑み込まない不始動状態となる。従って，可変機構は必須となるが，限ら れた風洞測定部の大きさを有効に使用するためには，始動の可変機構をできるだけ簡単な構造かつ機構のボリュームを小さくし，風洞気流への影響を少なくする必要がある。従来 の風洞試験模型の始動方法は実機の可変機構と同様なラン プ部の上下方向の移動を使用した場合が多いが，今回の供試体はできるだけ可変機構部を小さくしインテーク流路のサ イズを大きくするためにカウル部の前後移動による始動方法を採用した。

## 4.2 模型形状

流路形状はコンバインドインテーク第 2 次空力形状（C2） のマッハ 5 形態である（ 2 ．外部圧縮部の流路形状設計への適用と同一）。供試体は，カウル部が前後に移動できる構造と し，流路の可変機構を風洞設備の模型支持装置と同程度の前方投影面積とし，可変機構による供試体ボリュームの増加を最小限に抑え，インテーク入口面積を大きくした（可変機構 によるボリューム増加量 0，風路面積に対する供試体前方投影面積は約 7\％）。また，風洞起動時には図 10 に示すように カウル部を後方に位置させスロート面積とカウル先端から ランプ面に垂直に降ろした入口面積の比（Ath／Ain）を拡大さ せて始動をさせる方法を採用した。

1 次元計算によるインテークが始動する入口面積比 （Ath／Ain）を図 11 に示す。実線はカウルの移動量に対する Ath／Ainの変化を示す。また，図中の自己始動限界（self start limit）のラインは，Ath／Ain が自己始動限界の面積比より大 きくなれば始動（Start）することを示し（カウル移動量が 25 mm より大で始動），自己始動限界より面積比が下回れば不始動（Unstart）となることを示している。しかし，実際の流路形状は 3 次元複雑形状であり自己始動限界のラインがど の範囲で適用できるか定かではない。

そこで，1次元計算より確かと思われる 2 次元の非定常計算で供試体始動形態における解析を実施し，供試体が始動す

る傍証の一つとした。実際の風洞実験では数値解析と同様な カウル位置で始動することを確認した。

## 4.3 数値解析

使用した解析コードは，TVD スキームを使用した構造格子の非定常 Euler 計算である。計算する形状はカウルを設計位置より後方にスライドさせた風洞試験での供試体始動形態である。計算領域は供試体のランプ先端から亜音速ディフ ユーザ後方にある背圧調整用フロープラグまでを模擬した。風洞試験では境界層抽気およびスロート抽気を実施してい るが計算では考慮しなかった。

非定常解析の使用により，定常解析では実際には不始動の場合でも常に始動する解のみしか得られない流れ場を風洞試験に近い状態で解析した。流れ場の初期条件として，計算時間の短縮を考慮に入れて，マッハ数 1 の定常解析をまず実施し，その後，主流マッハ数を5にステップ状に変化させ，非定常解析を実施した。


図10 風洞模型における始動形態（カウルスライド） C2 形状， $\mathrm{M}=5$


図 11 カウルスライド量と超音速インテーク始動特性 1 次元理論，C2 形状，M＝5

## 4.4 解析結果

図 12 に等マッハ線図を示す。マッハ数1の初期解にマッ ハ数5の主流をステップ状に与えている。

図（a）は途中計算の結果であり，主流マッハ数が 5 に変化 したことにより第1段ランプ先端からの斜め衝撃波の発生 が途中まで認められる。一方，カウル先端付近では流れ場は まだ上流のマッハ数 5 の流れは到達してなく亜音速流であ り，カウル先端からの斜め衝撃波および流路内部の超音速部分は認められない。図（b）は最終結果であり，カウル先端から

の斜め衝撃波が確認でき，カウル後方に超音速部分が出現し インテークが始動しているのが確認できた。また，外部圧縮部のランプからの斜め衝撃波も設計通り発生しているのが確認できた。以上のことより，1次元理論と比較してより現実に近い 2 次元非定常解析を用いてインテーク始動方法の妥当性検討を実施し，非定常解析が超音速インテーク始動の検討に利用可能であることが確かめられた。ただし，現実の風洞とは流れの 3 次元性，境界層の影響等の面で違いがある ので，解析結果は始動性確認の仿証の一つである。

（a）途中の解


図 12 始動性検討 CFD 解析，2D 非定常 Euler 解析 C2 形状，M＝5

5 まとめ
今回紹介した，マッハ数 5 までの広い範囲で作動する超音速インテーク設計における CFD 利用により下記の知見を得た。
－外部圧縮部流路形状に関して，境界層抽気を含めたラ ンプ上に発達する境界層厚みの見積もりおよび斜め衝撃波の発生位置の予測には粘性の影響を考慮した NS 解析 が有効である。
－超音速インテークの最終性能評価を風洞試験と抽気効果を含めた3DNS 解析と比較した結果，風洞試験と良好に一致する結果が得られた。
－また，風洞試験では評価が困難である側壁形状の流れ場を解析し，風洞試験と定性的に合う結果が得られた。

以上のことより，CFD が超音速インテーク設計ツールと して十分活用できることが明らかとなった。

また，風洞試験用供試体設計に関して，以下の知見が得ら れた。
－インテーク始動方法の妥当性検討に非定常計算が利用可能であることが確かめられた。

最後に現状のCFD 解析は初期形状を検討する際には十分使用が可能であることが確認できたが，最終の形状を見つけ るためには風洞試験と同様に数多くのパラメトリックスタ ディおよび実機形状の適切なモデリングが必要不可欠とな り，CFD 解析のみでの流路設計は当然ながらまだ困難と考 える。従って，超音速インテークの効率の良い設計を実施す るには，目的に合わせて CFD 解析と風洞試験を実施する必要があるし，それぞれの結果を更に比較し検討•検証する必要があると考える。

## 6 謝辞

本研究は，超音速輸送機用推進システムの研究開発の一環
として，新エネルギー・産業技術総合開発機構（NEDO）から委託を受けて実施したものである。

## 7 参考文献

［1］Lois J．Weir．，D．R．Redy，＂A Comparison of CFD Predictions and Experimental Results＂， Aeropropulsion＇ 91 NASA Conference Publication 10063.
［2］宇高ら，＂Design Evaluation of a Hypersonic air Intake for a SST／HST Combined Cycle Engine＂，第3回超音速輸送機用推進システム国際シンポジウム， 1999
［3］J－M Gippet，et al，＂Design Evaluation of a Hypersonic Inlet for a SST／HST Engine by CFD and Test， 13th ISABE， 1997
［4］Y．Utaka，et al，＂The Aerodynamic Design and Wind Tunnel Tests of a Combined Intake for a Supersonic Transport＂，13th ISABE， 1997
［5］Couaillier V．，Veysseyre Ph．，Vuillot A．M．，＂3D Navier－Stokes Computations in Transonic Compressor Bladings＂，10th ISABE， 1991
［6］Vuillot A．M．，Couaillier V．，Liamis N．，＂3D Turbomachinery Euler and Navier－Stokes Calculations with a mutidomain Cell－Centered Approach＂， AIAA／SAE／ASME／ASEE 29th Joint Propulsion Conference（1993）

# HY P RエンジンにおけるC F D の利用—その 3 （HYPR90 低圧系要素におけるC F D の適用） <br> 清水 邦弘＊ <br> <br> CFD application for HYPR engine－part 3 

 <br> <br> CFD application for HYPR engine－part 3}

## （CFD application for HYPR90 low pressure components）

b y<br>Kunihiro Shimizu＊${ }^{*}$

## ABSTRUCT

The aim of CFD research in HYPR project is to develop numerical analysis code which is necessary to achieve high aerodynamic performance for supersonic and hypersonic transport propulsion system and apply this code to propulsion system design（intake，fan，compressor，turbine and exhaust nozzle）．

So CFD applications for low pressure components are described in this paper．The first application is inviscid 3D analysis of interaction between low pressure turbine blade and exhaust strut to make clear resonance source．The second application is steady viscous 3 D analysis of the $2^{\text {nd }}$ stage fan rotor for the investigation of the effect of casing geometry change to aerodynamic performance．These applications successfully contributed to the development of the propulsion system and the researches of its element．

1．はじめに
HY PRプロジェクトでは，エンジン構成要素に適用可能な流体ソフトウエアの開発に加え，流体ソフトウエ アによるエンジン設計への適用技術の確立を目的として きた。そこで，HYPRエンジンの低圧采要素であるフ ァンと低圧タービンについてエンジンで発生した現象の解明や要素性能向上についてC F Dを適用した事例につ いて 2 件紹介する。

最初の適用事例は，低圧タービンの非定常解析によ り下流に配置されたストラットが低圧タービン動翼の振動に及ぼす影響を調べものである。2番目は，ファンの ケーシング形状と性能への影響を調心゙たものである。

2．低圧タービンの3次元翼列非定常解析
HY P R のシステム研究で製作した試作ターボジェッ トエンジン試験において低圧タービン動翼の一次モード と回転4次成分との振動が発生した。そこで，低圧ター ビン動翼の回転4次成分の振動に関する励振源調査の一環として，EGV8本の両側に配置されたレーク（4等分のブロッケージに相当）がタービン動翼に及ぼす影響 を非定常解析とFEM解析を用いて評侕した。図1にエ ンジン断面図を図2にEGVとレークの配置を示す。

本低厂タービンの特徴は，静翼に可変構造を採用して いる点である。

[^10]

図1 試作エンジン低圧タービン部断面図


図2 EGVとレークの配置
解析コードは，非粘性 3 次元翼列干渉コードを用いた。静翼の格子点数は，50（流れ方向）$\times 15$（周方向） $\times 15$（径方向）$\times 7$ ピッチ，動翼は， 60 （流れ方向） $\times 15$（周方向）$\times 15$（径方向）$\times 13$ ピッチとした。静翼と動翼の間隔はエンジン試験と同じとした。試作エ ンジンの低圧タービン静翼は可変静翼のため，ガスパス との間にクリアランスが存在するが，今回の解析では動翼のクリアランスも含めて考慮していない。図3に解析格子を示す。


図3 解析格子

境界条件は，EGVとレークの干渉によって生じる周方向静圧分布を動翼出口の境界条件として与えた。

図4に動翼ミーン断面の背側圧力分布を示す。ここで，横軸はタイムステップを示しており，140ステップが タービンの90度回転に相当する。（図は280ステッ プ分を表示）また，縦軸は静圧を示す。翼はコード方向 に41メッシュを用いて計算しており $1 / 41$ が翼前縁， 21／41 がミッドコード，41／41 が翼後縁における翼面静圧変動を表す。


図4 動翼ミーン断面背側圧力分布
下流側のEGVとレークの影響（タービン90度回転 で1つの波形）は，翼後縁付近のみに限定されている。

一方，その他の位置で見られる波形は，静翼との干渉 による静圧変動成分である。

今回の解析条件では，タービン動翼がチョークしてい るため，スロート以降が超音速となって下流側の静圧変動が上流側に伝わらない。従って，下流の静圧変動の影響が後縁付近に限定されていると考えられる。
翼面の圧力変動を用いて翼に作用する振動応力を以下 の方法で求めた。
（1）翼面静圧変動値を周波数分析し，圧力変動の回転 4 次成分を求める。
（2）圧力変動の回転4次成分にFEM解析モデルの各節点が受け持つ面積を掛けて節点力に変換して加振力ベクトルを求める。
（3）FEM解析（モーダール法）により共振応力を求 める。

共振応力の推定には，対数減衰率の値が重要になるが，今回は実機の翼で計測した構造減衰の値 0.01 を用いた。

F EM解析の結果，得られた共振応力はエンジンにお ける歪みゲージ計測位置において $0.1 \mathrm{~kg} / \mathrm{mm}^{2}$ となり，下流のストラットによる影響を定量的に評価することが可能となった。

## 3．ファン動翼レセスケーシング解析

HYPRプロジェクトでは，要素研究の一つとして高負荷•高効率2段ファンの研究を実施しており，圧力比 2．67，断熱効率 85 ． $7 \%$ を目標としている。

図5に試作エンジンのファン部断面図を示す。


図5 試作エンジンファン部断面図
ファンの性能向上を目的として2段動翼にレセスケー シングを適用し，C F D 解析によりその効果を確認した。解析は動翼のみとし，格子点数は，127（流れ方向） $\times 49$（周方向）$\times 59$（径方向）でクリアランスは 0.45 mm でクリアランス部のメッシュを 10 個とした。

図6に解析格子を示す。


LE
TE


図6 解析格子

スケーシング（CASE2）の2ケースについて実施し た。入口境界条件は設計点のフローパターンを用いた。図7に動翼入口境界条件を示す。


図7 動翼入口境界条件
図8に翼腹側の等マッハ線図示す。C A S E 1 に比べて CASE2では先端の漏れ流れの領域が低減されている ことがわかる。また，先端部の漏れ流れが低減されたこ ととにより，75 \％高さから先端部にかけての衝撃波パ ターンが変化している。


CASE1（オリジナルケーシング）


CASE2（レセスケーシング）

図8 腹側等マッハ線図

図9に90\％スパンの等マッハ線図をしめすが，衝撃波 パターンが変化していることが確認できる。


CASE1（オリジナルケーシング）


CASE2（レセスケーシング）

図9 等マッハ線図（90\％スパン）
図10に示す翼面マッハ数分布に示すようにCASE 2 では先端漏れ流れによるブロッケージが小さくなって減速率が小さくなったためと考えられる。


図10翼面マッハ数分布（90\％スパン）

図11は後縁より5mm下流の全圧損失分布を示すが，両者を比較すると，C A S E 2 では翼端の腹側に集まつ ている損失領域（黒く塗りつぶした領域）が半分程度に減少している。


CASE1（オリジナルケーシング）


CASE2（レセスケーシング）

図11 全圧損失コンタ（後縁より 5 mm 下流）

図12に示す全圧損失分布からリセスケーシングによ る損失改善は，80\％スパン位置まで及んでいることが分かる。一方，先端側の流れ場の改善により半径方向の流れ場が変化して20\％スパンから50\％スパンにおい てはリセスケーシングの方で損失が増加している。この ことは，リセスケーシングによる損失低减を考慮し，フ ローパターン設計から動翼の再設計を実施すれば，さら に性能改善の可能性があることを示している。


図12全圧損失分布（後縁より 5 mm 下流）
以上の結果からレセスケーシングは全圧損失低減に効果があることが分かった。

C F D の結果からファン性能は $0.32 \%$ 向上すると予想 される。

4．ファンリグ試験結果
C F Dで効果が確認されたレセスケーシング形状を適用して試験を実施した。

ファンリグ試験装置は，試作エンジンと同スケールで製作されており，駆動源として4000Kw の電動モーターを用いている。図13にリグ試験装置を示す。

試験においては，全体性能だけではなく翼間の流出角 トラバース計測も実施し，動静翼のマッチングの改善や翼型形状の最適化を行うためのデータも取得している。 また，動翼の振動レベルを評価するために，翼面に歪み

ゲージを貼り付けて翼振動計測を実施し，キャンベル線図による翼振動強度の健全性も確認している。


図13 ファンリグ試験装置
試験結果を図14に示す。修正回転数70\％での性能改善が顕著であるが，設計点においても $0.7 \%$ の性能向上： が確認でき，最終目標である断熱効率 $85.7 \%$ を達成 した。


図14 ファンリグ試験結果

5．まとめ
C F Dを用いたエンジン設計への適用事例として，II Y P R エンジンの低圧系要素八の適用事例を紹介した。

低圧タービンの非定常解析とFEM解析を組み合わせ た動翼の振動レベルの評価については，今後も試験結果 の蓄積により精度向上が必要になると考えられる。

また，ファン動翼のレセスケーシングについては，解析により有効性を定量的に把握し，試験により当初予測以上の効率向上が確認できた。

## 6．参考文献

［1］M．Suzuki and N．Kuno＂Research and Development of Two－Stage Fan Component in HYPR Project＂AIAA 95－ 2344
［2］N．Kuno and K．Shimizu＂Turbofan LP Components Research＂
Second International Symposium on Japanese National Project for Super／Hyper－sonic Transport Propulsion System Proceedings，pp．83－90，October 19－20， 1995
［3］M．Suzuki，N．Kuno and A．Tobita＂Current Status of Fan Component Research in HYPR Program＂AIAA 98－3280
［4］K．Shimizu and R．Nogami＂Current Status of Low Pressure Turbine Component Research in HYPR Program＂ AIAA 98－3282

山本行光 ${ }^{*}$ ，伊藤良三＊＊

# CFD Analysis of Transonic，Supersonic，and Hypersonic Flowfields around Re－usable Rocket and SpacePlane． 

Yukimitsu YAMAMOTO＊，Ryozo ITO＊＊


#### Abstract

In order to evaluate aerodynamic characteristics of future SSTO space transport vehicles，CFD analysis was conducted from transonic to hypersonic speed for two re－usable rockets and hypersonic flow computations including real gas effects，were made for a space plane．Comparisons with AEDC hypersonic wind tunnel experiment were made for the latter space plane analysis．In the present CFD works，geometry definition by using CATIA and grid generation methods are also introduced．


1．はじめに
我が国における宇宙輸送システムの確立と低コスト化を目指して再使用ロケットの構想が提案されている。こ れはS S TO方式による垂直打ち上げ，水平着陸によ る帰還飛行を行うもので，その実現にはロケットエン ジン技術の進歩と共に構造の軽量化が最も重要な課題 の一つである。

しかしながら，S S TOを実現するための空力熱荷重軽減化技術も，より効率的な設計を行う上で重要で あり，またエンジンの再使用性を考慮した実験機開発 において，将来，空力側からの概念形状検討解析も必須である。

このような状況から，再使用型ロケットプレーンの打ち上げから再突入飛行に至るまでの代表的軌道条件 での概念C F D 解析を実施し，形状作成，格子形成か ら，後処理，データ・ベース作成に至るまでの一連の設計のための流れを研究した。

一方，再使用ロケット後のS S TOの最終的な目標 であるエアーブリージングエンジンを搭載したスペー ス・プレーンの極超音速空力特性についても解析を実施し，米国のAEDC極超風試との比較を行ったので報告する。

## 2．解析法

C F D 解析は，三次元ナビエ・ストークス方程式を有限体積法により差分化し，完全気体計算ではF V S タイプのHYPER3Dコード使用した ${ }^{11}$ 。実在気体計算では，7化学種 24 反応モデルによるFDSタイ プの非平衡化学反応流コード2）を使用する。但し， コードは一温度モデルで，温度非平衡は考慮していな い。

[^11]
## 3．解析結果

## 3－1．再使用ロケット

本解析で検討された形状は，米国で開発が進められて いるエアロスパイクエンジン搭載のX－33リフティ ングボディ型及び高膨張伸展ノズルを用いるスペー ス・シャトルと同様な形態の翼胴型の 2 種類である。前者については，文献3）の三面図から，後者につい てはNAS D Aの検討している機体形状に基づいて作成した。表面形状モデルはいづれもキャティアによっ て定義される。キャティアの構成はサーフェースモデ ル，I GESプロセッサー，三次元パラメトリック設計，及びソリッドモデリングから成り，I G E Sプロ セッサーはGRIDGEN等の市販の格子作成ソフト ウェアとの連携に使用する。図1にキヤティアを使用 して作成した翼胴結合型のモデルを示す。
次に三次元格子作成については，以下のような手順 となる。最初にキャティアデータをIGESデータに変換し，これをGRIDGENソフトウエアによって読み込み，胴体，主翼，尾翼毎の点群データを作成す る。遷音速流計算では，マルチブロック格子を用いる ため，上記表面格子から，Egg•3Dコード4）によ り，三次元格子を作成した。この方法を用いた翼胴結合形態の表面及び三次元格子を図2，図3に示す。X -33 タイプのリフティングボディの形態では，単一格子とし，格子作成は市販のソフトGRIDGENに よる代数的方法，及び航技研の双曲型方程式に基づく手法によるHYPERGEN格子生成コードの 2 種類 を使用した。格子例を図4に示す。図から判明するよ うに，表面近傍での格子の直交性はHYPERGEN コードによる方法が優れており，計算にはこちらの格子を使用した。GRIDGENは現在，マルチブロッ ク格子でのベース領域にあたる格子作成に使用してい る。

上記の格子を用いてS S T O 想定飛行条件での空力特性を調べるため，以下の飛行条件でC F D 計算を


図1 キャティアによる翼胴結合型再使用ロケット形状作成


図2 G R I D G E N によるマルチブロック用表面格子作成


図3 EGG－3Dコードによる三次元格子

（a）図4 X－33リフティングボディ形状三次元格子


再使用型ロケットまわりの遷音速C F D 解析圧力分布
（ a ）
（b）
図5 翼胴結合形態再使用ロケット圧力線図


図6 X－3 3 リフティングボディ形状表面圧力分布及びオイルフロー図 $\mathrm{M}_{\infty}=20.0, \quad \alpha=38^{\circ}$


図7 X－3 3 リフティングボディ
形状衝撃波形態

$$
\mathrm{M}_{\infty}=20.0, \quad \alpha=38^{\circ}
$$

行った。
（1）アセント時の動圧最大時
（2）リエントリ時の「動圧X迎角」が最大時
（3）リエントリ時の迎角最大姿勢時における動圧最大時
（4）リエントリ時の空力加熱一定フェーズにおける動圧最大時

| $ケ-\lambda$ | 高度 $(\mathrm{km})$ | $\operatorname{Vinf}(\mathrm{m} / \mathrm{s})$ | $\operatorname{Pinf}(\mathrm{Pa})$ | $\operatorname{Tinf}(\mathrm{K})$ | Minf | $\alpha$ |
| :---: | :---: | :---: | ---: | ---: | ---: | :---: |
| $(1)$ | 11 | 420 | 22699.0 | 216.8 | 1.41 | 3.0 |
| $(2)$ | 32 | 1030 | 863.0 | 228.8 | 3.4 | 16.0 |
| $(3)$ | 62 | 3920 | 18.0 | 240.0 | 12.6 | 38.0 |
| $(4)$ | 72 | 5980 | 3.836 | 214.3 | 20.4 | 38.0 |

図5に翼胴結合型再使用ロケットのマッハ数1．4及びマッハ数 20 での表面圧力分布を示す。一方，図 6 にはX－33リフティングボディ形状のマッハ数 2 0 ，迎角 $38^{\circ}$ における表面圧力分布及びオイルフ ローを，図 7 には同条件での衝撃波形状を示す。

今回の解析では，計算結果のみを示すが，X -33形態については今後，実験データや，NASAの計算結果との比較を通して，検証を実施してゆく予定であ る。また，米国のX－34有翼ロケットについても，形状をキャティアで作成し，格子を張っており，これに ついても順次検証を進めてゆきたいと考えている。

## 3－2．スペース・プレーン

再使用ロケットから，より発展したエアブリージン グエンジンを使用するスペース・プレーンの空力形態 を調べるため，図 8 に見られる spa100，spa101 の 2種類の形状について，極超音速流解析を実施した。形状はエンジン部の長さの異なる2形態とし，計算は表 1 に示される条件で，米国のAEDC Tunnel C 極超風試条件に対応した低レイノルズ数の層流，及び高レ イノルズ数の乱流の条件を主体とし，マッハ数 10 。 0 ，模型長は 0.83 m である。一方，全長 83 m と した，マッハ数 1 0 での実飛行条件における完全／実在気体解析も実施し，実在気体解析では非触媒及び完全触媒壁条件での空力加熱の違いを調べた。

図9にマッハ数 10 ，迎角 $20^{\circ}$ でのspa100形態で の圧力線図を示す。胴体下面で圧力の上昇してゆく様子がわかる。スペース・プレーン形態では，胴体下面 もエンジン空気取入口の圧縮面として活用することか ら，この部分の精度の高い評価手法の確立が設計には きわめて重要である。図10にこの形状の胴体下面対称線上の迎角 $0^{\circ}$ における圧力分布の風洞試験との比較を示す。良好な一致が得られている。
spa101形状のマッハ数 10 ，迎角 $20^{\circ}$ における，衝撃波形状のシュリーレン写真との比較結果を図11 に示す。形状については良好な一致が得られた。同形態でのマッハ数 10 ，迎角 $10^{\circ}$ におけるレイノルズ数の差による空力加熱分布の違いを図 12 に示す。明

らかに，レイノルズ数の高い乱流解析ケースで胴体下面再圧縮部，及び主翼前縁まわりにおいて，大幅な空力加熱の上昇が見られる。

次に実飛行条件での完全／実在気体解析結果につい て述べる。実在気体計算は，7化学種24反応モデル による非平衡ナビエ・ストークスコードにより実施し た。一様流条件は以下のように設定した。
$\mathrm{M}_{\infty}=10.0, \quad \mathrm{P}_{\infty}=18 \mathrm{~Pa}, \mathrm{~T}_{\infty}=257.6 \mathrm{~K}$
$\mathrm{Tw}=1366 \mathrm{~K}, \mathrm{~V}_{\infty}=3217.2 \mathrm{~m} / \mathrm{sec}, \mathrm{Re}_{\infty} / \mathrm{L}=3.98 \times 10^{6}$
$\mathrm{L}=83.15 \mathrm{~m}, ~ \alpha=0^{\circ}$
図13に上面から見た衝撃波形状を示す。マッハ数 10 では完全／実在気体解析による衝撃波形状の違い は顕著に現れないが，若干，主翼前縁部で実在気体結果で圧力が上昇していることが分かる。

図14には，spa100形態の非触媒／完全触媒壁条件 での空力加熱分布の違いを示す。主翼前縁部の再圧縮領域において，触媒条件の計算結果が，空力加熱の高 い部分が広がる傾向を示す。その他の領域では大きな違いは見られない。

以上，スペース・プレーンの解析結果の概略を示し たが，本形状については，今後エンジン後方部での排気流を模擬したジェットプルームの影響評価を検討し てゆく予定である。

## 4．まとめ

将来型宇宙往還機の開発にあたっては構造の軽量化と推進の高性能化，再使用性の向上がキーテクノロジー となるが，このための空力特性を含めた全体システム としての最適化も重要な課題である。このためCFD解析による再使用型ロケット，及びスペース・ブレー ンの概念検討に着手し，形状格子作成を含めた空力解析システムについての検討を行うとともに，スペー ス・プレーン解析ではAEDC極超音速風洞試験との比較を実施した。今後，C F Dによる将来型宇宙往還機の概念検討と最適空力形状設計に向けてより効率的 なシステムを構築してゆきたいと考えている。

## 参考文献

1）Y．Yamamoto＂Numerical Simulation of Hypersonic Viscous Flow for the Design of H－II Orbiting Plane （HOPE）＂
AIAA Paper 91－1390，June， 1991.
2）Y．Wada，etal，＂Hypersonic Non－equilibrium Flow Computation around Space Vehicles＂
Proc of the 17th ISTS，Vol． 1 pp719－728 Tokyo， 1990
3）D．K．Prabhu et al，＂X－33 Aerothermal Environment Simulations and Aerothermodynamic Design＂ AIAA Paper 98－0868，Jan．， 1998
4）S．Takanashi and M．Takemoto＂An Automatic Grid Generation Procedure for Complex Aircraft Configurations＂
Computers and Fluids Vol．24，No． 4 pp393－400， 1995


図8 スペースプレーン三面図

Computational Case

| Case | Geometry | Gas Model | $\alpha$ | Reynolds No．etc | Twall | Remarks |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 1 | Spa 100 | Perfect | $0^{\circ}$ | Low，Laminar | 300K | AEDC <br> Exp． <br> Condition |
| 2 |  |  | $5^{\circ}$ | $2.625 \times 10^{6}$ |  |  |
| 3 |  |  | $10^{\circ}$ |  |  |  |
| 4 |  |  | $20^{\circ}$ |  |  |  |
| 5 |  |  | $0^{\circ}$ | High，Turbulent |  |  |
| 6 |  |  | $1.8{ }^{\circ}$ | $6.275 \times 10^{6}$ |  |  |
| 7 | Spa 101 | Perfect | $0^{\circ}$ | Low，Laminar | 300K | AEDC <br> Exp． <br> Condition |
| 8 |  |  | $10^{\circ}$ | $2.625 \times 10^{6}$ |  |  |
| 9 |  |  | $20^{\circ}$ |  |  |  |
| 10 |  |  | $0^{\circ}$ | High，Turbulent |  |  |
| 11 |  |  | $10^{\circ}$ | $6.275 \times 10^{6}$ |  |  |
| 12 | Spa 100 | Perfect | $0^{\circ}$ | Laminar$3.98 \times 10^{6}$ | 1366K | Flight <br> Condition |
| 13 |  | Real，Noncat |  |  |  |  |
| 14 |  | Real，Fullcat |  |  |  |  |

表1 スペースプレーン計算条件


図 9 spa100 形態圧力線図

$$
\mathrm{M}_{\infty}=10.0, \quad \alpha=20^{\circ}
$$

低レイノルズ数ケース


図 10 圧力計測結果及び CFD 解析結果との比較 対称面断面下面


図11 spa101形態の衝撃波形状の AEDC 風試シュリーレン写真との比較


図12 spa101形態，AEDC 風試条件での局流／乱流条件空力加熱分布

$$
\left(\mathrm{M}_{\infty}=10.0, \quad \alpha=10^{\circ}\right)
$$



図13 spa100形態の完全／実在気体解析による衝撃波平面形状

$$
\left(\mathrm{M}_{\infty}=10.0, \quad \alpha=0^{\circ}\right)
$$



図14 spa100形態の実在気体，非触媒／完全触媒壁条件での空力加熱分布

$$
\left(\mathrm{M}_{\infty}=10.0, \quad \alpha=0^{\circ}\right)
$$

# HYFLEXまわりの実在気体流れのCFD検証 

山本行光＊，黒滝卓司＊<br>嶋田 徹＊＊

# CFD Validation of HYFLEX Real Gas Flow Computations 

Yukimitsu YAMAMOTO＊and Takuji KUROTAKI＊ Toru SHIMADA＊＊


#### Abstract

In order to validate real gas CFD code and construct appropriate real gas models，analysis of HEK，High Enthalpy Shock Tunnel Experiment is made by using three different chemically non－equilibrium CFD codes．Aerothermodynamic heating distributions on the windward surface of HYFLEX $6 \%$ model are compared in detail． 4 Test conditions in HEK are selected to investigate enthalpy and binary scaling effects on heating characteristics．Also，numerical differences in temperature massfraction and pressure distributions are examined．


## 1．はじめに

再突入飛行における実在気体現象解明のための実飛行実験データとして，有翼三次元形状については，我が国 では1996年2月に打ち上げられたHYFLEX！と米国の スペースシャトルの飛行解析データンのみが使用可能と なっている。このうち，H Y F L E X 形状については，航技研角田の中型高温衝撃風洞（HEK）による空力加熱の実験3＇が行われ，バイナリースケーリングパラメー夕による無次元化熱流速への影響が指摘されている。ま たフランスのONERAのF4アーク加熱型衝撃風洞に よる空力加熱実験も行われい，さらに航技研では大型の自由ピストン型高温衝撃風洞（HIEST）の本格的な稼働っにより実飛行実験と高エンタルピー風洞試験を結び付ける解析の必要性が生じている。このため，今回はH YFLEXの中型高温衝撃風洞（HEK）試験に対応し た 3 種類の異なる非平衡化学反応流コードッ・＊による実在気体解析を実施し，コード間でのばらつきが大きい空力加熱分布に関してHEK試験との詳細な比較検討を行 った。また温度分布，質量分率分布，圧力分布，等に関 してもコード間比較を行い，コード間による結果の差違 を明らかにしたので報告する。

## 2．HYFLEX HEK高エンタルピ衝撃風試

航技研では大型の自由ピストン型高温衝撃風洞（HI EST）の本格的な稼働かによりHOPE－X等の実飛行実験と高エンタルピー風洞試験を結び付ける解析の必要性が生じている。これに先立ち，航技研角田宇宙推進技術研究センターの中型高温衝撃風洞HEKにより，H YFLEX6\％形状モデルの空力加熱試験が行われた。 この試験ではバイナリースケーリングパラメータによる無次元熱流速の影響が調ベられた。バイナリ・スケーリ ング・パラメータは主流密度と代表長の積で与えられる。図1に，今回計算が設定されたHEK試験条件のエンタ

[^12]ルピーとバイナリースケーリングパラメータとの相関を示す。図では実線がHYFLEXの飛行軌道を，点線が HOPE－Xの予定飛行軌道を示す。図に示されるよう にRun No． 294 と 296 がバイナリースケーリングパラメータ の高いケースに対応し，Run No． 284 と 288 が低いケースに対応する。対応表を表1に示す。


図 1 HYFLEX HEK試験条件 エンタルビーと
バイナリースケーリングパラメータとの相関

|  | 低B．S． | 高B．S． |
| :---: | :---: | :---: |
| 低エンタルピ | Run No．288 | Run No．294 |
| 高エンタルピ | Run No． 284 | Run No．296 |

表1 対応表
HEKの図1の各試験に対応するノズル出口の気流条件を表2に示す。ノズルは半項角120のコニカルノズ ル（出口径 390 mm ）で，ノズル出口気流条件は一次元の化学非平衡ノズルコードを用いて計算した。気流はノズ ル出口で解離しており，一様流の各試験ケースでの質量分率を表3に示す。今回の空力加熱試験では，6 \％H Y FLEX縮尺モデルに対して同軸熱電対による測定が行 われた。センサ位置と座標を図 2 及び表 4 に示す。 H Y FLEX胴体下面に 26 のセンサーが分布し，センサ位

| Run No | $\mathrm{M} \infty$ | $\mathrm{Re} \infty / \mathrm{L}$ | $\mathrm{T} \infty(\mathrm{K})$ | $\mathrm{P} \infty(\mathrm{Pa})$ | $\mathrm{H}(\mathrm{MJ} / \mathrm{kg})$ | $\rho \mathrm{L}$ | Qref（MW／m2） |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 284 | 8.82 | $6.3 \times 10^{4}$ | 561.2 | 332.0 | 10.9 | 0.00197 | 5.41 |
| 288 | 9.32 | $9.36 \times 10^{4}$ | 392.8 | 299.0 | 7.9 | 0.00262 | 3.96 |
| 294 | 7.13 | $2.74 \times 10^{5}$ | 743.6 | 2435.0 | 8.73 | 0.01131 | 9.18 |
| 296 | 6.76 | $2.05 \times 10^{5}$ | 1069.0 | 2958.0 | 12.13 | 0.00926 | 13.2 |

表2 HEKノズル出口気流条件（ $\mathrm{L}=0.24 \mathrm{~m}$ ）

| Mass Fraction of Free Stream at HEK Experiments |  |  |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Run No． | N 2 | O 2 | N | O | NO |
| 284 | 0.7324 | 0.1472 | 0.0 | 0.0497 | 0.0707 |
| 288 | 0.7283 | 0.1820 | 0.0 | 0.0138 | 0.0759 |
| 294 | 0.7323 | 0.1867 | 0.0 | 0.0117 | 0.0693 |
| 296 | 0.7346 | 0.1578 | 0.0 | 0.0424 | 0.0652 |

表3ノズル出口気流 質量分率


図2 HYFLEX空力加熱センサー位置

| ンサハ0 | STA | BL | TL | X | Y |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| ＋T01 | 20 | 0 | 274 | 1.2 | ， | 16.44 |
| T02 | 127 | 0 | 107 | 7.62 | ， | 6.42 |
| T03 | 136 | －99 | 117 | 8.16 | －5．94 | 7.02 |
| T04 | 136 | 99 | 117 | 8.16 | 5.94 | 7.02 |
| 105 | 400 | 0 | 0 | 24 | 0 |  |
| T06 | 500 | 0 | 0 | 30 | 0 | 0 |
| 107 | 4050 | －241 | 36 | 243 | －14．46 | 2.16 |
| T08 | 4050 | 241 | 36 | 243 | 14.46 | 2.16 |
| 109 | 4145 | －241 | 36 | 248.7 | －14．46 | 2.16 |
| T10 | 4145 | 241 | 36 | 248.7 | 14.46 | 2.16 |
| T11 | 4337 | －241 | 36 | 260.22 | －14．46 | 2.16 |
| T12 | 4337 | 241 | 36 | 260.22 | 14.46 | 2.16 |
| T13 | 4240 | －241 | 36 | 254.4 | －14．46 | 2.16 |
| T14 | 4240 | 241 | 36 | 254.4 | 14.46 | 2.16 |
| T15 | 1250 | －171 | 24 | 75 | －10．26 | 1.44 |
| 116 | 1250 | 171 | 24 | 75 | 10.26 | 1.44 |
| T17 | 1250 | －380 | 107 | 75 | －22．8 | 6.42 |
| T18 | 1250 | 380 | 107 | 75 | 22.8 | 6.42 |
| T19 | 2140 | －181 | 26 | 128.4 | －10．86 | 1.56 |
| 120 | 2140 | 181 | 26 | 128.4 | 10.86 | 1.56 |
| 121 | 2815 | －280．1 | 43.2 | 168.9 | －i6．806 | 2.592 |
| 122 | 2815 | 280.1 | 43.2 | 168.9 | 16.806 | 2.592 |
| 123 | 3565 | －280．1 | 43.2 | 213.9 | －16．806 | 2.592 |
| T24 | 3565 | 280.1 | 43.2 | 213.9 | 16.806 | 2.592 |
| T25 | 3895 | －280．1 | 43.2 | 233.7 | －16．806 | 2.592 |
| 126 | 3895 | 280.11 | 43.2 | 233.7 | 16.806 | 2.592 |

表4 HYFLEX空力加熱センサー座標
四は H Y F L E X 飛行実験空力加熱計測位置に対応する。 センサ唑標はHYFLEX原けでの値を示し，単位はmm ごある なお，実在気体計算にあたつては，迎角は5（

モデル表面で 300 K の等温壁を仮定し，完全触媒壁条件のを上での解析を行った。HEK試験結果はモデルが金侕製であることから，完全触媒壁条件に対応する。なお表2の其淮熱流速QrefはHYFLEXノーズよどみ点に対

$$
\frac{\text { Qref } \sqrt{\frac{R_{\text {noze }}}{P_{\text {itot }}}}}{\left[\frac{H_{\text {lotal }}-H_{\text {wall }}^{1.16688}}{R T_{0}}\right]^{1 / 10}}=23.787
$$

応し，式（1）6）Verant－Sagnier（V－S）の相関式により計算 される＂。

## 3．C FD解析法

HYFLEX HEK高温衝撃風洞対応CFDコードとして 3 種類の実在気体解析コードが用いられた。一つは，Roe の流束差分離スキームに基づき，7成分 24 反応モデル を用いたコードで航技研の和田：によって開発されたも のである。これは温度非平衡の効果を取り入れていない一温度モデルのコードで以下Wコードと略称する。次は，同じく航技研の黒滝によって開発されたコードフで，対流項の定式化はAUSMDV法で行い，Parkの 2 温度モデル を用いて，並進；回転温度と振動温度の 2 つの温度の効果を考慮する。化学反応モデルはParkの7成分24反応式 を考えている。以下，このコードをKコードと略称する 3 番目は，日産自動車の嶋田によって開発されたコード で×，対流項はAUSMDV－EF法を用い，反応式には11化学種を考慮している。各解析法の詳細はそれぞれの文献 を参照されたい。格子は周方向 89 点，流れ方向 40 ～ 120 点，物体面に垂直方向に 60 点の図 3 に示される ものを使用した。但し，流忆方向の格子数はKコードで 50 点，Sコードで 40 点，Wコードはウェークを含め た全体を解き，120点となっており，また，物体表面 の格子密度はそれぞれのコードによって異なり，セルレ イノルズ数にして0．1から数十のオーダーである。 4 種類 の風試に対応した一様流条件は表2に，ノズル出口気流 の質量分率は表3に示されている。また壁面では，等温壁（300K）の完全触媒性の条件を適用した。


図 3 HYFLEX前胴部格子 $(56(\xi) \times 89(\eta) \times 60(\zeta))$

## 4．C FD解析結果比較

HEK高温衝撃風洞試験に対応する上記 3 種類のコー ドによる計算結果の比較検討を温度分布，圧力分布，よ どみ点流線に沿う質量分率分布，及び空力加熱分布につ いて行った。詳細を以下に述べる。

## 4－1 温度分布

HEK各試験条件での対称面内並進／回転温度線図を図 4 に示す。温度スケールは最高値が 6000 K であり，衝撃波直後に見られるノーズ付近の空白の領域は，そこ が温度 6000 K 以上の領域であることを示している。図から判定されるようにSコードによる結果が，600 0 K を超える部分が最も広い。次に，その領域が大きい のがWコードによる結果で，Kコードが温度の高い領域 が最も小さい。衝撃波形状についてはSコードのノーズ付近の衝撃波離脱距離がWコードやKコードに比較して大きくなっている。

一方，ノーズよどみ点流線近傍に沿う並進／回転温度分布を比較した図が図5である。横軸は表面からの距離を示し，0の位置が物体面， 0 から左側が衝撃波層を示す。図から明らかなように，Sコードによる結果が温度分布が最も高い結果を示す。次にKコードがSコード につぎ，衝撃波直後の最高温度では高い値をとるが，そ の後急激に温度が低下している。Wコードでは，温度の ピーク値は前二者の結果に比べて低いものの，物体表面 に近づくにつれ，Kコードよりも高い温度分布を示す。衝撃波の位置に関しては，Wコード，Kコード，Wコー ドの順番にその位置が物体表面から遠ざかっていく。K コード，Wコードに比べて，Sコードがやや衝撃波離脱距離でやや大きな値をとっている。

## 4－2 圧力分布

対称面内の圧力分布の各コードによる比較を図6に示す。図の横軸は頭部の頂点をゼロとし，機体後方に向 かって機体の長さを示している。縦軸は，無次元圧力P／P ${ }_{\infty}$ を示す。圧力の高い部分は機体下面風上側，逆にゼロに近い部分は機体背面風下側の分布で，各コードとも，す べての試験条件で，定量的に優れた一致を示しているこ とが明らかである。

## 4－3 質量分率分布

HYFLEXノーズ部のよどみ点流線近傍での衝撃波層内の質量分率分布を図7に示す。縦軸が酸素原子 $(0)$ ，窒素原子 $(\mathrm{N})$ ，酸化窒素 $(\mathrm{NO})$ ，酸素分子 $\left(\mathrm{O}_{2}\right)$ の各質量分率で，横軸が物体表面をゼロとして，衝撃波方向に向かって物体表面からの距離を示す。図の左側の値はほほ一様流で の各成分の値を表している。各試験条件において，各コ ードによる分布結果は相似となっているが，化学反応モ デルや温度モデルの違いによって，定量的には差が現れ ている。また，完全触媒壁条件の取り扱いにおいてS コ ードとKコードでは，物体表面で，O，N，NOがゼロにな るように設定されているが，Wコードでは，一様流の値 に回復するように取り扱われていることに注意を要する。

4－4 空力加熱分布

HEK各試験条件でのS，W，Kコードによる胴体下面空力加熱分布を図 8 に示す。頭部よどみ点まわりの加熱率の高い部分の分布の様子は，一般的であるが，空力加熱のレベルは定量的に異なっている。各コードによる対称面内空力加熱分布と，HEK風試4条件での実験値と の比較を図 9 に示す。緱軸は空力加熱を（1）式で与え られるQrefで無次元化したものである。S－Codeによる計算結果は，すべての風試条件でノーズ部の加熱量を低く見積もっている。これは物体表面の格子が粗く，セルレイ ノルズ数が十分小さい値となっていないことが原因と考 えられる。これに対して，Wコード，Kコードによる計算は，セルレイノルズ数が1以下で低バイナリスケーリ ングパラメータの条件のRun No．284，288において，コー ド間ではほほ一致した分布となる。実験によるよどみ点加熱率はこの条件では，Qrefの1．1倍前後となるが，C F D計算ではQrefの値とほほ同一になり，やや低い値を示す。高バイナリスケーリングパラメータの条件のRun No．294， 296においては，実験のよどみ点加熱率は，低バイナリス ケーリングパラメータのケースに比較して，Qrefの1．2倍前後となり，バイナリースケーリングパラメータの増加 によって，よどみ点無次元加熱率が上昇することを示し ている。これに対して，Wコード，Kコードによる計算値もQrefの1．1倍前後となっており，ややよどみ点加熱率 を低く見積もるものの，実験との傾向は一致している。但し，Kコードによる計算値はノーズ部分から後ろでは，空力加熱の急激な落ち込みと再上昇を示しており，明ら かに異質な傾向を示しており，今後検討の余地がある。一方，ノーズから後方の実験値のプロットはHEKノズル流のコニカルフロー補正をしていない値をそのままプロ ットしたものであり，補正後はWコードの分布に近くな ることが判明しているか。また，Wコードによる完全触媒性の条件が他のコードとは異なり，O，NO，Nの成分を物体表面で一様流の値にとっており，これをゼロとするこ とによりより，多くの発熱反応を誘起することから，よ どみ点空力加熱では，実験値により近づくことが想定さ れる。

最後に，無次元化パラメータを横軸としたよどみ点 でのスタントン数をHEKの各条件においてプロットした ものを図10に示す。横軸のパラメータは嶋田 ${ }^{10)}$ によっ て提案されたもので，HEKの試験結果が，D－K－Rの理論や V－Sの相関式（1）式とは異なり，より大きな勾配を持っ た直線で近似されることを示している。

## 5．まとめ

NAL角田のHEK高温衝撃風洞による空力加熱試験に対応した実在気体C F D 解析を嶋田コード（S－コード），和田コード（W－コード），黒滝コード（K－コード）の 3 種類のコードで，実施した。その結果，圧力分布につ いては，ほぼ一致した結果が得られ，温度分布や質量分率分布については，それぞれのコードの特性や，反応モ デル等の違いによって，定性的には相似であるものの，定量的には多少の差のある結果となった。今回の検証の主目的である空力加熱分布に関しては，Wコードが，定量的にも，定性的な分布形状においても，信頼性のある結果となっている。これに対して，Sコードでは，セル


図 4 対称面内 並進／回転温度分布


## 図5 淀み点流線近傍に沿う衝撃波層内温度分布


（a）Run No． 284 case

（b）Run No． 288 case

（d）Run No． 296 case


図7 淀み点流線近傍での衝撃波層内質量分率分布


図 8 HYFLEX 実在気体 HEK 条件完全触媒空力加熱分布



## DKR ：Detra－Kemp－Riddell Correlation V－S ：Verant－Sagnier Correlation

図10 HYFLEXノ一ス゚淀み点スタントン数のHEK試験との比較

レイノルズ数が大きすぎたため，定量的には加熱量を低
く見積もっており，Kコードでは，高バイナリスケーリ ングバラメータのケースにおいて，加熱分布に検討の余地を残す結果となっている。今後，格子数の影響や，他 の高エンタルピー風洞試験との比較を通して，具体的な上記諸課題を詰めてゆく必要があると考えている。最後 に今回の娭証は，C F D コード内の誤差の範囲を同定す る上で非常に有益なものであり，将来も引き続き検証を推し進めてゆきたい。

## 参考文献

1）HYFLEX／HOPEシンポジウム講演論文集 NAL SP－32， 1996年9月
2）Weilmuenster，K．，Greene，F．A．，＂Navie－Stokes Simulations of Orbiter Aerodynamic Characteristics Including Pitch Trim and Body flap＂J of Spacecraft and Rockets No．3，May－June 1994，pp355－366
3）植田修一他「HYFLEXの空力加熱に関する実験的研究」第15回航空機計算空気力学シンポジウム論文集 NAL SP－ 37，1998年2月 pp153－158
4）NAL－ONERA 共同研究資料 私信
5）伊藤勝弘他「大型高温衝撃風洞HIESTの作動特性」航空宇宙数値シミュレーションシンポジウム98，NAL SP本論文集，1999
6）山本行光「スペースシャトル及びHYFLEXまわりの高温実在気体解析」航空宇宙数値シミュレーションシンポジ ウム＂98論文集 NAL SP－41，1999年2月pp107～116
7）黑滝，山本「極超音速非平衡流における 3 次元往還機形状まわりの数値解析」同上論文集，pp117～122
8）嶋田，山本，廣瀬「再突入機まわりの 3 次元高エンタル ビー流れの数値シミュレーション」同上論文集，pp123 － 128
9）Y．WADA，etal＂Hypersonic Nonequilibrium Flow Computation around Space Vehicles＂Proc．of the 17th ISTS， Vol． 1 Tokyo， 1990
10）T．Shimada，etal＂Computation of Hyflex Aerodynamic Heating at HEK Shock Tunnel Test Conditions＂AIAA Paper 99－3493，June， 1999

## CFD内部熱構造部材FEM熱解析との連成による

再突入飛行熱空力環境統合数値シミュレーション手法の開発山本 行光＊，甲斐 高志＊

# Development of Multi－disciplinary Simulation for the Study of Re－Entry Flight <br> Aerothermodynamic Environments by Coupling CFD and Internal Structual FEM Thermal Analysis 

Yukimitsu YAMAMOTO＊and Takashi KAI＊


#### Abstract

HYFLEX（Hypersonic Flight Experiment）was conducted in February，1996．In this Hypersonic flight，aerodynamic data and temperature data on TPS materials and internal structure parts were obtained along its flight trajectory．Surface temperature history of HYFLEX TPS parts were simulated by CFD－FEM coupling analysis and this type of multi－disciplinary simulation demonstrated its usefulness for high quality evaluation of aerothermal environments of re－entry flight．

On the present paper，CFD－FEM coupling method is applied to the total thermal－structural analysis including internal alminum structures，such as frames and stringers．This analysis are made to the flight time of 300 sec and good agreements with flight data are obtained for temperature increase of HYFLEX vehicle




図1 HYFLEX飛行実験㮔超音速飛行領域 10 秒毎の機体姿勢と機体表面温度変化

1．はじめに
HYFLEX飛行実験において，熱空気力学的視点から注目される重点評価項目の一つは，機体にかかる熱環境で ある。この解析評価のため，昨年度は外部流CFD解析と内部耐熱材熱伝導FEM解析をカップリングさせた数値シミュレ ーション手法＂によって再突入飛行軌道に沿った表面温度履歴を全表面にわたり同定した。図1はHYFLEXの分離後飛行時刻 50 秒から 200 秒までの 10 秒間隔の極超

[^13]音速飛行の様子と機体表面温度の変化を表わしたもので，高度とマッハ数，乱流遷移加熱発生，及び再層流化の飛行時刻も併せて示している。乱流遷移加熱については，
Baldwin－LomaxモデルによるCFD解析を実施しており，良好 な一致が得られた2）。今回は，内部アルミ構造部材を含めた解析を実施することを目的として，FEM熱解析プログラ ムの改良を行い，フレーム部，ストリンガー部を含むFE M格子を作成し，カップリング計算を行った。本稿では，上記内部アルミ構造部加熱解析結果，フライトデータとの比較を行い，良好な結果が得られたので報告する。


図2 CFD 外部流計算格子

## 2．解析方法

2－1．外部流及び内部構造格子作成
外部流CFD解析用HYFLEX格子を図 2 に示す。格子は単一格子で双曲型方程式に基づく方法で作成した。頭部から胴体後端まで101点，周方向に89点，機体表面から空間方向に61点の格子数である。外側境界は衝撃波形状を覆 う形で決定した。
次にHYFLEX内部アルミ構造を含むFEM格子の概要腑観図 を図3に示す。総節点数はおよそ2700点である。図4 に図3のアンテナ及びTPS部の断面拡大図を示す。タイル部 は5層からなり，その下に接着層のSIPが1層と，アルミの 1層が重なる。また，C／Cノーズキャップは 2 層で構成さ れている。図3の各部を分解して示したものが図5である。格子はC／Cノーズキャップ，胴体，主翼，アンテナ収納部，後端面，アルミフレーム，ロンジロン等からなっている。 CFDの表面格子とFEM計算用の表面格子は異なっており， CFD計算からの空力加熱情報，及びFEM計算からの表面温度上昇データは各々内挿によって求められている。


図3 HYFLEX内部アルミ構造を含むFEM格子


図4 胴体上面アンテナ及びTPS部拡大図

（a）
アルミ合金

| 温度（K） | 熱伝逪率 $\left(\mathrm{m}^{2} / \mathrm{sec}\right)$ | 密度 $\left(\mathrm{kg} / \mathrm{m}^{3}\right) \times$ 䋤容量 $(\mathrm{J} / \mathrm{kgK})$ |
| :---: | :---: | :---: |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 294.0 | 155.0 | $2.352 \mathrm{E}+06$ |
| 311.0 | 157.0 | $2.380 \mathrm{E}+06$ |
| 366.0 | 162.0 | $2.492 \mathrm{E}+06$ |
| 422.0 | 166.0 | $2.604 \mathrm{E}+06$ |
| 1550.0 | 246.6 | 4．860E＋06 |
| PID | 110001 | 胴体アルミ |
| PID | 145001 | バルクヘッド |
| PID | 145002－145015 | 膈体フレーム |
| PID | 150001－150003 | 胴体ロンジロン |
| PID | 200001 | 主賏アルミ |
| PID | 210001 | 主翼フレーム |

（b）
C／C

| 温度（K） | 熱伝䆃率 $\left(\mathrm{m}^{2} / \mathrm{sec}\right)$ | 密度 $\left(\mathrm{kg} / \mathrm{m}^{3}\right) \times$ 熟容量 $(\mathrm{J} / \mathrm{kgK})$ |
| :---: | :---: | :---: |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 293.0 | 6.6 | $1.215 \mathrm{E}+06$ |
| 773.0 | 8.2 | $2.527 \mathrm{E}+06$ |
| 1237.0 | 8.1 | $2.997 \mathrm{E}+06$ |
| 1773.0 | 8.1 | $3.110 \mathrm{E}+06$ |
| PID | 100001 | ノーズキャップ |

（c）
セラミックタイル

| 温度（K） | 熱伝導率 $\left(\mathrm{m}^{2} / \mathrm{sec}\right)$ | 虫度 $\left(\mathrm{kg} / \mathrm{m}^{3}\right) \times$ 熟容量 $(\mathrm{J} / \mathrm{kgK})$ |
| :---: | :---: | :---: |
| 0.0 | 0.051 | 0.0 |
| 298.0 |  | $1.425 \mathrm{E}+05$ |
| 473.0 |  | $1.843 \mathrm{E}+05$ |
| 484.0 | 0.1 |  |
| 673.0 |  | $2.052 \mathrm{E}+05$ |
| 791.0 | 0.1 |  |
| 873.0 |  | $2.185 \mathrm{E}+05$ |
| 1073.0 |  | $2.299 \mathrm{E}+05$ |
| 1074.0 | 0.1 |  |
| 1550.0 | 0.2 | $2.571 \mathrm{E}+05$ |
| PID | 130001 | 䏛体タイル |
| PID | 230001 | 主置タイル |

（d）

| 温度（K） | 熱伝䢙衰 $\left(\mathrm{m}^{2} / \mathrm{sec}\right)$ | 密度 $\left(\mathrm{kg} / \mathrm{m}^{3}\right) \times$ 鵃容量 $(\mathrm{J} / \mathrm{kgK})$ |
| :---: | :---: | :---: |
| 0.0 | 0.000 | 0.0 |
| 255.0 |  | $1.600 \mathrm{E}+05$ |
| 311.0 |  | $2.140 \mathrm{E}+05$ |
| 366.0 |  | $2.840 \mathrm{E}+05$ |
| 401.0 | 0.029 |  |
| 422.0 |  | $3.720 \mathrm{E}+05$ |
| 460.0 | 0.032 |  |
| 477.0 |  | 4．820E＋05 |
| 566.0 | 0.035 |  |
| 573.0 |  | $6.740 \mathrm{E}+05$ |
| 1550.0 | 0.063 | $2.628 \mathrm{E}+06$ |
| PID | 120001 | 胴体SIP |
| PID | 220001 | 主頨SIP |

（e）


| 温度（K） | 勲伝導率 $\left(\mathrm{m}^{2} / \mathrm{sec}\right)$ | 密度 $\left(\mathrm{kg} / \mathrm{m}^{3}\right) \times$ 熱容量 $(\mathrm{J} / \mathrm{kgK})$ |
| :---: | :---: | :---: |
| 0.0 | 0.0000 | 0.0 |
| 255.0 | 0.0329 | $1.1856 \mathrm{E}+05$ |
| 394.0 | 0.0519 | $1.4208 \mathrm{E}+05$ |
| 533.0 | 0.0700 | $1.6352 \mathrm{E}+05$ |
| 672.0 | 0.9170 | $1.8096 \mathrm{E}+05$ |
| 811.0 | 0.1142 | $1.8560 \mathrm{E}+04$ |
| 950.0 | 0.1385 | 1．8688E＋05 |
| 1089.0 | 0.1644 | $1.8896 \mathrm{E}+05$ |
| 1227.0 | 0.2077 | 1．9760E＋05 |
| 1550.0 | 0.3090 | 2．1782E＋05 |
| PID | 190001 | 䏱体上部可とう断熱材 |

表1 HYFLEX TPS／構造部物性値

## 2－2 外部流C FD 解析

CFD解析の基礎方程式は薄層ナビエストークス方程式であ る。計算コードは航技研のFVSタイプのHYPER3Dコードを使用した。計算は8PEを用いた並列計算で，境界条件は機体表面で各格子点の温度データをFEM解析からから得，当刻飛行時刻での表面熱流束を計算する。

## 2－3内部FEM解析

基礎方程式は非定常三次元熱伝導方程式である。解法は重みつき残差法で，有限要素として8節点アイソパラメト リック要素を用いる。を用いる。数値積分にはGaussの積分公式を用い，時間方向の離散化はクランクニコルソン差分 とした。連立方程式の解法には前処理付共役勾配法（SCG法） を使用する。前処理にスケーリングを利用したCG法（SCG法）を採用することにより収束性が大幅に向上する。本 FEMコードはNWT用に並列化し，6PEを用いた計算を実施 した。

## 3．解析結果

FEM内部構造温度解析に用いた熱伝導率及び熱容量の代表的物性値を表1に示す。

これらの物性値に基づいてカップリング解析を行った際 の飛行時刻100，150，200秒までの機体表面温度分布を図6に示す。表面からの輻射率は0．85とした。表面温度はTPSのみの解析結果とほぼ同等で，飛行時刻150秒に C／Cノーズ部で最高温度を示し，それ以降は輻射により機体表面温度は下降する。一方，飛行時刻 300 秒時のSIP接着層，アルミ外板，及びフレーム部の温度上昇分布を図7 ～9に示す。飛行時刻 300 秒時では温度の上昇は数度程




図6 HYFLEXアルミ構造部材を含む FEM解析による表面温度変化

度にとどまっている。図10にはHYFLEX内部構造概略図及び内部温度計側位置を示す。今回の解析では図の機器搭載パネル，取り付け金具，取り付けボックスでのFEM格子 モデルは作成しなかったため，飛行計測データとの比較は フレーム上のTSO1からTSO4，TSII，TS13からTSI6のデータ で行った。このうち，TS03，TS14，及びTS16は胴体下面側，他は胴体上面側である。
飛行データと解析結果の比較を図11に示す。図は横軸 が飛行時刻，縌軸が温度上昇量（K単位）を示す。飛行デー夕は実線で，解析結果は飛行時刻 300 秒での値を丸印で示す。飛行時刻 300 秒では温度上昇は変化しないか数度以内にとどまっているものの，飛行結果との比較は良好で ある。飛行時刻 300 秒以降では，HYFLEXは超音速領域 でタンブリング運動を始めることから，解析は 300 秒ま でとした。

## 4．まとめ

新たに，内部熱構造温度上昇解析を可能とするNWT用 FEMコードの開発を行い，それぞれ異なった物性値を持つ

複雑構造の熱解析を行った。計算結果はHYFLEX飛行データ と良好な一致を示し，一連のHYFLEX飛行実験データ評価を終了することができた。今後コードの汎用化を通して，よ り長い飛行時間を予定するHOPE－Xの熱空力評侕解析に応用 していく予定である。本シミュレーションコードの開発に よって，空力と構造の両面から耐熱構造設計解析を進める ことができ，将来型再使用ロケット等のより軽量化を要求 される最適システム設計のためのツールとして今後役立て て行きたい。

## 参考文献

1）山本，黒滝「再突入飛行実験OREX，HYFLEXにおけ るCFD／FEM連成解析による熱空力特性評価」航空宇宙数値シミュレーションシンポジウム’98論文集 NAL SP－4I，1999年2月 pp 35～40
2）山本行光「再使用型宇宙往還輸送機まわりの空力解析 システムの構築」航空宇宙数値シミュレーション技術 シンポジウム98論文集，NALSP－41 1999年 PP 139～154


図 10 HYFLEX内部構造と温度計側位置


図11．HYFLEX 内部アルミフレーム構造部温度上昇解析結果

# HOPEエレボン操舵形態周りの遷音速流 Navier－Stokes 数値シミュレーション 

伊藤良三＊1，山本行光＊2

# Navier－Stokes Numerical Simulations of Transonic Flows about HOPE with Elevons 

by<br>Ryozo ITO＊1，Yukimitsu YAMAMOTO＊2


#### Abstract

A large number of flow simulations about HOPE－X has been carried out to support its aerodynamic design．In order to investigate the aerodynamic characteristics in detail，preliminary computations of transonic flows about HOPE－X with -20 degree steered elevons were executed．The CFD code used here is based on Reynolds averaged Navier－Stokes equations discretized using FVM method with TVD upwind scheme．The computational grid used here is multi block structured one consisting of 42 blocks．Total number of the grid－points is about 3.7 millions．


## 1．はじめに

CFDによる遷•超音速流の解析は，2004年に打ち上 げ予定のHOPE－Xの空力設計に大きく寄与し［1］，数々 のHOPE—Xティッブフィン形状の計算が実施されてきた例として，HOPE－Xティッブフィン形態の最終形状の つである 07 HOPE での計算結果について紹介する（図 1，図2）全機 CL，CD，機体上 Cp 分布ともに， ETW（European Transonic Wind－tunnel）での風試結果と良 く…致している［2］

本報告では，より複雑で実機に近い形状周りの流れ場を計算するために，上記の計算で使用されてきたマルチブロック コー－ドを改修し，O7 HOPEのエレボン操舵形態について試験的な計算を行ったのでその結果を報告する。

## 2．C F Dコード

航技研で開発されたマルチブロック対応のC F Dコード ［3］を改修した。上述の071HOPEの様な形状では，一般曲線座標のうちの一方向のみを機体表面法線方向とする計算格子を比較的容易に生成できるが，形状が複雑になると，こ の様な制約を持つ格子の生成は困難になる。今回の改修はこ の制約を無くして格子生成を容易にすることを目的としてい る。使用する格子における座標の取り方の変更に伴い，一般曲線座標と機体表面の間の位置関係が多様になり，従来の様 に粘性項の薄層近似ができるとは限らなくなるので，三方向 すべての粘性項を計算できる様にした。詳細は参考文献を参照されたいが，コードの主な特徴は以下の通りである。

- 三次元レイノルズ平均 Navier－Stokes 方程式
- 有限体積法
- 対流項に ChakravarthyのTVDスキーム［4］を適用
- 時間積分は陰的近似因子分解法，局所時間刻み
- Baldwin－Lomax 乱流モデル［5］


## 3．計算対象

O 7 HOPE形状で主翼のエレボンを 20 度下方に操舵し たものを対象とした。この形態はボディ・フラップを持たず，

[^14]流出境界まで胴体を延長した形になっている。

4．計算格子
上記の 07 HOPEエレボン操舵形態の周りに 42 個の構造格子からなるマルチブロック格子ぶ市販の格子生成ソフト GRIDGEN により作成された。格子生成のためだけならブ ロック数ははるかに少なくて済むが，後述する「NWT」の PE1台あたりの主記憶容量の制約等から，さらに細分する必要があった。格子のトボロジーは全体としてはC型（図3） だが，格子生成を容易にするために，胴体側面，主翼上面， ティッブ・フィン内側の三面に囲まれた領域や，エレボンを下げることに依って翼後援に生じた三角柱状の領域（図 4 ） には，独立した格子を生成した。機体表面の総格子点数は約 8 万，全空間の総格子点数は約 370 万である。胴体長を 1 と したとき機体表面法線方向の最小格子間隔は約 $10^{-5}$ ，機体表面から外部境界までの距離は約 2 である。

今回の形状はエレボンを操舵しているため，翼後縁のとこ ろの計算格子が「1．」で紹介した計算に用いられたものと比べて大きく異なり，複雑である（図5）。

## 5．計算結果

テストケースとして，マッハ数 $=0.7$ ，レイノルズ数 $=1.0$ $\times 10^{8}$ ，迎角 $\alpha=0$ 度の一様流条件で計算した。Baldwin－ Lomax 乱流モデル［5］を適用するには機体表面からの距離を明確に定義しなければならないが，今回の格子には，機体と線で接するブロックがあり，その距離の見積もりが困難な ので，全域を層流として計算している。計算は，航技研の分散主記憶型並列ベクトル計算機「NWT」の14台のPE を使い，各PEに3個のブロックを受け持たせて行われた。
計算負荷を各PEにあまり均等には割り当てなかったことも あり，計算結果を得るのに最長のPEで約100時間を要し た。局所時間刻みでは格子間隔が狭いところほどタイムステ ップを小さくするが，ブロック境界付近でタイムステップが小さくなり過ぎる傾向があるので，タイムステップの下限値 を設定してその影響を緩和した。ブロック境界において，等圧線が滑らかでなく，やや計算の収束が十分でないところ が見受けられるが，定性的には全体として良好な結果であ る（図6）。図7に機体表面の流線を示す。エレボンに依つ て流れが押しのけられている様子や，エレボンの上面から

側面に向かう流れが良く捕らえられている。
6．まとめと今後の課題
マルチブロックCFDコードを改修し，07HOPEのエ レボン 20 度下げ形状におけるエレボン隙間流れの解析を行 った。

ブロック境界における計算の収束の高速化と，乱流モデ ルに関する改良を施し，コードをより実用的なものにして行きたい。

## 謝辞

GRIDGENによりマルチブロック格子を作成して頂いた，株式会社トータルシステム研究所の戸谷行博氏に感謝しま す。

参考文献
［1］伊藤，山本，「HOPEの遷•超音速流空力設計C F D解析」，NAL SP－41，pp．361－366， 1999.
［2］川崎重工業株式会社，「遷音速域風試データの整理作業報告書」，1998年3月
［3］橘，高梨，「複雑な形状の航空機まわりの流れの数値シ ミュレーション」，NAL SP－10，pp．195－199， 1989.
［4］Chakravarthy，S．R．，＂The Versatility and Reliability of Euler Solvers Based on High Accuracy TVD Formulations＂，AIAA paper 86－0243， 1986.
［5］Baldwin，B．S．and Lomax，H．，＂Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow＂，AIAA paper 78－257， 1978.


図1 O7 HOPE形状C FD結果（全機CL，CD）

$$
\mathrm{M}_{\infty}=0 . \quad 9, \quad \mathrm{Re}=6 . \quad 41 \times 10^{7}
$$



図2 07 HO P E形状C F D結果（翼，胴体上C p 分布）
$\mathrm{M}_{\infty}=0.9, ~ \mathrm{Re}=6.41 \times 10^{7}, ~ \alpha=8^{\circ}$


図3計算格子
左…機体表面，対称面
右…機体表面，斜め下方から見る


図4 エレボン付近の計算格子
左…斜め後ろ上方から見る
右…中央付近断面計算格子


図5 胴体後端の計算格子
左…従来のもの，エレボン無し右…今回のもの，エレボン有り


図6 機体表面等圧線
左…斜め上方から見る
右…斜め下方から見る


図7 機体表面流線
左…斜め上方から見る右…斜め下方から見る

# HOPE－X 改善形状まわりのCFD 空力設計解析 

山本行光＊，伊藤良三＊＊

# CFD Aerodynamic Design Analysis of Improved HOPE－X Configurations from Low to Hypersonic Speeds 

Yukimitsu YAMAMOTO＊and Ryozo ITO＊＊<br>Key Words ：CFD Analysis，Aerodynamic Design，Re－Entry Flight


#### Abstract

For the new aerodynamic configuration design of HOPE－X，whose geometry is modified from tip fin type to two vertical tail fin type in order to reduce the weight and get high performance，CFD has been mainly used and Navier－Stokes calculations have been performed in a short term from low（ $M_{\infty}=0.4$ ）to hypersonic speed（ $M_{\infty}=26$ ）．Totally， 250 computations were conducted for 10 candidate configurations of new HOPE－X and the geometry effects on aerodynamic characteristics were investigated in detail to determine new basic model．


## 1．はじめに

こえまで HOPE－X の機体形状は胴上尾翼を持たない ティップ・フィン形式のものが考えられて，数多くのCFD解析が実施されてきたが1）2，よりいっそうの重量軽减，及 び空力性能の向上を目指した胴上双垂尾形態の検討を昨年度から行ってきている。本研究では双垂尾形態での空力特性に与える一連の形状変更効果を調べ，新たな基本形状を設定するため，低速（ $\mathrm{M} \infty=0.4$ ）から極超領域（ $\mathrm{M}_{\infty}=26$ ）に いたるまでのナビエ・ストークス CFD 解析を実施した。今回は設計を進める上での時間的なスケジュール管理の上か ら，短期間のらちに 250 ケース程の形状設計計算を行い， CFDの有益な点の一つである迅速な対応を必要とする空力設計において，CFDが主要な手段として活用され，航技研 のNWT 数値風洞という概念の実用化に大きな進展をはか ることが可能となった。

## 2．解析形状

HOPE－Xの新双垂尾形態の解析形状を図1に示す。今回 の設計にあたっては，改善形状をベースとし，それに対する形状変更効果を見ることが目的である。改善形状の特色は HOPE－Xの重量削減を主目的とし，ペイロードベィ・スペー スの最適化を通して胴体長を 1.5 m 短縮し，機体全長を 13.38 m とし，さらに双垂尾形態とすることで構造強度を高 め重量軽减を達成している。
主翼はこれまでのHOPE－X形状と同様に，後退角 $55^{\circ}$ の ダブルデルタ翼で，ノーズ曲率半径を拡大／扁平化し，ノー ズ部TPSの設計最高温度の低下をはかっている。また後胴 フレアを持ち，ボディフラップウを拡大し，トリム能力の改善をはかり，双垂尾のキャント角を $20^{\circ}$ に設定している。

上記改善形状をベースとし，尾無し，主翼取付位置変更， ストレーク変更，後縁前進角変更，上反角変更，キャント角

[^15]| 変更項目 | ベースライン | 修正形状 | 目的 |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 主翼取付位置 |  | 前方移動 | トリム能力改善 |
| ストレーク変更 | $\begin{aligned} & \text { ストレーク } \\ & \text { キンク位置 } \end{aligned}$ $50 \% \text { スパン }$ | 25 \％スパン | ストレーク小に よる重量削減 |
| 後縁前進角 | $10^{\circ}$ | 増 $20^{\circ}$ | トリム能力改善 |
| 上反角 | $6^{\circ}$ | 機体表面を平面化 | 上反角変更による横方向特性 データ評価 |
| キャント角 | $20^{\circ}$ | $35^{\circ}$ | 縺りム能力改善 |
| ノーズ | ノーズ部等価曲率半径 Reff 0.86 m | 曲率半径増 $1.06 \mathrm{~m}$ | $\begin{gathered} \text { よどみ点加熱率 } \\ \text { の低减 } \end{gathered}$ |
| 主翼面積 | $51 \mathrm{~m}^{2}$ | $\begin{aligned} & \text { 縮小 } \\ & 48 \mathrm{~m}^{2} \end{aligned}$ | 重量削減 |
| ノートレーズ |  | ノーズアップ | 着陸フェーズ縦静安定増 |

表1 形状変更効果のねらい

変更，ノーズ変更，主翼面積縮小，ノーズ ノ ストレークアッ プ形態の計10の形状について，その形状変更効果が CFD 解析により調べられた。改善ベースライン形状に対する各修正形状のねらいを表1に示す。

## 3．格子作成と解析法

今回の解析では各形状はキャティアデータで表されている。こ れを格子作成のためIGESフォーマットに変更した。このプ ロセスにおいて，キャティアデータ内で格子作成に不必要 な部分を削除し，表面格子は市販のGRIDGENを用いる。三次元空間格子は，遷音速領域では代数的方法，極超領域では

胴体長 13.38 m （ 1.5 m 短縮）


図1 H O P E 新形態形状群

双曲型方程式による方法を採用し，機体表面での直交性が良好に保たれることから，マルチブロックを必要としない単一格子作成においては，空力加熱評価の精度が高い。

CFD 解析は，ナビエ・ストークス方程式を有限体積法に より差分化し，低•遷音速領域では対流項にChakravarthy のTVDスキームを適用し，時間積分は陰的近似因子分解法 による局所時間刻みとし，乱流モデルはBaldwin－Lomaxモ デルを使用した。超／極超音速領域では，対流項は流束分離法を適用し，層流を仮定している。

計算条件は，マッハ数 0.4 から 25 ，迎角は低／遷音速領域では $0, ~ 5^{\circ}, ~ 15^{\circ}$ ，超音速領域ではマッハ数 2.5 で $-5^{\circ}$ ， $5^{\circ}$ ， $15^{\circ}$ ，マッハ数 3 で $10^{\circ}$ ， $25^{\circ}$ ，マッハ数 25 で $40^{\circ}$ ， $45^{\circ}$ である。形態が双垂尾であることから横方向特性も重点的に調べられ，横滑り角 $3^{\circ}$ 及び $5^{\circ}$ の計算も実施した。 ケース数は全体として 250 ケースである。

## 4．解析結果

形状変更効果 CFD 空力設計解析ではマッハ数 1.5 以下の遷／亜音速で 150 ケース，マッハ数 2.5 以上の超／極超音速 ケースでおよそ 100 ケースである。表2，表3に計算条件 を示す。図2にマッハ数 0.4 から 25 までの代表的迎角にお ける対称面内の等圧線図を示す。マッハ数 $0.4, ~ 0.9, ~ 1.5$ で のCFDによる空力係数結果の国内風洞試験結果との比較を図3に示す。

揚力係数CLは，迎角の変化に対して，マッハ数 1 以下で，


風試に比較して若干低くなっているが，これは空間格子が粗く，CFD 側でボルテックスリフトが十分にとらえきれて いないことが，要因の一つとしてあげられよう。

抗力特性は風試とよく一致する。縦摇れモーメント係数 はCFD結果が頭上げが強く，特にマッハ数 0.9 でその差が大きくなるが，これも上記ボルテックスリフトが原因と考 えられる。横滑り角をとったときの横方向特性については， $\mathrm{M}_{\infty} \geq 1.0$ では風試との一致は良好であるが， $\mathrm{M}_{\infty}<1.0$ では尾効きが CFD 側で小さくなり，やや誤差が大きくなる傾向 にある。マッハ数 0.8 付近の遷音速領域では今後，格子解像度を上げるとともに，ベース・フローの計算を実施すること が必要とされる。
超／極超音速領域ではマッハ数2．5，3，10，26において横滑り非対称計算を含めた形状解析を行うとともに，マッ八数 10 及び 26 でボディフラッブとエレボン操舵ケースの舵角 $-20^{\circ}$ ，$-10^{\circ}$ ， $0^{\circ}$ ， $10^{\circ}$ ， $20^{\circ}$ の計算を実施し，大迎角における緃トリム能力の評価を行った。マッハ数3では 2 枚の胴上尾翼を $10^{\circ}$ 片方向に操舵した非対称計算も行い，尾翼の横方向効きを調べた。キャント角 $10^{\circ}$ のこのケース でのオイルフローパターンを図 4 に示す。一方，形状特性解析の一例としてノーズ・ストレークアップ形態と，ベースラ イン形状での空力特性の違いを図5に示す。ノーズアップ形態では，HOPE－Xの想定軌道飛行条件でベースライン形状と高マッハ数，大迎角で大きな開きはないが，低マッハ数，低迎角でのピッチングモーメントの上昇により，圧力中

d） $\mathrm{M} \infty=25.0 \quad \alpha=40^{\circ}$

| Case $\mathrm{No}^{\text {o }}$ | 機体形状 | Mach数 | $\alpha$（deg） | $\beta$（deg） | 静圧（ Pa ） | 㓓温（K） | 壁温（K） | ReLB | $\delta r$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 1 | 07HOPE尾なし | 3 | 10 | － 0 | 1180.4 | 226.6 | 1366 | $1.78 \mathrm{E}+07$ | 0 |
| 2 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 3 |  |  | 10 | 5 |  |  |  |  |  |
| 4 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 5 |  | 25.52 | 40 | 3 | 1.09 | 199.1 |  | $1.66 \mathrm{E}+05$ |  |
| 6 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 改善形状ベースライン | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 8 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 9 |  | 3 | 10 |  | 1180.4 | 226.6 |  | $1.49 \mathrm{E}+07$ |  |
| 11 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 12 |  | 25.52 | 40 | 3 | 1.09 | 199.1 |  | 1．39E＋05 |  |
| 13 |  | 3 | 10 | 5 | 1180.4 | 226.6 |  |  |  |
| 14 |  |  | 25 |  |  | 226.6 |  | 1．49E＋07 |  |
| 15 |  | 2.5 | －5 |  |  | 223.8 | 700 | 1．92E＋07 |  |
| 16 |  |  | 5 |  | 1795.4 |  |  |  |  |
| 17 |  |  | 15 |  |  |  |  |  |  |
| 18 | 改善形状ペースライン尾なし | 3 | 10 | 0 | 1180.4 | 226.6 | 1366 | $1.49 \mathrm{E}+07$ | 0 |
| 19 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 20 | 主頨取り付け位㽬変更 | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 21 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 22 |  | 3 | 10 |  | 1180.4 | 226.6 |  | $1.49 \mathrm{E}+07$ |  |
| 23 |  |  | 25 |  |  |  |  | 1．49E＋07 |  |
| 24 | ストレーク変更 | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 25 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 26 |  | 3 | 10 |  | 1180.4 | 226.6 |  | $1.49 \mathrm{E}+07$ |  |
| 28 | 後縁前進角変更 | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $139 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 29 |  |  | 45 |  |  |  |  | $1.39 E+05$ |  |
| 30 |  | 3 | 10 |  | 1180.4 | 226.6 |  | $1.49 \mathrm{E}+07$ |  |
| 31 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 32 | 改善形状ベースライン尾なし | 3 | 10 | 5 | 1180.4 | 226.6 | 1366 | $1.49 \mathrm{E}+07$ | 0 |
| 33 |  |  | 25 |  |  |  |  | 1.40 ＋07 |  |
| 34 |  | 2.5 | －5 |  | 1795.4 | 223.8 | 700 | 1．92E＋07 |  |
| 35 |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  |
| 36 |  |  | 15 |  |  |  |  |  |  |
| 37 | 上反角変更 | 25.52 | 40 | 3 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 39 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 40 |  | 3 | 10 | 5 | 1180.4 | 226.6 |  | $1.49 \mathrm{E}+07$ |  |
| 41 |  | 2.5 | 5 |  |  | 223.8 | 700 |  |  |
| 42 |  |  | 15 |  |  |  |  | 1．92E＋07 |  |
| 43 |  | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ |  |
| 44 |  |  | 45 |  |  |  |  | $1.39 \mathrm{E}+05$ |  |
| 45 |  | 3 | 10 |  | 1180.4 | 226.6 |  | $1.49 \mathrm{E}+07$ |  |
| 46 |  |  | 25 |  |  |  |  | 1．49E＋07 |  |
| 47 | キャント角変更 | 25.52 | 40 | 3 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 48 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 49 | ノーズ変更 | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | 1．39E＋05 | 0 |
| 50 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 51 | 主翼面積縮小 | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 52 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 54 |  | 3 | 10 |  | 1180.4 | 226.6 |  | $1.49 \mathrm{E}+07$ |  |
| 55 | キャント角変更 | 3 | 10 | 0 | 994.3 | 288.6 | 1366 | $9.20 \mathrm{E}+06$ | 0 |
| 56 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 57 |  |  | 10 | 5 |  |  |  |  |  |
| 58 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 59 | 改善形状ペースライン | 3 | 10 | 0 | 994.3 | 288.6 | 1366 | $9.20 \mathrm{E}+06$ | 10 |
| 60 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 61 | キャント角変更 | 3 | 10 | 0 | 994.3 | 288.6 | 1366 | $9.20 \mathrm{E}+06$ | 10 |
| 62 |  |  | 25 |  |  |  |  |  |  |
| 63 | ノーズ\＆ストレークアップ | 25.52 | 40 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 64 |  |  | 45 |  |  |  |  |  |  |
| 65 |  | 3 | 10 |  | 994.3 | 288.6 |  | $9.20 \mathrm{E}+06$ |  |


| Case ${ }^{\text {No }}$ | 機体形状 | Mach数 | $\alpha$（deg） |  |  |  |  |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 67 | 改善形状ベースライン |  | 40 | Ob | Se | 静圧（Pa） | 觧温（K） | 壁温（K） | ReLB | $\delta r$ |
| 68 |  | 25.52 |  | 0 | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 | $1.39 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 69 |  | 10．02 |  | 0 | 0 | 36.59 | 257.58 |  | 1．30E＋05 |  |
| 70 |  | 10.02 |  | 0 | －10 | 1.09 | 199.1 |  | $1.39 \mathrm{E}+05$ |  |
| 71 |  | 25.52 |  | 0 | －10 | 36.59 | 257.58 |  | 1．30E＋05 |  |
| 72 |  | 10.02 |  | 0 | －20 | 36.59 | 199.1 |  | 1．39E＋05 |  |
| 73 |  | 25.52 |  | 10 | 0 | 1.09 | $\underline{257.58} 1$ |  | 1．30E＋05 |  |
| 74 |  | 10.02 |  | 10 | 0 | 36.59 | 257.58 |  | $1.30 \mathrm{E}+05$ |  |
| 75 |  | 25.52 |  | 0 | 10 | 1.09 | 199.1 |  | 1．39E＋05 |  |
| 76 |  | 10.02 |  | 0 | 10 | 36.59 | 257.58 |  | 1．30E＋05 |  |
| 77 |  | 25.52 |  | －10 | 0 | 1.09 | 199.1 |  | $1.39 \mathrm{E}+05$ |  |
| 78 |  | 10.02 |  | －10 | 0 | 36.59 | 257.58 |  | 1．30E＋05 |  |
| 79 |  | 25.52 |  | －20 | 0 | 1.09 | 199.1 |  | $1.39 \mathrm{E}+05$ |  |
| 80 |  | 10.02 |  | －20 | 0 | 36.59 | 257.58 |  | $1.30 \mathrm{E}+05$ |  |
| 81 |  | 25.52 |  | 20 | 0 | 1.09 | 199.1 |  | $1.39 \mathrm{E}+05$ |  |
| 82 |  | 10.02 |  | 20 | 0 | 36.59 | 257.58 |  | $1.30 \mathrm{E}+05$ |  |
| 83 |  | 25.52 |  | 0 | 20 | 1.09 | 199.1 |  | $1.39 \mathrm{E}+05$ |  |
| 84 |  | 10.02 |  | 0 | 20 | 36.59 | 257.58 |  | $1.30 \mathrm{E}+05$ |  |

新形態HOPE－X 超／極超昼速流計算ケース

| Case $\mathrm{N}_{0}$ | 機体形状 | Mach数 | $\alpha(\mathrm{deg})$ | $\beta$（deg） | 静圧（Pa） | 静温（K） | 壁温（K） | ReLB | $\delta r$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 85 | 改善形状ベースライン | 6 | 10 | 0 | 241.54 | 253.95 | 1366 | $5.20 \mathrm{E}+06$ | 10 |
| 86 |  |  | 20 |  |  |  |  |  |  |
| 87 |  |  | 30 |  |  |  |  |  |  |
| 88 |  |  | 40 |  |  |  |  |  |  |
| 89 | 改善形状ベースライン | 10 | 40 | 0 | 58.9 | 51.1 | 300 | $6.54 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 90 |  |  |  | 3 |  |  |  |  |  |
| 91 | ストレーク変更 |  |  | 0 |  |  |  |  |  |
| 92 |  |  |  | 3 |  |  |  |  |  |
| 93 | 0.5 m 半径球 | 10 | 0 | 0 | 58.9 | 51.1 | 300 |  |  |
| 94 |  | 25.52 |  | 0 | 1.09 | 199.1 | 1366 |  |  |
| 95 | 改善形状ベースライン | 10 | 30 | 0 | 58.9 | 51.5 | 300 | $6.54 \mathrm{E}+05$ | 0 |
| 96 |  |  | 50 |  |  |  |  |  |  |

表2 続
HOPE－X新形態 亜／羃音速流計算ケース

| Case No | 機体形状 | Mach数 | $\alpha$（deg） | $\beta$（deg） | ReLB | $\delta \mathrm{r}$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 1 | 07HOPE尾なL | 1.5 | 5 | 5 | $2.12 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 2 |  |  | 15 |  |  |  |
| 3 |  | 0.4 | 5 | 0 | $7.45 \mathrm{E}+07$ |  |
| 4 |  |  | 15 |  |  |  |
| 5 |  |  | 5 | 5 |  |  |
| 6 |  | 0.5 | 15 |  |  |  |
| 7 | 改善形状ベースライン | 1.5 | 0 | 0 | 1．77E＋08 | 0 |
| 8 |  |  | 5 |  |  |  |
| 9 |  |  | 10 |  |  |  |
| 10 |  |  | 15 |  |  |  |
| 11 |  | 0.4 | 0 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 12 |  |  | 5 |  |  |  |
| 13 |  |  | 15 |  |  |  |
| 14 |  | 1.5 | 0 | 5 | 1．77E＋08 |  |
| 15 |  |  | 5 |  |  |  |
| 16 |  |  | 15 |  |  |  |
| 17 |  | 0.4 | 0 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 18 |  |  | 5 |  |  |  |
| 19 |  |  | 15 |  |  |  |
| 20 |  | 0.5 | 0 |  | 1．16E＋08 |  |
| 21 |  |  | 5 |  |  |  |
| 22 | 改善形状ベースライン尾なし | 1.5 | 0 | 0 | 1．77E＋08 | 0 |
| 23 |  |  | 5 |  |  |  |
| 24 |  |  | 15 |  |  |  |
| 25 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 E+07$ |  |
| 26 |  |  | 15 |  |  |  |
| 27 | 主翼取り付け位置変更 | 1.5 | 5 | 0 | $1.77 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 28 |  |  | 15 |  |  |  |
| 29 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 30 |  |  | 15 |  |  |  |
| 31 | ストレーク変更 | 1.5 | 5 | 0 | $1.77 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 32 |  |  | 15 |  |  |  |
| 33 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 34 |  |  | 15 |  |  |  |
| 35 | 後縁前進角変更 | 1.5 | 5 | 0 | $1.77 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 36 |  |  | 15 |  |  |  |
| 37 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 38 |  |  | 15 |  |  |  |
| 39 | 改善形状ベースライン尾なし | 1.5 | 5 | 5 | $1.77 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 40 |  |  | 15 |  |  |  |
| 41 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 42 |  |  | 15 |  |  |  |
| 43 |  | 0.5 | 0 |  | $1.77 \mathrm{E}+08$ |  |
| 44 |  |  | 5 |  |  |  |
| 45 | 上反角変更 | 0.4 | 5 | 5 | $6.23 \mathrm{E}+07$ | 0 |
| 46 |  |  | 15 |  |  |  |
| 47 |  | 0.5 | 0 |  | $6.16 \mathrm{E}+08$ |  |
| 48 |  | 1.5 | 5 | 0 | $1.77 \mathrm{E}+08$ |  |
| 49 |  |  | 15 |  |  |  |
| 50 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 51 |  |  | 15 |  |  |  |
| 52 | 主頨面積縮小 | 1.5 | 5 | 0 | $1.77 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 53 |  |  | 15 |  |  |  |
| 54 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 E+07$ |  |
| 55 |  |  | 15 |  |  |  |
| 56 | キャント角変更 | 1.5 | 5 | 0 | $1.77 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 57 |  |  | 15 |  |  |  |
| 58 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 59 |  |  | 15 |  |  |  |
| 60 | 改善形状ベースライン | 0.4 | 5 | 0 | $6.23 \mathrm{E}+07$ | 10 |
| 61 | キャント角変更 | 0.4 | 5 | 0 | $6.23 \mathrm{E}+07$ | 10 |
| 62 |  |  | 5 | 5 |  | 0 |
| 63 |  |  | 15 |  |  |  |
| 64 | ノーズ \＆ストレークアップ | 1.5 | 5 | 0 | $1.77 \mathrm{E}+08$ | 0 |
| 65 |  |  | 15 |  |  |  |
| 66 |  | 0.4 | 5 |  | $6.23 \mathrm{E}+07$ |  |
| 67 |  |  | 15 |  |  |  |

表3 新形態HOPE－X 悪／遷音速流形状設計解析

HOPE－X新形想 亜／量音速流計算ケース

\begin{tabular}{|c|c|c|c|c|c|c|}
\hline Case No \& 機体形状 \& Mach数 \& $\alpha$（deg） \& $\beta$（deg） \& ReLB \& $\delta r$ <br>
\hline 68 \& 改善形状ベースライン \& \multirow{4}{*}{0.4} \& 5 \& \multirow{8}{*}{5} \& \& \multirow[t]{20}{*}{r

0} <br>
\hline 69 \& （尾あり） \& \& 15 \& \& $1.50 \mathrm{E}+06$ \& <br>
\hline 70 \& 改善形状ベースライン \& \& 5 \& \& \& <br>
\hline 71 \& （尾なし） \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 72 \& 改善形状ベースライン \& \multirow{4}{*}{1.5} \& 5 \& \& \multirow{4}{*}{$2.80 \mathrm{E}+06$} \& <br>
\hline 73 \& （尾あり） \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 74 \& \multirow[t]{2}{*}{改善形状ベースライン （尾なし）} \& \& 5 \& \& \& <br>
\hline 75 \& \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 76 \& \multirow{12}{*}{改善形状ベースライン （双垂尾，キャント角20deg）} \& \multirow[t]{2}{*}{0.8} \& 0 \& \multirow{6}{*}{0} \& 7．70E＋07 \& <br>
\hline 77 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 78 \& \& 1.2 \& 0 \& \& $3.80 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 79 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 80 \& \& 2 \& 0 \& \& $2.60 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 81 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 82 \& \& 0.8 \& 0 \& \multirow{6}{*}{5} \& $7.70 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 83 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 84 \& \& \multirow[t]{2}{*}{1.2} \& 0 \& \& $3.80 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 85 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 86 \& \& \multirow[t]{2}{*}{2} \& 0 \& \& \multirow[t]{2}{*}{$2.60 \mathrm{E}+07$} \& <br>
\hline 87 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 88 \& \multirow{4}{*}{ベースライン} \& \multirow[t]{2}{*}{0.9} \& 0 \& \multirow{32}{*}{0} \& \multirow{12}{*}{$1.83 \mathrm{E}+08$} \& \multirow{32}{*}{0} <br>
\hline 89 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 90 \& \& \multirow[t]{2}{*}{1.1} \& 0 \& \& \& <br>
\hline 91 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 92 \& \multirow{4}{*}{ノーズ\＆ストレークアップ} \& \multirow[t]{2}{*}{0.9} \& 0 \& \& \& <br>
\hline 93 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 94 \& \& \multirow[t]{2}{*}{1.1} \& 0 \& \& \& <br>
\hline 95 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 96 \& \multirow{4}{*}{ベースライン} \& \multirow{4}{*}{0.9} \& 6 \& \& \& <br>
\hline 97 \& \& \& 8 \& \& \& <br>
\hline 98 \& \& \& 10 \& \& \& <br>
\hline 99 \& \& \& 12 \& \& \& <br>
\hline 100 \& \multirow{6}{*}{ノーズ\＆ストレークアップ} \& \multirow[t]{2}{*}{0.8} \& 0 \& \& 7．70E＋07 \& <br>
\hline 101 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 102 \& \& 1.2 \& 0 \& \& $3.80 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 103 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 104 \& \& 2 \& 0 \& \& $2.60 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 105 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 106 \& \multirow{4}{*}{11HOPE形状（by NAL）尾翼は改善形状ベースライン} \& \multirow[t]{2}{*}{0.9} \& 0 \& \& \multirow{8}{*}{$1.83 \mathrm{E}+08$} \& <br>
\hline 107 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 108 \& \& 1.1 \& 0 \& \& \& <br>
\hline 109 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 110 \& \multirow{4}{*}{11HOPE形状} \& \multirow[t]{2}{*}{0.9} \& 0 \& \& \& <br>
\hline 111 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 112 \& \& \multirow[t]{2}{*}{1.1} \& 0 \& \& \& <br>
\hline 113 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 114 \& \multirow[t]{3}{*}{11HOPE形状（by NAL）尾翼は改善形状ベースライン} \& \multirow{6}{*}{0.4} \& 0 \& \& \multirow{6}{*}{$6.23 \mathrm{E}+07$} \& <br>
\hline 115 \& \& \& 5 \& \& \& <br>
\hline 116 \& \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 117 \& \multirow{3}{*}{11HOPE形状} \& \& 0 \& \& \& <br>
\hline 118 \& \& \& 5 \& \& \& <br>
\hline 119 \& \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 120 \& \multirow{4}{*}{放善形状ベースライン（尾なし} \& \multirow[t]{4}{*}{0.4} \& 5 \& \multirow{4}{*}{5} \& $5.50 \mathrm{E}+06$ \& \multirow{15}{*}{0} <br>
\hline 121 \& \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 122 \& \& \& 5 \& \& $9.50 \mathrm{E}+06$ \& <br>
\hline 123 \& \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 124 \& \multirow{11}{*}{11HOPE形状（by NAL）尾翼は改善形状ベースライン} \& \multirow[t]{2}{*}{0.95} \& 0 \& \multirow{5}{*}{0} \& $1.788 \mathrm{E}+08$ \& <br>
\hline 125 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 126 \& \& 1 \& 0 \& \& $1.786 \mathrm{E}+08$ \& <br>
\hline 127 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline 128 \& \& \& 0 \& \& $1.768 \mathrm{E}+08$ \& <br>
\hline 130 \& \& 1.5 \& 5 \& \multirow{6}{*}{0} \& $3.60 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 131 \& \& \& 15 \& \& \& <br>
\hline 132 \& \& 2 \& 0 \& \& $2.59 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 133 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline $\frac{134}{135}$ \& \& \multirow[t]{2}{*}{1.2} \& 0 \& \& $3.78 \mathrm{E}+07$ \& <br>
\hline 135 \& \& \& 4 \& \& \& <br>
\hline
\end{tabular}

$\delta \mathrm{r}:$ 垂直尾翼全動解角
表3 続


図3 改善ベースライン形状 亜•遷音速 揚力係数の風試との比較


図5 HOPE ノース・ストレークアップ形態と改善ベースライン形状での空力特性比較

心位置が全飛行条件で，より一定に近づく傾向にある。以上のような解析結果から，決定された HOPE11新形態基本形状の表面格子を図6に示す。新形状では胴体長 13.38 m ，主翼面積 $50.2 \mathrm{~m}^{2}$ ，上反角 $0^{\circ}$ ，キャント角 $25^{\circ}$ ， ストレークキンク位置 $50 \%$ の尾翼後方シフトの形態をとっ ている。

## 5．まとめ

新たにHOPE新形態に対する低速から極超領域までの形状変更効果パラメトリック解析を実施した。今回は短期間 のうちに，大量のデータを算出し，空力設計において CFD の利点の一つである迅速な対応が可能であった。これまで のHOPE CFD解析における長い期間にわたる検証実績から， ッールとしてのCFDの技術を確立し，数値風洞の実用化を進めることができた。これにより，HOPE11基本形状の詳細決定に大きく貢献した。

また，極超音速領域ではトリム保持するために重要なボ


図4 胴上尾蜀 $10^{\circ}$ 非対称操舵時の改善ベースライン形状 オイル・フロー（ $\quad \mathrm{M} \infty=30 . \alpha=25^{\circ}$ ）


図6 HOPE 新形態基本形状表面格子

ディフラップ及びエレボン効き特性を，超音速領域ではラ ダー $10^{\circ}$ 非対称操舵による横方向，舵効きの評価も行った。今後，ベース・フロー効果，マッハ数，及び実在気体効果 ${ }^{3)}$ の解析を 300 例程実施する予定である。

## 参考文献

1）山本行光「HOPEの極超音速流空力設計C F D 解析」航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム’ 98 論文集，NAL SP－41 pp129～137，1999年2月
2）伊藤良三，山本行光 「HOPEの遷•超音速空力設計 C F D 解析」航空宇宙数値シミュレーション技術シン ポジウム’ 98 論文集
NAL SP－41，pp361～366，1999年， 2 月
3）山本行光「スペースシャトル及び HYFLEXまわりの高温実在気体解析」 航空宇宙数値シミュレーション技術シ ンポジウム’ 98 論文集
NAL SP－41，pp107～116，1999年， 2 月

# 2 温度モデル非平衡流解析による HOPE－X 形状空力特性の推算 

# 黒滝 卓司 ${ }^{* 1}$ ，山本 行光 ${ }^{*}$ <br> Estimation of aerodynamic characteristics around HOPE－X by non－equilibrium CFD analysis with two－temperature model <br> by 

Takuji Kurotaki＊${ }^{*}$ ，Yukimitsu Yamamoto ${ }^{* 1}$


#### Abstract

In the present study，three dimensional non－equilibrium flow analysis with two temperature model around HOPE－X are performed and aerodynamic characteristics are compared with wind tunnel testing data and another CFD codes assuming perfect and non－equilibrium gas with one temperature model． Axial force due to viscosity is overestimated as grid spacing becomes smaller if AUSMDV scheme is used．AUSMV type momentum flux is main reason and only AUSMD type flux is used in the numerical analysis．

Comparison of aerodynamic characteristics estimated from CFD results with wind tunnel testing data at M＝10 are very well．In the flow condition with real gas effects，clear difference of pitching moment coefficients and center of pressure locations between results with perfect and non－equilibrium gas assumptions are obtained．However，axial force coefficients due to viscous interaction effects are sensitive to the scheme modeling convective terms and scattering CFD results are observed．


## 1．はじめに

HOPE－X 及びそれに続いて検討が予定されている再使用型宇宙往還機等の開発において，設計に占める CFD の役割は非常に重要となっている。これらの往還機は，通常の航空機とは異なり，特に高高度における実在気体効果が顕著な極超音速領域を飛行するため，既存の地上試験結果の みから全飛行領域における空力性能を把握することが，技術的，コスト的双方の観点から見て非常に困難であること がその主な理由である。
これらの宇宙往還機の実設計において，CFD に対する性能推算の要求は多々あるが，代表的なものは空力加熱率分布と全機 6 分力であろう。これまでにも実在気体効果を考慮した解析例は多数発表されているが，空力加熱あるいは機体のある部分における圧力分布に着目したものが多く，空力設計に必要なレベルでの全機 6 分力等の空力性能に関 する報告は未だ十分とは言えない。

これからの極超音速領域における CFD の大きな研究課題 の中で，可能な限り地上の実験設備と CFD の比較検証を広範囲かつ詳細に行い，実際の飛行条件への適用範囲を広 げていくということが最重要であることは論を待たないが， その実現のためには，実験中で最も重要な部分を占める全機 6 分力試験結果に対し，CFD がどれ程の精度でシミュレ ートできるのかという基本的な疑問に関して，的確に回答 できるだけの技術的基輼を確立しておく必要があろう。
我々は，地上実験では推定困難な実在気体効果を含む広範な飛行領域における設計情報を CFD を用いて与えるこ とを目的として，完全気体及び非平衡流等の条件を仮定し たさまざまな数値解析を実施している。本報告では，現在開発を進めている 2 温度モデルを用いた 3 次元非平衡流解析コードによる HOPE－X 形状周りの全機空力特性結果に ついての検討結果を，風洞実験結果及び他の既存コードと の比較を交えながら報告する。

## 2．解析の概要

今回の検討に用いた解析対象は，チップフィン付きの HOPE－X 形状（以降 HOPE07 形状と称する）であり，工 レボンやボディフラップ等の舵角のない基本形状のみを用 いる。解析条件は，M＝10（AEDC 風試対応及びフライト

条件）， $\mathrm{M}=\mathbf{2 5}$（フライト条件）の 3 条件を選定し，それぞ れについて $\alpha=30,40,50$ 度の 3 迎角での解析を行う。特に， $\mathrm{M}=10$ 条件では，AEDC（Arnold Engineering Development Center）において過去に実施した詳細な全機 6 分力データ が揃っており，実在気体効果を除いた，いわゆる完全気体領域での実験データとの比較が可能である。
解析ケースの詳細を表 2.1 に示す。図中，$\alpha$ は迎角，$\beta$ は横滑り角，$\delta_{c}$ 及び $\delta_{\mathrm{l}, \mathrm{r}}$ はそれぞれエレボン，ボディフラップ の舵角である。 $\mathrm{M}=10 \mathrm{AEDC}$ 風試対応条件， $\mathrm{M}=10$ フライ ト条件，M＝25 フライト条件に対応する胴体長基準のレイ ノルズ数 $\mathrm{Re}_{1.1 月}$ は，それぞれ $1.6 \times 10^{6}, ~ 1.6 \times 10^{6}, ~ 1.7 \times 10^{5}$ である。また，次式で定義される粘性干渉パラメータ

$$
\begin{equation*}
\overrightarrow{V_{\infty}}=M_{\infty} \sqrt{\frac{C_{\infty}^{\prime}}{R e_{1, B}}} \tag{1}
\end{equation*}
$$

は，それぞれ 0．007，0．0057，0．033である。ここに，C は，Chapman－Rubesin 係数である。粘性干渉パラメータ は，極超音速領域において粘性抵抗等の推算に重要な役割 を果たす。
今回の解析において使用したコードは Park の 2 温度モ デル，対流項の定式化に AUSMDV スキームを用いたこと を特徴とする非平衡流解析コードIII［21（以降，「黒滝コー ド」と称する）である。また，今回実施した解析結果との CFD 同士の比較検討用として，山本による完全気体解析コ ード（以降，「山本コード」と称する）及び和田による非平衡流解析コード（以降，「和田コード」と称する）によ る既存の解析結果も参照する。

「黒滝コード」では，化学的及び熱的非平衡を考慮した 3 次元 Fullナビエ・ストークス方程式を基礎方程式系とし，気体モデルとして 7 成分 18 反応空気モデル（ $\mathrm{O}_{2}, \mathrm{~N}_{2}, \mathrm{O}, \mathrm{N}$ ， NO ， $\mathrm{NO}^{+}$， $\mathrm{e}^{-}$）を用いている。非平衡を記述するための物理 モデルとして，解離反応速度に及ぼす分子振動緩和の影響 を入れるためParkの 2 温度モデルば311を，また，分子振動緩和時間のモデル化にはSSH 理論弫怆を使用している。対流項の定式化には，和田らによって構築された AUSMDV スキーム汭を非平衡流に拡張したものを適用している。
以上の内容で構成された解析コードは，地球周回軌道か らの往還機再突入時の熱環境をシミュレートするための必

[^16]要最小限な物理モデルを含んでおり，Park モデルというシ ンプルな物理モデルを中心に記述されているため，3次元問題においても討算速度等の面で取り扱いやすく，今後，乱流モデルや壁面触媒性を含むさらに複雑な現象を扱うた めの基本コードとして，比較的バランスが取れたものとな っている。
一方，CFD 同士の比較用に参照する「山本コード」及び「和田コード」は，共に3次元薄層ナビエーストークス方程式を基礎方程式系とした解析コードである。今回比較のた めに使用した解析結果は，HOPE－X 実開発のために実施さ れたものであり，一部の結果は既に発表されている ${ }^{[8]}$ 。解析コードの特徴として，「山本コード」は完全気体を対象 にしており，対流項の定式化には，Van Leerスキームを用 いている。「和田コード」は，化学的非平衡を仮定した1温度モデルを用いた非平衡流コードで，主として実在気体効果を含む極超音速流領域における解析に用いられており，対流項の定式化には Roeスキームを用いている。ただし，強い衝撃波付近では，よりロバストな Hänal スキームを使 い，カーバンクル現象の発生を防いでいる。
以上の3コードとも，今回の解析条件では層流のみを仮定しており，乱流モデルは含まれていない。また，「黒滝 コード」及び「和田コード」の非平衡流コードでは非触媒壁を仮定した。解析に使用した格子点数は，741，000 （130×60×95）点で，機体のスケールは，フライト条件では $100 \%$（ボディフラップを除く全長 16 m ），AEDC 風試ケー ス対応条件では $3.6 \%$ である。
なお，今回の解析結果の評価は，全機3分力（垂直力 $C_{N}$ ， ピッチングモーメント $\mathrm{C}_{\mathrm{m}}$ ，軸力 $\mathrm{C}_{\mathrm{A}}$ ）及び圧力中心位置に限って実施し，空力加熱に関する評価は特に実施していな い。また，解析は最終的に全て空間 2 次精度で行った。

## 3．解析結果及び考察

まず，M＝10AEDC 風試対応条件について「黒滝コード」 を用いて解析を行い，風洞試験結果及び CFD 同士の結果 の比較を行った。その際，AUSMDV スキームをそのまま用いた場合，壁面近傍における格子間隔によって，軸力の値が大きく影響されるという現象が見られた。図3．1に $\alpha=30 \mathrm{deg}$ における軸力の結果を示す。図中，横軸は風上側対称面上における壁面で評価した平均セルレイノルズ数
示している。オリジナルのAUSMDVスキームを用いると，壁面における格子間隔が小さくなる（限られた格子点数の制約では，これは境界層内では格子間隔が全体的に大きく なることに対応することに注意）に従って全軸力は過大に評侕され，一方，圧力による軸力成分はほとんど変化しな

いことから，粘性による軸力成分（従って，壁面に垂直方向における速度勾配）が好ましくない振る舞いをしている と考えられる。この傾向は，特に空間1次精度の時に著し く，2次精度になるとかなり改善されるものの，格子間隔 による影響はまだかなり見られる。
AUSMDV スキームでは，運動量流束を以下のように AUSMV タイプと AUSMD タイプの組み合わせにより評価する ${ }^{[7]}$ 。

$$
\begin{equation*}
\left(\rho u^{2}\right)_{1 / 2}=\left(\frac{1}{2}+s\right)\left(\rho u^{2}\right)_{A U S M V}+\left(\frac{1}{2}-s\right)\left(\rho u^{2}\right)_{A U S M D} \tag{2}
\end{equation*}
$$

ここに，$\rho$ は密度，uはセルに垂直方向の速度，$\left(\rho u_{2}\right)_{\text {ALsmv，}}$ $\left(\rho u_{2}\right)_{A U S M 1)}$ はそれぞれ AUSMVタイプとAUSMD タイプの運動量流束で，

$$
\begin{align*}
& \quad\left(\rho u^{2}\right)_{A U S M V}=u_{L}^{+}(\rho u)_{L}+u_{\bar{R}}(\rho u)_{R}  \tag{3}\\
& \left(\rho u^{2}\right)_{A U S M D}=\frac{1}{2}\left[(\rho u)_{1 / 2}\left(u_{L}+u_{R}\right)-\left|(\rho u)_{1 / 2}\right|\left(u_{R}-u_{L}\right)\right] \tag{4}
\end{align*}
$$

$(\rho u)_{1 / 2}=u_{\mathrm{L}}^{+} \rho_{\mathrm{L}}+\mathrm{u}_{\mathrm{R}} \rho_{\mathrm{R}}$
で表される。ただし， $\mathrm{u}^{+}, ~ \mathrm{u}^{-}$は分離速度，添え字 R，L は値がセルのそれぞれ右，左側であることを示す。またs は switching function で，正の定数 K ，セルの左右における圧力 $\mathrm{p}_{\mathrm{L}}, ~ \mathrm{p}_{\mathrm{R}}$ を用いて，

$$
\begin{equation*}
s=\frac{1}{2} \min \left(1, K \frac{\left|p_{R}-p_{L}\right|}{\min \left(p_{R}, p_{L}\right)}\right) \tag{6}
\end{equation*}
$$

で定義される。さまざまな数値実験を含む検討の結果から，前述した粘性による軸力成分の好ましくない振る舞いは， AUSMV タイプの運動量流束が影響を及ほしていることが わかった。
試みとして，（6）式で定義される s を $-1 / 2$ とし，運動量流束をAUSMD タイプのみで評価した結果を同じく図3．1に示す。図中「AUSMDV modified」で示した部分に対応す る部分である。この場合，粘性による軸力成分は格子間隔 にほとんど依存せず，実験結果とも良く一致する結果が得 られた。
興味深い点は，空力加熱率等には図 3.1 に示されたよう な格子間隔に依存する現象は見られず，主として速度勾配 が問題となる粘性軸力成分のみに見られたことである。こ の原因は，（3）式のような Flux Vector Splitting タイプの流束分離は運動量の評価にのみに使用され，質量やエネルギー流束では，（4）式に類似した Flux Difference Splitting タイプ のみを使用していることと関係があるのではないかと考え られる。

表2．1解析ケース

| No． | 人倠モデル | は筬こー ド | 形状 | $\begin{aligned} & \text { マッハ数 } \\ & (-) \end{aligned}$ | 解治 <br> （K） | $\begin{aligned} & \begin{array}{l} \text { lifly: } \\ (\mathrm{Pa}) \end{array} \end{aligned}$ | 洝偝 <br> （K） | $\begin{aligned} & a \\ & (\mathrm{deg}) \end{aligned}$ | $\begin{aligned} & i ? \\ & \text { ideg) } \\ & \text { (den } \end{aligned}$ | $\begin{aligned} & \hat{\partial} \mathrm{e} \\ & (\mathrm{deg}) \end{aligned}$ | $\begin{gathered} o \mathrm{bf} \\ (\mathrm{deg}) \end{gathered}$ | 俥第 | 的成．11的 |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| HOPE－2T－1 | 非中衡空入 <br> （2洷変モテ゚ル） | ！！涪 | 07HOPE | 9.94 | 50.30 | 99.00 | 300 | 40 | 0 | 0 | 0 | AEDC 条仜（＊1） | J\＆鵇検ulitity <br> 相III，111本 <br> コード対必 |
| HOPE－2T－2 |  |  |  | 9.94 | 50.30 | 99.00 | 300 | 30 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| HOPE－2T－3 |  |  |  | 9.94 | 50.30 | 99.00 | 300 | 50 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| HOPE－2T－4 |  |  |  | 25.25 | 199.10 | 1.09 | 1366 | 40 | 0 | 0 | 0 | 去阾条件 |  |
| HOPE－2T－5 |  |  |  | 25.25 | 199.10 | 1.09 | 1366 | 30 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| HOPE－2T－6 |  |  |  | 25.25 | 199.10 | 1.09 | 1366 | 50 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| HOPE－2T－7 |  |  |  | 10.02 | 257.60 | 36.59 | 1366 | 40 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| HOPE－2T－8 |  |  |  | 10.02 | 257.60 | 36.59 | 1366 | 30 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| HOPE－2T－9 |  |  |  | 10.02 | 257.60 | 36.59 | 1366 | 50 | 0 | 0 | 0 |  |  |

（＊1）䊉） $3.6 \%$
（2）式において，AUSMV タイプの運動量流束は，主とし てロバストな衝撃波捕獲向上に寄与していると考えられる が，今回の解析ケースで見る限り，AUSMD タイプのみを用いても衝撃波捕獲性が特に悪化する傾向は見られなかっ たため，以降の解析では（6）式において s を－1／2に固定し， AUSMDタイプのみを用いて運動量流束を計算した。
図3．2に M＝10AEDC 風試対応条件における，垂直力 $\mathrm{C}_{\mathrm{N}}$ ， ピッチングモーメント $\mathrm{C}_{\mathrm{m}}$ ，軸力 $\mathrm{C}_{\mathrm{A}}$ ，圧力中心位置 $\mathrm{x}_{\mathrm{cp}}$（機体全長 $L_{B}$ で無次元化したもの）の実験値及び CFD 解析値 の比較を示す。この条件においては，衝撃層内において解辣反応等は起こらず，かつ振動エネルギーの励起もほとん ど影響しないと考えられ，実在気体効果は事実上無視し得 る。従って，物理モデルの異なる（完全気体，1温度非平衡， 2 温度非平衡）いずれのコードを使用しても，ほほ同 じ結果を与えると予想される。
いずれの項目に対しても，実験結果に対し，CFDはかな り良い一致を見せており，特に圧力中心位置に関しては，今回のような舵角の無い基本形状に対して，実験値の約 $0.1 \%$ のオーダーで予測可能であることがわかる。CFD 同士の比較では，Roe スキームを用いた「和田コード」の結果が，垂直力に関して他の 2 コードに対してややばらつき が認められ，軸力は低めに出ている。
図 3.3 に M＝10 フライト条件における CFD 同士の比較 を示す。この条件では，衝撃波直後の温度が 5,000 度近く に達するため，わずかながら実在気体効果が認められるこ とが予想される。実際，図からわかるように，完全気体を仮定した「山本コード」では，若干ピッチングモーメント に頭下げの傾向が見られ，従って圧力中心位置も約 $0.3 \%$後方を予測している。また，Roe スキームを用いた「和田 コード」では，M＝10AEDC風試対応条件の場合と同様に，軸力が他コードと比較して小さい結果となっている。

さらに，M＝25 フライト条件における CFD 同士の比較を図 3.4 に示す。この条件では，容易に予想されるように，衝撃波直後の温度が 20,000 度以上の高温に達し，従って解離反応等が進む結果，衝撃層内及び物体の周囲は強い実在気体効果の影響を受ける。図から明らかなように，最大 $1 \%$ 近い空力中心位置の違いが完全気体を仮定した「山本コ ード」と非平衡流を仮定した「黒滝コード」，「和田コード」 の間に認められる。
また，この条件では，前述した粘性干渉パラメータの値 から理解されるように，粘性干渉効果により，M＝10 の場合に比べて，粘性による軸力成分が増大し，全軸力は大幅 に増加すると予想されるが，図3．4より，各 CFD 結果は


図3．1 軸力に関する壁面近傍における格子間隔の影響 （ $\mathrm{M}=10 \mathrm{AEDC}$ 風試ケース，$\alpha=30 \mathrm{deg}$ ）

かなりのばらつきを示している。「和田コード」では，M＝10 の場合と同様に，他の2コードの結果と比較して，かなり小さい結果を与え，かつ迎角に関する傾向も異なる結果を与えている一方，Van Leer スキームを用いた「山本コード」 では，大きめの軸力を示す。また，「黒滝コード」では，$\alpha=50$度で「山本コード」とほほ一致した以外は，両者の間に存在する結果となった。
図 3．1の AUSMDV スキームの軸力の格子依存性から明らか なように，FVS 型のスキームでナビエ・ストークス方程式を解析する場合，境界層内の格子間隔に注意しないと，過大 な人工粘性により粘性による軸力あるいは空力加熱率等が大きく影響される。従って，信頼度の高い結果を得るため には，実験との詳細な比較検討等が必要となるが，今回の $\mathrm{M}=25$ のケースのように，実験結果が存在しない場合には，最適な格子分布を設定することが困難となり，結果の信頼性が低下する可能性が高い。FVS 型スキームの代表的存在 であるVan Leer スキームでは，格子依存性が図3．1の AUSMDV スキームのケースより当然大きいと考えられ，従っ て，図3．4における $\alpha=40,50$ 度における軸力の結果はや や過大な値であると推測される。
次に，物体周りの圧力分布に関する比較を試みる。図3．5 から図3．7にかけて，それぞれの条件における，風上側対称面上における圧力分布比較を示す。図3．5の M＝10AEDC風試対応条件では， 3 つのコードの圧力分布は良く一致し ている。これは，図3．2において，3分力及び圧力中心位


（c）軸力 $\mathrm{C}_{\text {＾}}$

（d）圧力中心位置

図3．2 M＝10 AEDC 風試ケース解析結果

置がコード同士でほほ一致している点と対応している。し かし，図 3.6 の $\mathrm{M}=10$ フライトケースになると，実在気体効果が影響を及ほし始め，完全気体を仮定した結果と非平衡流を仮定した結果との差異が出始める。さらに $\mathrm{M}=\mathbf{2 5}$ フ ライトケースになると，図 3.7 から明らかなように差が顕著となる。これらの圧力差の機体全体にわたる積分量が，図 3.4 におけるピッチングモーメント及び圧力中心位置の結果の差となって現れている。
図3．5から図3．7において，もう一つ注目すべき点は，Roe スキームを用いた「和田コード」では，圧カレベルで振動 が見られることである。この振動は，図3．8から図3．10に かけて示した風上側全体の圧力コンター図からは捕らえら れないほど小さなものであるが，今回比較した全ケースに ついて観測された。この原因は未だ明らかではないが，推定されるものの一つとして，Roe スキームで極超音速流を解析した場合，人工粘性が小さすぎて境界層内の流れを十分に捕らえ切れていない可能性がある。このことは，今回 の解析において，Roe スキームの計算例だけが粘性による軸力成分を小さく評価している事とも何らかの関係がある可能性も考えられ，通常の FDS 型スキームで極超音速流 を解析する際には注意が必要であろう。
これらの結果より，極超音速領域における HOPE－X 等の往還機周りの CFDによる空力特性の予測に関して，現状 では概ね以下のことが言えるのではないかと考えられる。
（1）舵角等の無い基本形状の空力特性の予測精度は，AEDC等の極超音速風洞試験との比較で見る限り，かなりの精

（a）垂直力 $\mathrm{C}_{\mathrm{N}}$

（c）軲力 $\mathrm{C}_{\wedge}$

（b）ピッチングモーメント $\mathrm{C}_{\mathrm{m}}$

（a）垂直力 $\mathrm{C}_{\mathrm{N}}$

（c）軸力 $\mathrm{C}_{\wedge}$

（b）ピッチングモーメント $\mathrm{C}_{\mathrm{m}}$

（d）圧力中心位置
$\mathrm{M}=10$ の流れでも風試条件とフライト条件では，胴体後部 の流れに差異が認められる。

## 4．結論

2 温度モデルを用いた 3 次元非平衡流解析コードによる HOPE－X 基本形状周りの解析を行い，全機空力特性結果の信頼性について，風洞実験結果及び他の既存コードとの比較を交えながら検討した。その結果以下の結論を得た。 －AUSMDV スキームを用いた場合，境界層内の格子間隔 が大きくなるに従い，粘性力による軸力が過大評価される傾向がある。これは，AUSMVタイプの運動量流束が原因 であると考えられる。ただし，AUSMD タイプのみを使用 した場合の結果は良好である。
－M＝10における AEDC 風洞実験結果と CFD の比較では，比較したコード間で一部わずかな差が認められるものの， 3 コード共に実験結果との一致は良好である。
－実在気体効果を含む飛行条件でのコード同士の比較では， ピッチングモーメント及び空力中心位置に関して，完全気体を仮定した場合と非平衡流を仮定した場合の間に明確な差が捕らえられた。しかし，粘性力による軸力成分には， スキームに起因すると思われるばらつきが認められ，この点に関してはさらなる継続的な研究が必要と考えられる。

## 参考文献

［1］kurotaki，T．，＂Numerical Analysis of Thermochemical Non equilibrium Hypersonic Flow＂，NAL SP－29，pp．114－121， 1996.
［2］Kurotaki，T．and Yamamoto，Y．，＂Axisymmetric and Three Dimensional Non－equilibrium Hypersonic Flow Analysis around Re－entry Vehicles＂， 21 st International Symposium on Space Technology and Science，ISTS 98－d－18， 1998.
［3］Park，C．，Nonequilibrium Hypersonic Aerothermo－dynamics， John Wiley \＆Sons，Inc．， 1990.
［4］Gnoffo，P．A．，Gupta，R．N．and Shinn，J．L．，＂Conservation Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibrium＂，NASA TP－2867， 1989.
［5］Schwartz，R．N．，Slawsky，Z．I．and Herzfeld， R．N．，＂Calculation of Vibrational Relaxation Times in Gases＂， J．Chem．Phys．，20，pp．1591－1559， 1954.
［6］Thivet，F．，Perrin，M．Y．and Candel，S．，＂A Unified Nonequilibrium Model for Hypersonic Flows＂，Phys．Fluids， A3，pp．2799－2812，1991．
［7］Wada，Y．and Liou，M．－S．，＂A Flux Splitting Scheme with High－Resolution and Robustness for Discontinuities＂，AIAA Paper 94－0083， 1994.
［8］Yamamoto，Y．，＂Numerical Analysis of Hypersonic Aerodynamics for Atmospheric Re－Entry Problems of HOPE and HYFLEX＂，AIAA Paper 98－0277， 1998.


図 3.5 圧力分布比較（ $\mathrm{M}=10 \mathrm{AEDC}$ 風試ケース， $\alpha=40 \mathrm{deg}$ ；風上側対称面）


図 3.6 圧力分布比較（ $M=10$ フライトケース， $\alpha=40 \mathrm{deg}$ ；風上側対称面）


図 3.7 圧力分布比較（ $M=25$ フライトケース， $\alpha=40 \mathrm{deg}$ ；風上側対称面）


図 3.10 圧力分布比較（ $\mathrm{M}=25$ フライトケース， $\alpha=40 \mathrm{deg}$ ；風上側）

# Simulation of A Flexible Aircraft Dynamics 

ケイランデイシュ ハミドレザ・1（計算力学研究センター），中道 二郎 ${ }^{22}$（NAL）
Hamid Reza KHEIRANDISH ${ }^{* 1}$ and Jiro NAKAMICH ${ }^{-2}$

${ }^{\text {＇Research Center of Computational Mechanics，Inc，Tokyo，Japan hamid＠rccm．co．jp }}$<br>${ }^{2}$ National Aerospace Laboratory，Tokyo，Japan jiro＠nal．go．jp


#### Abstract

Numerical flutter simulation of the experimental SST in transonic region is presented．The elasticity of the aircraft＇s wing and fuselage is taken into account by utilizing 24 symmetric and anti－symmetric natural modes in solving structural equations．The Euler and structural equations were integrated simultaneously to obtain SST responses．The aileron flutter， like the linear theory，was found the most critical one for this configuration．The flutter boundaries are estimated lower than those obtained by the linear theory for the range of Mach number 0．6－1．0．


## Introduction

The estimation of flutter boundary of high－speed aircraft plays an essential role in the structural design concepts and parameters． Its role gets more importance in the case of supersonic transport because relatively thin wing－sections or control surfaces are necessarily used for these configurations．Therefore an interactive relation between design parameters and flutter boundary suggested by experiment or CFD is highly requested at primarily steps of structural design．With remarkable progresses in computing speed and numerical methods，the CFD is now of much current interest to do this request．Linear methods can predict the flutter boundary with relatively high accuracy in all the flows except for transonic region where the flow is highly nonlinear or when the flow is highly separated．In these regions the nonlinear methods should be employed for accurate prediction．

The authors have developed a CFD Code to numerically simulate unsteady coupled fluid－structure problems based on Navier－Stokes／Euler equations．This code has been used and verified in several large scale problems such as 3－D high aspect ratio wings ${ }^{1,2}$ ，and Arrow wing configuration ${ }^{3}$ ．This report describes numerical simulation of aeroelastic responses of the NAL Supersonic Transport（SST）experimental aircraft around transonic region．The unsteady Euler equations coupled with structural equations were solved to obtain flutter boundary of SST． The results were obtained either with and without structural damping and were compared with linear theory results when available．

## Governing Equations

The computation is based on unsteady Euler equations for governing flow field and a modal approach form of equations for structural side（Eqs．1）．These equations can be described in non－ dimensional form as

$$
\begin{align*}
& \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi}+\frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta}+\frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi}=0 \\
& m_{i} \ddot{q}_{i}+k_{i}^{2} m_{i} q_{i}=\bar{Q} \iint_{s}\left(-C_{p} n_{z}\right) \Phi_{i} d S \tag{1}
\end{align*}
$$

where $q_{i}$ are generalized coordinates：$\Phi_{i}, m_{i}$ and $k_{i}$ are the natural modes，generalized masses and natural reduced frequencies corresponding to the $i$＇th mode，respectively． $\bar{Q}$ is the nondimensionalized dynamic pressure and $n_{z}$ is the $z$－direction component of normal vector to the wing surface．The double integration symbol implies the integration over the whole aircraft surface．The structural equations of motion are derived by the assumption that the deformation of the body under consideration can be described by a separation of variables involving the summation of free vibration modes weighted by generalized displacements．For more information on obtaining governing equations see Ref 4－5．The integration of governing equations are implemented using a second order upwind TVD scheme ${ }^{6,7}$ for the flow equations and Wilson＇s $\theta$ implicit method ${ }^{8}$ for the structural ones．The procedure of unsteady computations can be carried out as follows：
1．Compute steady state solution at a given Mach number
2．Assume dynamic pressure
3．Assume initial value for some of generalized velocities
4．Solve structural equations＇and update surface geometry and corresponding surfaces and internal grids
5．Update flow field solution
6．Repeat steps 4 and 5 for many cycles and save time history of generalized coordinates．
To find flutter boundary at a given Mach number，repeat steps 3 to 6 for a range of dynamic pressures and find stable and unstable regions by analyzing mode responses．

## Characteristics of Experimental Model

A plan－view of this model is given in Figure 1．The dimensions and typical parameters of the are as follows；Fuselage length 11.5 m ，wing root chord－length 4.2 m ，span length 4.72 m ， aspect ratio 2.1 ．Swept－back angles of inner and outer boards are $24^{\circ}$ and $28.8^{\circ}$ ．The structural dynamics characteristics，natural mode shapes and frequencies of this model were found，using NASTRAN，by FHI．The flutter boundary，except at transonic regions，was also determined using linear theory．They found that the aileron flutter is the most critical one．The first 24 symmetric and anti－symmetric modes of fuselage and wings are shown in Table 1．The modes which contain aileron motion are marked by ＇＊＇．

Table 1．Vibration Characteristic of Experimental Model

| Mode No． | Frequency | Dominant |
| :---: | :---: | :---: |
|  | Hz | Mode Shape |
| 1 | 0.0 | Rigid Pitching |
| 2 | 0.0 | Rigid Heaving |
| 3 | 0.0 | Rigid Rolling |
| ＊ 4 | 8.7 | FLoB；WB |
| 5 | 11.5 | FLaB |
| ＊ 6 | 16.5 | WB－s |
| ＊ 7 | 26.0 | FLoB，Aileron T－3 |
| ＊ 8 | 27.4 | WB－a |
| ＊9 | 29.6 | Aileron T－a |
| 10 | 30.2 | Aileron T－s |
| 11 | 34.1 | FLaB |
| 12 | 38.1 | FLaB T |
| 13 | 42.4 | V |
| 14 | 42.9 | FLoB |
| 15 | 47.7 | H－a |
| 16 | 48.7 | H－s |
| 17 | 56.3 | W－s |
| 18 | 62.5 | W－a |
| 19 | 67.9 | W－s |
| 20 | 71.0 | W－a，V |
| 21 | 72.2 | W－s，Aileron B |
| 22 | 76.9 | W－s，Aileron T |
| 23 | 83.0 | $V$ |
| 24 | 89.11 |  |

F：Fuselage W：Main Surface H：Horizontal Tail V：Vertucal Tai $B$ ：Bending T ：Torsion
Lo：Longitudinal La：Lateral－s ：Symmetric－a：Anti－symmetric
＊Mode indicared in Figures


Fig 1．Plan－View of SST Experimental Model
The flight envelope of SST experimental aircraft in a frame of Altitude vs．Equivalent Air Speed（EAS）is illustrated in figure 2. This figure shows the rocket launching path and also free flight path．Our objective is to investigate that the flight path is free of flutter specially in transonic region．


Fig 2．Flight Envelope of SST

## Numerical Results and Discussions

A H－H type mesh with $126 \times 121 \times 80$ grid points was generated around full SST configuration for these computation．The mesh generator is based on elliptic methods．The minimum size of grid
in normal direction is of order of .005 based 0 n the wing root chord length．The outer boundaries are put at least 15 times the wing root chord length away from the surfaces in the stream－wise and normal directions and 3 times the half－span length in span－ wise direction．A schematic view of grids around the half－span of SST is shown in Fig 3.


Fig 3．Grid Distributions on SST
The first 24 modes，which were found by NASTRAN，were considered in the computations．These modes contain symmetric modes as well as anti－symmetric modes．The SST responses in Mach number range 0.6 to 1.2 at several dynamic pressures with or without structural damping were found．The results are illustrated as selected generalized modes（dominant modes）vs． non－dimensional time at each Mach number and dynamic pressure to investigate the SST responses．For the sake of convenience modes marked by＂＊＂in table 1 are only illustrated in this paper． They are mode 4：fuselage and main surface bending，mode 6 ： main surface symmetric bending，mode 7：fuselage bending and aileron torsion－symmetric，mode8：main surface bending－anti－ symmetric，and mode 9：aileron torsion－anti－symmetric modes． The first three rigid modes are not considered here．

An example of steady state pressure distributions on four different semi－span stations $(0.0 \%, 30 \%, 50 \%, 70 \%)$ at Mach number 0.9 ，obtained by present computation and linear theory，are given in Figure 4．The $0.0 \%$ semi－span stations，corresponds to body－symmetric line．

Hereunder unsteady numerical computation results will be shown and discussed．At all the numerical simulations，structural damping is set to 0.0 unless mentioned．

The results at Mach number 0.6 ，where dynamic pressures are 100 kPa and 80 kPa ，respectively are given in figures $5-6$ ．This figures show the time histories of some dominant generalized coordinates．It can be seen from figure 6 that only those modes which contain aileron mode（ie；mode7 and 8 ）will be diverged first by a 20 kPa increase in dynamic pressure．Other modes show positive damping at this range of dynamic pressure．
Figure 7－9 show simulation results at Mach number 0．9．The dynamic pressures are set at $90 \mathrm{kPa}, 60 \mathrm{kPa}$ and 25 kPa ．At this Mach number simulations with structural damping equal to 0.02 were also carried out．These results are given in figures 10－11．As the previous case，modes 7 and 8 are the modes which show instability first by an increase in dynamic pressure．The inclination is similar for the case with structural damping 0．02．too．The critical dynamic pressure（ the dynamic pressure at which flutter occurs）is about less than 60 kPa without structural damping while it increases to 70 kPa when structural damping is 0.02 ．

The SST response at Mach number 1.0 and dynamic pressure 90 kPa is shown in figure 12 ．The modes 7 and 8 are already diverged at this dynamic pressure．Other modes are still show convergence．

The results at Mach number 1．2，dynamic pressures 130 kPa and 100 kPa are given in figures $13-14$ ．The response is stable at 100 kPa while some modes（ie；mode 7 and 8 ）seems to be unstable at 130 kPa ．The tendency of modes are similar to the previous cases．．


Fig 4．Steady State Pressure Distributions， $\mathrm{M}=.9, \mathrm{~A}=0.0$

Figure 15 shows the main surface flutter boundary obtained by present method and linear－theory．The vertical and horizontal axes are：equivalent air speed and Mach number，respectively．In this Figure main surface and aileron flutter boundaries obtained by linear theory are illustrated by dashed line．The triangles show the data computed by present method．The results are agreed together only at Mach number 1．2．The flutter speed obtained by present simulations are lower than those estimated by linear－theory for Mach numbers less than 0．9 A dip－like curve is obtained by present method although no shock waves were seen in all the computations．


Fig．SST Response at $\mathrm{Dp}=100 \mathrm{kPa}, \mathrm{M}=0.6$


Fig．SST Response at $\mathrm{Dp}=80 \mathrm{kPa}, \mathrm{M}=0.6$



Fig．SST Response at $\mathrm{Dp}=90 \mathrm{kPa}, \mathrm{M}=0.9$



Fig．SST Response at $\mathrm{Dp}=60 \mathrm{kPa}, \mathrm{M}=0.9$


Fig．SST Response at $\mathbf{D p}=\mathbf{2 5} \mathbf{k P a}, \mathrm{M}=\mathbf{0 . 9}$


Fig．SST Response at $\mathrm{Dp}=\mathbf{6 0 k P a}, \mathrm{M}=0.9$ ， $\mathrm{g}=.02$


Fig．SST Response at $\mathrm{Dp}=\mathbf{7 0 k P a}, \mathrm{M}=\mathbf{0 . 9}$ ， $\mathrm{g}=.02$


Fig．SST Response at $\mathbf{D p}=\mathbf{9 0 k P a}, \mathbf{M}=\mathbf{1 . 0}$


Fig．SST Response at $\mathbf{D p}=130 \mathrm{kPa}, \mathrm{M}=\mathbf{1 . 2}$


Fig．SST Response at $\mathbf{D p}=100 \mathrm{kPa}, \mathrm{M}=1.2$


Fig 15．Main surfaces Flutter Boundaries

## Conclusion

Numerical flutter simulation of full－SST configuration has been carried out using Euler solution at transonic region．The aileron flutter was found as the most critical one．The flutter speeds obtained by the present code do not agree well with those of linear－theory except at Mach number 1．2．
The authors thank Fuji Heavy Industries for their offering the results of vibration analysis for the present studies．

## REFERENCES

［1］H．Kheirandish，G．Beppu and J．Nakamichi，Numerical Simulation if Viscous Unsteady Flow around Wings Oscillation in Elastic Modes，JSCES Symposium，Tokyo，Japan（1996）
［2］H．Kheirandish，G．Beppu and J．Nakamichi，Computational Investigation of Wings Flutter To be published in＂International Journal of Computational Fluid Dynamics，99／10
［3］H．Kheirandish，and J．Nakamichi，Inter－Code Validation between NAL and DLR in the Aeroelastic Simulation for SST Configuration，CEAS／ICAS／AIAA／NASA Langley International forum on Aeroelasticity and structural Dynamics（ Virginia－Williamsburg）， 1999／6／2 1－25
［4］T．H．Pulliam and J．L．Steger，Recent Improvements in Efficiency，Accuracy，and Convergence for Implicit Approximate Factorization Algorithms，AIAA Paper 85－0360，（1985）
［5］R．L．Bisplinhoff，H．Ashlcy，Principles of Acroclasticity，Dover Pubns（1975）
［6］H．Yce and A．Harten，Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conscrvation Law in Curvilinear Coordinates，AIAA paper $85-1513$ also AIAA Journal，Vol．25，No．2，（1987），pp．266－274
［7］H．Yce and G．H．Klopfer and J．L．Montagne，High－Resolution Shock－Capturing Schemes for Inviscid and Viscous Hypersonic Flows，NASA TM－100197（1988）．
［8］K．J．Bate and E．L．Wilson，Numerical Mcthods in Finite Element Analysis，Prentic－Hall（1976）

# Inter-Code Validation between NAL and DLR in the Aeroelastic Simulation for SST Configuration 

Hamid Reza KHEIRANDISH ${ }^{1}$, Wolfgang WEGNER², Ralph VOSS ${ }^{2}$ and<br>Jiro NAKAMICHI ${ }^{3}$

'Research Center of Computational Mechanics, Inc., Tokyo, Japan, hamid@rccm.co.jp
? German Aerospace Center(DLR), Goettingen, Germany, wolfgang@bambus.ae.go.dlr.de, ralph@fuchs.ae.go.dlr.de
${ }^{3}$ National Aerospace Laboratory, Tokyo, Japan, jiro@nal.go.jp

## 1.Introduction

One of the research topics still open to treat in the CFD area is to develop precise analytical code to calculate unsteady aerodynamics in transonic region due to control surfaces oscillation. The estimation of the aerodynamics of the control surfaces is a tough problem because the control surfaces are usually equipped along trailing edge and often are embedded in a developed boundary layer. This causes some difficulties to compute the unsteady aerodynamics due to the motion of the control surfaces. This research aims validation and/or improvement of the CFD codes through comparisons between either code-to-code and code-to-experimental data. This work has been done within a framework of Japan-Germany (NAL-DLR) cooperative research.

## 2.Outline of Test Model

Wind tunnel tests on an elastic half-span SST-type wing model were done for steady and unsteady cases with a fixed or forced oscillated control surface at NAL $2 \mathrm{~m} \times 2 \mathrm{~m}$ transonic wind tunnel. The purpose of the tests was to accumulate the data base for verification of the CFD codes. The plan form and the dimensions of the model are shown in Fig.1.

The model is a semi-span arrow wing with a fuselage. The leading edge is double-sweptbacked as shown in the figure. This wing has the NACA0003 airfoil section at each semispan station. Unsteady flow fields are generated by harmonic oscillation of the aileron driven by an electric motor. The model is flexible, so that the dynamic deformations are induced due to the oscillation of the aileron.

The lowest natural frequency of the model is about 10 Hz in rest air. The total number of the pressure orifices is 46; 21 and 8 on the upper and the lower surfaces at $38 \%$ semi-span
station and 9 and 8 at $75 \%$ semi-span station, respectively.
The dynamic deformation of the model as well as the unsteady aerodynamics was measured in the tests. The experimental results have already been published in Ref.[1]. For the present study, six tested cases, at Mach number 0.9 and 0.98 with the aileron frequencies from 5 to 25 Hz , have been selected as the validation data for the present studies.


Fig. 1 Outline of Tested Model

## 3．CFD Methods at NAL and DLR

The CFD methods of NAL and DLR are summarized in table 1．The NAL CFD code for flutter simulation is based on the 3D thin－ layer approximated Navier－Stokes equations with the Baldwin－Lomax turbulence model ${ }^{2)}$ for the flow field and a modal approach formulation for the structural dynamics．The integration is performed employing the second－ order accurate upwind TVD scheme ${ }^{3}$ for the flow equations and the Wilson＇s $\theta$ method ${ }^{4)}$ for the equations of motions of the structure， respectively．The integration of the flow equations is proceeded on dynamic grids，in a time accurate manner．At NAL，the grids are regenerated at each time step fitting the instantaneous position of the aileron．More details will be found in Ref［5］．

The CFD code employed by DLR is based on the 3D Euler equations with integral boundary layer coupling．The Euler solver uses an upwinding scheme based on Wegner＇s Riemann solver ${ }^{6}$ ．The time integration is performed on dynamic grids applying the virtual grid deformation technique．The boundary layer equations are solved in stream－line direction at every time step．The obtained boundary layer thickness is considered to correct the solid－wall boundary condition．In the virtual grid deformation technique the actual grid points are not needed．only the gradients of the metrics of the grid system and the grid speeds at each time step are used during the unsteady computations．These quantities are interpolated in space and can be obtained by sufficiently small additional computing time．

At NAL，an elastic wing simulation is also done by the use of the present code．In this case， the governing equations for flow field and the equations of motion of the structure are integrated simultaneously，coupling with each other．The dynamic deformation of the wing is supposed by superposing the fundamental vibration modes weighted by generalized coordinates．

## 4．Computed Cases

The computed cases are summarized in Table 2，along with the information on the flow conditions and the test parameters．The Reynolds number is fixed to 12 millions（based on the half root－chord－length）in all the computed cases，although its value will slightly differ from case by case in the experiments due
to the changes of Mach numbers and dynamic pressures．Several steady and unsteady cases were numerically simulated by both NAL and DLR and the results are compared with each other as well as with the experimental results．

Table 1．Comparisons of CFD Methods Between NAL and DLR

|  | NAL | DLR |
| :---: | :---: | :---: |
| Flow Model | thin－layer approximated Navier－ Stokes equations | Euler equations with boundary－layer correction |
| Turbulence Model | Baldwin－Lomax model | Drela－giles closing condition |
| Difference Method | Yee－Harten TVD <br> Second order in space and time | upwinding <br> Wegner＇s Rieman solver Second order in space and time |
| Integration | ADI <br> Time Accurate | Time accurate explicit dual time stepping |
| Grid | dynamic grid agebraic <br> Interpolation 0.8 million points | virtual dynamic grid 0.3 million points |
| Structural Side | model analysis <br> Wilson＇s $\theta$ method |  |
| Conputing Time | 5 hours／case（NWT NAL） | 40 minutes／case（NEC DLR） |


| Table 2．Studied Cases（ $\alpha=0$ ） |  |  |  |  |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| $\begin{aligned} & \text { Case } \\ & \text { No. } \end{aligned}$ | Mach numb er <br> M | Mean deflectio $n$ angle of aileron （degree） $\delta$ |  | Frequen cy （Hz） $\mathrm{F}$ | $\begin{gathered} \text { Rigi } \\ \text { dor } \\ \text { Elas } \\ \text { tic } \end{gathered}$ | NAL or DLR | $\begin{gathered} \text { Exp. } \\ \text { result } \\ \text { availabl } \\ e \end{gathered}$ |
| 3． 1 | 0.9 | 0.0 | － | $=$ | R | NALJLR | 0 |
| s． 2 | 0.9 | 5.0 |  |  | R | NAL／DLR | 0 |
| s． 3 | 0.98 | 0.0 |  |  | R | NAL／DLR |  |
| U－1 | 0.9 | 0.0 | 2 | 5 | R | NALDLR | 0 |
| u－2 | 0.9 | 0.0 | 2 | 15 | R | NALDLR | 0 |
| u． 3 | 0.9 | 0.0 | 2 | 25 | R | NAL／DLR | 0 |
| 4． 4 | 0.9 | 5.0 | 2 | 25 | R | NALDIR | 0 |
| U． 5. | 0.98 | 0.0 | 2 | 15 | R | NAL／DLR |  |
| u． 6 | 0.9 | 0.0 | 2 | 15 | E | NAL | 0 |

## 5．Comparison of Results－Steady Cases－

In the first，the computed steady pressure distributions at Mach numbers 0.9 and 0.98 are shown in Figs．2－4 in comparisons with the experimental results．The angle of attack of the main surface is $0^{\circ}$ in all the computed cases． The Fig．2－3 show the cases with the mean deflection angles of the aileron（DAoA） $0^{\circ}$ and $5^{\circ}$ ，respectively．Fig． 4 is provided to compare the two computed results by NAL and DLR， though the experimental data are not available． In the most of the tested cases，there existed no supersonic regions on the main and aileron surfaces and accordingly no shock waves were established．It is well known that the shock waves on the wing surface have a significant role in the transonic unsteady aerodynamics and that they cause the non－linearity．A H－H mesh topology with .8 millions grid was used in NAL computations．The DLR computations was performed on a C－H mesh with .3 millions grid．
In Fig．2，the computed results by NAL and DLR are in good agreements with each other． However，there are some discrepancies between the computational results and the
experimental ones near the binge line of the control surface．The computed wing section geometry is not compatible with the actual model especially at the upstream gaps of the aileron which is not


Fig． 2 Comparisons Between CFD and Experimental Results（Steady Pressure Distributions） $\left(\mathrm{M}=0.9, \delta=0^{\circ} \quad, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{\prime}\right)$
simulated exactly in the numerical model．At $75 \%$ semi－span station，the agreement is much better because there is no longer the aileron there．
In Fig．3，the results for the DAoA， $5^{\circ}$ are shown at Mach number 0．9．The measured pressure distributions do not coincide with the computed results concerning the pressure peak position， while the computed results by NAL and DLR show better agreement with each other．This is considered due to the same reason as the above．At $75 \%$ semi－span station，the experimental results are scattering，but they are relatively in good agreements with CFD results．In Fig．4，the computational results at Mach number 0.98 with DAoA， $0^{\circ}$ are given． There are no significant differences between them．


Fig． 3 Comparisons Between CFD and Experimental Results．（Steady Pressure Distributions） （ $\mathrm{M}=0.9, \delta=5^{\circ} \quad, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{\circ}$ ）

6．Comparison of Results－Unsteady Cases－
In these computations，the unsteady
pressure distributions are decomposed into real and imaginary parts with respect to the aileron motion．The pressure data，for a cycle， are stored after when the solution get a steady periodic oscillation．
For the unsteady cases，the computed results on both upper and lower surfaces are indicated


Fig． 4 Comparisons Between CFD Results
（Steady Pressure Distributions）
（ $\mathrm{M}=0.98, \delta=0^{\circ} \quad, \operatorname{Re}=1.2 \times 10^{\prime}$ ）
while the experimental data are given only for the upper surface．The amplitude of the aileron oscillation is $2^{\circ}$ around the DAoA in all cases．

In Fig．5，the results of case No．U1 are shown．There are differences between the results obtained by NAL and DLR just upstream region of the hinge line．There are similar trends in the other cases going to be shown．The real parts computed by NAL are in a better agreement with the experimental ones．


Fig． 5 Comparisons Between CFD and Experimental Results－Unsteady Pressure Distributions－Real Part and Imaginary Part－

$$
\left(\mathrm{M}=0.9, \mathrm{~A}=2^{\circ}, \delta=0^{\circ} \quad, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{\circ}, \mathrm{f}=5 \mathrm{~Hz}\right)
$$

One of the reasons might be ；the governing equations in NAL code are Navier－Stokes equations while in DLR code they are Euler equations with the boundary layer correction； the other possible reason might be due to the difference in hinge line position of the aileron
between the NAL and DLR numerical models． The estimated boundary－layer thickness for the correction by DLR might be larger than that computed by NAL by solving the NS equations． At $75 \%$ semi－span station，the experimental results are far apart from the computed results． It comes from the fact that the pressure distributions were measured on the elastic wing while the wing is assumed rigid in the numerical simulations．

In Fig6，comparisons are shown for the case No．U2．The tendency is almost similar to the previous case．Here，too，especially the imaginary parts can not be compared well because of the effect of the elasticity of the wing． The wing is more violently excited in the case of the aileron frequency， 15 Hz ，compared with the other cases．The lowest natural frequency comes up to about 13 Hz （close to excited frequency 15 Hz ）in the flow with Mach number 0．9．So the dynamic deformation of the wing becomes considerably large in this case．


Fig． 6 Comparisons Between CFD and Experimental Results－Unsteady Pressure Distributions－Real Part and Imaginary Part－


Fig． 7 Comparisons Between CFD and Experimental Results－Unsteady Pressure Distributions－Real Part and Imaginary Part ．
$\left(\mathrm{M}=0.9, \mathrm{~A}=2^{\circ}, \delta=0^{\circ} \quad, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{\prime}, \mathrm{f}=25 \mathrm{~Hz}\right)$
In Fig．7，Case No．U3 is shown．In this case，
the imaginary parts are compared well because the amplitude of the wing response is small at the aileron frequency of 25 Hz ．

Fig． 8 shows the case No．U4，in which the DAoA was taken to be $5^{\circ}$ ．In the cases of U1－U3， no significant supersonic regions were seen on the surface．It was expected in the case of U4 that a supersonic region appeared especially on the aileron surface．It can be confirmed from the steady pressure distributions（Fig．3）that the Cp is larger than the Cp critical， 1.8 ，on the aileron surface．


Fig． 8 Comparisons Between CFD and Experimental Results－Unsteady Pressure Distributions－Real Part and Imaginary Part－

$$
\left(\mathrm{M}=0.9, \mathrm{~A}=2^{\circ}, \delta=5^{\circ} \quad, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{\prime}, \mathrm{f}=25 \mathrm{~Hz}\right)
$$

However，the unsteady pressure distributions do not explain the existence of the shock wave．
In figures 9．1－2，the steady Mach number contours are given to look at the flow patterns near and on the aileron surface．The free stream Mach numbers are 0.9 and 0.98 with the DAoA， $0^{\circ}$ and $5^{\circ}$ ．In the cases of the DAoA， $5^{\circ}$ ，the contours are very dense especially near the hinge line and the aileron surface．

In Fig．10，the unsteady ．pressure distributions at Mach number， 0.98 are shown only for computed results．In this case，there are big differences between the results from NAL and DLR in the imaginary parts．The distributions of the unsteady components of the pressure distributions never show the existence of shock waves on the aileron surface，in this case too．


Fig． 10 Comparisons Between CFD Results－Unsteady Pressure Distributions－Real Part and Imaginary Part－ $\left(\mathrm{M}=0.98, \mathrm{~A}=2^{\circ}, \delta=0^{\circ} \quad, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{\circ}, \mathrm{f}=15 \mathrm{~Hz}\right)$

One of the facts noted in the present studies is that there are no significant non－linearity in the unsteady pressure distributions regarding with the studied arrow wing．


Fig9．1．Mach Contours（DLR CFD Results）
In Fig．11，higher order components of the unsteady pressure distributions determined by DLR are shown．It can be concluded from these figures that the effect of the non－linearity is very small even at high Mach numbers．The reason can be suggested as the thickness－to－ chord ratio of the main surface for supersonic transport is too small（ that is around 3\％）to cause non－linear effect at the mentioned Mach number regions and conditions．


Fig9．2．Mach Contours（NAL CFD Results）


Fig 11．Second Harmonic of Unsteady pressure Upper）In Phase，Lower）Out of Phase
$\left(\mathrm{M}=0.9, \mathrm{~A}=2^{\circ}, \delta=5^{\circ} \quad, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{1}, \mathrm{f}=25 \mathrm{~Hz}\right)$
Finally，computational results in which the effect of the flexibility of the surface is taken into account are shown（case No．U6）．These calculations were done by NAL．In the aeroelastic simulation，the first eight natural modes，which are obtained from FEM structural analysis，are superposed to approximate the aeroelastic response or the
static deformation of the wing．



YK．． 99 ，（TP－60KPA EW
 YKM．75，（TPa80kPaEW）

Fig． 12 Comparisons Between CFD Results－Unsteady Pressure Distributions－Real Part and Imaginary Part－ （ $\mathrm{M}=0.9, \mathrm{~A}=2^{\circ}, \delta=0^{\circ}, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{\circ}, \mathrm{f}=15 \mathrm{~Hz}, \mathrm{P}_{0}=80 \mathrm{kPa}$ ）

The computed results are shown in Fig． 12 with respect to real parts and the imaginary parts． These results are interestingly compared with the results shown in Fig． 6 where the wing is treated as a rigid model．Especially the imaginary parts are improved in their distribution patterns although the comparisons with the experimental results are not sufficient．

In Fig．13，the simulation results are lined up at in a series of time history of the pressure distributions at $39 \%$ semi－span station at every $1 / 8$ phase，showing the phase of the aileron motion，in comparisons with measured data． The $\Delta \mathrm{Cp}$ describes the pressure coefficient subtracted by steady counterpart one．The number of the pressure orifices are so small that it is difficult completely to make the comparisons．In the figures，the dark areas show the instantaneous pressure distribution on the upper surface while the white ones are for the lower．The peak values at the hinge line are less estimated by the computations than the measured values．This simulation will be demonstrated by video film at the meeting．

## Concluding Remarks

An unsteady experimental data base has been used for validating the CFD codes developed at NAL and DLR．Regarding the comparisons and discussions of results the followings are concluded
1．No significant differences between the results computed by NAL and DLR were observed．
2．The prediction of unsteady aerodynamics around control surfaces are still difficult．

3．The responses are almost linear even at high Mach number．

## References

［1］Tamayama，M．，Saitoh，K．，Matsushita，H．and Nakamichi，J．，＂Data Set：SST Arrow Wing， Oscillating Flap，＂AGARD Unsteady Aerodynamics Working Group 22.
［2］Baldwin，B．S．and Lomax，H．＂Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows＂，AIAA Paper 78－257， 1978.
［3］Yee，H．and Harten，A，＂Implicit TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Law in Curvilinear Coordinates＂，AIAA Paper 85－1513．
［4］Bate，K．J．and Wilson，E．L．Mumerical Methods in Finite Element Analysis，Prentic－Hall， 1976.
［5］Kkeirandish，H．，Goro，B．and Nakamichi，J．， ＂Numerical Investigation of Flutter＂，International Journal of Computational Fluid Dynamics
［6］Wegner，W．，＂Aerodynamics for Elastically Oscillating Wings Using the Virtual Grid Deformation Method＂，report r－822，85th AGARD／RTO Meeting， Aalborg， 1997


Fig． 13 Comparisons Between CFD and Experimental Results in Unsteady Pressure Distributions （ $\mathrm{M}=0.9, \mathrm{~A}=2^{\circ}, \delta=0^{\circ}, \mathrm{Re}=1.2 \times 10^{1}, \mathrm{f}=15 \mathrm{~Hz}, \mathrm{P}_{0}=80 \mathrm{kPa}$ ）

# 航空機胴体下部構造モデルの衝撃数値シミュレーション 

細川剛史 ${ }^{1)}$ ，熊倉郁夫 ${ }^{2)}$ ，峯岸正勝 ${ }^{2)}$ ，岩崎和夫 ${ }^{2)}$<br>\title{ DROP TEST SIMULATION OF SIMPLIFED STRUCTURAL MODELS OF AIRCRAFT FUSELAGE }

by
Takefumi HOSOKAWA，Ikuo KUMAKURA，Masakatsu MINEGISHI，Kazuo IWASAKI


#### Abstract

For ensuring occupant＇s survivability in case of crash accident of aircraft，the impact environment around the occupants must be less severe than an allowable level below which the human body can endure．This research aims to examine the crash behavior of fuselage structure both by tests and numerical analysis in view of the impact energy absorption and occupant＇s survivability．In this paper，some results on simplified structural models of the sub－floor fuselage structure，which were subjected to vertical drop test as the preliminary stage of examination，are presented．A numerical model corresponding to the structural model was developed and analyzed using a finite element analysis code，LS－DYNA3D．


## 1．緒言

航空機が事故によりクラッシュした場合，搭乗者の生存率を向上 させるためには，衝撃荷重を人体の容認レベルまで抑制する必要が ある，航空機の緊急着陸に関しての強度設計では，客室の座席構造 の動的試験基準があるのみで，胴体構造の衝撃吸収を考慮して設計 することは行われていないのが現状である。

しかし，近年，単位運行便数あたりの航空機事故発生率に改善が みられていない，その一方で，運行便数は増加しているため，将来的な事故件数の増加か懸念されている。また，総 2 階建構造の航空機（Double deckker）をはじめとして，機体の大型化の傾向もあり，事故あたりの損失も大きくなる可能性がある。

最近，世界的に事故防止策の見直し，事故時の生存率向上対策の検討が進められるようになってきた。搭乗者に作用する㣫撃荷重は，座席構造の㣫撃吸収のほかに，胴体下部構造の変形や破壊に伴う衝撃エネルギーの吸収で軽減されると考えられるがその衝撃破壊挙動を数値解析により推定することができれば，機体の衝撃吸収の確認や，衝撃吸収型構造の開発を効率的に行らことができると考えら れる．同時にコストの低㺂も期待される。
このような現状に鑑み，本研究は，簡易的な要素分割により胴体下部構造の衝撃特性をある程度のレベルでシミュレートすることを目的とする。
本論文では，その予備段階として，航空機の胴体を極端に理想化 した構造模型を作成し，落下衝撃実験を行う。また，構造模型

[^17]と同等の数値解析モデルを既存の有限要素法解析ソフトウェア LS－DYNA を用いて解析を行い，実験結果との対応関係を明らかに する。

## 2．耐衝撃性研究の現状

航空機構造のクラッシュと生存率向上問題については，主に米軍， FAA（Federal Aviation Administration），NASA（National Aeronautics and Space Administration）などを中心に1960年代から研究が進められ，小型航空機やヘリコプターを中心に衝撃試験による衝撃データの収集や座席構造または㣫撃及及収床下構造などの開発が進められた。

さらに，数値解析手法の開発も進められている。例えば，1970年代に開発されたKRASH は最近でも最も多く利用されている解析コ ードであるが，これは，他の解析手法によって実施された部分構造解析の結果や，構造計験による結果を，梁要素およびばね要素によ って置換することで近以的に解析する手法である。
一方で，近年のコンピュータ性能の向上により，これまで困難で あった膨大な要素数を用いた航空機構造の衝撃解析も試みられる ようになってきている。

しかし，世界的にも数値解析手法に関しては，試行錯誤の状態で あり，新たな取り組みが期侍されている。

## 3．構造模型実験

## －（1）実験対象モデル

実際の航空機は，図1に示すような様々な Component により構成 されている．本研究では，当面客室部分の胴体構造を検言対象とす る．また，胴体断面形状は図 2 に示すように，航空機の構造，目的，用途などにより異なるが，円断面を中心に検討する。


図1 機体組立の Component


図2 胴体断面形状例

実際の航空機構造を忠実に再現することは非常に多くの時間が要求される。また，現段階では非現実的であると考えられる。本研究では，客室の㣫撃環境を推定する際に，なるべく少ない要素の解析モデル胴体下部構造を中心とした衝撃特性をシミュレートする事から着手するとし，構造模型実験は破壊モ—ドの確認と解析モデ ルの評価のために実施する。そのためのステップとして，まず，簡便な構造模型を用いて比較検証することとした。

以上のような観点より，本研究では，図3に示すように，胴体断面を単純な円断面と仮定し，床下構造部分の㣫撃破壊モードと床下高さの影響を確認するため，床下高さ（座席取り付け位置）H をパ ラメータとした構造模型を作成した。床高さは，円断面の半径Rを基淮として，その $60 \% \sim 120 \%$ の範囲で設定し，床下部分のみの破壊特性に注目し，第一段階として床構造は完全剛体と仮定している。


図3 構造模型

本研究で設定した構造模型供試体の詳細について，表1にまとめ る。床位置にダミーウエイト 85 kg を付加し，試作の落下衝撃試験装置を用い，速度 $4.10 \mathrm{~m} / \mathrm{sec}$ て剛体平面に垂直落下させるものとする。

表1 実験および解析対象

| 供試体 | 断面半径 $\mathrm{R}(\mathrm{mm})$ | 幅 $\mathrm{W}(\mathrm{mm})$ | 高さ $\mathrm{H}(\mathrm{mm})$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| EX061 | 225.0 | 412.4 | $135.0(\mathrm{R} \times 0.60)$ |
| EX081 | 225.0 | 440.9 | $180.0(\mathrm{R} \times 0.80)$ |
| EX101 | 225.0 | 450.0 | $225.0(\mathrm{R} \times 1.00)$ |
| EX121 | 225.0 | 450.0 | $275.0(\mathrm{R} \times 1.20)$ |

（2）実験結果
構造模型の落下衝撃計験結果を表2にまとめる。変形形状などの詳細については，各供試体ごとに考察を加える。

表2 胴体下部構造模型の落下衝撃試験結果

| 供試体 | EX061 | EX081 | EX101 | EX121 |
| :--- | ---: | ---: | ---: | ---: |
| 床部分最大幅 $(\mathrm{mm})$ |  |  | 477.0 | 505.7 |
| 高さ | $(\mathrm{mm})$ | 82.5 | 113.0 | 136.7 |
| 中央部回み | $(\mathrm{mm})$ | 39.8 | 30.0 | 15.3 |
| 圧縮量 | $(\mathrm{mm})$ | 52.5 | 67.0 | 87.3 |
| 圧絔時間 | $(\mathrm{mm})$ | 24.4 | 27.8 | 35.6 |

## （a）供試体 EX 061

供試体EX061 の変形図（高速度カメラ画像）を図4に示す。EX061 の最大変位量は 52.5 mm ，模型中央部において胴体下部が大きく変形し潰れた状態になっている。また，中央部の外板には亀裂が発生 している。衝撃を吸収するための構造部分が他と比較して少なく，浅いため，変形が大きく中央部付近に集中したものと考えられる。


図4 EX061

## （b）供試体 EX 081

図5に供試体EX081の変形図を示す。EX081は実際の大型航空機に比較的近い林高さのモデルである。最大変位量は 67.0 mm であ る．中央部分に凹みが見られる傾向は，EX061 と同様であるが，下部構造部分で力が分散しあい，広い範囲で㣫撃が吸収されている。全体として，亀裂が発生している部分は観察されなかった。


変形前


変形後

図5 EX08
（c）供試体 EX101
EX101 の変形図を図6に示す。単純な半円筒モデルであり，実機 よりも床が高し位置にあるモデルと考えられる，EX061，EX081と比較すると中央部分の凹みが小さい。これは，衝撃エネルギーを構造模型の広い範囲で吸収しているためと考えられる。すなわち，応力を構造模型全体で吸収していると思われる。 さらに，EX061， EX081 は，変形後，構造模型の左右の膨らみが観察されなかったの に対し，本供試体ではその量が増加している。また，左右の接触部分に亀裂が生じている。


変形前


変形後

図6 EX101

## （d）供試体 EX121

床が胴体のかなり高い位置に配置され，貨物室部分を大きく想定 した構造モデルである。図7に変形図を示す。EX101と同様に全体的に左右に膨らんでいる。このように殻構造の変形が全体に分散 して衝撃を吸収し応力が分散する傾向があり，中央部分の凹みは小 さい。


変形前


変形後


図9 床位置付近の加速度の例（EX061）

## 4．LS－DYNA3D

LS－DYNA3D は当初米国の国立研究機関 Lawemce Livemore National Laboratry（LLNL）で 1976 年に DYNA3D として開発された．開発者は John O．Hallquist である．

1988年に Hallquist が Livemore Software Technology Corporationを設立し，商用ソフトウェアLS－DYNA3D として提供している。
LS－DYNA3D は航空宇宙関倸の構造物や軍用機器などの構造解析 から，現在では自動車をはじめとする各種輸送機器の㣫撃現象，深絞りなどの金属加工現象の解析に広く使用されている。
LS－DYNA3D は陽解法といら機能的性質から比較的短時間の内に進行する過洝現象を一般に対象としている。電子機器の落下，自動車の衝突などの現象はLS－DYNA3D でよく扱われる問題である。

図7 EX121

## 5．胴体構造のモデル化

床下構造モデルに対応する解析モデル例を図11に示す。外板や フレームは等価なシェル要素とし，要素分割数を数ケース検討し，試験結果との対応関係を検討している。

## （1）要素

本研究では使用したシェル要素はBelyschko－Tsay である。本要素 は，最も高速計算が行うことが可能であり，数值解析全般によく使用される，非常に一般的な要素である。本要素を使用するに当たっ ては，Warping が過度に大きくなる問題は精度が低下するため，比較的粗い要素分割では注意を要する。本要素に適用した材料定数を表3にまとめる。

表3 シェル要素材料定数—覧

| ヤング率（GPa） | ポアソン比 | 密度 $\left(\mathrm{kg}_{\mathrm{gmm}}{ }^{3}\right.$ ） |
| :---: | :---: | :---: |
| 0.35 | 0.30 | $2.78 \times 10^{-6}$ |

## （2）応力—ひずみ関係

本研究では弾塑性—移動硬化則を用いる。古典的な 2 直線近似の移動硬化則モデルであり，材料の応力—ひずみ関係を表すため 2 種類の勾配（弾性と塑性）を使用する。
本研究で設定した，応力ーひずみ関係を図 10 にまとめて示す。 また，このモデルは繰り返し荷重を受ける際のBauschinger効果を考慮する。


図10本研究で設定した応力—ひずみ関係

## （3）数値解析モデルを作成

本研究で設定した数値解析モデルを表4にまとめる。構造模型実験と数値解析モデルの対応関係を表5にまとめる。
モデル全体の寸法緒元などは，構造模型実験を忠実に再現したが， FrameとSkin plateの差別化は行っていない。本研究では，Frame の曲 け゚岡性をSkin plate 全体に分布させている。この手法が必ずしも適当で あるとは言い難いが，本手法で実験結果をある程度再現することがで きれば，簡易的に航空機岡体構造をモデル化する一案と考えることが できると思われる。

表4 数値解析モデル（寸法緒言）一覧

| 供試体 | 断面半径 <br> $\mathrm{R}(\mathrm{mm})$ | 幅 <br> $\mathrm{W}(\mathrm{mm})$ | 高さ <br> $\mathrm{H}(\mathrm{mm})$ | 要素数 |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| NA061 <br> -50 | 225.0 | 412.4 | 135.0 <br> $(\mathrm{R} \times 0.60)$ | 752 |
| NA101 <br> -25 | 225.0 | 450.0 | 225.0 <br> $(\mathrm{R} \times 1.00)$ | 2270 |
| NA101 <br> -50 | 225.0 | 450.0 | 225.0 <br> $(\mathrm{R} \times 1.00)$ | 832 |
| NA101 <br> -100 | 225.0 | 450.0 | 225.0 <br> $(\mathrm{R} \times 1.00)$ | 408 |

表5 構造模型と数値解析モデルの対応

| 実験供試体名 | 数値解析モデル供試体名 |
| :---: | :---: |
| EX061 | NA061－50 |
|  | NA101－25 |
| EX101 | NA－101－50 |
|  | NA－101－100 |

※EX（Experiment）$\cdots$ 構造模型㬰験，NA（Numerical Analysis）… 数值解析

以上の条件を用いてモデル化した数値解析モデルを図11に示す。


NA101－50


NA101－100

図11 胴体構造の数値解析モデル図

## 6．実験結果と解析結果との比較

## 6．1要素数と解析時間との関係

要素数と解析時間との関係を明らかにすることを目的とし， NA101（床高さ H＝1．0R）のモデルを対象として，要素数を 25 ，50， 100 の 3 ケースについて解析を行った。現象時間を 100 msec とし，要素数以外は，全て同条件下で計算するものとする。横軸に要素数，縦軸に解析時間を表した，要素数と解析時間との関係のグラフを図 12に示す。


図 12 要素数と解析時間との関係

要素数が少ない程，解析が短時間で行えることが伺える。ただし，本研究では 100 msec と非常に短時間の現象を取り扱っていること，極度に理想化されたモデルでの結果であること，解の精度について は考慮していないことなどに留意されたい。
なお要素数は，外形線の要素長さと辺の長さより Preprocessor 内で自動的に計算される。
本研究での結果からは，要素数が少ない程，短時間で解析が行え るが，解析対象の構造物が複雑化した場合や，現象時間を長くした場合などについては，一概に本研究の結果が適用されるとは考えに くく，さらなる検討が必要であると考えられる。

## 6.2 数値解析結果

（1）NA061－50（ $H=0.6 R$ ，要素数 752）
構造模型実験モデル（EX061）に対応する数値モデルである。条件は，構造模型実験とほぼ同等の条件下で解析を行い，現象時間は 100 msec とする。最大変位時の変形図および垂直方向応力分布を図 13に示す。


図 13 NA061－50 の変形図と垂直方向応力分布（最大変位時）

構造模型実験での変形性状（図4参照）と比較すると，中央部分 の変形が小さい。これは，曲け䫽性を平均化し全体に分布させたた めと考えられる。また，垂直方向応力分布をみると，モデル左右に応力が集中して発生しており，構造模型実験との対応関係か認めら れた。

## （3）NA101－50（ $\mathrm{H}=1.0 \mathrm{R}$ ，要素数 832）

構造模型実験モデル（EX101）に対応する数値モデルである。現象時間は 100 msec とし，ここでは，要素数 832 のモデルについて，考察 を加える。

最大変位時の変形図および垂直方向応力分布を図 14 に示す。構造模型実験（図6参照）との対応であるが，変形の性状はモデル左右の部分が外側に広がり，中央部分が若干浮き上がっている現象

は，構造模型実験でも観察できた挙動である．したがって，変形の性状については，対応関倸が見られる。また，垂直方向応力分布は， モデル左右に大きな応力が作用しており，構造模型実験との対応関係が認められた。


図 14 NA101－50 の変形図と垂直方向応力分布（最大変位時）

また，「時間—変位関係」を図 15 に示す。実験での測定結果と比較すると，ピーク時刻などは異なっているが，初期段階ではほぼ同等の変位か観察された．ピーク値の値およびその時間が若干ずれ ているが，これは曲け岡性をSkinplate 全体に分布させたことや，応力—ひずみ関係の設定などによって生じたものと考えられる。


図 15 時間一変位関係（NA101－50）

## 7．Frameを考慮した場合の数値解析

本研究では，FrameとSkinplateの差別化を行っていないが，＇実祭 の航空機構造の挙動を把握するためには，Frameと Skin plate の差別化を行う必要があると思われる。しかしながら，Frameと Skin plate を別々にモデル化するには，作業の繁雑さが予想される。そこで，本研究では，曲け風性をSkinplate 全体に分布させる手法を取ったが， ここでは，参考としてFrameをモデル化した場合の解析について述 べる。
解析対象としたモデルは，NA061－50を基準として，胴体左右に2本 Frame を配置したモデルである．モデル名はNA061F－50とする．配置した 2 本の Frame に模型実験における Frame の剛性を分布させ たモデルである．すなわち，Frame の本数が模型実験では 3 本 数値解析では 2 本という違いがあることになる。

また，材料特性などについては，構造模型実験および解析モデル NA061－50に準ずるものとする。解析モデル図を図16に示す。


図 16 Frame をモデル化した場合のモデル図（NA101－50F）

図 $17 お よ ひ$ 図 18 （左）に変形畄を示す。また図 18 （右）に応力分布を示す。

図 17 は，変形途中（ 35.0 msec ）での変形図であるが，構造模型実験 での変形図（図6参照）と比較すると，モデル左右が広がり，中央部分が大きく凹む性状は同様と考えられる。ただし，その後変形は図 18 （左）まで進んでいる．おもりと Frame およびSkin plate との接触を予測していない関係上，Skinplate などがおもりを突き抜ける結果となっている．したがって，垂直方向応力なども正確に判断する には至っていないため，再検討を進めている。


図 17 NA061－50F の変形図


図 18 NA061－50F の変形図と垂直方向応力分布（最大変形時）

## 8．結言

本研究では，航空機の胴体下部構造の衝撃特性をシミュレートす ることを目的とし，航空機胴体を極媏に理想化した構造模型の落下衝撃実験を行った。構造模型実験の結果を数值解析手法を用いて検証するためLS－DYNA での有限要素法を行い，その適用性について考察した。

本研究で得られた成果を以下にまとめる。
（1）「時間—変位」関係は，最大変位量に関しては若干検討の余地を残す結果となったが，実験とほほほ司等の結果が得られる と思われる．
（2）変形の性状については，実験とほぼ司等の性状を確認するこ とができた。
（3）Frame のモデル化に関しては，Skin plateとおもりとの接䖝を考慮するなど，検討の余地が残されたケースがあるが，変形 の性状などからは，構造模型実験に近い結果が確認された。
（4）Frame およびSkinplate の応力—ひずみ関係については，検討 の余地を残す結果となった。今後は，応力—ひずみ関係をど のように設定するかが課題である。

実験結果との対応関係については，若干検討の余地を残す結果と なったが，LS－DYNA を用いて，航空機構造の衝撃解析を行うこと への可能性を提示できたものと考える．

## 9．今後の課題

実際の航空機月同体構造は，今回対象としたような単純な構造では なく，より複雑な構造である．本研究では，胴体下部構造を極端に理想化したモデルでの実験•解析であった。今後は，さらに実機に近いものへモデル化することで，機体の㣫撃吸収の確認を行い，効率的に衝撃吸収型構造を開発することへの可能性を提示したいと考える。

また，FrameやSkinplateの応力—ひずみ関係をどのように設定す るかも検討する必要がある。

謝辞：本研究を行なうにあたり，小島淳司氏（サイバネットシステ ム株式会社）には，代表例として取り上げた ANSYS／LS－DYNA に よる解析機能や操作手順の詳細についてご教示頂きました。また，上林厚志氏（株式会社竹中工務占）には，衝撃解析の現状やその評価手法についてご指導，ご助言を頂きました。

ここに記して感謝の意を表します。

## 参考文翢

1）Energy Absorption of Aircraft Structures as an Aspect of Crashworthiness．，AGARD CP－443， 1988.

2）Computational Methods for Crashworthiness，NASA CP－3223， 1992.
3）Crashworthiness of Transportation Systems，Ed．by J．Ambrosio，Kluwar Academic Publishers， 1997.

4）ANSYS／LS－DYNA3D Theoretical Manual， 1996.
5）Dynamic plasticity by N．CRISTESCU， 1967.
6）衝撃破壊工学，社団法人日本機械学会，1990．

# Topology optimization and compliant Mechanisms 

江島 晋（株）くいんと，石井 恵三（株）くいんと

Susumu Ejima（Quint Corporation），Keizo Ishii（Quint Corporation）

Structural optimization using the homogenization method is established as a theory of optimal design of layout （topology）．This theory has been applied to the various kind of problem such as static problem and eigenvalue problem．Furthermore the homogenization design method for topology optimization of elastic structures extend to the design of compliant mechanisms．Compliant mechanisms is a relatively new breed of jointless mechanism in which elastic deformation is intended to be a source of motion．In this paper，structural optimization method is proposed，and applied to the compliant mechanisms

## INTRODUCTION

The homogenization design method，which is a structural optimization method introduced by Bendsфe and Kikuchi ${ }^{(1)}$（in 1988） was established as a theory of optimal design of layout（topology and shape）．This method has been applied to various kinds of prob－ lems，especially in meso－micro－scale design，such as the composite design of microstructure ${ }^{(2)}$ and piezo－ceramic material ${ }^{(3)}$ ．Nishiwaki and Frecker ${ }^{(4)}$ studied the possibility of the extension of the homog－ enization design method for elastic structures in the design of flex－ ible structures such as compliant mechanisms．Compliant mecha－ nisms are jointless mechanisms which utilize the elastic deforma－ tion effectively instead of rigid－link mechanisms．In the past，the design of compliant mechanisms depends on very skilled experi－ enced designers，however，by using this method，we can easily de－ sign a compliant mechanism．

There are two approaches in developing compliant mecha－ nisms．One is a kinematic approach ${ }^{(5)}$ and the other is a structural optimization or continuum approach ${ }^{(6)}$ ．Frecker et al．${ }^{(7)}$ ，proposed a design method of flexible structures，which can move in a specified direction caused by an externally applied force，based on the con－ tinuum synthesis approach．Nishiwaki et al．${ }^{(8)}$ ，applied the effec－ tiveness of the homogenization design method to the design of compliant mechanisms．In this paper，we propose the design method for compliant mechanisms and some examples are presented to con－ firm that the verification of the methodology．

## FORMULATION OF COMPLIANT MECHANISMS

To satisfy both the kinematic and structural requirements in designing a compliant mechanism，two different functions，namely flexibility and stiffness，are required．＂Flexibility＂satisfies the kine－ matic requirements by maximizing the displacement at a flexible point，while＂stiffness＂satisfies the structural requirement to resist the external force．This notion can be illustrated by considering a general compliant gripper subjected to an applied load $\boldsymbol{t}^{1}$ ，as shown in Figure 1．In Case（a）the structure requires the flexibility to grab
the object with the boundary $\Gamma_{d}$ being fixed on domain $\Omega_{d}$ ，and the load $t^{1}$ is applied to the boundary $\Gamma_{a}$ ．At the same time，in both Case（b）and Case（c）the structure requires sufficient resistance to the external load $t^{3}\left(=t^{1}\right)$ on $\Gamma_{a}$ and the reaction force from the object $t^{4}\left(=-t^{2}\right)$ on $\Gamma_{r}$ ．It should be noted that in Case（b）， stiffness is determined while $\Gamma_{r}$ is fixed but on the other hand，in Case（c），$\Gamma_{a}$ is fixed．

## Formulation of Flexibility and Stiffness

The flexibility of the structure in Case（a）is formulated based on the mutual mean compliance which is introduced by Shield and Prager ${ }^{(9)}$ ．Let us consider a two－dimensional linear elastic body as shown in Figure 2．Here the body forces are ignored for implic－ itly．Suppose that the elastic body is subjected to a boundary traction $t^{1}$ at boundary $\Gamma_{a}$ and suppose that the deflection field $\boldsymbol{u}^{1}=\left\{u_{1}^{1}, u_{2}^{1}\right\}$ in domain $\Omega$ is as shown by the solid line in Figure 2. To define the flexibility of the structure at the boundary $\Gamma_{r}$ as a functional，dummy load $t^{2}$ is applied at the boundary $\Gamma_{r}$ ．The inner product of $\boldsymbol{u}^{1}$ and $\boldsymbol{t}^{2}$ represent the flexibility of the structure at the boundary $\Gamma_{r}$ ：

$$
\begin{equation*}
L^{2}\left(\boldsymbol{u}^{1}\right)=\int_{\Gamma_{r}} t^{2} \cdot \boldsymbol{u}^{1} d \Gamma \quad \boldsymbol{u}^{1} \in V \tag{1}
\end{equation*}
$$



Fig． 1 Two－performace criteria for flexible structural design

$$
\begin{equation*}
V=\left\{v=v_{i} \boldsymbol{e}_{i}: v_{i} \in H^{1}(\Omega) \text { with } v=0 \text { on } \Gamma_{d} i=1,2\right\} \tag{2}
\end{equation*}
$$

$L^{2}\left(u^{1}\right)$ is the mutual mean compliance，and by maximizing the mutual mean compliance，maximum flexibility on $\Gamma_{r}$ is obtained when $\boldsymbol{t}^{1}$ is applied．Here，sensitivity of the flexibility with respect to a design variable A is shown in the next equation：

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial L^{2}\left(u^{1}\right)}{\partial A}=-\int_{\Omega} \varepsilon\left(u^{2}\right)^{t}\left(\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial A}\right) \varepsilon\left(\boldsymbol{u}^{1}\right) d \Omega \tag{3}
\end{equation*}
$$

with linearized strains

$$
\begin{equation*}
\boldsymbol{\varepsilon}()=\left\{\frac{\partial}{\partial x_{1}} \frac{\partial}{\partial x_{2}}\left(\frac{\partial}{\partial x_{2}}+\frac{\partial}{\partial x_{1}}\right)\right\} \tag{4}
\end{equation*}
$$

where $\boldsymbol{E}$ is the elasticity modulus of the linear elastic body．
After flexibility is maximized，stiffness，which gives the structural resistance to the applied forces（in Case（b））and reaction forces from the object（in Case（c）），is considered．In Figure 3，stiffness at $\Gamma_{a}$ is estimated with the boundary $\Gamma_{r}$ fixed，since the traction is applied at boundary $\Gamma_{r}$ ．In order to maximize the stiffness at bound－ ary $\Gamma_{a}$ ，the mean compliance is minimized．Mean compliance is defined by the inner product of applied load $\boldsymbol{t}^{3}$ and displacement field $\boldsymbol{u}^{3}=\left\{u_{1}^{3}, u_{2}^{3}\right\}$ at $\Gamma_{r}$ as the following：

$$
\begin{equation*}
L^{3}\left(\boldsymbol{u}^{3}\right)=\int_{\Gamma_{+}} t^{3} \cdot u^{3} d \Gamma \quad u^{3} \in V \tag{5}
\end{equation*}
$$

Here，sensitivity of the stiffness with respect to a design variable A is shown in the following equation：

Applied force


Fig． 2 Mechanism design
Fixed


Fig． 3 Structural design

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial L^{3}\left(u^{3}\right)}{\partial A}=-\int_{\Omega} \varepsilon\left(u^{3}\right)^{t}\left(\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial A}\right) \varepsilon\left(\boldsymbol{u}^{3}\right) d \Omega \tag{6}
\end{equation*}
$$

We can also define the stiffness in Case（c）same as in Case（b）：

$$
\begin{equation*}
L^{4}\left(u^{4}\right)=\int_{\Gamma_{a}} t^{4} \cdot u^{4} d \Gamma \quad u^{4} \in V \tag{7}
\end{equation*}
$$

Sensitivity of the stiffness with respect to a design variable A is shown in the following equation：

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial L^{4}\left(\boldsymbol{u}^{4}\right)}{\partial A}=-\int_{\Omega} \varepsilon\left(\boldsymbol{u}^{4}\right)^{t}\left(\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial A}\right) \varepsilon\left(\boldsymbol{u}^{4}\right) d \Omega \tag{8}
\end{equation*}
$$

By maximizing the flexibility and then stiffness at boundary $\Gamma_{a}$ and $\Gamma_{r}$ ，we can obtain compliant mechanisms．

## Structural optimization using the homogenization method

In the optimal design of the layout（topology／shape）of elastic structures based on the homogenization design theory，the design domain is assumed to be composed of infinitely periodic micro－ structures，and each microstructure has a rectangular hole as shown in Figure 4．The length of the sides and angle of rotation，$\alpha, \beta$ and $\theta$ ，respectively，are design variables，and the size of each element hole is determined by the sensitivity of the objective function with the volume constraint and boundary condition．Since each element hole is allowed to possess a different size and angle of rotation， uniformly distributed porous material in the initial stage will have a different size of element holes at the end of optimization as shown in figure 4．Therefore，if the domain is viewed in a global sense， optimal topology is clearly seen．

In this algorithm，material properties of porous material with various hole sizes are needed for a structural analysis and sensitiv－ ity analysis．The mean material constant of porous material is calcu－ lated by the homogenization method．The homogenized elasticity tensor $\boldsymbol{E}^{H}$ can be computed by solving the characteristic function


Fig． 4 Design of structural optimization using the homogenization method
$\chi$ which satisfies the following equation：

$$
\begin{equation*}
\int_{Y} \varepsilon_{y}(v)^{t} E(x, y) \varepsilon_{y}(\chi(x, y)) d Y=\int_{Y} \varepsilon_{y}(v)^{t} E(x, y) d Y v \in V_{Y} \tag{9}
\end{equation*}
$$

$$
\begin{equation*}
V_{Y}=\left\{v=v_{i} \boldsymbol{e}_{i}: v_{i} \in H^{1}(Y), \quad k l=1,2\right\} \tag{10}
\end{equation*}
$$

where $\boldsymbol{Y}$ represents the base cell of the microstructure and $v$ is the admissible space defined in the cell $\boldsymbol{Y}$ ．After obtaining the charac－ teristic function $\chi$ ，the homogenization elasticity tensor $\boldsymbol{E}^{H}$ is computed by

$$
\begin{equation*}
E^{H}=\frac{1}{|\boldsymbol{Y}|_{Y}} \int_{Y}\left(E(x, y)-E(x, y) \varepsilon_{y}(\chi)\right) d Y \tag{11}
\end{equation*}
$$

where $|\boldsymbol{Y}|$ stands for the measure of $\boldsymbol{Y}$ ．
Furthermore，when a unit cell is rotated by the angle $\theta$ as shown in Figure 4 ，the homogenized elasticity tensor $\boldsymbol{E}^{G}$ is computed by the following equation：

$$
\begin{equation*}
\boldsymbol{E}^{G}=\boldsymbol{R}(\theta)^{t} \boldsymbol{E}^{H} \boldsymbol{R}(\theta) \tag{12}
\end{equation*}
$$

where $\boldsymbol{R}$ is the rotation matrix． $\boldsymbol{E}^{G}$ is represented as a function of the design variable $\alpha, \beta$ and $\theta$ ，and the optimization problem can be posed in terms of these microscopic variables using $\boldsymbol{E}^{G}$ ．

## Compliant mechanism design

Frecker and Nishiwaki et al．suggest that maximization of the mutual mean compliance and minimization of the mean compliance are combined into a single problem by using a ratio of two objec－ tives，and solve this problem by the sequential linear programing （SLP）method．Here we introduce the formulation of multi－objec－ tive optimization for the design of compliant mechanisms．

$$
\begin{equation*}
\text { Maximize } \frac{L^{2}\left(\mathbf{u}^{1}\right)}{\left(w_{1} L^{3}\left(\mathbf{u}^{3}\right)+w_{2} L^{4}\left(\mathbf{u}^{4}\right)\right)} \tag{13}
\end{equation*}
$$

where $w_{1}$ and $w_{2}$ are the weighting coefficient $\left(w_{1}+w_{2}=1\right)$ and the corresponding constraints are as follows

$$
\begin{align*}
& a\left(\boldsymbol{u}^{I}, v^{1}\right)=L^{1}\left(\boldsymbol{v}^{I}\right) \quad \text { for } \quad u^{I} \in V^{(a)}{ }^{\forall} v^{1} \in V^{(a)}  \tag{14}\\
& a\left(u^{2}, v^{2}\right)=L^{2}\left(v^{2}\right) \quad \text { for } \quad u^{I} \in V^{(a)}{ }^{\forall} v^{2} \in V^{(a)}  \tag{15}\\
& a\left(\boldsymbol{u}^{3}, v^{3}\right)=L^{3}\left(v^{3}\right) \quad \text { for } \quad u^{3} \in V^{(b)}{ }^{\forall} v^{3} \in V^{(b)}  \tag{16}\\
& a\left(\boldsymbol{u}^{4}, v^{4}\right)=L^{4}\left(\boldsymbol{v}^{4}\right) \quad \text { for } \quad u^{4} \in V^{(c)} v^{4} \in V^{(c)}  \tag{17}\\
& V^{(a)}=\left\{v=v_{i} e_{i}: v \in H^{1}(\Omega) \text { with } v=0 \text { on } \Gamma_{d}\right\}  \tag{18}\\
& V^{(b)}=\left\{v=v_{i} e_{i}: v \in H^{1}(\Omega) \text { with } v=0 \text { on } \Gamma_{d} \text { and } \Gamma_{r}\right\}  \tag{19}\\
& V^{(c)}=\left\{v=v_{i} e_{i}: v \in H^{1}(\Omega) \text { with } v=0 \text { on } \Gamma_{d} \text { and } \Gamma_{a}\right\} \tag{20}
\end{align*}
$$

$$
\begin{equation*}
\int_{\Omega}(1-\alpha \beta) d \Omega \leq \Omega_{s} \tag{21}
\end{equation*}
$$

$$
\begin{align*}
& 0<\alpha \leq \alpha_{u p p}<1  \tag{22}\\
& 0<\beta \leq \beta_{u p p}<1 \tag{23}
\end{align*}
$$

where $\Omega_{s}$ is the total volume constraint of the solid material form－ ing the porous structure．$\alpha_{u p p}$ and $\beta_{\mu p p}$ correspond to the upper bounds of $\alpha$ and $\beta$ respectively．Even if the mutual mean compli－ ance is maximized the optimal solution is converged to the lower bounds．
here，

$$
\begin{equation*}
a(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{v})=\int_{\Omega} \varepsilon(\boldsymbol{v})^{t} \boldsymbol{E} \varepsilon(\boldsymbol{u}) d \Omega \tag{24}
\end{equation*}
$$

## Optimal design algorithms

Figure 5 depicts the flow chart of the optimal design of com－ plaint mechanisms．First，calculate the material constant of porous material using the homogenization method and obtain the stiffness and sensitivity of the structure．Second，solve the optimization problem with a sequential linear program（SLP）with respect to the design variables $\alpha, \beta, \gamma$ ．The angle $\theta, \varphi, \psi$ is renewed during each iteration，and then the final angle of rotation almost coincides with the direction where the objective functions are minimized in Case（b） and Case（c）．

## NUMERICALEXAMPLE

A simple three dimensional example is presented to exam－ ine the configuration of optimal topology design for compliant mecha－ nisms．Figure 6 shows the design domain specified as a $25-\mathrm{by}-15-$ by－ 15 rectangular parallelepiped with a symmetric boundary on the xy－plane and xz－plane．The total volume constraint of the material $\Omega_{s}$ is considered to be $20 \%$ of the volume of the whole design domain．The deflection at point $B$ and $C$ in the direction of the


Fig． 5 Flow chart of optimization procedure
dummy load is controlled when the external force is applied at point $A$ ，while the mean compliance at point $A$ ，point $B$ and point $C$ are to be maximized．The properties of iso－parametric material correspond to Young＇s modulus $=100$ and the Poisson ratio $=0.3$ and the applied force is assumed to be a unit load．Figure 7 illustrates the result of optimal configuration．The deflection at point B and C in the direc－ tion of the dummy load is maximized when the external force is applied at point A ．

Next，example shows the more practical use for compliant mechanisms．Figure 8 model the part of the compact disc drive which fix the compact disc on a turn table．Here，we applied the design of compliant mechanisms to this model．The design domain specified as a cylinder and the total volume constraint of the mate－ rial $\Omega_{s}$ is considered to be $20 \%$ of the volume of the whole design domain．The deflection at point $\mathrm{B}, \mathrm{C}, \mathrm{D}$ in the direction of the dummy load is controlled when the external force is applied at point A ，while the mean compliance at point A ，point B ，point C and point D are to be maximized．Figures 9,10 show the results of the optimal configuration and deformation of the compliant mechanisms

## CONCLUSION

In this paper，we propose the method of designing compliant mechanisms．A topology optimization method considering flexibil－ ity has been developed using the homogenization method and ap－ plied to the design of compliant mechanisms．Formulations for multi－objective optimization were introduced．An optimization al－


Fig ． 6 Design domain for compliant gripper


Fig． 7 Optimal configuration
gorithm was constructed using the homogenization method and Se－ quential Linear Programing（SLP）．It has been shown that the opti－ mal topology configuration which specifies the direction was ob－ tained by multi－objective formulation．


Fig． 8 Design domain


Fig． 9 Optimal configuration


Fig． 10 Deformation of Compliant mechanisms

## REFERENCE

1）Bendsфe，M．P．，and Kikuchi，N．，1988．＂Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization method＂． Computer Methods Applied Mechanics and Engineering．， 71 （1988），pp．197－224

2）Kikuchi，N．，Nishiwaki，S．，Fonseca，J．S．O．，and Silva，E．C．N， ＂Design Optimization Method for Compliant Mechanisms and Material Microstructure＂．Special issue in Computer Methods Applied Mechanics and Engineering．

3）Silva，E．C．N．，Fonseca，J．S．O．，and Kikuchi，N．，1997．＂Opti－ mal design of piezoelectric microstructures＂．Computational Me－ chanics．，vol．19，No．5，（1997），pp．397－410，April．

4）Nishiwaki，S．，Frecker，M．I．，Min，S．，and Kikuchi，N．，＂Topol－ ogy optimization of compliant mechanics using the homogeniza－ tion method＂．International Journal of Numerical Methods in Engineering．，（Accepted）

5）Howell，L．L．，and Midha，A．，1994．＂A Method for the design of compliant mechanisms with small length flexural pivots＂．Journal of Mechanical Design，ASME，Vol． 116 （1994），pp．280－289

6）Larsen，U．D．，Sigmund，O．，and Bouwstra，S．，1996．＂Design and fabrication of compliant micro－mechanisms and structures with negative poisson＇s ratio＂，Proceedings of the IEEE Ninth Annual International Workshop on Micro Electro Mechanics Systems，An Investigation of Micro structure，Sensors，Actuators，Machines and Systems，San Diego，California ，pp．280－289

7）Frecker，M．I．，Ananthasuresh，G．K．，Nishiwaki，S．，Kikuchi， N．，and Kota，S．，1997．＂Topological Synthesis of Compliant Mechanisms Using Multi－criteria Optimization＂．Journal of Me－ chanical design，Transactions of the ASME，vol．119．No．2． pp．238－24571 June（1997）．

8）Nishiwaki，S．，Frecker，M．I．，Min，S．，and Kikuchi，N．， 1997. ＂Structural Optimization Considering Flexibility（Part 1 Report， Formulation of Equation and Application to Compliant Mecha－ nisms）＂，in Japanese，Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers，96－1569，C．（1997），pp．2657－2664．（Journal Article）

9）Shield，R．T．，and Prager，W．，1970．＂Optimal Structural Design for Given Deflection＂，Journal of Applied Mathmatics and Phyics．， ZAMP，Vol．21（1970），513－523 ．

# Application of the Statistical Design Support System toward Vehicle Safety Design 

by

Hideoki Yajima*1, Takeshi Yoshimoto*2, Qiang Yu**2, Masaki Shiratori*2, and Keiichi Motoyama**


#### Abstract

Recently, CAE technology has been widely applied to the crash safety design of vehicles, and made it possible for complicated non-linear problems such as a collision phenomenon to be simulated at high precision. However, the designers need not only to get the evaluation characteristics value, but also to improve it in a fixed development period. Therefore, an efficient design support system becomes indispensable to clear such critical requirements. The authors have proposed the Statistical Design Support System (SDSS). The effectivity analysis, which is the first step of the SDSS, combining the structural analysis and the design of experiments, is carried out to generate approximate evaluation functions called estimation expressions. And the correlation between the evaluation characteristic and design variables can be given in several simple estimation expressions. All the other steps such as optimization after that can be done based on the estimation expression. Therefore, the SDSS is one of the available optimal approaches for non-linear and dynamic phenomina such as vehicle collision. In this study, the authors applied the SDSS for the optimization of reinforced members considering occupant's injuries. It is concluded that the SDSS is greatly useful for the realization of the multi-objective optimization. The reinforced members around the cabin frames are designed in order to secure the survival space in the case of the offset collision, and also designed considering occupant's injury criteria in the case of full-lap collision. This design must be dealt as multi-objective optimization with considering the decrease of injury criteria due to full-lap collision and deformations due to offset collision. The authors applied the SDSS to such a design. It was found that the SDSS could satisfactorily be used for crashworthiness as a practical multi-objective optimization design tool, and that the design cycle could be significantly shortened using the SDSS.


## 1. INTRODUCTION

Recently, CAE tools have made it possible for complicated nonlinear phenomena such as a collision to be simulated at high precision, and have contributed to reducing the development period required to finish a new design. Generally, existing CAE tools have been developed to focus on the simulation of the mechanical behavior of the prototype products, but they are difficult to use when learning how to improve the objective functions of the design. However, the engineering designers are being required not only to finish a new design in a strict restriction of the development period, but also to optimize the objective functions within this limited period. As a result, the efficient design support systems or optimum design systems become indispensable to clear such critical requirements, and nevertheless, the mathematical optimization techniques are of no service yet for the complicated collision. Furthermore, the optimum design of a complicated system product such as a vehicle, should be carried out not only for the weight and safety, but also for the production costs and so on. Therefore, an optimization design system, which can service the design of multi-objective and multi-disciplinary, needs to be developed. A Statistical Design Support System (SDSS) had been proposed to optimize the nonlinear design, and it was shown that this system could be applied for various design.

In this study, the authors applied the SDSS for optimization of reinforced members for the crash safety design of a vehicle. Furthermore, they concluded that SDSS is greatly hoping for the realization of the multi-objective optimization method which deals with more than one-purpose functions at the same time as in the

[^18]design as well.
When vehicles are developed, securing the cabin as a place in which the crew can survive after the front collision is important. Particular attention was paid this point, and the thickness of the board of the reinforcement members being used for the front and cabin was chosen as the design variables, and the deformations of the cabin and the weight were chosen as the objective functions. Then, the effectivity analyses of the design variables were carried out quantitatively and efficiently using SDSS, and the estimation expressions of the objective functions were generated from the results of the analysis of variance. In the automobile development, the cabin design is carried out for the security of the survival space. Then, the front design taking into consideration injury to the crew is carried out.

That is to say, it is possible that the optimum design for the cabin deformation and the collision acceleration be carried out simultaneously. In this study, a double methods of multi-objective optimization were proposed for the SDSS, and in additions the simultaneous optimization calculations for the weight and cabin deformation, as well as for the weight, the cabin deformation and collision acceleration were carried out.


Fig. 1 Overview of Statistical Design Support System

## 2．MULTI－OBJECTIVE OPTIMUM DESIGN AND STATISTICAL DESIGN SUPPORT SYSTEM

## 2．1 STATISTICAL DESIGN SUPPORT SYSTEM

As shown in Fig．1，the SDSS is composed of seven functions；the effectivity analysis，reanalysis，sensitivity analysis，evaluation of dispersion，robustness analysis，optimization analysis，and reliability evaluation．The basic concept of this system is the effectivity analysis， where the effects of the design factors on the objective functions are evaluated quantitatively by combining the structural analyses and the design of experiments（orthogonal array designs）．Based upon the analysis of variance for the results of the structural analysis the correlation between the objective functions and design variables can be given in some simple estimation expressions．

All of the subsequent treatments such as optimization are performed based on the estimation expressions．Because the structural analyses are separated from the other functions in this system，the optimization of the nonlinear phenomenon can be carried out within any commercial CAE environment．（Please refer to（1）and（2）for further details．）

## 2．2 MULTI－OBJECTIVE OPTIMUM DESIGN

Whether there was more than one objective function，only one was made an objective function from those，and the others of the objective functions have had to be handled as the constraints，until now． However，as an actual design，it is naturally thought to optimize more than one objective function at the same time．Such a situation is referred to a multi－objective optimization．

Generally，in the case of complex system design，the objective functions of plural to compete with each other exist，so the answer which makes all objective functions the smallest seldom exists with this multi－objective optimization ${ }^{(1)}$ ．Therefore，one must do this at the cost of others as a next best thing to improve a certain objective any further．The answers which reduced the objective functions to the lowest levels are referred to as the pareto answers．Generally，the pareto answers are a set，and it is，therefore，necessary to choose one answer from these pareto answers by introducing a new measure criterion．In actual fact，there are many cases in which the criterion of the decision made by the designer is taken as this new measure．

In other words，due to how the information on the measure criterion of the decision made by the designer is adopted，several approaches become possible for the multi－objective optimization．The multi－ objective optimization can be expressed in the following form；


Many approaches have been proposed to solve the multi－objective optimization．In this study，the weighting method and multiple grade optimum design approach have been adopted into the SDSS．

## Weighting Method

In the weighting method，the multi－objective optimization is expressed as follows；


Where；$\left(w_{1}+w_{2}+\cdots+w_{1}=1\right)$

| Constraints ： | $g_{i}(x) \geqq 0$ | $(i=1,2,3, \cdots, k)$ |
| :--- | :--- | :--- |
|  | $h_{j}(x)=0$ | $(j=1,2,3, \cdots, m)$ |

A new objective function $F$ is generated as shown in expression（2）， where $w_{i}$ is the weight to the $i$－th objective function $f_{i}(x)$ ．Therefore， the multi－objective optimization（expression（1））can be simplified as a single－objective optimization defined by the expression（2）．

## Multiple Grade Optimum Design Approach ${ }^{(3)}$

There are $l$ objective functions；$F_{1}, F_{2}, \cdots, F_{l}$ ，and each of them has to be designed below a required level at least，and the required level vector and constraint vector of the multi－objective optimization are expressed as；

Required level vector $\boldsymbol{F}^{\epsilon}=\left(F_{1}{ }^{\epsilon}, F_{2}{ }^{\epsilon}, \cdots, F_{I}{ }^{\epsilon}\right)$
Constraint vector $\quad \boldsymbol{f}^{\varepsilon}=\left(f_{1}{ }^{\varepsilon}, f_{2}{ }^{\varepsilon}, \cdots, f_{m}{ }^{\varepsilon}\right)$
When the order of the priority of each objective function is clear，the multi－objective optimization can be solved by the multiple grade optimum design approach with a $l$－step analysis．If the order from high priority is $F_{1}, F_{2}, \cdots, F_{l}$ ，at first，only $F_{1}$ ，the function with highest priority，is dealt with as the objective function，and the other functions $F_{2}, \cdots, F_{l}$ are handled as the constraints．Then，the first step of the optimization analyses can be given as the following form；

Objective function ：$F_{1}(x) \longrightarrow \operatorname{minimum}\left(F_{1}{ }^{*}\right)$
Constraints ：$\quad F_{i}(x) \leqq F_{i}{ }^{\varepsilon} \quad(i=2,3, \cdots, l)$

$$
\begin{equation*}
f_{i}(x) \leqq f_{i} \quad(i=1,2, \cdots, m) \tag{3-1}
\end{equation*}
$$

where $F_{1}^{*}$ is the optimized result of $F_{1}$ ．In the second step，$F_{2}$ becomes the only one objective function，and the problem is expressed as；

Objective function $: F_{2}(x) \longrightarrow \operatorname{minimum}\left(F_{2}{ }^{*}\right)$
Constraints：$\quad F_{1}(x) \leqq F_{1}{ }^{*}+\Delta_{1} \quad\left(0 \leqq \Delta_{1} \leqq F_{1}{ }^{\epsilon}-F_{1}{ }^{*}\right)$

$$
\begin{array}{ll}
F_{i}(x) \leqq F_{i}^{t} & (i=3,4, \cdots, l) \\
f_{i}(x) \leqq f_{i}^{t} & (i=1,2, \cdots, m) \tag{3-2}
\end{array}
$$

where $\Delta_{1}$ is an allowable deviation for the objective function $F_{1}$ ． Similar increment analyses are then carried out for the other functions $F_{3}, \cdots, F_{1}$ ，and the problem can be given as；

Objective function ：$F_{p}(x) \quad \longrightarrow \quad$ minimum
Constraints ：$\quad F_{k}(x) \leqq F_{k}{ }^{*}+\Delta_{k} \quad\left(0 \leqq \Delta_{k} \leqq F_{k}{ }^{\varepsilon}-F_{k}{ }^{*}, k=1,2, \cdots, p-1\right)$

$$
F_{i}(x) \leqq F_{i}^{\epsilon} \quad(i=p+1, p+2, \cdots, l)
$$

$$
\begin{equation*}
f_{i}(x) \leqq f_{i}^{\varepsilon} \quad(i=1,2, \cdots, m) \tag{3-3}
\end{equation*}
$$

## 2．3 MULTI－OBJECTIVE OPTIMUM DESIGN IN STATISTICAL DESIGN SUPPORT SYSTEM

Since all optimum analyses are made with the estimation expressions in the SDSS，the multi－objective optimizations defined as expressions （2）and（3）can be carried out by SDSS easily．

In this study，the weighting method and multiple grade optimum design approach were adopted into the SDSS to optimize the reinforced members of a vehicle．In the SDSS，because all of the objective functions and the constraints are given in simple polynomial expressions and the repetition calculation can be carried out very quickly，the non－efficiency of the multiple grade optimum design approach can be covered easily．If no result exists for the optimizations defined as expressions（2）or（3），the recalculation can be made easily，after loosening the constraints．The Sequential Quadratic Programming is used in the SDSS to conduct the optimization calculation．

## 3．OPTIMIZATION IN THE CRASH SAFETY DESIGN OF VEHICLES

## 3．1 ANALYTICAL MODEL OF OFFSET CRASH

Here，the behavior of an offset collision was studied，the thickness of 11 reinforced members was chosen as the design variables，and the weight and deformations of the front and cabin were evaluated to be the objective functions．

The model of the full－scale collision introduced to the public by the


Fig． 2 FEM model of offset crash


Fig． 3 Analytical model and design variables

United States Road Traffic Safety Office（NHTSA）was partly improved and used as shown in Fig．2．The initial speed of the vehicle is $56 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ ，before it crashes into the deformable barrier．The total element number is about 37,000 ，and the nodal number is about 51,200 ．The dynamic simulation software PAM－CRASH on the market was used for the structural analyses．The computing time of each run was about 40 hours，when SGI D－200 was used as the hardware．

### 3.2 EFFECTIVITY ANALYSIS

As shown in Fig．3，the thickness of 11 reinforced members around the front and the cabin was chosen as the design variables which significantly lessen the extent of the crew＇s injuries upon collision． An 18 －run analysis was carried out to study the effectivity of the 11 design variables on the objective functions，where each run was defined by an orthogonal array $L_{18}\left(2^{1} \times 3^{7}\right)^{(4)}$ ．The level values of all design factors were set up as table 1 ，where the level values of each design variable were normalized by their upper limit value respectively．The initial levels of all variables were the third levels． The intrusion of Toe－Board（ $Y_{\text {Toc－Board }}$ ）and the deformation of the A－ C pillar space（ $Y_{\mathrm{A}-\text { Cpillar }}$ ）shown in Fig． 4 were evaluated as the objective functions，besides the weight．

$X_{4} \quad$ Rail front floor pan
$X_{5}$ Rocker rain forcement
Rocker inner
Rocker outer
$X_{6} \quad$ Engine cradle－left
Engine cradle－right

Table1．Levels of design variables

|  | Level 1 | Level 2 | Level 3 |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| All Factor | 0.5 | 0.75 | 1.00 |

Based upon 18 results of $Y_{\text {Toe－Board }}, Y_{\text {A－Cpillar，}}$ ，and the weight，the analysis of variance was conducted to generate the estimation expressions for these objective functions．Here，the estimation expressions for $Y_{\text {Toe－Board }}, Y_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }}$ ，and the weight were given by Chebyshev＇s orthogonal functions，as shown as equations（4），（5）and （6）．


Fig． 4 Analytical results of offset model
$Y_{\text {Toc－Board }}=\left|\Delta l_{\text {Toc－Board }}\right|=0.2436+0.00883 X_{1}-0.0259 X_{1}{ }^{2}$
$-0.0964 X_{2}+0.0512 X_{2}{ }^{2}-0.0613 X_{3}-0.0882 X_{4}+0.0399 X_{4}{ }^{2}$
$-0.0198 X_{5}+0.0363 X_{6}-0.0265 X_{6}{ }^{2}$
［m］（4）
$Y_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }}=\left|\Delta I_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }}\right|=0.207-0.0866 X_{1}+0.0415 X_{1}{ }^{2}$
$-0.0199 X_{2}-0.0725 X_{3}+0.0243 X_{3}{ }^{2}+0.0284 X_{4}-0.0276 X_{4}{ }^{2}$
$-0.162 X_{5}+0.0968 X_{5}^{2}-0.0372 X_{6}+0.019 X_{6}^{2}$
［m］（5）
$Y_{\text {weight }}=3.315+9.626 X_{1}+4.481 X_{1}{ }^{2}+7.500 X_{2}-2.241 X_{2}{ }^{2}$
$+12.26 X_{3}-2.241 X_{3}{ }^{2}-4.212 X_{4}+4.483 X_{4}{ }^{2}-0.949 X_{5}+4.483 X_{5}{ }^{2}$
$+11.97 X_{6}-2.242 X_{6}{ }^{2}$

## 3．3 MULTI－OBJECTIVE OPTIMIZATION

## Problem Description

The multi－objective optimization discussed in this study was given in the following form；

Objective function ：\｛ $\left.Y_{\text {weight }}, Y_{\text {Toe－Board }}, Y_{\text {A－C pillar }}\right\}$
Constraints $: 0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad$ minimum
The weighting method and multiple grade optimum design approach were applied in SDSS for the above optimization．Here，only the results of the multiple grade optimum design approach were discussed．

## Results of Multiple Grade Optimum Design Approach

As for the order of priority of the objective functions，No． 1 was the weight，and No． 2 was the deformation of the A－C pillar．The intrusion of the Toe－Board was made the third．The required level for each objective function was；$Y_{\text {weight }}^{\epsilon}=31.63 \mathrm{~kg}, Y_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }}^{\epsilon}=0.0350 \mathrm{~m}$ ， $Y_{\text {Toe－Board }}^{\epsilon}=0.10 \mathrm{~m}$ ，respectively．Therefore，the first step of this analysis was given in the following form；

The first step

$$
\begin{array}{ll}
\text { Objective function }: Y_{\text {weight }}, & \text { minimum } \\
\text { Constraints : } & Y_{\text {A-C pillar }} \leqq 0.0350, Y_{\text {Toe-Board }} \leqq 0.10, \\
& 0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad(i=1,2, \cdots, 6)
\end{array}
$$

The optimization calculation was carried out by SQP，and the optimized results $Y^{*}$ are shown in Table 2．For the next step，the allowable deviation $\Delta$ was defined as $\Delta=\left|Y^{*}-Y^{\varepsilon}\right| / 2$ ．And then the second step was given as；

The second step

$$
\begin{array}{ll}
\text { Objective function : } Y_{\text {A-C pillar }} & \longrightarrow \text { minimum } \\
\text { Constraints : } & Y_{\text {Toc-Board }} \leqq 0.10, \quad Y_{\text {weight }} \leqq 29.57+1.03, \\
& 0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad(i=1,2, \cdots, 6)
\end{array}
$$

Finally，the third step is given as；
The third step

| Objective function $:$ | $Y_{\text {Toc－Board }}$ |
| :--- | :--- |
| Constraints ： | $Y_{\text {weight }} \leqq 29.57+1.03$, |
|  | $Y_{\text {A－C pillar }} \leqq 0.0310+0.0021$, |
|  | $0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad(i=1,2, \cdots, 6)$ |

As a result，the answers given from the third step are the final answers of the multi－objective optimization．

Table 2 Optimal solution

|  | Weight | A－C pillar | Toe－Board |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| Initial | 46.04 kg | 0.0226 m | 0.0720 m |
| First step | 29.58 kg | 0.0350 m | 0.0997 m |
| Second step | 30.60 kg | 0.0310 m | 0.0927 m |
| Third step | 30.60 kg | 0.0330 m | 0.0870 m |

Table 3 Optimized design variables

|  | $X_{1}$ | $X_{2}$ | $X_{3}$ | $X_{4}$ | $X_{5}$ | $X_{6}$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Initial | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| Optimum | 0.50 | 0.80 | 0.96 | 0.97 | 0.70 | 0.50 |



Fig． 5 Optimization step vs normalized objective function

Table 4 Reanalysis solution

|  | Weight | A－C pillar | Toe－Board |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| Optimum | 30.60 | 0.0330 | 0.0870 |
| Reanalysis | 30.40 | 0.0348 | 0.0764 |

## 3．4 MULTI－OBJECTIVE OPTIMUM DESIGN FOR CABIN DEFORMATION（OFFSET）AND ACCELERATION （FULL LAP）

Since the design variables，which were discussed in the optimization of cabin deformation，also offset the behavior of collision acceleration，it is considered that the optimization of the acceleration should also be examined in addition to the cabin deformation．Here， the approach to conduct the simultaneous optimization（multi－ objective optimization）for the cabin deformation and the acceleration was discussed using the above offset model and a full－lap collision model．

## 3．5 ANALYTICAL MODEL OF FULL－LAP CRASH

The model of the full－scale collision introduced to the public by the National Highway Traffic Safety Agency（NHTSA）was partly improved and used as shown in Fig．6．The initial speed of the vehicle is $56 \mathrm{~km} / \mathrm{h}$ ，the same as that of offset collision simulation．The total element number is about 22,700 ，and the nodal number is about 24,000 ．The computing time of each run was about 20 hours，when SGI D－200 was used as the hardware．

## 3．6 EFFECTIVITY ANALYSIS

Here，$X_{1}-X_{6}$ as shown in Fig．3，and Table 3，were chosen as the design variables，too．An 18 －run analysis was carried out to study the effectivity of the 11 design variables on the objective functions， where values of the variables for each run were defined by an orthogonal array $\mathrm{L}_{18}$ ．As shown in Fig． 7 ，the integrated value （ $Y_{\text {Accelcration }}$ ）of the acceleration history under the floor was chosen as the objective function，and the intrusion of the Toe－Board（ $Y_{\text {Toc－Board }}$ ） and the deformation of the A－C pillar space（ $Y_{\text {A－Cpillar }}$ ）were also similarly evaluated as the objective functions，besides the weight．

Based upon 18 results of $Y_{\text {Acceleration }}$ ，the analysis of variance was done to generate the estimation expression（response surface）between the objective functions $Y_{\text {Acceleration }}$ and design variables．$X_{1}, X_{2}, \cdots X_{6}$ as，
$Y_{\text {Acceleration }}=-13.71-15.4 \mathrm{X}_{1}+6.67 \mathrm{X}_{1}{ }^{2}+19.43 \mathrm{X}_{2}-13.73 \mathrm{X}_{2}{ }^{2}$
$+25.067 \mathrm{X}_{3}-18.13 \mathrm{X}_{3}{ }^{2}+31.93 \mathrm{X}_{4}-20.53 \mathrm{X}_{4}{ }^{2}+3.133 \mathrm{X}_{5}$
$+17.53 X_{6}-8.533 X_{6}{ }^{2}$
By using the characteristic value of this acceleration（ $Y_{\text {Acceleration }}$ ）with $Y_{\text {Toe－Board }}, Y_{\text {A－Cpillar }}$ ，and $Y_{\text {weight }}$ ，the multi－objective optimization was carried out．

## 3．7 MULTI－OBJECTIVE OPTIMIZATION

As for the order of priority of the objective functions，No． 1 was the weight，and No． 2 was the deformation of the A－C pillar．No． 3 was the acceleration，and the intrusion of the Toe－Board was made the fourth．The required level for each objective function was； $Y_{\text {weight }}^{\epsilon}=31.63 \mathrm{~kg}, \quad Y_{\mathrm{A}-\mathrm{C}}^{\epsilon} \quad$ pillar $=0.0350 \mathrm{~m}, \quad Y_{\text {Acceleration }}^{\epsilon}=12, \quad Y_{\text {Toc }}^{\epsilon}$ ．

Board $=0.10 \mathrm{~m}$ ，respectively．Therefore，the first step of the multi－ objective optimization analysis was given in the following form；

The first step
Objective function $: Y_{\text {weight }} \longrightarrow$ minimum
Constraints ：$\quad Y_{\text {A－C pillar }} \leqq 0.0350, Y_{\text {Toc－Board }} \leqq 0.10$ ，
$Y_{\text {Acceleration }} \leqq 12.0$
$0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad(i=1,2, \cdots, 6)$
The optimization calculation was carried out by SQP，and the optimized results $Y^{*}$ are shown in Table 5．For the next step，the allowable deviation $\Delta$ was defined as $\Delta_{\text {weight }}=\mid Y_{\text {weight }}^{*}-Y^{\epsilon}$ weight $\mid \times 0.3$ ． And then the second step was given as；


Fig． 6 FEM model of full－lap crash


Fig． 7 Acceleration characteristic

Constraints：$\quad Y_{\text {Acceleration }} \leqq 12.0, Y_{\text {Toc－Board }} \leqq 0.10$,
$Y_{\text {weight }} \leqq 30.58+0.32$ ，

$$
0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad(i=1,2, \cdots, 6)
$$

Similary，for the next step，the allowable deviation $\Delta$ was defined as $\Delta_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }}=\left|Y_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }}^{*}-Y_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }}\right| \times 0.5$ ．And then the third step was given as；

$$
\begin{aligned}
& \text { The third step } \\
& \text { Objective function }: Y_{\text {Acceleration }} \longrightarrow \text { minimum } \\
& \text { Constraints : } \quad Y_{\text {Toc-Board }} \leqq 0.10, Y_{\text {weight }} \leqq 30.58+0.32, \\
& \qquad Y_{\text {A-C pillar }} \leqq 0.0333+0.0009, \\
& 0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad(i=1,2, \cdots, 6)
\end{aligned}
$$

For the last step，the allowable deviation $\Delta$ was defined as $\Delta$ Acceleration $=\left|Y_{\text {Acceleration }}^{*} Y^{\epsilon}{ }_{\text {Acceleration }}\right| \times 0.3$ ．And then the fourth step was given as；

The fourth step
Objective function $: Y_{\text {Toc－Board }} \longrightarrow$ minimum
Constraints ：$\quad Y_{\text {Acceleration }} \leqq 11.81+0.06$

$$
\begin{aligned}
& Y_{\text {weight }} \leqq 30.58+0.32, Y_{\mathrm{A}-\mathrm{C} \text { pillar }} \leqq 0.0333+0.0009 \\
& 0.5 \leqq X_{i} \leqq 1 \quad(i=1,2, \cdots, 6)
\end{aligned}
$$

The solution obtained by the fourth step is the final multi objective optimization solution，and as shown in Fig．8，the objective functions were optimized by that each step．In the event that，every objective function was normalized by its required level value．That is to say，the required level is being satisfied，if it is over the line of 1．The finally optimized solution shows that all objective functions satisfy similarly required level．

The re－analysis was carried out to verify the optimum solution．

Table 5 Optimal solution

|  | Weight | A－C pillar | Acceleration | Toe－Board |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Initial | 46.04 kg | 0.0226 m | 13.90 | 0.0720 m |
| First step | 30.58 kg | 0.0350 m | 12.00 | 0.0985 m |
| Second step | 30.89 kg | 0.0333 m | 12.00 | 0.0977 m |
| Third step | 30.89 kg | 0.0342 m | 11.80 | 0.0981 m |
| Forth step | 30.89 kg | 0.0342 m | 11.87 | 0.0979 m |

Table 6 Optimal parameter

|  | $X_{1}$ | $X_{2}$ | $X_{3}$ | $X_{4}$ | $X_{5}$ | $X_{6}$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Initial | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| Optimum | 0.56 | 1.00 | 1.00 | 0.51 | 0.62 | 0.50 |



Fig． 8 Optimization step vs normalized objective function

Table 7 Reanalysis solution

|  | Weight | A－C pillar | Acceleration | Toe－Board |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Optimum | 30.89 kg | 0.0342 m | 11.87 | 0.0979 m |
| Reanalysis | 30.72 kg | 0.0343 m | 11.20 | 0.0675 m |

The error of weight for the optimum solution was $1 \%$ less from the result of the re－analysis．The error of the acceleration was $5.6 \%$ ，and the error of the Toe－Board was over $30 \%$ ．Though the intrusion of the Toe－Board is in the constraints，it is necessary to quantitatively analyze for the error．In the future，it will become important that the optimum solution be analyzed taking such an error into consideration．

Since using the estimation expressions for the objective functions were used，there was only a short calculation time required on the optimum calculation．

## 4．CONCLUSIONS

The multi－objective optimization approaches were proposed in the Statistical Design Support System（SDSS）．It was shown that both the weighting method and multiple grade optimum design approach could be adopted into the SDSS．The proposed approaches were applied for the multi－objective optimization design of reinforced members for the crash safety of a vehicle．It was shown that for the weight，crash deformation and collision acceleration could be carried out very easily by the proposed approach．It may be concluded that this system can be used as a practical design tool for the multi－objective optimization design of complex and nonlinear systems．

## REFERENCES

1．Kashiwamura，T．，Shiratori，M．，and Yu，Q．，Computer Aided Optimum Design of Structures V，pp．213－227， 1997.

2．Kashiwamura，T．，Shiratori，M．，Yu，Q．，and Kouda，I．， Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers，62－ 601（A），pp．2180－2185， 1996.

3．Matsumoto，M．，Abe，J．，and Yoshimura，M．，Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers，56－531（A），2359－2367， 1990.

4．Taguchi，G．，Design of Experiments（3rd edition），Maruzen， 1976.

# Solution of Nonparametric Shape Optimization Problems 

by<br>Hideyuki AZEGAMI ${ }^{*}$


#### Abstract

Structural optimization problems, in which sizes or CAD data are chosen as design variables, are called parametric structural optimization problems, while optimization problems of domains, in which linear elastic continua, flow fields, etc., are defined and functions describing the domain variations, such as mappings, are chosen as design variables, are called nonparametric structural optimization problems. For the nonparametric structural optimization problems, the optimization theory was formulated by expressing domain variation with a one parameter family of mappings defined in an initial domain. Using this theory, a derivative of an objective functional with respect to domain variation can be derived rigorously. It is known, however, that ordinary domain optimization problems lack sufficient regularity. This paper presents a regularization technique that we call the traction method. This technique is based on the idea of a gradient method in Hilbert space, which was shown by Cea. Starting with the linear form with respect to the domain variation that is given by the derivative of the mapping family and called the velocity, Cea demonstrated the use of a coercive bilinear form in Hilbert space to determine the velocity that minimizes the objective functional. Our proposal is to use the bilinear form that is defined for variational strain energy in an elastic continuum problem as an explicit form of the coercive bilinear form. The governing equation of the velocity indicates that we can determine the velocity as a displacement of the pseudo-elastic body defined in the design domain by loading a pseudo-external force in proportion to the negative value of the shape gradient function under constraints on the displacement of the invariable boundaries. We call this solution the traction method because of this procedure. To conduct a numerical analysis, we can use any technique applicable to linear elastic problems, such as the finite element method or boundary element method. This technique can be coupled with topological optimization methods, such as the technique using micro-scale voids. The validity of the proposed method is demonstrated by numerical analyses of linear elastic continua and flow fields.


## 1. Introduction

In classical mechanics, equilibrium and eigenvalue conditions of linear elastic continua, flow fields, magnetic fields, etc. are given by elliptic differential equations defined in terms of domains and boundary conditions. When design variables are considered as the geometrical shapes of the domains, the problems are called geometrical domain or nonparametric shape optimization problems that are distinguished from parametric structural optimization problems in which sizes or CAD data are chosen as design variables.

The theoretical basis concerning derivation of sensitivity functions, which we call shape gradient functions, to geometrical domain variation has been studied from early in this century. In 1908, Hadamard ${ }^{(1)}$ showed the differentiability of variations of a geometrical domain with a smooth boundary in which an elliptic boundary value problem is defined. ${ }^{(2)}$ Zolésio ${ }^{(3)}$ extended the theory to domains with piecewise smooth boundaries. He formulated domain variation with a smooth transformation, or mapping, of Euclidean space just the same as the original domain. He called the domain variation the velocity field and this approach the material derivative method. The applicability of the material derivative method to engineering problems was demonstrated by Haug, Choi and Komkov. ${ }^{(4)}$

Although the shape gradient functions can be evaluated rigorously, the essential difficulty of domain optimization problems is the lack of regularity. Imam ${ }^{(5)}$ pointed out an oscillation phenomena of boundary by moving nodes in a finite element mesh in proportion with sensitivity. A numerical analysis showing the necessity of the Lipschit condition can be found

[^19]in a monograph published by Haslinger and Neittaanmäki. ${ }^{(6)}$ Braibant and Fleury ${ }^{(7)}$ presented numerical results that indicated unrealistic shapes were generated by moving nodes in a finite element mesh. Based on that observation, they proposed the use of B-spline curves to control shapes.

Following the works of these pioneers, the author proposed a regularization technique which we call the traction method. ${ }^{(8),(9)}$ This technique is based on the idea of a gradient method in Hilbert space, which was shown by Cea. ${ }^{(10)}$ Starting with the linear form with respect to the velocity, Cea demonstraited the use of a coercive bilinear form in Hilbert space to determine the velocity that minimizes the objective functional. Our proposal is to use the bilinear form that is defined for variational strain energy in an elastic continuum problem as an explicit form of the coercive bilinear form. The governing equation of the velocity indicates that we can determine the velocity as a displacement of the pseudo-elastic body defined in the design domain by loading a pseudo-external force in proportion to the negative value of the shape gradient function under constraints on the displacement of the invariable boundaries. We call this solution the traction method because of this procedure. To conduct a numerical analysis, we can use any technique applicable to linear elastic problems, such as the finite element method or boundary element method. The irregularity of the domain optimization problems is confirmed by the authors ${ }^{(11)}$ through a discussion of the ill-posedness that occurs when the gradient method in Hilbert space is applied directly. Introducing an idea to restrict the Hilbert space to a smoother one, a smoothing gradient method in Hilbert space is proposed. It is conclusively shown that a numerical method based on this idea coincides with the traction method.

This paper briefly describes the derivation of the shape gradient functions and the procedure of the traction method and presents numerical results for elas-


Fig． 1 Domain variation
tic continua ${ }^{(12)-(19)}$ and flow fields．${ }^{(9),(20)}$ It also de－ scribes a method for coupling the traction method with the topological optimization method using micro－ scale voids proposed by Bendsøe and Kikuchi ${ }^{(21)}$ and presents an application to actual problems．

## 2．Domain Variation

Let an open set $\Omega \subset \Omega_{\text {limit }} \in R^{n}, n=2,3$ be an initial domain with a boundary $\Gamma$ and varied to a domain $\Omega_{s} \subset \Omega_{\text {limit }}$ with a boundary $\Gamma_{s}$ ．Assuming $\vec{T}_{s}(\vec{X}), s \geq$ $0, \vec{X} \in \bar{\Omega}$ ，as a one parameter family which is mapped from the initial closed domain $\bar{\Omega}$ to the varied closed domain $\bar{\Omega}_{s}$ as shown in Fig．1，i．e．$\vec{T}_{s}(\vec{X}): \bar{\Omega} \ni \vec{X} \mapsto$ $\vec{x} \in \bar{\Omega}_{s}$ ，we can rewrite it by the ordinary differential equation with respect to $s$ ：

$$
\begin{equation*}
\vec{T}_{0}(\Omega)=\Omega, \quad \dot{\vec{T}}_{s}(\Omega)=\vec{V}\left(\Omega_{s}\right) \in D, \quad s>0 \tag{1}
\end{equation*}
$$

In this paper，for $n$ dimensional vectors the notation $(\vec{\cdot})$ and the tensor notation with subscripts are used． Considering $s$ as a time history，we call $\vec{V}$ the velocity function or velocity field．Assuming a restriction of domain variation on the subdomain or subboundary $\Theta$ of the design domain，the kinematically admissible set of the velocity field $D$ is given by

$$
\begin{equation*}
D=\left\{\vec{V} \in\left(C^{1}\left(\bar{\Omega}_{s}\right)\right)^{n} \mid \vec{V}(\vec{x})=\overrightarrow{0}, \vec{x} \in \Theta\right\} \tag{2}
\end{equation*}
$$

For the sake of simplicity，we assume the measure of $\Theta$ is not zero．

When a domain functional $J_{\Omega_{8}}$ and a boundary func－ tional $J_{\Gamma_{s}}$ of a distributed function $\phi_{s}$ ，

$$
\begin{align*}
& J_{\Omega_{s}}=\int_{\Omega_{s}} \phi_{s} d x  \tag{3}\\
& J_{\Gamma_{s}}=\int_{\Gamma_{s}} \phi_{s} d \Gamma \tag{4}
\end{align*}
$$

are considered，their derivatives with respect to $s$ are given by

$$
\begin{align*}
& \dot{J}_{\Omega_{s}}=\int_{\Omega_{s}} \phi_{s}^{\prime} d x+\int_{\Gamma_{s}} \phi_{s} \vec{n}^{T} \vec{V} d \Gamma  \tag{5}\\
& \dot{J}_{\Gamma_{s}}=\int_{\Gamma_{s}}\left\{\phi_{s}^{\prime}+\left(\phi_{s, i} n_{i}+\phi_{s} \kappa\right) \vec{n}^{T} \vec{V}\right\} d \Gamma \tag{6}
\end{align*}
$$

where $\vec{n}$ is an outward unit normal vector and $(\cdot)^{T}$ denotes the transpose．The notation $\kappa$ denotes the mean curvature．The shape derivative $\phi_{s}^{\prime}$ of the dis－ tributed function $\phi_{s}$ indicates the derivatives under a spatially fixed condition．In the tensor notation，the Einstein summation convention and the gradient nota－ tion $(\cdot)_{, i}=\partial(\cdot) / \partial x_{i}$ are used．

## 3．Shape Gradient Function

Many basic domain optimization problems can be for－ mulated in terms of the finding the domain $\Omega_{s} \subset \Omega_{\text {limit }}$ that minimize an objective functional $F(\vec{u})$ of a state variable function $\vec{u}$ subject to a variational form of a state equation $g(\vec{u}, \vec{w})=0, \forall \vec{w} \in W$ ，under a constraint on the measure of the domain：

Given $\Omega, M$ ，and coefficients in $g(\vec{u}, \vec{w})$ ， appropriately smooth and fixed in $\Omega_{\text {limit }}$ ，
find $\Omega_{s}=\vec{T}_{s}(\Omega)$ ，

$$
\begin{equation*}
\dot{\vec{T}}_{s}(\Omega)=\vec{V}\left(\Omega_{s}\right) \in D, \quad s \geq 0 \tag{8}
\end{equation*}
$$

that minimize

$$
\begin{equation*}
F(\vec{u}), \quad \vec{u} \in U \tag{9}
\end{equation*}
$$

subject to $g(\vec{u}, \vec{w})=0, \quad \forall \vec{w} \in W$,
$\operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right)=\int_{\Omega_{s}} d x \leq M$
where $U$ and $W$ are the addmissible set of the state function $\vec{u}$ and the variational state function，or adjoint functon，$\vec{w}$ respectively．

By applying the Lagrange multiplier method，or adjoint method，${ }^{(4)}$ and the formulae of derivatives of functionals with respect to domain variation of the ve－ locity field，${ }^{(2),(8)}$ the Lagrange functional $L\left(\vec{u}, \vec{w}, \Lambda, \vec{T}_{s}\right)$ and its derivative to $s, \dot{L}$ ，are obtained as follows，

$$
\begin{align*}
L= & F(\vec{u})+g(\vec{u}, \vec{w})+\Lambda\left(\operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right)-M\right)  \tag{12}\\
\dot{L}= & g\left(\vec{u}, \vec{w}^{\prime}\right)+g\left(\vec{u}^{\prime}, \vec{w}\right)+\dot{\Lambda}\left(\operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right)-M\right) \\
& +l_{G}(\vec{V}) \tag{13}
\end{align*}
$$

where $\vec{w}$ and $\Lambda$ are the Lagrange multipliers of the state equation and measure constraint respectively．When $\vec{u}$ is determined by the state equation：

$$
\begin{equation*}
g\left(\vec{u}, \vec{w}^{\prime}\right)=0, \quad \forall \vec{w}^{\prime} \in W \tag{14}
\end{equation*}
$$

$\vec{w}$ by the adjoint equation：

$$
\begin{equation*}
F\left(\vec{u}^{\prime}\right)+g\left(\vec{u}^{\prime}, \vec{w}\right)=0, \quad \forall \vec{u}^{\prime} \in U \tag{15}
\end{equation*}
$$

and $A \geq 0$ by

$$
\begin{align*}
& \Lambda\left(\operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right)-M\right)=0  \tag{16}\\
& \operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right) \leq M \tag{17}
\end{align*}
$$

Eq．（13）becomes

$$
\begin{align*}
\left.\dot{L}\right|_{u, v, \Lambda} & =\left.\dot{F}(\vec{u})\right|_{u, v, \Lambda}=l_{G}(\vec{V}) \\
& =\int_{\Gamma_{0}} \vec{G}_{s}^{T} \vec{V} d x=\int_{\Gamma_{s}} G_{s} \vec{n}^{T} \vec{V} d x \tag{18}
\end{align*}
$$

The vector function $\vec{G}_{s}\left(\vec{u}, \vec{w}, \Lambda, \vec{T}_{s}\right)$ has the meaning of a sensitivity function to the velocity field $\vec{V}$ that we call the shape gradient function．The scalar function $G\left(\vec{u}, \vec{w}, \Lambda, \vec{T}_{s}\right)$ is called the shape gradient density func－ tion．

## 4．Traction Method

The traction method has been proposed as a procedure for solving the velocity field $\vec{V} \in D$ by

$$
\begin{equation*}
a(\vec{V}, \vec{w})=-l_{G}(\vec{w}), \quad \forall \vec{w} \in D \tag{19}
\end{equation*}
$$



Fig． 2 Traction method


Fig． 3 Domain measure control
where $a(\cdot, \cdot)$ is the bilinear form for the variational elastic strain energy defined by

$$
\begin{equation*}
a(\vec{u}, \vec{v})=\int_{\Omega_{s}} C_{i j k l} u_{k, l} v_{i, j} d x \tag{20}
\end{equation*}
$$

where $l_{G}(\cdot)$ is the linear form defined by Eq．（18）．
When the shape gradient density function $G$ has appropriate smoothness and the measure of the restric－ tion domain or boundary $\Theta$ is not zero，the velocity fields $\vec{V}$ can be determined by Eq．（19）．That the solution $\vec{V}$ decrease the objective functional in convex problems is assured by using the coerciveness of the bilinear form $a(\cdot, \cdot) .{ }^{(8)}$

Equation（19）indicates that the velocity fields de－ creasing the objective functional are obtained as a dis－ placement of the pseudo－elastic body defined in $\Omega_{s}$ by the loading of the pseudo－external force in proportion to $-\vec{G}_{s}$ under constraints on displacement of the in－ variable boundaries as shown in Fig． 2.

In this paper，FEM was employed to find the so－ lution of Eq．（19）．

The Lagrange multiplier $\Lambda$ that satisfies Eqs．（16） and（17）is determined as follows．Since $\Lambda$ contributes to the pseudo force $-\vec{G}_{s}$ as a uniform boundary force， the relation among the variation of the uniform bound－ ary force $\Delta \Lambda \vec{n}$ ，the variation of the velocity $\Delta \vec{V}$ and the variation of the measure of the domain $\Delta$ meas $\left(\Omega_{s}\right)$ is obtained by elastic deformation analysis based on the following equation loaded with the uniform boundary force $\Delta \boldsymbol{A} \vec{n}$ as shown in Fig． 3.

$$
\begin{align*}
a(\Delta \vec{V}, \vec{w}) & =\Delta A \int_{\Gamma_{s}} \vec{n}^{T} \vec{w} d \Gamma, \quad \forall \vec{w} \in D  \tag{21}\\
\Delta \operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right) & =\int_{\Gamma_{s}} \vec{n}^{T} \Delta \vec{V} d \Gamma \tag{22}
\end{align*}
$$

The procedure of the traction method can be described as follows．

1）Start with a state function analysis followed by an adjoint function analysis，if necessary，depending on the problem to be solved．


Fig． 4 Domain variation problem of linear elastic contin－ uum
2）Using the results，calculate the shape gradient function on the design boundary．
3）Using the shape gradient function，analyze $\vec{V}$ by Eq．（19）．
4）Deform the domain with $\vec{V}$ and evaluate the do－ main measure．
5）Determine $\Lambda$ that satisfies Eqs．（16）and（17）using the results of Eqs．（21）and（22）．
6）Multiplying the velocity function by an incremen－ tal value of，update the domain and return to step （1）．
7）Terminate the procedure based on the results of the state function analysis．

## 5．Domain Optimization Problems

For some basic domain optimization problems in engi－ neering，we can derive the shape gradient functions in the following manner．

## 5－1 Mean Compliance Minimization Prob－

 lem Let $\Omega$ be a domain of a linear elastic contin－ uum loaded with a volume force $\vec{f}$ in $\Omega$ and a traction $\vec{P}$ on a boundary $\Gamma_{1}$ under a constraint on the displace－ ment of a boundary $\Gamma_{0}$ as shown in Fig． 4.A simple minimization problem of mean compli－ ance by domain variation on a boundary $\Gamma_{\text {design }} \subset \Gamma_{s}$ under a constraint on the volume of the domain is for－ mulated as follows．

$$
\begin{align*}
\text { Given } & \Omega, M, \vec{P}, \vec{f}, \\
& \text { and } C_{i j k l}, i, j, k, l=1,2, \cdots, n, \\
& \text { appropriately smooth } \\
& \text { and fixed in } \Omega_{\text {limit }},  \tag{23}\\
\text { find } \quad & \Omega_{s}=\vec{T}_{s}(\Omega) \\
& \dot{\vec{T}}_{s}(\Omega)=\vec{V}\left(\Omega_{s}\right) \in D, \quad s \geq 0  \tag{24}\\
\text { that minimize } & l(\vec{u}), \quad \vec{u} \in U  \tag{25}\\
\text { subject to } & a(\vec{u}, \vec{w})=l(\vec{w}), \quad \forall \vec{w} \in U  \tag{26}\\
& \operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right)=\int_{\Omega_{s}} d x \leq M \tag{27}
\end{align*}
$$

where the bilinear form $a(\cdot, \cdot)$ is defined by Eq．（20）， the linear form $l(\cdot)$ is defined by

$$
\begin{equation*}
l(\vec{v})=\int_{\Omega_{s}} f_{i} w_{i} d x+\int_{\Gamma_{1}} P_{i} w_{i} d \Gamma \tag{28}
\end{equation*}
$$

and $U$ is the set of the admissible displacements satis－ fying $\vec{w}=\overrightarrow{0}$ on $\Gamma_{0}$ ．

For this problem，the shape gradient function is derived by using the Lagrange multiplier method and
the formulae in Eqs．（5）and（6）as follows．${ }^{(12)}$

$$
\begin{align*}
G_{s}= & -C_{i j k l} u_{k, l} u_{i, j}+2 f_{i} u_{i} \\
& +2\left(P_{i, j} u_{i} n_{j}+P_{i} u_{i, j} n_{j}+P_{i} u_{i} \kappa\right)+\Lambda \tag{29}
\end{align*}
$$

5．2 Moving Problem of Vibrational Eigen－ values Let us consider a moving problem of vi－ brational eigen－values $\lambda_{\left(r_{m}\right)}, m=1,2, \cdots, N$ ，of modal numbers $r_{m}, m=1,2, \cdots, N$ ，with eigen－modes $\vec{u}_{\left(r_{m}\right)}$ ， $m=1,2, \cdots, N$ ，to a specified direction，or weights， $\alpha_{\left(r_{m}\right)}, m=1,2, \cdots, N:$

Given $\Omega, M, r_{m}$ and $\alpha_{\left(r_{m}\right)}, m=1,2, \cdots, N$ ， $C_{i j k l}, i, j, k, l=1,2, \cdots, n$ ，density $\rho$ ， appropriately smooth and fixed in $\Omega_{\text {limit }}$ ，
find $\Omega_{s}=\vec{T}_{s}(\Omega)$ ，

$$
\begin{equation*}
\dot{\vec{T}}_{s}(\Omega)=\vec{V}\left(\Omega_{s}\right) \in D, \quad s \geq 0 \tag{31}
\end{equation*}
$$

that maximize $\sum_{m=1}^{N} \alpha_{\left(r_{m}\right)} \lambda_{\left(r_{m}\right)}$

$$
\begin{array}{ll}
\text { subject to } & a\left(\vec{u}_{\left(r_{m}\right)}, \vec{w}\right)=\lambda_{\left(r_{m}\right)} b\left(\vec{u}_{\left(r_{m}\right)}, \vec{w}\right),  \tag{32}\\
& \vec{u}_{\left(r_{m}\right)} \in U \forall \vec{w} \in U, m=1,2, \cdots, M(33) \\
& \operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right)=\int_{\Omega_{s}} d x \leq M
\end{array}
$$

where the bilinear form $b(\cdot, \cdot)$ is defined by

$$
\begin{equation*}
b(\vec{u}, \vec{w})=\int_{\Omega_{s}} \rho u_{i} w_{i} d x \tag{35}
\end{equation*}
$$

The shape gradient function for this problem is derived as follows．

$$
\begin{align*}
G_{s}= & \sum_{m=1}^{N} \alpha_{\left(r_{m}\right)}\left(-C_{i j k l} u_{\left(r_{m}\right) k, l} u_{\left(r_{m}\right) i, j}\right. \\
& \left.+\lambda_{\left(r_{m}\right)} \rho u_{\left(r_{m}\right) i} u_{\left(r_{m}\right) i}\right)+\Lambda \tag{36}
\end{align*}
$$

5．3 Frequency Response Minimization Problems By putting three frequency response functionals of strain energy，kinetic energy and abso－ lute mean compliance on the objective functionals，the following optimization problems are formulated．

Given $\Omega, M, C_{i j k l}, i, j, k, l=1,2, \cdots, n, \rho$ ， volume force $\vec{f} \cos \omega t$ ， and traction force $\vec{P} \cos \omega t$ ， appropriately smooth
and fixed in $\Omega_{\text {limit }}$ ，
find $\Omega_{s}=\vec{T}_{s}(\Omega)$ ，

$$
\begin{equation*}
\dot{\vec{T}}_{s}(\Omega)=\vec{V}\left(\Omega_{s}\right) \in D, \quad s \geq 0 \tag{38}
\end{equation*}
$$

that minimize $\frac{1}{2} a(\vec{u}, \vec{u}), \frac{1}{2} b(\vec{u}, \vec{u})$ or $|l(\vec{u})|$ ，

$$
\begin{gather*}
\vec{u} \in U  \tag{39}\\
\text { subject to } \\
-\omega^{2} b(\vec{u}, \vec{w})+a(\vec{u}, \vec{w})=l(\vec{w}),  \tag{40}\\
\forall \vec{w} \in U  \tag{41}\\
\operatorname{meas}\left(\Omega_{s}\right)=\int_{\Omega_{s}} d x \leq M
\end{gather*}
$$



Fig． 5 Domain variation problem in viscous flow field
5．3．1 Strain Energy Minimization Problem The shape gradient function for the strain energy min－ imization problem is derived as

$$
\begin{align*}
G_{s}= & \frac{1}{2} C_{i j k l} u_{k, l} u_{i, j}-C_{i j k l} u_{k, l} w u_{i, j} \\
& +\omega^{2} \rho u_{i} w_{i}+\Lambda \tag{42}
\end{align*}
$$

where the displacement amplitude $\vec{u}$ and the adjoint displacement amplitude $\vec{w}$ are calculated with the modal displacement $\xi_{(m)}$ and the modal adjoint dis－ placement $\eta_{(m)}$ by

$$
\begin{align*}
\vec{u} & =\sum_{m=1}^{\infty} \xi_{(m)} \vec{u}_{(m)}, & \xi_{(m)} & =\frac{l\left(\vec{u}_{(m)}\right)}{\lambda_{(m)}-\omega^{2}}  \tag{43}\\
\vec{w} & =\sum_{m=1}^{\infty} \eta_{(m)} \vec{u}_{(m)}, & \eta_{(m)} & =\frac{\lambda_{(m)} l\left(\vec{u}_{(m)}\right)}{\left(\lambda_{(m)}-\omega^{2}\right)^{2}} \tag{44}
\end{align*}
$$

5．3．2 Kinetic Energy Minimization Problem For the kinetic energy minimization problem，the shape gradient function is derived as：

$$
\begin{equation*}
G_{s}=\frac{1}{2} \omega^{2} \rho u_{i} u_{i}-C_{i j k l} u_{k, l} w_{i, j}+\omega^{2} \rho u_{i} w_{i}+\Lambda \tag{45}
\end{equation*}
$$

where $\vec{u}$ is are calculated by Eq．（43）and $\vec{w}$ is calcu－ lated by

$$
\begin{equation*}
\vec{w}=\sum_{m=1}^{\infty} \eta_{(m)} \vec{u}_{(m)}, \quad \eta_{(m)}=\frac{\omega^{2} l_{P}\left(\vec{u}_{(m)}\right)}{\left(\lambda_{(m)}-\omega^{2}\right)^{2}} \tag{46}
\end{equation*}
$$

$5 \cdot 3 \cdot 3$ Absolute Mean Compliance Minimization Problem For the absolute mean compliance mini－ mization problem，the shape gradient function is de－ rived as：

$$
\begin{equation*}
G_{s}=-C_{i j k l} u_{k, l} w_{i, j}+\omega^{2} \rho u_{i} w_{i}+\Lambda \tag{47}
\end{equation*}
$$

where $\vec{u}$ is are calculated by Eq．（43）and $\vec{w}$ is calcu－ lated by

$$
\vec{w}= \begin{cases}\vec{u} & (l(\vec{u}) \geq 0)  \tag{48}\\ -\vec{u} & (l(\vec{u})<0)\end{cases}
$$

5．4 Dissipation Energy Minimization Prob－ lem of Viscous Flow Field Let $\Omega$ be a flow field of an incompressible Newtonian fluid in a steady state as shown in Fig．5．The fluid flows in from a boundary $\Gamma_{0}$ and flows out from a boundary $\Gamma_{1}$ ．

The minimization problem of dissipation energy by domain variation that occurs on a boundary $\Gamma_{\text {design }} \subset$ $\Gamma, \Gamma_{\text {design }} \cap \Gamma_{0}=\emptyset, \Gamma_{\text {design }} \cap \Gamma_{1}=\emptyset$ under a constraint
on the volume of the domain is formulated as follows．

$$
\begin{align*}
\text { Given } & \Omega, M, \rho \text { and viscous coefficient } \mu \\
& \text { appropriately smooth } \\
& \text { and fixed in } \Omega_{\text {limit }},  \tag{49}\\
\text { find } & \Omega_{s}=\vec{T}_{s}(\Omega), \\
& \dot{\vec{T}}_{s}(\Omega)=\vec{V}\left(\Omega_{s}\right) \in D, \quad s \geq 0  \tag{50}\\
\text { that minimize } & a(\vec{u}, \vec{u})+\bar{a}(\vec{u}, \vec{u}), \quad \vec{u} \in U  \tag{51}\\
\text { subject to } \quad & b\left(\vec{\nabla} \vec{u}^{T} \vec{u}, \vec{w}\right)+a(\vec{u}, \vec{w})=\left\langle p, w_{i, i}\right\rangle  \tag{53}\\
& \forall \vec{w} \in W, \tag{52}
\end{align*}
$$

where Eqs．（52）and（53）are variational forms of the Navier－Stokes equation and the continuity equation． The bilinear form $b(\cdot, \cdot)$ in the convective term is de－ fined by Eq．（35）where $\vec{\nabla} \vec{u}^{T} \vec{u}$ is given as $u_{i, j} u_{j}$ in the tensor notation．The bilinear form $a(\cdot, \cdot)$ in the viscous term and $\bar{a}(\cdot, \cdot)$ in the dissipation energy are defined by Eq．（20）where $C_{i j k l}=\mu \delta_{i k} \delta_{j l}$ in $a(\cdot, \cdot)$ and $C_{i j k l}=\mu \delta_{i l} \delta_{j k}$ in $\bar{a}(\cdot, \cdot)$ ．The bilinear form $\langle\cdot, \cdot\rangle$ in the pressure term is defined as

$$
\begin{equation*}
\langle p, q\rangle=\int_{\Omega_{\theta}} p q d x \tag{55}
\end{equation*}
$$

The velocity $\vec{u}$ ，the adjoint velocity $\vec{w}$ ，the pressure $p$ and the adjoint pressure $q$ are in the function spaces having appropriate smoothness，respectively，

$$
\begin{align*}
& U=\left\{\vec{u} \mid \vec{u}=\vec{u}_{0} \text { given on } \Gamma_{0}, u_{i, j} n_{j}=0 \text { on } \Gamma_{1},\right. \\
&\left.\quad \vec{u}=\overrightarrow{0} \text { on } \Gamma_{s} \backslash \Gamma_{0} \cup \Gamma_{1}\right\}  \tag{56}\\
& W=\left\{\vec{w} \mid \vec{w}=\overrightarrow{0} \text { on } \Gamma \backslash \Gamma_{1}\right\}  \tag{57}\\
& Q=\left\{p \mid p=0 \text { on } \Gamma_{1}\right\} \tag{58}
\end{align*}
$$

Applying the Lagrange multiplier method，the shape gradient function for this problem is derived as follows．

$$
\begin{equation*}
G=-\mu w_{i, j} u_{i, j}+\mu u_{i, j}\left(u_{i, j}+u_{j, i}\right)+\Lambda \tag{59}
\end{equation*}
$$

where the adjoint velocity $\vec{w}$ are calculated by

$$
\begin{align*}
& b\left(\vec{\nabla} \vec{u}^{T} \vec{u}, \vec{w}\right)+b\left(\vec{\nabla} \vec{u}^{T} \vec{u}^{\prime}, \vec{w}\right)+a\left(\vec{u}^{\prime}, \vec{w}\right) \\
& -2\left\{a\left(\vec{u}^{\prime}, \vec{u}\right)+\bar{a}\left(\vec{u}^{\prime}, \vec{u}\right)\right\}=\left\langle q, u_{i, i}^{\prime}\right\rangle, \quad \forall \vec{u}^{\prime} \in U  \tag{60}\\
& \left\langle p^{\prime}, w_{i, i}\right\rangle=0, \quad \forall p^{\prime} \in Q \tag{61}
\end{align*}
$$

## 6．Numerical Results

For the optimization problems provided with shape gradient functions，we can apply the traction method．

Figure 6 and 7 show optimized shapes for the mean compliance minimization problems obtained by a shape analysis system developed with a general purpose FEM code．${ }^{(22)}$

The result for the moving problem of vibrational eigenvalues is shown in Fig．8．${ }^{(13)}$ This problem in－ volved finding the maximized shape of $\lambda_{1}+\lambda_{2}$ for a beam－like continuum clamped at both ends．For the frequency response minimization problems，we ob－ tained various results depending on the objective func－ tional as shown in Fig．9．${ }^{(13)}$ We confirmed，however，


Minimized shape of mean compliance
Fig． 6 Shell bracket clamped at left end
that the objective functional decreased monotonously with increasing iteration．

For the dissipation energy minimization problem of a channel with an isolated body assuming the Stokes flow，the optimized shape is shown in Fig．10．${ }^{(20)}$

## 7．Coupling with Topological Optimization Method using Micro－Scale Voids

An attempt was also made to couple the traction method with the topological optimization method us－ ing micro－scale voids as proposed by Bendsøe and Kikuchi．${ }^{(21)}$ Their approach is based on the idea of periodic microstructures as shown in Fig．11．They formulated a domain optimization problem，including a consideration of topology，to find the size and ori－ entation functions of microstructures．They found the relationship between the design functions and macro properties of the material by using the theory of the homogenization method．

Figures 12 shows the process optimized for one part of an automotive suspension system with the ob－ jective of minimizing the mean compliance analyzed by a topology and shape analysis system developed with a general purpose FEM code．Figure 12 （a） shows the original design of this automotive part．We started with a two－dimensional problem．Assuming the design domain as shown in Fig．12，we obtained the optimized topology by the topological optimiza－ tion method．Based on the result，we made a three－ dimensional model by selecting elements filled with the material．Applying the traction method to the three－dimensional model，we finally obtained the shape shown in Fig． 12.

## 8．Conclusion

This paper presented a numerical analysis technique called the traction method for application to geomet－ rical shape optimization problems of domains in which boundary value problems and initial value problems of


Minimized shape of mean compliance
Fig． 7 Hook clamped at top end


Fig． 8 Maximized shape of $\lambda_{1}+\lambda_{2}$ for a beam－like con－ tinuum clamped at both ends
partial differential equations，such as elastic continua and flow fields，are defined．For this type of opti－ mization problems，difficulty had been found in solving them because of the lack of regularity．With this tech－ nique，most geometrical shape optimization problems can be solved keeping the same boundary smoothness as the initial domain．By coupling this technique with the topological optimization method，a more sophisti－ cated system can be developed．

## References

（1）J．Hadamard．Mémoire des savants etragers． Oeuvres de J．Hadamard，chapter Mémoire sur le probléme d＇analyse relatif á l＇équilibre des plaques élastiques encastrées，Mémoire des sa－ vants etragers，Oeuvres de J．Hadamard，pp．515－ 629．CNRS，Paris， 1968.


Minimized shape of kinetic energy


Minimized shape of absolute mean compliance
Fig． 9 Problem of beam－like continuum clamped at left end with non－structural mass of $10 \%$ of structural mass at right end and excited between 1st and 2nd natural frequencies


Fig． 10 Minimized shape of dissipation energy for isolated body in channel


Fig． 11 Topological optimization method using micro－scale voids
（2）J．Sokolowski and J．P．Zolésio．Introduction to Shape Optimization：Shape Sensitivity Analysis． Springer－Verlag，New York， 1991.
（3）J．P．Zolésio．The material derivative（or speed） method for shape optimization．In E．J．Haug and J．Cea，editors，Optimization of Distributed Parameter Structures，Vol．2，pp．1089－1151．Si－ jthoff \＆Noordhoff，Alphen aan den Rijn， 1981.
（4）Haug E．J．，K．K．Choi，and V．Komkov．Design sensitivity analysis of structural systems．Aca－ demic Press，Orland， 1986.
（5）M．H．Imam．Three－dimensional shape optimiza－ tion．Int．J．Num．Meth．Engrg．，Vol．18，pp．661－ 673， 1982.
（6）J．Haslinger and P．Neittaanmäki．Finite Element Approximation for Optimal Shape Design：Theory and Application．John Wiley \＆Sons，Chichester， 1988.


Fig． 12 Process optimized for one part of automotive sus－ pension system with objective of minimizing mean compliance
（7）V．Braibant and C．Fleury．Shape optimal design using b－splines．Comput．Methods Appl．Mech． Engrg．，Vol．44，pp．247－267， 1984.
（8）H．Azegami．A solution to domain optimization problems．Transactions of the JSME，Series A， Vol．60，pp．1479－1486，1994．（in Japanese）．
（9）H．Azegami，M．Shimoda，E．Katamine，and Z．C． Wu．A domain optimization technique for ellip－ tic boundary value problems．In S．Hernandez， M．El－Sayed，and C．A．Brebbia，editors，Com－ puter Aided Optimization Design of Structures IV，Structural Optimization，pp．51－58．Compu－ tational Mechanics Publications，Southampton， 1995.
（10）J．Cea．Numerical methods of shape optimal de－ sign．In E．J．Haug and J．Cea，editors，Optimiza－ tion of Distributed Parameter Structures，Vol．2， pp．1049－1088．Sijthoff \＆Noorthoff，Alphen aan den Rijn， 1981.
（11）H．Azegami，S．Kaizu，M．Shimoda，and E．Katamine．Irregularity of shape optimiza－ tion problems and an improvement technique．In S．Hernandez and C．A．Brebbia，editors，Com－ puter Aided Optimization Design of Structures V， pp．309－326．Computational Mechanics Publica－ tions，Southampton， 1997.
（12）H．Azegami and Z．C．Wu．Domain optimization analysis in linear elastic problems（approach using
traction method）．JSME International Journal， Ser．A，Vol．39，pp．272－278， 1996.
（13）Z．C．Wu，H．Azegami，Y．Sogabe，and Y．Arim－ itsu．Domain optimization analysis of linear elas－ tic continua in vibration problems．Proceedings of Second China－Japan Symposium on Optimization of Structural and Mechanical Systems，pp．236－ 241， 1995.
（14）Z．C．Wu，Y．Sogabe，and H．Azegami．Shape op－ timization analysis for frequency response prob－ lems of solids with proportional viscous damp－ ing．Key Engineering Materials，Vol．145－149，pp． 227－232， 1998.
（15）M．Shimoda，H．Azegami，and T．Sakurai．Bound－ ary shape determination of continua with de－ sired stress distribution．Transactions of the JSME，Ser．A，Vol．62，pp．2393－2400，1996．（in Japanese）．
（16）M．Shimoda，H．Azegami，and T．Sakurai．Nu－ merical solution for min－max problems in shape optimization（minimum design of maximum stress and displacement）．JSME International Journal， Ser．A，Vol．41，pp．1－9， 1998.
（17）M．Shimoda，H．Azegami，and T．Sakurai．Trac－ tion method approach to optimal shape design problems．SAE 1997 Transactions，Journal of Passenger Cars，Vol．106，pp．2355－2365， 1998.
（18）H．Azegami，Y．Sugai，and M．Shimoda．Shape optimization with respect to buckling．In Kassab A．J．Hernandez，S．and C．A．Brebbia，editors， Computer Aided Optimization Design of Struc－ tures VI，pp．57－66．WIT Press，Southampton， 1999.
（19）H．Thara，H．Azegami，and M．Shimoda．Solution to shape optimization problems considering mate－ rial nonlinearity．In S．Hernandez，A．J．Kassab， and C．A．Brebbia，editors，Computer Aided Opti－ mization Design of Structures VI，pp．87－95．WIT Press，Southampton， 1995.
（20）E．Katamine and H．Azegami．Domain optimiza－ tion analyses of flow fields．In Computational Me－ chanics＇95，Theory and Applications（Proceed－ ings of the International Conference on Compu－ tational Engineering Science），pp．229－234． 1995.
（21）M．P．Bendsøe and N．Kikuchi．Generating opti－ mal topologies in structural design－using a homog－ enization method．Comput．Meths Appl．Mech． Engrg．，Vol．71，pp．197－224， 1988.
（22）M．Shimoda，Z．C．Wu，H．Azegami，and T．Saku－ rai．Numerical method for domain optimiza－ tion problems using a general purpose fem code （traction method approach）．Transactions of the JSME，Ser．A，Vol．60，pp．2418－2425，1994．（in Japanese）．

# 遺伝的アルゴリズムを用いた 2 次元タービン翼列の空力最適化 

平野雄一郎 堤 雅徳 ${ }^{1}$ 大林 茂 ${ }^{2}$

# Aerodynamic Optimization of 2－D Turbine Cascade Using Genetic Algorithm 

by<br>Yuichiro Hirano Masanori Tsutsumi ${ }^{1}$ Shigeru Obayashi ${ }^{2}$


#### Abstract

Blade profile for gas turbine and steam turbine used to be designed by skillful engineers who are experienced，and familiar with fluid dynamics．It is a steady way to improve blade profiles based on past experiences and knowledge．By that method，however，result heavily depends on designer＇s skill because solution beyond the designer＇s scope cannot be reached． Today，with advance in CFD，many efforts has been made to automate aerodynamic optimization process．In this paper，the methodology and the result of aerodynamic optimization of 2－D turbine cascade for high pressure steam turbine are presented．Blade profile is expressed by two B－spline curves，each of which consists of six points．Cascade performance is evaluated by potential flow analysis using several empirical functions．Genetic algorithm（GA）is applied in the optimization process，using $x y$－coordinates of 12 points as genes．As a result，empirical functions for evaluation need farther improvement，however， validation of GA as aerodynamic optimization tool is confirmed．


## 1．まえがき

地球温暖化等の環境問題に対する対策として，熱機関の効率向上による $\mathrm{CO}_{2}$ 削減の必要性が増大しているが，中で も大規模発電用熱機関として広く用いられている蒸気ター ビンの性能向上は重要課題の一つである。
このための方策の一つとして，重要な構成要素の一つで ある翼列の損失低減が挙げられることは言うを待たない。 タービン翼列の高性能化は蒸気タービンの歴史が始まって以来の課題であるが，従来は一般に熟練した技術者の手に よって試行錯誤的に行われてきた。熟練者の知識と経験に基－゙く方法は着実な方法であるが，結果が設計者の能力に大きく依存するため，最適化という観点では，評価パラメ一タが設計者によって異なるなど，最適な解に到達したか どうか不明確な点が多い。近年ではCFD 技術の著しい進歩に伴い，空力形状の最適化問題についても自動化の取り組みが多くなされている。翼形などの最適化では一般に設計変数が非常に多く，評価関数（翼列：全圧損失，単独翼：揚抗比，ディフューザ：

静圧回復など）が設計空間において単純な凸関数となるこ とは保証されにくい。このような場合，評価関数の局所的 な勾配情報から最適化の方向を決定する勾配法では初期条件によって真の最適解（最大値）ではなく局所解（極大値） に陥る可能性がある。
遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm，GA）は生物の進化過程を模擬した最適化手法であり，次のような利点を持つ。
（1）同時に多数の個体を評価しつつ最適化を行う（多点同時探索）ため，初期条件に依存せずに大域的最適解に到達することが可能
（2）勾配情報を用いないため評価関数の微分可能性や拘束
条件に関わらず解の探索条件が可能
ここでは蒸気タービン高圧部に用いられるタービン動翼列の 2 次元形状を対象として，GA の適用性を検討した。翼面流速分布から翼形状を探索する逆設計問題の検討によ つて GA の基本性能を確認した後，ポテンシャル流解析ツ ールと経験関数を組み合わせた性能評価により2次元ター

[^20]ビン翼列形状の最適化を試みた。

2．遺伝的アルゴリズムの概要
GA を利用した最適化のフローチャートを図1に示す。今回用いた GA は最も基本的なものであり，以下の 5 つのプ ロセスから構成される。
（1）初期化：乱数を用いて第一世代（初期条件）を発生させ る。
（2）評価：各個体の評価関数を求め，評価の高い順に順位付 けを行ら。
（3）選択：乱数を用いて次世代の親となる個体を選択する。 この際，評価順位の高い個体ほど親として選ばれる確率 が高くなるよう設定しておく。

4交叉：選択された 2 つの親の遺伝子を交叉させ，次世代 －個体を発生させる。

ら突然変異：交叉により生じた個体の遺伝子を，低い確率 だランダムに操作する。最適化の途中において探索の手 を広げる役割をもつ。

1によって第一世代（初期条件）を発生させた後は図 1 に示すように（2）～（5）の操作を繰り返す。


図1遺伝的アルゴリズムの構成

## 3．翼形表現方法

冀形（設計変数としてはいろいろなパラメータが考えら

○背面を定義する座標点
－腹面を定義する座標点


図2 翼形表現方法

れるが，予め最適翼形状を予想することは一般に困難であ るから，（1）表現できる形状の自由度が高く，かつ（2）部分的 な形状変更が可能となるような設計変数の設定を行う必要 がある。ここでは腹面•背面をそれぞれ 6 個の 2 次元座標点で表現し，各点の $(x, y)$ 座標を設計変数とした。

設計変数の座標点から翼形を定義する方法として，B－ス プライン曲線を用いる方法を採用した。座標点と翼形状の関係の一例を図2に示す。今回用いた 5 次のB－スプライン曲線は両端の 2 点以外を必ずしも通過せず，曲線は各座標点に引きつけられつつ全体の滑らかさを保持した形状とな る。GA では設計変数がランダムな変動を伴うことがある が，B－スプライン曲線の特性によって，座標点位置が局所的に大きく変動した場合でも空力的な評価にたえる滑らか な翼形を発生させることができる。

## 4．アルゴリズム詳細検討

以下に今回作成した GA プログラムの内容についてより詳しく述べる。

## 4.1 初期化

最適解の探索をなるべく幅広く行らためには，第一世代個体（初期条件）が多様性を持つことが望ましいが，翼形 として最低限必要な特性を備えていないと余分な評価時間 を費やし，最適化効率が低下する。

初期化の方法として，4次関数曲線を利用する方法を採 った。乱数によって係数を決定した 2 つの 4 次関数曲線を それぞれキャンバライン・翼厚さ分布とし，翼面に相当す る位置にB－スプライン曲線の座標点を分布させた。キャン バライン・翼厚分布として用いる関数は，以下の条件に当 てはまるもののみ選択して使用した。
キャンバライン：
（1）上に凸
（2）変曲点をもたない
（3）流入角•流出角が目標値に近い
翼厚分布：
（1）上に凸
（2）負の値をとらない

## 4.2 評価

翼形の評価には翼間ポテンシャル流解析プログラムを利用し，解析結果として求まる翼面流速分布に基づいて，経験的関数を用いて翼形の評価を行った。

尚，GA では（一世代個体数）$\times$（世代数）回の個体評価 が必要となる。一－般に評価回数は $10^{3} \sim 10^{4}$ 回となるため， GA を実用的に用いる場合は計算時間の短いツールを用い るか，並列計算機により一世代の個体評価を同時に行らな どの方策が必要となる。本研究では GA を用いた翼形最適化の成立性検討に重点を置いており，性能評価用としては不十分ながら計算負荷の軽いツールを使用した。

## 4.3 選択

次世代個体を発生させる親個体を選択する方法としては基本的なルーレット選択法を用いた。但し選択確率を評価関数にそのまま比例させるのでなく，個体の順位に反比例 させるランキング方式を採用した。ランキング方式の採用 により，（1）最適化初期段階では個体の多様性を維持しつつ， （2）最適化最終段階で各個体が類似してくることによる収束性の低下を防ぐことができる。図3にランキング方式の概念図を示す。


図3 ランキング方式

## 4.4 交叉

一般的な GA で用いられる交叉では，まず設計変数を 2進数化（コード化）して遺伝子とし，次に 2 つの親から取 り出した遺伝子の対応する位置を互いに入れ換えて新しい遺伝子を作る，という方法をとる。この方法は自然界の遺伝のメカニズムを極力忠実に模擬したものであるが，実際 の設計問題に GA を適用する場合，設計変数を 2 進数の遺伝子に変換することは以下のような問題点がある。
（1）コード化された遺伝子の交叉は物理的イメージが明確 でなく，コード化が適切でないと解が収束しない
（2）実数の設計変数を 2 進数で表現すると精度が粗くなる （3）設計変数の変化量を制御することが困難 ここでは実数型の設計変数をそのまま遺伝子として用い，

乱数によって決めた割合で以下のように足し合わせた。

$$
\begin{aligned}
& \text { 遺伝子 }(\text { 子 1) })=\rho_{1} \times \text { 遺伝子 }\left(\text { 親 1) }+\left(1-\rho_{1}\right) \times \text { 遺伝子 }(\text { 親 } 2)\right. \\
& \text { 遺伝子 }(子 2)=\rho_{2} \times \text { 遺伝子 }\left(\text { 親 1) }+\left(1-\rho_{2}\right) \times \text { 遺伝子 }(\text { 親 } 2)\right. \\
& \left(\rho_{1}, \rho_{2}: 0.1 \sim 0.9 \text { の乱数 }\right)
\end{aligned}
$$

## 4.5 突然変異

交叉のみの GA では，ある程度評価が高い個体の周囲に世代全体が集まり進化が止まってしまうため，より大域的 に解を探索するため，遺伝子を強制的に操作する突然変異 を行った。最適化初期における突然変異率は $10 \%$ 程度，突然変異による遺伝子（設計変数）の変異量は翼幅に対して $10 \%$ 程度とした。また極力最適化を効率的に行らため，突然変異率及び突然変異による遺伝子の変異量は最適化の進行につれて段階的に減少させるようにし，最適化の進んだ段階での極端な突然変異による収束性の低下を防止した。 4.6 エリート戦略

進化過程で現れる優秀な個体を必ず次世代に残すため，各世代中最も評価の高い 2 個体について交叉•突然変異を施さずにそのまま残すエリート戦略をとった。

5．逆設計問題によるアルゴリズム性能検討
作成した最適化アルゴリズムの動作チェックのため，翼面流速分布を与えて翼形を探索する逆設計問題の検討を行 った。対象とした翼列は蒸気タービン高圧部に用いられる衝動段動翼である。対象翼形及び要目を図4に示す。


| ピッチ／コード | 0.66 |
| :---: | :--- |
| 設計流入角 | 25 |
| 設計流出角 | 18 |

図 4 検討対象翼形
ポテンシャル流解析結果から，以下に示す評価関数 S に基 づいて各個体の評価を行い，目標翼形を探索した。ここで S は目標となる翼面流速分布ととのずれを示すパラメータ であり，ずれが大きいほど 0 へ近づき，ずれがない場合 1 の値をとる。
$S=\exp \left[-\left\{\left(\int_{I, I ;}^{T I E}|V-V t| d x\right)_{S S}+\left(\int_{L E}^{T E}|V-V t| d x\right)_{P S}\right\}\right]$ ここで

LE：翼前縁
TE：翼後縁
SS：翼背面
PS：翼腹面
$V$ ：各個体の翼面流速
$V t$ ：目標個体の翼面流速
一世代の個体数を 30 とし，初期条件を変えて 100 世代ま での計算を 5 回行った。突然変異率は全体を通じて $10 \%$ と L，突然変異による遺伝子変異量は最適化初期で $10 \%$ ， 100世代目で $3 \%$ となるように段階的に減少させた。解析には EWS 1 台を用い，繰り返し計算により30個体 の評価及び交叉•突然変異を世代数回行った。ポテンシャ ル流解析による翼間流れ解析に要する時間は1個体あたり約 1 秒であり，最適化全体では 50 分程度であったことか ら，ほとんどの時間が流れ場の評価に使われたことがわか る。


図5 逆設計問題による翼形探索結果
得られた翼形及び翼面流速分布の一例を図5に示す。翼形は目標にかなりよく一致しているが，流速分布について は特に前縁側で腹面•背面ともに目標と若干のずれが見ら れる。

5回（試行におうける評価関数の世代平均値，及び世代最大値の履歴を図6に示す。試行毎に初期条件の違いによって収束履䄳に若干の違いが見られるものの，100世代までの訃算でほぼ同一の評価関数値に達しており，あまり初期条件に依存せず再現性のある結果が得られている。この点に おいた，今回作成した最適化アルゴリズムは安定に最適解 の方向に動作することが確認できたといえる。但しS の世

代平均値は突然変異の影響（変異量）が次第に減少するこ とによって 100 世代目まで次第に上昇してゆくが，世代最大値は 50 世代目以降 0.9 付近で頭打ちとなっており， 50世代目以降はあまり効率的な探索がなされていないことが わかる。検討対象とした翼形は今回採用した B－スプライン曲線で表現された翼形でないことから，主な原因は現在の


図6 評価関数履歴
翼形表現方法が解の形状を厳密に表現できる方法となって いないためと考えられ，今後 B－スプライン曲線を定義する座標点数（遺伝子数）の増加など，さらなる翼形表現方法 の改良が必要である。

## 6．タービン翼列最適化検討

タービン翼列においては，与えられた流入角•流出角等 の拘束条件の下で損失が最小となることが進むべき最適化 の方向となる。但し今回翼形の評価に使用している流動解析ツールはポテンシャル流解析プログラムであるため，そ のまま損失を算出することはできない。そこで翼形の形状 パラメータ，及び流動解析によって得られる翼面流速分布 に基づき，損失の指標となる何らかの評価関数を作成する必要がある。

現状の GA プログラムは多目的探索に対応していないた め，評価関数は翼列形状パラメータに基づく関数式に対し て，流速分布から算出される経験的なパラメータを付加す る形で作成された。使用した評価関数 $F_{e v}$ の概略は以下の

通りである。

$$
F_{e v}=\left(W_{p}+W_{t}\right) \times f_{l f f} \times f_{v l i m} \times f_{p o l y} \times p_{g a u g} \times p_{i n}
$$

ここで
$W_{p}$ ：幾何学形状から算出され，ブロッケージによる損失 を評価する関数。
$W_{t}$ ：幾何学形状から算出され，翼後縁厚さによる損失を を評価する関数。
$f_{d f}$ ：翼面流速分布に基づき翼背面流速の減速による損失 を評価する関数。
$f_{\text {vlim }}$ ：翼面流速分布に基づき翼腹面の減速による損失を評価する関数。
$f_{\text {poly }}$ ：翼面流速分布を多項式近似し，結果からのずれによ つて流速分布の滑らかさを評価する関数。
$p_{\text {gaugg }}$ ：幾何学的流出角の目標値からのずれによってペナ ルティを課す関数。
$p_{i n}$ ：幾何学的流入角の目標値からのずれによってペナル ティを課す関数。


図7 翼前縁はさみ角
さらにこれ以外の拘束条件として，（1）最小断面積，（2）翼前後縁最小厚さ，（3）翼前後縁はさみ角（図7参照）につい こも下限値を設けた。これらはいずれも翼の強度上，及び製作上の制約を模擬したものであり，これらの条件を満た さない個体については次世代の親として選択される確率を 0 とする方法により，拘束条件内での探索を試みた。また今回は翼列ピッチも設計変数とし，交叉•突然変異の操作対象として最適化を実施した。

逆設計問題にて目標とした図4の翼形を現状翼として，同じ流入角•流出角の条件の下，最適化検討を行った。前節と同様に 1 世代 30 個体， 100 世代までの計算により得られた翼形及び流速分布を図8に示す。得られた翼形は現状翼形よりも若干ピッチが大きく，翼枚数低減によるブ ロッケージ低減の方向に進んでいることがわかる。また特 に背面流速分布については流速のうねりが少なくなつてお

（翼形）
図8 最適化結果
り，流速分布を滑らかにする関数の効果が大きいことが予想される。但し翼前縁側において，翼背面側では喉部付近 と同等の高流速となっている点や，翼腹面側では前縁直後 で急激な流れの減速が起こっている点など，必ずしも翼形 の流速分布として適当でない点もある。これは経験に基づ く設計基準がまだ評価関数に十分反映されていないためで あり，非粘性解析を用いて翼形最適化を行うためには，各関数の重み付けの方法や他のパラメータの導入など，さら なる評価関数の検討が必要である。また，より実際的な損失最小翼形探索のためには，性能評価ツールとして粘性解析を用いることが望ましい。

7．まとめ
蒸気タービン高圧段に用いられるタービン動翼列の 2 次元形状を対象とし，遺伝的アルゴリズム（GA）を用いた空力形状最適化検討を行った。初期化，評価，選択，交叉，突然変異からなる基本的な GAブログラムを作成し，翼面流速分布をもとに翼形を探索する逆設計問題検討の結果， GA が翼形探索のアルゴリズムとして有効であることが示 された。一方，翼形表現方法には遺伝子数の増加など改良 の余地が見いだされた。ポテンシャル流解析結果に基づき翼列損失を評価する翼列形状最適化検討では，最適化ツー ルとしての妥当性は示されたが，評価関数の改善や粘性解析ツールの使用など，損失の定量評価法が今後の課題とし て挙げられる。

8．参考文献
［1］L．Davis（ed．），1991，＂Handbook of Genetic Algorithms＂， Van Nostrand Reinhold，New York．
［2］D．E．Goldberg，1989，＂Genetic Algorithms in Search，

Optimization，and Machine Learning＂，Addison Wesley．
［3］塚原 孝則，1997，＂GAによる翼列翼形の空力最適化＂，東北大学修士論文
［4］Z．Michaelwicz，1994，＂Genetic Algorithm＋Data Structure $=$ Evolution Programs＂，Second Extended Edition，Springer－Verlag，Berlin．
［5］山口 義博，1997，＂翼平面形状の多目的最適化＂，東北大学修士論文
［6］S．Goel，J．I．Cofer IV and H．Singh，1996，＂Turbine Airfoil Design Optimization＂，ASME 96－GT－158．

# スペースプレーンの機体形状と飛行軌道の統合的最適化法 

土屋 武司 ${ }^{*}$ ，鈴木 真二•2

# An Integrated Optimization Method for Body Design and Flight Trajectory of Spaceplane 

by<br>Takeshi TSUCHIYA ${ }^{11}$ ，Shinji SUZUKI ${ }^{* 2}$


#### Abstract

This paper presents a new parallel optimization method to solve large－scale design and control optimization problems and its applications．Generally，to obtain an accurate optimal solution，a large－scale problem has to be solved，and it takes much computing load and time．Therefore，the new method divides the problem into several sub－problems which can be solved in parallel．Firstly， this paper describes the way to decompose the problem and the fundamental algorithm to solve it．The important point of this study is how to deal with the conjunctive constraints among the sub－problems and define objective functions in each sub－problem．Finally， in this paper，the parallel optimization method is applied to a shape and flight trajectory optimization problem of spaceplane，and its optimal shape and ascent trajectory are estimated to demonstrate the effectiveness of the proposed parallel optimization method．


## 1．はじめに

新たな航空機を設計する際，まずその航空機が満たすべ き設計仕様を決定する。そして，そこで仮定された飛行条件に沿って，材料，構造，流体，原動機，制御など多くの専門家達が分かれて解析作業を行い，その結果が交換され，最終的な機体が決定され製造される。そのような機体に対 して，飛行時間，コスト，燃料消費量などをできる限り最小にする飛行経路を解析して運行に役立たせようとする。 しかし，スペースプレー－ンのような革新的な航空機には厳 しいミッションが要求され，機体設計と飛行経路の同時最適化が重要な問題となる。一方，同時最適化はお互いに異 なる技術領域にあり，また巨大な規模の問題を解析，最適化しなければならない。そこで，複合領域最適化
（Multidisciplinary Optimization）問題を，各領域に沿って小規模な部分最適化問題の集合に構成し直し，各部分問題 を並列に最適化する並列最適化法が必要とされている。

大規模最適化問題に対する並列最適化法として，Kirsch がまとめたモデル調整法とゴール調整法と呼ばれる 2 つの方法1）が広く知られている。最近では，スタンフォード大学の Kroo，Braun，NASA ラングレー研究所の Sobieski ら によって，より実践的な複合領域最適化法，Collaborative Optimization ${ }^{2}$（協調最適化）法が提案され，航空機の設計 に適用しようと試みている ${ }^{3}$ 。これらの数値解法の性質は， 1 つの大規模問題を分割して得られる部分最適化問題とそ れらをまとめるシステムレベルの最適化問題の設定法によ り決まる。研究の焦点となるのが，収束性，ロバスト性，解析回数，計算時間，計算機への負荷といった点である。部分最適化問題が実行不可能に陥る可能性や，現行の解を改善させるには良いが，大域的あるいは局所最適解への収束性は保証されていないなどの問題点が指摘されている4）

以上を踏まえ，本論文の目的は，機体設計と飛行経路の

[^21]統合的最適化問題に代表される大規模最適化問題に対して新たな並列最適化法を最適化理論の側から提案し，実際問題に適用することである。並列最適化法を解析的に解が得 られる簡単な最適化問題に適用しその有効性を調べるとと もに，スペースプレーンの設計問題に適用した結果を示す。

2．並列最適化法
2.1 大規模最適化問題の定義と分散化

第1図に最適化問題を定義する。システムの状態を表す変数と，変数に依存し，システムを特徴づける状態方程式 が大きな次元を持つシステムを「大規模システム」と定義 する。また，ある大規模システムの最適化問題を「大規模最適化問題」（あるいは単に「大規模問題」）と呼ぶ，現実に存在するシステムの最適化問題の多くは大規模最適化


最小化：$f\left(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{2}, \boldsymbol{x}_{3}\right)$
第1図 3つのサブシステムからなる大規模最適化問題

問題であると言えよう。大規模システムを解析，最適化す るとき，非常に大きな負荷を必要とする。しかしながら，大規模システムは，より小規模な複数の「サブシステム」 から構成されていることが多く，その場合，各サブシステ ムごとに分割して解析，最適化することが可能である。こ こでは簡単に，第 1 図に示す通り， 3 個のサブシステムか らなる場合について説明する。それは本論文の最適化手法 を理解するためにもっとも簡単な問題設定であるためであ り，これ以上の数に分割される一般的な場合も以後の議論 はあてはまる。

$$
\begin{array}{ll}
\text { variable } & x \equiv\left(x_{1}{ }^{\top}, x_{2}{ }^{\mathrm{T}}, x_{3}{ }^{\top}\right)^{\mathrm{T}} \\
\text { minimize } & f\left(x_{1}, x_{2}, x_{3}\right) \\
\text { subject to } & g_{E}(x) \equiv\left[\begin{array}{l}
g_{E_{1}}\left(x_{1}\right) \\
g_{E 2}\left(x_{2}\right) \\
g_{E 3}\left(x_{3}\right)
\end{array}\right]=0 \\
& g_{/}(x) \equiv\left[\begin{array}{l}
g_{I 1}\left(x_{1}\right) \\
g_{I 2}\left(x_{2}\right) \\
g_{l 3}\left(x_{3}\right)
\end{array}\right] \leq 0 \\
& h(x) \equiv\left[\begin{array}{l}
h_{12}\left(x_{1}, x_{2}\right) \\
h_{21}\left(x_{1}, x_{2}\right) \\
h_{13}\left(x_{1}, x_{3}\right) \\
h_{31}\left(x_{1}, x_{3}\right) \\
h_{23}\left(x_{2}, x_{3}\right) \\
h_{32}\left(x_{2}, x_{3}\right)
\end{array}\right]=0
\end{array}
$$

ここで，$f$ を「目的関数」， $\boldsymbol{g}_{E}$ と $\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{i j}}$ を「等式制約関数」， $\boldsymbol{g}_{I}$ を「不等式制約関数」と呼び，式（1c）と（1e）を「等式制約条件」，式（1d）を「不等式制約条件」と呼ぶ。特に，等式制約関数 $\boldsymbol{h}_{i j}$ はサブシステム $i$ と $j$ の変数 $\boldsymbol{x}_{i}, ~ \boldsymbol{x}_{j}$ を結ぶ等式制約関数であり「接続関数」と呼び，式（1e）を「接続条件」 と呼ぶことにする。なお，添え字が逆転している 2 つの接続関数 $\boldsymbol{h}_{i j}$ と $\boldsymbol{h}_{i j}$ の違いについては後に述べる。

従来の最適化法にしたがってこの問題の変数をすべて同時に最適化していく方法を「全体最適化法」と呼ぶことと する。また，各サブシステムごとに分割して最適化してい く方法を「並列最適化法」と呼ぶ，並列最適化を視野に入 れ，単純に各サブシステムごとに最適化問題をまとめてみ ると，あるサブシステムiについて，

| variable | $\boldsymbol{x}_{i}$ |
| :--- | :--- |
| minimize | $f\left(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{2}, \boldsymbol{x}_{3}\right)$ |
| subject to | $\boldsymbol{g}_{E_{i}}\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}\right)=\mathbf{0}$ |
|  | $\boldsymbol{g}_{I_{i}}\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}\right) \leq \mathbf{0}$ |

となる。このとき，並列最適化法について考慮すべき問題点として以下が挙げられる。
（1）式（2a）～（2d）では接続条件が除かれている。接続条件 は複数のサブシステムに関わる変数を含むため，単純 に上式の問題を解けば真の最適解が得られるわけでは ない。 サブシステム間で協調をとって最適化を進めて いくために，どのように接続条件を扱うのが良いか。
（2）上式の目的関数（式（2b））は形式的に全ての変数の関

| $\begin{array}{ll} \text { variable } & \boldsymbol{x}_{1} \\ \text { minimize } & f\left(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{2}, \boldsymbol{x}_{3}\right) \\ & +\boldsymbol{v}_{12}{ }^{\mathrm{T}} \boldsymbol{h}_{12}\left(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{2}\right) \\ & +\boldsymbol{v}_{13}{ }^{\mathrm{T}} \boldsymbol{h}_{13}\left(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{3}\right) \\ \text { subject to } & \boldsymbol{g}_{E 1}\left(\boldsymbol{x}_{1}\right)=\mathbf{0} \\ & \boldsymbol{g}_{I 1}\left(\boldsymbol{x}_{1}\right) \leq \mathbf{0} \\ & \boldsymbol{h}_{21}\left(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{2}\right)=\mathbf{0} \\ & \boldsymbol{h}_{31}\left(\boldsymbol{x}_{1}, \boldsymbol{x}_{3}\right)=\mathbf{0} \end{array}$ |
| :---: |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |


－System level

- 変数値の転送．
- 変数値の変更．
- 収束判定。
$\left.\Delta x_{2}, \Delta v_{12}, \Delta v_{32}\langle | \begin{array}{l}x_{2}, v_{12}, v_{32} \quad x_{3}, v_{13}, v_{23} \\ x_{1}, \boldsymbol{x}_{3}, v_{21}, v_{23} \\ x_{1}, x_{2}, v_{31}, v_{32}\end{array}\right) \Delta x_{3}, \Delta v_{13}, \Delta v_{23}$


第2図 部分最適化問題の定義と並列最適化法

数となっているが，一部のサブシステムの変数しか含 まない場合がある。この場合，目的関数が定義できな いサブシステムが存在する。各サブシステムの目的関数をどのように定義するのか。

## 2.2 部分最適化問題の定義

第2図に本論文で新しく提案する並列最適化における各部分最適化問題の定義とそれらの繋がりを示す。サブシス テム $i$ における最適化問題は次のように定義される。

$$
\begin{array}{cl}
\text { variable } & x_{i} \\
\text { minimize } & f\left(x_{1}, x_{2}, x_{3}\right)+\sum_{j=\{(i=j)}^{3} v_{i j}{ }^{\top} \boldsymbol{h}_{i j}\left(x_{i}, x_{j}\right) \\
\text { subject to } & \boldsymbol{g}_{E_{i}}\left(x_{i}\right)=0 \\
& g_{l_{i}}\left(x_{i}\right) \leq 0 \\
& \boldsymbol{h}_{j i}\left(x_{j}, x_{i}\right)=0 \quad(i \neq j) \tag{3e}
\end{array}
$$

ここで， $\boldsymbol{r}_{i j}$ は接続条件 $\boldsymbol{h}_{i j}=0$ に対するラグランジュ乗数で ある．この最適化問題をサブシステム $i$ の「部分最適化問題」（あるいは単に「部分問題」）と呼ぶ。この定式化の特徴は目的関数（式（3b））にある。接続条件の一部とその ラグランジュ乗数を掛け合わせた項を元の目的関数に加え て目的関数を定義している。このとき，部分問題 $i$ で目的関数に現れている接続条件は別のサブシステムの部分問題

では制約条件として定義されなければならない。これによ り必ず部分問題の目的関数を定義することができる。
2.3 並列最適化アルゴリズム

基本的な解法アルゴリズムは以下の通りである。
（1）各サブシステムの変数と接続条件のラグランジュ乗数 を適当に設定する。
（2）各部分問題を並列に解き，最適解に向けて解を更新す る．完全な最適解を求める必要はない。
（3）得られた変数とラグランジュ乗数を各サブシステム間 で交換して，（2），（3）を繰り返す。
このアルゴリズムで解が収束する場合は，接続条件の次
数が小さく，部分問題の解に及ぼす接続条件の変動による
影響が小さい場合に限られる。そこで，収束性を高めるた め，各部分問題の解である変数とラグランジュ乗数をその まま逐次更新するのではなく，更新される解の値が収束す るまで部分問題の最適化を繰り返し（「inner loop」と呼ぶ）， その後で解を更新していく（「outer loop」と呼ぶ）．inner loop を収束されるために部分問題の解に対する感度情報も利用 する。部分問題の数値解法に逐次2次計画（SQP，Sequential Quadratic Programming）法5）を用いることで，解を得ると同時にラグランジュ乗数を得ることもできる。

以上の並列最適化法によって得られる解が元の問題（式 （1a）～（1e））の最適解であることは最適化理論から明らかで ある。

## 3．簡単な例題

前節で示した並列最適化法を簡単な最適制御問題に適用 し，その有効性を確認する。ここでは有名な最速降下線問題のに不等式拘束条件を加えた問題を取り上げる（第3図）。状態変数は質点の座標 $x, y$ ，制御変数は経路角 $\gamma$ である。

$$
\begin{array}{ll}
\text { minimize } & J=t_{t} \\
\text { subject to } & \dot{x}=\sqrt{2 g y} \cos \gamma \\
& \dot{y}=\sqrt{2 g y} \sin \gamma \\
& x\left(t_{0}\right)=0, \quad y\left(t_{0}\right)=0, \quad t_{0}=0 \\
& x\left(t_{\mathrm{f}}\right)=l \\
& y \leq x \tan \theta+h \tag{4f}
\end{array}
$$

なお，パラメータは以下のように定める．

$$
\begin{equation*}
g=1, \quad l=1, \quad h=0.1, \quad \theta=30[\mathrm{deg}] \tag{5}
\end{equation*}
$$

初期解として経路角 $30[\mathrm{deg}]$ で落下する解を与え，BDH 法7） にしたがって，200個の等幅要素で変数を離散化し，最適制御問題を非線形計画問題に変換した。ここでは，200要素からなる全体を $x$ 座標に沿って均等な区間に分割し，各区間ごとに部分最適化問題を構成した。全体最適化法と並列最適化法によって問題を解き，両者を比べて計算機への負荷がどう変化するか調べる。

第4図は分割数5の場合の並列最適化法によって得られ た最適解と理論解を比較した図である。両者は良く一致し ている。第5図は全体最適化法の計算時間を並列最適化法


第3図 不等式制約のある最速降下線問題


第4図 最適解（分割数 5 の場合）


第5図 計算速度向上率


第6図 メモリ量減少率

の計算時間で割った速度向上率を示している。分割数を多 くすれば計算時間は短くなるとは言えず，この場合，分割数5による並列最適化がもっとも速い。第6図は全体最適化法の計算に要するメモリ量を並列最適化法による計算機一台あたりに必要なメモリ量で割ったメモリ量减少率を示 している。必要メモリ量は分割を増やせば一様に減少する が，プログラムを格納する領域を含むため限界がある。

4．スペースプレーンの機体設計と軌道の統合的最適化
スペースプレーンに対する機体形状と上昇飛行経路の統合的最適化問題を定義し，並列最適化法によって解く。第 7 図にあるように，本論文では，機体設計，空力解析，軌道計画の 3 つの専門領域を考え，軌道計画問題は後に述べ られるように 4 つの問題に細分化される。その結果，合計 1080 個ほどの変数を持つ最適化問題は 6 つの部分最適化問題に分割される。これらの領域は独立しておらず，領域間 に跨る同じ意味の変数値が一致するという接続条件が定義 される。

## 4.1 機体設計

本論文で採用されるスペースプレーンの機体形状を第 8図に示す。離陸重量は 300 ［ton］であり，機体は楕円柱とそ れに滑らかに接続する tangent ogive のノーズから構成され る胴体とデルタ翼から構成される，スペースプレーンは異 なる条件で動作する3つのエンジン，air－turboramjet（ATR） エンジン，scramjet（SCR）エンジン，rocket（ROC）エン ジンを持ち，推進剤に液体水素（ $\mathrm{LH}_{2}$ ），液体酸素（LOX） を使用する。
－変数

$$
\begin{array}{ll}
\text { 胴体サイズ } & l_{1}, l_{4}, a, b \\
\text { 翼サイズ } & l_{2}, l_{3}, s
\end{array}
$$

最大動圧，最大荷重倍数，最大推力 $q_{\text {max }}, n_{\text {max }}, T_{\text {max }}$ ATR，SCR intake 面積，ROC 推力 $S_{\text {ATR }}, S_{\mathrm{SCR}}, T_{\mathrm{ROC}}$ $\mathrm{LH}_{2}$ ，LOX 重量
$W_{\mathrm{LH} 2}, W_{\mathrm{LoX}}$
－制約条件

$$
\begin{align*}
& q_{\max } \leq 100[\mathrm{kPa}]  \tag{6}\\
& n_{\max } \leq 4[\mathrm{G}] \tag{7}
\end{align*}
$$

$\mathrm{LH}_{2}$ と LOX タンクの容積の和が胴体体積の $70 \%$ 以下。
胴体形状に矛盾が生じないための条件。


第7図 スペースプレーン設計に伴う 3 つの専門領域


第8図 スペースプレーンの機体モデル

翼サイズ，推進剤重量，エンジン性能に関する接続条件．
－目的関数
目的関数として，ペイロード重量 $W_{\text {payluad }}$ を，プログラム WAATS $^{8)}$ を使って得られる構造重量 $W_{\text {structure }}$ と推進剤重量 $W_{\mathrm{LH} 2}, W_{\mathrm{LOX}}$ から

$$
\begin{equation*}
W_{\text {payload }}=300-\left(W_{\text {structure }}+W_{\mathrm{LH} 2}+W_{\mathrm{LOX}}\right) \quad[\text { ton }] \tag{8}
\end{equation*}
$$

と求める．加えて，胴体サイズ，飛行性能に関する接続条件とそのラグランジュ乗数を掛け合わせた項の和がべイロ一ド重量に加えられる。

## 4.2 空力解析

空力特性はプログラム $\mathrm{CRSFLW}^{9}$ によって解析的に求め られる。任意の迎角とマッハ数の揚力係数と抗力係数を計算するための空力係数が計算される。
－変数
胴体サイズ $l_{1}, l_{4}, a, b$
翼サイズ $\quad l_{2}, l_{3}, s$ ．
空力係数 $\quad C_{\text {AERO }}$
－制約条件
胴体サイズ，翼サイズと空力係数を関連付ける条件．
翼形状に矛盾が生じないための条件。
胴体サイズに関する接続条件。
－目的関数
翼サイズ，飛行性能に関する接続条件とそのラグランジ ユ乗数を掛け合わした項の和。
4.3 軌道計画

スペースプレーンはマッハ 6 まで ATR，マッハ 12 まで作動するSCR を使って離陸，上昇，加速する。以後，ROC を使用し，高度 $90[\mathrm{~km}]$ 以上で遠地点高度 $400[\mathrm{~km}]$ の楕円軌道に入った時点で一旦 ROC を停止する。その後，高度 400 ［km］で再び ROC を点火して，スペースブレーンは円軌道 に投入される。一方，ATR と SCRにROC を併用すること ができることに注意する ${ }^{10)}$ 。

状態変数は高度 $h$ ，速度 $\nu$ ，経路角 $\gamma$ ，質量 $m$ の 4 つであ り，制御変数を迎角 $\alpha$ とすると，運動方程式は次のように表される ${ }^{11)}$ 。
$\frac{\mathrm{d} h}{\mathrm{~d} t}=v \sin \gamma$
（9a）
$\frac{\mathrm{d} v}{\mathrm{~d} t}=\frac{\left(T_{\mathrm{ATR}}+T_{\mathrm{SCR}}+T_{\mathrm{ROC}}\right) \cos \alpha-D}{m}-\frac{\mu \sin \gamma}{r^{2}}$
$\frac{\mathrm{d} \gamma}{\mathrm{d} t}=\frac{\left(T_{\mathrm{ATR}}+T_{\mathrm{SCR}}+T_{\mathrm{ROC}}\right) \sin \alpha+L}{m v}+\left(\frac{\nu}{r}-\frac{\mu}{v r^{2}}\right) \cos \gamma$
$\frac{\mathrm{d} m}{\mathrm{~d} t}=-\left(\frac{T_{\mathrm{ATR}}}{I_{\mathrm{SPATR}}}+\frac{T_{\mathrm{SCR}}}{I_{\mathrm{SPSCR}}}+\frac{T_{\mathrm{ROC}}}{I_{\mathrm{SPROC}}}\right) \frac{1}{g_{0}}$
ここで，$\mu$ は重力定数，$g_{0}$ は地上での重力加速度，$I_{\text {SPATR }}, I_{\text {SPSCR }}$ ， $I_{\mathrm{SPROC}}$ は各エンジンの比推力 ${ }^{11)}$ ，$T_{\mathrm{ATR}}$ ，$T_{\mathrm{SCR}}, ~ T_{\mathrm{ROC}}$ は各エン ジンの推力，$D, L$ は抗力，揚力である。

離陸時の初期条件として，

$$
\begin{align*}
& h(0)=0[\mathrm{~km}]  \tag{10a}\\
& \gamma(0)=0[\mathrm{deg}]  \tag{10b}\\
& m(0)=300 \times 10^{3}[\mathrm{~kg}]  \tag{10c}\\
& L \cos \alpha+(T-D) \sin \alpha \geq m(0) g_{0}  \tag{10~d}\\
& \nu(0) \leq 150[\mathrm{~m} / \mathrm{sec}] \tag{10e}
\end{align*}
$$

終端時間は ROC 停止時とし，終端条件として

$$
\begin{align*}
& h\left(t_{\mathrm{f}}\right) \geq 90[\mathrm{~km}]  \tag{11a}\\
& \gamma\left(t_{\mathrm{f}}\right) \geq 0[\mathrm{deg}] \tag{11b}
\end{align*}
$$

と，終端状態 $h\left(t_{\mathrm{f}}\right), \gamma\left(t_{\mathrm{f}}\right), v\left(t_{\mathrm{f}}\right)$ より求められる遠地点高度が 400 ［km］であるという条件が存在する。加えて，飛行経路 に次の不等式制約条件が加えられる。

$$
\begin{align*}
& h \geq 0[\mathrm{~km}]  \tag{12a}\\
& q \leq q_{\max }  \tag{12~b}\\
& \alpha \leq 20[\mathrm{deg}]  \tag{12c}\\
& n \leq n_{\max } \tag{12~d}
\end{align*}
$$

ここで，$q$ は動圧，$n$ は荷重倍数である。
スペースプレーンは複数のエンジンを使用するため，運動方程式はエンジンを点火，停止するときに不連続に変化 する。よって，軌道計画問題を使用エンジンによって，ATR区間，SCR 区間，SCR＋ROC区間，ROC区間からなる 4 つ の問題に細分化する。

ここで，軌道計画問題は，目的関数が与えられれば，い わゆる最適制御問題である。本論文ではBDH 法7に従って，時間と時間に依存する変数を 200 個の要素に離散化して，最適制御問題を非線形計画問題に変換する。
－変数
離散化された状態量と制御量。
空力係数

## $C_{\text {AERO }}$

最大動圧，最大荷重倍数，最大推力 $q_{\text {max }}, n_{\text {max }}, T_{\text {max }}$
ATR，SCR intake 面積，ROC 推力
$\mathrm{LH}_{2}$ ，LOX 重量
$S_{\mathrm{ATR}}, S_{\mathrm{SCR}}, T_{\mathrm{ROC}}$ $W_{\mathrm{LH} 2}, W_{\mathrm{LOX}}$
－制約条件
離散化された運動方程式と制約条件。
$\mathrm{LH}_{2}$ ，LOX 重量 $W_{\mathrm{LH} 2}, ~ W_{\mathrm{LOX}}$ を状態量から求める式。
飛行性能，空力係数に関する接続条件。


第9図 最適形状


第10図 高度履歴



第12図 迎角履歴
－目的関数
推進剤重量，エンジン性能に関する接続条件とそのラグ ランジュ乗数を掛け合わした項の和。

| 表1 |  |  |
| :--- | :--- | :---: |
| 最適解 |  |  |
| 変数 | 最適値 |  |
| 胴体全長 | $l_{4}[\mathrm{~m}]$ | 63.48 |
| 胴体高さ | $a[\mathrm{~m}]$ | 6.00 |
| 胴体幅 | $b[\mathrm{~m}]$ | 6.36 |
| 翼スパン | $s[\mathrm{~m}]$ | 10.02 |
| ATR intake 面積 | $S_{\mathrm{ATR}}\left[\mathrm{m}^{2}\right]$ | 12.59 |
| SCR intake 面積 | $S_{\mathrm{SCR}}\left[\mathrm{m}^{2}\right]$ | 0.00 |
| ROC 推力 | $T_{\mathrm{ROC}}[\mathrm{ton}]$ | 226.6 |
| 最大推力 | $T_{\max }[\mathrm{ton}]$ | 226.6 |
| 最大動圧 | $q_{\max }[\mathrm{kPa}]$ | 100.0 |
| 最大荷重倍数 | $n_{\max }[\mathrm{G}]$ | 3.82 |
| ペイロード重量 | $W_{\mathrm{payload}}[\mathrm{ton}]$ | -13.75 |

## 4.4 最適解

第9図から第12図，表1に最適解を示す。最大化された ペイロード重量は負の値，－13．75［ton］となった。これは現在の技術水準からスペースプレーンの搭載ペイロード重量 を推算するときに生じる一般的な現象である ${ }^{12}$ 。スペース プレーンを実現するためには最低でも $5 \%$ ほどの重量の軽量化を図らなければならないことを示している。
得られた最適解はSCR を必要としていない。SCR を使用しないことで， $\mathrm{LH}_{2}$ を減らし，機体を小さく押さえるこ とで構造重量を軽减化していると思われる。また，翼の大 きさ，エンジンのサイズは離陸，加速するために必要な限界の大きさとなっており，無駄の無い洗練された機体が得 られたことから，最適解としての妥当性が認められる。

## 4.5 並列最適化法と従来解法の比較

前節に示した並列最適化法と，全ての制約条件，変数を一括して最適化を行っていく全体最適化法を比較する。第 13 図はROC 停止高度を $90[\mathrm{~km}]$ から $100[\mathrm{~km}]$ に変更して最適化計算を実行した結果である。初期解として前項の最適解を選び，解がほぼ推移しなくなった時点で収束したと判断した。本問題において，繰り返し計算1回（並列最適化 では outer loop 1 回）当たりの計算時間は並列最適化法のほ うが短いが，計算時間，収束回数ともに，全体最適化法の ほうが少ない。しかし，並列最適化法によれば，全体最適化法より目的関数が優れた最適解が得られる。1 つの問題 を分割することにより，各部分問題ごとの変数のオーダが ほぼ揃えられて計算精度が向上したためと，SQP 法に含ま れる 1 次元探索の結果が各部分問題ごとに異なる結果にな るためである。最終的に良い解に収束させるためには，全体的に見て一時的に解を改悪させる可能性がある。これは並列最適化法の特徴の1つといえる。

## 5．まとめと今後の予定

本論文では初めに航空機の機体設計と飛行経路の統合的最適化問題に代表される大規模最適化問題を定義し，それ を解く並列最適化法を提案した。次にそれを簡単な例題に


第13図 並列最適化と全体最適化の収束

適用しその有効性を確認した。最後に，スペースプレーン の最適化問題を定義し，示唆に富んだ解を得た。また，提案する並列最適化法の特徴についても調べた。

## 参考文献

1）Kirsch，U．：Optimum Structural Design，McGraw－Hill，New York， 1981.
2）Kroo，I．，Altus，S．，Braun，R．，Gage，P．and Sobieski，J．： Multidisciplinary Optimization Methods for Aircraft Preliminary Design，AIAA 94－4325 1994.
3）Braun，R．D．，Moore，A．A．and Kroo，I．M．：Collaborative Approach to Launch Vehicle Design，J．of Spacecraft and Rockets， 34 （1997），pp．478－486．
4）Balling，R．J．and Wilkinson，C．A．：Execution of Multidisciplinary Design Optimization Approaches on Common Test Problems，AIAA J．， 35 （1997），pp．178－186．
5）坂和正敏：非線形システムの最適化，森北出版， 1986 ．
6）加藤寛一郎：工学的最適制御，東大出版会， 1988.
7）土屋武司，鈴木真二：数理計画法を用いた最適制御問題解法に関する研究（その 2）ブロック対角ヘシアン法 の提案，日本航空宇宙学会誌， 46 （1998），pp．497－503．
8）Glatt，G．R．：WAATS－A Computer Program for Weights Analysis of Advanced Transportation Systems，NASA CR－ 2420 （1974）．
9）Mendenhall，M．R．，Goodwin，F．K．，Dillenius，M．F．E．and Kline，D．M．：Computer Program for Calculating the Static Longitudinal Aerodynamic Characteristics of Wing－Body－ Tail Configurations，NASA CR－2474（1975）．
10）土屋武司，鈴木真二：数理計画法を用いた最適制御問題解法に関する研究（その1）感度微分方程式の導入，日本航空宇宙学会誌， 45 （1997），pp．231－237．
11）加藤寛一郎：スペースプレーン，東大出版会， 1989.
12）土屋武司，鈴木真二：スペースプレーンの機体設計と飛行経路の同時最適化に関する数値解法，日本航空宇宙学会誌， 46 （1998），pp．346－353．

# 逆問題解法を用いた超音速旅客機の主翼設計 III 

＊富士通（株）宇宙システム部 松島 紀佐

＊＊航空宇宙技術研究所 岩宮 敏幸，真保 雄一，吉田 憲司，張 婉秋

Design of Optimized Aerodynamic Shape of a Wing for a SST in Navier－Stokes Flows by<br>Kisa Matsushima＊，<br>Toshiyuki Iwamiya＊＊，Yuichi Shimbo＊＊，Kenji Yoshida＊＊and Wanqiu Zhang＊＊<br>＊Space Systems Dept．Fujitsu Ltd．<br>${ }^{* *}$ National Aerospace Laboratory


#### Abstract

The aerodynamic shape of a wing for the NAL（National Aerospace Laboratory）SST is being designed by a supersonic inverse method．This method can handles the shape of a wing．It designs the section geometry at every span station of a wing which realizes the prescribed target pressure distribution．The design system consists of a newly developed inverse problem solver and a Navier－Stokes simulation code．The design procedure is based on the iterative residual correction concept．An arbitrary baseline shape is successively modified as the process of the inverse problem solver and $\mathrm{N}-\mathrm{S}$ simulation is iterated．The inverse problem solver determines the geometrical correction value for the current wing to be updated．The N－S simulation calculates the pressure distribution along the updated current wing surface．The residual is defined as the difference between the target and the current pressure distributions．The process is iterated until the pressure distribution of the modified wing geometry converges to a specified target pressure distribution．For the SST wing，the design target is a NLF（natural laminar flow）wing at the speed of $\mathrm{M}_{\infty}=2.0$ ．By means of the present design method，two challenges are taking place．The first challenge is the design of an NLF－wing for a wing－fuselage configuration．The first design has attained the better design result than the result by the traditional linear theory．The other one is the design of an NLF－wing for a wing－ fuselage with engine－nacelle configuration．For the second challenge，the feasibility has been confirmed that the method can be applied to the design of the wing which is being strongly influenced by the engine－nacelle．


1．はじめに
21世紀にむけて，航空旅客および運輸の量的拡大と効率的な移動•輸送手段のニーズを背景に次世代の超音速輸送機の研空開発が国際的に行われ ようとしている。我国では航空宇宙技術研究所を中心に超音速輸送機開発に関する各種の先端的研究が行われている。その中で革新的技術開発とし て，CFD による設計の実用化を目指した研究が本報告の母体である。

[^22]従来の航空機空力設計は線形理論と風洞試験を中心に，CFDによる流れ場のシミュレーションを パラメトリック・スタディに利用して試行錯誤的に形状 を探索するという方法で行われてきた。しか しながら航空機開発環境が厳しさを増す中， より高性能の航空機を効率的に開発する事が求められている。その為には形状探索を人海戦術的な試行錯誤でなく，物理法則から見て合理的に形状決定を行うシステムが望ましい。

計算機による形状自動設計手法の内最も効率的なのは逆問題解法を利用したアルゴリ ズムでありその中でも，Takanashi の積分方

程式法 ${ }^{1)}$ は収束が速く世界的に広く使われている優秀な方法である ${ }^{2)}$ 。しかし，Takanashi 法の適用範囲は遷•亜音速翼に限られており，超音速翼に は使えない。本研究では Takanashi 法の考え方を基礎に，超音速翼胴形態における主翼設計システ ムを構築した。また，そのシステムを実際的な設計に応用するため拘束条件などの考慮を工夫した。更に，空気力学的に複雑で設計に困難さが伴うと予想される，超音速機完全形態に対する翼の断面形状の最適設計の試みを報告する。

2．逆問題の定式化
空力設計における逆問題とは，翼面上の目標圧力分布を与えて翼の形状決定を行うものである。本研究における形状決定は，平面形を固定し翼の断面形状を決定する。即ち，逆問題の定式化とは圧力と形状の関係を方程式で表すことである。こ こでは，単独翼回りの流れ場を考え翼形状が変化 したときの流れ場の変化が薄翼の微小擾乱近似で記述できるという仮定のもと積分方程式を導出し た ${ }^{3)}$ 。この積分方程式は目標圧力分布と現状の圧力分布との差（ $\Delta \mathrm{Cp}$ ）を与えて形状の変化量（ $\Delta$ $\mathrm{f}(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ ）を解く式である。

次節で述バる様に本設計は Navier－Stokes 流れ を対象としている。しかし逆問題はこれを近似し た微小擾乱方程式を使用している。先に報告して いるように ${ }^{3)}$ ，定式化において微小擾乱方程式は解析的な取扱いが可能であるからである。

3．設計システム
図1に設計システムを示す。これは翼胴形態モ デルに対する翼の設計システムである。中心とな るのは2．で述べた逆問題解法の部分（形状修正量 の計算）と翼胴結合形態回りの Navier－Stokes シ ミュレーション部分（圧力分布の計算）である。

設計手順は翼の初期形状（Baseline）を与える事から始まる。与えられた翼を規定の胴体に CAD処理によって結合し，超音速機翼胴形態の形状を決定する。その回りに格子生成を行い，Navier• Stokes 流れ解析の計算を行ら。Navier－Stokes コ ードとしては，航空宇宙技術研究所の最新の標準的ソフトウェア ${ }^{4)}$ を利用した。このソフトウェア は，複雑形状を意識したマルチブロック格子対応 で，Cell－Center 型の有限体積法による離散化を

行っている。シミュレーションの結果の現状の圧力分布より目標との差である残差が計算出来る。

次の逆問題のステップでは圧力の残差を境界条件として翼形状の変化量を計算する。逆問題で取扱うのは胴体を除いた翼単体の形状である。逆問題を解くことにより新しい翼形状が決まるわけで あるがその形状は設計仕様の要求する条件を満た しているとは限らない。そこで，設計拘束条件を満足する様に変化量を調整し新し翼形状を決定し ている。

新しい翼形状（f）を再び CAD 処理によって胴体に結合し，翼胴形態の形状を作成する。

新機体形状に対し翼胴シミュレーションを実行 し残差を求める。更に，逆問題•翼胴シミュレー ションの設計ループを反復し残差が無視できる量 になったら収束とし設計形状が確定する。

## 4．実用化にむけて

実際の設計業務に応用するには設計拘束条件の適用が必要となる。3．で述べた様に逆問題の解は設計仕様を満たしているとは限らない。そこで，設計拘束条件を満足する様に変化量を調整し新形状を決定しているわけであるが，任意に拘束条件 を適用した場合の形状は最適形状ではなくなる。 ここでは，最適形状からの距離が許容範囲内であ れば反復することで工学的な最適形状が求まると いら立場から，単純明快に拘束条件の適用を逆問題解法とは独立に外的に行っている。別の言葉で言えば，拘束条件は緩和係数として作用している と考えられる。

以下，適用した拘束条件について述心゙る。

## 4． 1 後縁閉結

実用上，翼後縁は閉じていなければならない。 そのため，各スパン断面における翼厚分布の変化量を以下のように修正した。
$\Delta w_{s}^{\bmod }=\Delta w_{s}(x, y)-\frac{\int_{L . E}^{T . E} \Delta w_{s}(\xi, y) d \xi}{\int_{L \cdot E}^{T . E} d \xi}$
ここで，$\Delta w_{s}$ は逆問題の解として得られた翼厚の変化量，L．Eおよび T．E は各スパン断面の前縁•後縁を示す。
4．2 2 じり中心線の確保

ねじり中心線を通すため，各スパン断面の翼弦 $70 \%$ コード位置 $P_{0.7}(x, y, z)$ はある一本の直線上に乗っていなければならない。この設計では中心点 $P_{0,7}$ の $z$ が一定となる様に各スパン断面を z 方向 に平行移動した。

## 4． 3 翼厚の拘束

構造強度上の観点から翼厚拘束は重要な課題で ある。本設計では，各断面における翼厚／コード長 （ $t / c$ ）が， $0.03 \leq t / c \leq 0.037$ であることが要求さ れた。自然層流翼という設計目標に鑑み，ステップ関数的な前縁の膨張と続く上面の平坦な圧力分布 は維持するべきと考え，下面の形状を変化させる ことで翼厚の制御を行った。

この制御手法は，外翼部に対しては翼性能を劣化させることなく働いたが，中内翼部に対しては悪影響を与えた。そのため現在のシステムでは中内翼部（ $22.5 \% \sim 40 \%$ スパン）に対しては翼厚の拘束を取り外している。中内翼部は，逆問題解法に よる形状修正では翼厚が厚くなる。ただし，拘束 をなくし，逆問題の解をそのまま用いた場合でも翼厚は $t / c \leq 0.043$ の範囲であった。

## 5．翼胴形態における設計結果

図 2 が翼胴形態の平面図と側面図である。この形態の翼に対し，平面形は固定して翼断面形状を設計する。設計方針は揚抗比の高い翼を得ること である。

図 3 にスパン方向の荷重分布の設計前•後の状況を示す。 $\square を$ 点線で結んだものが目標とする荷重分布である。この荷重分布は線形理論による圧力抵抗最小の最適荷重分布である。破線が初期状態である。スパン全体にわたつて荷重（翼にかか る揚力）が不足している。逆問題設計法による収束形状での荷重分布を○と実線で示す。望ましい荷重分布がほぼ実現されている。

図 4 に代表的な 2 断面についての設計状況を示 す。上から $30 \%, 70 \%$ の各半スパン位置での断面 の状況である。各グラフには設計結果と初期の翼断面形状，及び目標圧力•初期圧力また設計結果の翼表面圧力分布がプロットされている。

初期形状は点線，初期形状による実現圧力分布 は＋記号。目標圧力分布が一点鎖線である。設計形状は実線，設計形状による実現圧力分布は菱形記号で示す。 $30 \%$ スパン位置においては上面•下

面とも目標圧力分布が精度良く実現されている。特に，今回の設計方針である自然層流翼に特有の ステップ関数状の上面圧力分布—前縁での急峻な膨張とその後の平坦な分布—が正確に実現されて いる。翼断面形状は，迎角が大きくなり（捻り上 げ），翼厚が増加している。
$70 \%$ スパン位置においても，初期状態に比べ設計後の圧力分布は格段に改良されて目標に近い分布が実現されている。しかし，一致の精度は翼厚 の拘束条件をはずして処理をしている $30 \%$ 位置 における状況よりも劣る。これは翼厚の拘束条件 を強制的に適用した為，最適形状から多少外れた形状が設計形状となってしまったことによる。 $70 \%$ 位置では本逆問題設計の解は設計仕様より薄くなる傾向であった。構造強度上の観点から $3 \%$ の厚みは確保しなければならないので外翼部
（ $40 \%$ スパン～ $100 \%$ ）に対しては逆問題の解を修正して翼厚を制御した。翼厚制御後の状況を設計の目的である自然層流翼という観点から見た場合， $70 \%$ 位置での目標からの誤差は問題にならな いことが 3 次元遷移安定計算 ${ }^{5}$ ；の結果確認された ので，図4の形状を収束形状とみなした。

6．エンジン付形態（完全形態）における設計
より複雑な空力現象を伴った翼形状の設計へと本逆問題設計手法の適用性を拡張するため超音速機完全形態に対する主翼の設計を試みた。翼設計 の上では，エンジン・ナセル・ダイバーターの存在が大きな問題点となる。これらは主翼と衝撃波 を含む非線形性の強い相互干渉を及ぼし合うから である。図5に超音速機完全形態の初期形状と超音速機が巡航状態とされるマッハ＝2．0，迎角 $=2^{\circ}$ で飛行する際の圧力分布図を示す。カラーの図で ないのでわかりにくいかもしれないが，翼下面の表面圧力分布の様子や，超音速機の回りの空間で のデルタ形主翼によるバウショックとナセルによ るバウショックの干渉などの複雑な空力現象が観察される。

この初期形状は，5．で述べた翼胴形態での設計結果の第3次の形状（図4に示した結果は第3次形状から更に設計を進め収束精度の良くなった 4次形状のものである）に円筒形のエンジンナセル をダイバーターにより翼に吊下げたものである。 エンジンの大きさ・取り付け位置などはコンコル

ドなどの例を参考に機体に合致した推力が得られ るように定めている。

設計の方針はエンジン付完全形態における自然層流主翼の実現である。ステップ関数状の上面圧力分布を最優先の目標として設計を進める。 6． 1 設計経過

図 6 から図 8 に，内翼•中翼•外翼それぞれの代表的な断面の設計経過を示す。各図の内容は以下の通りである。まず，一番上に機体の片側平面図に該当する断面のスパン位置を直線で示した。 $30 \%$ 位置は翼下面にエンジンが存在する。 $50 \%$位置はエンジン部のすぐ外側にあたり，エンジン部による衝撃波などの影響を大きく受ける。 $70 \%$位置においては，エンジン部からの影響は小さく なるが，無視は出来ない。

2 段目の図は翼断面形状の修正量を得るため逆問題解法ソフトウェアに与えた入カデータの概要 である。目標圧力分布（＋＋記号）•Current の圧力分布（○記号）および Current の断面形状である。詳しい説明は次節 6 。 2 で述べる。

3 段目の 2 枚の図は左の図が初期状態の表面圧力分布であり，右の図が残差修正ループを 2 回反復した後の圧力分布である。 $30 \%$ 位置においては上面の圧力分布がよりステップ関数状に変化した ことが認められる。 $50 \%$ 位置では圧力分布に顕著 な望ましい変化が認められる。上面圧力分布がス テップ関数状に変化したこと，下面の分布も目標圧力に近付き，従って圧力抵抗が下がる様に荷重分布が改善されつつある。 $70 \%$ 位置では荷重分布 の改善が多少認められる。翼胴形態での設計経験 から，形状修正は内•中翼部から早く収束し始め，外翼部へ伝播する傾向があるので，70 \％位置に顕著な改善が認められる様になるには更に反復が必要と思われる。
6． 2 逆問題解法の適用にあたつて
翼の下面にエンジン部が装着されたことにより，逆問題解法の適用に問題点が生ずる。重要な問題点の一つは，翼下面の衝撃波の存在による下面圧力分布の大きな振動や微分不連続性である。これ に対処する為，図6～図8の2段目の図に示す様 に逆問題の入力データを工夫した。翼の下面にダ イバーター・エンジンナセルが続いている部分に対しては下面目標圧力分布をCurrent圧力と同様 に変更した（図6参照）。エンジン部の外側でその

影響の強い部分については，下面のCurrent 圧力 は振動を緩和させて用いた。更に緩和させた Current 圧力に相似するプロファイルになる様に目標圧力分布も緩和した（図 7 参照）。外翼部に関 しては標準的な入力データを与えた（図8）。

## 7．まとめ

超音速逆問題解法を応用して，Navier－Stokes流における複雑な流体場での翼の実用設計を行っ た。対象は実機製作にむけて航空宇宙技術研究所 で開発の進んでいる次世代超音速旅客機の実験機 の主翼である。逆問題解法そのものは微小擾乱近似•薄翼近似を基礎としているため，そのままの形 では複雑形態に対する翼設計や Navier－Stokes 流 における翼設計には適用できない。また，逆問題に拘束条件を組入れることは境界条件が過多になる為，従来から困難であると言われて来ている。本報告では，設計手法をシステム化し逆問題解法を その一要素として活用することでこれらの問題点 を解決している。第1 の応用として翼胴形態にお ける主翼の翼断面形状設計を行った。第2の応用 として，現在進行中であるが，エンジン付完全機体形状における主翼の翼断面形状設計を行ってい る。設計結果は良好で，この設計法が実用的に応用可能であることがわかった。

参考文献
1）Takanashi，S．：IterativeThree－Dimensional Transonic Wing Design Using Integral Equations，
J．Aircraft，Vol．22，No． 8 （1985）655－660．
2）Dulikravich，G．S．：Shape Inverse Design and Optimization for Three－Dimensional Aerodynamics， AIAA－95－0695（1995）．
3）Matsushima，K．，Iwamiya，T．，Jeong，S．and
Obayashi，S．：Aerodynamic Wing Design for NAL＇s SST Using an Iterative Inverse Approach， NAL International CFD Workshop on SST Design （1998）．73－78．
4）高木亮冶：複雑形状まわりの流れの数値解析手法の開発，NAL TR－1375，（1998）
5）吉田憲司，上田良稲：NAL 小型超音速実験機の遷移特性の考察，日本航空宇宙学会 30 周年記念講演会（1999），163－166．


図1 残差修正法による設計システム


図2 S S T 翼胴結合体平面形


図 3 設計結果荷重分布
（目標荷重分布 および 初期状態との比較）



図4 設計結果（各スパン断面の圧力分布）
（ $30 \%$ 半スパン および $70 \%$ 半スパン）



図7 $50 \%$ 半スパンでの翼断面設計


図 $8 \quad 70 \%$ 半スパンでの翼断面設計経過

# ナセル付き S S T 主翼の捻り角最適化 

松田 昌三 ${ }^{1}$ ，若井 洋 ${ }^{1}$

# An Application of Numerical Optimization to a Wing Twist of SST Wing－Nacelle Configuration <br> by 

Masami MATSUDA ${ }^{{ }^{\bullet 1}}$ ，Hiroshi WAKAI ${ }^{{ }^{\bullet}}$

ABSTRACT
In order to obtain a fundamental configuration in the development of aircraft，characteristics of an initial candidate and various alternative configurations are estimated by CFD and wind tunnel tests．Performance of them are compared and evaluated，and a final configuration which satisfies the demand of performance is decided．These are general process of design．However，it requires a great deal of labor to obtain optimal configurations by parametric study，and this process has a tendency to depend on designer＇s experience．
Recently，application of optimal design to aerodynamic shapes is carried out all over the world so as to solve these problems．Optimal design is making practicable with the advance of CFD and computational speed，and automatic parametric study makes it possible to reduce the required time of design process．
There is every possibility that nacelles for a practical SST will be hanged below wings．It is important to reduce interference drag among wings，nacelles and a fuselage．The twist angles，the camber and the position of nacelles for main wings are parameters which affect the reduction of interference drag．However，in order to simplify the computation process， twist angles are selected as design parameters．
In this study，an optimization of twist angles for SST wing－nacelle configuration was carried out so that the drag coefficient was reduced under a constant lift coefficient．For the optimal configuration，the twist of main wings near the position of nacelle installation brought the reduction of the drag coefficient by about 5 counts．

1．はじめに
航空機の開発において基本的な形状を決定するためには，初期候補形状と様々な代替形状の各々の特性を CFD，風試等により推定し，それらの優劣を比較，評価することによ り要求性能を満たす最終形状を決定するという設計プロセ スが一般的である。しかし，形状変更パラスタにより最適 な形状を得るには多大な労力を要し，また，設計者の経験 に依存した試行錯誤的なプロセスになることが多い。

これらの問題を解決するために，近年，空力形状への最適化設計の適用が注目され，国内外で積極的な研究がなさ れている。最適化設計は，CFD，計算機処理速度の進歩に伴い実用化されつつあり，膨大な形状変更パラスタ検討を自動化することにより，最適な形状設計，設計期間の短縮 が可能となる。

本稿では，空力形状最適化の一例として，まず，SST 主翼単体形状の主翼捻り角を設計パラメータとし， $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 最小 （LD 最大）を目標とする設計を行なって，最適設計プログラ ムが有効なツールであることを確認した。そして，ナセル付きSST 主翼形状についても同様の設計を行なった。これ らの結果について報告する。

実機SST の形態としては主翼下にエンジンナセルを搭載 する形式が有力と考えられている。ごのナセル付き形態で は主翼—ナセルー胴体間の干渉抵抗を低減することが重要 な課題となる。干渉抵抗の低減には，主翼捻り角，キャン バー，ナセル配置が重要なパラメータとなるが，今回は計算簡略化のため捻り角を設計パラメータとする最適化計算

を行なった。

## 2．計算方法

今回用いられた最適化設計フローを図1に，最適設計プ ログラムの構成を下表に示す。

表1最適設計プログラムの構成

| 最適解探索ツール | 非線型逐次 2 次計画法 <br> （勾配法） |
| :---: | :---: |
| CFD コード | 超音速パネル法 |

3．最適化その1（SST 主翼単体形状）
a）計算条件
主翼単体形状の最適化では以下の条件で計算し，最適設計プログラムの性能確認を行なった。•

表2計算条件（SST 主翼単体形状）

| 初期形状 | NALSST ベースライン形状 <br> （図 2 参照） |
| :--- | :---: |
| パネル点数 | 主翼スパン方向 25 <br> コード断面 |
| 向上面 28 点，下面 28 点 |  |$|$

b）結果
主翼単体形状の最適化による $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 減少効果を図3に示す。設計 $\mathrm{C}_{\mathrm{L}}=0.1$ で捻りなし形状と比較して，最適化により約 5 カウントの $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 減少が図られている。ベースライン形状 との比較ではほぼ同じ $\mathrm{C}_{\mathrm{L}} \sim \mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 特性となっており，今回 の最適設計プログラムが捻り角最適化に関して有効なツ ールであることを確認できた。
最適捻り角形状とその形状における $\mathrm{C}_{\mathrm{p}}$ 分布をそれぞ れ図4と図5に，ベースライン形状と最適捻り角形状の捻り角分布の比較を図 6 に示す。ベースライン捻り角は内舷から外舷にかけて単調に捻り下けとなっていくのに対し，最適捻り角では全般的には同様の傾向であるが，前縁ノ後縁キンク位置付近で不連続な捻り角分布となっ ている。しかし，図3に示されるようにこの程度の捻り角の差は $\mathrm{C}_{\mathrm{L}} \sim \mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 特性にほとんど影響を与えていない。

表3設計 $\mathrm{C}_{\mathrm{L}}$ における $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 値

| 形状 | $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 値（counts） |
| :---: | :---: |
| 捻りなし | 64.1 |
| ベースライン | 58.8 |
| 最適捻り角 | 58.7 |

4．最適化その 2 （ナセル付き SST 主翼形状）
a）計算条件
主翼形状の最適化では以下の条件で計算を行なった。

表4 計算条件（ナセル付きSST 主翼形状）

| 初期形状 | ナセル付きSST 主翼形状主翼捻り角は 0 deg （図7参照） |
| :---: | :---: |
| パネル点数 | 主翼スパン方向 17 断面 コード方向上面 31 点，下面 31 点 |
| 最適目標 | $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 最小（L／D 最大） |
| 拘束条件 | $\mathrm{C}_{\perp}=0.12$ |
| 設計パラメータ | 5断面の捻り角 $\eta=0.1,0.25,0.5,0.75,1.0$ <br> 捻り中心…前縁，後縁下げ…正 |
| 設計ポイント | $\mathrm{M}=2.2, \mathrm{C}_{\mathrm{L}}=0.12, \quad \alpha=3 \mathrm{deg}$ |

b）結果
図 8 の $\mathrm{C}_{\mathrm{L}}$ ， $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ の収束状況から，確実に設計 $\mathrm{C}_{\mathrm{L}}$ を保ち ながら $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ が最小化されていくのが分かる。

ナセル付き主翼形態の最適化による $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 減少効果を図9 に示す。設計 $\mathrm{C}_{\mathrm{L}}=0.12$ で捻りなし形状と比較して，最適化により約 5 カウントの $C_{D}$ 減少が図られている。最適形状に関して，初期形状との形状比較を図 $10, ~ C_{p}$分布の比較を図11，捻り角分布の比較を図 12 に示す。 これらの結果から，最適形状ではナセル取付部付近の主

翼を捻り下げることで，翼とナセルの干渉領域における抗力成分を減らしていることが分かる。したがって，ナ セル付きSST 主翼に最適設計を適用することは十分有効 な手段である。

表5 設計 $C_{L}$ における $C_{D}$ 値

| 形状 | $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 値（counts） |
| :---: | :---: |
| 捻りなし | 74.0 |
| 最適捻り角 | 69.5 |

## 4．まとめ

本稿での内容，成果を以下のようにまとめる。
－捻り角を設計パラメータとし，LD 最大を目的とする最適化を行なった。
－SST 主翼単体形状の結果から，今回の最適設計プログラ ムが捻り角最適化に関して有効なツールであることを確認した。
－ナセル付きSST 主翼形状の最適化では，ナセル取付位置付近の主翼を捻り下げ，干渉領域の抗力成分を減らして いる。

- それにより，約 5 カウントの $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ の減少効果を得た。
- ナセル付きSST 主翼に最適設計を適用することが有効で あることを確認した。

今後の課題としては以下の項目があげられる。
－胴体，ダイバータを含めた実機形状への適用

- ナセル配置，主翼キャンバーの最適化
- 実用的 Euler コードの適用


図1最適化設計フロー


図2 初期形状（主翼単体形状）


図3 最適化による $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 減少効果（主翼単体形状）


図4 最適形状（主翼単体形状）


図5 最適形状の $C_{p}$ 分布（主翼単体形状）


図6 捻り角分布の比較（主翼単体形状）


図7 初期形状（ナセル付き主翼形状）


図 8 最適化における $\mathrm{C}_{\mathrm{L}}, \mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ の収束状況（ナセル付き主翼形状）


図9 最適化による $\mathrm{C}_{\mathrm{D}}$ 減少効果（ナセル付き主翼形状）


図 10 形状比較（ナセル付き主翼形状）


図11 $\quad C_{\text {万 }}$ 分布比較（ナセル付き主翼形状）


図 12 捻り角分布の比較（ナセル付き主翼形状）

# 翼胴ナセル結合体への逆設計法の適用 

大林 茂 ${ }^{1}$ ，鄭 信圭 ${ }^{1}$ ，中橋和博 ${ }^{1}$ ，岩宮敏幸 2

# Application of Inverse Design Method to Wing－Nacelle Configuration 

By
Shigeru Obayashi，Shikyu Jeong，Kazuhiro Nakahashi，and Toshiyuki Iwamiya


#### Abstract

Takanashi＇s inverse design method has been extended to wing－nacelle configuration using the unstructured grid approach．To treat a flow field around wing－nacelle combination，Takanashi＇s method has been modified to exclude the bow shock wave due to the nacelle and its downstream from the integral region．Even with the modification，the inverse method converges reasonably well．The unstructured grid approach greatly reduces the workload necessary for the grid generation in the inverse design cycle．This directly reduces the total amount of the design time．


1．はじめに
次世代 S S T の空力設計のために，航技研と東北大の共同研究として高梨の逆解法が超音速領域へ払張され，昨年の本 シンポジウムでも報告された［1］。この方法は，微小擾乱ポテ ン・シャルの式を翼面上の積分方程式に変換し，圧力の差 $\Delta C_{P}$ を境界条件として形状変更量 $\Delta f$ を求めるものである。この方法は，形状変更量 $\Delta f$ に見られるように本来薄翼の形状変更を定式化している一方，境界条件の与え方 $\Delta C_{P}$ に見られる ように残差修正法を適用しているため薄翼流れに限らず幅広 い流れ場に対して適合性を持っている。

このため，圧力の差 $\Delta C_{p}$ を求めるためには，微小擾乱ポテ ンシャルに限らず，オイラー計算やナヴィエ・ストークス計算を利用することができる。さらに，オイラーやナヴィエ・ ストークス計算が適用できるといらことは，薄翼に限らずー一すなわち単独翼に限らず，翼胴結合体や翼ナセル結合体に適用できることにほかならない。無論，胴体やナセルが高梨 の方法で設計できるわけではないが，それらの要素の影響下 にある流れ場を扱らことによって，それらの要素がある場合 も翼の設計ができるのである。従って，高梨の逆解法は，幅広い形状適合性も持っている。

この性質を利用して，航技研小型高速実験機の空力設計で は翼胴形態で逆設計が行われた［1］。本研究では，翼ナセル形態での逆設計の適合性を検証する。このとき，問題として注目すべきなのは，逆設計全体のプロセスの効率性である。逆設計のプロセスを図 1 に示す。ここでの主要な計算要素とし て，格子生成•流れ場の計算•形状修正量の計算の 3 要素が ある。このうち形状修正量の計算は，支配方程式が微小擾乱 ポテンシャルである上に翼面上の積分方程式に変換されてい るため，計算量としては最も少ない。

そこで，通常の CFD 計算と同様に翼ナセル形態のような複雑形状に逆設計を適用するには，格子生成がボトルネック となる。このため，非構造格子法を使用することにした［2］。計算例として，既存の翼ナセル形態を逆設計で再構築した例 を挙げる。

## 2．計算法

非構造格子の生成には中橋らの方法 $[2-4]$ を用いた。パッチ のマッピングを行わずに，物体表面に直接 advancing front法を適用することで，物体面の曲率に応じた滑らかな格子を生成することができる。図2は翼ナセル形態の表面格子であ る。ナセルは円形断面を持ち， $50 \%$ 位置にキンクを持つ単純 な形状とした。

[^23]

図1 高梨の逆解法の流れ図

a）全体図

図2 翼ナセル形態の非構造表面格子

b）ナセル部拡大図
図2 翼ナセル形態の非構造表面格子（続き）
非構造表面格子は自動的に生成することができるが，自動化には注意が必要である。図3に翼前縁付近の拡大図を示す。 a）は自動的に表面格子を生成した例で，翼の前縁という曲率 が大きな形状特徴を認識していないため，一定のスパン位置 で翼断面を書かせると，このように形状をうまく再現できて いないことがわかる。したがって，格子生成の際に形状特徴線を認識させておくことが重要である。本研究では，翼前縁付近に構造格子を埋め込むことでこの問題を回避した。図3 のb）が本研究で使用した格子の翼断面分布である。

空間の四面体格子は Delaunay 法によって生成した。空間格子生成は自動化が比較的容易で，ナセル周りにも問題なく自動的に生成することができた。図4に，空間格子の様子を示す。

流れ場は非粘性を仮定し，オイラー方程式を解く。セル頂点の有限体積法を用い，さらに LU－SGS 陰解法を適用した。
a）初期表面格子
図3 翼前縁付近の格子分布

b）構造格子を利用した形状特徴線の保持
図 3 翼前縁付近の格子分布（続き）

b）
図4 空間格子

## 3．逆設計

高梨の方法は基礎方程式として微小擾乱方程式を用いてい る。反復解法で複雑流れに対応できるとはいえ，流れ場によ っては収束しない場合や，収束が極端に悪くなるケースが考 えられる。たとえば，剥離のある流れで逆設計をしたい場合 である。剥離をなくすような圧力分布を与えられる場合を除 き，剥離流れのもとで逆設計することは基本的にできない。

同様のことが渦のある流れにもいえる。高梨法では遷音速 の場合でも翼根や翼端で収束性が悪くなる傾向があったが，超音速流れでは極端に収束性が悪くなる［5］。翼端では当然翼端渦を放出しているわけだし，通常用いられるisobar 設計は翼根で渦なし流れの仮定を破る。

翼ナセル形態では，ナセルによる衝撃波の生成が逆解法の収束に悪影響を及ぼす。超音速の逆解法では，翼面上の形状修正量は前方マッハ錘における積分によって決定される。こ の積分は微小擾乱方程式から導かれている。そこで，ナセル衝撃波の下流では，高梨法本来の積分項を落とし，低次の関係式を使用することで，収束への悪影響を抑えることができ る。本研究では図5のように領域分けを行い，高次と低次の近似をハイブリッド化することによって，妥当な収束性を維持することができた。

## 0 mitegral

$$
\begin{aligned}
& \Delta v_{0}(x, y)=-\Delta u_{a}(x, y)+\frac{1}{x} \iint_{\pi} \frac{\left(x-\xi \Delta u_{2}(x, y)\right.}{(y-z)^{2} \sqrt[2]{(x-\xi)^{2}-(y-y)^{2}}}
\end{aligned}
$$



$$
\begin{aligned}
& 0 \text { Supericise lineritid preasure coenliciont equations } \\
& \qquad \begin{aligned}
\Delta x_{s}(x, y) & =-\Delta w_{d}(x, y) \\
\Delta w_{d}(x, y) & =-\Delta u_{d}(x, y)
\end{aligned}
\end{aligned}
$$



図5 翼面パネルの領域分け

## 4．結果

本稿では既存の設計翼［5］にナセルをつけて計算を行い，そ の圧力分布をターダットとして，あらためて逆設計を行った。流れ場の条件はマッハ数2，迎角2度である。初期翼，ター ゲット翼，設計翼の 3 つについて， $20, ~ 40, ~ 90 \%$ の各スパン断面における圧力分布の比較を図6に，形状の比較を図7に示す。圧力分布は，ナセルの影響が顕著な領域を含めてよい収束性を示しており，本設計法が実用可能なことが確かめら れた。一方，形状については必ずしもターゲットに収束して いないが，一般に逆解法の解には一意性がないので，圧力分布の収束具合から見て妥当な結果であると結論できる。形状 を含めて収束性を高めるには，翼のねじり分布を拘束するな どの，付加条件が必要であろう。
マルチブロック構造格子を用いて翼ナセル形態の格子を生成するには3日間程度必要であったが，非構造格子であれば 1 日の分の作業量にもならない。複雑形状設計の効率化のた めに，高梨法と非構造格子法を組み合わせた設計環境を今後 も開発していくことが望ましい。

文献
［1］松島，岩宮，鄭，大林，「逆問題解法を用いた NAL－SST の主翼設計」航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジ ウム，航技研，1998年6月。
［2］鹿野，中橋，「HSCT 模型の数値解析（その 4）」航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム，航技研，1998年 6 月。
［3］Nakahashi，K．and Sharov，D．，＂Direct Surface Triangulation Using the Advancing Front Method，＂ AIAA Paper 95－1686， 1995.
［4］Sharov，D．and Nakahashi，N．，＂A Boundary Recovery Algorithm for Delaunay Tetrahedral Meshing，＂ $5^{\text {th }}$ International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Flow Simulation，pp． 229－238， 1996.
［5］Jeong，S．，Obayashi，S．，Nakahashi，K．，Matsushima， K．and Iwamiya T．，＂Iterative Design Method for Supersonic Wings Using Integral Equations，＂ Computational Fluid Dynamics Journal，Vol．7，No．3， pp．365－374，October 1998.


図6 翼ナセル逆設計の圧力分布比較

# 非構造オーバーセット格子による <br> 超音速実験機・プースター分崔シミュレーション 

富樫 史弥，中橋 和博，伊藤 靖，森野 裕行，岩宮 敏幸

# Flow Simulation of NAL Experimental Supersonic Airplane／Booster Separation 

# Using Overset Unstructured Grids 

By<br>Fumiya TOGASHI ${ }^{* 1}$ ，Kazuhiro NAKAHASHI ${ }^{* 1}$ ，Yasushi ITO ${ }^{*}$ ，Hiroyuki MORINO ${ }^{* 2}$ ，Toshiyuki IWAMIYA ${ }^{* 3}$


#### Abstract

In this paper，an efficient and robust algorithm to localize the intergrid boundaries for the overset unstructured grid method is proposed． The simplicity and automation in the intergrid－boundary definition are realized using the wall distance as a basic parameter．The neighbor－to neighbor jump search algorithm is efficiently utilized in the method．The robustness and efficiency of the search is improved by a use of subsidiary grids that are generated as a byproduct of the Delaunay triangulation method．The basic procedure of the present method is descried for a multi－element airfoil problem．The effects of the overset method to the solution accuracy and the convergence are tested by the ONERA M6 wing．The overset unstructured grid method is applied to a flow simulation about an experimental supersonic airplane separation from a rocket booster．Two unstructured grids，each of which covers the airplane and the rocket booster respectively，are used for the simulation．The grid around the rocket booster moves with time in the stationary grid about the airplane．The computed result clearly simulates the shock wave patterns between two bodies．Comparisons with the experimental results show good agreements in the lift and pitching moment coefficients of the airplane and booster during the separation process．


## 1．はじめに

現在，航空宇宙技術研究所では，次世代超音速輸送機の基礎研究として小型超音速実験機プロジェクトが進められ ている。［1］このプロジェクトにおいては，エンジンなしの小型超音速実験機が，固体ロケットブースタにより地上か ら打ち上げられ，高度 18 km においてブースタを分離する。 そしてマッハ 2.0 の条件から飛行実験を開始し，空力特性，表面圧力などの技術データを取得し，回収される予定であ る。このような実験機とブースターの分離過程においては， ロケットブースターの先端で生じる衝撃波が実験機下面に あたり，実験機のピッチングモーメントに急激な変化を与 える。現在，航空宇宙技術研究所ではこの実験機・ブース ター分離における風洞試験が行われている。この風洞実験 に加え，実験機・ブースター間における空力干渉をより詳細に解析するためのシミュレーションが必要である。そこ で，本論文では新しく構築した非構造格子オーバーセット法を用いて，このシミュレーションを行う。

一般に，このようなブースタ分離問題を取り扱うのには，構造格子オーバーセット法が用いられてきた。構造格子オ ーバーセット法は複雑形状を構造格子で扱うために，Steger ら［2］によって導入された手法である。しかしながら，従来 の構造格子オーバーセット法には，格子生成および格子間

[^24]情報に大変な労力を要する。まず，重ね合わせた格子のう ち，物体やその他の外部領域の部分に対応している不要領域（Chimera－hole）がそれぞれの格子にあけられる必要があ る。次に，Chimera－hole 境界において格子間情報を構築する必要がある。このためには Chimera－hole 境界における全て の点について， 3 次元的な内挿セル探索を行う必要がある。 さらに，複雑形状を記述するためには多くの構造格子を重 ね合わせなければならず，そのことは Chimera－hole 境界の増加を意味することになる。今日，格子間情報構築のため のいくつかのコードが開発されてはいるものの，依然とし て，それらは高度な技術と労力を必要とする［3，4］。このよう な問題点により，構造格子オーバーセット法はその広い応用性を活かしきれてはいない。
非構造格子オーバーセット法は上記に述べた既存の構造格子オーバーセット法の問題点を克服する長所を持ってい る。それは非構造格子を用いることで，複雑形状を記述す るためのサブグリッドを生成する必要性は構造格子と比べ，著しく減ること，データの非構造性から格子間情報を構築 するのが容易であること，さらに，移動物体問題のための コード拡張は比較的容易に行うことが可能であることなど である。
既に筆者らは非構造格子オーバーセット法に関する計算領域特定のアルゴリズムを発表している［5］。 単純かつ自動の計算領域特定は物体壁面からの距離を基本パラメータ

として用いることで実現している。また，内挿セル探索に はローソンの方法を用いた。

本論文での目的は非構造格子オーバーセット法の構築， および，その精度，収束履歴の検証，そして，NAL 小型超音速実験機・ロケットブースターの分離シミュレーション とその結果と風洞実験データとの比較である。

## 2．計算頜域の決定

オーバーセット法では以下の作業が必要である。
（1）各格子がカバーする領域の決定（Chimera hole 生成）
（2）格子間の情報交換のためのセル探索と内挿関数決定
このステップにおいて，非構造格子では一度内挿セルが決定されれば，2次元の三角形および 3 次元の四面体に対し線形的な内挿が容易に行われる。また，今回のアプローチ においては内挿境界点に対する内挿セルは計算領域决定時 に自動的に行われる。そこで第1 ステップを以下で検討す る。

## 3．自動的な Chimera hole の生成

移動物体問題を取り扱うために，Chimera hole の自動的生成が完全に行われる必要がある。さもなければ，オーバー セット法の利点は失われてしまう。Chimera hole の生成には碓実性を重視し，物体壁面からの距離を用いた。つまり，各格子点の壁からの距離を，相手方の格子内の壁距離と比較し，小さいほうの格子を活かす方法である。以下にその手順を示す。

1．各物体周りに格子を生成
2．各物体内にも物体境界点による三角形格子を生成 3．探索のための格子情報を生成
4．各格子点について，その格子内の物体境界からの距離を計算
5．各格子点について，相手方格子のセルを探索し，相手方格子の壁距離と比較
（a）自分の壁距離が小さい場合，その節点のflagを1
（b）相手方のほうが小さい場合，flagを 0
（c）対応セルがない場合（相手格子の領域外）flag を 1
6．各セルについて，セルを構成する節点の flag を調べる
（a）全ての flag が 1 のとき，そのセルを内部セルに登録
（b）全ての flag が 0 のとき，外部セルに登録
（c）節点が相手格子の物体内に存在する場合，外部セル に登録
（d）上記（a）～（c）以外のとき，格子境界セルに登録
7．内部セルと境界セルから格子再構築

## 8．内挿情報を構築

図1において，節点 i は格子 A の点であり，a－b－c で表さ れるセルは i の格子 B に対するドナーセルである。節点 i

の格子 A の壁面までの距離とセル a－b－c の格子B までの距離 が比較され，この場合，節点 i の距離のほうが小さいため， この節点の flag は 1 となる。逆に，節点 j の flag は 0 となる。上記に述べた作業は非常に単純であるが，自動的に Chimera hole を生成する。また，第 6 ステップで内挿境界セルも自動的に決定される。

## 4．セル探索

Chimera hole 生成のためには，全ての節点が重なっている格子のどこのセルにあるのかを探索する必要がある。しか しながら， 3 次元形状における探索回数は数百万を超えるこ ともまれではない。ゆえに，高速かつ確実な探索アルゴリ ズムが要求される。

本論文では，ローソンの方法を探索アルゴリズムに適用 した。これは，スタートセルの面から目標点がどちら側に あるかを判別し，面の向こう側にあるならその方向に進ん でいく手法である（図2）。この手法の利点は 3 次元問題でも 1 次元的な探索となる点である。しかしながら，図 2 に示す ように，A 地点からの探索は成功するものの，探索途中に物体がある B 地点からの探索，および，外部領域がある C地点からの探索は失敗してしまう。このような場合，スタ ート地点を変更して，探索をしなおす必要がある。
そこで，計算領域外にも格子を生成し，より確実かつ効果的な探索を可能とした（図 3）。もし，Delaunay 格子生成法 を用いるならば，この領域外の格子は格子生成の副産物と して，容易に得ることができるものである。
複数の移動物体問題においては，内挿境界の構築はでき るかぎり効果的でなければならない。セル探索の効率はス タート地点の決定に依存する。そのため，第1回目の探索 で得られたドナーセルを記憶しておけば，次回に物体がわ ずかに移動した状態での探索はより効率的なものとなるは ずである。

## 5．ONERA M6による検酲

非構造格子オーバーセット法の妥当性を確かめるために ONERA M6 翼［6］を用いてオーバーセットによる精度への影響および，収束履歴への影響を検証する。まず，ONERAM6翼の周りに箱型の格子を生成し，それとは別に外部領域の格子を生成，それら 2 つの格子をオーバーセットして計算 を行う。その結果を単一非構造格子で得られた結果および実験データと比較することで検証を行う。図4にONERA M6 翼の周りにはられた箱型の格子および外部領域を示す。外部領域には半球状の格子を用いた。

計算条件はーッハ数 0.84 ，迎角 $3.06^{\circ}$ で行い，支配方程式は 3 次元オイラー方程式を用いた。計算により得られた圧力分布図を図5に示す。この図から，箱型の ONERA M6翼周りの格子と外部領域の格子との間での格子間情報の交換が正確に行われていることがわかる。図 6 にオーバーセ

ット格子と単一非構造格子のそれぞれを用いた計算の収束履歴を示す。この図からオーバーセットによる収束履歷へ の影響はほとんどないことがわかる。

図7に翼面上での各スパン長での Cp 分布図を示す。この図から，オーバーセット法による計算結果と単一非構造格子法による結果にはほとんど差がなく，また実験データと よく一致していることがわかる。オーバーセット法による結果と単一非構造格子法による結果の比較ではオーバーセ ット法の結果での第 2 衝撃波の位置が単一非構造格子法の それよりも後方に位置している。第1衝撃波の位置はとも によく一致していることをから，このずれは ONERA M6 翼周りの箱型の格子が単一非構造格子に比べ非常に細かいも のになっているためと思われる。

6．小型超音速実験機・プースター分滖シミュレーション非構造格子オーバーセット法を用いて，NAL 小型超音速実験機とロケットブースターの分離シミュレーションを行っ た。実験機，ブースターそれぞれの格子は共に半円柱上の ものを用い，ブースターの格子は実験機側の格子に完全に包み込まれるようにした。図 8 に全体の格子図を，図 9 に計算領域を特定した後の格子の様子を示す。超音速実験機周りの格子（色の薄い格子）とブースタ周りの格子（色の濃い格子）がそれぞれ担当する領域を完全に分けあっているこ とがわかる。

セル探索において，ロケットの格子の各点が約 320 万セ ルをもつ実験機の格子のどこに位置するのかを探索するの に1節点につき，平均 102 セルの移動が必要であった。逆 に，実験機の格子の各点が約 97 万セルをもつロケットの格子のどこに位置するのかを探索するのには 1 節点につき，平均 68 セルの移動が必要であった。探索におけるスタート地点の決定は 1 つ前の探索のゴール地点を用いた。セルの番号付けが番号の近いセル同士が遠く離れないように行わ れていればより効率よくなるであろう。格子間情報の構築 に要した時間はDec Alpha（21164／513MHz）を用いて，1ヶ ースにつき約 $10-15$ 分であった。

シミュレーションは計算条件をマッハ数2．5，迎角を実験機は $2.0^{\circ}$ ，ロケットを $0^{\circ}$ に固定し準定常計算を行った。実験機とロケットのそれぞれの重心の相対距離（ $\Delta \mathrm{Z}$ ）は 0.4 m から 5.0 m まで移動して計算した。その計算結果を図 10 に示す。プースタ先端からの強い衝撃波が実験機下面にあ たり，反射して再度ブースタにあたる様子が捕らえられて いる。また実験機とブースタの間の衝撃波による干渉は機体間の距離が 5 m くらいまでは観察される。

計算結果と風洞試験データこの揚力係数 Cl およびピッチ ングモーメント Cm の比較を行った（図 11）。ここで $\Delta \mathrm{Cl}$ ，お よび $\Delta \mathrm{Cm}$ は実験機とロケットの分離時の Cl および Cm と実験機またはロケットが単体で飛行したと仮定したときの Cl および Cm の差を意味している。Cl においてはロケット

の先端で生じた衝撃波が実験機下面にあたり一時的な揚力 の上昇を引き起こしており，また，ロケットは実験機から の衝撃波ばかりでなく，ロケット自身からの衝撃波が実験機の下面で反射することで，揚力の減少を引き起こしてい る。また， Cm においては分離初期においてはロケット先端 での衝撃波により，実験機ははじめは頭上げのモーメント を受け，衝撃波が後方に移動するにつれ次第に頭下げのモ ーメントを受けるようになり，衝撃波が主翼を通り過ぎる と一時的にモーメントは回復する方向に向かうが，尾翼に衝撃波が当たることで再び頭下げのモーメントを受けてい ることがわかる。最終的に $\Delta \mathrm{Cl}$ および $\Delta \mathrm{Cm}$ はともに 0 に近 づいていく。実験体との比較において，実験機側は $\Delta \mathrm{Cl}, ~ \Delta$ Cm ともシミュレーション結果と実験とはよく一致してい る。しかし，ロケットブースタについては実験体と少しず れている。これは機体間を結合させるフリンジがシミュレ ーションに用いたブースタにはついてないことが影響を与 えていると思われる。

## 7．結会

非構造格子オーバーセット法を新しく構築し，その妥当性をONERA M6 翼で検証した。その結果より，オーバーセ ット法による精度および収束履歴への影響がないことを確認した。

次にNAL小型超音速実験機とロケットブースターの分離 シミュレーションを非構造格子オーバーセット法を用いて行った。計算結果は 2 つの物体間における複雑な衝撃波反射をはっきりと捕らえていた。また，風洞試験における Cl および Cm とよく一致していた。

## 8．劣考文献

［1］Iwamiya，T．，＂NAL SST Project and Aerodynamic Design of Experimental Aircraft，＂Proc． Computational Fluid Dynamics＇98，Vol．2，ECCOMAS 98，John Wiley \＆Sons，Ltd．pp．580－585， 1998.
［2］Steger，J．L．，Dougherty，F．C．，and Benek，J．A．，＂A Chimera Grid Scheme＂，ASME Mini－Symposium on Advances in Grid Generation＂， 1982.
［3］Rogers，S．E．，Cao，H．V．，and Su，T．Y．，＂Grid Generation for Complex High－Lift Configurations＂， AIAA Paper 98－3011，June 1998.
［4］Wang，Z．J．，Parthasarathy，V．，and Hariharan，N．，＂A Fully Automated Chimera Methodology for Multiple Moving Body Problems，＂AIAA Paper 98－0217， January 1998
［5］Nakahashi，K．，Togashi，F．and Sharov，D．，＂An Intergrid－Boundary Definition Method for Overset Unstructured Grid Approach＂，AIAA Paper 99－3304， June 1999.
［6］Schmitt，V．，and Charpin，F．，＂Pressure Distributions on the ONERA M6－wing at Transonic Mach Numbers，＂Experimental Data Basa for Computer Program Assessment，AGARD AR－138， 1979.


Fig． 1 Determination of intergrid－boundary


Fig． 2 Neighbor－to－neighbor search．The searches from $B$ and $C$ fail．


Fig． 3 Neighbor－to－neighbor search in a convex domain．


Fig． 4 Overset unstructured grids for the ONERA M6－wing


Fig． 5 Computed pressure contours on the wing and symmetrical plane for the ONERA M6－wing at $M_{\infty}=0.84, \alpha=3.06^{\circ}$ ．


Fig． 6 convergence histories for the ONERA
M6－wing at $M_{\infty}=0.84, \alpha=3.06^{\circ}$


Fig． 7 Comparison of Cp distributions for the ONERA M6－wing at semispan locations of 44\％，

$$
65 \%, 80 \%, 90 \%, M_{\infty}=0.84, \alpha=3.06^{\circ}
$$



Fig． 9 A cut view of overset grid：（a）Enlarged view around the noses（b）A cut view $\mathrm{X}=0.5$

Fig． 8 Overset grids for the supersonic airplane（outer cylindrical region）and rocket booster（inner cylindrical region）．


Fig． 10 Computed pressure contours and experimental Schlieren photograph at $M_{\infty}=2.5$ ，angle of attack of the airplane：2deg．，the booster： $0 \mathrm{deg} . \Delta X=0$（a）$\Delta Z=0.4$ ，（b）$\Delta Z=1.0$（c）$\Delta Z=2.4$ ，（d）$\Delta Z=5.0$


Fio ${ }^{11}$ Comparisons of lift and pitching moment coefficients between the evperimental and computational results at $M_{\infty}=2.5$ ，angle of attack of the airplane： 2 deg ．，the booster： $0 \mathrm{deg} . \Delta \mathrm{X}=0$

NAL小型超音速実験機におけるロケット分離数値シミュレーション<br>海田 武司 ${ }^{* 1}$ ，渡瀑 直挂 ${ }^{* 2}$ ，粭木 康司 ${ }^{* 2}$<br>Numerical Simulation of Rocket Separation on<br>NAL Scaled Supersonic Experiment Airplane<br>by<br>Takeshi KAIDEN＊${ }^{*}$ ，Naoki WATANABE＊2，Kouji SUZUKI＊2<br>\section*{ABSTRACT}

Time－accurate numerical simulation of rocket－booster separation from scaled supersonic experimental airplane is performed as one of CFD application problems．Flow field is solved by Euler equations and body motion is calculated by body dynamics equations．This procedure is carried out iteratively cach time step．The numerical method for the flow simulation is based on the Chimera technique．The computational results are compared with estimated data based on static wind tunnel test data．It concludes that this simulation results agree with those of estimation qualitatively．Also even though the condition of this numerical simulation is severer than that of planned light test，it is confirmed that rocket－booster is separated safely from the airplane．

## 1．はじめに

現在，航空宁宙技術研究所を中心に閒発が進めら才ててい る「小型超音速䒠験機」のロケット奉験機におういて，実験機をロケットから安全に分離させ実験を遂行するために は，超音速における実験機とロケットの分離特性を正確に把握する必要がある。本牱究では，1994作にH－IIロケッ トを対象に実施し，実機と良妚な一致を示すことを確認し た流す場解析と運動方程式を統合した数值シミュレーショ ンブログラム1）を用いて，「小型超音速実験機」の分離解析を実施したので報告する。

## 2．数値解析

## 2． 1 㱫要

本解析では，実験機とロケットの2つのコンポーネント各々に対して独立に計算格子を生成し，流才場解析の中で そ才ら複数の計算格子の物理量をお互いに交換することに より流才場全体を計算するChimera手法2．3）を採用した。

計算手順としては，まず実験機とロケットの結合状態で分離直前状態における定常解を求める。その後，各時間ス テッブ每に，雨者の流才場解析と，その結果得られたロ ケットの空気力を用いたロケットの6自由度の運動解析を行う。その際，運動解析により得ら才たロケットの次位置 と咨勢角を用いて計算格子を移動•国転させ，次の時間ス テップへ進む。但し，本計算ではロケットのみの分離移動 を対象としているが，実機では実験機も同肪に移動してい く。図1に計算手順概念図を示す。

## 2．2 訃算格子生成

部算格子は，実験機とロケット其に情虺格子（C－O）タイ プ）ひ単…格子を用いている。また，分離時に横風の無い昜分を想定し半截形状で生成した。格子点数は奏験機で約 219 万点，ロケットで約 133 万点，総格子点数は約 352 万点 となっている。図2に実験機4次形状計算格子，図3に口

ケット訃算格子，図4に重ね合わせ訃算格子（打上げ 3 次形態）を示す。

## 2． 3 流才場解析手法

流才場解析においては，支配方程式には，3次元オイラ一方程式を用いた。空間離散化手法としては，対流項には RoeJ流束羞分離法に MUSCL法を組み台才せた高解像度風上差分法4）を用いた。時間積分法には，LU－ADI 陰解法 を採井した。

## 2． 4 運動解析手法

分離さ才た後のロケットは，位置，姿勢解，物体移動速度及び物体角速度について各々3個の計12個の未知数を持つ運動方朢式に支配される。この運動方程式は連立常微分方程式であり，ルンゲ・クッタ法により求めることがで きる。ここで，外力としては空気力と重力のみを考慮して いる。図5に運動方程式うよび座標軸説吻図を示す。

## 2．5 解析条件

解析条作は，ロケット分離時の速度，咨勢角を模擬して おり， $\mathrm{M}=2.1$ ，$\alpha=2^{\circ}$ である。

## 3．解析結果

## 3．1ロケット運動

図6に $\mathrm{t}=0.0$ 秒から $\mathrm{t}=1.484$ 秒までのロケット位置を示した機体側面玉力分布を示す。 $t=1.406$ 秒ま では 0.156 秒間隔で示している。図てに $\mathrm{t}=0.0$ 秒， t


分槯低受ロケットは頭をトげつつつ落トしていき，その後 ロケットフィンによる安定力により逆に副にげとなる。

この分離直後の頭下げは，ロケットノーズコー－ンから発生する衛撃波とロケットフィンの揚力によるものである。 ロケットノーズコーンから発生した衝撃波は実験機下而で反射した後再びロケットに入射しロケットを上から押す力

[^25]となる。分離淔緮では，この反射波がロケット重心より前 jに当たり頭下げのモー－メントとなる。また迎解を $2^{\circ}$ 有 しているため，ロケットフィンによる上向きの力も頭下げ ひモー－メントとして働くことになる。

ロケットが攡才るにつれて，ロケットノーズコーンから ○）㪙撃波が奉験譏に当たる位置及びその反射波がロケット に当たる位置が後方へ移動すると其に，反射波による下向 き（ひノそのものも弱くなるため，ロケットノー－ズコーーンか
下げが人きくなると，負の迎向をとることによりロケット フィンが発生する下问きのノが大きくなるため頭上げのモ一メントが衝きロケットは頭い：げとなっていく。

## 3． 2 機体表面压力分有

図8．図 9 に $\mathrm{t}=0.0$ 秒， 0.5 秒， 1.0 秒の機休下面風力分们及び機体上面正力分布を示す。
$1=0.0$ 秒に抽いては，実験機の主翼前方の胴体下面に ロケットノーズコーンからの衝䌘波による強い正王部，ロ ケット 1 而にはノーズコーン直後に反射波による強い正風部が見ら才る。また，ロケットノーーズコーンからの衝撃波 が異験機の胴体側面を回り迟んでいてのが碓認できる。こ ひ）脬奉験機には頭上げのノが働く。
$\mathrm{t}=0.5$ 秒ではロケットからの衝撃波によ万実験機下面
 できる。この後ロケットからか㣫繋波は主翼下面に当たる ため，奉験機には大きなに向きの力が働く。
$1=1.0$ 秒ではロケットからの彿繋波は更に後方へ移動 して抽り，翼下面から外才て水雨肎翼に当たっている。 こひ）脬には実験機には頭下げのノが働く。

## 4．SSET推算データとの比較

## 4．1 SSET推算データ概要

静的空気力として風洞試験とC「この結果を補完し，レ イノルズ数補正，突起物の影製を学虑して横築した推算デ －－タである。動的空気ノとしては動安定微係数を推算し，考愿さ才ている。本計算では春験機は移動せず，突起物を模擬していないのに対し，SSET推算データではロケット分離媵，実験機は上，方及び前方へ移動し，突起物の影響を考愿している。

$$
\begin{aligned}
& \text { 1.2ロケット側 ノデッタ } \\
& \text { 网10にロケット側の三分分データタを市す。 } \\
& \text { 抵抗倸数に一つてはレベルの悬が見ら才るが, こ才は化 } \\
& \text { 副管では考虑していない突起物の影製によるものと考えら } \\
& \text { すこ。 } \\
& \text { また, こ分ノともに休訃算とSSET推算データとではر } \\
& \text { い電動周期にズレが見ら才て。こ才は, 素験機が移動しな }
\end{aligned}
$$

い木訃算では，実験機が上方へ移動していくSSET推算デー夕と比較し，実験機とロケットがゆっくりと離才るため，相対距離に大きく依存する力の変動も緩きかになっている ためである。

その点を考慮すると，三分力ともに変動幅は本計算と SSET推算データとでは良い一致を示している。

## 4．3ロケット側 変位データ

図11にロケット側の変位データを示す。
4． 2 項で説明した本訃算とSSET推算データとの変動周期のズレを考慮すると，前後変位，上下変位，変位角と もに本訃算とSSET推算データとでは定性的に一致してい る。

5．まとめ
「小型超音速実験機」のロケット実験機を対象に，オイ ラー方程式における流れ場解析と分離後のロケットを支配 する 6 白由度の運動方程式を統合した分離シミュレーショ ンを春施し，SSET推算データと比較した。その結果，定性的にはロケットの運動が一致することを確認した。また，本シミュレーションでは実験機が上方へ移動しないため，実際よりも接触の可能性が高く危険側ではあるが，安全に分離できることを確認できた。

今後はこのツールを用いてより厳密な分離シミュレー ション（形状，分離条件等）を実施し，本機開発に役立て ていきたい。
最後に，本研究を遂行するに当たい，多大な御支援を頂 いたNAI次せ代航空機プロジェクト推進チ…ムに感謝の意 を表します。

6．参考文献
1）海 H ，宇治野，＂ H －IIロケットにおけるSRB分離の数値シミュレーション，＂第8回 数值流体力学シ ンポジウム， 1994.
2）Kaiden．T．，and Tamura，Y．，＂Time－Accurate Numerical Simulation of Separation between HI－II and SRB，＂5th ISCFD－Sendai，Sep． 1993
3）人II，海田，清水，＂ H －IIロケットにおけるSRB分離 の数値解析，＂航空宇宙数値シミュレーション技術 シンポジウム・98， 1998.
1）Fuiji，K．，and Obayashi，S．，＂High－Resolution Upwind Scheme for Vortical－Flow Simulations，＂J． of Aircraft，Vol．26．No．12， 1989.


议1 补算手顺


図4 重权合わせ訃算格子（3次打上げ形態）

$$
\begin{aligned}
& m(\dot{U}+Q W-R V)=-m g \sin \theta+F x \\
& m(\dot{\mathrm{~V}}+\mathrm{RU}-\mathrm{PW})=\mathrm{mg} \cos \theta \sin \phi+\mathrm{Fy} \\
& \mathrm{~m}(\dot{\mathrm{~W}}+\mathrm{PV}-\mathrm{QU})=\mathrm{mg} \cos \theta \cos \phi+\mathrm{Fz} \\
& \mathrm{Ix} x \dot{\mathrm{P}}-\mathrm{I} x z \dot{R}+(\mathrm{Izz}-\mathrm{I} y \mathrm{y}) \mathrm{QR}-\mathrm{I} x z \mathrm{PQ}=\mathrm{L} \\
& \operatorname{Iyy} \dot{Q}+(\mathrm{Ix} x-\mathrm{Izz}) \mathrm{RP}+\operatorname{Ixz}\left(\mathrm{P}^{2}-\mathrm{R}^{2}\right)=\mathrm{M} \\
& -\mathrm{Ixz} \dot{\mathrm{P}}+\mathrm{IzzR}+(\mathrm{I} y y-\mathrm{I} x x) \mathrm{PQ}+\mathrm{I} x z Q \mathrm{R}=\mathrm{N} \\
& \dot{\phi}=\mathrm{P}+\mathrm{Q} \sin \phi \tan \theta+\mathrm{R} \cos \phi \tan \theta \\
& \dot{\theta}=\mathrm{Q} \cos \phi-\mathrm{R} \sin \phi \\
& \dot{\psi}=\mathrm{Q} \sin \phi \sec \theta+\mathrm{R} \cos \phi \sec \theta \\
& \frac{\partial \mathrm{Xe}}{\partial \mathrm{t}}=\mathrm{U} \cos \theta \cos \psi \\
& +\mathrm{V}(\sin \phi \sin \theta \cos \psi-\cos \phi \sin \psi) \\
& +\mathrm{W}(\cos \phi \sin \theta \cos \psi+\sin \phi \sin \psi)
\end{aligned}
$$

$\frac{\partial \mathrm{Ye}}{\partial \mathrm{t}}=\mathrm{U} \cos \theta \sin \psi$
$+\mathrm{V}(\sin \phi \sin \theta \sin \psi+\cos \phi \cos \psi)$
$+\mathrm{W}(\cos \phi \sin \theta \sin \psi-\sin \phi \cos \psi)$
$\frac{\partial \mathrm{Ze}}{\partial \mathrm{t}}=-\mathrm{U} \sin \theta+\mathrm{V} \sin \phi \cos \theta+\mathrm{W} \cos \phi \cos \theta$


図 5 運動方程式

$\mathrm{t}=1.0$ 秒

図 6 表面圧力分布（側面）

$t-0.0$ 秒

t 0．5秒


1－1．0秒


$t=0.0$ 秒


1．0．$\overline{5}$ 秒

：1．（）仯




# ON THE INTAKE DESIGN FOR THE NAL SST USING CFD 

Hitoshi Fujiwara ${ }^{1}$<br>National Aerospace Laboratory<br>7-44-1 Jindaijihigashi-machi, Chofu,<br>Tokyo 182<br>JAPAN<br>Email: fuji@nal.go.jp

Yasushi Watanabe<br>National Aerospace Laboratory<br>7-44-1 Jindaijihigashi-machi, Chofu, Tokyo 182 JAPAN<br>Email: wata@nal.go.jp

## ABSTRACT

Three dimensional Navier-Stokes simulation of an air-intake for NAL SST jet propulsion system was performed using a low-Re number $k-\epsilon$ turbulence model. The simulation shows that an expansion wave, which originates in a throat bleed, interacts strongly with a normal shock wave, causing a critical momentum defect of the internal flow. This momentum defect induces a boundary layer separation, which finally results in a large distortion of total pressure distribution on the outlet. A wind tunnel test was also performed to confirm this result. The result of the numerical simulation using a $k-\epsilon$ turbulence model agrees well with the result of the wind tunnel test.

## 1 INTRODUCTION

National Aerospace Laboratory(NAL) is now developing an experimental supersonic transport(SST). An airintake for the jet propulsion system was designed and numerical simulation of the internal flow through the intake was being performed. An air-intake has a role of decelerating inlet supersonic air and stably supplying homogeneous air to a jet engine. The mass flow quantity of the supplied air should be properly controlled in any flight condition. All of these are inevitable for the airplane to flight safely. Moreover, it is better that the length of the intake is short, the pressure recovery is high and the external drag is small.

Two important tools for designing an air-intake are a wind tumel test and numerical simulation. The result of numerical simulation is useful both for optimizing the design and for performing a wind tunnel test efficiently. In this paper, the internal flow through the air-intake is examined by performing both of numerical simulation and a wind tunnel test, with special focus on the analysis of the effect of a slit bleed at the throat. The result of the numerical simulation using a low-Re $k-\epsilon$ model is compared with
the result of the wind tumel test to examine the accuracy of the simulation.

## 2 DESIGN

Figure 1 shows the side view of the designed intake for NAL SST. The design Mach number of the airplane is 2.0. At this inlet Mach number, a two dimensional external compression intake with three-shock system(two oblique and one normal) is the best choice in view of simplicity, stability and efficiency. $A 7^{\circ}$ and $8^{\circ}$ double-angled wedge was used to form the two oblique shock waves. The total pressure loss due to the three shock waves is 8 percent. At the throat the ramp and cowl internal surfaces are parallel. A short and compact square-to-round transition diffuser was used for subsonic compression. A slit bleed is located at the throat to stabilize the normal shock position. The cut-back side walls are applied in order to eliminate the interaction between the side wall boundary layer and the oblique shocks. Figure 2 shows the schematic view of the intake.


Figure 1. The air-intake for NAL SST(side view)

[^26]

Figure 2．A schematic view of the air－intake

## 3 NUMERICAL METHODS

Three dimensional Reynolds averaged，Navier－－Stokes equations were solved with a low Reynolds number $k-\epsilon$ tur－ bulence model（Myong and Kasagi，1988）．A TVD high resolution scheme was used to evaluate the spatial differ－ ence（Chakravartlyy and Osher，1985）．For time advance－ ment，an implicit method was adopted（Beam and Warming， 1978）．Figure 3 shows the computational domains used in the simulation．The red domain is added to calculate the external flow．Downstream of the intake，a straight duct and a nozzle are added to control the volume flow quantity passing through the duct，which corresponds to the flow plug in a wind tunnel test．The normal shock wave position can be controlled by changing the throat area of the nozzle．

Numerical Simulation of the flow with a throat bleed


Figure 4．computational domains for the simulation with a bleed


Figure 5．grid points distribution on the cross sections

A bleed was taken into account in the simulation（Figure 4）．A cavity is added just below the ramp surface at the throat．There is a slit at the throat，through which some amount of the internal flow is sucked into the cavity．The cavity is bounded by slip walls，except the bottom surface which is opened to the external flow．The grid points are shown in Figure 5．The numbers of the grid points are 61 for the radial， 85 for the circumferential and 80 for the streamwise directions．

The accuracy of the numerical simulation is largely de－ pendent on the turbulence model included．The eddy vis－ cosity distribution obtained by using the low－Re $k-\epsilon$ turbu－ lence model（Myong and Kasagi，1988）is shown in Figure 6．As the eddy viscosity is usually large only in turbulent boundary layer，it can be said that the $k-\epsilon$ model gives proper eddy viscosity even in the simulation of compress－ ible flows with shock waves．Figure 7 shows the distribu－ tion obtained by using Baldwin and Lomax algeloraic tur－ bulence model（Baldwin and Lomax，1978）．B－L model，on the other hand，shows a poor prediction because the shock waves have a bad effect on the $F$－function used in the model． This implies that B－L model should be carefully used in the simulation of internal compressible flows．In the following analysis，only the $k-\epsilon$ model is used．

## 4 RESULTS OF THE SIMULATION

Figure 8 shows the Mach number distribution at crit－ ical operation．An expansion wave can be observed near the throat slit．The expansion wave reaches to the normal shock wave causing the increase of the local upstream Mach number and decrease of the local downstream Mach num－ ber．Thereby，a momentum defect region comes out down－ stream of the interaction．The momentum defect induces a boundary layer separation downstream of the throat．The close view of the flow near the slit is shown in Figure 9. The streamline near the slit bends toward the cavity，while the core flow，which is not affected by the suction，is go－ ing straight．The total pressure distribution of this flow is shown in Figure 10．The large total pressure loss in the lower half（ramp side）part is due to the separation caused by the momentum defect．


Figure 6．eddy viscosity distribution by $k-\epsilon$ model


Figure 7．eddy viscosity distribution by BL model


Figure 8．Mach number distribution at critical operation


Figure 9．Close view near the slit at critical operation


Figure 10．total pressure distribution


Figure 11．Wind tunnel test Models A and B

## 5 THE EFFECT OF THE BLEED

The simulation result shown in the previous section im－ plies that the interaction between the expansion wave with the normal shock is fairly strong．

A wind tumel test was performed to examine the effect of the above interaction on the total performance of the air－ intake．Two models，A and B，were constructed which are shown in Figure 11．In the flow through the model A，the interaction do exist．On the other hand，the double wedge ramp of the model B is set lower relative to the subsonic diffuser．This prevents the expansion wave from entering into the diffuser．In the flow through the model B，therefore， the interaction between the expansion and normal shock waves is avoided．

The Figure 12 compares the total pressure distributions of the flows through the models A and B，measured with the Pitot lake at the outlet（see Figure 1）．The X and Y －axes show the position and the total pressure $[\mathrm{kPa}]$ ，respectively． The total pressure of the free stream was $223[\mathrm{kPa}]$ ．The


Figure 12．total pressure distribution on the outlet（Model $A$ and $B$ ）
position $X=0$ corresponds to the ramp side wall．while $X=1$ corresponds to the cowl side wall．In both cases， the volume flow quantity was controlled to keep the normal shock wave position just outside the subsonic diffuser．In the flow through the model A，a large momentum defect re－ gion exists on the ramp side，while，in the flow through the model B，the total pressure distribution is nearly symmet－ ric．This implies that the interaction between the expansion and normal shock waves has a large influence on the total performance of the air－intake．

3D Numerical simulation of the flow through the model B was performed and the result was compared with that of the wind tumel test．The volume flow quantity of the sim－ ulation is nearly the same as that of the wind tumel test． The Mach number distribution is shown in Figure 13．The normal shock wave is just outside of the subsonic diffuser． Figures 14 and 15 plot the wall static pressure distributions on the ramp and cowl sides in the subsonic diffuser．The solid lines show the simulation result，while the dods show the measured value in the wind tumel test．The $X$－axis shows the distance $[\mathrm{mm}]$ from the tip of the wedge，while the Y－axis shows the static pressure［kPa］．Figure 16 com－ pares the total pressure measured with the Pitot lake at the outlet（see Figure 1）with the simulation value．The X and Y－axes are similar to those of Figure 12.

These figures show that the numerical simulation us－ ing the low－Re $k-\epsilon$ model（Myong and Kasagi，1988）agrees fairly well with the result of the wind tumel test，even though the model was originally developed for incompress－ ible flows．This is because the compressibility effect on eddy viscosity is fairly small in this flow．


Figure 13．Mach number distribution at nearly critical operation（Model B）


Figure 14．static pressure distribution on the ramp surface（Model B）


Figure 15．static pressure distribution on the cowl surface（Model B）


Figure 16．total pressure distribution on the outlet（Model B）

## 6 SUMMARY AND DISCUSSION

Numerical simulation of the internal flow through the intake for the NAL＇s experimental airplane was performed． The effect of the throat bleed was examined by perform－ ing both of numerical simulation and a wind tumel test． The result of the simulation agrees well with the wind tun－ nel test，implying that the compressibility effect on eddy riscosity is fairly small in the internal flow presented above．

On the other hand，it has been often reported that the growth of the supersonic mixing layer camot properly cal－ culated using the incompressible turbulence model（for ex－ ample，Sarkar et al．1991）．This is because the reduced growth rate with increasing Mach number is due to the effect of compressibility on turbulence．You should note． however，that such compressibility effect on turbulence is limited in the boundary layer flows such as the flow shown in this study．This point should be taken into account in developing a compressible turbulence model．

## REFERENCES

Baldwin，B．and Lomax，H．，AIAA 78－257， 1978.
Beam，R．M．and Warming，R．F．，AIAA J．，Vol．16， 1978.
Chakravarthy，S．R．and Osher，S．，AIAA 85－0363， 1985.
Myong，K．and Kasagi，N．，J．of JSME，Vol．54， 1988.
Sarkar，S．，Erlebacher，G．，Hussaini，M．Y．and Kreiss， H．O．，J．Fluid．Mech．Vol．227， 1991.

#  

村山 光宏＊，中橋和博＊，澤田恵介＊

# Computations of High－Alpha Delta Wing using Unstructured Adaptive Grid Refinement 

by

Mitsuhiro Murayama＊，Kazuhiro Nakahashi＊，Keisuke Sawada＊


#### Abstract

In this paper，a numerical method to accurately compute the vortical flows around high－alpha delta wings is proposed．The leading－edge vortex is captured by the adaptive grid refinement method coupled with the vortex－center identification．Effectiveness of this method is evaluated in the vortical flow with vortex breakdown．It is demonstrated that the adaptive grid refinement near the vortex center can significantly improve the accuracy of the vortex breakdown locations，as compared with the experiments．For the relatively small angle of attack case，the adaptive refinement at vortex core improves the surface pressure reasonably．This indicates the importance of the resolution at vortex core for accurate detection of the breakdown．The present numerical method，which combines the adaptive grid refinement method and the vortex core identification，is very effective for such a vortex dominated flow field．


## 1．緒云

超音速旅客機の離着陸時における亜音速，高迎角での飛行状態では，翼上面の流れ場は前縁剥離渦が支配的である。 この渦は非線形揚力増加をもたらすが，さらなる迎角の増加に伴って，翼上面で渦崩壊（vortex breakdown）が起こり，突然の揚力低下を引き起こす。離着陸時の性能向上のために は，このような渦の挙動を理解し制御する必要がある。

高迎角デルタ翼周りの流れ場はこれまでに実験，計算の両方により数多く研究されてきている。しかし，前縁剥離渦近傍の流れの複雑さゆえに，流れの精度よい数値再現は いまだに難しい。そのような流れ場を正確に計算するため には，壁面付近の境界層だけではなく壁面から離れた剥離渦近傍の空間解像度が必要である。しかしながら，全領域 において細かい格子を用いた計算は計算コストのために非現実的であるため，解適合格子法のような部分的に解像度 を上げる方法が有効である。これまでのところ，このよう な流れ場に対して解像度を向上させる方法がいくつか提案 されてきた。Ekaterinaris と Schiff［1］は，デルタ翼上面の格子解像度を改善するために grid embedding technique を用い，渦崩壊の様子を捉えるときの格子解像度の重要性を指摘し た。

本論文の目的は，前縁剥離渦が支配的な高迎角デルタ翼周りの正確な数値計算を行うために，渦中心同定法と組み合わせた解適合格子法を提案し，それを評価することであ る。解適合格子法を使う際には格子細分化を指示するモ二 ター量を慎重に選ばなくてはならない。遷音速や超音速の流れ場では，衝撃波やせん断層を鮮明に捕らえるために密度勾配が用いられる。Kanoと Nakahashi［2］は，密度勾配

[^27]の絶対値に対して格子細分化を行い解の改善結果を得た。 しかしながら，低速で渦が支配的な流れ場においては，密度変化はあまり大きくなく，また全圧も必ずしも格子細分化のための良いモ二ター量とはならない。今のところこの渦に対して解適合格子法を適用する際，どのあたりを細分化し何をもとに細分化すると効率がよいのかはっきりとわ かっていない。今回のような縦渦を伴った流れ場において現象を正確に捕らえるためには，低圧となる渦中心領域が非常に重要であり，特に渦崩壊は渦中心領域の流線方向の圧力勾配と強い関係があるのではないかと考えられる。そ こで今回は流れの物理量変化よりも流れを特徴づける構造 そのものを捕らえる試みをする。つまり渦中心同定法を用 いて渦中心を特定し，その渦中心近傍の格子を細分化する。
計算例としてアスペクト比1のデルタ翼について迎角を変化させていったときの数値シミュレーションを行った。解適合格子法を適用し渦中心の格子密度を大きくするため にSawadaにより提案された渦中心同定法［3］を解適合格子法と組み合わせる。渦中心同定法と組み合わせた解適合格子法の効果について，表面圧力係数分布と渦崩壊の始まる位置などを実験値 $[4,5]$ と比較することにより検討する。

## 2．渦中心同定法

渦中心を同定する方法としていくつかのアプローチがあ る。一つは渦度や，渦度と速度の内積であるへリシティー などの物理量をとりだし，その分布を調べることにより渦中心を同定する方法である。

他の方法としては，特異点解析法という数学的な表現を用い渦中心を同定する方法がある。この方法では，速度が ゼロになり，流線の勾配が不確定になる特異点の周りで速度場を展開する。局所的な流れ場の構造は，速度場を級数

展開したときにあらわれる係数行列の特性と関係している。理論によると特異点における渦中心線は，その係数行列の実数の固有値の固有ベクトルに平行である。特異点の近く の渦中心線は特異点と関連した固有ベクトルを見つけるこ とにより同定できる。特異点から離れている渦中心線は，高次精度の流線の積分により得ることができる。
本研究ではSawadaにより提案された渦中心同定法［3］を用いた。これは先に述べた特異点解析法を局所的に適用す る。この方法では，四面体の計算格子の中で局所的な流れ場は線形的にパラメータで表示することができる（図 1 ）と いう仮定を用いた流線の半解析的な作図法を使用している。 この仮定を用いることによりパラメータ空間で描かれた流線の方程式はそのセルで積分できるようになり，得られた解析的な式は渦中心線の可能性のある直線を与える。この渦中心線がその四面体計算格子と交わっている場合，その計算格子内の線分が局所的な渦中心線として取り扱われる。 このように各四面体格子について渦中心線の断片を定義し て，最終的にこれらの線分を集めて全体の渦中心線を表す。計算格子内で定義された渦中心線は特異点を通過し，計算格子内で張られた線形パラメータ空間内で固有ベクトルと平行である。この点が特異点解析法と本質的に同じところ である。しかし，この方法は特異点解析法とは異なり四面体格子一つずつについて判別するため渦中心を表す流線を たどる必要がなく，高次精度の積分を必要としない。かつ四面体で考えるため計算空間を四面体で分割する非構造格子上での適用が容易である。

## 3．ハイブリッド非構造解適合格子法

今回の計算では境界層内を効率的に精度よく計算できる ようにハイブリッド非構造格子を用いて計算を行った。四面体，三角柱（プリズム），ピラミッド格子からなるハイブ リッド格子は参考文献［6］の方法により生成された。壁面付近には構造格子的なプリズム格子を用い，その他の領域は四面体格子を用いた。

流れ場の解像度を上げるために，非構造ハイブリッド格子において解適合格子法による計算格子の細分化を適用し た。本研究で用いた方法は，Rivaraの二分割アルゴリズムを三次元非定常オイラー計算に適用した Sharov らの方法［7］ を基本とする。この方法は，四面体格子の六辺の中で一番長いものに対してその中点に新たな点を置くことによりそ の四面体が二つに分割される。四面体表面の最大内角を最小にするように分割していく特性のため，細分化する前の格子が計算精度上望ましくないつぶれた格子であっても細分化後は改良されている。
解適合格子を生成するためには，格子の細分化を指示す るあるモニター量が必要である。通常はこのモニター量に密度勾配，全圧などの物理量を用いる。このモニター量に ついて流れ場を見てある閥値を設定し，その閾値を越えた

場所に対して格子細分化をはじめる。今回は渦中心同定法 により同定された渦中心という流れ場の幾何学的な情報を解適合のためのモニター量として用いる。渦中心を用いる ことにより，物理量ではなくトポロジーに従った自動格子細分化を行うことができる。格子細分化は渦中心を含むセ ルに細分化のしるしをつけ，次にその隣接セルにもしるし をつけてこれらのセルについて行った。
今回用いた計算格子は四面体のみから成る格子ではなく プリズム格子とピラミッド格子が混ざったハイブリッド格子であるために，次のような手順で格子細分化を行った。
（1）四面体に対してRivaraの二分割アルゴリズムを用いた Sharovら［7］の方法により分割
（2）分割された四面体格子に接するピラミッド格子を分割
（3）分割されたピラミッド格子と分割された四面体格子に接するプリズム格子を分割
（4）分割されたプリズム格子に接する下のプリズム格子を逐次分割
（5）境界面に達したところで終了

## 4．数值計算法

基礎方程式は，理想気体を仮定した三次元非定常 Navier－Stokes 方程式であり，積分形で次のように書かれる。

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \mathbf{Q} d V+\int_{\Omega \Omega}(\mathbf{F}(\mathbf{Q})-\mathbf{G}(\mathbf{Q})) \cdot \mathbf{n} d S=0 \tag{1}
\end{equation*}
$$

ここで $\mathbf{Q}=[\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e]^{T}$ は保存量ベクトルであり，$\rho$ は密度，$u, v, w$ はそれぞれ $x, y, z$ 方向の速度成分，$e$ は全エネ ルギーである。また， $\mathbf{F}(\mathbf{Q}), ~ \mathbf{G}(\mathbf{Q})$ はそれぞれ非粘性流束 ベクトル，粘性流束ベクトルである。 $\mathbf{n}$ は検査体積 $\Omega$ の境界面 $\partial \Omega$ における，検査体積の外側に向いた単位法線ベクト ルである。この連立方程式の系は理想気体の状態方程式に より閉じられる。
基礎方程式は有限体積法のセル節点法により離散化され る。検査体積には非重合二重格子を用いる。この検査体積 において，式（1）は次のように代数方程式で記述することが できる。

$$
\begin{equation*}
\frac{\partial \mathbf{Q}_{i}}{\partial t}=-\frac{1}{V_{i}}\left[\sum_{j(i)} \Delta S_{i j} \mathbf{h}\left(\mathbf{Q}_{i j}^{+}, \mathbf{Q}_{i j}^{-}, \mathbf{n}_{i j}\right)-\sum_{j(t)} \Delta S_{i j} \mathbf{G}\left(\mathbf{Q}_{i j}, \mathbf{n}_{i j}\right)\right] \tag{2}
\end{equation*}
$$

ここで $V i$ は節点 $i$ 周りの検査体積の体積，$\Delta S_{v}$ と $\mathbf{n}_{u}$ はそれぞ れ節点 $i$ とその点に隣接する節点 $j$ との間の検査体積境界面の面積と，その境界面の外向き単位法線ベクトルである。 また，$\sum_{\text {（ }(6)}$ は点 $i$ 周りの検査体積を構成する多面体の面の総和を意味している。h は検査体積境界面に垂直な数値流束で， $\mathbf{Q}_{\Downarrow,}^{ \pm}$はその辺に関する検査体積境界面の両側における保存変数ベクトルの値である。

式（2）右辺第一項の流束評価には，HLLEW（Harten－Lax－Van Leer－Einfeldt－Wada）リーマン解法［8］を用いる。高次精度化す るために節点 $i$ 周りの検査体積内の基礎物理変数 $\mathbf{q}=[\rho, u, v, w, p]^{T}$ を，その勾配 $\nabla \mathbf{q}_{i}$ を用いて以下のように区

分的一次関数で再構築し空間二次精度にする。

$$
\begin{equation*}
\mathbf{q}(\mathbf{r})=\mathbf{q}_{i}+\Psi_{i} \nabla \mathbf{q}_{i} \cdot\left(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{i}\right) \tag{3}
\end{equation*}
$$

ここで $\mathbf{r}$ は位置ベクトルで，$i$ は節点番号である。一方 $\Psi(0 \leq \Psi \leq 1)$ は流束制限関数であり，高次精度でスキーム の単調性を保持するために用いられる。ここでは空間精度 を悪化させることなく，かつ収束性に優れた Venkatakrishnan の制限関数［9］を用いる。
時間積分には計算時間の大幅な短縮を実現するために，非構造格子法のために拡張されたLU－SGS（Lower－Upper Symmetric Gauss－Seidel）陰解法［10］を適用する。

LU－SGS 陰解法による計算では時間精度は維持されない。 そこで非定常計算を行う場合，Crank－Nicolson 法を用いた Newton 反復法を使用し内部反復を行うことにより，線形化 や近似因子化による誤差を減らし時間精度を維持する。こ の計算方法では，各時間ステップ毎に3～5回のNewton 反復で収束する。

## 5．計算結果

前縁剥離渦が支配的な高迎角の流れ場に対する本方法の有効性を調べるために，アスペクト比1で，前縁の後退角 が 76 度であるデルタ翼について数値計算を行った。計算条件は主流マッハ数を 0.3 に固定し，迎角をさまざまに変化さ せて渦崩壊が起こらない流れ場と起こる流れ場について計算を行った。

## 5．1 滆崩壊が起こらない流れ場

今回の方法の計算精度を調べるために，まず渦崩壊が起 こらない迎角 $20.5^{\circ}$ における流れ場について計算を行った。翼根長を基準にしたレイノルズ数は $R e=0.95 \times 10^{6}$ である。計算結果は既存の Hummel［4］と Kjelgaard［5］の実験結果と比較した。計算で使用したデルタ翼の形状は，Hummel の実験 で用いられた形状と同じである。

図2にデルタ翼の対称面と 70\％コード長でのスパン断面 における初期計算格子を示す。翼根長を 1 とし，遠方境界 は半球と円柱を組み合わせた形状で翼根長の約 10 倍離れて いる。翼表面における最小格子幅は $10^{-4}$ である。初期計算格子における全節点，四面体格子，プリズム格子，そして ピラミッド格子の数はそれぞれ 302，810，510，289，409，645， 63 である。
図3に初期計算格子により得られた渦中心線と全圧分布， また図 4 に $50 \%$ コード長でのスパン断面における全圧分布 を示す。この図を見ると，翼前縁における剥離のために生 じる大きな一次渦と，あまり鮮明ではないが一次渦の中心 から外れた外側の逆圧力勾配により生じた二次渦を捕らえ ている。一次渦と二次渦の渦中心線も今回の渦中心同定法 により同定された線分を集めることによりはっきりと特定 できる。しかし初期計算格子の格子解像度が十分ではない ために，渦中心線が不連続になってしまっている。

次にこの初期計算格子に対して，同定された渦中心を格子細分化の指示量として用い解適合格子法を適用する。今回は渦中心を含むセルとそのセルに隣接するセルに対して格子細分化をはじめた。その格子細分化をするセルを色分 けすると図 5（a）のようになる。この指示量に従って二度の格子細分化を行った結果が図 5（b）である。この解適合格子 における全節点，四面体格子，プリズム格子，そしてピラ ミッド格子の数はそれぞれ525，380，1，219，090，576，822，74 となった。この図を見ると指示量に従って渦中心領域の格子密度が非常に増加している様子がわかる。この格子を用 いさらに計算を行って得られた渦中心線と全圧分布を図 6 に，また $50 \%$ コード長でのスパン断面における全圧分布を図 7 に示す。図 3 と図 4 の初期計算格子により得られた結果と比較すると，解適合格子においては滑らかな全圧分布 が得られ，また二次渦の吹き上がりもより鮮明に捉えるこ とができた。また渦中心線は初期格子においては不連続に なっていたが，解適合格子においては初期格子と比較して連続的な渦中心線を得ることができ，二次渦付近の渦中心線もはっきりとわかり流れ場の構造を調べるのに効果的で ある。

計算結果を検証するために表面圧力係数分布を実験結果 と比較する。図 8 に $30 \%$ ， $50 \%$ ， $70 \%$ コード長でのスパン断面における表面圧力係数分布を示す。初期計算格子にお いてはピーク値を正確に捉えることができず全体的に実験値とずれていたが，解適合格子を用いることにより 70\％コ ード長でのスパン断面において多少のずれがあるが，実験結果とよい一致を示すようになった。

## 5． 2 哃崩裏が起こる流れ場

次に，さらに迎角を増加させ渦崩壊が起こる流れ場につ いて本方法を用いて調べる。主流マッハ数は 0.3 ，翼根長を基準にしたレイノルズ数は $R e=1.0 \times 10^{6}$ に固定し，迎角を $30,32,35,36,40$ 度と変化させ計算を行った。迎角が 30 度の場合は，初期格子，二回細分化を行った解適合格子のどちら でも渦崩壊は現れなかった。渦崩壊が現れた迎角が 32 度の場合の初期計算格子と二回細分化された解適合格子により得られた渦中心線と流線を図 9 に示す。流線は翼頂点の渦中心付近から描いている。初期計算格子においては渦崩壊 が全く現れなかったが，解適合格子においては渦崩壊がは っきりと現れている。迎角の変化に伴う渦崩壊が始まる位置の変化について Hummel と Srinivasan の実験結果［11］ と計算結果を図 10 に示す。ここで渦中心付近の流れがよど むのが渦崩壊の特徴でもあるので，流線方向の速度成分が負になる点を渦崩壊が始まる点とした。計算により得られ た渦崩壊が始まる位置は実験結果よりも後方になる傾向が あるが，これは実験と計算における渦崩壊が始まる点の定義の違いから生じていると考えられる。今回参照した実験結果は，煙や染料による可視化を用い渦の中心が急激に膨

張した点を渦崩壊が始まる点としている。この膨張はよど み点の前方で起こるために実験結果と計算結果で多少のず れが生じている。そのことを考慮すると計算結果と実験結果はよく一致していると考えられる。また格子細分化の回数による違いであるが，一回の格子細分化ではどの迎角で も渦崩壊の様子を捉えることができなかったが，二回で渦崩壊の様子を鮮明に捉えることができた。三回行うとさら に実験値に近くなるが，格子点数の増加の割合に対してそ れほど大幅な改善は見られなかった。そのためこれからは二回細分化を行った格子を用いる。またいずれのケースで も初期格子では渦崩壊を捕らえることができなかった。ち なみに，二回細分化した格子の格子点数は初期格子の約 1.5倍，三回細分化した格子では初期格子の約 2 倍であった。

図 11 に迎角が 40 度の場合の初期計算格子と二回細分化 された解適合格子により得られた渦中心線と流線を示す。初期格子において渦崩壊は確認できないが，解適合格子に おいては渦崩壊が鮮明に現れている。この流れでは $40 \%$ コ ード長付近で渦が崩壊し，その後方でまた渦を形成し，さ らに再び大きく崩壊している。計算の残差や，流れ場の特徴からこの流れ場には非定常性があるように思えるため，非定常計算を行った。本解適合格子法は現在のところ定常状態を仮定して行われているが，本アルゴリズムでは格子細分化が多少広い範囲で行われるために格子解像度がある程度は保証される。図 12 に各時間ステップにおける流線を示す。時間により渦崩壊の様子が大きく変化している様子 を捕らえることができた。

## 6．結嗆

渦中心同定法とハイブリッド非構造解適合格子法を組み合わせて高迎角デルタ翼周りの数値解析を行った。渦中心 という流れ場内の物理的特性幾何学線を格子細分化を指示 する量として用いることによりトポロジーに従った格子分割ができた。従来の物理量の勾配等を指示量とする場合に は，その闘値の設定に不明確さがあったが，幾何学値を用 いることにより閾値の曖昧さを除去できる。渦中心周りの格子細分化により，渦崩壊が起こらない比較的迎角が小さ い流れ場において表面圧力係数分布が実験結果とある程度良い一致を示した。また渦崩壊が起こるようなさらに高迎角の流れ場において，初期格子の 1.5 倍以下の格子点数で渦崩壊の位置に対する計算精度の大幅な改善ができた。以上 のことから，渦崩壊の様子を正確に計算するためには渦中心の空間解像度が非常に重要であることがわかった。また今回の渦中心同定法を用いたハイブリッド非構造解適合格子法は，渦が支配的な流れ場に対して非常に効果的である ことがわかった。

## 参考文献

［1］Ekaterinaris，J．A．and Schiff，L．B．，＂Numerical Prediction of Vortical Flow over Slender Delta Wings，＂Journal of

Aircraft，Vol．30，No．6，1993，pp．935－942．
［2］Kano，S．，Nakahashi，K．，＂Navier－Stokes Computations of HSCT Off－Design Aerodynamics Using Unstructured Hybrid Grids，＂AIAA Paper 98－0232， 1998.
［3］Sawada，K．，＂A Convenient Visualization Method for Identifying Vortex Centers，＂Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences，Vol．38，No． 120， 1995.
［4］Hummel，D．，＂On the Vortex Formation over a Slender Wing at Large Angle of Incidence，＂High Angle of Attack Aerodynamics，AGARD－CP－247，Paper No．15， 1979.
［5］Kjelgaard，S．O．and Sellers，W．L．III，＂Detailed Flowfield Measurement over a 75－Degree Swept Delta Wing for Code Validation，＂Validation of Computational Fluid Dynamics， Vol．2，AGARD－CP－437，Paper P10， 1988.
［6］Sharov，D．and Nakahashi，K．，＂Hybrid Prismatic／Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flow Applications，＂AIAA J．， Vol．36，No．2，pp．157－162， 1998.
［7］Sharov，D．and Fujii，K．，＂Three－Dimensional Adaptive Bisection of Unstructured Grids for Transient Compressible Flow Computations，＂AIAA Paper 95－1708， 1995.
［8］Obayashi，S．and Guruswamy，G．P．，＂Convergence Acceleration of an Aeroelastic Navier－Stokes Solver，＂AIAA Paper 94－2268， 1994.
［9］Venkatakrishnan，V．，＂On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions，＂AIAA Paper 93－0880， 1993.
［10］Sharov，D．and Nakahashi，K．，＂Reordering of 3－D Hybrid Unstructured Grids for Vectorized LU－SGS Navier－Stokes Computations，＂AIAA Paper 97－2102， 1997.
［11］Hummel，D．and Srinivasan，P．S．，＂Vortex Breakdown Effects on the Low－Speed Aerodynamic Characteristics of Slender Delta Wings in Symmetrical Flow，＂Royal Aeronautical Society Journal，Vol．71，1967，pp．319－322．


図1．四面体計算セル内の線形パラメータ化


図2．デルタ翼の初期計算格子


図 3．初期計算格子における全圧分布と渦中心線 $\left(\alpha=20.5^{\circ}, M=0.3, \operatorname{Re}=0.95 \times 10^{6}\right)$


図 4．初期計算格子の $50 \%$ コード長スパン断面における全圧分布 $\left(\alpha=20.5^{\circ}, M=0.3, \operatorname{Re}=0.95 \times 10^{6}\right)$

（a）細分化のためのモニター量

（b）解適合格子

図5．迎角 20.5 度の場合における格子細分化の過程


図6．解適合格子における全圧分布と渦中心線 $\left(\alpha=20.5^{\circ}, M=0.3, \operatorname{Re}=0.95 \times 10^{6}\right)$


図7．解適合格子の50\％コード長スパン断面における全圧分布 $\left(\alpha=20.5^{\circ}, M=0.3, \operatorname{Re}=0.95 \times 10^{6}\right)$

（a） $\mathbf{3 0 \%}$ コード長におけるスパン断面

（b） $50 \%$ コード長におけるスパン断面

（c） $70 \%$ コード長におけるスパン断面
図8．表面圧力係数分布 $\left(\alpha=20.5^{\circ}, M=0.3, \operatorname{Re}=0.95 \times 10^{6}\right)$


渦中心線
（a）初期計算格子

（b）解適合格子


図 9．渦中心線と流線 $\left(\alpha=32^{\circ}, M=0.3, \operatorname{Re}=1.0 \times 10^{6}\right)$


（c）$T=t_{0}+2 \Delta t$
（b）$T=t_{0}+\Delta t$

（a）$T=t_{0}$

．

（c）初期計算格子
図 11 ．渦中心線と流線 $\left(\alpha=40^{\circ}, M=0.3, \operatorname{Re}=1.0 \times 10^{6}\right)$

# Application of Cartesian Grid to Flow Computation around Supersonic Transport 

Paulus R. LAHUR and Yoshiaki NAKAMURA<br>Dept. of Aerospace Eng., Nagoya University

Key Words: Grid Generation, Cartesian Grid, Thin Body, Sharp Edge, Cell Splitting


#### Abstract

A Cartesian grid generation method has been developed for fast and automated analysis of inviscid flows around 3D bodies. It can take into account non-simple cases of intersection between a solid surface and a Cartesian grid, so that a cell containing a thin body, a sharp edge or multiple solid regions is properly handled. These cases appear frequently in the computation of a supersonic transport (SST) model. To increase the efficiency of computation, a pseudo-planar approximation is made to represent a body surface inside a cell, resulting in a reduction of total body surface elements by a factor of about three in this application. Higher efficiency is achieved using a new algorithm for local grid refinement around a curved surface.


## 1. Introduction

Cartesian grids have become popular recently, due to their ability to treat complicated geometries with less effort. The time of grid generation is also very short. However, being non-body-fitted, Cartesian grids may have problems concerning intersection between grid and solid surface. One of such problems is found in handling a very thin part of a body, such as the outboard wing of SST, where a cell might contain two flow regions separated by the thin body, each of which belongs to a different wing surface: upper and lower surfaces. If no distinctions between those two flow regions are made, a conventional flow solver will mistakenly consider them as one flow region, leading to an erroneous solution.

There are several possibilities to overcome this problem. (1) Multiple overlapping grids can be locally fitted to some parts of the body.' However, this grid generation process can no longer be made automatic nor simple. (2) The problem cell can be refined until each cell contains a single flow region. ${ }^{2.4}$ This approach is impractical as a large number of cells are produced and the cell size becomes prohibitively small. (3) It is a hybrid of Cartesian and prismatic grids. The latter grid is employed to discretize a boundary layer, which intersects with a Cartesian grid outside it. ${ }^{5-1}$ However, this grid generation process would be even more complicated. (4) The problem cell can be split into two sub-cells in such a way that each sub-cell contains a unique flow region, ${ }^{7,-911}$ as introduced by Melton, Berger, Aftosmis and Wong.

An alternative cell-splitting algorithm is proposed here in this study, where intersection between a body surface and a cell is simplified using pseudo-plane approximation to increase computational efficiency. ${ }^{\text {. }}$

[^28]Validation has been carried out on a very thin double wedge in a supersonic flow, where significant improvement in accuracy was achieved. The method can be further extended to consider a cell with a sharp edge as well as a cell with two solid regions, the cases of which are found when treating a SST model. A new local grid refinement around a curved surface is also proposed for a better efficiency.

## 2. Grid Generation Method

The procedure of the grid generation method proposed here is briefly outlined in the following. First a coarse, uniform grid is generated around a body inside a computational domain. Then grid refinement is made around the body surface in such a way that the grid resolution increases toward the surface. Further refinement is performed around curved parts of the body.

Then we compute the geometrical properties of cells with irregular shape produced by intersection with the body surface. For this, a special algorithm has been developed in this study, so that even complicated case of intersection can be treated.

### 2.1 Treatment of Irregular Cells at Body Surface

Generally, intersection between a grid cell and a body surface has many levels of complexity, which can be classified by the number of fluid or solid regions existing inside a cell (see Fig. 1). Class 1 is the case where there is no intersection with body surface, which is the simplest case. Class 2 is a simple intersection, where there are one flow region and one solid region within the cell. When the intersection becomes more complicated, there might be two flow regions and one solid region, or two solid regions and one flow region within the cell, which belongs to class 3 . The present method can treat the cases ranging from classes 1 to 3 . Beyond these three cases, intersection becomes too complicated to deal with, and furthermore, such cases
are so rare，that the cell is further refined．
The intersection cases mentioned above determine calculation methods of the cell geometrical properties， which consist of（1）volume，（2）face area，and（3）face normal vector．The outline of the algorithms used here is shown in Fig． 2.

Important features of the algorithms，such as pseudo－plane approximation，and the treatment for cells intersecting body surface，are briefly described in the following sub－sections．

## 2．1．1 Pseudo－Plane Approximation

The following two assumptions are a base of the method proposed in this study：
1．A body surface is approximated to be pseudo－ planar within a cell（see Fig．3）．
2．One cell at body surface contains one solid region and one fluid region．
The first assumption simplifies the representation of body surface within a cell by a single panel，and thus minimizes the requirement for memory space．The term ＇pseudo＇is used since the actual body surface within a cell is not planar in general．Its normal vector and area are thus calculated from the constituent triangular panels（see Figs．3b and 3c）．In other researches dealing with the cell－splitting method，such simplification is not made，so that all body elements inside a cell are stored， as shown in Fig．3a．${ }^{-7,11}$ Therefore，those methods gene－ rally need a larger memory space than the present one．

The second assumption provides another simpli－ fication since the relation between cell and body surface is made unique，leading to efficient computation．

## 2．1．2 A Cell Containing A Normal Geometry or A Sharp Edge（Class 2）

To classify an intersection，the number of body surface within a cell is first identified（see Figs． 2 and 4）． When there is only one body surface，the body geometry is classified as either normal geometry or sharp edge． Here a sharp edge is defined as a pair of neighboring body panels with $\theta<30^{\circ}$ ，where $\theta$ is the angle made between these panels．

For the case of normal geometry，computing cell geometrical properties is simple，since a polyhedron representing the flow region inside the cell can readily be constructed．For the sharp edge case，however， according to the first assumption mentioned above，the body inside the cell will be truncated，or blunted（see Fig．5a）．This is undesirable since it deteriorates solution accuracy．To preserve the original shape as much as possible，the cell should be split along the sharp edge by placing a splitting panel（see Fig．5b）．By considering each flow region separately，the geometrical properties can be computed in the same manner as the normal case．

## 2．1．3 A Cell Containing Two Flow Regions or Two

 Solid Regions（Class 3）A cell contains two body surfaces in the following two cases：（1）one solid region and two flow regions， and（2）two solid regions and one flow region（see Fig．

1）．Two solid regions exist in a cell if the surfaces are facing each other，that is，Eqn．（1）is satisfied（see Fig． $6)$ ．

$$
\begin{equation*}
\hat{\mathrm{n}}_{1} \cdot\left(\overrightarrow{\mathrm{x}}_{\mathrm{c}_{2}}-\overrightarrow{\mathrm{x}}_{\mathrm{c}_{1}}\right)>0, \quad \hat{\mathrm{n}}_{2} \bullet\left(\overrightarrow{\mathrm{x}}_{\mathrm{c}_{1}}-\overrightarrow{\mathrm{x}}_{\mathrm{c}_{2}}\right)>0 \tag{1}
\end{equation*}
$$

where $\vec{X}_{c}$ and $\hat{n}$ are the position vector of centroid and the normal vector of the pseudo planar body surface， respectively．Subscripts 1 and 2 denote each body surface．

In both cases，the cell is split into two sub－cells， where only one interface between fluid and solid regions is considered in the cell，following the second assumption that there can only be one flow region and one solid region in a cell．The geometrical properties of polyhedron of each flow region are then computed as in the case of normal cell geometry．

Although in case（2）the cell should not be split since it contains only one flow region，it is actually split to be consistent with the second assumption，where the geometry properties in each sub－cell are modified so as to become the same as those of the original cell．They are re－merged in the stage of solving to give an identical solution equivalent to the original one（see Fig．2）．

## 2．2 Local Grid Refinement around Curved Body Surface

Here in this study grid refinement is carried out isotropically，which means that a three－dimensional cell is refined into eight sub－cells of equal shape and size in all Cartesian directions．

Since the pseudo－planar approximation is less accurate at curved body surface，more refinement is needed as the curvature of body surface increases． However，as the curvature becomes infinity at a sharp edge，excessive refinement will result，and consequently a large number of very small cells will be produced．In this study，such cell is split instead．Thus，grid refinement criteria used by other methods cannot be applied，because more refinement takes place as the body surface becomes more curved．Those criteria are listed in the following；（1）a cell larger than the characteristic size of body panels it intersects，${ }^{\text {，}}$（2） small angle between neighboring body pànels within a cell，${ }^{711}$ and（3）a cell with more than one vertex of body panel．＂

A new criterion is proposed here，where local grid refinement is carried out between two extreme cases： sharp edge and flat surface．To implement this，the absolute value of the cosine of angle $\theta$ between two body panels is employed，since it takes a maximum value of 1 at $\theta=0^{\circ}$（sharp edge）and $180^{\circ}$（flat surface）． and a minimum value of 0 at $\theta= \pm 90^{\circ}$ ，as in Eqn．（2）． The minimum value of all combinations of body panels within the cell is considered to capture a curved body surface even if its mesh is so fine that the angle between neighboring panels tends to that of a flat surface．

An edge with $\theta<\theta_{\operatorname{lin}}=30^{\circ}$ is considered a sharp edge in this study，which is treated by the method described in section 2．1．2．On the other hand，a cell
containing body panels with $30^{\circ} \leq|\theta| \leq 150^{\circ}$ is refined．

$$
\begin{align*}
& \min \left|\hat{n}_{i} \bullet \hat{n}_{j}\right|<\cos \theta_{\lim } \\
& \text { for } \quad 1 \leq i, j \leq N_{p}, \text { and } i \neq j \tag{2}
\end{align*}
$$

where all combinations of $i$ and $j$ are considered．$\hat{n}_{i}$ and $\hat{n}_{j}$ are the normal vectors to body panels $i$ and $j$ ， respectively，and $N_{p}$ is the total number of body panels within a cell．

The methods described above will be applied to a Cartesian grid with the problems of thin body，sharp edge and two solid regions．

## 3．Flow Solver

The Euler equations are solved to calculate inviscid， compressible flows on a Cartesian grid generated by the present method．The flow solver employed here is based on the cell－centered finite－volume scheme，where the numerical flux is calculated using Hännel＇s flux－vector－ splitting scheme．${ }^{12}$ The solution is advanced in time using a three－stage Runge－Kutta Method．Furthermore， convergence is accelerated using the local time stepping．

To achieve a reasonable time step，an extremely small and irregular cell produced by intersection of Cartesian grid with body surface is merged with its neighboring cell of larger size，which is carried out by taking the summation of mass，momentum and energy at all boundaries of the two cells．The same procedure is also used to merge the flow regions inside the cell for the case of two solid regions（see section 2．1．3）．

## 4．Computation on Supersonic Transport Model

The present method was applied to a model of supersonic transport shown in Fig．7a．The body surface consists of 9，906 triangular panels and 5，068 nodes for a semi－span model．Since the surface mesh of the model used here originally was not intended for CFD analysis， those triangles are of irregular size and shape．Such surface is not appropriate for body－fitted grid，whether structured or unstructured，because the smoothness of surface mesh is very important．Cartesian grid，on the other hand，is much less dependent on surface mesh quality．The only parameters that a user needs to set are the dimension of computational domain，the size of coarsest grid（level 0），and the highest level of grid refinement．The rest of the procedures are automatic．

Two tests are performed to examine：（1）the efficiency of the cell－splitting method，and（2）the effect of local grid refinement on accuracy．The flow is calculated under the conditions of $\mathrm{M}=2.4$ and $\alpha=1.5^{\circ}$ ．

## 4．1 Cell－Splitting

An identical grid is used here，as shown in Figs．7a and 7 b ．The grid is retined up to level 8 ，which corresponds to 538 cells along the axial length of aircraft．In other words，if the actual length of the aircraft is in the order of 100 m ，the side of the smallest
cubic cell will be about 19 cm ．The cell geometrical properties are computed using two methods：the non－ cell－splitting method as the baseline，and the cell－ splitting method．

Pressure distributions on wing are shown in Figs． 9 a and 9 b ．The pressure coefficient is plotted at 4 stations in the spanwise direction：$\eta=0.3,0.5,0.7$ and 0.9 ，where $\eta$ is the ratio of the spanwise length to the half－span．When using the non－cell－splitting method，the thin－geometry problem is clearly seen even at $\eta=0.3$ ， especially near the trailing edge（see Fig．9a）．

By employing the cell－splitting method，a much more improved solution is obtained over the whole wing （see Fig．9b）．The flow solution near the leading edge， however，is less satisfactory，which is mainly due to low grid resolution in this region．

The total number of cells in the cell－splitting method is 265,418 ，which is a $1.3 \%$ increase compared with that of the non－cell－splitting method，which is not significant（see Fig．8）．On the other hand，the pseudo－ plane approximation used in the cell－splitting method reduces the total number of body elements from 171,104 to 53,039 ，which is a factor of 3.2 ．As a result． the storage of the area and the normal vector of the panels decrease from 5.48 MB in double precision for the baseline method to 1.70 MB ．

Although this reduces the total number of flux surfaces，which are composed of cell surfaces and body elements from 793,797 to 681,268 ，this advantage does not lead to a significantly faster flow computation，since there are other opposing factors that have greater effect on the speed of computation．The main factors are small size and shape irregularity of cells at body surface， which lowers CFL number，leading to slow computation． The typical flow computation time for the present configuration is in the order of one or two days on a NEC＇s EWS 4800／360MP workstation with R4400／ 100 MHz processor．

The time to generate the grid using the current method is 1 hour 24 minutes of CPU time，where $67.6 \%$ of the total time is used for computing cell geometrical properties． $62 \%$ of this time span is used for checking each body panels for intersection with a particular cell at body surface．Since there are 53.039 cells at body surface and 9.906 original body panels，the checking algorithm is invoked 525 million times．A better approach to check only the panels in the vicinity of a particular cell is desired for further improvement．

## 4．2 Local Grid Refinement

A grid with local refinement around curved body surface is generated，so that the refinement level varies from 7 to 9 along the surface，which corresponds to cell sizes of about 37 cm to about 9 cm for SST of axial length 100 m （see Fig．7c）．

The grid contains 175,810 cells，which is a reduction of $34 \%$ over the cell－splitting method without local grid refinement（see Fig．8）．18．6\％of the total cells intersect with body surface．Regarding the original body surface elements， $87.2 \%$ of these cells have body panels with a connecting angle $\theta$ between $150^{\circ}$ and $180^{\circ}$ ．
which are considered to be nearly flat．On the other hand，the cells including a sharp edge with $0^{\circ} \leq \theta \leq 30^{\circ}$ account for $3 \%$ ，all of which were split by the sharp－ edge splitting method．Cells with $30^{\circ} \leq \theta \leq 150^{\circ}$ account for $9.8 \%$ ，which are most refined．In particular， cells with $80^{\circ} \leq \theta \leq 100^{\circ}$ ，which are considered to be least accurate due to the pseudo－planar approximation， account for $4.8 \%$ ．It is expected that the present grid can capture the flow properties efficiently and effectively， because those unfavorable cells account for a small percentage and their sizes are the most refined．

It is evident that the pressure rises sharply near the leading edge，whereas the pressure distribution along the rest of the wing remains almost the same（see Figs． $9 b$ and 9 c ）．The number of body elements is also reduced by $61 \%$ to 32,616 ，compared with the case without local grid refinement．The storage for the area and the normal vector of panels takes about 1 MB ， which shows that the cells are distributed much more efficiently．

However，the grid resolution around the leading edge is not yet sufficient even with the current retinement level．Here the average cell size is about 9 cm ，whereas the curvature radius of the edge is in the order of 1 cm ．Thus further refinement in this region is still necessary for more realistic applications．

## 5 Concluding Remarks

A cell splitting method for Cartesian grid was proposed in this study to deal with multiple flow or multiple solid regions within a cell，which occurs in the thin part of body．One of the features of the present method is to use pseudo－planar approximation for body elements within a cell，which can remarkably reduce computational cost．The method was further improved by considering the case of sharp edge as well as the case of two solid regions．Moreover，a local grid refinement method was also introduced at curved surface for efficient use of grid．

The present method was applied to a model of SST． The flow solution in a thin geometry region was improved by using only about $1 \%$ additional cells． Moreover，the number of body elements intersecting with grid cells was reduced by a factor of 3.2 ，due to the pseudo－planar approximation．Finally，the local grid refinement around curved surface further improved the flow solution using even fewer cells．

## Acknowledgements

The authors gratefully acknowledge that the SST surface geometry used in this study was provided by Kawasaki Heavy Industries，Ltd．

## References

1）Epstein，B，Luntz，A．L．and Nachshon，A．： Cartesian Euler method for Arbitrary Aircraft Configurations，AIAA Journal，vol．30，no．3， （1992），pp．679－687．
2）De Zeeuw，D．and Powell，K．G．：An Adaptively Refined Cartesian Mesh Solver for the Euler Equations，J．of Comput．Physics，104，（1993），pp． 56－68．
3）Pember，R．B．，Bell，J．B．，Colella，P．，Crutchfield， W．Y．and Welcome，M．L．：An Adaptive Cartesian Grid Method for Unsteady Compressible Flow in Irregular Regions，J．of Comput．Physics，120， （1995），pp．278－304．
4）Ochi，A．：Numerical Calculation of SST using Unstructured Grid（in Japanese），Master thesis， Dept．of Aerospace Eng．，Nagoya Univ．，Japan， （1996）．
5）Finley，D．B．：Euler Technology Assessment Program for Preliminary Aircraft Design Employing SPLITFLOW Code With Cartesian Unstructured Grid Method，NASA CR－4649， （1995）．
6）Karman Jr．，S．L．：Unstructured Cartesian／ Prismatic Grid Generation for Complex Geometries，NASA CP－3291，（1995），pp．251－270．
7）Melton，J．E．，Berger，M．J．，Aftosmis，M．J．and Wong，M．D．：3D Applications of A Cartesian Grid Euler Method，AIAA－95－0853，（1995）．
8）Lahur，P．R．and Nakamura，Y．：A New Method for Thin Body Problem in Cartesian Grid Generation， AIAA－99－0919，（1999）．
9）Aftosmis，M．J．：Solution Adaptive Cartesian Grid Methods for Aerodynamic Flows with Complex Geometries，Computational Fluid Dynamics VKI Lectures Series 1997－05（1997）．
10）Aftosmis，M．J．，Berger，M．J．，and Melton，J．E．： Robust and Efficient Cartesian Mesh Generation for Component－Based Geometry，AIAA Journal， vol．36，no．6，（1998）．
11）Deister，F．，Rocher，D．，Hirschel，E．H．，and Monnoyer，F．：Three－Dimensional Adaptively Refined Cartesian Grid Generation and Euler Flow Solutions for Arbitrary Geometries，4th European CFD Conference，Greece，vol．1，part 1，（1998），pp． 96－101．
12）Hännel，D．，Schwane，R．，and Seider，G．：On the Accuracy of Upwind Schemes for the Solution of the Navier－Stokes Equations，AIAA Paper 87－1105， Proc．AIAA 8th Computational Fluid Dynamics Conference，pp．42－46（1987）．

| Class | Schematic view of cell |
| :---: | :---: |
| 1 | fluid $\square$ solid |
| 2 | $\square_{\text {cut }}^{\text {normal }} \longrightarrow_{\text {edge }}^{\text {sharp }}$ |
| 3 | thin <br> 2 solid regions |
| 4 | too complex to consider here |

Fig． 1 Cases of intersection between grid cell and body surface according to the number of regions（fluid and solid）inside cell．


Fig． 2 Calculation procedure of cell geometrical properties．


Fig． 3 Approximating body surface within a cell： （a）original body elements，（b）intermediate triangles， （c）pseudo－plane．

（a）

（b）

Fig． 4 Cell splitting procedure：（a）intersection between body surface and edges of a cell face，
（b）construction of body surfaces inside cell．

（a）

（b）

Fig． 5 Sharp edge treatment：（a）construction of one body surface，（b）splitting the cell．


Fig． 6 Two solid regions in a cell．

（a）

（b）

（c）
Fig． 7 Grid around SST：
（a）overall view，（b）cross－sectional view at $\eta=0.5$ ，（c） cross－sectional view at $\eta=0.5$ with local grid refinement near leading edge．


Fig． 8 Computational costs in terms of grid cells and body surface elements．


（c）
Fig． 9 Pressure distribution along SST wing： （a）without cell splitting，（b）with cell splitting，（c）with cell splitting and local grid refinement．

# 超音速と㟟音速巡杭の多目的空力最道化 



# Multi－Objective Aerodynamic Optimization for Supersonic and Transonic Cruise 

Daisuke SASAKII ${ }^{*}$ ，Yukihiro TAKEGUCHI ${ }^{*}$ ，Shigeru OBAYASHI ${ }^{* 1}$ ，Kazuhiro NAKAHASHI ${ }^{* 1}$ ，Naoki HIROSE ${ }^{* 2}$


#### Abstract

This paper describes the design optimization of a wing for supersonic transport（SST）using Multi－Objective Genetic Algorithm（MOGA）．The objective functions are to minimize the drag for transonic cruise，the drag for supersonic cruise and the bending moment at the wing root for supersonic cruise．The wing shape is defined by planform and warp shapes in total of 66 design variables．An Euler code is used to evaluate supersonic performance，and a potential code is used to evaluate transonic performance．To reduce the enormous total calculation time，the CFD calculations are parallelized on NEC SX－4 （ 32 PE ）at Computer Center of Tohoku University．The Pareto optimal solutions are obtained in the three dimensional objective function space by the present approach．The resulting Pareto solutions identify that arrow wing configuration is one of the important factors for the wing performance．


## 1．はじめに

今日のように国際化が顕著となり，物資や人間の移動 が盛んになるにつれて，各大陸間の飛行時間を短縮する超音速旅客機（S S T）の開発が待ち望まれてきた。現在運行中のS S Tであるコンコルドは揚抗比の小ささ等 の問題のため商業的には失敗であった。しかし，最近に なって世界的に次世代 S S T の開発機運が高まっている。日本においても航空宇宙技術研究所（NAL）を中心と して研究•開発が行われている。しかし，現段階におい てS S T の開発には揚抗比の問題以外に技術的に克服困難な問題が多数存在する。その一つが衝撃波によるソニ ックブームの発生である。ソニックブームを低減する有効な方法は確立されていないため，次世代 S S T は洋上 のみで超音速巡航を行い，大陸上では退音速巡航を行う可能性が高い。
従って，次世代 S S T は超音速巡航性能の向上のみな らず，遷音速巡航性能の向上も重要である。超音速巡航抵抗を低減する大きな後退角はアスペクト比を減少させ遷音速巡航抵抗の増加をもたらすため，超音速巡航及び遷音速巡航における空力性能のトレードオフ面（パレー ト最適解）を調べる必要がある。このため，竹口らによ り翼平面形のみの多目的最適化結果が発表されている 1）。 この研究では遷音速巡航及び超音速巡航の空力性能のみ を向上させると非現実的な高アスペクト比翼が生じる可能性があるため，翼根にかかる曲げモーメントが第三の目的関数として考慮された。

本研究では翼平面形の最適化に加えて，ワープ形状，

買厚分布の最適化を行う。ワープ形状とはキャンバーに ねじりを組み合わせた複雑な形状のことで，翼型のキャ ンバーラインの翼幅方向の連なりである。従来，ワープ面の最適化は線形理論によって行われてきたが，超音速巡航及び遷音速巡航の空力性能の多目的最適化において は，超音速巡航性能の単一目的最適化と異なり超音速前縁を持つ翼も最適解の一つとなり得るため線形理論によ って空力性能を計算することはできない。従って，本研究では超音速の空力評価にオイラー計算，迬音速にはポ テンシャル計算を用いて，S S T の選音速巡航及び超音速巡航の空力性能と超音速巡航時の翼根の曲げモーメン トについての多目的最適化を行う。その結果得られたパ レート最適解の解析を行うとともに，NALの超音速設計翼との比較を行い，本手法の有効性を確かめる。N A L超音速小型実験機のプロジェクトではロケット実験機 について 4 次設計まで空力設計を行ったが， 3 次設計翼以降ではナヴィエ・ストークスコードを用いて粘性を考慮している ${ }^{2)}$ 。そこで，粘性の考慮されていない 2 次設計翼を今回の比較の対象とする。

多目的最適化問題を解くとパレート最適解と呼ばれる解群が得られる。パレート最適解を効率よく多数得る手法として多目的遺伝的アルゴリズム（MOGA）がある。 MOGAは遺伝的アルゴリズム（GA）を多目的問題に拡張した最適化法であり，GAは生物進化を計算機上で模して適応，学習，最適化を行う手法である ${ }^{3)}$ 。本研究 ではパレート最適解を効率よく多数得る必要があるため， MOGAを用いて多目的最適化問題を解く。

[^29]
## 2．多目的最適化問題の定式化

本研究では，S S T の邉音速巡航，超音速巡航の空力性能及び超音速巡航時の翼根にかかる曲げモーメントの つつを目的関数とする多目的最適化を行う。
超音速翼を定義する設計変数は翼平面形，翼厚分布， キャンバー，ねじれ分布に分類される。翼平面形は図1 に示すように翼根，キンクにおける前縁後退角と翼弦長，翼幅，翼幅方向のキンク位置によって定義される。翼根， キンク，買端で図 2 に示すように 9 点を制御点とするべ ジェ曲線で翼厚を定義し，その他のスパン位置では線形内挿によって翼厚分布を定義する ${ }^{4)}$ 。キャンバーはキン クの内側と外側で二枚のパネルに分けて，それぞれにつ いて翼弦長方向に 4 点（図 3 ），翼幅方向に 3 点の制御点 をおいたべジェ曲面を用いて定義する。線形理論でワー プを最適化すると，翼根では負のキャンバーのときに超音速巡航抵抗は小さくなるので奋根では負のキャンバー をとるように制御点を負とし，それ以外では正とする。 ねじれ分布は図 4 に示される 6 点を制御点とする $B$－ス プライン曲線で表される。以上が設計変数の定義であり， その総数は66となる。また，設計変数の範囲を表1に示した。
設計条件は以下に示す通りであり，制約条件を表2に記した。制約条件として翼平面形に関しては翼面積を一定とした。また，奋厚分布に関しては最大翼厚及び前縁 において微係数が連続であることとした。

飛行条件

| 遷音速巡航マッハ数 | 0.9 | （高度 10 km ） |
| :--- | :--- | :--- |
| 超音速巡航マッハ数 | 2.0 | （高度 15 km ） |
| 迬音速巡航時の揚力係数 | 0.15 |  |
| 超音速巡航時の揚力係数 | 0.10 |  |

## 目的関数

遷音速巡航抵抗の最小化
超音速巡航抵抗の最小化
超音速巡航時の翼根の曲げモーメント最小化
目的の揚力係数は揚力係数が迎角に対して比例関係に あることを利用し，3回の空力評価を行うことで適切な迎角を選択することにより得ている。超音速空力性能の数値計算にはTVD型上流差分法 ${ }^{5)}$ に基づくオイラーコ ードを用いた。このコードに収束を速めるためにLU－ S G S 陰解法及び多重格子法 ${ }^{6)}$ を適用した。また，遷音速空力性能の数値計算には計算時間短縮のため完全ポテ ンシャルソルバー，FLO－2 $7^{\text {7）を使用した。 }}$

## 3．最適化法（MOGA）

MOGAは生物進化のメカニズムを模做したGAを用 いた多目的最適化手法であり，ランダムに作られた設計候補の集団を評価，選択，再生の手順を踏んで進化させ最適解を得る手法である。再生過程では，選択された設

計候補（親）の設計変数を交叉と突然変異させることで新しい設計候補を発生させる。

MOGAの特徴として，1）目的関数の勾配や微分を必要とせず かつ多点探査を行う事によって得られる口 バスト性，2）たくさんの設計候補の評価を同時に行う ことができることに依る高い並列化効率，3）複数のパ レート最適解を一度に得ることができることに依る高い計算効率，が挙げられる。
本研究で用いたMOGAは，集団サイズを64，世代数を 75 とした。MOGAを解くためには解がパレート最適であると同時に，パレート解がパレート集合中に一様に分布している必要があるため，パレート・ランキン グとシェアリングを用いてランク付けを行い，ベスト N選択法を用いて最適化を行った。また，約 1 万回に及ぶ オイラー計算及びポテンシャル計算による翼の空力評価 が必要となるため，これらの評価には東北大学大型計算機センター内のSX－4の32PEを用いて並列に処理 した。その際，各個体のC F D 評価に 1 つのC P Uを割 り当てるマスタースレーブ方式の並列処理を行った。1 ケースの計算時間は約100時間である。

4．結果
4．1 パレート最適集合の概略
以上の手法を用いて得られたパレート最適解の様子を図5に示す。目的関数が 3 つの多目的最適化であるため， 3 次元空間中にパレート最適解が得られた。この図から各目的関数間に存在するトレードオフ面を読みとること ができる。 3 次元空間では各目的関数間の相関が分から ないので，その図を 2 次元上に射影した。遷音速巡航抵抗，超音速巡航抵抗について射影した図が図 6 ，超音速巡航抵抗，超音速時の翼根の曲げモーメントについて射影した図が図7である。これらの図より目的関数間に存在するトレードオフ面が明らかとなる。設計者はこれら のパレート最適解の中から目的に最も適合する超音速翼 を選択することができる。
㟟音速巡航抵抗と超音速巡航抵抗についてパレート解 を射影した図 6 を考える。仮に逪音速巡航抵抗と超音速巡航抵抗に対して曲げモーメントが影䜾を及ほさない場合には，パレート面境界は左下に凸の曲線となるはずで ある。しかし，今回の 3 目的最適化結果を見るとパレー ト面境界Iは途中で途切れていて，もう一つのパレート面境界IIが右方に生成している。このことから第三の目的関数である曲げモーメントの影響によりパレート面境界IIが生成していることが分かる。パレート面境界I上 の翼は遷音速巡航抵抗あるいは超音速巡航抵抗はとても小さいが高アスペクト比翼であるため非現実的な翼であ る。従って，パレート面境界II上付近にある翼が実現可能な検討に値する翼であると考えられる。

次に超音速巡航抵抗と超音速巡航時の翼根の曲げモー メントについて射影した図 7 を考える。ここで得られた パレート面は左下に凸の曲線となっており，超音速巡航時の巡航抵抗と曲げモーマン？は相反する関係を持ち，空力と構造のトレードオフを表している。

図6ではパレート面をアスペクト比によって記号を変 えて比較を行った。アスペクト比が大きくなるにつれて，邊音速巡航抵抗は減少傾向となる。しかし，アスペクト比が増加しても超音速巡航抵抗は減少しない。従ってア スペクト比と遷音速巡航抵抗の間には密接な関係がある。図7ではテーパー比による比較が行われた。テーパー比 がある値以下では超音速巡航抵抗が小さいことから，テ —パー比の小さい翼は空力性能の良い翼であると言える。一方，テーパー比が大きくなると抵抗は大きくなるもの の曲げモーメントは小さくなることから構造的に優れた翼となる。

## 4． 2 パレート解とNAL2次設計翼との比較

得られたパレート解の解析を行うためにNAL2次設計翼と比較を行った。 2 次設計翼は線形理論によってワ ープを最適化し設計された超音速翼であり，翼厚分布は既存の翼型からとられた。 2 次設計翼を今回用いた計算条件で計算を行った結果を図 8 に示した。図 8 より 2 次設計翼は右方にあるパレート面境界付近に存在している ことから，十分現実的な翼として設計されていることが分かる。

2 次設計置と同等の邉音速巡航抵抗を持つ翼 $3 つ(\mathrm{~A}$ ， B，C）を選択して比較を行った。それらの買及び 2 次設計買の性能値を表3に平面形を図 9 にそれぞれ示した。比較を行うと，超音速巡航抵抗が最も小さい翼のアスペ クト比は他と変わらないがテーパー比を大きくしてアロ一翼化することにより，超音速巡航抵抗を小さくしてい ることが分かる。また，曲げモーメントの比較を行うた めに $0 \%$ 及び $33 \%$ スパン長における C p分布と翼型を図10に示した。 $33 \%$ の翼型及び $\mathrm{C} p$ 分布は 3 つの翼 で大きな差が無いが， $0 \%$ では曲げモーメントの小さな翼は後縁を厚くして，その付近で大きな揚力を稼いでい ることが分かる。つまり，曲げモーメントの小さな翼は翼根付近において後縁を厚くする事でより大きな揚力を得て全体の揚力を稼ぎ，翼端付近の揚力を低く抑えるこ とで曲げモーメントを小さくしている。ただし，この結果は空力計算が非粘性で行われたためであると思われる。粘性流で剥離が生じることを考慮に入れるとこのような最適解とはならないであろう。

次に超音速巡航抵抗が 2 次設計翼とほほ同じ翼（C， D，E）を選択して比較を行った。その時の翼平面形及 び性能値をそれぞれ図 1 1 ，表3に示した。図11から分かるように遷速巡航抵抗が小さくなるにつれてアスペ

クト比が大きくなる。アスペクト比を大きくすることで アロー翼化することにより，超音速巡航抵抗を小さくし ていると考えられる。

最後に今回最適化を行った結果得られた翼で邉音速巡航抵抗，超音速巡航抵抗，曲げモーメントの全てが 2 次設計翼より小さい翼（F）との比較を行う。翼平面形を図12に，性能値を表3にそれぞれ示す。翼平面形の比較を行うと，NALの2次設計翼はデルタ買に近い形状 であるが，最適化で得られた翼はアロー翼形状である。 また，図1 3 に $0 \%$ ， $33 \%$ スパン長における翼厚分布 を示す。これらから，最適化されて得られた翼の買厚は NAL2次設計買よりも厚いことが分かる。この結果も流体モデルが非粘性であるためと考えられるが，基本的 には翼が厚いほど燃料を多く積むことができるほかに構造的強度を増すことができるので有利である。

図14に示すように本研究で得られたアロー買（F） は従来考えられてきたアロー翼に比べてアスペクト比は小さく，テーパー比は大きい。アスペクト比が小さくな っていることから，アロー翼に特有である空力弾性の問題が軽減されることが予想される。また，本研究の最適化結果よりデルタ翼やクランクアロー翼は設計候補とし て適当では無いことが分かる。デルタ翼は空力性能が低 く，一方，クランクアロー買は超音速前縁となってしま うことがその理由である。

## 5 結論

本研究ではS S T の遷音速巡航及び超音速巡航巡航の空力性能についてMOGAを用いて多目的最適化を試み た。買平面形，ワープ形状等を計 66 の設計変数で表す ことにより，オイラーコードを用いた 3 次元翼の最適化 が可能となった。その結果，MOGAの強みであるパレ一ト最適解を効率よく多数得ることに成功した。線形理論によって設計されたN A L 2 次設計翼と本手法によっ て最適化された翼の比較を行った結果， 2 次設計翼より も優れた翼を生成することができたことから，本手法の有効性が確認された。

超音速巡航及び遷音速巡航性能の両方を向上させるた めの大きなアスペクト比は翼根における曲げモーメント を大きくしてしまうので現実的ではない。従って現実的 なアスペクト比の範囲内で巡航抵抗を減らす方法が必要 となる。

遷音速巡航抵抗がNAL2次設計翼とほほ同じで，翼面積が等しい翼の超音速巡航抵抗を減らすためにはテー パー比を大きくしてアロー翼化をすることで実現可能で ある。また，同条件で超音速巡航時の翼根における曲げ モーメントを減らすためには買根付近の後縁部を厚くす ることで実現される。ただし，これは非粘性の場合であ り，粘性を考慮したナヴィエ・ストークスコードによる

結果では異なると考えられる。
また，超音速巡航抵抗が 2 次設計翼とほぼ同じで，翼面積の等しい翼の遷音速巡航抵抗を減らすためにはアス ペクト比を大きくしてアロー翼化することが必要でちる。
以上のことからアロー翼がアスペクト比を必要以上に大きくすることなく空力性能を向上させる手段であるこ とが分かる。アロー翼の空力性能は従来から知られてい たが，空力弾性の構造的問題やピッチングモーメントが非線形な応答となる問題のため実現されなかった ${ }^{8,9)}$ 。し かし，現在の進歩した複合材技術の導入や動的制御を行 うことで回避可能ではないかと考えられる。今後，より高精度な構造解析を加えた空力最適設計を行い，アロー翼の実現に向けた研究を行いたい。

## 参考文献

1）竹口幸宏，佐々木大輔，大林茂，中橋和博：MOGA による超音速輸送機の多点空力設計，第12回数値流体力学シンポジウム講演論文集，pp．507－508， 1998.

2）Iwamiya，T．：NAL SST Project and Aerodynamic Design of Experimental Aircraft，Fourth ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference，Vol．2， pp．580－585， 1998.
3）坂和正敏，田中雅博：遺伝的アルゴリズム，朝倉書店，東京，1995

4）Grenon，R．：Numerical Optimization in Aerodynamic Design with application to a Supersonic Transport Aircraft，International CFD Workshop for Super－Sonic Transport Design，March 16－17，pp．83－104， 1998.
5）Obayashi，S．and Wada，Y．：Practical formulation of a positively conservative scheme，AIAA J．，32（1994）， pp．1093－1095．

6）Yoon，S．，Jameson，A．and Kwak，D．：Effect of artificial diffusion scheme on multigrid convergence， AIAA Paper 95－1670，1995．

7）Hicks，R．M．：Transonic Wing Design Using Potential－Flow Codes－Successes and Failures，SAE Paper 810565， 1982.
8）Manro，M．E．，Manning，K．J．R．，Hallstaff，T．H．，and Rogers，J．T．：Transonic Pressure Measurements and Comparison of Theory to Experiment for an Arrow－Wing Configuration，NASA CR－2610，Aug． 1976.

9）Ruhlin，C．L．，and Pratt－Barlow，C．R．，Transonic Flutter Study of a Wind－Tunnel Model of an Arrow－Wing Supersonic Transport，AIAA Paper 81－0654，April 1981.


図1 翼平面形の定義


図2 翼厚分布の定義


図3 キャンバーの定義．


図4ねじり分布の定義

表1 設計変数の範囲

| 翼平面形 |  |  |
| :---: | :---: | :---: |
| コード長 | $\mathrm{C}_{\text {reor }}$ | $10 \sim 20$ |
|  | $\mathrm{C}_{\text {kink }}$ | $3 \sim 15$ |
| スパン長 | $\mathrm{b}_{1}$ | $2 \sim 7$ |
|  | $\mathrm{~b}_{2}$ | $2 \sim 7$ |
| 後退角 | $\alpha_{\text {root }}$ | $35 \sim 70$ |
| （deg） | $\alpha_{\text {kink }}$ | $35 \sim 70$ |
| 翼厚分布 |  |  |
| 最大翼厚 $(\%)$ | $\mathrm{Zp}_{4}$ | $3 \sim 4$ |
| 最大翼厚位置 $(\%)$ | $\mathrm{Xp}_{4}$ | $15 \sim 70$ |


| 表 2 | 制約条件 |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 翼平面形 |  |  |  |
| コード長 | $\mathrm{C}_{\text {tip }}<\mathrm{C}_{\text {kink }}<\mathrm{C}_{\text {tio }}$ |  |  |
| スパン長 | $\mathrm{b}_{2}<\mathrm{b}_{1}$ |  |  |
| 後退角 | $\alpha_{\text {kink }}<\alpha \alpha_{\text {tip }}$ |  |  |
| 買面積 | $\mathrm{S}=60$ |  |  |
| 翼厚分布 |  |  |  |
|  | $\mathrm{Zp}_{3}=\mathrm{Zp}_{4}=\mathrm{Zp}_{5}$ |  |  |
|  | $\mathrm{Xp}_{0}=\mathrm{Xp}_{1}$ |  |  |




図 8 選択した翼と N A L 2 次設計翼

図5 3 次元目的空間中のパレート最適解分布


|  | Aspect <br> Ratio | Taper <br> Ratio | $C_{D}$（transonic） <br> $\left(\times 10^{-4}\right)$ | $C_{D}$（supersonic） <br> $\left(\times 10^{-4}\right)$ | Bending |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| Moment |  |  |  |  |  |$|$| A | 1.76 | 0.41 | 38.96 | 62.80 |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| B | 1.79 | 0.28 | 39.25 | 63.32 |
| C | 1.77 | 0.19 | 38.90 | 66.97 |
| D | 1.89 | 0.29 | 34.38 | 66.52 |
| E | 2.19 | 0.21 | 30.36 | 67.08 |
| F | 1.82 | 0.19 | 38.43 | 64.61 |
| NAL2nd | 2.20 | 0.10 | 39.73 | 67.00 |

図6 遷音速巡航抵抗と超音速巡航抵抗について 2 次元
上に射影したパレート最適解
（アスペクト比によって記号分け）


図 9 遷音速巡航抵抗一定時の翼平面形比較

（a） $0 \%$ スパン長

（b） $33 \%$ スパン長
図10 遷音速巡航抵抗一定時の $\mathrm{C}_{\mathrm{p}}$ 分布と翼型の比較


図11 超音速巡航抵抗一定時の翼平面形比較


図12 設計最適翼とNAL2次設計翼の翼平面形比較

（a） $0 \%$ スパン長

（b） $33 \%$ スパン長
図13設計最適翼とNAL2次設計翼の翼厚分布比較


図14 超音速翼の平面形状

## 乱流モテルル応用研究会の活動について

## On the Activity of the Research Group for Application of Turbulence Models

藤原仁志（䋁技研），小尾晋之介（慶應大），山本誠（東京理科大），半場藤弘（東大生研），岡本正芳（静岡大），秋山 実（富士総研），荒木和博（富士総研），小林克年（東京大）

## 1．緒言

計算機の急速な進歩にともなって，CFDは製品の設計や各種流れの予測の現場で広く普及し，設計や予測の重要な手段の一つとして位置づけられるようになった。 このようにCFDが普及した背景には，CFDの実行を支援 する，格子生成法，計算アルゴリズム，および，可視化などのポスト処理技術等の絶え間ない進歩もあげら れる。これらのCFD支援環境の整備は，現在もなお日進月歩の勢いで進んでいる。
一方，現状の工学CFDが抱える最も重要な課題は，実用的な乱流モデルの開発であることはCFD技術者共通 の認識であるが，この点ではいまだにあまり進展が見 られないのが実情である。というのも，現在も次々と提案されている乱流モデルは，あまりにも複雑すぎる ためにそれを実際に用いることが難しい。また，乱流 の計算法に関する基礎研究についても，DNSやLESが中心であり，それらは必ずしも近い将来に実用問題に適用できる見通しがあるわけではない。

これらを総合すると，将来の工学CFDの現場において も，乱流モデルを用いた計算がその主流を占めている可能性は大きいと言える。確かに，乱流モデルを用い た計算には，その手法の根幹に係わる欠点がないわけ ではない。しかし，CFDの現状を見るに，近い将来では多くの場面で乱流モデルを用いた計算の方がDNSやLES より有利になると予想される。「乱流モデル応用研究会」は，実際に工学CFDにたずさわる若手研究者からな り，研究会の目的には
－各種実用問題に対する乱流の数値計算精度向上の ための系統立った手法の確立と実行。
－既存乱流モデルの新しい利用法を開拓すること。 を掲げている。通常の乱流関係の研究会とは違って，乱流モデル自体の構築は研究会の主眼ではなく，モデ ルの純粋な利用者が無理無く参加できるシステムにな っている。

電子メイルによって参加を呼びかけたところ， 24 人か ら参加の表明があり，うち 12 人が大学関係者， 3 人が国研の研究者，9人が一般企業のエンジニアであった。メ ンバの数は徐々に増え続けている。会合は2ヶ月に1度行われる。研究会のメンバは，幹事が中心となって設定した流れを，各自のコードと乱流モデルを用いて計算することが必要で，メンバの提出した結果は，計算法，格子点，乱流モデルと併せて検討する。結果につ いては，電子メイルやftpなどで回収し，まとめたもの は研究会のホームページ（http：／／navier．t．u－tokyo．a c． $\left.\mathrm{jp} /{ }^{-} \mathrm{fuji} /\right)$ にも公開している。

## 2．研究会の䂺題（2次元壁面ジェット）

## 2． 1 概要

Karlsson ら（1993）による壁面噴流の実験を課題とし て取り上げる。この結果からは平均速度と変動速度の一次モーメントのデータが ERCOFTAC の標準データ ベースとして登録されており，標準データとして世界的に用いられている。主要なパラメータは

－流入部レイノルズ数： $\mathrm{Re}=\mathrm{U}_{0} \mathrm{~b} / \nu=1.0 \times 10^{4}(\nu$ $=1.0 \times 10^{-6}$, Water at $18^{\circ} \mathrm{C}$ ）

- スリットの幅：$b=10 \mathrm{~mm}$
- 断面平均速度： $\mathrm{U}_{0}=1 \mathrm{~m} / \mathrm{s}$
- 水槽サイズ ： $\mathrm{L}=7450 \mathrm{~mm}, \mathrm{H}=1350 \mathrm{~mm}$
- 流入アスペクト比：1：145

スリット出口の水槽底面を原点として，主流方向に x軸，壁面に垂直方向に y 軸を取ります。水槽の下流端 に当たる $\mathrm{x}=\mathrm{L}$ で，水は水槽上部 $\mathrm{y}=\mathrm{H}$ からオーバーフ ローとして流出するような流れ場になっている。速度場の計測はLDVにより，壁面座標で $\mathrm{y}^{+}=2$ までの粘性低層までのデータが得られている。摩擦速度，壁面摩擦係数，ジェットの半値幅の x 方向の発達の様子につ いてもデータが用意されているので，流れ方向の発達 の様子についてもチェックする事が出来る。

## 2． 2 計算上の注意点

流れは十分下流で自己保存領域に達する事が実験から示されているが，当面は流れの発達領域と自己保存領域の両方を計算対象とする。流入ジェットのアスペク ト比が 145 と高いため，二次元性はかなりの程度で成 り立つと考えられるが，水槽内部には弱いながらも再循環流が発生しているため，方物近似は適当ではなく，楕円型の計算をする必要がある。計算領域としてはこ れまでの結果から判断すると，水槽全体を対象とする必要はなく， $250 \mathrm{~b} \times 50 \mathrm{~b}$ 程度の計算領域をとれば十分

である．ただし，その場合でも $\mathrm{y}=50 \mathrm{~b}$ の境界面での流入を許容する必要がある。流入面で与えられているデ ー夕は平均ならびに変動速度成分のうち主流方向成分 のみであるため，乱流エネルギーの消散率などの諸量 については各自が乱流境界層のパラメータなどを参考 に決定する必要がある。ただし，実験データから判る ように，流入部では主流には低乱流強度のコア領域が あり，流入条件としてチャンネル流れのデータを用い る事は出来ない。データベース上の平均速度の成分の近似式として，以下の式が用意されている。
－ $\mathrm{U}=0$ ，for $\mathrm{y}=0$
－$U=a_{0}+a_{1} y+a_{2} y^{2}+a_{3} y^{3}+a_{4} y^{4}, \quad$ for $0<y<1.67$
－ $\mathrm{U}=1.038$ ，for $\mathrm{y}>1.67$
$\mathrm{a}_{0}=-0.0048423757$
$a_{1}=0.516016712$
$a_{2}=1.56161407$
$\mathrm{a}_{3}=-1.55715752$
$a_{4}=0.39524607$

## 3．計算結果の一例

## 3． 1 概要

低レイノルズ数型 $\mathrm{k}-\varepsilon$ モデル（Myong－Kasagi モ デル）を用いて計算した。 流入条件は課題の通りで，下壁面は断熱•速度 0 ，左壁面はすべり壁，その他の境界は微分が 0 とした。

## 3． 2 計算格子

計算領域は流れ方向に 200b，壁面に垂直な方向に50b （b は噴出口の高さ）とした。 格子点数は流れ方向に 100 点，壁面に垂直な方向に 100 点である。


## 3． 3 流れ方向 平均速度 分布

流れ方向平均速度Uを実験と計算で比較してある（シ ンボルが実験値で実線が計算結果）。 上側の図がジェ ットの噴出口に近い方で，下側の図がジェットの噴出口から離れた方である。 横軸が噴出口からの距離（m $\mathrm{m})$ ，縦軸が下壁面からの距離（mm）である（ $\mathrm{y}=0$ が壁面）。



## 3． 4 流れ方向速度最大儃の変化

横軸は噴出口からの距離（mm），縦軸が速度最大値（m ／s），シンボルが実験値で実線が計算結果。


3． 5 壁面の局所摩擦係数 $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ の変化
$\mathrm{C}_{\mathrm{f}}=\tau \mathrm{W} /\left(\rho \mathrm{U}_{\mathrm{m}}{ }^{2} / 2\right) ; ~ \tau \mathrm{~W}$ は壁面摩擦応力， U m はその x の位置での平均速度最大値，横軸は噴出口 からの距離（cm），縦軸が $\mathrm{C}_{\mathrm{f}}$ ，シンボルが実験値で実線が計算結果。


## 3． 6 レイノルス応力＜uv＞の分布

$\mathrm{x}=100 \mathrm{~b}$ での y 方向分布；その x の位置での平均速度最大値の 2 乗で無次元化してある；－＜uv＞でない ことに注意横軸は噴出口からの距離（mm），縦軸がく $\mathrm{uv}>/ \mathrm{U}_{\mathrm{m}}{ }^{2}$ ，シンボルが実験値で実線が計算結果。


## 3． 7 乱流エネルギの分布

$\mathrm{x}=100 \mathrm{~b}$ での y 方向分布；その x の位置での平均速度最大値の 2 乗で無次元化してある；横軸は噴出口 からの距離（mm），縦軸が $\mathrm{k} / \mathrm{U}_{\mathrm{m}}{ }^{2}$ ，シンボルが実験値で実線が計算結果。


## 3． 8 自己保存性（実験結果の流れ方向速度）

$9 / 4$ 提出分課題説明の Table． 1 の Station 3 から 8 において，流れ方向平均速度 分布の自己保存性を確認 する。自己保存性（self similarity）とは，あるxの位置 において，ジェットの最大速度とジェットの幅を用い て，流れの諸量を適切に無次元化して y 方向分布を示 すと，それらがxの位置によらず相似になるというこ とである。ここでは，流れ方向平均速度を最大速度で無次元化し（縦軸），それを，半値幅 $\mathrm{y}^{1 / 2}$ で無次元化 した壁からの距離を横軸として示す。 半値幅 y $1 / 2$ の定義は課題説明のページの最初の図を参照．


3． 9 自己保存性の確認（計算結果の流れ方向速度）
上記の実験結果と同様のものを計算結果について示す。


3． 10 自己保存性（計算結果の乱流エネルキ）
計算結果について乱流エネルギが自己保存性を満たし ているかを調べた。乱流エネルギは平均速度最大値の 2 乗で無次元化した。横軸が無次元化した乱流エネル ギ，縦軸が $\mathrm{y}^{1 / 2}$ で無次元化した壁からの距離。一般に 0 次の統計量（平均値）より 2 次の統計量（レイノル ズ応力，乱流エネルギ）の方が自己保存性を満たすま での距離が長くなることが知られている。


# 応力方程式モデルの可能性について 

山本 誠＊<br>On the Possibility of Reynolds Stress Models<br>Makoto Yamamoto＊


#### Abstract

Computational Fluid Dynamics（CFD）is a very useful and promising tool in various engineering fields．Pre and post processes，grid generation，numerical schemes，computational algorithm and so on have been well established．Targets of CFD codes have also been extending to multi－phase flow，combustion，molecular gas and non－Newtonian fluid．However， turbulence models and／or turbulence computations are the bottleneck even in the present days．In this paper，I focus on the Reynolds stress model that is the most universal but complicated among turbulence models with Reynolds average（i．e． RANS）．First，the modeling outline and the superiority of the model are introduced．As the examples，our computational results for wall jet，cyclone separator and jet pump are exhibited．It is depicted that the Reynolds stress model is superior to an eddy viscosity model when turbulence is suffered from stress transport，swirl and secondary strain effects．Second， the recent trend of researches is presented，enhancing cubic models and complex flow verifications．It is indicated that the development，improvement and verification of a Reynolds stress model are being carried out all over the world．Third，the model characteristics are explained．Comparing it with other turbulence models，the strong and weak points are clarified． Finally，the possibility of a Reynolds stress model is discussed．After taking into account the possible ways to make use of a Reynolds stress model，it is confirmed that the best model should be used in the right place．That is，the most promising way to employ a Reynolds stress model in engineering applications is to apply it to the flows where eddy viscosity models cannot provide reliable results and the unsteadiness of the flow is not needed or unimportant．


## 1．はじめに

流体数値計算（CFD）技術とコンピュータ・ハードウエア の発展により，CFD が設計ツールとして不動の地位を獲得 していることに異議を唱える人はいないであるう。計算対象も単相流から混相流，燃焼流，分子流，非ニュートン流等々へと確実に広がりつつある。しかしながら，実用上も つとも重要かつ応用範囲の広い単相乱流に関しては，未だ に数値計算方法が確立しておらず，乱れを含む様々な流れ の定量的な予測を考えたとき CFD のボトル・ネックとな つている。すなわち，乱流の数値計算方法としてレイノル ズ平均モデル（RANS），Large Eddy Simulation（LES）， Direct Numerical Simulation（DNS，直接数値計算）な どが提案•利用されているが，あらゆる場面に適用できる ものは未だに存在していない状況にある。

本稿では，以上のような背景を踏まえた上で，数多いレ イノルズ平均モデルの中から形式的にもつとむ複雑である が普遍性の高い応力方程式モデルに注目し，その概要，計算例，研究動向，特性について解説を行った後，実用上の可能性について他モデルと比較しつつ論じることにする。

## 2．応力方程式モデルの概要

レイノルズ平均（時間平均）を用いた乱流モデルには，0方程式モデル（例えば，Baldwin－Lomax，以下同様），1 方程式モデル（Spalart－Allmaras），2 方程式モデル（k－$\varepsilon, \mathrm{k}-$ $\omega)$ ，代数応力方程式モデル（Rodi），応力方程式モデル （Gibson－Launder，Shima）が存在する。また，各モデルに関して改良あるいは拡張モデル（非等方 $\mathrm{k}-\varepsilon$ ， SST ，多重時間スケール $\mathrm{k}-\varepsilon)$ が多数提案されており，レイノルズ平均 モデルの開発•検証研究は現在も精力的に続けられている。

2 方程式モデル以下の低次モデルでは，・ブシネスクの渦粘性仮説や局所平衡の概念などを利用してモデル化が行才 れている。これら仮定は，乱れが急激に変化しないことや レイノルズ応力のせん断成分のひとつが卓越した状況でな いと妥当なものとは言えず，実際，多くの流れ場で予測精度不足が指摘されている。これらの効果を取り扱うために は，レイノルズ応力の非等方性や輸送現象を適確に考慮す る必要がある。応力方程式モデルは，このような問題を解決するために提案されたモデルである。

応力方程式モデルの標準形は，レイノルズ応力と乱流エ ネルギーの散逸率に関する偏微分輸送方程式を用いこ，
$\frac{\partial \overline{u_{i} u_{j}}}{\partial t}+U_{1} \frac{\partial \overline{u_{i} u_{j}}}{\partial x_{l}}=P_{i j}-\varepsilon_{i j}+D_{i j}+v \frac{\partial^{2} \overline{u_{i} u_{j}}}{\partial x_{l}^{2}}+\phi_{i j}$
$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}+U_{1} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{l}}=P_{\varepsilon}-\varepsilon_{\varepsilon}+D_{\varepsilon i j}+v \frac{\partial^{2} \varepsilon}{\partial x_{l}^{2}}$
のように表されるのが一般的である。上式の左辺各項は時間変化と対流を，右辺各項は生産，散逸，乱流昖散，粘性拡散を意味する。また，レイノルズ応力輸送方程式の右辺末項はレイノルズ応力間のエネルギー分配に寄与する項で，圧力歪相関項あるいは再分配項と呼ばれている。モデル化 が必要な項はレイノルズ応力輸送方程式中の散逸，乱流拡散，再分配項，$\varepsilon$ 輸送方程式中の生産，散逸，乱流拡散項 である。

応力方程式モデルは，レイノルズ応力の生産項が渦粘性 を介さずに厳密に取り扱われる点と，圧力歪相関項によっ てレイノルズ応力間のエネルギー輸送が考慮される点でよ り実現象に近いものとなっている。これまでに，低次モデ ルでは予測が困難な旋回流，流線曲率のある流れ，第2種 2 次流れ，衝突流，壁面噴流，比較的低振動数の非定常流 など多くの流れに対してその有効性が確かめられ，相対的 な普遍性の高さが実証されている。
現在もつとも標準的と考えられ市販 CFD ソフトにも導入されている高レイノルズ数型 Gibson－Launder モデル［1］ を以下に記す。
$P_{i j}=-\overline{u_{j} u_{l}} \frac{\partial U_{i}}{\partial x_{l}}-\overline{u_{i} u_{l}} \frac{\partial U_{j}}{\partial x_{l}} \quad, \quad \varepsilon_{i j}=\frac{2}{3} \varepsilon \delta_{i j}$
$D_{i j}=C_{s} \frac{\partial}{\partial x_{l}}\left(\frac{k}{\varepsilon} \overline{u_{m} u_{l}} \frac{\partial \overline{u_{i} u_{j}}}{\partial x_{m}}\right)$
$\phi_{i j}=\phi_{(1) i j}+\phi_{(2) i j}+\phi_{(w 1) i j}+\phi_{(w 2) i j}$
$\phi_{(1) i j}=-C_{1} \frac{\varepsilon}{k}\left(\overline{u_{i} u_{j}}-\frac{2}{3} k \delta_{i j}\right)$
$\phi_{(2) i j}=-C_{2}\left(P_{i j}-\frac{2}{3} P \delta_{i j}\right) \quad, \quad P=\frac{1}{2} P_{i j}$
$\phi_{(w 1) i j l}=C_{1}^{\prime} \frac{\varepsilon}{k}\left(\overline{u_{l} u_{m}} n_{l} n_{m} \delta_{i j}-\frac{3}{2} \overline{u_{i} u_{l}} n_{j} n_{l}-\frac{3}{2} \overline{u_{j} u_{l}} n_{i} n_{l}\right) f_{w}$
$\phi_{(w 2) l j}=C_{2}^{\prime}\left(\phi_{(2) l m} n_{l} n_{m} \delta_{i j}-\frac{3}{2} \phi_{(2) i l} n_{j} n_{l}-\frac{3}{2} \phi_{(2) j l} n_{i} n_{l}\right) f_{w "}$
$P_{\varepsilon}=C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P \cdot \varepsilon_{\varepsilon}=C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^{2}}{k}, D_{\varepsilon}=\frac{\partial}{\partial x_{l}}\left(C_{\varepsilon} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_{m} u_{l}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_{m}}\right)$
圧力歪相関項中の $\phi_{(1) j \text { j }}$ は Slow 項，$\phi_{(2) i j}$ は Rapid 項と呼ば れ，それぞれ乱れ同士，乱れと平均流の干渉によるレイノ

ルズ応力成分間の再分配効果を表している。 $\phi_{(w) j, j}$ ，$\phi_{(w 2) j, j}$ は圧力歪項相関項に対する壁面の寄与で，壁面反射項ある いは壁面近接効果項と呼ばれる。モデル式中の $\boldsymbol{n}_{i}$ は壁面単位法線ベクトルを意味する。また，上記形式の Slow 項， Rapid項をそれぞれ Rotta モデル，IP（Isotropization of Production）モデルと呼んでいる。

推奨されるモデル定数および関数は以下の通りである。
$C_{1}=1.8, C_{2}=0.6, C_{1}{ }^{\prime}=0.5, C_{2}{ }^{\prime}=0.3$ ，
$C_{s}=0.22, C_{\varepsilon}=0.18, C_{\varepsilon 1}=1.44, C_{\varepsilon 2}=1.92$
$f_{w}=\frac{k^{3 / 2}}{C_{1} \varepsilon y}, C_{l}=2.5$
ここで，yは壁面からの垂直距離である。
このモデルは，これまでに様々な基本的乱流場や流体機械内の乱流などに対して適用され，検証が行われている。予測精度の改善を必要とする場合もあるが，実用性の観点 からもつとも成功した応力方程式モデルであるといえる。

モデル化の詳細，物理的根拠などについては，乱流数値計算に関するテキスト［例えば，2，3］を参照していただ きたい。

以下に，著者がこれまでに行った研究から，壁面噴流， サイクロン分離器，外周噴流型ジェットポンプに関する数値計算例を示すこととする。

壁面噴流は壁と平行に吹出したジェット流で，境界層制御などで実用上しばしば見られる乱流である。この流れで はレイノルズ応力の輸送効果が重要であり，渦粘性仮説が成り立たない（すなわち，平均速度勾配 00 位置でレイ） ルズ応力が 0 でない。）ことが知られている。図 1 は，流 れ場の概略，各種乱流モデルによって予測された壁垂直断面内平均速度分布と壁面摩擦係数の下流方向変化を示して いる。図から明らかなように，平均速度分布には著しい違 いが認められないが，壁面摩擦係数では最近の $\mathrm{k}-\varepsilon$ モデル と比較しても Gibson－Launder の提案した応力方程式モデ ルの予測精度の高いことが分かる。

次に，サイクロン分離器に関する結果を示す［4］。サイク ロン分離器は流体中に含まれた固体粒子を遠心分離する環境装置であり，その本体内に強い旋回流の存在することが知られている。図2は，k－$\varepsilon$ モデルと応力方程式モデルに よる予測結果を比較したものである。旋回流速の分布が両 モデルでまったく異なることが明がであり，応力方程式モ デルが旋回流の予測に優れていることが分かる。


図 1 壁面噴流に対する計算結果

（a）サイクロン分離器の概略

（b）周方向平均速度分布

（c）圧力損失
図2 サイクロン分離器内の数値計算結果

## 3．最近の研究動向

最近の応力方程式モデルに関する研究は，各モデル項の モデル化方法の洗練，特に圧力歪相関項の3次化や楕円緩和化，モデル係数に対する乱れの非等方効果の導入，3 次元流を含む各種複雑乱流場への適用性の検証などに対しを淮められている。以下，王力歪相関項のモデル化と複雑乱流場への適用について説明する。
3． 1 圧力歪相関項の改良
圧力歪相関項のモデルは，乱れの非等方テンソル $a_{i j}$ ，

（a）概略

（b）平均速度分布

（c）効率
図3 外周噴流型ジェットポンブの計算結果

平均歪速度 $S_{i j}$ ，平均渦度 $\Omega_{i j}$ を用いて，以下のように一般形として表現することができる。
$\phi_{i j}=\phi_{(1) i j}+\phi_{(2) i j}$
$\phi_{(1) i j}=-\varepsilon\left[C_{1} a_{i j}+C_{2}\left(a_{i j} a_{j k}-\frac{1}{3} a_{k l} a_{k l} \delta_{i j}\right)\right]$

$$
\begin{aligned}
\phi_{(2) i j} & =C_{3} k S_{i j}+C_{4} k\left(a_{i k} S_{j k}+a_{j k} S_{i k}-\frac{2}{3} a_{k l} S_{k l} \delta_{i j}\right) \\
& +C_{5} k\left(a_{i k} \Omega_{j k}+a_{j k} \Omega_{i k}\right) \\
& +C_{0} k\left(a_{i k} a_{k l} S_{j l}+a_{j k} a_{k l} S_{l l}-2 a_{k j} a_{l i} S_{k l}-3 a_{i j} a_{k l} S_{k l}\right) \\
& +C_{7} k\left(a_{i k} a_{k l} \Omega_{j l}+a_{j k} a_{k l} \Omega_{i l}\right) \\
& +C_{8} k\left[a_{m n}^{2}\left(a_{i k} \Omega_{j k}+a_{j k} \Omega_{i k}\right)+\frac{3}{2} a_{m i} a_{n j}\left(a_{m k} \Omega_{n k}+a_{n k} \Omega_{m k}\right)\right]
\end{aligned}
$$

前述した Gibson－Launder モデルは $C_{1}, ~ C_{3}, ~ C_{4}, ~ C_{5}$ の

みが 0 でない定数で，Slow 項，Rapid 項ともに $a_{i j}$ に関 して線形なモデル，Speziale－Sarkar－Gatski モデル［6］は Slow 項が非線形，Rapid 項が準線形（ $C_{4}$ が乱れの関数と なっている）なモデル，島モデル［7］はSlow 項，Rapid 項 ともに準線形なモデルとなっている。

Launder－Tselepidakis［8］は，圧力歪相関項が実現性条件 などを満たしつつモデルとしての普遍性を高めるためには $a_{i j}$ の 3 次項まで含める必要があるとの立場から，$C_{1}$ から $C_{8}$ までのすべてが O－でない Cubic（3 次）モデルの提案を行った。この圧力歪相関項モデルのモデル定数および関数 は，以下のように与えられている。
$C_{1}=6.3 A F^{1 / 2}(1-f), C_{2}=0.7 C_{1}, C_{3}=0.8$ ，
$C_{4}=0.6, C_{5}=0.866, C_{6}=0.2, C_{7}=0.2$ ，
$C_{8}=2 r, \quad r=\min (0.6, A)$ ，
$F=\min \left(0.6, A_{2}\right) \quad, \quad f=\max \left(1-\frac{R_{e t}}{140}, 0\right)$
ここで，$A, ~ A_{2}$ はフラットネス・パラーメータと非等方 テンソルの第2不変量と呼ばれる乱れの状態量である。こ のモデルは低レイノルズ数型となっており，ここでは省略 するが，散逸項モデルや $\varepsilon$ 方程式にも多くの複雑なモデル化を施している。また，すべてのモデル係数が A やRet の ような乱れの状態量だけから決定できるようになっており，壁面からの距離のような境界に依存するパラメータは排除 されている。

Cubic モデルは，様々な基本的乱流場に関して検証が行 われ，線形あるいは準線形モデルの予測が不充分なケース に対しても一定の成果を収めている。また，更なる改善努力も続けられている。しかしながら，3次元応用問題では ほとんど利得がないという報告もあり，引き続きモデルの改良と検証計算の蓄積が必要である。

## 3． 2 複雑乱流場への適用と検証

応力方程式モデルは市販 CFD ソフトにも導入されるよ うになっており，複雑乱流への適用に関する報告も増えて いる。ここでは，複雑乱流場に関する最近の取り組みにつ いて紹介する。

Leschziner ら［9］は，Craft－Launder のCubic モデル［10］ に基づいて若干の修正を加えた応力方程式モデルを提案し， AGARD－A1 および B2，NASA Langley，Carson－Lee の各アフターボディや翼胴結合部の 2 次元， 3 次元計算につ いて報告を行つている。彼らは，k－モモデル，Menter $の$ SST

モデル，Jakirlic－Hanjalic の応力方程式モデルによる結果， および実験データとを比較することにより，彼らの提案し た応力方程式モデルが衝撃波•乱流境界層干渉を伴うこれ らの複雑乱流に対して最良の予測を与えることを示してい る。モデル化の詳細については，参考文献［11］を参照して いただきたい。

乱流モデルの開発者と設計作業等でのモデル利用者と では，乱流モデルに対する認識に大きなギャップがある。 モデル開発者は，モデルの厳密性，普遍性を追及し，モデ ルの実用問題（特に 3 次元）への適用性を考慮することは ほとんどなかった。例えば，ダミーインデックスを 4 つも含むようなモデル項が提案されているが，そのようなモデ ル化は 3 次元一般座標系計算では利用できないであろう。 また逆に，モデル利用者は，モデル開発上の仮定や背景，適用限界を理解しようとしていなかったと思われる。この ようなギャッブを埋めるため，世界中で複雑乱流や実用問題に対するモデル検証が進められている。

ョーロッパの乱流研究グルーブは，ERCOFTAC （European Research Community of Flow，Turbulence and Combustion）を組織し，複雑乱流の検証ワークショ ッブを毎年開催している。また，アメリカでは，NASA の主導の下，産官学が一体となって，実用問題に対するモデ ル検証プロジェクトを進めようとしている。さらに，アメ リカ機械学会の流体工学部門夏季講演会では，
「Experimental Needs for CFD Code Validation」という セッションが企画され，乱流モデル開発者，CFD ユーザー，実験データ提供者それぞれの立場から議論が行われている。日本においてこのような議論が盛り上がらないのは，それ ぞれの立場を尊重するためなのか，CFDを信用せず CFD の信頼性あるいはその向上を必要としないのか，研究者が新しいものを求めすぎるためか，正確な理由は著者には分 からないが，残念な限りである。

いずれにせよ，このようなモデル検証を通じて，真に実用性があり，普遍性の高いレイノルズ平均モデルが確立あ るいは開発されることを期待したい。

## 4．応力方程式モデルの特性

応力方程式モデルの実用上の可能性を考える上で，その特性を明らかにしておくことが重要であろう。以下，他の乱流モデル・計算法と比較した場合の応力方程式モデルの

長所•短所を列記することにする。
長所としては，
（1）考慮される現象が多くなっているため，低次モデルと比較して，より多くの流れ場に対応できる。
（2）すべてのレイノルズ応力を個別に取り扱らため，乱れの非等方性を再現できる。
（3）生産項が厳密であるため，2次歪効果が再現できる。
（4）旋回流の予測が可能である。
（5）LES と異なり格子依存性を排除できるため，定量的な予測精度を把握•検証しやすい。
（6）LES や DNS のように 2 次元流や軸対称流をわざわざ 3次元計算する必要がない。
（7）LES やDNSよりも計算量がはるかに少ない。 などが挙げられるであろう。

短所としては，
（1）陽な拡散性をレイノルズ応力輸送方程式が持っていない ため，渦粘性モデルに比べて計算が不安定である。
（2）解くべき方程式が多いため，k－$\varepsilon$ モデルのような低次モ デルに比べて計算量が多い。
（3）初期•境界条件等のプログラミングが煩雑である。特に，流入境界条件の与え方に注意が必要である。
（4）モデル化および検証が k－$\varepsilon$ モデルに比べて不充分である （低次モデルより高精度な解を与えないケースがある）
（5）比較的低周波数の非定常流は再現可能であるが，一般に はLESほど非定常流の予測精度が高くない。 などが挙げられる。

## 5．応力方程式モデルの可能性

以上述べてきたような応力方程式モデルの現状，研究動向，諸特性を踏まえると，応力方程式モデルの将来には以下の3つの選択肢が存在するように思われる。
第 1 は，完全（普遍的）なモデル化および安定な数値計算手法を構築し，汎用ブログラムに組み込んであらゆる問題 に利用する方向，第2は，完全なモデル化を追及してその成果を低次モデルの中に反映させる方向（例えば，k－$\varepsilon-\mathrm{A}$ モデル），第3は，モデルの現状を許容して適用可能な場面 で適宜利用する方向，である。
乱流モデルを提案する側の人達（いわゆるモデラー）は第 1 の方向性を目指しており，これが次々に新しいモデルを生み出す原動力となっている。しかし，乱流モデルが初め

て提案されてからほぼ100年，応力方程式モデルが提案さ れてからでも約 30年の歳月が経っており，その発展状況 を考えると，近い将来において普遍的な応力方程式モデル が完成するとは考え難い。また，普遍性を向上するために はモデルの複雑化が避けられず，乱流の物理を解明すると いう知的欲求は満たすかもしれないが，工業上の利用者に とって好ましいものになるか否かは甚だ疑わしい。
第2の方向性はかなり有望である。例えば，須賀［12］は， Craft らの Cubic 応力方程式モデルに基づいて，レイノル ズ応力輸送方程式を A 輸送方程式（A はフラットネス・パ ラメータ）に帰着させた $\mathrm{k}-\varepsilon-\mathrm{A}$ モデル（低レイノルズ数型）を構築した。以下に，k－$\varepsilon$－A モデルで使用されるレイ ノルズ応力の評価式を示す。

$$
\begin{aligned}
a_{i j}= & -C_{\mu} \tau S_{i j}+C_{1} \tau^{2}\left(S_{i k} S_{k j}-\frac{1}{3} S_{k l} S_{k l} \delta_{i j}\right) \\
& +C_{2} \tau^{2}\left(\Omega_{i k} S_{k j}+\Omega_{j k} S_{k i}\right)+C_{3} \tau^{2}\left(\Omega_{i k} \Omega_{j k}-\frac{1}{3} \Omega_{l k} \Omega_{l k} \delta_{i j}\right) \\
& +C_{4} \tau^{3}\left(S_{k i} \Omega_{l j}+S_{k j} \Omega_{l i}\right) S_{k l} \\
& +C_{5} \tau^{3}\left(\Omega_{i l} \Omega_{l m} S_{m j}+S_{i l} \Omega_{l m} \Omega_{m j}-\frac{2}{3} S_{l m} \Omega_{m n} \Omega_{n l} \delta_{i j}\right) \\
& +C_{6} \tau^{3} S_{i j} S_{k l} S_{k l}+C_{7} \tau^{3} S_{i j} \Omega_{k l} \Omega_{k l}+C_{a} A_{i j} \\
a_{i j}= & \frac{\overline{u_{i} u_{j}}}{k}-\frac{2}{3} \delta_{i j}
\end{aligned}
$$

k ，$\varepsilon$ ，A の各輸送方程式およびモデル係数の詳細につい てはここでは省略するが，低レイノルズ数型 Cubic 応力方程式モデルに基づいた非常に複雑なモデル化が施されてい る。渦粘性表現をこのように非等方化することにより，等方的渦粘性を用いる k－モモデルでは予測が困難であったレ イノルズ応力の非等方効果を妥当に再現できることが報告 されている。

しかしながら，新たなモデルが提案されてもその検証に時間がかかるため，提案されたものをすぐに利用できる訳 ではないっしたがって，新たなモデルの開発•検証研究を にらみつつ，第3の道を選択することが実用上もつとも賢明な選択と言えるであるう。すなわち，フローパターンだ けが分かれば良いような設計初期段階では渦粘性モデルを，定常な剥離を伴うような非設計点状態，旋回流の存在する場合，乱れの非等方性が強く影響するような場合には応力方程式モデルを，周期的な剥離や振動，流体騒音が問題と なるような場合には LES を利用して数値計算を行うこと

が計算時間，コスト，得られる成果の点からもつとも妥当 なように思われる。

## 6．まとめ

応力方程式モデルの概要，研究動向，特性を踏まえた上 で，その可能性•将来性について論じた。まとめると，応力方程式の利用は，渦粘性モデルで予測できず，LES や DNS の必要性がない問題への適用，および低次モデルの高精度化への利用にあると考えられる。いずれにせよ， RANS だけでなくLES やDNS なども含めて乱流モデル・乱流計算にオールマイティを期待するのは無理があり，適材適所に使用すべきものであると言えよう。

## 参考文献

（1）Gibson，M．M．and Launder，B．E．，J．Fluid Mech．，86， （1978），491－511
（2）大宮司，三宅，吉澤編，乱流の数値流体力学，東京大学出版会，（1998）
（3）数値流体力学会編，乱流解析，東京大学出版会，（1995）
（4）北村，山本，日本機械学会論文集（B），60－580，（1994）， 4002－4009
（5）並木，北村，山本，日本機械学会論文集（B），63－607， （1997），950－956
（6）Speziale，C．G．．Sarkar，S．and Gatski，T．B．，J．Fluid Mech．，227，（1991），245－272
（7）島，日本機械学会論文集（B），56－532，（1990）， 3702－3707
（8）Launder，B．E．and Tselepidakis，Proc． $8^{\text {th }}$ Symp．on Turbulent Shear Flows，（1991），29－1－1－29－1－6
（9）Batten．P．，Leschziner，M．A．and Craft，T．J．，Turbulence and Shear Flow Phenomena－1，edited by Banerjee，S． and Eaton，J．K．，Begell House Inc．，（1999），215－220
（10）Craft，T．J．and Launder，B．E．，Int．J．Heat Fluid Flow， 17：（1996），245－254
（11）Batten，P．，Craft，T．J．，Leschziner，M．A．and Loyau，H．， AIAA J．，37－7，（1999），785－796
（12）須賀，日本機械学会論文集（B），64－617，（1998），57－64

# 乱流 LES の工学応用の可能性 <br> 䜪口伸行（東大生研） <br> Feasibility of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows for Engineering application <br> by <br> Nobuyuki Taniguchi（Univ．of Tokyo） 


#### Abstract

A prediction of turbulent flow is an important problem for the fluid machinery design，but still difficult especially in the unsteady or／and three－dimensional properties which are often related with the flow separation．An LES seems a feasible solution to such problems though its applications to the engineering has been limited．This paper evaluates feasibility of the LES to the practical applications using some examples of the numerical evaluations．The instability and accuracy of numerical method and the boundary conditions are discussed for treating high Re practical problems． A turbulence modeling for combustion flame is also introduced as a typical extension of LES approach．


## 1．乱流LES の工学的意味

非定常性，3次元性の強い乱流場や，回転系や浮力場 に生じる外力効果，圧縮性の影響などを一般的に数値シ ミュレーションで扱おうとすると，流れの基整方程式 －Navier－Stokes 方程式—に基づいた直接計算（DNS）に かかる期待は大きい。しかし，工学設計が必要としてい る流れに関する情報—主に統計平均的な特性や特定の周波数応答一に対してDNS の扱う自由度（空間，時間 の解像度を考慮すると Re 数の 3 乗のオーダー）はあま りにも大きすぎ，将来コンピュータ性能の飛躍的な向上 を見たとしても，コストバーフォーマンスを考える限り何らかの近似モデルが有用であることは間違いない。
ラージ・エディ・シミュレーションは，現在のところ，乱流DNS の最も有力な近似モデルと考えられている［1］ この観点から，LES モデリングへの要求は，

- 充分な解像度の格子では DNSに収束すること，
- 充分高い P 数において要求される解像度が，DNS よ り低いオーダーであること，
といえる。格子に対する収束が速いほど，Re 数に対す る指数か低いほど優れたモデルと評価できる。スマゴリ ンスキモデルが風上差分のみを用いた解析モデルよりも優れると考える根拠もここにある。


## 2．高 Pe 数乱流へのブレイクスルー

乱流 LES を現在提案されている物理モデルに忠実に （すなわち，良い子測精度を保って）解析を行うと DNS の $1 / 10$ 程度の計算負荷を要する。これは，DNS に対 して十分小さいが，工学応用として高Re数への展開を考えるとまだ過大である。そのボトルネックとして，

- 壁面の近似モデル，
- 流入境界，エントレイメント境界での乱れの評価，
- 高間数での数直不安定に対する計算スキーム，

が挙げられる。予測すべき物理現象の特定とその数学的検討にブレークスルーの道があると考える。これらの課題に対する研究成果を以下に簡単に紹介する。

## 2.1 壁面条件

単純な形状，たとえば，平行な平板間の隙間流れ（千 ャンネル流）においても，壁面付近では乱流解析におい で特別の考慮が必要である。壁面付近に生じる乱流現象 として，古くはストリーク（縦渦）の存在が可視化実験 により明らかにされ，最近ではより詳しい局所構造がD

NS結果を用いて研究されている。これらは，壁面近傍 の乱れだけでなく平均速度分布にも影響を与えており， LESにおいても当然考慮される必要がある。


図1 壁面近傍の速度分布（壁摩擦速度により無次元化）
図1は平板境界層（円管やチャンネル流でもほぼ同 じ）における壁面近傍の平均速度分布を，壁面せん断速度と動粘度」で無次元化し，横軸対数スケールで示し ている。粘性低層（ $\mathrm{y}^{+}<5$ ）で平均速度分布が層流の場合と同じ $\left(\mathbf{u}^{+}=\mathbf{y}^{+}\right)$になるのは分子粘性が支配的であ ることを示す。また，壁の効果として垂直方向の速度変動が特に抑制される。これらの影響によって，壁面近傍
 を小さく評価する必要があり，実際のLESではスマゴ リンスキー定数C sをVan Driest の関数式により修正 しているいるが，これは実験式的なもので特別な物理的考察に基づくものではないが，チャンネル流や円管流で は良好な結果を与えている。
図1 のような速度分布を解析するのに壁面近傍（y ${ }^{+}<5$ ）に少なくとも2，3点の計算格子点が必要であ るのは言うまでもない。また，壁面近傍の維渦などを捉 えるには流れ方向，幅方向にも $\mathrm{y}+{ }^{+}$－ 10 程度の格子分割は必要とされる。そのため，境界層か薄くなる高レイ ノルズ数流れでは特に細かい格子分割が要求され，3次元計算が必須であるLESでは負担が大きい。

ところで，平均速度に関する限り壁面近傍の分布はレ イノルズ数や圧力勾配の変化によらずかなり一般的に成

り立ち，たとえば，発達した壁乱流でのいわゆる Log則が知られている。あるいは，Launder \＆Spalding （1976）［2］がこれを粘性低層まで有効な実験式，
$u^{*}-y^{+}$
$-\exp (-\kappa B)\left\{\exp \left(\kappa u^{+}\right)-1-\left(\kappa u^{+}\right)-\frac{\left(\kappa u^{+}\right)^{2}}{2}-\frac{\left(\kappa u^{+}\right)^{3}}{6}\right\}=0$

$$
y^{+}=\frac{u_{\tau} y}{v}, u^{+}=\frac{u}{u_{\tau}}, \quad \kappa=0.4 . \quad B=5.5
$$

を示している。これからuっをニュートン法などにより数値的に求めると，壁面せん断応力は，
$\frac{\tau_{w}}{\rho}=\frac{v y^{+}}{u^{+}} \frac{u}{y}$
と定められる。これらは本来は平均速度分布に対する関係式であるが，乱れ成分もこれに比例すると仮定すると， LESの乱れを含んだGS速度成分の境界条件としても適用できる。この方法は，チャンネル乱流における検証 では $\mathrm{Re}_{\tau}=1000$ 程度で y 方向 10 ないし 20 等間隔のか なり粗い格子分割でも，図2に示すように乱流強度など の統計平均量の予測には良好な結果を与えている［3］


岡2 壁法則を用いたチャンネル乱流LESによる乱流強度の予測結果

## 2.2 流入出条件

LESにおける流れ解析は非定常3次元であること以外に特別な条件を要しないので，一般に用いられる流れ解析法，たとえば，差分法＋MAC法の組み合わせなど が適用できる。ただし，境界条件に抽いても非定常性を考慮すべき点に注意がいる。LESにおける境界条件は D N S の場合と同様に，統計平均的な解と同時に瞬間的 な変動にも対応しなければならない。このことは，しば しば数値不安定や数値誤差の問題を生じる。
現在，LESが適用されている問題の多くはチヤンネ ル乱流の様に平均的に定常2次元であり，その場合には －様な方向に周期条件を課すのが一般的である。また，統計平均量を得る場合にも時間平均と同時に一様方向の平均を行うことで必要な計算時間が短縮できる。周期条件は瞬間的な速度変動についてもそのまま適用されるの で数値計算上の問題は起きにくい。ただし，計算領域と

して閉じた空間が仮定されるので，乱流中の本来の構造 か湾形されない程度に大きな領域をとること，全体の力 の釣り合いやエネルギーバランスに矛盾がないことなど に注意が必要である。
一方，流入境界がある場合では乱流の速度変動を直接評価する必要がある。瞬間的，局所的な流れデータを実験値や理論値からすべて与えることができない以上，こ れらは何らかの人工的条件となる。流入境界において適用が容易なのは平均速度分布に一様なランダム変動を加 える方法であり，計算内部に剥離やせん断流がありそこ で強い乱れが生成する問題では有効な方法といえる。乱 れエネルギー分布や相関長さなどを平均的に実験値と一致させることや，流れの安定性解析から得た変動モード を与えることにより改善がみこめるものの，流入変動の影響が内部におよぶ問題では誤差が避けがたい。そこで，小規模なLES計算を同時に行い瞬時解を得る方法もし ばしば用いられる。チャンネル流や円管流では流れ方向 に周期条件を課した発達流れを，風洞実験を模擬するな らば一様乱流を，比較的小さな格了数で並列に計算し， その瞬時の断面分布などを対象計算領域の流入条件とし て用いる［4］。また，せん断乱流などの時間発展計算の場合には，同様にして得た解を初期条件として利用する。 さらに複雑な工学的問題へ適用する場合には，チャンネ ル流や一様乱流などの比較的容易に計算できるLES解 から得た変動分布を，実験や時間平均モデル解析などに よる平均分布に加えるのが効果的と考えられる。
流出条件については対流型の境界条件，
$\frac{\partial u}{\partial t}+U c \frac{\partial u}{\partial x}=0$
が一般に良い結果を与える。ここで，対流速度Ucは瞬時局所の速度ではなく乱流渦の平均的な移流速度を表し， これを流出方向に正に与えることで計算の安定化がはか れる［5］具体的には，チャンネル流や管内流などでは断面平均速度が，物体後流では一様流速度が有効で，対流速度 $U_{C}$ の定義の差による影響は小さい様である。

## 2.3 風上差分スキームの影響

運動方程式にS G S 応力が付加されることを除けばL ESの流れ場計算法は基本的にDNSと同じであり，数値計算に関しては非定常3次元の高レイノルズ数粘性流 れ解析の一般的な手法がそのまま適用される。一様等方乱流やチャンネル乱流などの基整的なLES解析では数値誤差の小さいスペクトル法がしばしば用いられるが，応用的な研究では差分法や有限要素法が適用される。

LES（DNSでも同じであるが）に差分法や有限要素法を用いる場合，高波数の小さなスケール変動の解析 に対して大きな数値誤差を生じる点に注意が必要である。応用解析で用いられている2，4次精度中心差分では，高波数の変動については微分精度が低く，乱れの予測に対する解析精度の目安としてはスペクトル法の倍程度の格子分割が必要とされる。また，離散化式系においても運動エネルギなどの物理保存性を満たすことが高精度か つ安定な解析に適切であることか指摘されている。［6］

ところで，応用解析では物体の角部などの不連続な境界条件から生じる数値振動を抑制するために風上差分が しばしば用いられる。あるいは，S G S 応力モデルを用 いずに風上差分の数値粘性のみにより計算安定化を図る，

いわゆる「疑似DNS」も工学的応用にはみられる。解 の滑らかな変化を想定するレイノルズ平均乱流モデルの解析と異なり，LESで計算されるGS成分には格子と同程度に高波数の変動を含む（S G S 応力によって減衰 しているが）ので，計算すべき変動解と非物理的な数値振動とを分離することか難しい。LESにおいて数値粘性は数値振動を抑制すると同時に一種のS G S 応力モデ ルとしても㗢くと考えられるが，その際には始めに指摘 したようにDNS への収束性が評価されるべきである。少なくとも，非物理的な数值振動を生じない程度の格子解像度が得られる場合には乱流物理量でスケーリングさ れていない，いわゆる「風上差分」は適切なSGS モデ ルとは言えない。


図3角柱周りLES の計算格子と瞬時流れ $\mathrm{Re}=22,000$ ，格子分割 $82 \times 63 \times 16$（C16），x32（C32）


図4角柱周りLESによる速度分布予測［8］ （上：時間平均 u ，下：位相平均 v ）


図5角柱周り流れLESにおける風上差分の影響［8］ （上：QUICK 数値粘性誤差の分布，
下：SGS応力モデル（スマゴリンススキー）項の分布）

実際に LES 解析を実用問題に適用するには数値振動を抑制する数値手法が事実上必須である。また，比較的高 レイノルズ数（ $\mathrm{Re}=22,000$ ）の粗い格子による角柱まわ り流れLESでQUICKスキームを適用した結果では， カルマン渦周波数や平均速度などの統計平均量に関して は良好な予測が得られる（図3，4）［7］。しかし，この場合においても局所瞬時の速度変動のエネルギー散逸の計算値を評価すると，風上差分に起因する数値誤差によ る散冕量がSGS モデルによる物理的なそれを広範囲に わたって上回っていることは指摘せねばならない（図 5）。

上記の角柱周りの LES では比較的粗い格子では風上差分を用いない解析は数値振動（wiggle）によって発散 してしまう。より流れが速度擾乱に対して安定なケース， たとえば，チャンネル流中の物体剥離流れ［8］において は計算発散にはいたらないが，図6に示すように数値振動が生じた場合（Case1，2次中心差分）には平均分布 にも影響を与えてしまうため適切な解を得るには wiggle の抑制が必要である。しかし，QUICK スキー ムを全領域に適用すると後流域においてレイノルズせん断応力などの統計量予測に重大な誤差を生じることが示 される（Case2）。この場合，風上差分を用いずに数値振動を抑制するには物体近傍で DNS と同程度の格子分割数が必要になると考えられ工学応用は困難であるが，少なくとも，乱流粘性か効果的な流れ領域において風上差分を一様に適用することは受け入れがたい。この事例 においては wiggle の伝播領域があらかじめ特定できた ため，風上差分限定的な使用（Case3）により改善をえた。

上記のような数値振動は物体境界層が極めて薄く平均速度分布自体か解像されないために生じるもので，その wiggle 伝播は非粘性的な解として現れる。このような非粘性的な領域における数値振動解と，乱流粘性か澋響 を持つ領域で解像すべき乱流変動とを判別する一般的な条件式を必要としており，従来提案されてきた安定条件 スキームについてこの観点からの検討がなされるべきで ある。また，この問題は，例えば厂縮性流れ解析におい て多用される TVD スキームなど風上差分を基調とした解析においても共通に検討されるべき研究課題である。


Exp．by P．Matinuzzi and C．Tropea［15］


Cal．Case 1 （SM－2 ${ }^{\text {nt }}$ Cntl．）


Case 2 （SM－QUICK）


Case 3 （SM－QUICK（Partial））


図 6 チャンネル中の立方体周り流れのLESにおける wiggle 伝播（中央断面の $\mathbf{u}$ 平均分布）

## 3．複雑乱流場への展開

予測すべき対象か統計平均場のみであるならば，レイ ノルズ平均モデル（RANS）が源理的に優る。実際に，工学設計のパラメータスタディには，k－$\varepsilon$ モデルの有効な適用例が多数報告されている。一方，LESには，

## －時間•空問変動が直接的に解析できる，

－モデル定数の数が少なく，適用範囲が広い， の特徴がある。これらを必要とする対象，たとえば，
－不均一，非定常な解を必要とする，

## －適切な純十平均モデルが知られていない，

問題にこそLES の適用か澌待される。反応流，混相流，電磁性流などでは流れとの干渉についての基本的なメカ ニズムが不明確であるため，原理モデルにさかのぼった解析（いわゆる DNS）が試みられている。LESでは， これらの解析法を数学的に近似する直接的なモデリング が可能であるため，様々な対象に同じアプローチで展開 できると考えられる。ここでは，その一例として乱流燃焼火炎のモデリングと燃焼器流れへの適用を紹介する。
3.1 乱流燃烍火炎のLES モデリング

多くの燃㳣器流れでは，流れの変動に対して化学反応素過程の時間スケールか数柎小さく，燃焼反応に関して は準平衡として一段階の簡略化した反応モデルが有効と きれる。きらに，レイノルズ数が大きいときには乱流中 でも層流火炎がしわ状に変形するとみなす flamelet（層流火炎片）モデルが成り立ち，燃焼状態は主に乱流変動 によって支配されると考えられる。

ここで，flamelet モデルは燃焼反応が火炎面のみで生じると仮定しているので，このモデルに従えば火炎面 の移動を追跡することで燃㳣場が予測できる。予混合火炎の場合には，火炎面の追跡に反応進行率を変数とした微分方程式を解く計算法を適用して層流や乱流 DNS が いくつかの基本的な燃焼場で検証されている。ここでは，実用的なLES への適用を考え，flamelet モデルを数値的に安定に扱う方法として，火炎伝播を示す仮想的な輸送方程式，G－方程式，
$\frac{\partial G}{\partial t}+u_{j} \frac{\partial G}{\partial x_{j}}=S_{L}|\nabla G|$
を導入した計算手法 $[9]$ を取り上げる。ここで，下図に示すように，層流火炎速度（＝火炎伝播速度）$S_{L}$ であり， また，$G=G_{0}$ が火炎面を表す。


図7 G 方程式による flamelet モデル解析の概念図

ここで，乱流場をLES によって近似的にシミュレー トする際には火炎モデルにも適切な修正が必要となる。 すなわち，LES においては，乱流変動によって細かく しわ状になった火炎面を空間平均によって滑らかに近似 するため火炎面の見かけの面積が減少する。G－方程式 の定式化においては $1 \nabla \mathrm{G} \mid$ が過少に評価されることに なるため，その影響を見かけの火炎速度 $\mathrm{S}_{1}$ か増加した ものとして
$S_{L}|\overline{\nabla G}| \cong S_{i}|\nabla \bar{G}|$
と補正する。Yakhot ら［10］はサブグリッド乱れ強度 u＇ を用いて，
$\frac{S_{i}}{S_{L}}=\exp \left[\left(u / S_{L}\right) /\left(S_{i} / S_{L}\right)\right]$
を提案している。あるいは，Im ら［11］，朴ら［12］は時間平均モデルを参考に，
$\frac{S_{t}}{S_{L}}=1+c\left(\frac{u^{\prime}}{S_{L}}\right)^{n}$
を採用してモデル係数CをダイナミックSGSで与えて おり，基整的な解析では良好な結果を得ている。

## 3.2 燃焼器流れの解析例

flamelet モデルに基づく乱流火炎 LES の適用例とし て，ガスタービン燃焼器のテストセクションを対象とし た解析結果を紹介する［13］形状は匡8に示すように単純化した軸対称容器で，予混合燃料が流入し流入口の円盤状の保炎器背後に生じる剥離流によって予混合火炎が保持される。実験においては予混合空気 $115^{\circ} \mathrm{C}$ 以上，燃空比 0.035 以上で安定な火炎が得られ，流入流速 20 ～ $30 \mathrm{~m} / \mathrm{s}$ の範囲では吹き消え限界にも大きな変化がない ことか確認きれている。代表的な実験条件を表1にまと めた。流入流速と保炎器径によるレイノルズ数は約 50,000 となる。解析格子は円筒（O 型）（r，$\theta, ~ z に$ $55 \times 90 \times 102$ ）であたえた。


図8 予混合燃焼器の流路形状

表1 テストセクションの実験条件 Non－flame Flame

|  | Non－flame | Flame |
| :--- | :--- | :--- |
| Inlet velocity | $28.4 \mathrm{~m} / \mathrm{s}$ | $24 \mathrm{~m} / \mathrm{s}$ |
| Cooling air velo． | $0.0 \mathrm{~m} / \mathrm{s}$ | $5 \sim 20 \mathrm{~m} / \mathrm{s}$ |
| Air rate | $121 \mathrm{Nm}^{2} / \mathrm{h}$ | $70 \mathrm{Nm}^{2} / \mathrm{h}$ |
| Fuel rate | - | $3.8 \mathrm{Nm}^{2} / \mathrm{h}$ |
| Fuel ratio | - | 0.03 |
| Flame temp． | - | $1370{ }^{\circ} \mathrm{C}$ |
| Inlet air temp． | $17{ }^{\circ} \mathrm{C}$ | $120{ }^{\circ} \mathrm{C}$ |
|  |  |  |

図9に非燃焼の場合について，後流3箇所での平均速度分布を実験データと比較して示す。保炎器直後の逆流域 （ $\mathrm{z}=20$ ）が解析では大きく予測されているものの，保炎器周囲のせん断流や，下流（ $\mathrm{z}=40,100$ ）での速度回復は適切 に予測された。また，乱流強度についても剥離域内を除 き実験と良い一致が得られている。


図 9 非燃焼流れにおける主流方向平均速度分布


図 10 燃焼器中央断面での主流速度 $u$ の瞬時分布


$$
\mathrm{Z}=5 \mathrm{D}
$$

図11保炎器後流断面での渦度分布

図 10 には燃焼器中央断面での主流方向速度の瞬時分布を，図11には保炎器後流での渦度分布をしめした。流入管路からの流れが保炎器周囲に円環状ジェットのせ儿断層が下流において 3 次元的に変形していく状況が捉えられている。ここでは，流れ方向の縦渦が流れの3次元性を発達きせておう，同様の構造は可視化実験によ っても報告されている。

上記の LES 流れ解析に G 方程式による火炎モデルを連成することで乱流燃㳣場が解析される。本解析では， まず，非燃焼乱流 LES において発達した速度場を得て初期条件とした。解析領域全体に未燃がス（G＝0）が充填された状態で，実験によるパイロット火炎による点火 を模擬して保炎器背面にのみ一様な着火（既燃ガス $\mathrm{G}=1$ ）を与えた。この場合，火炎はまず保炎器背後の剥離域に広がり，軸線に沿って下流に移流しつつ半径方向 への拡散は図 11 に示した渦度の 3 次元的な変形が見ら れる位置から半径方向にも急速に拡散することが解析さ れた。保炎器火炎が下流出口まで発達した時点での変数 G の瞬時分布と，火炎面（ $\mathrm{G}=0.5$ 等値面）の形状の予測結果を図 12 に示す。火炎伝播の状況は実験による観察とも定性的に合っているが，下流出口付近においても間欠的に未燃がス流出が見られる点は燃焼効率に関連が ある現象と考えられ興味深い


## 4．まとめ

本論文では乱流 LES の実用問題への適用性について の最近の研究動向として，特に，数値計算法の安定性と評価，および，燃焼流における乱流モデリングを取り上 げて解検証析事例とともに紹介した。乱流LES はある程度大きな計算負荷を必要とすることから基礎的な流れ問題を中心に研究がなされてきたが，非定常 3 次元の流れ問題や反応流などへの適用性を時間平均モデルと比較して考えれば，むしろ，複雑な工学的な乱流場の実用的な予測法としての期待が高い。そこでは，本論文の事例でも示されているように数値計算法と乱流モデリング を切り離した検討は難しく，両者を総合した研究が必要 といえる。

## 参考文献

［1］Kobayashi 他，＂Large Eddy Simulation for Turbulent Wake of Bluff Body＂，JSAE Spring Convention（1998）9832747，
［2］Launder B．E．•Spalding D．B．，（1976），Comp．Meth． Appl．Mech．Eng．3，269－289
［3］森西•小林，（1991），機械学会論文集 B57－540， 2595－2601
［4］Morinishi Y．•Kobayashi T．，（1990），Engineering Turbulence Modelling and Experiments（eds．Rodi W．• Ganic E．N．）1，279－286，Elservier Pub．
［5］戴•小林，（1992），機械学会論文集 B58，17－23
［6］森西ら，（1996）機械学会論文集 B62－604，4090－4112
［7］Kogaki T．他，（1995），Math．Modelling of Turbulnt Flows，211－216，Japan Soc．of Comput．Fluid Dynamics
［8］朴•小林•谷L」，（1995），第9回数値流体力学シン ポジウム，219－220，数値流体力学会
［9］Kerstain，A．R．，et．al．，（1988）Phys．Rev．A37， 2728
［10］Yakhot，V．，（1988）Combustion Sci．Tech． 60
［11］Im，H．G．，（1997）Phys．Fluids 9（12），3826－3822
［12］朴ら，（1999），第 14 回生研 NST シンボジウム
［13］Taniguchi 他，（1999），＂Large Eddy Simulation of a Premixed Combust ion Flow in a Gas Turbine Combustor＂， IJPGC99，ASME．

# 乱流モデルの剥離流れへの適用と課題 

松尾裕一＊

# Applications of Turbulence Models to Separated Aerodynamics Flows 

by
Yuichi MATSUO＊


#### Abstract

In this paper，we discuss about capabilities that the current turbulence modeling technology can afford，problems that we faced with when we apply turbulence models to separated flows， and methods of making CFD users easily and effectively use turbulence models in more practical applications，through the analysis of typical Reynolds－Averaged Navier－Stokes（RANS）computa－ tions for transonic separated flow around an ONERA M6 swept wing．We also discuss about CFD code validation issues，e．g．necessary attributes of CFD software，and verification and validation methodology．


## 1．はじめに

最近，「CFDを道具として使う」とか「何々ツールと しての CFD」という言葉を良く耳にするようになった。 それはまさしく技術としての CFD の成熟と普及を表 していると思う。しかし，真の実力の程はどうなのか。 CFD 技術は実用問題に対して，どの程度の精度（信頼性）でどこまで（適応範囲）使えるのだろうか，こうし た問題意識が今回のセッションを企画したそもそもの動機である。CFD 技術は，90年代を通じて計算機性能の向上と相俟って長足の進歩を遂げた。しかしながら，全 ての要素技術が等しく進歩したわけではなく，乱流モデ ルに代表される一部の要素技術については，ここに来て CFD の実用化を加速する上でのボトルネックとなって いるように思われる。CFD 技術を実用技術として 21 世紀においてさらに飛躍させるためには，我々はこうした クリティカルな課題に対して一定の結論を与える必要が ある，ここで「剥離」に着目してみたのは，そのような問題意識を具体的に検証する一つの対象として適当と思ったからである。CFDにとって「剥離」の予測は最高の難題であることは言うまでもないが，それは流体力学においても大問題である。従って，剥離に対する有効 な乱流モデル云々といういわば究極の目標に挑戦すると いうよりは，このテーマに取り組むことによりCFD 技術の現状を見極め，真に取り組むふべき課題と活動の方向性を見い出すことを企図した。本稿では，ONERA M6翼流れの RANS（Reynolds－Averaged Naview－Stokes）解析を事例に，乱流モデルの特質と問題点，その解決法， CFD コードの検証の問題について，主にユーザの視点，応用性の視点から論じてみたい。

## 2．ONERA M6 翼流れ解析における事例研究

乱流モデルの選択によって数値解がどのように違っ てくるかについて，一つの事例を紹介する。図1に， ONERA M6と呼ばれる典型的な低アスペクト比後退翼を示す。遷音速域では翼上面にラムダ型衝撃波が形成され（図1），条件によって衝撃波の根元で境界層が剥離するというフローパターンが見られる。ここでは， $M_{\infty}=0.84, \alpha=6.06^{\circ}, ~ \mathrm{Re}=11.6 \times 10^{6}$ というやや迎角の大きい条件の解について論ずる。また，以下では，乱流モデルを示すとき表1の略記を用いるものとする。


図 1 ONERA M6 翼を過ぎる遷音速流れ

[^30]表1 乱流モデルの略記法とモデルの説明

| 略 記 | モデル名 | 説 明 |
| :---: | :---: | :---: |
| B－L | Baldwin－Lomax モデル［1］ | 渦粘性を予め決められた関数によって定める代数型 0 方程式モデル， 1978 |
| J－K | Johnson－King オリジナルモデル［2］ | 境界層内のレイノルズせん断応力の最大値に関する輸送方程式を解くことで，乱れの履歴効果を考慮す る 1 方程式モデル， 1985 |
| J－K1990 | Johnson－King 1990 年改良モデル［9］ | J－K オリジナルモデルを3次元へ拡張したもの， 1990 |
| J－K1992 | Johnson－King 1992 年改良モデル［3］ | J－K モデル 1990 の外層モデルを B－L のものに置き換 えた改良版， 1992 |
| B－B | Baldwin－Barth モデル［4］ | $k-\varepsilon$ モデルをベースに長さスケールの指定をなくした 1方程式モデル， 1991 |
| S－A | Spalart－Allmaras モデル［5］ | 移流拡散の第一原理に基づいた半経験的な 1 方程式モデ ル， 1992 |
| $k-\varepsilon$ | $k-\varepsilon$ モデル［6］ | 乱流エネルギ $k$ とその散逸率 $\varepsilon$ に関する輸送方程式を解 いて渦粘性を決める 2 方程式モデル， 1974 |

表2 ONERA M6 翼流れの RANS 解析事例

| 主著者 | 松尾 $[8]$ | Abid［9］ | Rumsey［10］ | Couaillier［11］ | Wang［12］ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| コード | KE3D | 差分コード | CFL3D，TLNS3D | CANARI | USM3D |
| 格子タイプ | 構造 $(\mathrm{CO})$ | 構造 $(\mathrm{CO})$ | 構造（CO） | 構造 $(\mathrm{CO})$ | 非構造 |
| 格子点数 | $191 \times 61 \times 32$ | $289 \times 65 \times 49$ | $193 \times 49 \times 33$ | $193 \times 65 \times 49$ | 338,417 |
| 乱流モデル | $\mathrm{B}-\mathrm{L}, k-\varepsilon$ | $\mathrm{B}-\mathrm{L}, \mathrm{J}-\mathrm{K} 1990$ | $\mathrm{B}-\mathrm{L}, \mathrm{J}-\mathrm{K} 1990, \mathrm{~J}-\mathrm{K} 1992$, <br> $\mathrm{B}-\mathrm{B}, \mathrm{S}-\mathrm{A}$ | $\mathrm{B}-\mathrm{L}, k-\varepsilon$ | $\mathrm{S}-\mathrm{A}, k-\varepsilon$ |

注1）COは格子トポロジーを表し，周方向にC型，スパン方向に O 型を用いている。
注 2 ）格子点数は，（周方向）$\times($ 垂直方向 $) \times($ スパン方向 $)$ の順に記載。

（a）Baldwin－Lomax

（b）$k-\varepsilon$

図 2 RANS 解析による翼上面の表面流れの比較
まず，著者によるRANS 計算例［8］を示す。図2は， $\mathrm{B}-\mathrm{L}$ モデルと明•笠木による $k-\varepsilon$ モデル $[7]$ を用いて解析したときの，負圧面上の表面流れを比較したものであ る，強い衝撃波の後方で境界層が剥離しているのがわか る。 $\mathrm{B}-\mathrm{L}$ モデルの場合には，剥離域は小さいが，$k-\varepsilon$ モ

デルの場合には特にチップ側で大きな剥離域が見られる。図 3 は，いくつかのスパン断面における圧力分布を実験と計算とで比較したものである。これによれば，B－Lモデ ルによる衝撃波の予測位置は実験に比べ各スパン位置で後方にずれている。また，剥離による圧力回復の遅れも予測できていない。一方，$k-\varepsilon$ モデルの場合には $\mathrm{B}-\mathrm{L}$ モデ ルより衝撃波の位置は前方へ移動している。 $44,65,80 \%$ の各スパン位置については実験ともかなり近づいており，圧力回復の遅れもある程度予測できている。しかし， $95 \%$ ス パン位置の予測については，衝撃波は実験よりも前に行 きすぎてしまっている。ここに示したのは，流れ条件と乱流モデルによってここまで結果が違ってくるという極 めて典型的な例である。

この条件の流れについては，以前から幾つかのグルー プが解析している。表2は，過去の計算例［8－12］を示し たものである。Abidら［9］は，B－L モデルとJ－K モデ ルを比較している。参考文献 9 の図 6 によれば， $\mathrm{B}-\mathrm{L}$ モ デルは（著者の結果と同様に），各スパン位置で衝軗波 を実験に比べ後方にずれた予測をしているが，J－K モデ

| ----- | Baldwin－Lomax <br> k－ E <br> Experiment |
| :---: | :--- |






図3 各スパン断面における圧力分布の比較

ルについては，衝撃波の位置，衝撃波後の剥離による圧力回復の遅れともに驚くほど実験と一致した予測をして いる。参考文献 9 の図 7 に本稿図 2 と同じ表面流れの比較がある。B－Lモデルは本稿図 2 とかなり似たパターン を示す。 J－K モデルによる剥離域のパターンは，本稿図 2 の $k-\varepsilon$ モデルのそれと比較して，剥離域内の流れの様子はかなり異なっているものの剥離域の範囲について は良い一致が見られる。

J－K モデルによる予測については，Rumsey らのグ ループ［9］がこの後にかなり詳細な追計算を行っている。彼らはまず，TLNS3D，CFL3D という2つの差分コード， 4 つの乱流モデル（B－L，J－K1992，B－B，S－A）を用い て迎角の小さい場合 $\left(\alpha=3.06^{\circ}\right)$ の計算を行った。各スパ ン位置での圧力分布にはコード，乱流モデル間でほとんど差はなく，実験との一致も良好だったとしている。（参考文献 10 図 5 参照）これは，この迎角ではコード依存性，モ デル依存性は現れないことを意味し，解析の信頼性も高い ことを示している。一方，ここで議論しているより大きな迎角の場合 $\left(\alpha=6.06^{\circ}\right)$ には，同じ J $-K 1990$ モデルでも，数値粘性の大きさによって異なった結果を示したと報告 している。（参考文献 10 図 6 参照）特に，数値粘性が小さ い場合には，剥離が大きくなって衝軗波がより前方へ移動 し，解は非定常性を示したとし，その原因として，（1）現象の本来的な非定常性，（2）格子点不足による解像度不足，

の 2 点を指摘している．原因を特定するために，流れ条件 をやや変えて $M_{\infty}=0.8447, \alpha=5.06^{\circ}, \operatorname{Re}=11.6 \times 10^{6}$ に対して計算してみた結果，J－K1992，B－B，S－A の各 モデルについてはやはり不安定な挙動を示した（参考文献 10図7）が，J－K1990 モデルのみは収束し（参考文献 10図 8），格子依存性もなかったとしている。この結果から， J－1990K モデルは，問題あるものの実用上は重要な存在 である結論しているが，我々には別に参考文献 9 の良好 な予測結果は実はかなり微妙なバランスの上に成り立っ ていたことが知れるのである。表2にも示した通り，著者をはじめとして幾つかのグループがこの流れのRANS解析にトライしている $[8,11,12]$ が，参考文献 9 ほど良好 な実験との一致を示した例はない。特に，B－L モデル以外のモデルを用いた場合には，衝撃波の位置は B－L モ デルよりなかんずく前方へ移動はするものの，J－K1990 モデルのような実験との一致は見られず，衝撃波後方の剥離域内の圧力回復の遅れはなかなか再現されない。ま た，グループ間による結果の差も一定していない。

以上の結果を総合的に見て，この ONERA M6 翼の場合，次のようなことがいえる。
－B－Lモデルは，衝撃波の位置を実験より後方に予測 してしまうが，この傾向は，コード，格子などに依 らない。このことは，実験値との差はあるものの解析としては信頼できる結果であることを示している。
－ $\mathrm{J}-\mathrm{K}$ モデルや $\mathrm{S}-\mathrm{A}, k-\varepsilon$ モデルなどを用いれば，衝撃波の位置はB－Lより前方へ移動し，剥離域が大きく出る傾向がある。各スパン位置での圧力分布 は，概して実験に近くなるが，モデル，コードな どによる解析結果のばらつきは大きくなり，解の信頼性という意味では逆にB－L モデルより低下する。

## 3．乱流モデリングの今日的課題とその解決法の模索

上に示した事例は剥離流れの解析としては極端だった かもしれないが，乱流モデリングによるRANS 解析結果の特質を象徴的に表していると思って取り上げてみ た。あくまで一つの事例であって，一般論ではないこと には十分注意されたい。

翻って，乱流モデリング技術の最近の歩みを展望して みると，毎年新たな洗練されたモデルが出現し，DNS データなどの有効利用や良質の実験データの蓄積などに よりモデリング技術そのものは着実に進歩しているよう に見受けられる。実際，一部の洗練されたモデルは，上 に示したように剥離を伴ら極めてシビアな場合でもかな り良好な予測を行う。しかしながら，CFD 技術を実際に活用する現場ではどうかというと，依然としてCFDが現れた当時の低次モデルの利用が主流のように思われる。 すなわち，研究レベルでの乱流モデリング技術は，実用

の場に十分反映されていないのではないか，という懸念 がある．もしそうであるとすれば，そのような開発と現場の北離はいったいどこから来るのか，優れたモデルを実践で使われるようにするにはどうしたら良いのか，と いう疑問が自然に湧いてくる。無論，新しいモデルが実用に使われるにはそれなりの時間がかかる，著者の個人的な思い過ごし，ということもあるかもしれないが，本当にそれだけなのか，何か構造的な問題が隠されてはい ないか，というのがここで展開してみたい論点である。

そうした論点から第一に指摘したいのは，「新しいモデ ルの特性や用法に関する正確な情報がユーザに十分伝 わっていないのではないか」ということである．ユーザ は新しいモデルに関する情報を，ほとんどの場合まずは論文によって知る，レビューされた論文の内容に問題は ないとしても，そこから今自分が使っているコードに組 み込めるレベルのプログラムを起こすには相当の熟練と かなり詳細な情報が必要である。例えば，初期値の注入 の仕方，一様流などの境界条件の設定の仕方，方程式の積分法，ゼロ割や無限大値の出現を避ける方法などは，実際のプログラムを動かす上では不可欠な要素であるが，普通は論文には書かれていない。通常は，こうした情報 はそのプログラムを起こした人が試行錯誤によってどう にか工夫して補填し，プログラムを何とか動かせるレベ ルまで持っていくわけであるが，少なくともモデルを開発した人と同じことをやっているかどうかは保証の限り ではなく，再現性を比較検証する際に不確定要素が入り込むのは避けられない。また，実用に際してチューニン グなどを行おうとしたとき，定式化や係数のどこがどう クリティカルなのか，うまく行かないのはどこか，など についてを論文だけから汲み取るのは難しい。本稿2．の事例研究で見たように，我々は，論文 10 の結果を知っ てはじめて論文 9 の結果が如何に微妙なものであったか を認識するわけであり，論文 9 を見ただけでは J－K モ デルはよほど良いモデルであるかのように錯覚してしま う．著作権の問題から困難な問題を含むのかもしれない が，論文に現れないキーポイント，あるいはノウハウを ユーザに確実に伝える手段が必要であるように思える。

第二の問題点として「ユーザ間の情報の共有化が十分行われていない」ということを指摘したい。本稿2．で見たようなモデルによってかくかくしかじかの差が出て その背景に何があるのか，ということが共通のコンセン サスとしてユーザにどこまで深く浸透しているかという ことである．2．のような結末になることは，乱流モデル に対する一般的なイメージとして個々のユーザは持って いるのかもしれないが，それが共通認識としてはっきり していればユーザはいろいろなモデルをもつと使うと思 うし，モデル開発者へのフィードバックも有効に機能さ せることがもつとできようになる気がする。これこれの

結果になるといら認識がそのモデルなりコードを使う人 によって違っているとしたら，モデルの有用性とか精度 に関する議論が相互にかみ合わなくても仕方ないのでは なかろうか。

以上の分析から，乱流モデルの能力／限界に対する必要かつ正確な知識の不足とそれに関する共通認識の欠如 が現状の問題点として指摘できる。乱流モデルは毎年の ように新しいものが提案されるが，現状のままでは個人 の認識の中に収まっていて，ユーザにそれを使おうとす る動機をなかなか与えない。論文発表などのような旧来 の研究活動の路線とは異質な活動が今求められているの だと思う。ここでは，こうした問題点の解決への系口と して以下の 3 つの具体的施策を提案したい。

1）情報交換のためのユーザ会の組織
論文には書ききれない事柄やノウハウ，使い勝手，結果（特に「ここがうまくいかない」などという） などに関する情報交換の場としてユーザ会は有効な手段であると思う，メーリングリストなどであって も良い。そういった意味で「乱流モデル応用研究会」 の活動は注目に値する。ユーザとしてモデル評価を しっかり行い，モデル開発者へのフィードバックを活発にするような役割を期待したい。

2）データベースの構築と活用
正確な情報を提供し共有する手段としてデータベー スの活用が期待できる。ここでいうデータベースは，解析結果だけでなく，その解析を行ったときの全て の情報（例えば格子，初期条件，付帯条件等）を含 むものであることが望ましい。

3）乱流モデルのソース公開
論文に現れない部分の明確化とユーザへの確実な伝達という意味でソースコードでの提供が最も確実 であると思うがどうだろうか。

## 4．CFDコードの検証という問題

これまでは，乱流モデルを題材に今日の CFDコード の抱える一つの問題とその解決法について述べた。しか し，もともと乱流モデルとはいっても，それは，形状定義，格子，スキーム，境界条件などと並んで CFD コー ドの与える数値的な不確実性（uncertainty）の 1 要因に過ぎず，それらのトレードオフの中での運用を考えない と，乱流モデルだけ良いの悪いのと言ってみても実用上 はあまり意味がない。また，利用者の意図と関係なしに精度云々の話をするのも疑問である。そこで次に，もう一歩踏み込んで CFD コードの検証という問題について考えてみたい。

CFD コードの検証と言ったときに我々の持つイメー

ジは，せいぜい「実験データとの突き合わせ」程度であ ろう。具体的かつ明確な作業イメージが想起されるかと いえばそれはかなり怪しい。実験データとの突き合わせ にしても，よくよく考えると，CFD 解析，実験ともに誤差（uncertainty）を含むから，解析と実験とがぴった り合ったといっても，それが何を意味するかの解釈には相当な注意が必要であり，むしろ何も意味しないといっ た方が良いかもしれない。コード検証の目的は，端的に言って，このような隘路，疑問に対して一定の結論を与 え，CFD コードの用法に工学的な基準を付与すること といっても良いだろう。ここでは手始めに，CFDコー ドを検証するとは，1）何をするのことか（内容），2）ど らすることか（方法），について考えてみる。

CFDコード検証の中身として，「信頼性」の確立は最 も重要なテーマであろうし，元来我々がコード検証行為 に期待しているものである，コードの信頼性要素には，精度検証の他に，再現性，頑丈さ，なども含まれるべき と考える。 すなわち，期待する精度の解が常に安定して得られるコードが信頼性が高いとするわけである。事例研究2．の結果は，乱流モデルに関する信頼性検証になっ ている。一方，実用的には，コードの「有用性」の観点 も加える必要があると考える。具体的には，要求資源 （メモリなど），計算効率（ターンアラウンド），使いや すさ，などが想定される。いくら信頼性が高くても，常 に馬鹿でかい計算機が必要で使いにくくて時間ばかり必要なコードは，実用上はあまり役に立たないのは明らか であろう。

一方，CFDコードの検証方法について良く言われる のは Verification と Validation ということ［13］である。適当な日本語が見つからないのでそのまま使らが，内容的に，Verificationとは，コードの基礎方程式が特定の境界条件の下で如何に正確に解けているかを確かめること， Validationとは，コードが物理現象を如何に正確に模擬 できるているかを確かめること，とされる．Verification では，解の精度，アルゴリズムのパラメータ依存性，な どが評価項目であり，格子依存性検討や CFD 解析結果 と理論解との比較が主な作業となる。他方，Validation は，乱流モデルなど物理モデルの妥当性，が中心的評価項目であり，CFD 解析結果と実験データとの比較が主な作業となる。一方，CFD コードを設計などにおい て工学的に使えるようにするためには，実際の形状で の機能性や効率を確かめることが重要であり，これは Certification［13］と呼ばれている。CFDコードの検証 をこのように Verification，Validation，Certificationの 3段階に階位付けする考え方が提示されて来ている［13］．

我々はコード検証について論じるとき，現状では残念 ながら米国における事例を引き合いに出さざるを得な い。無論，そこで作られた考え方や基準 $[14,15]$ は無視

はできないが，コードを使う目的，背景，環境などは我 が国と米国では違っていて当然であろうから，基本的に は我々は我々のコード検証に対する考え方，基準を持つ べきであると考えている。それはまた，時代の要請に応 じて見直していくべきものであると考える。航技研で は昨年来，CFD 技術の研究開発の今後の方向性に関す る議論を進めて来ており，「NAL 計算科学ビジョン 21 」 ［16］として䌡めたところである。その中で，多分野統合 シミュレーションの実用化や CFD 技術の設計への応用，総合飛行実験評価への応用を今後の CFD 研究開発活動 の方向性として打ち出している。CFDコードを構造な どの他の分野のソフトウェアと組み合わせて使って行く ためには，他分野のコードと同様の使い勝手，信頼性 を保証する必要があり，そういう意味でも，有効な乱流 モデルの模索やコード検証に係る活動は，CFD 技術の今後のステップアップへ向けての中核の一つと考えている。

## 5．おわりに

本稿では，ONERA M6 翼流れの゙RANS 解析を事例 に，乱流モデルの特質と問題点，その解決法の模索，さ らに CFDコードの検証の問題について論じた。乱流モ デリング技術の一般的な応用動向についてはに文献 17 などを参照されたい。また，最先端の成果を含む様々な乱流モデリング技術の剥離流れへの適用の可能性とい ら観点から，LES（Large－Eddy Simulation）については，本資料の東京大学生産技術研究所 谷口先生の論文を，応力方程式モデルについては，東京理科大学 山本先生 の論文をご参照いただきたい。本文中でも触れた乱流モ デル応用研究会の活動については，同じく本資料中の航技研 藤原研究員 の論文を参照していただきたい。本稿 を含めた一連の報告が諸賢のお役に立てば幸いである。

## 6．桷辞

企画セッション「剥離と乱流モデル」を進めるにあた り，東京大学生産技術研究所 谷口伸行 先生，東京理科大学 山本誠 先生，航空宇宙技術研究所 藤原仁志 研究員に は，貴重なご助言を賜るとともに，セッションでのご報告をご担当いただいた。ここに記して深く感謝いたします。

## 参考文献

［1］Baldwin，B．，and Lomax，H．＂Thin Layer Approx－ imation and Algebraic Model for Separated Turbu－ lent Flow，＂AIAA 78－257， 1978.
［2］Johnson，D．A．，and King，L．S．，＂A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers，＂AIAA Jour－ nal，Vol．23，No．11，1985，pp．1684－1692．
［3］Johnson，D．A．，＂Nonequilibrium Algebraic Turbu－ lence Modeling Considerations for Transonic Airfoils and Wings，＂AIAA Paper 92－0026， 1992.
［4］Baldwin，B．，and Barth，T．，＂A One－Equation Tur－ bulent Transport Model for High Reynolds Number Wall－Bounded Flows，＂NASA TM－102847， 1990.
［5］Spalart，P．，and Allmaras，S．，＂A One－Equation Tur－ bulence Model for Aerodynamic Flows，＂AIAA Pa－ per 92－0439， 1992.
［6］Launder，B．E．，and Spalding，D．B．，＂The Numerical Computation of Turbulent Flows，＂Computer Meth－ ods in Applied Mechanics and Engineering，Vol．3， pp．269－289， 1974.
［7］Myong，H．K．and Kasagi，N．，＂A New Approach to the Computation of $k-\varepsilon$ Turbulence Model for Wall－ Bounded Shear Flows，＂JSME International Jour－ nal，Vol．33，pp．63－72， 1990.
［8］Matsuo，Y．，＂Computations of Separated Aerody－ namic Flows Using a Low－Reynolds Number $k-\varepsilon$ Model，＂航技研報告 TR，投稿中．
［9］Abid，R．，Vatsa，V．N．，and Johnson，D．A．，and Wedan，B．W．，＂Prediction of Separated Transonic Wing Flows with Nonequilibrium Algebraic Turbu－ lence Model，＂AIAA Journal，Vol．28，No．8，1990， pp．1426－1431．
［10］Rumsey，C．L．，and Vatsa，V．N．，＂A Comparison of the Predictive Capabilities of Several Turbulence Models Using Upwind and Central－Difference Com－ puter Codes，＂AIAA Paper 93－0192， 1993.
［11］Coaillier，V．，＂Numerical Simulation of Sepa－ rated Turbulence Flows Based on the Solution of RANS／Low Reynolds Two－Equation Model，＂AIAA Paper 99－0154， 1999.
［12］Wang，Q．，Massey，S．J．，Abdol－Hamid，K．S．，and Frink，N．T．，＂Solving Navier－Stokes Equations with Advanced Turbulence Models on Three－Dimensional Unstructured Grids，＂AIAA Paper 99－0156， 1999.
［13］Melnik，R．E．，Siclari，M．J．，Marconi，F．，Barber， T．J．，and Verhoff，A．，＂An Overview of a Recent Industry Effort at CFD Code Certification，＂AIAA Paper 95－2229， 1995.
［14］Mehta，U．B．，＂Credible Computational Fluid Dy－ namics Simulations，＂AIAA Journal，Vol．36，No．5， pp．665－667， 1998.
［15］AIAA Guide G－077－1998，Guide for the Verifica－ tion and Validation of Computational Fluid Dynam－ ics Simulation， 1998.
［16］航空宇宙技術研究所 数値シミュレーション等技術検討委員会，「NAL 計算科学ビジョン 21 」， 1999 。
［17］Kral，L．D．，＂Recent Experience with Different Tur－ bulence Models Applied to the Calculation of Flow over Aircraft Components，＂Progress in Aerospace Sciences，Vol．34，pp．481－541， 1998.

# 双曲型保存則の差分近似における適合性の考え方 

相曽秀昭（AISO，Hideaki）＊

In this report we discuss the consistency of difference approximation with the＂right＂so－ lution to original PDE that is approximated．Traditional mathematical discussion on the consistency has been based on the convergence of approximate solution as the difference increments go to zero．In practical computation，we can not make the difference increments converge to zero but use finite difference increments．The discussion based on convergence does not give enough information on the behavior of numerical solution computed with the difference increments finite，but we need information on the consistency with behavior of solution to the original PDE to improve the quality of numerical computation．Therefore it is important to develop mathematical methods to treat the numerical behavior of differ－ ence approximation，which is the behavior of numerical result obtained through difference approximation with the difference increments finite．Here we apply Oleĭnik＇s E－condition to the discussion on the consistency of numerical behavior to obtain some result，and give some explanation to the result from the viewpoint of modified flux function．The discussion may help us fix numerical inconvenience and improve the quality of computation．

## 1．まえがき

偏微分方程式 $O$ ）近似解を電子計算機によ万数値計算で得ようとする場合，通常は，

1．何らか（）離散化を行い高々可算個（現実（ ）場合 では有限個）の式を得，

2．それら（式をブログラム化し離散化近似解（）数値計算を行ら。

といら 2 段階を経ると考えてよい 数値計算によ る偏微分方程式の近似解O）精度（品質）を高めつに はこれら2つけ段階のどちらり考察も重要である が，ここでは，1について論じる事とする 夫た，数値シミュレーション0）精度を全体として向上さ せる為には，上で述バた偏微分方程式（）解（）近似計算O前段階として，物理現象 $($ 偏微分方程式に よる表現（いまつゆるモデル化）も重要であっる しゐ し，モデル化の精度について（議論を数値シミュ レーション結果から帰納的に行う場合には，モデ ル化で得られた偏微分方程式（）近似解（）数値計算

[^31]が十分な精度で行れ」れている事が議論り前提とし て必要な訳であり，数値シミュレーション0）全体的な精度（）向上においても偏微分方程式（離散化 についてい議論は非常に重要である

本稿では実用計算的な観点から離散化（）品質 $0 ~$向上を考える為（）道具としても使える数学的な解析（ひ方法い確立を目指し，Oleĭnik い E－条件八（）適合性を議論すると共に修正流速関数（視点からい解釈も加える

## 2．数値挙動から見た適合性

さて，ここでは偏微分方程式に非粘性圧縮性流体（）Euler 方程式等で代表される双曲型保存則を想定している為，離散化として差分近似0）手法を考える 数学し方法論から差分近似を論じる場合，

1．差分刻み $(\Delta x, \Delta t)$ を無限に 0 に近づける場合 （ ）極限が，元 $O$ 偏微分方程式（）真 $)$ 解に収束 するか否か
（1）解析が最初に考えられる事が多い これは極め
て自然な問題意識である，実際，この収束が保証
されなければ（又は，真い解でないもっいに収束す
ふならげ），数値計算結果 ノ妥当性が保証されない
（又は，誤った解を数値計算している）訳であり，現実 ）数値計算にとっても重要な解析である ま た，それ以前に解の存在や一意性い証明が得られ ていない場合には，この差分近似による解く構成 がその証明ともなり得る

しかし，数値計算の見地からはこい解析で十分 とは言えない 現実し数値計算では有限（り大きさ （小ささ）を有する差分刻みで計算が行才れる訳で あり，（差分刻み）$\longrightarrow 00$ ときに差分近似解が差分刻み0）大きさ（減少に応じて見せる挙動ざ，あ る有限（）差分刻みを固定した場合（）時間的発展（）様子 $($ 解析が重要になる 当然 $)$ 事ながら，これら の数値的な挙動は元 ）偏微分方程式（ ）真（ 解（ ）挙動に適合しているものである事が望ましい 即ち，

## 2．差分近似で得られる数値解の）挙動（）適合性

## ○解析である

双曲型保存則（）解析ひ）困難さはよく知られ，現在であ解（存在や一意性について完全な結果は得 られていない しかしある程度 0 性質けスカラー保存則にも受け継がれている 差分近似について も，系に特有 $($ 事情 $の$ 解析も重要では，あっるが，人 カラーい場合から系け場合へある程度（）類推が可能な事や，スカラーと系 0 両方（）場合で共に認め られる数値挙動の問題点も多い そうした状況と問題意識の下で，差分近似に対する多くい解析が スカラー保存則に対して行才，れてきている

スカラー保存則に対する差分近似（り）真り解 （エントロビー解）へ（収束い解析については， Oleĭnik［10］以降，種々 ）結果が提示されてきた航空宇宙技術研究所においても，ここ 10 年あまり 0）間に差分近似の収束に関する研究がなされ，数値粘性（）観点から高精度差分近似もっ含めた差分近似し収束の理論的保証を与える事が出来るように なった $[1,2,3]$ が，数値挙動し）解析についてけ未 だ不十分である。

実際，Oleǐnik［10］によりLax－Friedrichs 差分近似のエントロピー解への）収束が証明されながらも， その後も多くの差分近似が研究されたいけ，Lax－ Friedrichs 差分近似では数値粘性が大きい事による衝撃波近辺での）数値解の鈍化等し散逸現象が目立 ち，現実 ）数値計算で高精度な結果を得る事が非常に困難だった事による（差分近似を変えずにこ 0）問題を解決するには非現実的なほどに微小な差分刻みを用いるしかない）そり結果，より小さな数値粘性を有しながらエントロヒー解い（ ）収束が

理論的に保証される差分近似 0 ）構成が主要な問題意識りつ一つとなった Godunov差分［5］，Engquist－ Osher 差分［4］，そ $O$ 他 $\operatorname{TVD}$（全変動减少）$[6,7,9] O$ カデゴリーに入る種々の差分近似などが提案され てきたが，これらはその問題意識の線上に位置す るもっのと解する事が出来る。航空宇宙技術研究所 でひ）筆者（結果［1］は，差分近似のエントロビー解 （V）収束が保証される為O）数値粘性の）範囲を陽的 に定めたもっのであり，ある意味でこの議論の総括 となっている

これらい差分近似で得られた結果は衝撃波を付随振動（spurious oscillation）なしに鋭く捕獲する技法（）開発に大きく貢献している。しかしながら， これらい結果によってエントロピー解へ（収束を保証される差分近似の内で数値粘性が最小である （厳密に言えげ最小に近い）差分近似を用いて現実 （）数値計算を行えば，数値的挙動に多くの）問題が発生する（差分刻みを無限に小さくして0に近づ けた場合（）収束は保証されている事に注意）このこ とは標語的に漠然と信じられてきた「大き目の数値粘性は収束を保証するが精度の高い結果が得ら れない。一方数値粘性が小さければ精度は高くな るが安定性を失ったりして収束の保証がなくなっ てくる。」という経験的命題 への一つの反例となっ ている。また，結果として，エントロピー解への収束が保証される範囲でより小さな数値粘性を追 い求める事けみでは数値計算の質の向上は図れな い事も明らかとなってきた。

また，Taylor 展開（打切り誤差O次数によって差分近似（精度を議論する方法は解が滑らかな部分にしか適用できず，工学的にも重要な非線形性 から生じる特異点（衝撃波や膨張波（端）周辺の精度い解析には適用できない。

以上ひような問題点が端的に表れる場合とし て，次（）3 つ（ ）数値的不都合（エントロピー解の）挙動に適合しない数値挙動）が挙げられる。これら は，スカラーと系の両方の場合で発生するもので
 きな違いはないと考えられる事から，スカラーの場合（）解析結果がかなり直接的に系の場合の数値計算にも応用できるいではないかと期待される。

## （1）Initial Layer

初期值に不連続や急激な空間的変化がある場合 （）（時刻）$=0$ ）直後で 0 ）新たな波 0 ）生成過程 （Initial Layer）における数値的不都合。また，系し場合に問題となるが，衝撃波や急激な圧

縮波又は膨張波が干渉した直後（）数値的不都合も類似の発生機構を有する可能性が高い
（2）Bridge
膨張領域が音速点（特性速度が 0 となる点，系 0）場合には対応する場（）特性速度が 0 となる点）を含む場合に，そけ）音速点近傍（音速点を挟む2つけ格子点間であることが多い）で生じ る数値的な跳躍。この数値的跳躍が Bridgeと呼ばれる。初期値に存在ずる不連続が時間経過と共に膨張波を生成する場合や系け）場合に波が干渉した後に膨張波が形成され 場合に特に顕著であるが，滑らなな膨張領域にすろい ても音速点近傍の数値的な跳躍が新たに発生 する事もあり，Initial Layer でひ数値的不都合 とは関連がありつつもっ別の機構かっに，発生ずる と考えられる。
（3）Rarefaction Edge
膨張波の端（膨張領域（境界）におうける数値解 O）鈍化（膨張波の端は解は連続では㐫〕な゙と （ ）空間方向 ）微分係数は不連続となる特異点 であるる事に注意）衝撃波（）様に波（」両側から特性曲線即ち情報が集中するのとは反対に，特性曲線が開いていく膨張波におういては一旦生じ た数値的な鈍化によって失おつれた情報（精度） を取り戻すのは困難であり，一旦こい様な鈍化が生じた場合（計算精度 $)$ 劣化は大きい

Initial Layerで $\sigma$ 数値的不都合（）典型例として は，衝撃波管問題の数値計算に於いて2つい非線形波（衝撃波及び膨張波）と接触不連続が数値的に形成されるまでの挙動がある また，下（り図1に Bridge（イ）と膨張波端（鈍化（口，八）い例在示少

## 図1：



このような状況を踏まえ，差分近似（1）数値的挙動の解析が重要となる 離散的な数値計算結果で あつてもエントロビー解に類似した挙動をとろ事 が期待され，これを一般的に数値的挙動し適合性。

と呼ぶ しかし，数学的な議論の為には，数値的挙動（）あっる面に注目し何らかの定式化を得る事か ら始める必要がある。ここでは，スカラー保存則 U）正しい解を定める為Oエンントロビー条件 $O$ 表現 いつつであるOleĭnik リE－条件がエントロビー解 （い）挙動（）定量的な側面に関する情報も）与えている事に注目し解析を進める。

## 3．スカラー保存則とその差分近似，Oleĭnik の E －条件

未知関数 $u=u(x, t),-\infty<x<\infty, t \geq 0$ につ いていスうラー保存則の初期値問題は

$$
\left\{\begin{array}{l}
u_{t}+f(u)_{x}=0,-\infty<x<\infty, 0<t<\infty  \tag{1}\\
u(x, 0)=u_{0}(x),-\infty<x<\infty
\end{array}\right.
$$

（り様に記される）但し，流速関数 $f$ は適当な正数えに対して $f^{\prime \prime}>\delta$ が成り立つい才つゆる厳密凸 （strictly convex）関数であると仮定する，問題（1） （1）差分近似は，$\Delta x, \Delta t$ を差分刻みとして各格子点 $(i \Delta x, n \Delta t)(i, n \text { は整数 }, i>0)^{1}$ で $\because$ ）近似値 $u_{i}^{n}$ を定めっる手順またはそれら近似値自身であるここ では，$\lambda=\frac{\Delta t}{\Delta x}$ は CFL 条件

$$
\begin{equation*}
\lambda \cdot \sup \left|\cdot f^{\prime}(u)\right| \leq 1 \tag{2}
\end{equation*}
$$

を満た少様に固定され，各 $u_{i}^{n}$ は初期値 $\left\{u_{i}^{0}\right\}_{i}$ から

$$
\begin{align*}
& u_{i}^{n+1} \\
& \quad=u_{i}^{n}-\frac{\lambda}{2}\left\{f\left(u_{i+1}^{n}\right)-f\left(u_{i-1}^{n}\right)\right\} \\
& \quad+\frac{\lambda}{2}\left\{a_{i+\frac{1}{2}}^{n}\left(u_{i+1}^{n}-u_{i}^{n}\right)-u_{i-\frac{1}{2}}^{n}\left(u_{i}^{n}-u_{i+1}^{n}\right)\right\} \tag{3}
\end{align*}
$$

で定まるもいとする（3）い形い表現は粘性型と呼 ばれ，各係数 $a_{i+\frac{1}{2}}^{n}$ は数値粘性係数と呼げれるこ こで数値流速 $\bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^{n}$ を
$\int_{i+\frac{1}{2}}^{n}=\frac{1}{2}\left\{f\left(u_{i}^{n}\right)+f\left(u_{i+1}^{n}\right)\right\}-\frac{1}{2} a_{i+\frac{1}{2}}^{n}\left(u_{i+1}^{n}-u_{i}^{n}\right)$
で定めれげ（3）は次（保存型にも書ける事に注意 する

$$
\begin{equation*}
u_{i}^{n+1}=u_{i}^{n}-\lambda\left\{\bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^{n}-\bar{f}_{i-\frac{1}{2}}^{n}\right\} \tag{5}
\end{equation*}
$$

$$
\begin{aligned}
& \text { 1条格了点 }(i \Delta x, n \Delta t) \text { に代えて } \\
& \qquad\left\{\begin{array}{l}
\left(i-\frac{1}{2}\right) \Delta x<x<\left(i+\frac{1}{2}\right) \Delta x \\
n \Delta t \leq t<(n+1) \Delta t
\end{array}\right.
\end{aligned}
$$

で表される有限体積に於けるu 近似値と考えても良い

初期値問題（1）で十分に滑らかな初期値を仮定 しても $0<t<\infty$ で滑らかな解 0 ）存在が保証され ず，範囲を広げて弱解を解として考えれば解し存在保証されても一意でない。弱解にエントロヒー条件と呼げれる付加条件を課したも）（エントロヒー解）を解とすれば解の存在と一意性は保証される エントロビー条件には幾つかつの表現があるるが，次 の Oleǐnik のE－条件［10］はその内（Oーつである

定義 1 スカラー保存則 ス初期値問題（1）ノ）弱解 $u=u(x, t)$ が E －条件を満たすとは，ある定数 $E^{\prime}>$ 0 が存在して不等式

$$
\begin{equation*}
\frac{u(x+h, t)-u(x, t)}{h}<\frac{E}{t} \tag{6}
\end{equation*}
$$

が任意 $O$－$\infty<x<\infty, 0<t, h<\infty$ に対して常 に成立する事を言う。
［10］では，このE－条件をエントロヒー条件に用い てスカラー保存則の解の存在と一意性が証明され る，そのような理論的証明 $O$ 観点からは定数 C は有限でありさえすれば良いが，実際得られるエン トロビ一解では不等式（6）の）左辺 い値は $\frac{1}{\mathrm{inf} \mid f^{\prime \prime \prime}}$ を超 える事はない。つまり，これが不等式（6）を成立さ せる定数 $E O$ ）最小値であり，実際には

$$
\begin{equation*}
E=E_{0} \equiv \frac{1}{\inf \left|\cdot f^{\prime \prime}\right|} \tag{7}
\end{equation*}
$$

とすれば十分である，つまり，E－条件ひ）不等式（6） の右辺を（7）とすれば，エントロヒー解ひ大域的な挙動を記述（又は支配）する条件とも解釈できる

エントロビー条件はLax ノエントロヒー不等式

$$
\begin{equation*}
U(u)_{t}+F(u)_{x} \leq 0 \tag{8}
\end{equation*}
$$

を用いても定義されるが，弱解 $u$ が滑らみな部分 では（8）の等号（）成立が明らかでそ $)$ 等式は元（保存則と同値になり，不等式（8）がエントロヒ一解（）挙動を直接に支配するのは不連続（部分（ノ）办であ）〕 これと E －条件と比較した場合， E －条件（ ）方が広い部分でひ）解の挙動を直接に支配すると考えら れ，差分近似の数値挙動を測る道具としてた適し ているといえよう

## 4．E－条件への適合性

差分近似の数値的挙動のE－条件ハり）適合性を考える，不等式（7）を形式的に離散化して，

$$
\begin{equation*}
\frac{u_{i+k}^{n}-u_{i}^{n}}{k \Delta x}<\frac{E}{n \Delta t}, k, n \text { は任意 }() \text { 正整数 } \tag{9}
\end{equation*}
$$

が得られるが，これは

$$
\begin{equation*}
\frac{u_{i+1}^{n}-u_{i}^{n}}{\Delta x}<\frac{E}{n \Delta t}, n \text { は任意の正整数 } \tag{10}
\end{equation*}
$$

と同値である ${ }^{2}$ そこで，差分近似（の数値的挙動） （ノ） E －条件八（）適合性を次のように考える。

定莪 2 ある差分近似について，ある正定数 $E$ が存在して不等式（10）が成立するとき差分近似はE－条件八い）適合性を有するという。

ここで不等式 $(10)$ を成立させる $E \sigma$ 最小値は不等式（6）O）場合と等しいとは言えず（一般には（6）の）場合より大きくなる），各差分近似に依存する。そ こで，それぞれの差分近似に於いて（10）を成立さ せるEO）最小値がどれだけ小さいか（エントロピー解（場合に近いか）は差分近似の数値的挙動の E －条件八（）適合の程度を表すと解釈される。特に， その大小はBridge現象での跳躍の大小に関係が深 いと考えられ，また，Bridgeが Bridge外での膨張波（正常な膨張メカニズムを阻害する事で膨張波 （）端にまで影響が及ぶ事もあるので膨張波の鈍化 にも間接的に関連すると思われる。

エントロビー条件への適合性はエントロピー不等式（8）を離散化した不等式の成否を以って論じる事も出来るが，この場合エントロビー条件に適合 するか否かのみの結論となり，適合の程度を数値的な値で論じるのけは困難である。この事からE－条件い（適合性を考える事で，差分近似の数値的挙動の評価（指標（一つが得られるとも考えられる。

以下に，E－条件八（適合性に関して得られた定理を記す

定理 1 Godnov 差分近似，即ち各数値粘性係数 $a_{i+\frac{1}{2}}^{n}$ が

$$
\begin{equation*}
a_{i+\frac{1}{2}}^{n}=\max _{\left(s-u_{i}^{n}\right)\left(s-u_{i+1}^{n}\right)} \frac{f\left(u_{i}^{n}\right)+f\left(u_{i+1}^{n}\right)-2 f(s)}{u_{i+1}^{n}-u_{i}^{n}} \tag{11}
\end{equation*}
$$

である粘性型差分近似（3）はE－条件への適合性を有少を

ここで，不等式 $(10)$ を満足する定数 $E$ O）最小値は （7）で定められる $E_{0}$ について $2 E_{0}$ である事も示さ れる

[^32]定理 $20<\epsilon_{0}<\frac{1}{2}$ を満たす任意 0$)_{0}$ を固定ずる関数 $h(s),-1 \leq s \leq 1$ を次 0 ）条件が満足されるよ うに定める。

1．$h(s)$ は $s$ の連続関数
2．$h(0) \geq \frac{\epsilon_{0}}{\lambda}$ ．
3．$h(-s)=h(s)$ ．
4．$|s| \geq \frac{1}{2}$ である $s$ に対し $h(s)=|s|$ ．
5．$h$ は凸関数，即ち

$$
h\left(\theta s_{1}+(1-\theta) s_{2}\right) \leq \theta h\left(s_{1}\right)+(1-\theta) h\left(s_{2}\right) .
$$

上記の関数 $h$ と

$$
q_{i+\frac{1}{2}}^{n}=\left\{\begin{array}{l}
\frac{f\left(u_{i+1}^{n}\right)-f\left(u_{i}^{n}\right)}{u_{i+1}^{n}-u_{i}^{n}}, u_{i+1}^{n} \neq u_{i}^{n}  \tag{12}\\
f^{\prime}\left(u_{i}^{n}\right), u_{i+1}^{n}=u_{i}^{n},
\end{array}\right.
$$

なる $q_{i+\frac{1}{2}}^{n}$ によって各数値粘性係数 $a_{i+\frac{1}{2}}^{n}$ が

$$
a_{i+\frac{1}{2}}^{n}= \begin{cases}h\left(q_{i+\frac{1}{2}}^{n}\right), & u_{i}^{n}<u_{i+1}^{n}  \tag{13}\\ \left|q_{i+\frac{1}{2}}^{n}\right|, & u_{i}^{n} \geq u_{i+1}^{n}\end{cases}
$$

で定められる粘性型差分近似（3）はE－条件八（適合性を有する。

定理2 で，不等式（10）を満足する定数 $E^{\prime}\left(\begin{array}{l}\text { 最小値 }\end{array}\right.$ は $n$ が十分に大きい場合 $2 E_{0}$ であり，$n$ が小さい場合ある定数 $C, c$ に対し

$$
\begin{equation*}
\frac{u_{i+1}^{n}-u_{i}^{n}}{\Delta x}<C(1-c \epsilon)^{n} \tag{14}
\end{equation*}
$$

なる評価も得られる。 $n$ が小さい部分でBridge $(1)$大きさが $(14)$ に支配される例として，$ん$ を

$$
h(s)=\max \left\{|s|, \frac{\epsilon}{\lambda}\right\}
$$

としたHartenのエントロビー修正（Entropy－Fix）型TVD 差分近似で $\epsilon$ が小さい場合に膨張波が正常 に発達しない現象が良く知られる（下（下図2参照）

## 図2：

［実線が厳密解，・が数値解］

しかし，$n$ が十分に大きければ（又は時刻を固定し てもっ $\Delta t$ が十分小さいならば）この種 $の$ 数値的不都合はGodunov 差分近似と同程度になるであろら事 が上の結果から考察される。

上け2つの定理の証明は少々複雑ではあるが計算による評価の積み重ねである。［10］と同様に流束関数 $f(0)$ 凸性も利用されるが，定理2では $f 0$ ）凸性が利用できない部分があり注意を要する。しか し，別証明として修正流速関数の概念を利用する とかなり見通しの良い証明が出来る事が明らかに なった（簡単に説明する。

## 5．修正流速関数との関連

修正流速関数の概念を差分近似（3）に対し次 $O)$ ように定める

定義3 $u_{i}^{n}$ と $u_{i+1}^{n}$ を両端とする閉区間上の）関数 $g_{i+\frac{1}{2}}^{n}$ が

1．$\left|\left(g_{i+\frac{1}{2}}^{n}\right)^{\prime}(s)\right|<\frac{1}{\lambda}$
2．$-u_{i}^{n}<u_{i+1}^{n}$ ならげ， $\min _{u_{i}^{n} \leq s \leq u_{i+1}^{n}} g_{i+\frac{1}{2}}^{n}(s)=\bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^{n}$
－$u_{i}^{n}>u_{i+1}^{n}$ ならげ， $\max _{u_{i+1}^{n} \leq s \leq u_{i}^{n}} y_{i+\frac{1}{2}}^{n}(s)=\bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^{n}$
$\left(\bar{f}_{i+\frac{1}{2}}^{n}\right.$ は（4）で定められる数値流速）
を満たすとき，$u_{i}^{n}, u_{i+1}^{n}$ で差分近似（3）に随伴ずる修正流速関数であるという。

図 3：修正流速関数 $g_{i+\frac{1}{2}}^{n}$ の例


修正流速関数は一意ではない。修正流速関数は次 0）形で定理2 り証明に利用できる。

## 主張 1

$$
u_{i}^{n} \leq u_{i+1}^{n} \leq \cdots \leq u_{j}^{n}, i<j
$$

若しくは

$$
u_{i}^{n} \geq u_{i+1}^{n} \geq \cdots \geq u_{j}^{n}, i<j
$$

となっている場合に，

$$
g_{k-\frac{1}{2}}^{n}\left(u_{k}^{n}\right)=g_{k+\frac{1}{2}}^{n}\left(u_{k}^{n}\right), k=i+1, \cdots, j-1
$$

を連結して $u_{i}^{n}$ と $u_{j}^{n}$ を両端とする閉区間上 0 ）関数に したものが厳密凸関数であるようになるならげ，そ の凸性を $u_{k+1}^{n}-u_{k}^{n}(k=i, i+1, \cdots, j-1) ~ U$ ）評価 に利用できる。

定理2の証明中でごく一部の例外的な場合にはこ の主張を用いる事が出来ないが，殆どい場合にこ れを利用して定理1と同様の証明が可能になる，し かしE－条件の不等式（10）の評価では修正流速関数 から構成された厳密凸関数の） 2 階微分（ $f^{\prime \prime}$ に該当す る） の最小値の逆数が定数 $E$ の最小値に直接に関連 する。（2階微分の最小値が小さいほど $E^{\prime}$ O $)$ 最小値 が大きくなる）あくまで一般的な傾向ではあるが，「 $f$ に近い修正流速関数がとれるならげ，数値挙動 はGodunov 差分近似に近くなる」とも言えよら
この事実はエントロピー不等式へ（適合性（解析 ［1］で非常に有用であった修正流束関数 0 概念が，少々O）定義の変更は必要であるがE－条件い（）適合性でも有用である事を示している

## 6．まとめ

数値的挙動の適合性の解析は未だ始まったげか りではあるが，本稿の解析を更に発展させ，Bridge現象等に代表される数値的不都合（）より的確な原因究明と計算上の対策の考案を行ら必要性がある

また，「 $u_{i}^{n+1}$ が $u_{i-k}^{n}, \cdots, u_{i}^{n}, \cdots, u_{i+k}^{n}$（）関数で記述される差分近似で，不等式（10）を満足する $\mathrm{C}^{\prime}$ の最小値を $E_{0}$ にできるか否か？」も興味いある問題である。（現在のところ否定的な結論が予想さ れる。）

## 参考文献

1）H．Aiso．Admissibility of difference ap－ proximation for scalar conservation laws． Hiroshima Math．J．，23（1）：15－61， 1993.

2）H．Aiso．A General Class of Higher Order－Accurate Difference Approximations for Scalar Conservation Laws Converging to the Entropy Solution．Computational Fluid Dynamics＇96（Proceedings of Third ECCO－ MAS Computational Fluid Dynamics Con－ ference．），937－943， 1996.

3）H Aiso．A general class of difference approxi－ mation for scalar conservation laws realizing
entropy solution（An analysis from the view－ point of numerical viscosity）．Computational Fluid Dynamics REVIEW－1997， 1998.

4）B．Engquist and S．Osher．Stable and en－ tropy satisfying approximations for tran－ sonic flow calculations．Math．Comp．，34：45－ 75， 1980.

5）S．K．Godunov．Finite difference method for numerical computation of discontinuous so－ lutions of the equations of fluid dynamics（in Russian）．Mat．Sb．（N．S．），47：251－306， 1959.

6）A．Harten．High resolution schemes for hyperbolic conservation laws．J．Comput． Phys．，49：357－393， 1983.

7）A．Harten．On a class of high reso－ lution total－variation－stable finite－difference schemes．SIAM J．Numer．Anal．，21（1）：1－ 23， 1984.

8）P．D．Lax．Weak solution of nonlinear hyper－ bolic equations and their numerical compu－ tation．Comm．Pure Appl．Math．，7：159－193， 1954.

9）A．Y．LeRoux．A numerical conception of entropy for quasi－linear equations．Math． Comp．，31：848－872， 1977.

10）O．Oleǐnik．Discontinuous solutions of non－ linear differential equations．Uspekhi Mat． Nauk．（N．S．），12：3－73，1957．English transl． in Amer．Math．Soc．Transl．，Ser．2，vol．26， 95－172．

11）J．Smoller．Shock waves and reaction－ diffusion equations．Springer－Verlag， New York， 1982.

# SOR 法を内部ソルバーに用いた残差切除法について谷口幸二＊1，菊地一雄 ${ }^{*}$ 2，高橋匡康 ${ }^{* 2}$ ，田村敦宏 ${ }^{* 3}$ 

# Residual Cutting Method using SOR for inner solver 

by

Koji Taniguchi，Kazuo Kikuchi，Tadayasu Takahashi，Atsuhiro Tamura


#### Abstract

We have proposed Residual Cutting Method as a high accurate numerical method for partial differential equations．In these reports，we used ADI for inner solver and obtained good results．In this paper，we use SOR for inner solver and research the validity of Residual Cutting Method．We obtain good results that Residual Cutting Method using SOR for inner solver is robust，accurate and fast．


## 1．はじめに

流体力学における流れ場は偏微分方程式により記述され ており，計算流体力学ではこれらの方程式を数値的に解く ことで解を求めている。したがって，それらをいかに精度 よく，さらには高速に解くかと言うことは，実用上重要な課題である。

従来，これらの計算にはガウス消去法，SOR 法，ADI法，共役勾配法などが用いられている。それに対し，筆者らは残差切除法といら新たな手法を提案している。 ${ }^{[1112]}$

これらの報告で，内部ソルバーとしてADI 法を用いた手法及びそれによる計算結果を報告しているが，本報告では より広く使われている SOR 法を内部ソルバーとした場合 の残差切除法の有効性について調査を行った。

## 2．計算結果

本報告では，対象を圧力のポアソン方程式

## $\Delta p=f$

に限定して計算を行った。ソース項はあらかじめ想定した解により計算した。また，境界条件については全面ノイマ ン条件としたが，その値についても同様に定めている。

次の 2 つのケースについて，残差最小化係数の個数及び内部ループ数を変えて計算し，収束までの挙動を調べた。

[^33]1）格子：直方体領域，圧力分布：$p=x^{2}+y^{2}+z^{2}$
2）格子：翼間領域，圧力分布：解析結果の圧力分布相対誤差 $e$ ，相対残差 $\varepsilon$ を

$$
\begin{gathered}
e=\sqrt{\frac{\sum_{i} \sum_{j} \sum_{k}\left(p^{m}-p^{m-1}\right)^{2}}{\sum_{i} \sum_{j} \sum_{k} p^{m^{2}}}} \\
\varepsilon=\sqrt{\frac{\sum_{i} \sum_{j} \sum_{k} r^{2}}{\sum_{i} \sum_{j} \sum_{k} f^{2}}} \\
m: \text { ステップ数 }
\end{gathered}
$$

のように定義し，収束判定は相対誤差を用いて

$$
e<10^{-12}
$$

とした。
計算にはSGI Maximum Impact（R10000）を使用した。

## 2．1．直方体領域

図 1 に示すような長さ 10 ，幅 1 ，高さ 1 の直方体を $41 \times$ $41 \times 41$ の格子点で等間隔に分割し，ポアソン方程式の計算 を行った。

図2～図8にその結果を示す。
図 2 は横軸に残差最小化係数 $\alpha$ の個数をとり，縦軸に SOR 法はステップ数，残差切除法は内部SOR 法のループ数 とステップ数の積，もら 1 つの縦軸には cpu timeをとった グラフである。内部SOR 法ルーブ数は 10 に固定している。 $\alpha$ の個数 0 はSOR 法を表す。また，所定の回数で収束しな かった $\alpha$ の個数 $0 \sim 2$ は推定値で表している。

このグラフから，$\alpha$ が 4 個以上については大差がないこ とがわかる。図3及び図4の収束曲線とあわせると，このケ ースでは，$\alpha$ の個数として 5 を選択するのが適当であると判断できる。

図 5は，縦軸は図 2 と同様で横軸には内部 SOR 法のルー プ数をとっている。 $\alpha$ の個数は 5 に固定している。所定の回数で収束しなかった内部ループ数 1，2 については，推定値で表している。

このグラフから収束したケース，特に内部ループ 6 以上


図1 直方体グリッド


図3 残差最小化係数の個数依存性（2）

については顕著な差異が見られない。図6及び図7の収束曲線とあわせると，このケースでは，内部ループ数として 6 を選択するのが適当であると判断できる。

図8に収束性に及ぼすSOR法の緩和倸数の影響を示す。横軸は，SOR 法はステップ数，残差切除法は内部 SOR 法の ループ数とステップ数の積である。SOR 法と比較し本解法 の急速な収束状況が図に現れている。SOR 法の収束状況を考慮すると，残差切除法内部でのSOR 法の緩和係数の影響 は無視できると判断できる。


図2 残差最小化係数の個数依存性（1）


図4 残差最小化係数の個数依存性（3）


図5 内部 SOR 法ループ数依存性（1）


図7 内部 SOR 法のループ数依存性（2）


図6 内部SOR法のループ数依存性（2）


図8 SOR 法緩和係数の影響 ${ }^{*}$

## 2．2．翼間領域

図 10に示す圧力分布をした図 9の翼間領域について圧力 のポアソン方程式を計算した。格子点数は $101 \times 47 \times 47$ で ある。

その結果を図 11～図17に示す。
図 11は，直方体の図 2と同じ軸をとり $\alpha$ の個数が収束に及ばす影響を表したグラフである。内部SOR 法ループ数は 10 に固定している。所定の回数で収束しなかった $\alpha$ の個数 0 ～3は推定値で表している。

このグラフから，$\alpha$ が 6 個以上については，特に cpu time に差が見られないことがわかる。図12及び図13の取束曲線 もあわせると，このケースでは $\alpha$ の個数として 6 を選択す るのが適当であると判断できる。


図9 翼間グリッド

図14は，直方体の図5と同じ軸をとり内部 SOR 法のルー プ数が収束に及ぼす影響を表したグラフである。 $\alpha$ の個数 は 6 に固定している。また，所定の反復回数で収束しなか った内部ループ数 $1 \sim 6$ については推定値で表している。

このグラフから内部ループ数が 7 のところで，一旦 cpu time が減っていることが見て取れる。図 15 ，図 16 の収束曲線からも，このケースでは，内部ループ数を 7 とするのが適当であると判断できる。

図17は，収束性に及ぼすSOR法の緩和係数の影響を表し たグラフである。横軸は直方体の図8と同様である。残差切除法では，内部のSOR 法の緩和係数の影響は無視できると判断できる。また，図に SOR 法と比較し本解法の優れた収束性が現れている。


図10 圧力分布


図11 残差最小化係数の個数依存性（1）


図13 残差最小化係数の個数依存性（3）


図12 残差最小化俰数の個数依存性（2）


図14 内部 SOR 法ループ数依存性（1）


図15 内部 SOR 法ループ数依存性（2）


図17 SOR 法緩和俰数の影響

3．まとめ
本計算により，次のような結論が得られた。
－SOR 法を内部ソルバーとした場合も残差切除法は安定に動作する。
－SOR 法と比較し，残差切除法の優位性／有効性を確認できた。
－残差切除法を適用することで，緩和係数に関し最適値 を意識する必要がなかった。
－内部ループ数 $\mathrm{N}=6 \sim 7, \alpha$ の個数 $\mathrm{L}=5 \sim 6$ が最適とな

り，パラメータ設定に関して ADI 法を用いた場合と ほぼ同等の結果となった。

## 参考文献

［1］田村，菊地，高橋：機械学会論文集，62－604，B 編（1996－12）， 4076
［2］A．Tamura，K．Kikuchi，T．Takahashi ：Journal of Computational Physics 137，247－264（1997）

# A HYBRID EXPLICIT-IMPLICIT HIGH-RESOLUTION METHOD FOR NON-LINEAR ADVECTION EQUATION 

Igor MEN'SHOV, Munetsugu KANEKO, and Yoshiaki NAKAMURA<br>Department of Aerospace Engineering, Nagoya University, Nagoya, 464-8603, Japan<br>Tel. 81-52-789-3394,3395<br>E-mail: menshov@nuae.nagoya-u.ac.jp, kaneko@aero4.nuae.nagoya-u.ac.jp, nakamura@nuae.nagoya-u.ac.jp


#### Abstract

A hybrid explicit/implicit numerical referred to as the CCG scheme was recently proposed by Collins, Collela, and Glaz for one-dimensional hyperbolic conservation laws. By suitable blending of an explicit second-order time marching scheme with an implicit scheme, this approach was made to possess the max norm diminishing (MND) property for all Courant numbers. Having been manifested for linear equations, the CCG scheme, however, fails to maintain this property unconditionally for non-linear equations, so that it requires an additional CFL-like restriction on the time step. In this paper we show how to remedy the shortcoming of the CCG scheme, and also propose a new general approach to design unconditionally MND hybrid schemes for non-linear advection equations. Numerical experiments are carried out for calculating the Burgers equation on a highly non-uniform grid. Results of these calculations exhibit a certain advantage in accuracy and efficiency of the proposed hybrid scheme compared with both the conventional implicit and the second-order explicit schemes.


## 1 Introduction

The present paper is concerned with an important problem of computing unsteady fluid flows with small scale features such as boundary layer, shock wave, contact discontinuity, shear layer, which are characterized by steep gradients in their spatial distributions. To handle this problem, solution adaptive grids are being commonly used. These grids consist of fine meshes to accurately resolve those steep gradients in the solution along with rather coarse meshes in moderate gradient zones. Such non-uniformity in mesh spacing is characterized by the grid stiffness defined as the ratio of the smallest grid mesh spacing to the largest.

The method presented in this paper is mostly intended for unsteady solutions on highly stiff grids. The grid stiffness is commonly accompanied by the temporal stiffness, when explicit schemes are used to perform time integration. Because of the CFL stability condition, the time step must be proportional to the smallest mesh spacing. Therefore, a deadlock situation might occur, where local refinement of the grid makes explicit schemes impractical to use due to almost vanishing time step.

On the other hand, implicit methods are mostly unconditionally stable, and the choice of the step size for time marching calculations is dictated by required temporal accuracy only. However, there is a shortcoming that all of these methods suffer from excessive numerical diffusion, which is much larger than that of explicit methods. Accordingly, it is ineffective to use implicit schemes for unsteady problems. Therefore, the problem is to design an accurate numerical method that could stably calculate unsteady problems with a relatively large time step not restricted by the
grid stiffness.
Regarding the above problem, in this paper we propose a hybrid scheme which includes both implicit and explicit schemes. It has an advantage of high efficiency inherent in implicit schemes and high accuracy inherent in explicit schemes.

The idea of implicit-explicit hybridization has been explored by several researchers. First, it was discussed in the book of Richtmyer and Morton[1]. Collins et.al. [2] developed a hybrid scheme referred to as the CCG scheme for one dimensional Eulerian hydrodynamics. O'Rourke et.al.[3] extended the CCG scheme to multidimensional advection calculations.

The design principles of the CCG scheme are as follows.

1. Continuous switching between implicit and explicit schemes.
2. Second-order of accuracy in the explicit mode.
3. Max Norm Diminishing Property (MND) for all time steps.

The CCG scheme has been first designed for the onedimensional linear advection equation

$$
\begin{equation*}
\partial_{t} u+a \partial_{x} u=0 \tag{1}
\end{equation*}
$$

where $a$ is a positive constant. In this scheme eq.(1) is discretized by the finite volume method (FVM).

$$
\begin{equation*}
u_{i}^{n+1}=u_{i}^{n}-\lambda\left(u_{i+1 / 2}-u_{i-1 / 2}\right) \tag{2}
\end{equation*}
$$

where $\lambda=a \Delta t / \Delta x_{i}$.
The edge state $u_{i+1 / 2}$ is defined depending on the CFL number $\lambda$ as follows:


Figure 1：Interpolation scheme of CCG．

$$
u_{i+1 / 2}= \begin{cases}u_{i}^{n}+0.5(1-\lambda) \delta u_{i}^{n} & \lambda \leq 1  \tag{3}\\ \frac{1}{\lambda} u_{i}^{n}+\frac{1-\lambda}{\lambda} u_{i}^{n+1} & \lambda>1\end{cases}
$$

where $\delta u_{i}^{n}$ is a limited difference defined in such a way that there exist coefficients $c_{i}^{ \pm}$to satisfy

$$
\begin{equation*}
\delta u_{i}^{n}=c_{i}^{+} \Delta u_{i+1 / 2}=c_{i}^{-} \Delta u_{i-1 / 2}, 0 \leq c_{i}^{ \pm}<+\infty \tag{4}
\end{equation*}
$$

The baseline idea of the CCG is to use different inter－ vals of interpolation for calculating the edge state．The choice of the interpolation interval is decided based on the location of the characteristic line，as shown in Fig． 1.

Then，the CCG scheme was extended to a non－linear equation［2］

$$
\begin{equation*}
\partial_{t} u+\partial_{x}[f(u)]=0 \tag{5}
\end{equation*}
$$

where $f^{\prime}>0$ and $f^{\prime \prime}>0$
This equation is discretized as

$$
\begin{equation*}
u_{i}^{n+1}=u_{i}^{n}-\frac{\Delta t}{\Delta x_{i}}\left[f\left(u_{i+1 / 2}\right)-f\left(u_{i-1 / 2}\right)\right] \tag{6}
\end{equation*}
$$

and the edge state is calculated as

$$
u_{i+1 / 2}= \begin{cases}u_{i}^{n}+0.5\left(1-\lambda_{i}\right) \delta u_{i}^{n} & \lambda_{i} \leq 1  \tag{7}\\ \frac{1}{\lambda_{i}} u_{i}^{n}+\frac{1-\lambda_{i}}{\lambda}{ }_{i} u_{i}^{n+1} & \lambda_{i}>1\end{cases}
$$

where $\lambda_{i}=a_{i} \Delta t / \Delta x_{i}$ ，and $a_{i}=f^{\prime}\left(u_{i}^{n}\right)$ ．
All the above design principles are clearly manifested for the linear equation．However，in the non－linear case，eqs．（6）and（7）fail to maintain the MND prop－ erty for all time steps，and may produce incorrect nu－ merical solutions．One example of this is shown in Fig．2，where the CCG scheme is applied to solve eq． （5）with $f(u)=0.5 u^{2}$ and initial data in the form of a triangle on a non－uniform grid with a stiffness ratio of 0.01 ．The computational intervals are also depicted in Fig．2．It is seen that an erroneous peak appears just behind the shock in the region of fine meshes．A remedy against this phenomenon has been proposed in［2］，which is in fact a restriction on the time step similar to the CFL condition．This circumstance al－ most cancels the advantages originally declared for the CCG scheme．


Figure 2：Shortcoming of the CCG scheme．


Figure 3：Geometrical interpretation to the hybrid scheme．

The aim of the present paper is to overcome the above problem of the CCG scheme and develop a new accurate hybrid scheme that would make the CCG de－ sign principles valid even for non－linear equations．The development of this scheme is carried out under the following conditions：

1．It must maintain the MND property for all time steps．

2．Its explicit constituent must be maximally en－ forced．

Our strategy is as follows：
1．develop a baseline hybrid scheme that would have unconditionally the MND property for non－linear equations．

2．apply a FCT（Flux Correctored Transport）technique［4］ to enforce the explicit constituent．

## 2 Baseline Hybrid MND Scheme

## 2．1 One－dimensional scalar equation

We start with the case of a scalar conservation law


Figure 4：Sketch for multi－dimensional discretization．

$$
\begin{equation*}
\partial_{t} u+\partial_{x}[f(u)]=0 \tag{8}
\end{equation*}
$$

where $f^{\prime \prime}>0$ and $a=f^{\prime}(u)$ ．
This is discretized by the FVM as：

$$
\begin{equation*}
u_{i}^{n+1}=u_{i}^{n}-\frac{\Delta t}{\Delta x_{i}}\left[F_{i+1 / 2}-F_{i-1 / 2}\right] \tag{9}
\end{equation*}
$$

where $F_{i+1 / 2}$ is a numerical flux function associated with the cell interface and considered as a function of $u_{i+1 / 2}^{l}$ and $u_{i+1 / 2}^{r}$ ，the values of $u$ on the left－and right－hand sides of the interface，respectively．

$$
\begin{equation*}
F_{i+1 / 2}=F\left(u_{i+1 / 2}^{l}, u_{i+1 / 2}^{r}\right) \tag{10}
\end{equation*}
$$

There is a variety of choices for this numerical flux． We use a relatively simple HLL（Harten－Lax－Leer）［5］ approximation method：

$$
\begin{equation*}
F\left(u_{1}, u_{2}\right)=\frac{s_{1 / 2}^{+} f_{1}-s_{1 / 2}^{-} f_{2}+s_{1 / 2}^{+} s_{1 / 2}^{-}\left(u_{2}-u_{1}\right)}{s_{1 / 2}^{+}-s_{1 / 2}^{-}} \tag{11}
\end{equation*}
$$

where

$$
\begin{gathered}
f_{1}=f\left(u_{1}\right) ; \quad f_{2}=f\left(u_{2}\right) \\
s_{1 / 2}^{+}=\max \left(0, a_{1}, a_{2}\right) ; s_{1 / 2}^{-}=\min \left(0, a_{1}, a_{2}\right)
\end{gathered}
$$

To specify the scheme of eqs．（9）－（11），we have to define the values $u_{i+1 / 2}^{l}$ and $u_{i+1 / 2}^{r}$ ．When these values are defined as

$$
\begin{equation*}
u_{i+1 / 2}^{l}=u_{i}^{n+1}, \quad u_{i+1 / 2}^{r}=u_{i+1}^{n+1} \tag{12}
\end{equation*}
$$

an implicit scheme is attained，which unconditionally satisfies the MND property，but shows too much dif－ fusion．
On the other hand，if defined by

$$
\begin{align*}
u_{i+1 / 2}^{l} & =u_{i}^{n}-0.5\left(\lambda_{i}-1\right) \delta u_{i}^{n} \\
u_{i+1 / 2}^{r} & =u_{i+1}^{n}-0.5\left(\lambda_{i+1}+1\right) \delta u_{i+1}^{n} \tag{13}
\end{align*}
$$

it becomes a 2 nd－order explicit scheme that meets the MND property under the following conditions：

（a）Computed solutions；comparison between the hybrid and the fully implicit schemes

（b）Control parameter distributions
Figure 5：Case of a backward step－like initial distribu－ tion．

$$
\begin{equation*}
\beta_{i}^{n} \leq 1 ; \quad 0 \leq c_{i+1 / 2}^{ \pm} \leq 2, \tag{14}
\end{equation*}
$$

where

$$
\begin{equation*}
\beta_{i}^{n}=\frac{\left(s_{i-1 / 2}^{+, n}-s_{i+1 / 2}^{-, n}\right) \Delta t}{\Delta x_{i}} \tag{14.1}
\end{equation*}
$$

To make a the hybrid scheme，we propose cell inter－ face values defined as follows：

$$
\begin{equation*}
u_{i+1 / 2}^{l}=u_{i}^{n}+\left(1-\omega_{i}\right) \Delta^{n} u_{i}-0.5\left(\omega_{i} \lambda_{i}-1\right) \delta u_{i}^{\prime \prime} \tag{15}
\end{equation*}
$$

$u_{i+1 / 2}^{r}=u_{i+1}^{n}+\left(1-\omega_{i+1}\right) \Delta^{n} u_{i+1}-0.5\left(\omega_{i+1} \lambda_{i+1}+1\right) \delta u_{i+1}^{n}$
where $\Delta^{n} u$ denotes the time increment：$\Delta^{n} u=u^{n+1}$－ $u^{n}$ ．As seen from these definitions，the interface values of the hybrid scheme are composed of two components． One corresponds to the implicit scheme of eq．（12）． and the other to the explicit scheme of eq．（13）．The parameter $\omega_{i}$ controls the amount of each component． It varies in the range

$$
\begin{equation*}
0 \leq \omega_{i} \leq 1 \tag{17}
\end{equation*}
$$


（a）Computed solutions；comparison between the hybrid and the fully implicit schemes

（b）Control parameter distributions
Figure 6：Case of a forward step－like initial distribu－ tion．

When $\omega_{i}$ takes a value of zero or unity，the hybrid scheme becomes an implicit or an explicit scheme，re－ spectively．

We can show a simple geometrical interpretation to the definition of edge states in the hybrid approach． To compute the values，first an intermediate time level： $t^{\omega_{i}}=t^{n}+\omega_{i} \Delta^{n} t$ is introduced for each cell（see Fig． 3 ），where intermediate values of the solution are de－ fined by interpolating between the lower and upper time level values．Then，the explicit scheme is launched from the time level $t^{\omega}$ ，using the intermediate values as initial data to obtain the edge states．

Evaluation of the control parameter is dictated by two conditions．To suppress strong diffusion inherent in the implicit scheme，it is preferable to take the value of this parameter as close to unity as possible，or even equal to unity．The other condition is that the scheme must keep the MND property．Therefore，an optimal decision is to take the value of $\omega$ as large as possible under the restriction that the scheme be max norm diminishing for all time steps．The lemma stated below helps us make such a decision．

LEMMA If the following inequalities are valid：

$$
\begin{equation*}
\omega_{i} \beta_{i}^{\omega} \leq 1, \quad 0 \leq c_{i+1 / 2}^{ \pm} \leq 2 \tag{18}
\end{equation*}
$$


（a）Computed solutions；comparison between the hybrid and the fully implicit schemes．

（b）Control parameter distributions
Figure 7：Case of a triangle－shape initial distribution．
the hybrid scheme（9），（10），（15），（16）hold the MND property．
In this lemma $\beta_{i}$ is defined by eq．（14．1），and the superscript $\omega$ denotes the value evaluated at the time level $t^{\omega}$ ．According to what has been stated by the lemma，we can define the control parameter as

$$
\begin{equation*}
\omega_{i}=\omega_{*}\left(\beta_{i}^{\omega}\right) \tag{19}
\end{equation*}
$$

where the function $\omega_{*}$ is given by

$$
\omega_{*}(x)= \begin{cases}1 & x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x>1\end{cases}
$$

Note that the hybrid scheme considered here exactly coincides with the CCG scheme for eq．（5），if eq．（19） for the evaluation of $\omega$ is replaced by $\omega_{i}=\omega_{*}\left(\beta_{i}^{n}\right)$ ．

## 2．2 Multidimensional Generalization

Multi－dimensional extension of the above hybrid scheme is carried out in a straightforward way．We consider a 3 D equation in the form of the conservation law，

$$
\begin{equation*}
\partial_{t} u+\partial_{k} f_{k}(u)=0, \quad(k=1, \ldots, 3) \tag{20}
\end{equation*}
$$

which is discretized by the FVM as


Figure 8：Comparison between the Hybrid and the Explicit Schemes for a backward step－like．


Figure 9：Comparison between the Hybrid and the Explicit Schemes for a forward step－like．

$$
\begin{equation*}
u_{i}^{n+1}=u_{i}^{n}-\frac{\Delta t}{\Delta V_{i}} \sum_{\sigma} F_{\sigma} \Delta \mathcal{S}_{\sigma}=0 \tag{21}
\end{equation*}
$$

where $\Delta V_{i}$ denotes the cell volume，$\Delta S_{\sigma}$ the cell face area，and $F_{\sigma}=f_{k, \sigma} n_{k, \sigma}$ the numerical flux at the cell face．The summation is performed over all faces of the cell（see Fig．4）．

The numerical flux is approximated by a flux func－ tion of two arguments：face states on the left－and the right－hand sides

$$
\begin{equation*}
F_{\sigma}=f_{k, \sigma} \cdot n_{k, \sigma}=F\left(u_{\sigma}^{l}, u_{\sigma}^{r}\right) \tag{22}
\end{equation*}
$$

which is also calculated in the form of HLL approxi－ mation：

$$
\begin{equation*}
F\left(u_{\sigma}^{l}, u_{\sigma}^{r}\right)=\frac{s_{\sigma}^{+} F_{\sigma}^{l}-s_{\sigma}^{-} F_{\sigma}^{r}+s_{\sigma}^{+} s_{\sigma}^{-}\left(u_{\sigma}^{l}-u_{\sigma}^{r}\right)}{s_{\sigma}^{+}-s_{\sigma}^{-}} \tag{23}
\end{equation*}
$$

where

$$
\begin{gathered}
F_{\sigma}^{l}=f_{k}\left(u_{\sigma}^{l}\right) \cdot n_{\sigma, k} ; \quad F_{\sigma}^{r}=f_{k}\left(u_{\sigma}^{r}\right) \cdot n_{\sigma, k} \\
s_{\sigma}^{+}=\max \left(0, a_{\sigma}^{l}, a_{\sigma}^{r}\right) ; s_{\sigma}^{-}=\min \left(0, a_{\sigma}^{l}, a_{\sigma}^{r}\right)
\end{gathered}
$$

Here $a=\vec{\alpha} \cdot \vec{n}=\alpha_{k} n_{k}$ ，and $\alpha_{k}=d f_{k} / d u(k=1,2,3)$ ．

Following the idea of hybridization developed above for 1D equations，let us write the left and right face states as：

$$
\begin{align*}
u_{\sigma}^{l}= & u_{i}^{n}+\left(1-\omega_{i}\right) \Delta^{n} u_{i}+\left(\vec{r}_{i, \sigma}-0.5 \Delta t \omega_{i} \vec{\alpha}_{i}\right) \cdot \partial \vec{u}_{i} \\
u_{\sigma}^{r}= & u_{\sigma(i)}^{n}+\left(1-\omega_{\sigma(i)}\right) \Delta^{n} u_{\sigma(i)} \\
& +\left(\vec{r}_{\sigma(i), \sigma}-0.5 \Delta t \omega_{\sigma(i)} \vec{\alpha}_{\sigma(i)}\right) \cdot \partial \vec{u}_{\sigma(i)} \tag{24}
\end{align*}
$$

where $\overrightarrow{\partial u_{i}}$ is a limited gradient as

$$
\begin{equation*}
\overrightarrow{\partial u_{i}} \cdot \vec{r}_{i, \sigma}=c_{i}^{\sigma} \Delta u_{\sigma(i), i}, \quad \Delta u_{\sigma(i), i}=u_{\sigma(i)}-u_{i} \tag{25}
\end{equation*}
$$

Here $0 \leq c_{i}^{\sigma} \leq+\infty$ ．
As seen here，the cell parameter $\omega_{i}$ again controls the amount of the explicit／implicit constituents in the hy－ brid scheme．Particularly，the scheme is fully implicit for $\omega_{i}=0$ which is unconditionally of MND property．

As for $\omega_{i}=1$ ，the scheme converts to a 2 nd－order ex－ plicit scheme that possesses the MND property under the following conditions（see［3］，also）：

$$
\begin{equation*}
\max \left(\beta_{i}^{I}, \beta_{i}^{I I}\right) \leq 1, \quad c_{i}^{\sigma} \leq 0.5 \tag{26}
\end{equation*}
$$

for all cells and faces．$\beta_{i}^{I}$ and $\beta_{i}^{I I}$ are calculated as

$$
\begin{gather*}
\beta_{i}^{I}=\frac{1}{2} \Delta t \sum_{\sigma} b_{i}^{\sigma}\left(-\vec{\alpha}_{i}\right)  \tag{27}\\
\beta_{i}^{I I}=\frac{\Delta t}{V_{i}} \sum_{\sigma} S_{\sigma} \gamma_{\sigma}^{+}\left[1+\frac{1}{2} \sum_{\sigma^{\prime}} b_{i}^{\sigma^{\prime}}\left(\overrightarrow{z_{i}^{\sigma}}\right)\right]
\end{gather*}
$$

In these formulas，

$$
\begin{gather*}
\gamma_{\sigma}^{+}=\frac{s_{\sigma}^{+}\left[\left(\vec{\alpha}_{i}, \vec{n}_{\sigma}\right)-s_{\sigma}^{-}\right]}{s_{\sigma}^{+}-s_{\sigma}^{-}}  \tag{28}\\
\overrightarrow{z_{i}^{\vec{\sigma}}}=-r_{i}^{\vec{\sigma}}+0.5 \Delta t_{i} \vec{\alpha}_{i}
\end{gather*}
$$

$b_{i}^{\sigma}(\vec{X})$ denotes positive coefficients of a decomposi－ tion of a vector $\vec{X}$ with the face radius－vectors $\vec{r}_{i}^{\sigma}$ ：

$$
\vec{X}=\sum_{\sigma} b_{i}^{\sigma}(\vec{X}) \vec{r}_{i}^{\sigma}, \quad b_{i}^{\sigma}(\vec{X}) \geq 0
$$

Such a decomposition always exists，if computational cells are convex．
Based on the MND conditions for the explicit scheme of eq．（26），the following lemma can be proved．

LEMMA If the control parameter $\omega_{i}$ satisfies the in－ equality

$$
\begin{equation*}
\omega_{i} \max \left(\beta_{i}^{I, \omega}, \beta_{i}^{I I, \omega}\right) \leq 1 \tag{29}
\end{equation*}
$$

the hybrid scheme given by eqs．（21）－（25）is of MND property providing the limited gradient of eq．（25）is employed with $0 \leq c_{i}^{\sigma} \leq 0.5$ for all cells and faces．

Consequently from this lemma，we can define $\omega_{i}$ as

$$
\begin{equation*}
\omega_{i}=\omega_{*}\left(\beta_{i}^{\omega}\right), \beta_{i}^{\omega}=\max \left(\beta_{i}^{I, \omega} ; \beta_{i}^{I I, \omega}\right) \tag{30}
\end{equation*}
$$

Note that the set of coefficients $b_{i}^{\sigma}$ in eq．（27）is not unique．Some special algorithm to find such a set is required．Therefore，the calculation of $\beta_{i}^{\omega}$ in eq．（30） becomes expensive．To overcome this，a less restricted condition can be used［3］，which leads to a more simple formula for $\beta_{i}^{\omega}$ ：

$$
\begin{equation*}
\beta_{i}^{\omega}=\frac{\Delta t_{i}}{V_{i}} \sum_{\sigma} \mathcal{S}_{\sigma} \gamma_{\sigma}^{+} \tag{31}
\end{equation*}
$$

## 3 Solution of Discretized Equa－ tions

Except for the case $\omega_{i}=1$ ，the discrete equations of the hybrid scheme have a complicated form．To find the upper time level solution $u_{i}^{n+1}$ from these equa－ tions，we employ Newton＇s iteration method．With $s$ as an iterative index，the linearization of eq．（21）can be written as

$$
\begin{gather*}
{\left[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{L}^{s}(\cdot)\right] \delta \Psi^{s}=\boldsymbol{R}^{s}-\boldsymbol{\Psi}^{s} ;} \\
\Psi^{s}=u^{n+1, s}-u^{n} ; \quad \delta \Psi^{s}=\Psi^{s+1}-\Psi^{s} \tag{32}
\end{gather*}
$$

where

$$
\boldsymbol{L}(\cdot)=\frac{\partial \boldsymbol{R}}{\partial \boldsymbol{U}}=\boldsymbol{D}(\cdot)+\boldsymbol{L}_{1}(\cdot)+\boldsymbol{L}_{2}(\cdot)
$$

Here $\boldsymbol{R}$ denotes the residual on the right－hand side of eq．（21），and $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{L}_{1}, \boldsymbol{L}_{2}$ are the diagonal，the lower－tri－ angular，and the upper－triangular constituents of the matrix $\boldsymbol{L}$ ，respectively．

The solution to the linear system（32）is obtained by implementing sub－iterations with the LU－SGS method， where a couple of equations are successfully solved in the forward and backward iterative sweeps as follows：

$$
\left[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{L}_{1}(\cdot)\right] \delta \Psi^{s, *}+\boldsymbol{L}_{2}\left(\delta \Psi^{s, m}\right)=\boldsymbol{R}^{s}-\Psi^{s}
$$

$$
\begin{equation*}
\left[\boldsymbol{D}+\boldsymbol{L}_{2}(\cdot)\right] \delta \Psi^{s, m+1}+\boldsymbol{L}_{2}\left(\delta \Psi^{s, *}\right)=\boldsymbol{R}^{s}-\Psi^{s} \tag{33}
\end{equation*}
$$

Note that the exact linearization of eq．（32）is very expensive，if not impossible to obtain．In order to simplify the linearization，wave speeds $s_{\sigma}^{ \pm}$in the flux formula（23）and the control parameter $\omega$ as well are assumed to be＂frozen＂．Moreover，only a first－order representation of the numerical fluxes，i．e．eqs．（27） and（24）with $\partial \vec{u}_{i}=0$ ，is linearized．

## 4 Numerical Results

In this section，leaving aside theoretical aspects for a moment，we give some numerical results to show the effectiveness of the hybrid scheme．As a test case，we compute a one－dimensional Burgers equation：


Figure 10：Comparison between the Hybrid and the Explicit schemes for a triangular initial data．


Figure 11：Hybrid scheme results for a high peak initial data．

$$
\begin{equation*}
\partial_{t} u+u \partial_{x} u=0 \tag{34}
\end{equation*}
$$

with several initial conditions．
These calculations used a computational grid with an interval $0 \leq X \leq 200$ and a grid stiffness ratio of 0.01 ． The maximal spacing is $\Delta h_{\text {max }}=1$ ，while the min－ imal one is $\Delta h_{\text {min }}=0.01$ which placed at $X=100$ ， the center of the interval．The grid is also depicted in the figures．

Figures 5 to 7 show numerical results of computing eq．（34）with $\Delta t=1$ for three initial data in the form of a backward step，a forward step，and a triangle． The results are obtained by the fully implicit scheme， $\omega_{i}=0$ ，and the hybrid scheme．The dissipation of the fully implicit scheme is quite large，while the hybrid scheme well suppresses it．Distributions of $\omega$ in Figs． 5 to 7 show that it tends to unity as $\Delta h$ increases， where the scheme mostly uses the explicit constituent rather than the implicit one．On the other hand，in the region where $\Delta h$ is small，$\omega$ takes a small value． and the scheme switches to the implicit constituent．

Figures 8 to 10 show a comparison between the hy－ brid scheme and the 2nd－order explicit scheme．It is seen that the hybrid scheme maintains almost the same accuracy as the 2nd－order explicit scheme in spite of use of more than 100 times larger time step．

Figure 11 shows numerical solutions obtained by the hybrid scheme for a high－peak triangular initial data with a relatively large time step of $\Delta t=1$ ．


Figure 12：Characteristics of Hybrid／FCT scheme．
＂Expansion－type＂and＂shock－type＂features of this solution are well captured，although the time step used in this calculation exceeds the CFL－allowable time step by several hundred times．Distributions of the switch parameter $\omega$ are also given，which show a rather com－ plicated process of hybridization between the explicit and implicit constituents in the dense grid region．

## 5 Enforcement of Explicit Con－ stituent

In the previous section，we confirmed the high per－ formance of the baseline scheme．As mentioned in the introduction，to further develop the hybrid scheme，we can introduce a FCT technique to enforce the explicit constituent so as to keep the MND property．By do－ ing this，we can get more accurate solutions for time dependent problems．

The FCT technique is introduced in the following way．Let us consider，for simplicity，a one－dimensional linear equation

$$
\begin{equation*}
\partial_{t} u+\partial_{x} f(u)=0 \tag{35}
\end{equation*}
$$

which is discretized by the hybrid scheme as

$$
\begin{equation*}
u_{i}^{n+1}=u_{i}^{n}-\frac{\Delta t}{\Delta x_{i}}\left[F_{i+1 / 2}\left(\omega_{i}^{*}\right)-F_{i-1 / 2}\left(\omega_{i}^{*}\right)\right] \tag{36}
\end{equation*}
$$

Then，we introduce a new control parameter $\omega_{i}$ ．It is determined by $\omega_{i}^{*}$ evaluated in the baseline scheme and $\delta \omega_{i}$ for an additional amount of the explicit constituent as

$$
\begin{equation*}
\omega_{i}=\omega_{i}^{*}+\delta \omega_{i} \tag{37}
\end{equation*}
$$

Accordingly，the numerical flux function is trans－ formed to

$$
\begin{equation*}
F_{i+1 / 2}\left(\omega_{i}\right)=F_{i+1 / 2}\left(\omega_{i}^{*}\right)+\delta F_{i+1 / 2} \tag{38}
\end{equation*}
$$

where the additional flux $\delta F_{i+1 / 2}$ can be represented as

$$
\begin{equation*}
\delta F_{i+1 / 2}=A_{i+1 / 2} \delta \omega_{i} . \quad\left(0 \leq \delta \omega_{i} \leq 1-\omega_{*}\right) \tag{39}
\end{equation*}
$$

The coefficient $A_{i+1 / 2}$ can be treated as an anti－ diffusion flux，which suppresses the dissipation．In this riew，$\delta \omega_{i}$ in eq．（37）can be considered as an ana－ logue of the limiting coefficient in the FCT method［4］， and can be taken such that no new extremum would appear in the numerical solution．As a result of this procedure，the hybrid scheme might be more accurate． Figure 12 shows the effectiveness of this approach．

## 6 Concluding Remarks

A new hybrid implicit－explicit scheme has been do－ veloped for non－linear advection equations．The scheme holds the MND property for all time steps．The mu－ merical results show its good performance and accu－ racy to solve time dependent problems with large time steps．Application of this scheme to compressible fluid dynamics equations is under way：

## References

［1］Richtmyer，R．D．and Morton，K．W．．＂Difference methods for initial－value problems，＂Interscience Publishers， 1967.
［2］Collins，J．．Collela，P．．and Glaz．H．：＂An Implicit－ Explicit Eulerian Godunor Scheme for Compress－ ible Flow，＂JCP，116，pp．195－211，199．9．
［3］O＇Rourke．P．and Sahota，M．．＊A Variable Ex－ plicit／Implicit Numerical Method for Calculating Advection on Cnstructured Neshes．＂．JCP．143，pp）． 312－345． 1998.
［4］Zalesak．S．．＂Fully Multidimensional Flux－ Corrected Transport Algorithms for Fluids．＂JCP． 31，pp．335－362． 1979.
［5］Harten，A．，Lax．P．D．．Van Leer，B．．＂（）n Lp）－ stream Differencing and Godunov－Type Schemes for Hyperbolic Conservation Law，＂SLAM Review． 25，рр．35－61， 1983.

# Wave Rotor 内部流動の数値解析 

岡本 光司 ${ }^{* 1}$ ，山口 和夫＊2，長島 利夫＊3

# Numerical Study of Wave Rotor Inner Flow Dynamics 

by

Koji Okamoto ${ }^{* 1}$ ，Kazuo Yamaguchi＊${ }^{* 2}$ ，Toshio Nagashima ${ }^{* 3}$


#### Abstract

Wave rotors are expected to have a potential of improving drastically the performance of an aeropropulsion system．However，there are some problems in the operation at off－design conditions，because of its working principle that is not conventional．And the gas dynamic states inside the cells are very complicated even at the design point，because shock and rarefaction waves are reflected and interact with the contact discontinuities．Therefore，it is very important to investigate the inner flow of the wave rotor．

The objective of this study is to clarify the effects of＂Leakage＂（the clearance between the rotor and the end wall）by CFD that is based upon 2D Navier－Stokes equations．The numerical approach used in this study is based upon FDM（Finite Difference Method） discretization incorporating an implicit Chakravathy－Osher＇s 3rd order upwind TVD scheme with the van Leer＇s differentiable limiter．LU－ ADI method is also adopted for the time integration to analyze the unsteady two－dimensional viscous flows．

The results show that the effect of＂Leakage＂has influence on the propagating speed and intensity of＂secondary shock＂，and on the magnitude of the interaction between the objective cell and the neighboring cells．


## 1．序論

Wave Rotor は過給器の一種であるが，その圧縮憉張の原理 は従来のものとはまったく異なる。Fig． 1 に示すように，Cell と呼ばれる多数の細いチューブを円筒状に配置したロータ ーを回転させ，ポートと呼ばれるダクトを通してCellの中に高圧燃焼ガスと低圧空気を供給し，その圧力差によって発生 する衝撃波を利用して空気を圧縮するものである。空気の圧縮は衝撃波によってなされるので，回転軸そのものにはトル クはほとんどかからない。そのため，強度上の要求が少なく，大幅な軽量化が可能であり，さらに，1段当たりの圧力比が 2以上というかなり高い値を達成できる。

この Wave Rotor をガスタービンに搭載することによって，


Fig． 1 Wave Rotor

[^34]TIT をほとんど変えることなく，サイクル最高温度と全体圧力比を大幅に向上させることができると考えられているが， Wave Rotor はその作動原理上，設計点外において効率，圧縮比共に大幅に低下し，サイクル全体の性能を低下させてしま う恐れがあるため，未だガスタービンへの搭載実用段階には至っていない。

## 2．Wave Rotor の作動原理

Wave Rotor にはいくつか種類があるが，ここではディーゼ ルエンジン用に開発された ABB 社製の Comprex ${ }^{[1]}$ が採用して いる4Port Reverse Flow Type を例として説明する。
Fig． 2 は，Wave Diagramと呼ばれるもので，円筒状に並ん だCell を平面に展開したものである。各特性線については，図中に示してあるとおりである。そして，ローターセルは上 から下へと動いており，一番上の Cell は Air－LP Port から供給される低圧空気で満たされている。

また，各ポートの全圧については，Gas－HP Port と Air－HP Port 及びGas－LP Port とAir－LP Port はそれぞれほぼ同じ全圧であり，HP Port と LP Port の全圧比は $2.2 \sim 3.0$ 程度であ る。
〈圧縮過程〉
Cell が回転して Gas－HP Port に達すると，Cellの右端か ら高温•高圧の燃焼ガスが入ってきて，ガスと空気の圧力差 によって右から左へと衝撃波が伝播する。これを primary shock と呼ぶ。物質境界の移動速度よりも衝撃波の伝播速度 の方が速いため，衝繋波は空気の領域を通過してCell の左端で反射し，右に向かって反射衝撃波が発生する。これを secondary shock と呼ぶ。primary shock が左端に到達する と同時に Air－HP Port を開くと，衝撃波によって圧縮された空気が Air－HP Portに流れ込む。そして，反射衝撃波が右端

に達すると同時にGas－HP Port を閉じる。この時，流入ガス の慣性力により膨張波が生じ，左端に向かって伝播する。こ の膨張波が左端に到達すると同時に Air－HP Port を閉じる。〈膨張過程〉
Cell が Gas－LP Port に達すると，Cell 内のガスが Gas－LP Portに流れ出し，右から左に向かって膨張波が伝播する。こ の膨張波が左端に到達すると同時に Air－LP Port を開くと， Air－LP Portから空気が流入してくる。そして，CellにAir－LP Port からの空気が充填されると両方のPort を閉じ，最初の状態に戻る。


Fig． 2 Wave Diagram

## 3．研究目的

Wave Rotor における主な性能損失源としては，
＜1〉Gradual Opening Effects
＜2〉 Working Gas Viscosity
〈3〉 Leakage
といら，3つの要素が举げられている ${ }^{[2]}$ が，今までのCFD 解析では，〈3〉Leakageを考慮した内部流動解析は，モデル化さ れた 1 次元解析以外では行われていない。なお，〈1〉Gradual Opening Effects はCellがPort に対して徐々に開いていく ことによる影響，く3＞Leakage はローターと End Wall との間 のクリアランスのことを指している。
そこで本研究では，上記の損失源を全て考慮した Wave Rotor 内部流動の 2 次元 CFD 解析を行い，これらの損失源，特にく3〉Leakageが各衝撃波にどのように影響を与えている かを評価することを研究目的とした。なお，ここで述べる 2次元とは，半径一定の円筒平面上の 2 次元解析を意味する。 また，Leakage の影響については，周期境界条件が適用でき ないため，対象となるCellの両隣のCell も同時に解析する ことによって評価を行う。また，計算対象としては Wave Rotor の圧縮過程における 2 つの衝撃波に着目することにし た。

## 4．数値解析手法及び計算条件

本研究で用いる数値解析コードはレイノルズ平均 N－S 方程式を基礎方程式とし，空間差分にはChakravathy Osher の TVD スキーム（最大空間 3 次精度）に，流束制限関数として Differentiable Limiter を適用し，時間積分には陰解法の LU－ADI 法にNewton 反復法を適用したものを用いている。 ${ }^{[3]}$

計算領域については，Cell については，今回使用したすべ ての計算領域について長さ 186 mm ，幅 8 mm とし，Cell 壁面の厚さは 1 mm とした。

また，クリアランスについては， $0 \mathrm{~mm}, ~ 0.5 \mathrm{~mm}, ~ 1 \mathrm{~mm}$ の 3 種類について行ない，同時に解くCell の本数は，1本，3本， 5本の3種類について計算を行った。
Fig． 3 にCell本数が 1 本の場合と 3 本の場合の計算格子を示す。格子点数は，Cell の部分はすべて共通で，401 $\times 31$ 点 とし，Leakage 部は，ローター円周方向については，Cellの gridと同じ間隔で分布させ，軸方向については，クリアラン スが 0.5 mm の場合は 6 点，クリアランスが 1 mm の場合は 11点とした。

流入•流出条件については，流速が超音速か亜音速かあら かじめ分からないため，各ポートの中の値を設定し，1タイ ムステップごとに境界の 1 点内側の物理量との間でリーマ ン問題を解き，その結果の値を境界条件として与えている。各ポートの中の値はTable1に示すとおりとし，一様流入•一様流出とした。各ポートの開閉タイミングについては，垂直衝撃波の伝播速度を基にして，Wave Diagramに従って決定 した結果，Gas－HPは $0^{\circ}$（基準角度）$\sim 30^{\circ}$ ，Air－HPは $10^{\circ}$ $~ 35^{\circ}$ となった。

|  |  | Gas－HP | Air－HP |
| :--- | :--- | ---: | ---: |
| 全圧 | $[\mathrm{atm}]$ | 2.55 | 1.0 |
| 全温 | $[\mathrm{K}]$ | 288 | 288 |
| 流速（軸方向） | $[\mathrm{m} / \mathrm{s}]$ | 140 | 0.0 |
|  | 流速（周方向） | $[\mathrm{m} / \mathrm{s}]$ | 26.4 |

## Table 1



Fig． 3 grid 例

## 5．結果及び考察

5.1 無次元化密度等高線図

Fig． $4 \sim 6$ に大気基準の無次元化密度等高線図を示す。

Fig． 4 はCell 本数が 1 本の場合の Gas－HP Port が開いて燃焼ガスが流入してきているところで，ガスと空気の全圧差に よってPrimary Shockが発生してAir 側に向かって伝播し， ガスと空気の物質境界（混合領域）が形成されてAir側へと移動している様子が捉えられている。また，Gradual Opening の影響を受けて流れの巻き込み領域（Captured Area）が形成さ れている。

Fig． 5 は，Primary Shock がAir 側のEnd Wallで反射して Secondary Shock が発生し，Gas 側に向かって伝播している ところである。このときには，Gas－HP Port，Air－HP Port共に開いており，衝繋波によって圧縮された空気が Air－HP Port へ流れ込んでいる。Secondary Shock はGas 側に向かっ て伝播し，物質境界はAir 側に向かって移動しており，この後 Secondary Shock は物質境界と干渉しつつ Gas 側に到達す る。
Fig． 6 はCell本数が 3 本の場合の無次元化密度等高線図で ある。Cell 本数が 1 本の場合と比較対象となるのは 3 本ある うちの中央のCell である。Cell本数が 1 本の場合と比較し てみると，大きく異なる点が 2 つある。 1 つは物質境界の形状であり，もう 1 つは位相が早い（図中では下側）Cell のAir側における衝撃波の反射によって中央の Cell のAir 側にも圧力波が生じている点である。

Fig． 7 は Gas－HP Port が開き始めたときの内部流動が Leakage の有無によってどのように変化するかを示したもの である。Leakage の影響を考慮しない場合には，ほぼ軸方向 に沿って流入しているのに対して，Leakage を考慮した場合 は Leakage 部を通って流れ込んでくる流体によって流入方向 がローター円周方向に大きく曲げられており，この流入角度 の違いが最終的には物質境界の形状の差としてあらわれて いると考えられる。
Fig． 8 は衝撃波がAir 側で反射するときに位相が遅いほう （図中では上側）のCell のAir 側にも圧力波が生じるところ を示している。Leakage を考慮した場合，衝撃波の反射によ って位相が遅いほうのCe11に向かって流体が流れ込んでい るのが分かる。

## 5.2 壁静圧時系列データ

Fig． 9 は，軸方向中央部のCell壁面でサンプリングした壁静圧の時系列データにおいて，同時に考慮するCell の本数 によってどのような差が生じるかを示したものである。Cell が複数の場合のクリアランスは 0.5 mm としている。 まず， 1 本の場合と 3 本の場合を比較してみると，Primary Shock についてはほとんど差が無いが，Secondary Shock について は，伝播速度及び衝撃波強度に違いが現れているのが分かる。 これは，Leakageを考慮した場合，Secondary Shock が生じ るときに位相が遅い方の Ce1lに対して流体が流出していく ためであると考えられる。逆に位相が早いほうのCell にお いて衝撃波が反射したときに発生した圧力波が現れている。次に 3 本と 5 本の場合を比較してみると，Primary Shock と Secondary Shock の伝播速度及び強度の点から見ると，ほぼ

一致しているのが分かる。このことから，各衝撃波が受ける Leakage の影響について解析する場合，両隣を含めた 3 本分 を同時に解けば充分であることが分かる。

Fig． 10 はCell 本数を 3 本として，クリアランスを 0 mm ， $0.5 \mathrm{~mm}, ~ 1 \mathrm{~mm}$ としたときのデー夕を比較したものである。

クリアランスが 0 mm の場合と 0.5 mm の場合の比較は，先ほ どのCell 本数 1 本の場合と 3 本の場合の比較と同じなので ここでは省略する。クリアランスが 0.5 mm の場合と 1 mm の場合を比較してみると，Primary Shockに多少の違いが見られ るが，それ以上にSecondary Shock の強度に影響を与えてい ることが分かる。また，位相が早いほうの Cell から受ける影響の大きさについても，クリアランスに比例して大きくな っているのが分かる。特にクリアランス 1.0 mm の場合は， Secondary Shock と同じくらい強い圧力波となっており，最終的には全体の性能にも影響を及ぼしかねないことが予想 される。

## 6．結論

以上の考察をまとめると以下のようになる。
〈1〉Leakage の影響は，Primary Shock に対してはほとんどあ らわれず，むしろ物質境界の形状及び Secondary Shock の伝播速度と強度に対して大きく現れる。
〈2〉 Wave Rotor の内部流動解析において重要であると考えら れる Secondary Shock の伝播速度及び強度に対する Leakage の影響について解析する場合，両隣を含めた3本分を考慮に入れれば充分である。
〈3〉クリアランスの違いはPrimary Shock に対して影響を与 えるが，それ以上に Secondary Shock の強度に影響を与 える。
〈4〉クリアランスの違いは，位相が早い方のCe1lから受ける影響の大きさに対しても影響力を持つ。

## 参考文献

［1］Gyarmathy G．＂How does the Comprex Pressure－Wave Supercharger Work？＂，SAE Paper 830234， 1983
［2］Wilson J．＂An Experimental determination of losses in a 3－Port Wave Rotor＂，ASME Paper No．96－GT117
［3］山根 敬＂遠心系タービン及び圧縮機の内部流れに関す る数値解析とその実験的検討＂東京大学博士論文， 1992
［4］Snyder P．H．，Fish R．E．＂Assessment of a Wave Rotor topped demonstrator Gas Turbine Engine Concept＂，ASME Paper No．96－GT－41
［5］Welch G．E．＂Two－Dimensional Computational Model for Wave Rotor Flow Dynamics＂，Journal of Engineering for Gas Turbine and Power，October 1997，Vol．119， pp978－985


Fig． 4 無次元化密度等高線図（Cell 本数 1 本， $\mathbf{t}=\mathbf{3 0 0} \mu \mathbf{s}$ ）


Fig． 5 無次元化密度等高線図（Cell 本数 1 本， $\mathbf{t}=675 \mu \mathrm{~s}$ ）


Fig． 6 無次元化密度等高線図（Cell 本数 3 本， $\mathrm{t}=645 \mu \mathrm{~s}$ ）


Fig． 7 Gas 側拡大図（密度等高線図 \＆流速ベクトル）


Fig． 8 Air 側拡大図（密度等高線図 \＆流速ベクトル）


Fig． 9 軸方向中央部における Cell 壁静圧時系列データ （Cell 本数比較，クリアランス 0.5 mm の場合）

## Interaction between



Fig． 10 軸方向中央部における Cell 壁静圧時系列データ （クリアランス比較，Cell 本数 3 本の場合）

# 圧縮機における旋回失速初生の数値シミュレーションに向けて （失速点近傍における翼端漏れ渦の非定常挙動） 

才木一寿＊，古川雅人＊，井上雅弘•

# Toward Numerical Simulation of Rotating Stall Inception in Compressor Rotor （Unsteady Behavior of Tip Leakage Vortex at Near－Stall Operating Condition） 

by<br>Kazuhisa SAIKI，Masato FURUKAWA，Masahiro INOUE


#### Abstract

The breakdown of the tip leakage vortex has been investigated at near－stall condition in a low－speed axial compressor rotor with moderate blade loading．The unsteady flow behavior due to breakdown of tip leakage vortex in the rotor has been simulated by the unsteady Navier－Stokes flow solver based on the high－resolution upwind scheme using the TVD formulation．The semi－analytic method for identifying vortex and normalized helicity were applied to investigate the com－ plicated flow field inside the rotor passage．These visualization techniques revealed clearly the structure and unsteady behavior of tip leakage flow．The simulation shows that the spiral－type breakdown of the tip leakage vortex occurs inside the rotor passage at the near－stall condition．The flow in the tip leakage vortex core is decelerated almost to stagnation near the middle part of passage and the large twist of tip leakage vortex core in the pitchwise direction appears down－ stream of the breakdown onset．As a result，it is observed that the leakage streamlines tightly spiral around the vortex core at the fore part of the rotor passage，expand at the aft part of the passage．The tip leakage vortex twists and turns violently with time at the aft part of the passage because its breakdown occurs near the middle part of the passage．The periodic interaction between the leakage vortex core and the pressure surface boundary layer of the adjacent blade is caused by the unsteady behavior of leakage vortex．Furthermore，the vortex nearly perpendicular to the blade pressure surface，which is similar to tornado and has a leg on the blade pressure surface，is formed by the unsteady interaction．It is found that the large pressure fluctuation near the blade pressure surface，which has been observed at the near－stall condition in experi－ mental result，results from the unsteady process due to the spiral－type breakdown of tip leakage vortex．


## 1．緒 言

翼端すき間を持つ圧縮機内部における流れ場の特徴は，翼端すき間を通り抜ける漏れ流れによるせん断層が巻き上 がり，翼端漏れ渦と呼ばれる縦渦構造が形成されることで ある。この漏れ渦は，圧縮機の性能および安定性に多大な影響を及ぼすため，現在まで国内外で数多くの実験的•数値計算的研究が行われてきた。最近，高負荷形の斜流羽根車内において，デルタ翼の前縁はく離渦に生じることが広 く知られている渦崩壊に酷似した現象である「翼端漏れ渦 の崩壊」が発生することが見出された［1］．さらに，中程度 の翼負荷を有する軸流羽根車の失速点近傍においても筫端漏れ渦崩壊が生じることが定常解析により確認された［2］． この軸流羽根車における翼端漏れ渦崩壊は最高圧力上昇点 よりも低流量側の作動域で発生し，漏れ渦内にバブル形の逆流領域が現われる。バブル形の逆流領域による渦コア流 れへの著しい減速が漏れ渦の大きな膨張および漏れ流れに起因する高損失領域の著しい広がりを引き起こす。漏れ渦崩壊は漏れ流れの挙動に劇的な変化をもたらす。特に，崩壊に伴う漏れ渦の膨張は大きなブロッケージ効果を持ち旋回失速初生との深い関連性が示唆される。
一般に渦の崩壊現象には大きな非定常性を伴うことが知 られている。過去に行われたケーシング面圧力分布の計測結果［3］によると，前述の軸流羽根車の失速点近傍において漏れ渦上流の圧力面付近に極めて大きな圧力変動が認めら れ，漏れ渦崩壊に伴って強い非定常流動が漏れ流れに生じ ていると考えられる。本報では，この失速点近傍における非定常 Navier－Stokes シミュレーションにより明らかになっ た翼端漏れ渦の非定常挙動について述べる。

## 2．数値計算手法

流れ解析手法として有限体積法を用いた緩和形陰的高解像度風上スキーム［4］を用いた。三次元圧縮性ナビエ・ス トークス方程式が，時間方向には陰的に，空間的には六面体の計算セルを用いたセル中心形有限体積法に基づいて離散化される。人工粘性を小さく抑えて渦構造を鮮明に捕ら えるために，非粘性流束は Roe の近似リーマン解法を用い た MUSCL 形の高次精度TVD法により評価された，渦粘性係数はBaldwin \＆Lomax の代数乱流モデル［5］に従って求め た。線形化されて得られた連立一次方程式は近似因子化法 によらず，Gauss－Seidel 形の点緩和法により解かれる。その際，各時間ステップでニュートン反復（25 回）を実行し，線形化および点緩和に伴う誤差を除去して時間精度を二次 に保つ。なお本解析では，無次元時間刻み $\Delta t^{*}$（動翼入口音速および翼端半径により無次元化）を 0.01 とした。
買端漏れ流れを正確に捕らえるために，図1に示した複合形の計算格子を用い，主流部および翼端すき間部にそれ ぞれ H 形の構造格子を形成した。主流部の格子では流れ方向に133セル（翼間部に 73 セル），スパン方向に 127 セル， ピッチ方向に 77 セル設定した。翼端すき間部にはめ込まれ た格子はコード方向に 73 ，ピッチ方向に 32 ，スバン方向に 16 セルから構成された．セル総数は1，337，983セルである。 このように，失速点近傍で発生する非定常流動現象を正し く捕らえるために，定常解析 $|6|$ と比べて流れ場全体にわた る格子解像度が高められている。流入境界条件は動翼上流 で測定された実験結果に基づいて与えられた。

## 3．解析結果

過去の研究 $[3][7] \mid 18]$ において，動翼下流および内部の翼先端漏れ流れ場が実験的に調べられた低速の単段軸流圧縮機 の動翼を供試羽根車とした。本軸流圧絔機の流量係数 $\phi$（主流の軸方向速度を動翼先端速度で無次元化）および王力係数 $\psi$（全圧上昇を動翼先端速度に相当する動圧で無次元化）


Fig． 1 Computational grid

（a）Design operating condition

（b）Near－stall operating condition
Fig． 2 Pressure fluctuation distributions measured on rotor casing wall

の設計値はそれぞれ 0.5 および 0.4 であり，羽根車のハブ比 は0．6，翼先端直径は 449 mm である。動翼は予旋回なしの自由渦形式で設計された NACA65 系統翼で，翼枚数は12枚である。翼先端部は弦節比1．0，コード長 117.5 mm であ る。本研究では翼端すき間が 2.0 mm （ $1.7 \%$ tip chord）で流量係数 $\phi=0.36$ の失速点近傍について数値解析を実施した。

本供試軸流圧縮機の設計点および失速点近傍で実験によ り得られたケーシング面上の圧力分散分布を図 2 に示す。図2（b）の失速点近傍では翼圧力面近傍に圧力分散の極大領域が観察され，この大きな圧力変動の生じている領域は漏 れ渦上流に位置している。前報［6］で述べたように，この軸流王縮機の失速点近傍において翼端漏れ渦に渦崩壊が発生 することが定常 Navier－Stokes 解析により明らかになってい る。したがって，翼端漏れ渦崩壊に伴って，この領域の翼端漏れ流れ場に強い非定常流動現象が生じていると推測き れる。

まず，非定常数値計算により得られた動翼トルクの時間履歴を図3に示す。無次元時間 $\mathrm{t}=80$ まで初期的な過渡状態が認められるが，$t^{*}=80$ 以降は周期的な変動を示してい る。本研究では，過渡状態を過ぎたと判断される無次元時間 $\mathrm{t}^{*}=80$ から $\mathrm{t}^{*}=130$ までを解析対象とした。動翼トルクの


Fig． 3 Time history of torque on rotor blade


Fig． 4 Result of wavelet analysis for torque on rotor blade

の周期性を確かめるために Wavelet 変換を施した結果が図 4 である。無次元周期約 9 および約 4.5 に極値が明瞭に現 れており，動翼トルクの変動には明らかな周期性が認めら れる。後述する様に，この周期的変動は漏れ渦と翼圧力面 との非定常干渉に起因するものである。

この非定常数値計算結果の妥当性を確かめるため，実験結果との比較を行った。図5に $\mathrm{t}=80$ から 130 に渡る時間平均により得られたケーシング面上の圧力分布の比較を示 す。翼端漏れ渦の巻き上がりにより翼前縁付近から現れる圧力の谷が正しく再現されている。また，流路中央部にお いて翼端漏れ渦に生じる渦崩壊に伴って，この圧力の谷は流路後半部において消滅するが，その変化も数値計算によ り正しく捕らえられていることがわかる。図6に同様の ケーシング面上の圧力分散分布に関する実験結果との比較 を示す。失速点近傍において漏れ渦の上流の圧力面付近に現れる圧力分散の極大値が非定常数値計算により正しくシ ミュレートされている。したがって，本解析により翼端漏 れ流れに生じる非定常流動現象が正しく捕らえられている と考えられる。
図 7 はt＊＝100におけるケーシング側から眺めた翼端漏れ流れ場である。Critical Point 解析に基づく方法 19］により同定された渦コアが示されている。同定された渦コアが，右側翼間では無次元へリシディで，左側翼間では相対速度の大きさの分布で色付けされている。さらに，右側翼間には ケーシング面圧力分布が，左側翼間には漏れ流線がそれぞ れ黒線で示されている。流路前半部において漏れ渦に沿っ た無次元ヘリシティの値はほぼ 1 の値であり，漏れ渦が強く巻き上がっていることがわかる。しかしながら，流路中央部で漏れ渦コアの軌跡は大きく蛇行して，渦コア上の無次元へリシティは一1の値まで急激に減少する。左側翼間にふされた相対速度の分布によると，この領域で相対速度は急激に減速し，ほぼよどみ状態となっていることがわ かる。その結果，漏れ流線がよどみ点の上流で漏れ渦コア から解け，流路後半部で大きく膨らんでいる。この渦内に おけるよどみ点の発生は，渦崩壊の特徴である。


Fig． 5 Time－averaged pressure distributions on rotor casing wall

図8にt＊＝100から109にわたる翼端漏れ流れ場の時間変化を示す。Critical Point 解析に基づく渦コアの同定法［9］を用いて，動翼列内における瞬間的な漏れ渦の軌跡およびそ の時間変化を容易かつ正確に追跡することが可能となっ た。図中には同定された渦コアに沿った無次元へリシティ の分布がカラーで示され，ケーシング面上の圧力分布が黒線で描かれている。なお，図中の臼線は後述する時間平均流れ場における渦中心線（図11）を表している。流路後半部における漏れ渦の挙動には渦崩壊に伴う強い非定常性 が認められる。すなわち，流路中央部で渦崩壊が生じ，漏 れ渦が動翼流路内を周方向に大きくうねりながら時間的に変動する様子が観察される。また，漏れ渦崩壊が発生した下流では，漏れ渦コアの軌跡に沿ったケーシング面上の圧力の谷が消滅し，渦コアの非定常的な運動に対応してケー シング面圧力分布も大きく変化している。

図 9 は，$t^{*}=102$ における漏れ渦に沿った縦断面上の瞬間流れ場である。この縦断面は時間平均流れ場で同定された漏れ渦中心（図8中の白線）を通る半径方向の断面であり，圧力面側から縦断面を眺めた図である。図中には，縦断面内の速度ベクトルおよび全圧損失分布が示されている。漏 れ渦崩壊の発生に伴い低エネルギー流体の集積部が広が り，図中のA，B，Cとして示されるように，千鳥状の渦配列が現れている。図8（c）に現われているうねった渦コアが縦断面を横切るため，このような千鳥配置の渦列構造が現われ る。渦 A および B の誘起速度により，両渦の間に顕著な逆流域が形成されている。以上のようにスパイラルタイプの渦崩壊の特徴［10］が認められ，翼列流路内においてスパイ ラルタイプの渦崩壊が発生していると結論づけることがで きる。ただし，ケーシング面の存在により，漏れ渦コアの スパン方向運動はピッチ方向と比べて極めて小さいことが わかる。

さらに，スパイラルタイプの渦崩壊による漏れ渦の非定常運動により，漏れ渦と翼圧力面の激しい干渉が起こる。ま ず，図8（f）の $\mathrm{t}=105$ の瞬間流れ場において A 部として示 した領域が，（g）t＊＝106までの間に次第に折れ曲がりながら翼圧力面へと近づいてゆく。（g）t＊＝106から（h）t＊＝107にか けて，この A 部は圧力面と干渉する。その結果，漏れ渦は前縁付近の圧力面境界層とリンクし，圧力面に足を持つ翼面に垂直な渦構造が形成される。（h） t • $=107$ 以降，この圧力面に足を持つ渦構造をB部として示すが，このB部は前縁付近から下流へと移流しながら強く巻き上がるため，ケー シング面に強い低圧領域が生じている。その後，この渦構造は下流へと移流しながら急速に減衰して消滅する。

特に，図 8 （a）$t^{*}=100$ と（j）$t^{*}=109$ における翼端漏れ流れ構造は酷似しており，明らかに無次元周期 9 の周期性が確認できる。この周期は図4において述べたWavelet 解析に より得られた動翼トルクの変動周期と一致する。また，図

（a）Calculation

（b）Experiment
Fig． 6 Pressure fluctuation distributions on rotor casing wall

8 において（d）t＊＝103 から（f）t＊＝105 にかけて弱いものの C部として示す同様の翼端漏れ渦と圧力面境界層の干渉が認 められる。 すなわち，この翼端漏れ渦と圧力面境界層との干渉の発生周期は wavelet 解析による無次元周期 4.5 に対応 していることがわかる。したがって，この渦崩壊に伴う非定常干渉は無次元周期 4.5 で発生しており，弱い干渉と強い干渉が交互に生じていることが示唆きれる。

図10には，この漏れ渦と圧力面との干渉に伴う圧力面上の圧力分布の時間変化を示す。ただし，図中に示した圧力は瞬間圧力と時間平均圧力の差として定義されたもので ある。また，図中には圧力面近傍（王力面から1格子分離れ た格子点）の速度ベクトルが表示されており，これも圧力と同様に時間平均値との差として定義されている。戍10（a） の $\mathrm{t}^{*}=100$ では，図 8 （a）の $\mathrm{B}^{\prime}$ 部と示した渦に対応した低圧領域が翼端付近に現われている。時間の経過と共に，この渦は圧力面上を下流へ移流しながらハブ側へ向かい，次第 に減衰して後縁付近で消滅する。また，この渦構造の形成 に伴う排除効果により，その上流に高圧領域が認められる。図10（c）の $\mathrm{t}^{*}=104$ からは，図 8 （e）のC 部における干渉に伴って再び低圧領域が形成されるが，この干渉は極めて弱 いものである。 さらに，図 10 （d）から，図 8 （h）の B 部に よる低圧領域が前縁付近に生じている。この低圧領域は図 10 （e）の $t^{*}=108$ までに下流に移流しながら極めて強いも のとなる。その後，このB部で示した渦構造は，図10（a） の $\mathrm{t}^{*}=100$ における B＇部と同様の過程を経て減衰する。

以上のように，渦崩壊に起因する翼端漏れ渦と翼主力面境界層との非定常干渉により，圧力面に足を持つ翼面に垂直な渦構造が形成され，大きな圧力変動をもたらすことが明らかになった。その結果，前述の動翼トルクの周期的な変動が生じることになる。すなわち，失速点近傍で実験に より捕らえられていたケーシング面上の大きな圧力変動 （図2（b））は，以上の渦崩壊に伴う漏れ渦と翼圧力面の非定常干渉に起因する。

一方，非定常計算結果に時間平均（ $\mathrm{t} *=80$ から 130 まで） を施すことにより得られた翼端漏れ流れ場を図11に示 す。図中には無次元へリシティで色付けされた渦コアおよ び漏れ流れ流線が示されている。図8のような漏れ渦の強 い非定常性にもかかわらず，時間平均流れ場には明確な渦 コアが認められる。ただし，スパイラルタイプの渦崩壊が発生して漏れ渦が蛇行しながら隣接翼の厂力面と非定常的 に干渉する結果（図8），図11において漏れ渦のコアが隣接翼近傍で消失する。流路中央部で無次元へリシディの値 はほほ＋ 1 の値から 0 の値へと急激に変化して，渦コアに巻きついていた漏れ流線が膨張するが，その下流では無次元へリシティが再び +1 程度まで増加している。この漏れ渦コア上で無次元へリシティが 0 を示す点が，時間平均的 な渦崩壊の開始点と解釈される。さらに，図12に翼間流

路内の時間平均流れ場を示す。漏れ渦コアの時間平均軌跡 に垂直な四つの横断面上の流れ方向渦度分布および全圧損失分布が示され，断面 III が漏れ渦の崩壊開始点の直ぐ下流 に位置している。図12（a）において，漏れ渦内の流れ方向渦度が急激に減少し，渦崩壊開始点よりも下流（横断面III，IV） では渦度の集中すら認められないことがわかる。すなわち，時間平均流れ場において，前縁近傍で縦渦としていったん巻上がった漏れ渦構造が，渦崩壊により翼間内で消滅する。 その結果，図5のようにケーシング面圧力分布の谷が翼間流路の後半部で消滅する。また，渦崩壊により漏れ渦が時間とともに大きく変動する結果，図 12 （b）中の黒い流線で示されるとおり，時間平均流れ場の漏れ渦は著しく膨張し，隣接翼と干渉する。その結果，翼端部の高損失領域は大き く広がり，かつ隣接翼の圧力面側に集積する。すなわち，非定常計算ではスパイラルタイプの渦崩罣を呈していた漏れ渦の構造が，時間平均流れ場では定常解析により捕らえら れたバブルタイプの崩壊形態［6］と酷似した構造を示す。以上のように，渦崩壊は流れ場に大きなブロッケージ効果を及ぼすことから，漏れ渦の崩壊は旋回失速の初生メカニズ ムにも関与していることが示唆される。

## 4．結 言

軸流圧縮機の失速点近傍で生じる渦崩壊に伴う翼端漏れ流れにおける非定常流動現象を明らかにすることを企図し て，有限体積法を用いた緩和形陰的高解像度風上スキーム による非定常ナビエ・ストークス流れシミュレーションを実施した。Critical point 理論に基づく渦コア同定法による計算結果の可視化法を適用して，動翼列内部における複雑な翼端漏れ流れ構造および漏れ渦の非定常挙動を詳細に調べ た。その結果，以下のことが明らかにされた。

漏れ渦崩壊に伴い漏れ渦コアにスパイラルタイプの強い非定常性が現われ，渦コアはピッチ方向に大きく蛇行しな がら時間的に変動する。一方，漏れ渦コアの強い非定常運動にもかかわらず時間平均流れ場には明確な漏れ渦中心が同定され，その渦中心上にスパイラルタイプの渦崩壊の時間平均的な発生点としてのよどみ点が現れる。

スパイラルタイブの渦崩壊による漏れ渦の非定常挙動に より，周期的に漏れ渦と翼圧力面の激しい干渉が生じる。こ の非定常干渉に伴って圧力面に足を持った翼面に垂直な渦構造が形成され，大きな圧力変動をもたらす。すなわち，軸流圧縮機の失速点近傍で実験により捕らえられていた圧力面付近の大きな圧力変動は，この渦崩壊に伴う漏れ渦と圧力面の非定常干渉に起因することが明らかになった。

## 文 献

［1］Furukawa，M．，Saiki，K．，Nagayoshi，K．，Kuroumaru，M．，and Inoue，M．，1998，＂Effects of Stream Surface Inclination on Tip Leakage Flow Fields in Compressor Rotors，＂ASME Journal of Turbomachinery，Vol．120，No．4，pp．683－694．
［2］Furukawa，M．，Inoue，M．，Saiki，K．，and Yamada，K．，1999，＂A Role of Tip Leakage Vortex Breakdown in Compressor Rotor Aerodynamics，＂ASME Journal of Turbomachinery，Vol．121， No．3，pp．469－480．
［3｜Inoue，M．，Kuroumaru，M．，Iwamoto，T．，and Ando，Y．，1991， ＂Detection of a Rotating Stall Precursor in Isolated Axial Flow Compressor Rotors，＂ASME Journal of Turbomachinery，Vol． 113，No．2，pp．281－289．
I4｜Furukawa，M．，Saiki，K．，and Inoue，M．，1995，＂Numerical Simulation of Three－Dimensional Viscous Flow in Diagonal Flow Impeller，＂in ：Numerical Simulations in Turbomachinery， ASME FED－Vol．227，pp．29－36．
［5］Baldwin，B．S．，and Lomax，H．，1978，＂Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow，＂AIAA Paper No．78－257．
［6］古川雅人，才木一寿，山田和豊，井上雅弘，1999，＂圧縮機 における旋回失速初生の数値シミュレーションに向けて （翼先端漏れ渦の崩壊による失速現象）＂航空宇宙数値シ ミュレーション技術シンポジウム ${ }^{\prime} 98$ 論文集，pp．179 184.
［7］Inoue，M．，Kuroumaru，M．，and Fukuhara，M．，1986，＂Behavior of Tip Leakage Flow Behind an Axial Compressor Rotor，＂ ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power， Vol．108，No．1，pp．7－14．
［8］Inoue，M．，and Kuroumaru，M．，1989，＂Structure of Tip Clearance Flow in an Isolated Axial Compressor Rotor，＂ ASME Journal of Turbomachinery，Vol．111，No．3，pp．250－ 256.
［9］Sawada，K．，1995，＂A Convenient Visualization Method for Identifying Vortex Center，＂Trans．Japan Soc．of Aero．Space Sci．，Vol．38，pp．102－116．
［10］Brucker，C．，1993，＂Study of Vortex Breakdown by Particle Tracking Velocimetry（PTV）Part2：Spiral－Type Vortex Breakdown，＂Experiments in Fluids 14，pp．133－139．


Fig． 7 Tip leakage flow field at $t^{\star}=100$

（a） $\mathrm{t}^{*}=100$

（b）$t^{*}=101$

（c） $\mathbf{t}^{*}=102$

（d）$t^{*}=103$

（e）t＊＝104


Fig． 9 Instantaneous flow structure in longitudinal section of tip leakage vortex at $\mathrm{t}^{*}=102$

（f） $\mathbf{t}^{\star}=105$

（g）$t^{*}=106$

（h）$t^{*}=107$

（j）$t^{*}=109$

Fig． 8 Unsteady behavior of tip leakage vortex


Fig． 10 Pressure distributions on blade pressure surface


Fig． 11 Tip leakage streamlines and leakage vortex core colored with normalized helicity in time－averaged flow field

（a）Streamwise vorticity distributions

（b）Total pressure loss distributions
Fig． 12 Time－averaged flow distributions on crossflow planes perpendicular to tip leakage vortex

# $e^{N}$ 法に基づく境界層遷移予測システムの検証 <br> 跡部隆 ${ }^{1}$ ，山本 稀義 ${ }^{1}$ ，松尾裕一1 <br> Numerical prediction of transition location using the $e^{N}$ method <br> by <br> Takashi Atobe ${ }^{1}$ ，Kiyoshi Yamamoto ${ }^{1}$ ，Yuichi Matsuo ${ }^{1}$ 


#### Abstract

A numerical code is developed for the transition－prediction of boundary layer using the $e^{N}$ method． The main advantage that the present code offer over the SALLY code developed by NASA is in combi－ nation with Naveir－Stokes solver for the calculation of the velocity plofile of the boundary layer． By comparison with the results from the present code to the SALLY code，it was found that the accuracy of the former code is better than the latter one．


## 1 はじめに

現在当所では次世代小型超音速機の開発を重点的に進めており，なかでも CFDによる設計技術の確立を その目標の一つに据えている。ここでは初期に与えた翼形状を揚抗比や強度などの要請が満足されるように繰り返し逆問題を解くことにより最終形状を決定する。特に空力特性の面からは自然層流翼を採用することで超音速巡航時における翼表面上で発生する摩擦抵抗を できるだけ小さくする。

この自然層流翼とは，翼表面に発達するごく薄い境界層が層流から乱流へ遷移するのをなるべく遅らせて層流域がより広くなるように設計された翼のことであ る。これは境界層の状態が層流か乱流かにより翼面上 で発生する摩擦抵抗に大きな差があるためで，吸い込 みやアクチュエータなどを用いる制御とは対象的な手法の一つである。

しかしこの自然層流翼を設計する上での課題は，境界層が層流から乱流に遷移する点をいかに正確に求め るかにある。境界層の乱流遷移については多くの研究者らによって研究されており，その基本的発生機構が解明されつつある ${ }^{1-3)}$ 。 さらに遷移点の予測に関して はいくつかの手法が提案されているが，単純な線形論 に基づく $e^{N}$ 法による予測法が現在のところ最も有効な手段だと考えられている。この手法は主流中に含まれ る微小擋乱が流れとともにその振幅を増し，この値が ある一定の大きさになったところで遷移が起るとする もので，その簡便性から多くの分野で用いられている。 その最も一般的なのはNASAによって開発，市販され ているSALLYコードである。これは翼形状や流速な どの物理量を与えると比較的簡単に遷移点を予測する

[^35]
## ことができる ${ }^{4)}$ ．

しかしこのSALLYコードにも多くの問題点が存在 することが知られており，様々な翼形状に対し正確に遷移点を予測することは困難である。そこで本研究は， より精度良く遷移点を予測するためにこれに代わる新 たな遷移予測システムを開発した。予測そのものの基本的手法に $e^{N}$ 法を用いるという意味でSALLYと同じ だが，境界層分布や擋乱波の取り扱いなどの面におい てより信頼性の高い方法を用いたところがこのシステ ムの特色である。

以下において，まず $e^{N}$ 法について簡単に説明すると ともに本研究で採用した計算手法に関する説明を行う。 その後計算結果を示し，SALLYコードによる結果と比較しながら本システムの精度を検証する。

## $2 e^{N}$ 法

前述のように，$e^{N}$ 法は擋乱の成長を境界層の乱流遷移の発生の目安とするもので，基本的には線形論の範囲内での議論である。数値計算は

1）境界層の速度分布を計算する
2）得られた速度分布を用いて各点で安定性（固有値） を解析する
3）求めた固有値を擋乱の伝播方向に沿って積分する の大きく3つのステップに分けられる。以下゙では各々 のステップについて簡単に説明する。

## 2.1 境界層の速度分布

境界層の速度分布を求める上で最も単純な方法は相似解を用いることである。これは流れ場に境界層近似


図1幾つかの近似とOrr－Sommerfeld 方程式

やその他の適当な近似を適用することで得られるもの で，Blasius 解などがその代表的な例である。また速度分布の形を 4 次式で近似し，壁表面や無限遠での境界条件を満たすように各係数を決ていく方法もある。更に計算機が発達した今日では，Navier－Stokes 方程式を解 いて速度分布を得る方法もよく行われるようになった。本研究ではこのNSコードを用いて速度分布を得る。

## 2.2 安定性解析と N 値

図 1 に示すように，安定性の解析は基礎方程式の線形化や幾つかの近似の結果得られる Orr－Sommerfeld 方程式と呼ばれる定数係数の常微分方程式の固有値を解 くことで行われる。まず Navier－Stokes 方程式を微小擋乱を仮定し線形化する。 さらに流れが二次元で平行流 であると仮定することで線形方程式がより単純な形に なる。最後に撹乱が平面二次元波であると仮定するこ とにより，上述の O－S 方程式が得られる ${ }^{5,6)}$ 。ここで x は主流方向，zは壁面に垂直方向，yはそれぞれに垂直 な方向を示し，$\alpha, \beta$ は $\mathrm{x}, \mathrm{y}$ 方向の波数ベクトルの成分 である。この方程式は単純な固有値問題に帰着し，速度分布などの物理量を与えてやることで容易に解くこ とができる。そして得られた固有値の符号や値によっ て摬乱の振幅の増減やその成長の早さが予測できる。

次に N 値であるが，この値は撹乱の振幅比を示すも のであり，初期振幅と比較してどの程度振幅が増大し たかを表す。いま撹乱が時間発展する場合を考える。こ の場合は $\alpha, \beta$ をそれぞれ実数とし，$\omega$ を虚数とする。こ こで $\omega$ の虚部 $\omega_{i}$ は撹乱の振幅増幅率を表す。したがって初期時刻 $t=t_{0}$ における撹乱の振幅を $A_{0}$ とおくと，あ る時刻 t における擋乱の振幅 A は $A=A_{0} \exp \omega_{i} t$ とな る。これを式に書けば以下のようになり，これを N 値 と呼ぶ。

$$
\begin{equation*}
\ln \left(A_{t} / A_{0}\right)=\int_{t_{0}}^{t_{c}} \omega_{i} d t \tag{1}
\end{equation*}
$$

一般にこの振幅比 N の値が 10 くらいで境界層は乱流に遷移すると言われ，この値を遷移発生の指標にする。た だし普通N値は空間発展の場合で定義されるので，上述 のような時間発展を計算した場合は以下に示す Gaster変換7）と呼ばれる手法によりこれを空間発展に変換す る必要がある。

$$
\begin{equation*}
\ln \left(A_{t} / A_{0}\right)=\int_{x_{0}}^{x_{c}} \frac{\omega_{i}}{V_{g}} d x \equiv N \tag{2}
\end{equation*}
$$

ここで $V_{g}$ は撹乱の群速度である。本システムも計算で は時間発展を用い，この変換によって空間発展に置き換えている。

## 2.3 固有値の積分

N 値を計算する上で一番重要な要素は，（2）式を積分 する際の積分路をどう決めるかにある。理想的には流 れ場の各点で撹乱の伝播方向を正確に予想し，この方向に沿って積分することだが，実際の計算ではこの伝播方向がよくわからない。この伝播方向を決定する理論は幾つかあるが8－11），本システムでは撹乱の群速度 の方向に積分するという最も単純な手法をとった。

## 3 計算手法

以上が $e^{N}$ に基づく安定性解析の一般的な説明だが， この章では本研究で採用した具体的手法の詳細を述べる。

## 3．1 Navier－Stokeコード

前述のように，本システムは安定性解析の第一ステッ プにあたる境界層分布の計算にNS コードを用いてこ れを得る。基礎方程式は圧縮性も考慮したものを用い，保存系表示されたエネルギー方程式などを差分化して時間平均定常解を求める。計算格子は C 型メッシュを採用し，これは後退角がある場合についても適用可能 なコードになっている。

Blasius flow


図2 平板境界層（Blasius 流）の速度分布。破線がNS コードにより得られたもので，実線は厳密解。

図2はこのNSコードを用いて得られた平板境界層 （Blasius 流）の速度分布で，一階微分と二階微分の分布とともに相似方程式から得られる厳密解と比較して示した。この結果をみても，本NSコードが正しく境界層分布を計算していることがわかる。

## 3.2 固有值計算

O－S 方程式を解く上で必要になる量は，まず速度分布とレイノルズ数と擋乱の振動数，さらに擋乱の位相速度ベクトルである。速度分布とレイノルズ数は流れ場の条件からNSコードから得てこれに充てる。残る 3 つについては，まず振動数は任意に与え（調べよう とする擋乱の振動数），位相速度ベクトルは固有値（振幅増幅率）が最大になる値を DO ループでまわして得 た。実際には，ほぼ主流方向に近い波数ベクトルを持 つ撹乱が最大値を持つことがわかっており，本手法は計算コスト面ではやや無駄があるがあえて広い範囲に わたって計算した。

## 3．3 SALLYコード

比較のために用いた SALLY コードと本システムの手法の間の大きな差は境界層の速度分布を求めるとこ ろにある ${ }^{12)}$ 。本システムがNSコードを用いてこれを得ているのに対し，SALLYコードは円錐流近似などか ら得られる相似解を用いている。その他の点について は両コードともその手法に顕著な差は存在しない。

## 4 計算結果

以下に本研究で行った数値計算の結果を示す。計算対象はNACA0015型翼断面を持つ二次元翼で後退角は ない。翼弦長と主流速に基づくレイノルズ数は約 $10^{6}$ に設定した。図3は翼の断面形状と計算格子の概要を表している。ここで格子点は翼弦方向に 197 点，スパ ン方向に 33 点，壁面に垂直方向に 97 点とした。この とき，境界層には 50 点前後の格子点が含まれている。

## 4.1 速度分布

図 4 に示すのは，$x / c=0.6$ における境界層の速度分布の様子で，横軸は速度の大きさ，縦軸は壁からの高さ でそれぞれ主流速度と排除厚さで規格化してある。図中 には我々のNSコードによって得られた結果とSALLY コードから得られた結果の両方を示してある。これら を比べると，それぞれの手法によって得られる分布形


図 3 NACA0015 型翼断面と，C 型計算格子。


図 $4 \mathrm{x} / \mathrm{c}=0.3$ の点での境界層の速度分布の様子．NSコードによって得られた結果と， SALLYコードによる結果を示す。


図 5 幾つかの擋乱波に対する各翼弦上における N 値の様子。


図6本システムとSALLYコードによる結果の比較．撹乱波は 600 Hz のもの。

状に微妙な差が存在することがわかる。O－S 方程式が速度分布の二階微分まで必要とすることからも，この分布形状の差が安定性の解析を行う上で大きな影響を与えるであろうことが推測できる。

## 4．2 N 値

図 5 に上の速度分布から計算した N 値の結果を示す。横軸は翼弦長で縦軸は N 値を表す。これをみると，各振動数をもつ擋乱の振幅は前縁から後縁に向かって増

幅していくことがわかる。またそのときの N 値は，撹乱の振動数の増加とともに大きくなることがわかる。た だし普通撹乱の振動数がある一定の値を越えると N 値 は逆に減少に転ずる。この計算の場合はその最大値が 2100 Hz であり，図にはそれ以上大きな振動数について は書かれていない。
SALLYによる結果と直接比較するため，それぞれの コードによって得られた N 値の結果を図 6 に示す。た だしこれは撹乱の振動数が 600 Hz のものである。明ら か境界層計算にNSコードを用いた本システムの方が いずれの翼弦位置においても小さい N 値を算出してい る．本システムと SALLYコードの間で固有値解析や増幅率の積分過程には大きな差がないことから，この違いは主に速度分布の形状の違いから生ずるものだと考えられる。また SALLYコードは一般的にN値が大 きくなりすぎることが知られているが，小さい N 値を算出している本システムの方がより本来の値に近い結果を与え得ることがうかがえる。

## 5 まとめ

境界層の乱流遷移を予測するシステムを開発し，既存のSALLYコードによる結果と比較した。計算対象 は後退角を持たないNACA0015型翼断面を持つ二次元翼で，$e^{N}$ 法を用いて遷移の発生を予測した。その結果，本システムの方が全体的に N 値が小さくなり，より実験値に近いことが推測された。両コードの計算手法は境界層の速度分布を得る部分を除き，固有値解析や積分方法に著しい差がないことから，計算結果の違いは主に境界層の速度分布の違いからくるものと考えられ る。つまり速度分布を相似解から得る手法よりNSコー ドから直接求める手法の方がより計算精度が高くなる ことがわかった。今後は積分路を実際の撹乱波の伝播方向に近づかせる手法を考案し，計算結果の精度向上 につなげたい。

## 参考文献

1）W．S．Saric，Physical Descrption of Boundary－ Layer Transition：Experimental Evidence，AGARD－R－ 793 （1993）， 1.
2）D．Arnal，Boudary Layer Transition：Predections Based on Linear Thyeory，AGARD－R－793（1993）， 2.
3）H．L．Reed and W．S．Saric，Linear stability theory ap－ plied to boudary layers，Annu．Rev．Fluid Mech．（1996） 28，pp．389－428．
4）A．Srokowski and S．Orszag，Mass Flow Require－
mants for LFCWing Design，AIAA Paper 77－1222 （1977）．
5）异友正，後藤金英；流れの安定性理論，産業図書， （1976）．
6）伊藤信毅；境界層の不安定，流体力学の進歩 遷移•境界層，谷一郎編，pp．97－137．
7）M．Gaster，A note on a relation between temporally－ increasing and spatially－increasing disturbances in hy－ drodaynamic stability，J．F．M． 14 pt． 2 （1962），pp． 222.
8）T．Cebeci，H．H．Chen，D．Arnal and T．T．Huang，$A$ three－dimensional linear stability approach totransi－ tion on wings and bodies of revolution at incidence， AIAA J． 29 no． 12 （1991），pp． 2077.
9）L．M．Mack，On the stability of the boundary layer on a transonic swept wing，AIAA Paper no．79－0264 （1988）．
10）N．Itoh，Effect of wall and streamline curvatures on instability of 3－D boundary layers，in Lamiar－ Turbulent Transition（Springer，Berlin）（1995）， pp．323－330．
11）N．Itoh，Developpment of wedge－shaped dis－ turbances originating from a point suorce in a three－dimensional boundary layer，Fluid Dyn．Res． 18 （1996），pp． 337.
12）T．Cebeci and P．Bradshaw，Momentum Transfer in Bonddary Layers，Hemisphere（1977），pp．213－234．

# チャンネル流遷移の直接シミュレーション 

山本稀義 ${ }^{1}$ ，高橋直也 ${ }^{2}$ ，神部勉 ${ }^{3}$

Direct Numerical Simulation of Channel Flow Transition<br>Kiyoshi Yamamoto ${ }^{1}$ ，Naoya Takahashi ${ }^{2}$ ，Tsutomu Kambe ${ }^{3}$


#### Abstract

Laminar turbulent transition of channel flow is directly simulated on a parallel computer．The simulations are started with initial flows given as the basic flow plus small disturbances with different energy levels for various Reynolds numbers．In the case of supercritical Reynolds numbers，the transition is triggered by two mechanism ：one is Tollmien－Schlichting waves growing in the flow when initial distur－ bances are very small and other is transient growth of stream－wise vortices when initial disturbances are rather large．On the other hand， for subcritical Reynolds numbers，transition is triggered by the transient growth only when initial disturbances are considerably large．It is found that the energy levels of initial disturbances，which can trigger the transient growth type transition，are proportional to $-7 / 2$ power of the Reynolds number．


## 1．はじめに

次世代航空機の基盤技術である層流制御は翼周り境界層を層流に制御することによって翼の摩擦抵抗を低減し，燃料効率の高い航空機 の開発を目指す技術である。航空機の巡航時の全抵抗の約 $60 \%$ は摩擦抵抗であると言われ ているが，機体周りの境界層は殆ど乱流である ので，これは殆ど乱流摩擦抵抗である。一般に，乱流の摩擦係数は層流に比べて著しく大きい ので，境界層の遷移を制御して層流領域を広く することが出来れば摩擦抵抗は大幅に低減で きる訳である。したがって，この技術を確立す るためには，設計段階において予め翼境界層の遷移位置を正確に予測出来ることが不可欠で あるが，その方法はまだ世界的にも確立されて いない。これには境界層の遷移の基礎的な力学機構がまだ十分解明されていないことが大き な要因となっている。そのため本研究では，複雑な翼境界層の選移機構を直接計算するのは まだ困難であるので，それと同じ粘性型遷移機構を持つ基本的なチャンネル流の遷移機構を
1）航空宇宙技術研究所，2）電気通信大学
3）東京大学理学部

直接数値シミュレーション（DNS）によって調べた。

チャンネル流が層流から乱流へ遷移する力学機構は理論的には線形安定性理論によって研究されてきた ${ }^{1)}$ 。すなわち，線形撹乱方程式 の固有値問題からトルミーン・シュリヒティン ク波（TS 波と略称）と呼ばれる特別な進行波 が不安定になることが導かれ，その増幅率が調 べられてきた。その結果，TS波の不安定が発生する臨界レイノルズ数は5772 と導かれて いる ${ }^{2}$ 。しかし，実験的にはこれらより遙かに低いレイノルズ数でも乱流の発生する事が知 られていて，それについてはTS波不安定では説明が出来なかった。これに対して，近年線形擋乱方程式の非正規性に基づく過渡的増幅
（transient growth：T R G と略称）による遷移が重要である事が報告され ${ }^{31}$ ，TS波型遷移 の亜臨界における遷移を説明する機構として注目されている。ここではこれらのTS波型と TRG型遷移が流れの初期擋乱に如何に低存 して実現するかをDNSによって明らかにし た結果を報告する。

## 2．計算方法の説明

流れの坐標系を図1のように，基本流Uの方向にx，スパン方向にy，壁に垂直方向に $z$ と取る。流れを基本流 $U(z)$ と撹乱 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ の和 で表し，撹乱uについては $x, ~ y$ 方向に周期性 を仮定し，フーリエ級数展開して

$$
\begin{equation*}
\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)=\sum_{k_{x}} \sum_{k y} \mathbf{u}\left(k_{x}, k_{y}, z, t\right) \exp \left(i k_{x} x+i k_{y} y\right) \tag{1}
\end{equation*}
$$

と表す。ここで，波数 $k_{\alpha}$ は $k_{\alpha}=2 \pi / L_{\alpha} n_{\alpha}$ $\left(n_{\alpha}=0, \pm 1, \cdots, \pm N_{\alpha}: \alpha=x, y\right)$ で，計算領域は $L_{x}=L_{y}=4 \pi$ とした。フーリエ成分 $\mathbf{u}\left(k_{x}, k_{y} z, t\right)$ はナビェ・ストークス方程式から チェビシェフ・コロケーション法よって計算す る ${ }^{4}$ 。レイノルズ数 $R$ は $U_{\max } L_{z} / 2 v$ と定義され る。ここで $v$ は動粘性係数，$U_{\max }$ は $U$ の最大値，$L_{z}(=2)$ はチャンネルの間隔を表す。計算 には当所の並列計算機数値風洞が使用された。

## 3．T S 波型㟟移のDNS

DNSは $\mathbf{u}$ の初期条件をランダムな微小値 で与え，それが不安定性によつて増幅され，最終的には乱流に遷移する過程を時間的に追跡 した。図 2 はチャンネル流のTS波型遷移過程 における主要なフーリエ成分の発達過程を示 す。横軸 $t$ は無次元時間，縦軸 $E\left(k_{x}, k_{y}\right)$ は単位質量当たりのフーリエ成分 $\left(k_{x}, k_{y}\right)$ のエネルギ －（の 2 倍）

$$
\begin{equation*}
E\left(k_{x}, k_{y}\right)=\frac{1}{L_{z}} \int d z\left|\mathbf{u}\left(k_{x}, k_{y}, z, t\right)\right|^{2} \tag{2}
\end{equation*}
$$

を表す。図中の実線は 2 次元撹乱 $E\left(k_{x}, 0\right)$ ，点線は3次元撹乱を示す。各フーリエ成分の初期値は

$$
\begin{align*}
E\left(k_{x}, k_{y}\right) & =10^{-10} \quad \text { for } 0 \leq\left|k_{x}\right|,\left|k_{y}\right| \leq 7 \\
& =0 \quad \text { otherwise } \tag{3}
\end{align*}
$$

と与えられた。レイノルズ数は 10000 である。時間と共に 2 次元のTS波 $E(1,0)$ が指数関数的に増幅するが，その増幅率は線形安定理論の計算結果とよく一致する。このTS波のエネル ギーがほぼ $10^{-4}$ に到達すると， 2 次的な非線形不安定性が発生し，それまで安定であった種々の3次元撹乱が急速に増幅する $(t \approx 1700)$ と共に，流れは急激に乱流に遷移 する。この様な遷移過程は流れの初期撹乱が小


図1 チャンネル流


図2 TS波型遷移におけるフーリェ成分 の発達（ $R=10000$ ）

さい場合に発生するTS波型遷移の特徴であ る。

## 4．TRG型遷移のDNS

一方，初期撹乱が大きくなるとTS波不安定以外の不安定性が重要となることが近年報告 された ${ }^{3)}$ 。すなわち，この場合はTS波の代わ りに，流れ方向に軸を持つ縦渦が現われ，それ が成長すると共に流れは急激に乱流へと遷移 する。この遷移において現れる縦渦の増幅は過渡的（transient growth）であって，もし，初期撹乱が小さい場合は 2 次的な非線形不安定 を誘起するまで発達しないが，大きい場合は非線形不安定を誘起し，乱流に遷移する。図3は図 2 と同じレイノルズ数であるが，撹乱の初期値を $E\left(k_{x}, k_{y}\right)=8 \times 10^{-9}$ と大きく与えた場合

のTRG遷移過程におけるモードの発達を示 す。図 2 とはモードの発達過程が全く異なるが， これはTS波とは構造の異なる縦渦が励起さ れた結果である。また，遷移過程の特性時間も図 2 の場合の約 $1 / 10$ 程度と短く，急激な遷移 であることがわかる。

一方，レイノルズ数が 5000 における TRG遷移の結果を図4に示す。撹乱の初期値は $E\left(k_{x}, k_{y}\right)=10^{-7}$ と与えられた。この場合はT S波型遷移に対しては亜臨界であるので，撹乱 の大きさをこれ以下に小さくすると遷移は発生しない。したがって，この遷移機構は従来の T S 波型遷移の亜臨界における遷移を説明す る機構として重要である。

## 5．チャンネル流遷移の初期撹乱依存性

これらの結果から分かることは，チャンネル流の遷移機構は初期撹乱の大きさに依存して，初期撹乱が大きい場合にはTRG型遷移が発生し，初期撹乱が小さい場合にはTS波型遷移 が実現することがわかった。図5は種々のレイ ノルズ数においてTRG型遷移が実現する場合と実現しない場合の初期撹乱の大きさ $E\left(k_{x}, k_{y}\right)$ を示す。図中の白丸はTRG遷移が実現した場合を示し，黒丸は実現しなかった場合を示す。また，実線はこれらの結果の近似的 な閾値を表し，その勾配はほぼ $R^{-7 / 2}$ になる結果が得られた ${ }^{\text {j）}}$ 。前述のようにTS波型遷移の臨界レイノルズ数は5772であるので，エネル ギーがこの実線より小さくても $R>5772$ の場合はT S 波型遷移が実現する。一方，R＜5772 の場合は乱流遷移は実現しない。この様に，T RG型遷移は従来のTS波型遷移の亜臨界 （ $R<5772$ ）における乱流遷移の実験結果を説明できる遷移機構である。

これらの二つの遷移機構はチャンネル流に特有のものではなくて，平板境界層のDNSで も同様に実現する結果が得られている ${ }^{6)}$ 。した がって，翼境界層でも実現すると考えられる。特に，TRG型遷移に現れた縦渦は，翼境界層 において気流の乱れや壁面荒さが大きい時に発生する縦渦との類似性が注目される。


図3 TRG型遷移におけるフーリェ成分の発達（ $R=10000$ ）


図4 TRG型遷移におけるフーリェ成分の発達（ $R=5000$ ）

## 6．むすび

翼面境界層の遷移機構を解明するためそれ と同じ粘性型遷移機構を持つチャンネル流の遷移過程のDNSを実施した。その結果，初期撹乱が小さい場合は従来のT S 波型の遷移が実現するが，初期撹乱が大きい場合は流れ方向 に軸を持つ縦渦の過渡的増幅による transient growth 型遷移が実現することが分かった。後者は従来のTS波型遷移の亜臨界レイノルズ数における遷移の実験結果を説明するものと して注目されている。

## 参 考 文 献

1）Drazin，P．G．and Reid，W．H．：Hydro－ dynamic Stability（ Cambridge Univ． Press，1981）．
2）Orszag，S．A．：J．Fluid Mech．Vol． 50 （1971） 689.

3）Trefethen，L．N．et al：Science，Vol． 261 （1993） 578.
4）山本稀義，高橋直也，神部勉：航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム 9 8 論文集，航空宇宙技術研究所特別資料 SP－41（1998） 277.
5）Lundbladh，et al：in Transition，Turbu－ lence and Combustion（eds．Hussaint， M．Y．et al，Kluwer，1994） 306.
6）高橋直也，山本稀義，神部勉：日本流体力学会年会‘9 9 講演論文集（1999） 279 。


図5 TRG型遷移が実現する初期撹乱 エネルギー
○はTRG遷移が実現した場合， は実現しない場合を示す

# GUIを用いた非構造表面格子生成法 

伊藤 靖＂，中憍 和博＂<br>Unstructured Surface Grid Generation Using GUI<br>Yasushi ITO＊，and Kazuhiro NAKAHASHI＊

An efficient and user－friendly system for constructing unstructured surface grid directly from a CAD－defined surface data has been developed．Key features of the system are；1）adoption of the advancing－front surface triangulation method，which eliminates the necessity to divide the surface into a number of patches，2）graphical user interface（GUI）using OpenGL and Microsoft Visual C＋＋ for controlling the surface mesh generation，where mouse operations are used for fixing the ill－defined background grid as well as the control of grid density by inserting source lines and points on the surface．The capability of this method is demonstrated for several airplane configurations．A significant reduction of time required for the surface grid generation is achieved．The quality of the generated surface grids is evaluated by computing the flow field．

## 1．はじめに

数値流体力学（CFD）は今日，様々な形状まわりの流れ場 に対して適用され，その設計や解析に欠かせないものとなっ てきている。だが実際の設計環境において，CFD の有効性が最大限に発揮されることは稀である。この最大の原因として， CAD と格子生成ツール，数値計算ツール，後処理ツールが一 つの有用な設計環境として十分に統合されていないことが挙げられる。また特に計算前処理としての格子生成は，三次元形状に対しての難しさと多大な手間が要求されることか ら，CFDの工学的ツール化のボトルネックとなっている。

このことから，近年では三次元複雑形状に対して適応度が高い非構造格子法が盛んに研究されてきており，四面体セル の空間格子についてはほぼ完全に自動的な生成が可能なま でになっている。しかし，空間格子生成の前段階としての表面格子生成は未だに手間の要する作業である。特に航空機ま わりの流れの数値解析では，航空機の性能算出に必要な表面圧力分布や壁面摩擦係数などが表面格子の密度や質などに大きく依存するため，その生成作業には十分な注意が必要と なる。また，翼形状の定義にも高い精度が要求されるが，設計現場で多用されている CAD データが必ずしも表面格子生成に活かされてはいない。

ところで既存の表面格子生成アルゴリズムの多くは，三次元曲面を平面に写像し，その二次元場で格子生成した後，三次元曲面に戻す方法を採っている。この方法は格子生成が二次元場で行われるために生成時間そのものは非常に小さい。 しかしながら，三次元曲面から平面への写像を用いるために，物体面を多数の幾何学的に矩形の領域（パッチ）に分割する必要がある。この作業はかえって表面格子生成を煩雑にし，作業時間の増加をもたらしている。また写像面での格子生成

のために，計算精度に大きく関係する格子密度制御などが必 ずしも容易でないという欠点がある。
本論文ではCAD 出力の一形式•STL（stereolisography）デ ータを背景格子とし，そこに前進先端法（advancing front method）を適用することにより三次元表面に効率よく非構造格子を生成する方法を提案する。

CAD システムからの最も一般的な出力形式の一つにIGES （Initial Graphics Exchange Specification）形式がある。これは， CAD／CAM 間で図形データなどをやり取りするための中間フ アイルとして用いられる。この IGES 形式を用いた表面格子生成法がいくつか提案されている（例として，［1－3］）。IGES データは形状の詳細な情報を保持できるが，現在の規格では ソリッドモデリングやパラメータ情報などをサポートして いないため，表面格子生成に利用する場合には適切な表現方法に変換する必要がある。CADのもう一つの一般的な出力形式である光造形用出力•STL データは，三次元表面を図1の ように三角形面の集合体として表現しており，形状に関する情報のみで成り立っているため取り扱いが簡単である。

一方，前進先端法を直接三次元曲面に適用する方法［4－7］は，三次元曲面をパッチに分割するなどの非本質的な作業を最小限に抑え，また表面格子密度制御が容易に行える利点を持 つ。ここでは，この制御性をさらに有効に利用するために， Microsoft 社の Visual C＋＋6．0 で OpenGL を用い，GUIを取り入れたプログラムを開発した。このことにより，例えば航空機の翼前縁のような計算精度上重要な部分の格子密度を高 めるなどの制御を容易にする。また，背景格子として用いる STLデータの不完全性を，マウスを用いた会話処理により修正する際にもGUIは有効である。

以下では，表面格子生成法を詳述した後，本方法をいくつ かの飛行機形状に適用してその有効性を示す。

[^36]
## 2．表面格子生成法

表面格子生成のフローチャートを図1に示す。最初に形状 データを読み込んだ後，表面格子生成に必要となる背景格子 を作成するための前処理が行われる。その後，この背景格子 に対して前進先端法が適用される。空間格子生成に必要とな る外部•対称面境界格子も同様に作成される。以下の節にお いて，その詳細を述べる。

## 2．1 STL データ

第一ステップとして，物体形状を定義するSTLデータを読 み込む。STLデータはCADから造形装置にデータを渡す場合に用いられる書式であり，三次元自由曲面を三角形面の集合体として近似する。STL データ内のそれぞれの三角形セル は，セルの単位法線ベクトルと3つの節点座標を与え，純粋 に形状に関する情報のみから成り立っている。このため，構造表面格子やパネル計算法に用いる表面格子のような形状 データをSTL 形式に変換して利用することも簡単であり，こ のこともSTLデータを入力書式とする利点といえよう。
CADで作成された形状を STLデータに変換する際には， CAD 内部表現の形状と STL三角形近似との間での幾何学的誤差が指定された値に収まるように三角形のサイズが決め られる。STLデータで用いられる三角形の形には何ら制限は ない。したがって図2に示したように，例えば平面は非常に粗い三角形で，また円柱面や円錐面は細長い三角形の集合で表現される。そのため，STL データを直接 CFD 用の表面格子として用いることができるのは希である。ここでは，STL データをCFD 表面格子生成のための背景格子として用いる。

図3に，本研究で作成したプログラムの全体像を示す。こ の図の中でウインドウに表示されているのは，航空宇宙技術研究所（NAL）で設計された小型超音速実験機モデル［8］の STL データである。STL 形式の出力は，最近のほとんどの CADソフトでサポートされているが，ここではフランスのダ ッソー社によって開発されたCATIAを用いた。

## 2.2 背景格子

表面格子生成のための背景格子は，対象とする物体表面を欠けることなく，かつ重なることなく覆っていなければなら ない。しかしSTLデータの定義面には，図4のような面と面 がつながる部分において，三角形の褁面同士がくっついたよ うな，表面格子生成に不都合なセルが含まれることがある。 これらのセルは，次節において述べる稜線を構築する妨げに もなるので，図5のように可能であるならば自動的に取り除 く必要がある。

この不都合なセルの判定には，セルの法線ベクトルを利用 する。あるセルにおいて，その法線ベクトルと，そのセルを井む3つのセルそれぞれの法線ベクトルとのなす角を計算し，

そのうち 2 つ以上の角度が $179^{\circ}$ 以上の場合，不都合なセル があると判定する。この場合，いま調べたセルと隣接し，か つ法線角が $179^{\circ}$ 未満のセルとの間で図 5 のように辺交換を行うことにより修正する。

図 4c のようなセルに対しては，上記方法では判定ができ ない。ほかの方法で自動的に取り除くにも，その検索に多く の時間を費やしてしまうため，ここでは次節で述べる稜線生成の具合からこのようなセルを視覚的に発見する方法をと る。そして，利用者が必要に応じマウスを用いて辺をピック して辺の交換を行うことにより手動で訂正する。
STL データからは，先ほど述べたようにそれぞれの三角形 セルの単位法線ベクトルと 3 つの節点座標の情報のみが得ら れる。これを後述の作業の背景格子として用いるため，総節点数，辺情報（両端の節点番号と両側のセル番号），セル情報（まわりを囲む 3 つのセル番号と辺番号），および節点情報（曲率と単位法線ベクトル）を作成する。

## 2.3 稜線の作成

第二ステップでは，STLデータから図6のような稜線デー夕を作成する。この稜線は，次節において表面格子生成に必要となる初期フロントを形成するために利用される。そのた め，元の物体形状を表面格子においても正確に表現するため に必要となる。例えば，飛行機の翼の後縁や翼と胴体の接合線などは，生成される表面格子でも角として扱われなければ ならない。また翼の前縁も，前縁線を通さずに表面格子を生成すると，流れ場の計算において前縁近傍の圧力分布などの精度が著しく損なわれることが多い。

稜線は，境界辺と呼ばれる辺を連結したものとして定義さ れる。境界辺には実境界辺と内部境界辺とが含まれる。実境界辺は，その辺の片側にしか三角形セルが存在しないような辺である。内部境界辺は，基本的には表面の折れ曲がった部分を指し，その取り出しは，辺を挟む2つの三角形セルの単位法線ベクトルの内積がある閾値以下のものとする。このよ うにして定義した初期稜線の例を図6aに示す。図において稜線上に付けられた四角い点は，稜線の境界点か，あるいは稜線の折れ曲がり点を示す。

初期稜線を構成する境界辺のうち，内部境界辺は間値の設定により大きく変わるため，画面上で生成稜線の確認と闘値 の変更という会話処理が必要となる。また，一般的には稜線候補辺が多めに挙げられることが多く，以下の判定条件で不必要な内部境界辺を取り除く。

まずそれぞれの境界候補辺の中点間距離を調べるっこの距離が，選んだ 2 つの候補辺の短い方の長さ以下の場合，どち らかの候補辺を取り除く。どちらを取り除くかの基準は，候補辺両端の節点につながっている他の候補辺の本数が少な

いか，候補辺を挟むセルの単位法線ベクトルの内積が大きい かである。次にもし候補辺同士が節点を介して繋がっている場合，両辺のなす角度を調べる。この角度が非常に小さい場合，先に述べた基準でどちらかの候補辺を取り除くが，翼端部分などで本当に必要な候補辺を削除しないように気を付 ける必要がある。この結果が図6bである。

この段階で残った境界辺は，孤立していたり途切れ途切れ になっていたりする場合が多いため，さらに必要な境界辺を追加する。これは，特に丸い前縁をもつ翼での前縁線の取り出しに不可欠な作業である。この追加作業はまず，稜線の端 にあたる境界辺と節点を探す。この境界辺の単位方向ベクト ルを端の節点を基準にしてす とする。次にその端の節点に䌘 がっている辺を探す。この中のある辺の端の節点を基準にし た単位方向ベクトルを $\overline{\mathbf{d}}_{\text {，}}$ ，両側のセルの単位法線ベクトルを それぞれ $\bar{n}_{i 1}, \bar{n}_{12}$ として，次の参照値

$$
\text { ref. value }=0.5\left(\overline{\mathbf{d}} \cdot \overline{\mathbf{d}}_{i}\right)+\overline{\mathbf{n}}_{i 1} \cdot \overline{\mathbf{n}}_{i 2}
$$

を計算する。そしてこの参照値が最小の辺を境界辺にする。 この稜線の追加作業を止めるのは，他の稜線に出会ったとき や， $\cos ^{-1}\left(\overline{\mathbf{n}}_{i 1} \cdot \overline{\mathbf{n}}_{i 2}\right)$ の値が指定された角度（初期値では $3^{\circ}$ ）以下になったときである。

最後にそれぞれの境界辺をつなぎ合わせて稜線とする。ま た次節において，稜線上に格子点を分布させるときにスプラ イン補間を用いるので，稜線の折れ曲がり点（図の四角点） も取り出しておく。図6cは最終的な稜線を示す。以上の作業は，実際には利用者がメニューのボタンを押すだけで自動的に行われる。

## 2.4 初期フロントの生成

第三ステップとして，前の過程で得られたそれぞれの稜線 を画面上でマウスを用いてピック（選択）して，その稜線上 に格子点を分布するか，あるいはその自動的に得られた稜線 が不必要であるならば削除するかを指定する。格子点を分布 させる場合は，格子点数と稜線両端における格子幅の指定を行う。そしてスプライン補間を用いて稜線を一次元に変換し， Vinokur の一次元補間関数［9］により格子点を分布させたあと，元の曲線に戻す。Vinokur の一次元補間関数は，線分上に指定された格子点を，線分両端での指定された格子幅を保持し， かつその間の格子幅は滑らかになるような分布を与える。稜線上のこの格子点は，前進先端法による表面格子生成のため の初期フロントを構成する。

稜線は表面格子の局所的な密度制御にも用いる。主翼前縁 などで局所的に格子密度を上げる場合は，境界辺の追加を行 い，その境界辺によって形成される稜線上に指定数の格子点 を分布させる。また，稜線の中ほどで格子を密にする場合は，棱線を形成する節点をピックすることで稜線を 2 分割し，上

記一次元補間関数による格子点分布をそれぞれに適用する。 これらの格子密度制御の例を図7に示す。図7aは自動的 に得られる稜線であるが，二次元の正方形領域であるので， この領域を囲むまわりの実境界辺のみが稜線を形成する。こ の稜線上に格子点を分布させて内部面に格子を生成したの が図7dである。この場合，稜線に近い部分での格子分布制御は稜線上の格子点分布の様子を変えることで比較的容易 に行えるが，正方形領域の中心部分に格子点を集めることは できない。そこで，図 7b に示すように，背景格子の任意の辺を選択して稜線を新たに構成し，その稜線上に細かな格子点を分布して図 7e に示すような中心部分に高い格子密度領域を作るなどの制御を行う。また稜線上の格子点の分布も，図 7c のように稜線の分割することで，図7fのような稜線上 で大きく格子分布が変わる格子が得られる。

以上述べたような入力操作は，GUI 上でのマウスピック操作が重要な役割を担っている。

## 2.5 三角形分割

第四ステップでは，第三ステップで構成した初期フロント から前進先端法を用いて表面格子生成を行う（図8）。格子生成途中での生成三角形の大きさは，その場所での物体面の曲率とまわりの辺の長さから決定される。加えて，物体面が棱線で囲まれた閉領域である場合，それぞれの閉領域ごとに格子幅の最大値および最小値を指定して格子密度制御を行う。前進先端法を用いて背景格子上に新たな表面格子を生成 する方法は，論文［3］，［6］，［7］などに詳しい。前進先端法のアル ゴリズム自体は非常に単純である。しかし，三次元曲間にで適用する場合は問題を生じやすい。ここでは論文［4］で提案さ れた方法をもとに，以下の新たな改良を加えて信頼性と効率 を改善した。

まず，新しい格子点位置を決定するときに生じる問題であ る。図9はあるフロント辺（太い実線）をもとに，新しい節点の位置を背景格子（灰色実線）上に決めようとしている場合を示している。このフロント辺の中点を含む背景格子セル の単位法線ベクトル $\bar{n}_{M}$ とフロントの単位方向ベクトル $\overline{\mathbf{d}}$ を もとに，フロント辺の中点 $\mathbf{r}_{M}$ から $\delta$ だけ伸ばして新しい節点の仮の位置 $\mathbf{r}_{c}^{\prime}$ を図 9 のように決める。

$$
\mathbf{r}_{c}^{\prime}=\mathbf{r}_{M}+\delta\left(\overline{\mathbf{n}}_{\mathbf{M}} \times \overline{\mathbf{d}}\right)
$$

$\delta$ はその位置での背景格子の曲率から決められる。次にその節点を背景格子上に投影して，節点が背景格子で定義きれる物体面上に存在するようにする。しかしこの場合では，断面図に示されるように節点の所属するセルが見つからない。こ のようなときには，長さ $\delta$ を逐次小さくして必ず所属するセ ルが見つかるようにする。

さらにフロントを次々に更新していくと，四10aのように

後に作成される三角形がどうしても潰れてしまう場合があ る。このようなフロント辺をそのまま残しておくと，表面格子生成が失敗する原因となることがある。そこで新しくフロ ント辺を作成した際には，両隣の既存フロントとのなす角を計算して，その角度が $20^{\circ}$ よりも小さい場合にはすぐに新た な三角形を作ってしまうようにする（図 10b）。

また，前進先端法では新しく作られるフロント辺が既存の すべてのフロント辺と交差しているかどうかの判定が必要 となり，大規模な格子生成では交差判定に多くの計算時間が必要となる。そこですべての既存フロント辺と比較判定する のではなく，フロントによって形成される閉領域を逐次考え ることにより，それぞれの閉領域を囲むフロントごとに交差判定を行い，生成時間を大幅に短縮する。

## 2.6 外部境界と空間格子の作成

空間格子生成では，物体面上の表面格子の他に，計算領域 を完全に覆うような外部境界表面格子も必要となる。この外部境界の作成を効率良く行うために，外部境界として用いら れる基本的な形状，例えば半球や半円錐など，をテンプレー トとして事前に用意する方法をとる。つまり，例えば対称面 を仮定した飛行機周りの遷音速計算では，テンプレートの中 から半球を選択し，その中心の座標（初期値として，対称面上における背景格子の中心点の座標が与えられる）と半径を指定して外部境界を定義する。その後の作業は物体面の表面格子作成と同様に行われる。
計算領域を物体表面格子と外部境界格子で完全に囲んだ後は，その内部に四面体空間格子を生成する。ここではデロ ーニー分割法に基づく手法を用いた［10］。

## 3．適用例

## 3．1 NAL 超音速旅客機の実験機モデル

この NAL の超音速旅客機の実験機モデルは，前章で表面格子生成過程を説明する例としてすでに取り上げている。こ の実験機自体には推進装置が付いておらず，固体ロケットブ ースターを取り付けて高度 $15,000 \mathrm{~m}$ まで打ち上げてからブー スターを切り離し，機体を滑空させて空力特性のデータを収集する実験が 2001 年に計画されている。この格子は，ブー スター切り離し時の空力干渉を評価するために作成された。

図3に示される機体形状は，CATIAを用いて作成され，STL書式で出力されたものを表示している。このSTL 表現では，約 27,000 個の三角形セルを用いている。図 6 に示される稜線構築過程を経て，図8に示される表面格子生成を行った。さ らに外部境界を作成し，空間格子を生成している。表面格子 の節点数は 100,044 ，三角形セル数は 200,084 であった。オイ ラー計算例を図 11 に示す。計算条件は，自由流マッハ数 2.5 ，迎角 0 度である［11］。

## 3．2 NAL 超音速旅客機のエンジンナセル付きモデル

図 12 は航空宇宙技術研究所のエンジンナセル付き超音速旅客機モデルで得られた表面格子である。この表面格子の節点数は45，937，三角形セル数は91，874であり，前進先端法を用いた格子生成自体に要したCPU 時間は，約10分であった （CPU：Pentium II 450 MHz ）。また空間格子生成後の棇節点数は，256，802であった。

格子生成前の稜線の追加や削除，また分割数や格子点分布 を指定するといった作業は，ほとんどの形状に対して30分 から1時間程度で行える。さらにこの前処理の作業内容すべ てをファイルに保存しておくことで，2回目以降の表面格子。生成ではこのファイルから作業を開始することにより，例え ば前縁部分の稜線の分割数だけ変更したい場合などには簡単に新たな表面格子を作成することができる。

図 13 はオイラー計算の結果をもとに作成した表面圧力分布である。計算条件は，自由流マッハ数 2.0 ，迎角 0 度であ る。エンジンナセルのインテイクで発生した衝撃波がよく捉 えられ，本手法により質のよい表面格子が生成されているこ とを確認した。

## 4．おわりに

CAD 出力の一形式であるSTL データを背景格子とし，そ こに前進先端法を適用することにより三次元表面に効率よ く非構造格子を生成する方法を構築した。前進先端法を用い ることで，CADで作成した形状をパッチ分割することなく，一体のままで表面格子生成が行える。また，画面上でマウス を用いてピック操作を行う GUIを構築することで，格子密度 などの制御性を高め，かつ格子生成に要する作業時間の大幅 な短縮を実現している。

## 参考文献

［1］Hufford，G．S．，Mitchell，C．R．，and Harrand，V．J．， ＂Trimmed NURBS，Unstructured Grids and CFD，＂AIAA Paper 96－1996， 1996.
［2］Kania，L．，and Warsi，S．，＂Curvature Adapted Triangulation of NURBS Surface，＂AIAA Paper 97－1981－CP， 1997.
［3］Sharov，D．，Nakahashi，K．，＂Curvature Adapted Triangulation of Surface Models via Incremental Insertion Algorithm，＂ $6^{\text {th }}$ Int．Conf．Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations，University of Greenwich， 1998，pp．695－704．
［4］Nakahashi，K．，and Sharov，D．，＂Direct Surface Triangulation Using the Advancing Front Method，＂AIAA Paper 95－1686－CP，1995，pp．442－451．
［5］Woan，C．J．，＂Unstructured Surface Grid Generation on Unstructured Quilt of Patches，＂AIAA Paper 95－2202， 1995.
［6］Löhner，R．，＂Regridding Surface Triangulation，＂Journal of

Computational Physics，Vol．126，No．1，1996，pp．1－10．
［7］Löhner，R．，＂Extending the Range of Applicability and Automation of the Advancing Front Grid Generation Technique，＂AIAA Paper 96－0033， 1996.
［8］Iwamiya，T．，＂NAL SST Project and Aerodynamic Design of Experimental Aircraft，＂to be published in Proceedings of the $4^{\text {th }}$ ECCOMAS Computational Fluid Dynamics Conference，Athens，John Wiley \＆Sons Ltd．，Chichester， 1998，pp．580－585．
［9］Vinokur，M．，＂On one－dimensional stretching functions for finite－difference calculations，＂Journal of Computational Physics．Vol．50，No．2，1983，pp．215－234．
［10］Sharov，D．and Nakahashi，K．，＂A Boundary Recovery Algorithm for Delaunay Tetrahedral Meshing，＂ $5^{\text {th }}$ Int．Conf． on Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations，1996，pp．229－238．
［11］Nakahashi，K．，Togashi，F．and Sharov，D．，＂An Intergrid－Boundary Definition Method for Overset Unstructured Grid Approach，＂AIAA Paper 99－3304， 1999.


## 初期フロントの作成

## 袁面衰子作成

図 1．表面格子生成のフローチャート


図 2．チェスの駒＂キング＂の表面形状（a）典型的な STL データ（1，230セル）
（b）STL データから稜線作成
（c）得 られた表面格子（10，588 セル）


図 3．作成したプログラムの全体像


図 4．STLデータに含まれる不都合なセルの例（a）飛びゅ したセル：矢印が示す裏側のセルと表側の 3 つのセルはくつ ついた状態である。（b）重なったセル：2 つの大きさが同じ セルが重なっている。（c）節点の不一致

（a）図 $4 a$ の修正

（b）図4bの修正

図 5．不都合な三角形の自動修正


図 6．NAL 超音速実験機モデルにおける稜線生成過程



図 8．NAL 超音速実験機モデルへの三角形分割（前縁部）

（a）上から見た図
（b）断面図

図 9．背景格子上における節点位置の決定（悪い例）


図 10．新節点の作成により生じる潰れた三角形の形成

図 11．NAL 超音速実験機／ブースター形状のオイラー計算例：自由流マッハ数 2.5 ，迎角 0 度のときの圧力分布


（b）インテイク部の拡大図

（c）外部境界

図 12．NAL ナセル付き超音速旅客機モデルの表面格子


図 13．NALナセル付き超音速旅客機モデルに対するオイ ラー計算例：自由流マッハ数 2.0 ，迎角 0 度のときの圧力分布

# 並列計算CFD プラットフォーム UPACS について 

山本一臣，榎本俊治，高木亮治，山根 敬，山崎裕之，山本 武，藤田直行，松尾裕一，岩宮敏幸，野崎 理，大西 充，溝渕泰寛，牧田光正，黒滝卓司，藤原 仁志
（航空宇宙技術研究所 UPACSプロジェクトチーム）

# On a Parallel CFD Platform－UPACS <br> by 

K．Yamamoto，S．Enomoto，R．Takaki，T．Yamane，H．Yamazaki，T．Yamamoto，N．Fujita，Y．Matsuo，
T．Iwamiya，O．Nozaki，M．Ohnishi，Y．Mizobuchi，M．Makida，T．Kurotaki，H．Fujiwara


#### Abstract

This paper presents a project of CFD code development，UPACS（Unified Platform for Aerospace Computational Simulation），start－ ed recently in NAL．The project aims firstly to overcome the increasing difficulty in the recent CFD code programming for aerospace appli－ cations which includes complex geometry，coupling with heat transfer，structure dynamics and so on as well as parallel computational techniques．Secondly it also aims to accelerate the development of CFD technology by sharing a common base code（platform）among CFD related research scientists and engineers．The basic concept of the code design，the parallel computational method，the multi－block method and its programming using Fortran 90 are briefly explained．The focus is placed on a hierarchical structure of the code to realize a concept of separating the flow solving process from both the complicated multi－block data handling and the data transfer process in the parallel computation without losing flexibility and applicability．


## 1．はじめに

数値流体力学（CFD）の計算法の進歩と，並列計算機ハー ドウェアの進歩により，高い計算精度が要求される航空宇宙分野でも複雑な非定常流や化学反応流などの大規模計算，航空機，宇宙往還機や推進機の複雑形状についての流れ解析，構造や伝熱との連成解析による設計の最適化などが可能となってきている。

しかし，このような複雑な計算を行う場合のプログラム開発は容易な事ではない。並列化に関しては，コンパイラ による自動並列化技術はまだ不充分であり，NWT Fortran で は制約が多く，また，MPI［1］や PVM［2］といったメッセー ジ・パッシング・ライブラリを利用する場合は，ライブラ リの知識と並列計算モデルの設計が必要になってくる。ま た，複雑形状に適応させた計算には，マルチブロック構造格子法と非構造格子法の 2 種類の方法が考えられるが，マ ルチブロック構造格子法の場合は，ブロック間のデータ交換手法を汎用化しなければ，ブロック数が 10 以上にもなる と対応できなくなる。きらに，連成計算が必要な場合，数種類の物理モデルをまとめて計算を行おうとするときには，従来の流体計算コードに付加する形では，プログラムは煩雑なものになることがある。

このようなプログラミングの課題は，CFDの基本となる， スキーム，境界条件，乱流モデル，化学反応モデルといっ た物理モデルやアルゴリズムとは異種のものであり，CFD技術者•研究者にとっては煩雑なプログラミングを強いら れ，多大な労力を必要とする。さらに，多くの場合，この

ような複雑化したプログラムが一般化されておらず，類似 の方法を用いたコードが種々の分野で重複して開発されて いる。このような開発手法は，コストがかかるばかりでな く，系統だった CFDコードの検証やノウハウの蓄積を行う上でも効率的とは言えず，ある種の汎用的な標準プログラ ミング・スタイルやライブラリを確立する必要があると考 えられる。

この状況に対する動きとして，流体計算と並列処理の分離を目的としたコード開発が一部では進められている。例 えば，ドイツ航空宇宙センター（DLR）では90年代の前半 にターボ機械流れの計算を対象とした TRACE［3］という C言語による並列計算コードを開発しており，日本原子力研究所の太田は $\mathrm{C}++$ 言語を用いたオブジェクト指向によるフ レームワーク［4］を提案している。

同様に，航空宇宙技術研究所でも1998年度から，プログ ラムの複雑化に対応するため，各分野のCFD 研究者が協力 して，それぞれの CFDコードに共通するプログラム構造を分析し，分野が異なる研究者間でも共有できる基盤コード
（プラットフォーム）を確立することを目指して，UPACS
（Unified Platform for Aerospace Computational Simulation）と いうプロジェクトを進めている。この基盤コードにより，上で述べたプログラムの複雑化の問題を解決するとともに， スキームや乱流モデルなどのCFDの基盤的な研究から，現象解明の研究や設計といったコードの応用までを実質的に リンクすることが期待でき，それぞれの段階における成果 や課題のフィードバックが効率的に行われることを狙って

いる。現在は，まず，その第1段階として，多くの研究者•技術者が苦労している，複雑形状まわりの計算，並列計算，連成問題の計算を容易にすることを課題として，プラット フォームの開発を進めている。ここでは，コード設計の考 え方など，開発の鍵になる内容を紹介する。

## 2．コード設計の方針

UPACSコードの開発方針としては，次のような考え方を取っている。
（1）複雑形状への対応のためにマルチブロック構造格子法 を利用する
（2）並列処理部／マルチブロック処理部と，ソルバー部の明

（a）連続性のある格子接続

（b）重ね合わせによる格子接続
図1，マルチブロック構造格子

確な分離を行い，ユーザーはシングルブロック・イメー ジのソルバーを最小限変更することで目的の計算が可能になるようにする
（3）ハードウェアへの依存性を最小限にする（シングルプロ セッサー機かマルチプロセッサー機か，スカラー機かべ クトル機か，また，分散メモリ型か共有メモリ型かなど）
（4）ソースコードレベルの共有が可能になるように，データ および副プログラムの階層構造の明確化，モジュールの カプセル化を行う
（1）の方針に関しては，現在，航技研のコードの大半が構造格子法を用いているために，マルチブロック構造格子法を対象にしているが，将来，非構造格子法も導入できるよう に進めている。（2）（3）の方針のために，並列化には MPIを利用し，空間領域分割を用いた並列処理（プロセス並列）を行う。また，プログラミング言語にはこれまで開発されて きた多くの Fortran77のコードからの移行を容易にするため， また（2）（4）の方針のために Fortran90 を用いている。

## 3．マルチブロック構造格子法と並列計算法

マルチブロック構造格子法は，図1（a）のように，完全に連続な格子ブロックの接続によるもの，図（b）のように重ね合わせを行うものなど，空間をブロック分割する方法すべ てを対象にしようとしている。現在，図1（a）のケースにつ いて開発を進めているが，複雑形状への対応という意味で は，ブロックの接続を非構造的にすることにより，かなり柔軟に物体形状に適応することができる。ブロック数は数十から数千程度のオーダーまで念頭においている。

並列計算には領域分割法をもちいる。文献［3］［4］と同様に， 1 つ1つのブロック内部の流体計算には並列処理を持ちこ まないようにし，ブロックどうしのデータ交換だけに MPI を利用する。1つのプロセッサが 1 つ以上のブロック内部 の計算すべてを面倒みるようにすれば，ブロック内部の流体計算は従来の単純なシングルブロックの計算となる。ブ ロック内部の計算が1ステップ終了した段階で，ブロック どうしで必要な物理データの受け渡しを行い，次のステッ プに計算を進める。

このデータの受け渡しを汎用的に行うには，格子ブロッ クの接続情報が必要となる，マルチブロックに対応した市販格子生成ソフトウェアによっては接続情報を出力するも のもあるが，格子生成コードに依存させないために，格子接続を解析する前処理プログラムを用いている

格子の接続情報があれば，マルチブロックに対応する流体計算は図2（a）のように，1つのブロックデータに流体計算 を行う部分と，ブロック間のデータ転送を受け持つ部分に分離する事ができる。さらに，図2（b）のようにブロックによ つてソルバーを切りかえることにより，連成計算も可能と なってくる。一般にマルチブロック法ではブロックの数と並列計算機のプロセッサの数は一致しないため，ブロック間のデータ転送には，プロセッサ間のデータ通信と，同一 プロセッサが対応するデータ転送の 2 種類を準備する必要 がある（図3）。なお，非構造格子法を用いた場合は，1プ

（a）領域分割による並列化

（b）連成計算の場合
図2．UPACS の並列計算の概念


図 3 ．プロセッサへのブロックの割当

ロセッサあたりに1ブロックとなるため，データ転送は1種類でより単純なものになる。

## 4．コードの基本設計

ブロック内部の計算とブロック間のデータ転送は分離で きるが，データ転送のレベルではプロセッサとマルチブロ ックを意識する必要がある。したがって，データの階層構造に合わせると，ブロック内部の計算を行うシングルブロ ックのレベルは，マルチブロックのレベルの下層に来る必要がある。そこでUPACS では，大きく分けて次のような 3階層のプログラム構造を取っている（図4）。
（1）最下層：シングルブロック・レベル
ブロック単位の流体計算は，図5のように定義された構造体変数を引数にしたサブルーチンによって，完全にシン グルブロックのイメージで計算を行う。シングルブロック

についてのCFDのアルゴリズムはほぼ標準化されており，従来のものを移行させることは容易であるし，また，新規 に作成したとしてもプログラミング自体は難しいものでは ない。

このレベルでデータ転送に関連したものとして，そのブ ロックが関わる接続情報に基づき，転送データをマルチブ ロック・レベルのサブルーチンとの間で授受する作業があ る。これは接続情報に従って処理するだけなので，普通こ のレベルにおいては，転送すべき物理データの配列（への ポインタ）の指定だけを意識すれば十分である。

また，ブロックの変数全体を 1 つの構造体にしておくこ とで，中間層になるマルチブロック・レベルはブロック内部の変数に変更があっても影響を受けないようになる。ま た，乱流モデルなどの物理モデルが追加されて新たに変数 が必要になったとしても，他のプログラムには影響を与え ない。


図4．プラットフォームの概念的な階層構造

```
type blockDataType
    use bcTypeModule
    use transferTypeModule
```

    integer:: blockID
                            ! 境界条体情報
    type（bcType），dimension（：），pointer：：boundaryConditions
:テータ転送情款
type（transferType），dimension（：），pointer：：transferSends \＆

## transferRecvs

integer ：：imax，jmax，kmax ！デ…タサイズ
real（8），pointer，dimension（：，．，；）：：grid ！計菑格子データ
integer ：：nPhys
real（8），pointer，dimension（：，：，：，）：： $\mathbf{q}, \mathbf{d q}$ ！物理デ…
real（8），pointer，dimension（：，：，：）：：vol ！メトリックデータ

## end type blockDataType

図5．ブロック内データを格納する構造体の例
（2）中間層：マルチブロック・レベル：
ブロック間データ転送，プロセッサへのブロックの割り付けのような，マルチブロック処理を行う。このレベルで は，ブロック内部のデータの詳細に立ち入る必要はないの で汎用化することができ，流体計算ソルバーの改良や拡張

を行う場合に，何ら影響を受けず，共通に利用する事が可能になる。
（3）最上層：メインループ・レベル：
最上層はコードの骨組みをつくるメインプログラムのレ ベルであり，図 6 のように CFDコードに共通な繰り返し計算のループに並列計算に関わる処理を加えたものになる。
このレベルもある程度の一般化は可能と考えられるが，初期化やソルバーによって，ブロック間転送の種類や回数が変わるなど，骨格の設計が変わる可能性があるため，こち らはソルバーを改良するユーザーが見ることを想定して設計する必要がある。

## 5．プログラミングの概要

実際の Fortran90によるプログラミングを考えると，ソル バーを改良または拡張しようとするユーザーには，中間層 は一種のライブラリやユーティリティのような形にした方 が汎用的に利用し易くなる。そこで，中間層のサブルーチ ンにはシングルブロック・レベルのサブルーチン名（ポイ ンタ）を引数として渡して，これを実行させるようにした。図 7 はその概念的なプログラムを示したものであり，例え ば，doAllBlocks（step）は，singleBlockSolver という最下層 module にある step（block）というサブルーチンを，各プロセ ッサが管理している全てのブロックについて実行する，と いうものである。ここで，blockは図5のような構造体変数 である。


図6．メインループ・レベルのフローチャート

6．パラメータ・データベース
特定の分野に限らずソースレベルでのプログラムの共有化を目指そうとしたとき，計算に必要な計算制御パラメー夕，物理パラメータの管理は重要な課題になる。分野によ つて必要なパラメータが異なってくるために，パラメータ を一般化することが難しくなってくるためである。そこで， 1 つの解決策として，UPACS ではデータタ管理を専門に行う データベースモジュールを利用している。パラメータは入力時にすべて「タグ」になるキーワードとともにリストと して管理され，プログラムのレベルに限らず，データベー ス・モジュールの引用（Fortran90 のuse）により，どこか らでも「タグ」を与える事により利用できるようにした。 この結果，UPACS のほとんどの部分を利用しながら，異な る計算方法の導入にも柔軟に対応できるようになった。

## 7．現状と今後の予定

本プロジェクトは昨年度から3年間の計画で進め，以上 のようなアイデア，設計手法を積み重ねながら，ブロトタ イプとなるコードの開発を進めてきており，現在は簡単な問題によるソルバーと並列処理の検証を行っている。今後， ターボ機械流れ，燃焼流や伝熱との連成問題などへの拡張 を行い，また並列計算のロードバランシングのための前処理ツールなどを作成しながら，航技研の次世代超音速機技術プロジエクトや通産省の環境適合型次世代超音速推進シ ステム技術（ESPR）プロジェクト等で本格的に利用して行 く予定である。きらに将来は，共同研究などを通じて広く コードを利用してもらえるように進めていこうと考えてい る。

参考文献
1．＂The Message Passing Interface（MPI）standard＂， http：／／www－unix．mcs．anl．gov／mpi／index．html．
2．＂PVM（Parallel Virtual Machine）＂， http：／／www．epm．ornl gov／pvm／
3．Engel，K．，et．al．，＂Numerical Investigation of the Rotor－ Stator Interaction in a Transonic Compressor Stage，＂AIAA Paper 94－2834，June 1994
4．太田高志，「並列流体計算のためのオブジェクト指向 フレームワーク」，航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム＇98論文集，航技研資料SP－41，1999年2月

```
program main
    use upacsManager
    use shme&lockSolye:
    call MPL_init
    call doAllBlocks(mimalme ()
    call do AllTransfer(mancter "grid")
    call doAllBlocks(intualizez)
    do i=1,imax
        call do AllBlocks(step)
        call do AllTransfer(#ransier,"phys")
    end do
    call doAllBlocks(manke)
    call MPL_end
end program
```

module singiestomsolver
use blockDataTypeModule
private
public invalue , ...., step,...
contains
subroutine innelize (block)
type(blockDataType) :: block
end subroutine
subroutine step(block)
type(blockDataType) :: block
....
block\%q = block\%q+block\%dq
end subroutine
end module

図7．プログラムのイメージ

# 並列 CFD 計算プラットフォームUPACS の重合格子対応化 <br> 山崎裕之＊，高木亮治＊，岩宮敏幸＊ 

Overset Grid Support of Parallel CFD Platform UPACS<br>by<br>Hiroyuki YAMAZAKI，Ryoji TAKAKI，Toshiyuki IWAMIYA


#### Abstract

An overset grid support code is developed based on UPACS（Unified Platform for Aerospace Computational Simulation）．UPACS is the parallel CFD platform for multi－block grids which NAL（National Aerospace Laboratory）is developing for the purpose of the efficient CFD programming and the aggregation of the CFD technology of NAL．In this research overset grids are classified as a major grid which is covering the entire area of the given problem，and minor grids which are supposed to be put around objects in the major grid．The communication of the values due to the overset grids are performed between the major and minor grids．The current program does not support moving or transforming grids．The index creation program developed in the research creates the information about the interpolations between overset grids．Additional routines，which read the information of overset grid communication and perform the communication，are added to the solver．A simple CFD problem is set up and the influence of the spatial relations between overset grids on the computational results is evaluated．


## 1．はじめに

CFD 技術の発展に伴い，CFD の航空宇宙分野での心用 では，複雑な形状を対象とするようになってきた。複雑な形状に対しては，単一格子を用いることが困難なため，マ ルチブロックや重合格子が用いられている。特に重合格子 は，格子が生成し易く，詳しく調べたい部分の格子解像度 を上げたり，形状を変更したりすることが容易であるため，今後の研究開発には不可欠であると考えられる。

本研究では，ロケットエンジン付宇宙機や風洞内模型周 り流れのシミュレーション等に実績を持つ手法を利用して， マルチプロックを対象とした並列 CFD 計算プラットフォー $厶$ UPACS（Unified Platform for Aerospace Computational Simulation）をベースに，重合格子に対応させ汎用化した。 UPACS は，CFD 分野のシミュレーションプログラムの構造の共通性に着目し，CFDコード開発の効率化，CFD 計算技術の集約等を目的として航技研が開発を進めているブ ラットフォームである。ベースとした UPACS のバージョ ンはUPACS－T 1.0 である。これは支配方程式の離散化に有限体積法を用い，cell－œnter 型計算格子を使う。慣性項の計算に Roe スキームと AUSMDVスキームを用い，数値流速の評価に MUSCL 法を用いている。本報告では，重合格子に対応させる手法の説明を行うとともに，格子の重合の仕方により計算結果にどの程度の影響が出るかを評檤する。

## 2．重合格子対応化

2．1．システムの構成
本システムは，インデックス作成プログラムと重合格子対応化ソルバから構成される（図1）。インデックス作成ブ ログラムは，重合格子の重合部分における補間值設定に必要なセルのインデックス及びその補間俰数を求め，ソルバ が読む形式でファイルを出力する。ソルバはその情報を元 ＊航空宇宙技術研究所計算科学研究部

に，重合格子間での値の通信と補間値の計算，設定を行う。 2．2．格子
重合格子をバッググラウンドとなるメジャーグリッド，物体の周りに置くことを想定したマイナーグリッドの 2 種類に分け，メジャーグリッドとマイナーグリッドの間で重合格子としての値の受け渡しを行う。データ交換が複雑に なることを避けるため，ここではマイナーグリッド同士が重合することは認めないことにした。グリッドはそれぞれ マルチブロックにすることができる。現在のプログラムで は，移動または変形する重合格子は扱わないが，計算結果 を元に格子を移動変形させて，重合格子のインデックス作成ブログラムでインデックスファイルを作り，再計算する ようにシステムを構築すれば，そのような問題にも対応可能である。


図1 重合格子対応ソルバ

## 2．3．補間値の設定

重合している相手グリッドの計算値を元に値を設定され

るセルを，補間セルと呼ぶ。マイナーグリッドにおける補間セルは，外側から指定した層分のセルであるが，ソルバ が 2 次精度であるため， 2 層分と指定する必要がある。 ジャーグリッドにおける補間セルは，マイナーグリッドの補間点探索領域にセル中心が含まれるメジャーグリッドの セルである。補間点探索領域とは，マイナーグリッドの補間セルの内側から，1層空けてその内側の，指定された層数のセルである。マイナーグリッド補間セルに，2層分を指定した場合，補間点探索領域は外側から4層目から指定 した層数のセル領域となる。

ある点の座標がセルに含まれているかの判定法は以下の通りである。対象となるセルを5つの四面体に分割し，各四面体に対する内外判定を行う。分割の仕方は 2 種類とし，隣接するセルで不整合が起こらないように互い違いに並ぶ ようにする（図2）。


図 2 セルの分割と内外判定

$$
\overrightarrow{A P}=s \cdot \overrightarrow{A B}+t \cdot \overrightarrow{A C}+u \cdot \overrightarrow{A D}
$$

図 2 （右）のような四面体について，上記式で $0 \leqq s, t, u$ か $つ 0 \leqq s+t+u \leqq 1$ が成り立つとき，点 P は四面体の内部 にあると判定する。

補間セルに設定する値を補間するときに使う，重合して いる相手のセルは，以下のように決定される。補間セルの中心から，重合している相手のグリッドで最も近い格子点
（最短格子点）を探し，それを囲む8つのセル（ドナーセ ルと呼ぶ）の値が補間に用いられる。この 8 つのドナーセ ルの中心を結んでできるセルを包含セルと呼ぶ。最短格子点がグリッドの境界にある場合，内側の格子点の包含セル が参照され，補間は外挿となる。図3に2次元の場合で示 す（3次元も同様）。


図 3 補間に必要なセルとその計算

補間倸数は以下のように求められる。包含セルの頂点を $\mathrm{C} 1, \mathrm{C} 2, \mathrm{C} 3, \mathrm{C} 4$ とし，補間セルの中心の座標を P とする。次 の値を計算する。
S12：ベクトル C1Pの，ベクトル C 1 C 2 への射影成分
S 43 ：ベクトル C 4 P の，ベクトル C 4 C 3 への射影成分
T14：ベクトル ClP の，ベクトル $\mathrm{ClC4}$ への射影成分
T23：ベクトル C 2 P の，ベクトル C 2 C 3 への射影成分

補間俰数 s ，t を次の式で求める。
$\mathrm{s}=(\mathrm{S} 12+\mathrm{S} 43) / 2, \mathrm{t}=(\mathrm{T} 14+\mathrm{T} 23) / 2$
重合格子間で値を補間するために，送信側PE は一次元配列の送信用バッファに送るべき値をセットし，受信側PE は同様な一次元配列の受信用バッファから値を取り出して補間値を計算し，その値を設定する。通信には MPI または PVM メッセージパッシングライブラリを用いる。送信，受信 PE が同一の場合（重合格子が同一PE 上に存在する場合），受信用バッファのポインタが送信用バッファを指すように して，バッファを介して補間処理を行う。補間のために送受信する値は全ての保存変数である。バッファに値をセッ トするときに， 5 変数については計算部が扱う $\rho, \rho \mathrm{u}, \rho \mathrm{v}, \rho$ w，E の形式から，$\rho, \mathrm{u}, \mathrm{v}, \mathrm{w}, \mathrm{p}$ に変換し，受信側で計算部が扱う形式に戻している。

## 3．試行解析

本研究において，格子の重合の仕方により計算結果にど のような影響が出るかを調べるため，以下に示す簡単な問題を設定して解析を行った。構造物のない直方体の領域で斜め衝撃波が発生するように条件を与え，斜め衝撃波上に マイナーグリッドを置く（図 4）。メジャーグリッドは4つの プロックからなる複合格子で，領域全体を覆う。流入境界 の流速は $\mathrm{x}, \mathrm{z}$ 方向にのみ与える。マイナーグリッドの位置，角度，解像度を変えて，計算結果に及ぼす影響を調べる。 このような設定にしたのは，理論値が簡単に計算でき，容易に計算条件が設定できる上，衝撃波前後で物理量が不連続に変化するため物理量の分布が際立った特徴を持つ，と いう理由による。


図4問題の条件とグリッドの配置

メジャーグリッドは矩形の等間隔格子で，全ケース共通 である。メジャーグリッドの格子諸元を以下に示す。

- グリッドの大きさ： $4.0 \times 1.6 \times 1.0[\mathrm{~m}]$
- 格子点数： $101 \times 17 \times 26$
- セルの大きさ： $0.04 \times 0.1 \times 0.04[\mathrm{~m}]$

上記メジャーグリッドを4つのブロックからなる複合格子として計算している。

マイナーグリッドの設定は以下の通りである。

- メジャーグリッドのみ…基準値とする。
- 平行移動 $\cdots(\mathrm{x}, \mathrm{z})$ 方向に 1 格子間隔の $(5,2.5) \%($ 小）， （ 50,25 ）\％（大）平行移動。
- 回転…形状を保ったまま $10, ~ 20, ~ 30$ 度回転。
- 細分化 $\cdots \mathrm{x}, \mathrm{z}$ 方向共に格子密度を $2,4,5,10$ 倍。
- アスペクト比 $\cdots(\mathrm{x}, \mathrm{z})$ 方向に格子密度を $(2,1),(1,2)$ ，
$(4,1),(5,1)$ 倍にする。
図 5 に，上記の設定におけるメジャーグリッドとマイナー グリッドとの関係を模式的に示す。


図 5 マイナーグリッドの設定（重合格子）

表1境界条件

| 境界 | 条件 | 密度 <br> $\left[\mathrm{kg} / \mathrm{m}^{3}\right\rceil$ | 圧力 <br> $\left[10^{5} \mathrm{~Pa}\right]$ | マッハ数 |
| :--- | :--- | :--- | :--- | :--- |
| 1 | 流入 | 1.283 | 1.016 | 2.9 |
| 2 | 対称 | - | - | - |
| 3 | 流入 | 2.279 | 2.323 | 2.28 |
| 4 | 流出 | $(3.722)$ | $(4.681)$ | $(1.86)$ |


| 境界 | $\mathrm{u}[\mathrm{m} / \mathrm{s}]$ | $\mathrm{v}[\mathrm{m} / \mathrm{s}]$ | $\mathrm{w}[\mathrm{m} / \mathrm{s}]$ |
| :--- | :--- | :--- | :--- |
| 1 | 965.59 | 0.0 | 0.0 |
| 2 | - | - | - |
| 3 | 860.11 | 0.0 | 182.71 |
| 4 | $(778.68)$ | $(0.0)$ | $(0.0)$ |

境界条件を表1に示す。境界1，2，3，4は，図4（右）のように領域を +y 方向に見たとき，それぞれ左側，上部，下部，右側の境界を表す。手前と奥の xz 境界面は，対称境界条件 を与える。カッコ付きの物理量は，理論式による予想値で ある。u，v，w はそれぞれ $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}$ 方向の流速である。境界条件 の数値は，ランキンーウゴニオの関倸から，衝繋波が xy 平面に対して 30 度の角度を持つように設定されている。また，上部対称面で反射した衝撃波は 24 度になり，右下隅を通過 する。

また，単一格子でマイナーグリッドに相当する部分の格子を平行移動，細分化したもの，アスペクト比をつけたも のを用いて，比較した。重合格子アスペクト比ケースを模 した単一格子を図6に示す。


図6単一格子（アスペクト比 $2 \times 1$ ）

## 3．結果

図 7 は，メジャーグリッドのみのケースで，密度コンタ一を図示したものである。

$z$

図7密度コンター（メジャーグリッドのみのケース）


ᄂ
図8細分化5倍のケース（格子と密度コンター）

図 8 は，細分化5倍ケースで重合格子による計算結果を表 したものである。領域全体の左半分について，密度コンタ一を表示している。中央の矩形はマイナーグリッドを表す。 マイナーグリッド部分はマイナーグリッドでの値を表示し ている。衝撃波の厚みを，その $10 \%, 90 \%$ 点の幅で評価する と，メジャーグリッドのみの結果については上下方向に 5点分で捕らえられていた。回転ケースを除く他のケースで は，マイナーグリッドにおいて 5 点あるいは 6 点で捕らえ られており，格子解像度にはあまり関俰なく，同程度の格子点数で衝撃波が捕らえられている。これは細分化のよう に格子が細かくなると，圧力変化の幅が狭くなり，メジャ ーグリッドとの補間部分で圧力分布に差が生じることを意味する。回転ケースでは30度の場合，最も幅が細くなる部分で3点であり，格子が衝撃波に沿っているので，短くな っこいると考えられる。
本ソフトウエアでの重合格子を用いた計算が，結果にど のような影響を与えるかを評価するために，各ケースでの

流速を，基準値であるメジャーグリッドのみを用いた計算結果と比較する。図9から図13は，いくつかのケースで， x 方向の流速の基準値との差を，等値面で表したものである。各等値面図では，無次元化量で速度差 0.01 あるいは－0．01 の面を作図している。これは実際の速度で $\pm 2.81[\mathrm{~m} / \mathrm{s}]$ であ り，流入境界における速度の $\pm 0.29 \%$ にあたる。（なお，等値面の図は $0.8<\mathrm{y}<1.6[\mathrm{~m}]$ ，すなわち図で奥側半分を作図し ている。）約 $2.0<x<4.0[\mathrm{~m}]$ の部分において，衝䡴波にそって帯状に等値面が存在するのは，衝繋波面上では値の変化が大きいので，基準とする結果と衝撃波面がわずかにずれた りしても大きな差となって現れてしまうためで，重合格子 により発生するものではないと考えられる。


図 9 平行移動（大）の x 方向流速の差 $(+0.01)$


図10 30 度回転の $\mathbf{x}$ 方向流速の差 $(+0.01)$


図 11 細分化 5 倍の x 方向流速の差（ +0.01 ）


図 12 細分化 5 倍の x 方向流速の差 $(-0.01)$


図 13 アスペクト比 $5 \times 1$ の x 方向流速の差 $(+0.01)$
以上の図から，主としてマイナーグリッド側面から基準値に対する x 方向流速の差が発生し，流れの方向に沿って存在していることがわかる。細分化 5 倍のケースについて は，マイナーグリッドの前端と後端の中央部分からも流速 の差が発生している。また，このケースでは基準値よりも小さくなるような流速差が発生しているので，図12に示し た。図14は細分化5倍のケースで，中央部分での基準値に対する圧力差と x 方向流速差を図示したものである。斜め の点線は衝繋波の位置を示す。衝撃波が通過している部分

で圧力差が発生し，それに伴って流速の差も生じていると考えられる。


図14メジャーグリッドでの基準値に対する圧力の差と速度差：細分化5倍

この問題は xz 面の二次元問題であるが，重合格子細分化 のケースで主流に対して最大 $1.7 \%$ 程度の y 方向の流速が計算結果に発生した（表 2）。細分化ケースでは，格子密度の違 いが大きいものは大きな流速が出ている。これは，マイナ ーグリッドが領域全体を覆っていないため，重合している グリッド間の解像度が異なり，衝撃波位置の圧力変化の幅 が，本来一様であるべき方向に差を生じているためと考え られる。回転のケースでも，30度では流速が大きくなって いるが，マイナーグリッドで衝撃波が細かく捕らえられて いるため，メジャーグリッドとマイナーグリッドとの間に大きな圧力差が発生しているためと考えられる。アスペク ト比ケースでは，圧力変化の幅があまり変わらないので大 きなアスペクト比が大きくなってもそれほど発生する流违 に変化がない。図 15 から図 18 に，いくつかのケースでの y 方向流速の等値面を示す。

表2 y 方向流速の最大値の主流に対する比（上：重合格子，下：単一格子）

| 平行移動（小） | $8.28 \times 10^{-3}$ | 細分化 5 倍 | $1.71 \times 10^{-2}$ |
| :--- | :--- | :--- | :--- |
| 平行移動（大） | $7.35 \times 10^{-3}$ | 細分化 10 倍 | $1.71 \times 10^{-2}$ |
| 回転 $(10$ 度 $)$ | $8.01 \times 10^{-3}$ | アスペクト比 $2 \times 1$ | $8.60 \times 10^{-3}$ |
| 回転 $(20$ 度） | $8.99 \times 10^{-3}$ | アスペクト比 $1 \times 2$ | $9.55 \times 10^{-3}$ |
| 回転（30 度） | $1.16 \times 10^{-2}$ | アスペクト比 $4 \times 1$ | $9.11 \times 10^{-3}$ |
| 細分化 2 倍 | $1.09 \times 10^{-2}$ | アスペクト比 $5 \times 1$ | $9.08 \times 10^{3}$ |
| 細分化 4 倍 | $1.59 \times 10^{-2}$ |  |  |
| 平行移動（小） | $2.14 \times 10^{-4}$ | 細分化 2 倍 | $3.10 \times 10^{-2}$ |
| 平行移動（大） | $1.11 \times 10^{-3}$ | アスペクト比 $2 \times 1$ | $1.04 \times 10^{-2}$ |



図 15 平行移動（大）の y 方向流速 $(\mathrm{v}=+0.01)$


図 1630 度回転の y 方向流速 $(\mathrm{v}=+0.01)$


図 17 細分化 5 倍の y 方向流速 $(\mathrm{v}=+0.01)$


図 18 アスペクト比 $5 \times 1$ の y 方向流速 $(\mathrm{v}=+0.01)$
y 方向の流速はマイナーグリッドの側面から発生した。アス ペクト比のケースでは大きな流速は発生しなかったが，細分化は 2 倍のケースから大きな流速が発生した。メジャー グリッド，マイナーグリッドで格子の間隔が違うため，衝撃波部分で値の変化の仕方が異なり，グリッド間で圧力差 ができて，流速が発生したものと考えられる（図 19）。図 19左で，圧力は＋x 方向に高くなっており，図19右で，右上 と左下部分で＋y 方向の流速が発生している。マイナーグリ ッドの外側2層はメジャーグリッドから値を補間している ため，衝撃波に相当する値の変化部分が広く，本来問題の設定から一様であるはずの y 方向密度分布が一様でなくな っている。そのため，y 方向に流速が発生している。比較の ために単一格子で行った計算では，マイナーグリッドに相当する部分に格子を寄せたことによるスキューネスが存在 する部分を衝撃波が通過したところで大きな y 方向の流速 が発生していることがわかる（図 20）。スキューネスは領域の前端から後端まで存在するので，y 方向流速も前方から後方まで発生している。


図19マイナーグリッド内の圧力（左）とy方同流速（右）細分化5倍）


図20単一格子（アスペクト比 $2 \times 1$ ）による結果：$y$ 方向流速 （上：v＝0．01，下：v $=-0.01$ ）

## 4．まとめ

複合格子を対象とした並列計算プラットフォーム UPACS を重合格子に対応させた。衝撃波が発生する問題を設定し，重合格子を用いた計算で，計算結果に与える影響を評価し た。重合格子のいくつかのケースについてマイナーグリッ ド相当部分が同じような格子解像度を持つような単一格子 を作って比較したが，単一格子で一部分だけ格子解像度を上げるためには，格子を歪ませなければならず，歪みによ り，計算に影響が出る。本報告で行ったような極端な形状 では，重合格子と同程度かそれ以上の影響が現れた。重合格子では，格子を歪ませることなく，簡単に調べたい部分 の格子解像度を上げられるが，重合している部分から，格子解像度の違いなどにより，重合格子間で圧力差が生じ本来の流れと異なる流速が発生した。本報告では，その計算 への影響を見るために流れと不整合な格子を作ったが，重合格子を実際に計算に用いるには流れに合った格子を作る必要がある。

参考文献
（1）高木亮治「複雑形状まわりの流れの数値解析手法の開発」，航技研報告TR－1375，1998年
（2）高木亮治「複雑形状まわりの流れの数値解析手法の検証」，航技研報告TR－1376，1998年
（3）賈為，中村佳朗「領域分割法による 3 次元非圧縮性流の汎用計算プログラムの開発」，数値流体力学シンボジウム， 1993年12月

# CASPERによる F－16A 戦闘機の CFD 計算とその検証 

沖 良篤＊${ }^{* 1}$ ，酒田 威志＊${ }^{* 1}$ ，海田 武司＊2，惠上 浩—＊3，谷 泰寛＊4

# CFD Computation and Validation of an F－16A Aircraft Configuration Using the CASPER 

by<br>Yoshiatsu OKI（TRDI－JDA），Takeshi SAKATA（TRDI－JDA）， Takeshi KAIDEN（MHI），Kouichi EGAMI（KHI）<br>and<br>Yasuhiro TANI（FHI）


#### Abstract

This paper shows the results of the CASPER（Computational Aerodynamics System for Performance Evaluation and Research）that has been developed in Technical Research \＆Development Institute of Japan Defense Agency．The CASPER is a CFD（Computational Fluid Dynamics）－based design system for the aerodynamic design of various advanced aircraft．The present CFD code consists of 3－D Euler analysis solver using structured and unstructured grids．In order to verify the code，we computed transonic（free－stream Mach number $\mathrm{M}_{\infty}=0.9$ ）and supersonic（ $\mathrm{M}_{\infty}=1.2$ ）flow fields around an F－16A aircraft configuration．The computational results of lift，drag，pitching moment and pressure coefficients are in a good agreement with those of wind－tunnel experiments．It becomes clear that the CASPER is very powerful tool for aerodynamic design of complete aircraft configurations．


## 1．緒 言

従来の空力設計法は，運用要求に従って諸元策定を行い，経験 と統計データに基づいて空力形状を設定し，風洞模型を製作して風洞試験を行う。この時，要求性能を満足すれば，更なる細部•評細設計に移りますが，満足しなければ空力形状を再設定して風洞試験をやり直す必要がある。従って，風洞試験を中心とした従来の空力設計法では，要求性能を満足する機体形状を得るまでに，形状変更の度に風洞試験を何度も繰り返す必要があり，一般的に膨大な設計コストを要する。近年の計算機の急速な進歩と計算手法の改善により，CFD（Computational Fluid Dynamics）技術に基づ く空力設計法か廭極的に活用されている。これは従来設計法と比 べて形状変更も比較的容易で短期間で済むので，設計コストの大幅な低减が可能となる。従って，今後の空力設計法では，概念•予備設計の段揩におけるCFD技術の活用は今後益々増加していく と予想される。
そこで，防衛庁技術研究本部は，将来航空機の空力設計のため に従来設計法の風洞試験の代わりに，民間航空機メーカーと共同 して，CFD 技術を基盤とした航空機性能評価システム「CASPER」
（Computational Aerodynamics System for Performance Evaluation and Besearch）の開発を行った ${ }^{1-4)}$ ．

「CASPER」はEWS 数台をスーパーコンピュータ（SX－4／2C） と FDDI 高速LANで接続した計算機環境下で，航空機の空力特性及び空力性能を，CFD 解析コードを中心としたコンピュータ・シ ミュレーションにより求める総合評価•設計用ツールである。こ こで，そのシステム構成を図 1 に示す。計算機風洞管理モジュー ルの下に，諸元策定，機体形状創成，空力特性，空弾性，飛行

[^37]シミュレーションの5つのモジュールから構成される．
まず，諸元策定及び機体形状創成モジュールはCFD 解析のため の準備段階であり，運用要求に従って航空機の諸元を決定した後 に，3次元 CAD システム「CATIA」を用いて機体形状を作成する。次に，空力特性モジュールは，「CASPER」の中核部分であり，安定性•精度•効率に優れた 2 ，3次元の Euler 及びNS（Navier－Stokes） コードのCFD解析部分と計算結果を可視化する流れ場解析結果処理部分より構成されている。この際，NS 計算は衝撃波•境界層干渉を捕捉可能であり，摩撩抵抗を考慮しているため，抵抗推算の精度向上は期待できる。しかし，乱流モデルが未解決であるだけ でなく境界層を解像するため，境界層内に格子点を 10 点から 20点程度配置する必要があり，計算時間は膨大なものとなる。しか も，解析例の多くは，運用範囲が厳しくなく，簡易形状の旅客機等の大型機に限定されている。従って，NS 計算は現在研究段喈で あり，膨大なケースを要する空力設計ためのCFD 計算にはハード ウエア的に困難である，そこで，少ないハードウエア資源で空力設計を可能とするために，境界層のない非粘性の Euler 計算を適用 した。また，空弾性及び飛行シミュレーション・モジュールによ り，空弾性解析や飛行特性の概要を把握することも可能である。

本研究では，CFD 解析コードを検証するために，国内では解析例の少ない複雑形状の F－16A 戦闘機周りの非粘性計算を遷音速域中心に実行し，公知の風試結果 ${ }^{5-7)}$ と比較•検討した。この際，計算格子には形状適合性に優れる非構造格子と従来から多用され精度と効率に優れる構造格子の両手法を適用した。

## 2．数値解析手法

## 2． 1 格子生成法

計算格子には構造及び非構造格子の両手法を用い，機体近傍の
様子を図2（a），（b）に示す。
構造格子生成には従来から多用され，精度と効率に優れる

Multi－block 法を適用した（領域 $1: 161 \times 203 \times 35=1,143,905$ 点，領域2： $161 \times 31 \times 35=174,685$ 点，合計：約 132 万点）。遠方境界形状は，大きさ 20 （機体長単位）の円筒形状（H－O 格子トポロジ一）である．この際，各領域の格子生成法は以下の通りである。 まず，代数的な Transfinite 内挿法を用いて初期格子を生成した後に， Poisson 方程式を用いた楕円型格子生成法を適用して空間格子を生成した．ただし，格子品質の向上のため，各領域接続間の平滑化，直交化，集中化の部分的処理を施した。

一方，形状適合性に優れる非構造格子生成には，Delaunay 三角形分割法による一括生成法を適用した（総要素数：1，146，062 要素，総節点数：200，106 節点）。遠方境界形状は，大きさ $\pm 20$（機体長単位）の直方体である。

## 2． 2 流れ場解析法

基礎方程式には完全流体の圧縮性非粘性の3次元 Euler 方程式 を適用した。その空間の離散化には保存量を要素重心に配置した セル中心型有限体積法を用いた。要素境界上の非粘性流束の評価 には Hanel のFVS 法 ${ }^{8)}$ を用いた。その高次精度化には，構造格子 は minmod 関数型の制限関数を用いた 2 次精度 MUSCL型TVD 法 を適用した。一方，非構造格子の場合，構造格子で安定性と精度 に優れる Van Albada 微分可能な制限関数を非構造格子に拡張した嶋による MUSCL 型規格化非構造格子法 ${ }^{9}$ 洔を適用した。時間積分法には，構造格子は大林•藤井のLU－ADI 陰解法 ${ }^{(10)}$ を適用し，非構造格子は 4 段階 Runge－Kutta 陽解法 ${ }^{(1)}$ を適用した。また，収束加速法には陰的残差平均法と局所時間刻み幅法を併用した。ここ で，本研究で適用した CFD 解析コードの概要を表1に示す。

表1 CFD解析コードの概要

| 計算格子 |  | 備造格子 | 非秱造格子 |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 支配方程式系 |  | 完全気体の3次元Euler 方程式 |  |
| 空間的教化手法 |  | Cell－Centered FVM |  |
| 非 <br> 粘 <br> 性 <br> 流 <br> 束 | 評価去 | FVS 法（Hanel 法） |  |
|  | 高 次精度化 | 2 次樓度 MUSCL 型 TVD 法 | MUSCL 型規格化非䳰造格子法 |
|  | 流束制限艮数 | minmod 成数型 | Van Albada 関数好広張型 （搗の手法） |
| 時間積分法 |  | LU－ADI 隘票法 | 4段階Runge－Kutta 法 |
| 収束加速法 |  | 局所時間刻み幅去，陸的残养平均法の併用 |  |

本解析で用いられた初期条件，境界条件を以下に示す。初期条件は構造及び非構造格子ともに，一様流条件を適用した。

構造格子の境界条件は，上流•下流•上下側面部分の遠方境界 には Riemann Invariant 条件，機体表面境界には断熱滑り壁条件，後流境界面境界（主翼，垂直•水平尾翼後縁後方），機体軸の周方向境界（機体下方中心断面），領域接続境界（各領域間の接合面） には隣接格子点間で外挿する連続境界条件，機体軸前方の特異線境界には周方向平均化条件をそれぞれ適用した。

非構造格子の境界条件は，上流•下流•上下側面部分の遠方境界には Riemann Invariant 条件，機体表面•対称面境界には断熱滑 り壁条件をそれぞれ適用した。


図1 航空機性能評価システム「CASPER」のシステム構成

（a）構造格子（約 132 万点）

（b）非楧造格子（約 115 万要表，約 20 万筑点）

図2 旪算格子（敕体近傍）

## 3．計算結果及び検討

解析モデルを F－16A・フィン付•全機／半截形態として，CFD解析コードの検証を行った。本研究では，圧力分布（機体表面，主買断面），迎角特性（縦3分力），横滑り角特性（横3分力），マ ッハ数特性（縦3分力）の4項目について検証を行い，各々の計算条件を表2に示す。この際，主翼断面圧力分布（遷•超音速域） と維3分力の迎角特性（遷音速域）に関して，公知の風試結果5－ 7）と比較•検討し，精度検証を行った。

表2 検証項目と計箕条件の概要

| 計算格子 |  | 構造格子 | 非構造格子 |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 解析モデル |  | F－16A・フィン付•全機／半截悲 |  |
| 珃力分布 | 機体表面 | $\begin{array}{lll} \hline M_{\infty}=0.9, & \alpha=4^{\circ} & \text { (全機) } \\ M_{\infty}=1.2, \alpha=6^{\circ} & \text { (全機) } \end{array}$ |  |
|  |  | $\begin{array}{ll} M_{\infty}=0.9, \alpha=4^{\circ} & \text { (全機 } \\ M_{\infty}=1.2, \alpha=6^{\circ} & \text { (全機) } \end{array}$ |  |
| 迎解珄 | 椎3分力 | $\begin{aligned} & M_{\infty}=0.9, \\ & \alpha=0 \sim 12^{\circ} \end{aligned}$ (半截) | $\begin{aligned} & M_{\infty}=0.9, \\ & \alpha=0 \sim 30^{\circ} \\ & \text { (半擮) } \end{aligned}$ |
| 栱带り角特性 | 椣3分力 |  | $\begin{align*} & M_{\infty}=0.9, \alpha=4^{\circ} \\ & \beta=0,5^{\circ} \quad \text { (全機 } \end{align*}$ |
| マッハ数特珄 | 椎3分力 |  | $\begin{array}{ll} M_{\infty}=0.2 \sim 3.0 \\ \alpha=2^{\circ} & \text { (半截) } \end{array}$ |

## 3． 1 圧力分布

図3（a），（b）に一様流マッハ数 $\mathbf{M}_{\infty}=0.9$（㟟音速域），迎角 $\alpha=4.0^{\circ}$ 及び一様流マッハ数 $\mathrm{M}_{\infty}=1.2$（超音速域），迎角 $\alpha=$ $6.0^{\circ}$ の機体表面圧力分布を示す。この場合，構造及び非構造格子間に有為な差異か認められなかったので，非構造格子の計算結果 のみを示す。
図3（a）の遷音速域の場合，主翼及びキャノピー上面に衝撃波が発生し，機首，インテーク，キャノピー前面で気流が压縮さ れ，圧力が高くなることがわかる。図3（b）の超音速域の場合，高圧部分が遷音速の場合よりも大きくなり，ドーサル・フィンを含めた胴体から垂直尾翼にかけて，強い膨張波が発生することが わかる。
図4（a），（b）に一様流マッハ数 $\mathrm{M}_{\infty}=0.9$（遷音速域），迎角 $\alpha=4.0^{\circ}$ 及び一様流マッハ数 $\mathbf{M}_{\infty}=1.2$（超音速域），迎角 $\alpha=$ $6.0^{\circ}$ の主翼断面圧力分布（翼幅位置71\％）を構造及び非構造格子 による計算結果，風試結果5，6）と比較して示す。ただし，主翼断面位置は，翼端と胴体の影響に小さい翼幅位置 $71 \%$ とした。
図4（a）の逥音速域の場合，計算結果と風試結果を比較する と，衝軗波位置を風試結果 ${ }^{5}$ ）よりも後方に算出する点を除いて，両者は良好に一致している。これは境界層の無い非粘性の Euler計算結果としては妥当なものである。非構造格子は構造格子と比 べて，衝撃波位置を風試結果 ${ }^{5}$ よりも後方に算出し負圧域が大き くなるので，頭下げモ—メントが大きくなる。また，非構造格子 は前縁負圧ピークを構造格子よりも小さく算出して頭上げモ一メ ントが小さくなるので，後述の図6のCM－CL曲線における頭下 ぼモーメントは構造格子より大きくなる。
図4（b）の超音速域の場合，構造及び非構造格子の計算結果 はともに，後縁付近で衝撃波が発生し，主翼上下面では両者の有意な差異は見られず，風式結果 ${ }^{6)}$ と良好に一致している。

## 3． 2 縦 3 分力の迎角特性

図5～7に遷音速域の繀3分力の迎角特性を，構造及び非構造格子による計算結果を風試結果7）と比較して示し，CM -CL 曲線以外は両者の計算結果には有意な差異が見られなかった。ただし，迎角範囲は，構造格子の場合で $0.0 \sim 12.0^{\circ}$ の 4 点，非構造格子 の場合で $0.0 \sim 30.0^{\circ}$ の 8 点とした。

図5のCL－$\alpha$ 曲線では，$\alpha=4.0^{\circ}$ 付近まで揚力俰数CLは風試結果7）と良好に一致しているが，$\alpha=8.0^{\circ}$ 以上では風試結果7 よりも計算結果の方が大きくなる。これは本計算が境界層のない非粘性計算であるため，風試結果 ${ }^{71}$ に見られるような剥離に伴う揚力傾斜の折れが生じないことを示す。

図6のCL－CD曲線では，$\alpha=0.0^{\circ} \quad(\mathrm{CL} \fallingdotseq 0$ 付近）で抵抗が最小になり，迎角の増加に伴って抵抗が増加する。また，非粘性計算は境界層に起因する摩搸抵抗がないので，計算結果は風試結果7）より小さく算出される。この点で本解析は非粘性計算として妥当な計算結果であると言える。

図7のCM－CL曲線では，$\alpha=0.0^{\circ}$ で計算結果と風試結果7 に若干の差異がある。これは非粘性計算では衝撃波位置が風試結果 ${ }^{\text {¹ }}$ より後方に算出され，負圧域が主翼上面後方まで広がり頭下 げモーメントが大きくなるためである。この傾向は構造格子より も非構造格子の方が㠮著であり，前述の図4（a）の結果を裏付 けている。また，図5のCL－$\alpha$ 曲線より，揚力係数CLは迎角 $\alpha$ と比例関係にあり，単調増加関数である。従って，迎角 $\alpha$ が増加 するほど，頭下げモーメントが増加し，機体の迎角静安定が得ら れ，本解析は空力的に妥当なものである。

## 3． 3 横3分力の楧骨り角特性

表3に一様流マッハ数 $\mathrm{M}_{\infty}=0.9$（遷音速域），迎角 $\alpha=4.0^{\circ}$ ， $\beta=0.0,5.0^{\circ}$ の横 3 分力の横滑り角特性を示す。ただし，計算格子には非構造格子を用いた。まず，横滑り角 $\beta$ を $0.0^{\circ}$ から $5.0^{\circ}$ のように正方向に変化させた場合，横力係数 CY は負の値を示し，横微係数 $\mathrm{CY}_{\beta}$ は負となり，横滑り復元力が発生する。同様 に，横揺れモーメント係数 CR も負の値を示し，横微係数 $\mathrm{CR}_{b}$ が負となり，上半角効果により横静安定が得られている。一方，偏揺れモーメント係数 CN は正の値を示し，横微俰数 $\mathrm{CN}_{3}$ が正とな る。これは垂直尾翼が揚力を持つことにより，復元力が発生し，機体の方向静安定が得られることを示す。従って，計算結果は横静安定，方向静安定を有する機体の傾向と一致しており，本解析 は空力的に妥当な結果である。

表3 横3分力の横滑り角特性

| $\left(\mathrm{M}_{\infty}=0.9, \alpha=4.0^{\circ}, \beta=0.0,5.0^{\circ}\right)$ |  |  |  |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| $\beta\left(^{\circ}\right)$ | CY | CR | CN |
| 0.0 | -0.0001 | 0.0000 | 0.0000 |
| 5.0 | -0.1282 | -0.0120 | 0.0329 |

図8（a）～（c）に一様流マッハ数 $\mathbf{M}_{\infty}=0.9$（遷音速域），迎角 $\alpha=4.0^{\circ}$ での機体各構成要素ごとの横 3 分力を示す。

まず，図8（a）より，主要な横力発生の原因は胴体，垂直尾翼，フィン（左，右）であることがわかる。横女定性の観点から検討すると，図8（b）より，主翼左右の差分，垂直尾翼で負の横揺れモーメントが発生し，胴体でほぼ中立となる。ここで，主

翼左右の差分は後退角の上半角効果に起因しており，その他は揚力面の取付け位置によるものである。その結果，全機の横揺れモ ーメント俰数 CR が負となり，全機の横静安定が得られている。方向安定性の観点から検討すると，図8（c）より，方向安定の大部分が垂直尾翼より発生し，主翼でほぼ中立である。 さらに， その他の構成要素の方向安定はいずれも正であり，方向静安定性 を増加させる効果がある。

## 3． 4 縦3分力のマッハ数特性

図9（a）～（c）に迎角 $\alpha=2.0^{\circ}$ ，一様流マッハ数 $\mathbf{M}_{\infty}$ の範囲が $0.2 \sim 3.0$ の䌈 3 分力のマッハ数特性を示す。

まず，図9（a）は揚力係数CLのマッハ数特性を示し，揚力

（a）$M_{\infty}=0.9$（暹音速域），$\alpha=4.0^{\circ}$

（b）$M_{\infty}=1.2$（超商速域），$\alpha=6.0^{\circ}$

傾斜はマッハ数の増加と共に遷音速域で最大となり，超音速域で急激に減少していることがわかる。図9（b）は抵抗係数CD の マッハ数特性を示し，遷音速域から超音速域にかけて抵抗が急激 に増加していることがわかる。これは，衝撃波の発生に伴う造波抵抗の増加に起因している。通常，抵抗値は一様流マッハ数 $\mathrm{M}_{\infty}=$ 1.0 付近でピークを示し， $\mathbf{M}_{\infty}=1.5$ 辺りではかなり下がる傾向を示すが，本解析では $\mathbf{M}_{\infty}=1.5$ でピークを示している。これは，本解析がインテークをフェアリングで覆っているため，超音速域で の造波抵抗を過大に評価したことに起因している。図9（c）は縦揺れモーメント係数CM のマッハ数特性を示し，遷音速域から超音速域での維揺れモーメント傾斜から，空力中心の移動による頭下げモーメントの増加が捉えられている。

（a）$M_{\infty}=0.9$（遈高速域），$\alpha=4.0^{\circ}$

（b）$M_{\infty}=1.2$（超育速域），$\alpha=6.0^{\circ}$

主買断面位置


C．L．


図5 揭力特性（ $M_{\infty}=0.9$ ：逗音速域）


図6 抵抗特性（ $M_{\infty}=0.9$ ：睤音速域）


図7 モーメント特性（ $M_{\infty}=0.9$ ：還啇速域）

（a）栱力係数 CY

（b）横揺れモーメント係数 CR

（c）偏摇れモーメント俰数 CN

図8 撕体各捙成要素ごとの横3分力
（ $M_{\infty}=0.9, \alpha=4.0^{\circ}, \beta=0.0,5.0^{\circ}$ ）


図9 マッハ数特性（ $M_{\infty}=0.2 \sim 3.0, \alpha=2.0^{\circ}$ ）

## 4．結

航空機性能評価システム「CASPER」を用いて，F－16A戦間機の非粘性計算を実行した結果，以下の 3 つの結論を得た。
（1） $0.2 \leqq \mathrm{M}_{\infty} \leqq 3.0,0^{\circ} \leqq \alpha \leqq 30^{\circ}$（高精度は $12^{\circ}$ まで）のよ うな広範囲で，構造及び非構造格子を用いて安定に計算可能であり， CFD解析コードのロバスト性が確認された。
（2）圧力分布（主翼断面，機体表面），迎角特性（縦 3 分力）， マッハ数特性（縦3分力），横滑り角特性（横3分力）に関して，非粘性計算が有効な範囲内で空力的に妥当な計算結果が得られ，CFD解析コードの信頼性が保証された。
（3）定常解を得るまでの計算時間は，構造及び非構造格子と もにSX－4／2Cの1CPU を用いて約3時間程度であり，CFD 解析コ ードが実用的な空力設計に十分対応可能である。

## 参考文献

1）沖，酒田，海田，恵上，＂非構造格子を用いた小型戦間機周り流れのCFD 解析＂，第 36 回我行機シンポジウム講演論文集， pp．393－396， 1998.
2）沖，酒田，海田，恵上，谷，＂構造／非構造格子を用いた戦闘機周り遷音速流れの数値シミュレーション＂，第 12 回数値流体力学シンポジウム講演論文集，pp．83－84， 1998.
3）酒田，内山，沖，海田，恵上，＂解適合非構造格子を用いた搭載物付形態の数值解析＂，第 12 回数値流体力学シンポジウム講演論文集，pp．303－304， 1998.
4）沖，酒田，谷，高橋，海田，＂領域分割法を用いたカナード機形態まわりの遷音速流れ解析＂，第30回日本航空宇宙学会 30 周年記念講寅会講演集，pp．107－110， 1999.
5）Erickson，LL．，Madson，M．D．，and Woo，A．C．，＂Application of the Tranair Full－Potential Code to Complete Configurations＂， ICAS－86－1．3．5，pp．313－323， 1986.
6）Huband，G．W．，Rizzetta，D．P，and Shang，J．J．S．，＂Numerical Simulation of Navier－Stokes Equations for an F－16A Configuration＂，Joumal of Aircraft，Vol．26，No．7，pp．634－640， 1989.

7）Webb，T．S．，Kent，D．R．，and Webb，J．B．，＂Correlation of F－16 Aerodynamics and Performance Predictions with Early Flight Test Results＂，AGARD CP－242，pp．19－9－19－14， 1977.
8）Hanel，D．and Schwane，R，＂An Implicit Flux－Vector Spliting Scheme for the Computation of Viscous Hypersonic Flow＂，AIAA Paper 89－0274， 1989.
9）嶋，＂三次元非構造格子NS ソルバー空間離散化について＂，第 7 回数値流体力学シンポジウム講演論文集，pp．71－74， 1993.
10）Fujii，K．and Obayashi，S，＂Practical Application of Improved LU－ ADI Scheme for the Three－Dimensional Navier－Stokes Computations of Transonic Viscous Flows＂，AIAA Paper 86－0513， 1986.

11）Jameson，A．，Schmit，W．，and Turkel，E．，＂Numerical simulations of the Euler equations by finite volume methods with Runge－Kutta time splitting schemes＂，AIAA Paper 81－1259， 1981.

# CFDIによる鈍頭物体の動安定係数の計算 

関口真須美＊1，関野展弘＊2，嶋田徹＊2

# Computations of Pitch－Damping Moment Coefficient of Blunt Body 

by

Masumi Sekiguchi＊${ }^{*}$ ，Nobuhiro Sekino＊2，Toru Shimada＊2

## ABSTRACT

In this paper，pitch－damping moment coefficient of blunt body is calculated using computational fluid dynamics．Computations are performed to produce a steady system using steady coning motion in the coning coordinate frame and to yield yaw moment in that frame． Pitch－damping moment coefficient is calculated by substituting the yaw moment coefficient in the coning ccordinate frame to Murphy＇s moment expansion．The comparisons of computational results with wind tunnel results show good agreement in $M \geqq 1$ ．

## 1．はじめに

大気圏再突入カプセルなどの軌道計算では，物体の静的特性に加えて動的特性が重要となる。しかし一般 に，物体の角運動に起因する動的特性は系が時間に依存するためCFD解析による評価は困難であり，そのほと んどが風洞試験などの実験により取得されている。特 に，物体全体のモーメントに対する背面の流れ場の寄与が大きい鈍頭物体については，非定常的となりやす い背面を計算領域に含まなければならず，CFDによる動的特性の評価はより困難となる。

ここでは，コーニング運動と適当な座標系を適用し て構成される定常的な系においてCFD解析を行うこと により，再突入カプセル形状の動的特性を取得するこ とを目的とする。

## 2．動安定係数の算出方法

「定常的な系による動安定係数の取得」を目的とし た座標系と運動の組み合わせについては，コーニング運動を用いた方法 ${ }^{1}$ のほかに現在までいくつか報告さ れており，一般に動安定係数と呼ばれている $C_{m_{q}}+C_{m_{\alpha}}$

の他に，実験では困難である動安定係数 $C_{m_{q}}, ~ C_{m_{\alpha}}$ を個々に取得する方法も報告されている。ここではコー ニング運動による方法により，動安定係数を $C_{m_{q}}+C_{m_{\alpha}}$ という形で算出する。

コーニング運動は，図1 のように物体重心を中心と して機軸が自由流ベクトルまわりに角度 $\alpha_{t}(=c o n s t)$ ，角速度 $\dot{\phi}(=$ const $)$ で回転する回転運動である。この物体運動に対して，原点を物体の重心とし，x軸を機軸 （nose方向が正）に，Z軸を常にcrossflowと平行で向 きが流れと逆向きになるようにとる直交右手系の回転座標系をとると，この回転座標系上では，流れの境界条件などが定常的となり，解析データを整理する時点 において効率のよい作業を行うことができる。

しかし回転座標系を適用するため，解析の支配方程式となるN－S方程式には，遠心力とコリオリカによるソ ース項が含まれる。コーニング運動を適用する場合の支配方程式は式（1）のようになる。

$$
\frac{\partial Q}{\partial t}+\frac{\partial E}{\partial x_{c}}+\frac{\partial F}{\partial y_{c}}+\frac{\partial G}{\partial z_{c}}-\frac{\partial E_{V}}{\partial x_{c}}-\frac{\partial F_{V}}{\partial y_{c}}-\frac{\partial G_{V}}{\partial z_{c}}=S
$$

[^38]\[

$$
\begin{align*}
& S=\rho\left[\begin{array}{c}
0 \\
\delta \dot{\phi}^{2}\left(\delta x_{c}-\gamma z_{c}\right)+2 \delta \dot{\phi} v_{c} \\
y_{c} \dot{\phi}^{2}+2 \dot{\phi}\left(\gamma w_{c}-\delta u_{c}\right) \\
-\gamma \dot{\phi}^{2}\left(\delta x_{c}-\gamma z_{c}\right)-2 \gamma \dot{\phi} v_{c} \\
u_{c}\left(x_{c} \delta^{2} \dot{\phi}^{2}-\delta \gamma z_{c} \dot{\phi}^{2}\right)+v_{c} y_{c} \dot{\phi}^{2} \\
+w_{c}\left(z_{c} \gamma^{2} \dot{\phi}^{2}-\delta \gamma x_{c} \dot{\phi}^{2}\right)
\end{array}\right] \\
& \gamma=\cos \alpha_{t} \quad, \quad \delta=\sin \alpha_{t} \quad \cdots(1) \tag{1}
\end{align*}
$$
\]

式（1）左辺については，デカルト座標系で定義される保存量と同様の定義となっている。
定常的な系から動安定係数を求める際の主な手順は図2に示した通りで，コーニング運動を適用した場合， CFD解析の段階では回転座標系上でのヨーモーメント を求める。次に，求められたヨーモーメント係数を運動方程式から導かれたMurphyのモーメント式 ${ }^{3}$ に代入 し，動安定係数が計算される。ここで注意すべきこと は，CFD解析で求めるのはモーメント（係数）であり，動安定係数ではないという点である。したがって，風洞試験において物体にコーニング運動を課し，回転座標系でのヨーモーメントを求めることによっても，動安定係数を求めることができる。コーニング運動に対 するモーメント式は式（2）の様になる。CFD解析でどの モーメントを求めるかは，モーメント式での動安定係数と各モーメント係数の関係から決まる。

$$
\begin{equation*}
C_{n_{c}}=\delta(\dot{\phi} l / V)\left(\gamma C_{n_{p \alpha} \alpha}+\left[C_{m_{q}}+\gamma C_{m_{\alpha}}\right]\right. \tag{2}
\end{equation*}
$$

ここで， $\mathrm{Cn}_{\mathrm{c}}=$＝コーニング座標系におけるヨーモーメン ト係数，$l=$ 代表長さ，$V=$ 一様流速度，$C_{n_{p \alpha}}=$ マグヌ スモーメント係数である。上式は右辺第1項にマグヌ ス項が入るため，実験または計算より別途評価しなけ ればならないが，物体の周速と一様流速度が大きく違 うときには無視できる。また動安定微係数中の $\gamma$ は，運動が小振幅である（ $\alpha_{t}$ が微小）との仮定より $\gamma=\cos \left(\alpha_{t}\right) \approx 1$ としている。

現在まで報告されているコーニング運動を用いた解析は，すべて細長い物体形状にのみ適用されている。 したがつて，非定常的となりやすい物体背面部におけ るモーメントは全体のモーメントに比して小さいため， これまでの解析では計算領域に背面は含まれていない。 しかし，再突入カブセルのようなL／Dの小さい物体につ いては，物体に働く外力に対する背面部の流れ場の寄与は大きく，背面部を計算領域からはぎすことはでき

ない。そのため，L／Dの小さい物体についてこれらの方法を適用するためには，背面部に作用する非定常的な モーメントの評価が問題となる。（図3）

一般に物体の空力係数は，マッハ数と物体の姿勢角
（ $\alpha, \beta$ ），場合によっては角速度（ $\mathrm{p}, \mathrm{q}, \mathrm{r}$ ）の関数 として扱われ，時間の関数とはならない。したがって風洞試験により空力係数を求める場合などでは，マッ八数や姿勢角が一定であるにもかかわらず，非定常的 な流れにより測定されたカ・モーメントが振動する場合，フィルタリング処理を施して或るマッハ数•姿勢角 に対する一定の空力係数の値を算出している。したが つて，CFD解析により空力係数を取得する場合において も，非定常的な流れ場によりカやモーメントが振動す る場合には，フィルタリング処理を施すことが必要に なると考える。特に今回は定常的な系における解析で あるため，流れ場が定常的であれば求めるモーメント も一定値に収束することから，CFDにより求められた非定常的なヨーモーメントに対し，フィルタリング処理 として時間平均を施すことを考えた。

## 3．解析モデル・解析格子

解析モデルは，NASAの文献 ${ }^{2}$ から得られる風洞試験結果と比較するため，図4に示すようなL／Dがほぼ 1 であ る再突入カプセル形状とする。解析は，2種類の解像度の格子（図5）を用いて計算を行った。格子点数は，細グリッドで $89 \times 69 \times 61$ ，粗グリッドで $61 \times 51 \times 25$ ，最小格子幅はどちらも $3.22 \times 10^{-5}(\mathrm{~m})$ とした。

## 4．解析方法－解析条件

解析は，式（1）の圧縮性Navier－Stokes方程式を用い た 3 次元粘性流解析とする。方程式の離散化には有限体積法を用い，AUSM－DV－EF法による流束計算と時間微分項を残した形のLU－SGS法による時間積分を用いてい る。
計算条件は，コーニングレート $\dot{\phi}=20 \mathrm{~Hz}$ ，全迎角 $\alpha_{t}=5^{\circ}$ ，ロール角速度 ${ }_{1}=0$ ，マッハ数 $0.65 \sim 1.3$ の 7点とした。計算を行ったマッハ数領域における物体直径を代表長としたRe数は，2～7×10 ${ }^{6}$ である。

## 5．解析結果

図 6 に，マッハ数VS動安定係数 $C_{m_{q}}+C_{m_{\alpha}}$ の結果を NASA風洞試験結果とともに示す。結果のほとんどは粗 グリッドによるもので，強い数値粘性のためか，カブ セル背面の流れ場は非定常的とはならなかった。風洞試験結果の誤差についてのデータがないため厳密には わからないが，マッハ 1 以上においてはCFDによる結果 は風洞試験結果の半分程度の値を示しており，おおむ ね一致している。また，図6には修正ニュートン法に より求めた極超音速領域の結果も示しているが，この結果とCFD結果は良い一致を示している。亜音速側の風試結果とCFD結果とのずれについては，風洞試験におけ るスティングの影響を考慮した解析も行ってみたが，琴在のところ原因はまだよく分かっていない。ただし，別の解析から得た結果より，特に亜音速領域では， crossflow方向の格子解像度に結果が大きく影響され ることが分かったので，それについて調査したいと考 えている。
細グリッドについては，まだマッハ1．3のものしか計算していないが，カプセル背後の流れ場の非定常性 が解像されており，ヨーモーメントが振動する結果と なった。この時に，フィルタリング処理を施して動安定係数を求めると -0.17 となり，NASA風洞試験結果（－ 0.25 ）と粗グリッドによる結果（ -0.12 ）の間（図 6 の二重菱形）となり，風試結果とほぼ一致していることが わかる。図7に細グリッドと粗グリッドにおけるヨー モーメント履歴を示す。この図より，粗グリッドによ るヨーモーメントの計算開始からの変化と細グリッド のヨーモーメントの変化が異なっているのが良く分か る。今回の解析では，時間積分にLU－SGS法を用いてい るため時間精度を保っているわけではないが，あくま で時間平均値に関心があるので，時間精度は大きな問題とはならない。この時のカブセル背面部における流 れ場の様子（背圧分布）を図 8 に示す。図 8 より細グ リッドではカプセル背面の圧力が時々刻々変化し，全体的に複雑な流れ場となっていることがわかる。これ は，背面に発生する非定常的な渦によるものであり，高圧部の位置とヨーモーメントの振動の様子を比較し てみると，渦の発生位置とヨーモーメントの振動が直接結びついていることが解る，反対に粗グリッドでは，背面の流れ場は固定され，ヨーモーメントが一定とな っている

今回モーメントが振動する場合は，1ケースのみで あるがフィルタリング処理した結果と風洞試験結果は良い一致を示した。今後は，さらに解析ケースを増や してフィルタリング処理を施した場合の結果の検証を行いたいと考える。

また粗グリッドの結果については，CFD解析としては正しく収束した結果とはなっていないが，マッハ1以上に関しては，動安定係数が風洞試験結果とよく一致 しているため，ある程度格子の解像度が悪くても大体 の値を求めることができることがうかった。ただし， この件についても更に検討が必要であると考える。

## 6．まとめと今後の課題

CFDによる鈍頭物体の動安定係数の計算を行った結果，次のようなことがわかった。
－鈍頭物体の動安定係数をCFDにより算出すること ができた。
－非定常的な流れ場によりモーメントが振動する場合においても，動安定係数を算出できること がわかった。
また，現在の課題•問題点としては，
1．フィルタリング処理した場合の誤差の評価方法
2．亜音速域でのCFDと風試結果のズレの原因解明
3．計算格子点数による解の違いについて
4．解析時に課す物体運動の線形性成立範囲の推定 などが挙げられる。
今後は，さらに解析ケースを増やしてフィルタリン グ処理を施した場合の結果の検証を行う予定である。

## 参考文献

〔1〕Paul Weinacht and Walter B．Sturek． ＂Navier－Stokes Predictions of Pith Damping for Axisymmetric Projectiles＂，Journal of Spacecraft and Rockets，Vol．34，No．6，1997，pp．753－761．
［2］William R．Wehrend，Jr．，＂Wind－Tunnel Investigation of The Static and Dynamic Stability Characteristics of $A 10^{\circ}$ Semivertex Angle Blunted Cone＂．NASA Technical Note D－1202，January $196{ }^{\circ}$ ．
（3）Murphy，C．H．，＂Free Flight Motion of Symetric Missiles＂，U．S．Army Ballistic Research Lato．Rept． 1216，Aberdeen Proving Ground，MD，July 1963


図1 コーニング運動と座標系


図 2 動安定係数算出手順


図 3 物体のL／Dとモーメントの振動


図4 解析モデル（L／D＝0．82）


図5 解析グリッド（超音速用，左：粗グリッド，右：細グリッド）


図 6 マッハ数vs動安定係数


図7ヨーモーメント履歴（マッハ1．3）


3


図 8 カブセル背面圧カ分布

# 衝撃波による乱流剪断流混合促進（二次元と三次元） <br> 小幡茂男 

# Shock Enhanced Mixing in Turbulent Shear Flow （Comparison of 2－D and 3－D） 

by<br>Shigeo Obata


#### Abstract

In the former report the effect of Baroclinic Torque，which is produced by a combination of pressure discontinuity by normal shock wave passing and density gradient through a 2－D turbulent shear flow，is confirmed to induce vortical structure beside a jet center line and to achieve a fine character of mixing enhancement for only helium jet case．In this paper a 3－D configuration is adopted as next step．Both a governing equation system，which is constructed by N － S equation and chemical species diffusion equations with two－equation（ $q-\omega$ ）type turbulent model，and a differential calculation technique，which gathers upwind TVD formulation and LU－ADI approximate factorization，are employed for a comparison of mixing enhancement performances among three chemical kinds of jet（air，carbon dioxide，helium）．Since the 3－D jet inlet turbulent properties，which are same values as the 2－D simulation，increase mixing rate within the conical shear layer having larger interaction section between jet and ambient air than that of the planer case，the shear layer takes barrel shape and the gradient of density becomes blunt for all jet cases．Then，the Baroclinic Torque is weakened，the distinctive vortical structure is not appeared after normal shock wave passing and only poor mixing enhancement is obtained．An improvement of turbulent properties at inlet of jet is strongly required．


1）はじめに
スクラムジェットエンジン用の超音速燃焼を実現するために必要不可欠となるのは，噴射燃料と空気との速やかで効率の良 い混合の達成であり，それにより確実な着火上安定した保炎を確保することが可能となる。燃料の噴射に関する様々なパラ メータを操作することにより，これを実現しようよする多くの研究 が行われてきた結果，噴射圧力•温度や噴射孔形状を調整す るだけでなく，噴射を受ける主流空気の状態などとも組み合わ せた全体の最適化を図ることにより，理想的な混合場を形成し て燃焼へとつなげることの出来るシステム像に現実味を与える ことが出来つつある。また，衝撃波や渦，剪断層，境界層といっ た空気力学的要素同士の干涉に基づく混合促進機構の解明 に対する取り組みも盛んである ${ }^{1,2.3}$ 。本研究では前報に引き続 き，衝撃波の圧力勾配と剪断層の密度勾配を組み合わせて発生するBaroclinic Torqueを利用した混合促進効果を数値計算 を用いて解析することを目的とした。前報では二次元的な流れ形状における混合促進に，密度勾配の向きが大きく影響するこ上を示した ${ }^{4}$ が，今回は実際の適用形態に近づけて三次元での数値解析を試みた結果を報告する。
対象としたのは図1のような，共に亜音速の空気主流と模擬燃料噴射気体流で，互いに同方向へ平行に噴射され亜音速乱流剪断流を形成するっ模擬燃料の密度は三種類に変化させ （空気，炭酸ガス，ヘリウム），密度勾配の向きと強さを考慮した。

[^39]

図 1：剪断流と通過衝撃波
この亜音速乱流剪断層へ上流側から垂直衝撃波を導入し，衝
撃波の圧力勾配と剪断層の密度勾配との干渉によるBaroclinic Torqueの影響を比較検討した結果，二次元の場合には，空気主流に対する密度の最も小さなへリウム剪断流に顕著な流れ構造の変化（大規模渦形成）と良好な混合促進効果が認めら れた。このような密度勾配と圧力勾配との干渉に関しては，これ までにも多くの実験的•解析的研究が行われている。異種気体 を仕切る境界として薄膜を用いて図2のような二次元円筒を形成し，内部に周囲気体とは密度の異なるガスを封入し，そこへ垂直衝撃波を衝突させる先駆的な実験結果からHaas ${ }^{5}$ 「は，内部の気体密度が小さな場合に円筒前半部の正傾境界が渦を形成し，逆に密度が大きな場合は後半の負傾境界が前者とは逆向きの渦を形成して，衝撃波が二次元円筒を通過していくこ とを報告したが，Picone ${ }^{6}$ らやYoung らの数値計算も同様の結果 を示し，密度勾配の向きがBaroclinic Torqueの効果を逆転させ てしまうことを明らかにしている。本研究では異種気体間の境界


図 2 ：二次元円筒と衝撃波の干渉
として有限厚みと漸近的な密度勾配，および正傾のみを持つ乱流状態の剪断層を採用したために，前三者の結果さの直接 の比較は困難であるが，密度勾配の向きに応じた渦構造の変化と正傾部分で発生する渦の向き，という2点で一致を見ており， さらに，本研究が参照としているHermansonら ${ }^{8}$ の三次元剪断流 の実験結果とは，定性的に一致したBaroclinic Torqueの効果 を確認しており，数値計算の妥当性の裏付けを得ている。
今回は，さらに次数を上げて，三次元の円錐型乱流剪断流を模擬することで，Hermansonらの実験との整合性を高めることを目指した。HaasらおよびPiconeらによれば，円筒境界だけでな く球形境界を用いても上記の渦形成の傾向は普遍，とされてい るが，二次元と三次元の剪断流へのBaroclinic Torqueの影響 の顕われ方を比較することを目的とした。

## 2）計算条件

支配方程式は，下に載せたような $\mathrm{N}-\mathrm{S}$ 方程式系と化学種毎 の拡散式，乱流特性量のための二方程式により構成される。乱流モデルには数値的な安定性に優れたq－$\omega$ 形式のモデル ${ }^{9}$ を採用し，乱流粘性係数から乱流拡散•乱流伝熱を評価した。こ こで。は応カテンソル，Kはエネルギー流束ベクトル，$f_{\mathrm{k}}$ は考慮し た化学種 濃度，Dは拡散係数，qと $\boldsymbol{\omega}$ はそれぞれ渦スケール のエネルギーと周波数を表す乱流パラメータである。上記の方程式はUpwind TVD ${ }^{10.11}$ による流束評価とLU－ADI ${ }^{12}$ 陰解法との組み合わせにより，空間3次精度（右辺は 2 次中心差分），時間
$\dot{\rho}+\nabla \cdot \rho \boldsymbol{U}=0$
$\rho \dot{\boldsymbol{U}}+\boldsymbol{U} \nabla \cdot \rho \boldsymbol{U}=\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$
$\rho \dot{e}+\nabla \cdot \rho(e+p) \boldsymbol{U}=\nabla \cdot(\boldsymbol{U} \cdot \boldsymbol{\sigma})-\nabla \cdot \boldsymbol{K}$
$\dot{f}_{k}+\nabla \cdot f_{k} \boldsymbol{U}=-\nabla \cdot J\left\{\begin{array}{l}J=-\left(D_{l m n r}+D_{t u r b}\right)_{k} \nabla \cdot f_{k} \\ D=\frac{v_{k}}{P_{r} L_{e}}\end{array}\right.$
$\left.\begin{array}{l}\rho \dot{q}+\nabla \cdot q \boldsymbol{U}=\nabla \cdot G_{q}+H_{q} \\ \rho \dot{\omega}+\nabla \cdot \omega \boldsymbol{U}=\nabla \cdot G_{\omega}+H_{\omega}\end{array}\right\} \rightarrow \mu_{t u r b} \propto \frac{\rho q^{2}}{\omega}$

1 次精度の差分法にて解かれる。
計算領域はHermansonらの実験に合わせて円筒形状（実験 では流れ方向に正方形断面を持つが，同一断面積で円形に変更）上した。図3は軸対称の矩形計算面（下辺が軸）上に分布 させたグリッドを示しており，流れ（ x ）方向に $100[\mathrm{~cm}]$ ，垂直（ y ）方向に $25[\mathrm{~cm}]$ の大きさで，それぞれの方向に 115 点と 28 点（直径1．1［mm］の噴管内部に5点を割り当て）を，噴管出口（図3下辺部の小縦棒）周辺に集中させて配置した。さらに，空気主流 は流速の大きな噴流によって急激に加速されることと，噴管内部の乱流バラメータニつが管出口に達する前に互いに整合を取れるように，噴管出口より上流部に助走領域を用意し，計算領域を $35[\mathrm{~cm}]$ ， 15 点分延長してある。境界条件は，上辺と噴管表面に滑り壁条件，下辺に軸対称条件，左辺の流入境界には リーマン不変量，右辺の出口には流入部と同じ背圧を与えた。垂直衝撃波を発生させる場合，流入境界をランキンーユゴニオ関係の衝撃波背後状態で固定して模擬した。


図 3：計算用グリッド
流入境界における模擬燃料噴流と空気主流，二つの流入圧力は共に1［atm］，流入温度は噴流が $350[\mathrm{~K}]$ ，主流が $300[\mathrm{~K}]$ とし た。空気，炭酸がス，ヘリウム，三種類の気体を噴射させるが，流入速度はそれぞれ206［m／s］，193［m／s］，531［m／s］で，いずれ も亜音速であり，噴管直径を基準としたレイノルズ数は，各々， 10700，20100，1400となる。前報の二次元解析では，模擬燃料噴流と空気主流との間で，流量比と運動量比の双方を同時に Hermansonらの実験条件と一致させることが出来なかったため，運動量比のみを一致させる目的で，噴流速度はそのままで主流流速を $6.5[\mathrm{~m} / \mathrm{s}], ~ 6.5[\mathrm{~m} / \mathrm{s}], ~ 11[\mathrm{~m} / \mathrm{s}]$ と与え，計算領域を縦方向に二倍に取ったが，今回の三次元計算では，主流流速も実験条件と同一の $1.0[\mathrm{~m} / \mathrm{s}], ~ 1.0[\mathrm{~m} / \mathrm{s}], ~ 2.0[\mathrm{~m} / \mathrm{s}]$ に固定し，実験と同寸の計算領域に流入させた。噴管内の流れをレイノルズ数 から評価すると，ヘリウムを除いて乱流状態と予想されるが， Hermansonらの実験結果によれば，噴管を出た直後の噴射が スの乱流遷移は極めて早く，また剪断流は完全に乱流支配で あることから，噴管内部を流れる模擬燃料の入口条件として，流入速度の2割程度の大きな乱流エネルギーを与えた。通過衝撃波の強度にはMa＝1．2およよび1．4の二通りを使用し，Baroclinic Torqueが三次元乱流混合層に及ぼす影響を比較した。

3）亜音速剪断流
図4上図5に一次元上三次元それぞれの場合の三種類の噴射化学種（上から順に空気，炭酸がス，ヘリウム）による剪断流の噴射物質濃度等高線図を示す。いずれも等高線の間隔を $5 \%$毎に描いてある。

噴射物質の拡がりを比較すると，－次元•三次元の双方上も ハリウムが最広範に計算領域内に分布し，次いで空気，炭酸力゙ ス上なっており，Hermansonらひ実験結果と定性的に一致してい る，Lかしながら剪断層の形状は，二次元ではほぼ一定の拡が り角度を持つているのに対して，三次元の場合は噴管出口付近におふける拡散が急激で，特に空気上湠酸ガス噴射の場合に顕著であるが全体的に樽状の剪断層上なった。今回，三次元噴流にも一次元の場合上全く同じ流入乱流強度を与えたが，二次元い平面的な混合形態上比べて三次元の円錐型の剪断流 は単位質量流量あたりの空気主流上の接触面積が大きく乱流特性量の成長が速やかであるため，混合が著しく加速されたと考えられる。

## 4）冓直衝撃波通過

図6，7，8に波面の進行マッハ数が1．4の垂直衝撃波の通過 による，3化学種噴流それぞれの剪断層の変化の様子を示す。 いずれも，左に間隔0．1［atm］の圧力等高線図，右に5\％間隔の濃度等高線図を，上から下へ時間進行方向に並べてある。

図6上図7O）空気上炭酸ガス噴流の場合，計算領域内に濃度 の高い部分はほとんど存在せず，ほぼ全空間にわたり $15 \%$ 以下い濃度にまで噴射気体は希釈されている。また，剪断層の内部に目立った流れ構造は認められず，衝撃波め通過にとも なって，ただ流れ方向に圧縮されながら急速に下流へと押し流 されるめみである，それに対してヘリウム噴流の結果（図8）では，中心軸周りに比較的濃度の高い部分が残されている。この高濃度塊は，衝撃波い通過により噴管出口からら寸断され下流へ運ばれながン上流面ひ傾きを徐々に急勾配とするひに合わせ て，軸次高直方向にも伸長していく点を特徴的上するっしかし ながら，同じ通過衝撃波強度め二次元へリウム噴射の結果（図 9）上比較する上，こひへリウム塊ひ立ち上がりは非常に弱い。二次元い場合には，この噴流中心からら高濃度へリウム塊の湧き上がりは垂直方向に加えてさらに上流方向にも伸びており，下流へ押し流されていく剪断層に働いたBaroclinic Torqueは大規模な渦構造ひ形成を引き起こすほどの効果を発揮できるの に，今回い結果は対照的である。より弱い垂直衝撃波（マッハ数1．2）を導入した三次元剪断流ひ場合には，この湧き上がり はさらに小規模となった

う）混合促准効果
表1：混合促進効果

| Rc |  | Planar（2－D） | Conical（3－D） |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| Air | $\mathrm{Ma}=1.2$ | 0.8870 | 1.0049 |
|  | $\mathrm{Ma}=1.4$ | 0.8860 | 1.0045 |
| $\mathrm{CO}_{2}$ | $\mathrm{Ma}=1.2$ | 0.8776 | 1.0024 |
|  | $\mathrm{Ma}=1.4$ | 0.8796 | 1.0067 |
| He | $\mathrm{Ma}=1.2$ | 0.8286 | 0.8735 |
|  | $\mathrm{Ma}=1.4$ | 0.7737 | 0.8669 |

図10は，混合促進の度合を評価するために本研究が使用し ている混合比Rcの算出方法の概念図である。噴管出口から衝撃波の到達位置まで（図6～9の最下図の時点）で区切られる剪断層内部の噴射物質濃度が $1 \%$ 以上の領域を対象に，濃度 と体積（面積）重みによる空間平均濃度くを定義し，衝撃波め通過前上通過後（通過前に対象とした剪断畨め領域が通過後 は衝撃波背後の速度分だけ噴管出口から流れ方向に圧縮さ れる上する）のそれぞれで算出した空間平均濃度 $O$ 比をRc上し た。混合が進むにつれRcは1より小値となるので，この値をもつ て各条件における剪断層の混合促進を評価したのが表1であ る。前報で報告した通り二次元の場合は，空気と炭酸ガスに関 して衝撃波マッハ数が1．2以上であれば衝撃波強度によらずは ぼ一定め混合促進しか獲得できず，ヘリウム噴射には衝撃波強度を上げれば上げるほど良好な混合促進を期待できることを， この表ひRc値は示している。しかしながら，今回の三次元計算 の混合促進は非常に弱かった。空気と炭酸ガス，双方い混合 は衝撃波強度に依存することも無く，ほぼ凍結しており，へリウ ムに関してさえ僅かな混合促進効果を発揮するに止まった。し かしながら，密度の小さな噴射気体を用いた剪断流に対して衝撃波ひ通過が少なからぬ混合促進効果を発揮することだけは， この結果かっらも確認できた。

## 6）ま上め

二次元計算に引き続き，乱流剪断流を通過する衝撃波による混合促准を三次元解析により評価することを目指して数値計算 を行ったが，剪断流を形成する乱流バラメーターの流入境界値 に二次元の場合と同等の強度を与えた結果，剪断層形状の鈍化と噴射物質分布の噴孔近傍への偏在を招き，これにより衝撃波通過時に発生するBaroclinic Torqueが弱められ，混合促淮 が低目に見積もられてしまった。今後の課題として，三次元用 の流入乱流強度を再評価した上で，もう一度，剪断流計算と衝撃波通過計算を実施することを目指す。

## 参考文献

1．R．C．Rogers et．al．，I．Prop．Power，Vol 9，No 1，ppl27－， 1993
2．B．M．Cetegen et．al．，Comb．Flame，Vol 100，pp2．32－， 1944
3．F．E．Marble，25th Symp．（International）Comb．，ppl－， 1994
4．S．Obata，NAL SP－41，pp77－， 1999
5．J．－F．Haas et al．，J．Fluid Mech．，Vol 181，pp41－，1987
6．J．M．Picone et．al．，J．Fluid Mech．，Vol 189，pp23－， 1988
7．J．Young et．al．，AIAA J．，Vol 31，No 5，pp854－， 1993
8．J．C．Hermanson，27th Symp．（International）Comb．， 1998
9．T．J．Coakley，AIAA 83－1693， 1983
10．S．R．Chakravarthy et．al．，AIAA 85－0．363， 1985
11．W．K．Anderson et．al．，AIAA 85－0122， 1985
12．S．Obayashi et．al．，AIAA 86－0338， 1983


図5：三次元乱流剪断層噴射物質濃度等高線図

図4：二次元乱流剪断層噴射物質濃度等高線図


図6：衝撃波通過空気噴射三次元乱流剪断層（左：圧力等高線図，右：噴射物質濃度等高線図）


図7：衝撃波通過炭酸ガス噴射三次元乱流剪断層（左：圧力等高線図，右：噴射物質濃度等高線図）


図8：衝撃波通過ヘリウム噴射三次元乱流剪断層（左：圧力等高線図，右：噴射物質濃度等高線図）


闵9：衝撃波通過ヘリウム噴射一一次元乱流剪断層（左：圧力等高線図，右：噴射物質濃度等高線図）

$\bar{C}=\frac{\int_{\text {jet }=1 \%}^{j e t} C d A}{\int_{\text {jet }=1 \%}^{j e t=100 \%} d A} \quad \Rightarrow \quad R_{c}=\frac{\overline{C_{\text {shock }}}}{\overline{C_{\text {shear }}}}$
図10：平均濃度算出図

# 非一様気体中を伝播する衝撃波の数値解析 <br> 藤本仁 ${ }^{*}$ ，石井隆次 ${ }^{* 1}$ ，八田夏夫＊${ }^{* 1}$ ，梅田吉邦 ${ }^{* 2}$ <br> Numerical Analysis of Shock Waves in Nonuniform Gas <br> by <br> Hitoshi Fujimoto＊${ }^{* 1}$ ，Ryuji Ishii ${ }^{* 1}$ ，Natsuo Hatta＊1，and Yoshikuni Umeda＊${ }^{* 2}$ 


#### Abstract

Instability of shock waves propagating through a stratified gas is investigated numerically．A shock wave is produced by a piston which begins to move from rest abruptly at some constant velocity in a two－dimensional horizontal duct． Initially the gas in the duct has a temperature or density distribution only along the vertical axis at a constant pressure． The initial density distribution，which is assumed to change monotonically，has zero spatial gradient at the upper and lower walls and then has a single inflection point．Numerical simulations are performed for the weak density nonuniformity，where a substantially steady curved shock can be realized at least for some time interval in the shock evolution．It is shown that the curved shock front tends to be disturbed by pressure fluctuations which are produced by nonlinear interactions between the instability waves and the shock－induced flow field．At a high Reynolds number the gas viscosity does not affect appreciably the instability waves．The gas viscosity，however，plays an important role in stabilizing the shock front against the pressure fluctuations．


## I．INTRODUCTION

Shock propagation in nonuniform gas is realized in many practical situations．Here shock waves propagating through a stratified gas were investigated numerically in detail using a TVD－scheme with the Euler and the Navier－Stokes equations．We consider the same system as that treated in the previous paper（1）．The system is composed of an ideal gas in a two－dimensional horizontal duct at some constant pressure．Initially，the gas in the duct is at rest and has a density or temperature distribution only along the vertical direction．The density distribution which changes monotonically in the vertical direction，has zero spatial gradient at the lower and upper walls，and has a single inflection point．At time $t=$ 0 ，a piston in the duct begins to move from rest at some constant velocity to produce a shock in front of it．

In the previous paper（1），an analytical solution for the substantially steady curved shock was obtained in the coordinate system fixed on the shock．It was shown that the analytical results in the linearized problem for
＊1 京都大学大学院エネルギー科学研究科
＊2 京都大学大学院工学研究科
the Euler equations predict the numerical results well for the weak density inhomogeneity．The flow instability of this shock－induced flow was also investigated．The pressure fluctuations observed in the numerical results are consistent with the theoretical predictions for the Euler equations．Although the instability waves do not affect the shock front in the context of the linear analysis， the actual induced flow field is nonlinear and then the development of the instability waves may eventually affect the shock front at a very large time．This nonlinear problem has not yet been resolved．

In light of this，we will investigate in detail the shock behavior and the time evolution of the shock induced flow．It will be shown that pressure waves produced by nonlinear interactions between the instability waves and the shock－induced flow field tend to disturb the shock front．But，the gas viscosity plays an important role in suppressing the pressure fluctuations and also in stabilzing the shock front．

## II．NUMERICAL SIMULATION

Consider a two－dimensional duct with a constant cross


Fig． 1 Schematic flow system
section as shown in Fig．1，where $x$ is the horizontal axis and $y$ is the vertical one and a piston is placed at the right end．Initially the gas pressure $p_{\infty}$ is constant and the gas density $\rho_{\infty}$ is given as a function of $y, \rho_{\infty}=\rho_{\infty}$ （y），which means that the gas temperature $T_{\infty}$ is given as a function of $y, T_{\infty}=T_{\infty}(y)$ ，through the equation of state，where the subscript $\infty$ represents the initial gas conditions．At time $t=0$ ，the piston begins to move from rest at a constant velocity $V_{p}$ into the left $(\cdot x)$ direction． For analytical convenience，however，we consider an equivalent system where the gas has initially a uniform velocity $V_{\mathrm{p}}$ and begins to impinge at $t=0$ on the piston surface fixed at the right end．It is noted that physical properties are represented in dimensionless form based on the initial conditions and the duct width．We consider two types of density profile，

$$
\begin{equation*}
\rho_{\infty}=\bar{\rho}_{\infty}[1+\varepsilon f(y)] \tag{1}
\end{equation*}
$$

where

$$
\begin{equation*}
f(y)=\cos (\pi y) \tag{2}
\end{equation*}
$$

and

$$
f(y)= \begin{cases}-1 & \text { for } \frac{1}{2}+\delta \leq y \leq 1  \tag{3}\\ -\frac{1}{\delta}\left(y-\frac{1}{2}\right) & \text { for } \frac{1}{2}-\delta \leq y \leq \frac{1}{2}+\delta \\ 1 & \text { for } 0 \leq y \leq \frac{1}{2}-\delta\end{cases}
$$

where $\bar{\rho}_{\infty}$ is an averaged value of the gas density $\rho_{\infty}$ over the duct cross section．The parameters $\varepsilon$ and $\delta$ are chosen as $\varepsilon=0.2$ for the cosine density distribution，$\varepsilon=0.1$ ， $\delta=0.1$ for the piece－wise linear density distribution．

## III．NUMERICAL RESULTS

## A．Numerical Accuracy

In the numerical simulations，the piston velocity is
chosen as $V_{p}=1.25$ which means that the gas impinges on the fixed piston surface at a velocity $u_{\infty}=1.25$ through the coordinate transformation as in Ref．1．On the piston surface and the duct walls，the symmetric conditions are applied for the Euler equations and the no－slip conditions are applied for the Navier－Stokes equations． The time interval is chosen to be $\Delta t=\mathrm{C}_{\mathrm{FL}} \times \min (\Delta x$ ， $\Delta y) /\left[C+\left(u^{2}+v^{2}\right)^{1 / 2}\right]$ ，where $C_{F L}=0.2$ and $\Delta x$ and $\Delta y$ are the spatial mesh sizes．Square meshes are employed and their sizes are set to $\Delta x=\Delta y=0.02$ and 0.01 ．In what follows，the former is called the coarse mesh and the latter the fine mesh．The computational domain is $100 \times 1$ where the upstream boundary is located at $x=0$ and the piston surface is at $x=100$ ．The integration time interval is $0 \leqq t \leqq 120$ ．The ratio of specific heats of the gas，$\gamma$ ，is chosen to be 1.4 and the Prandtl number，Pr，to be 0.76 ． The numerical simulations were performed for both the coarse and fine meshes in each case．

In the Navier－Stokes calculation，the duct height $H$ is taken to be 2.0 cm ，which yields the Reynolds number of $4.6 \times 10^{5}$ based on the sound velocity at S．T．P．Another Reynolds number of $4.6 \times 10^{3}$ is also applied to investigate viscous effects on the numerical results．In such cases， development of the shock－induced boundary layer will be neglected．Although it is impossible to predict the inner structure of shock front numerically even with the Navier－Stokes equations，it will be possible to evaluate


Fig． 2 Shock profiles at $t=120$ for the cosine density distribution．


Fig． 3 Shock profiles at $t=120$ for the piece－wise linear density distribution．
the viscous effect on the shock induced flow in the core region between the upper and lower boundary layers． The thermal boundary conditions at the upper and the lower walls are set to $\partial T / \partial y=0$ ．As described above， we cannot capture the boundary layers numerically，but the result will be creditable under the assumption that the boundary layers are negligibly thin．The results are compared with the corresponding inviscid ones．

The present TVD－scheme can predict the Rankine－ Hugoniot relations within the accuracy of $99.8 \%$ for the one dimensional shock tube problem．The numerical accuracy of the two－dimensional results depends on the mesh size（2）．In Figs． 2 and 3，the shock profiles at $t=$ 120 are shown for the cosine and the piece－wise linear density distributions，respectively．Agreement among all


Fig． 4 Shock fronts at $t=120$ for the cosine density distribution．


Fig． 5 Shock fronts at $t=120$ for the piece－wise linear density distribution．
shock profiles（except for their locations）is remarkable for each type of density distribution．The pressure contours show some differences among them especially for the piece－wise linear density distribution． Considering the numerical accuracy，however，it will be reasonable to say that even the shock－induced flow fields near the fronts show fairly good agreement among them． Only the pressure contours in the inviscid results with the fine mesh show appreciable fluctuations，which will be produced by pressure disturbances propagating upstream from the downstream flow region．We can conclude that satisfactory mesh－convergency was obtained numerically both for the inviscid and viscous results except for the pressure fluctuations in the shock induced flow fields．Since the instability in the downstream region of the shock front is responsible for generation of these pressure fluctuations，the details about them are discussed below again in relation to the instability waves．

For more closer investigation of ．the numerical accuracy，pressure profiles along the centerline $\mathrm{y}=1 / 2$ near the shock front are shown in Figs． 4 and 5. Considering the fact that the distance between the shock front and the piston surface is about 93 at $\mathrm{t}=120$ ，the difference among them is very slight．For example，the distance between the shock fronts for the Euler equations with the fine and coarse meshes in Fig． 4 is about 0.05 which is 0.06 percent of the distance between the shock front and the piston surface．Since the numerical accuracies in time and space are the second


Fig． 6 Time evolution of shock profiles for the cosine density distribution； $\mathrm{Re}=4.6 \times 10^{5}$ ．
order，it will be reasonable to consider that the mesh convergency for the shock profile in each case is well realized．The locations of shock front for the coarse mesh do not depend on the Reynolds number for the piece－wise linear density distribution．Numerically locations of all the fronts coincide completely in Fig．5．Although the shock speed seems to depend slightly on the Reynolds number，that is，the shock front for a higher Reynolds number seems to be faster than that for a lower Reynolds number，the difference between them at $\mathrm{t}=120$ may be within the possible numerical error．

## B．Time－change of Shock Profile

Next，consider the time change of the shock profile and the induced flow field near the shock front．In Figs． 6 and 7，the shock profiles are shown at $t=30,60,90$ and 120．In the viscous results，time－convergency of the


Fig． 7 Time evolution of shock profiles for the cosine density distribution； $\mathrm{Re}=\infty$ ．


Fig． 8 Pressure profiles along the centerline（ $\mathrm{y}=1 / 2$ ）
for the cosine density distribution calculated using the coarse mesh； $\operatorname{Re}=\infty$ ．
shock profile is quite remarkable．Numerically it was confirmed that the shock profile remains unchanged for $t$ $>3$ ．In the inviscid results of Fig．7，the situation is a little different．For $3<t<120$ ，the shock profile itself is substantially unchanged，but the induced flow field near the shock front begins to be disturbed for $\mathrm{t}>30$ ．

## C．Instability Waves

In order to investigate the instability waves and pressure fluctuations produced by nonlinear interactions between the instability waves and the shock－induced flow field，time－change of pressure profiles along y $=1 / 2$ is shown in Figs． 8 to 11．Figures 8 and 9 show inviscid results for the cosine density distribution which correspond to Fig．2．In the results with coarse mesh in Fig．8，only slight pressure fluctuations are seen． However，the results with the fine mesh in Fig． 9 have serious fluctuations which are enhanced with increasing time．These fluctuations are obviously mesh dependent and then will not show physical phenomena．These are


Fig． 9 Pressure profiles along the centerline（ $\mathrm{y}=1 / 2$ ）for the cosine density distribution calculated using the fine mesh； $\operatorname{Re}=\infty$ ．
perhaps artificial or superficial phenomena inherent to the numerical simulations with the Euler code．

The corresponding viscous results are shown in Figs． 10 and 11 for $\mathrm{Re}=4.6 \times 10^{5}$ ．Any appreciable differences between the results at $\mathrm{t}=30,60,90$ and 120 are not observed in these figures．

Although the instability is relatively very weak for the cosine density distribution and very difficult to observe the instability waves，they are clearly confirmed in the results for the piece－wise linear density distribution as shown in Figs．12．Numerically it was confirmed that main frequency characteristics do not depend on the mesh size for $\operatorname{Re}=4.6 \times 10^{5}$ and for $\mathrm{Re}=4.6 \times 10^{3}$ ．This suggests that numerical results will have physical meanings．The generation，growing and propagation of the instability waves do not depend appreciably on the Reynolds numbers，at least，greater than $4.6 \times 10^{3}$ ．It is also well demonstrated that higher modes of instability waves grow with increasing time．

It has to be stressed that these pressure waves are composed of the original instability waves produced


Fig． 10 Pressure profiles along the centerline（ $y=1 / 2$ ）for the cosine density distribution calculated using the coarse mesh； $\operatorname{Re}=4.6 \times 10^{5}$ ．
by the flow instability and the pressure waves produced by the nonlinear interactions between the instability waves and the flow fields．Since the instability waves may have various wavelengths，we can not distinguish completely the induced pressure waves from the instability waves．

## IV．CONCLUSIONS

Instability of shock waves propagating through a stratified gas was investigated numerically．Our previous analysis has predicted that substantially steady curved shocks in the coordinate system fixed on the shock are stable in the context of the linear analysis．But the present numerical simulations showed that pressure waves are produced owing to interactions between the instability waves and the shock induced flow field．They can propagate upstream as well as downstream and can reach the shock front and tend to disturb it with increasing time．The gas viscosity is effective to suppress the pressure fluctuations．At a high Reynolds number，
however，the gas viscosity affects slightly growing and propagation of the instability waves．

## References

1）R．Ishii，H．Fujimoto，N．Hatta，Y．Umeda and M． Yuhi，＂Shock waves in nonuniform gas＂，PHYSICS OF FLUIDS，Vol．11，（1999），pp．1921－1935．
2）R．Ishii，H．Fujimoto，N．Hatta and Y．Umeda， ＂Experimental and numerical analysis of circular pulse jets＂，Journal of Fluid Mech．，vol．392，（1999），pp． 129－154．．


Fig． 11 Pressure profile along the centerline（ $y=1 / 2$ ）for the cosine density distribution with the fine mesh； $\operatorname{Re}=4.6 \times 10^{5}$ ．


Fig． 12 Pressure profile along the centerline（ $y=1 / 2$ ）for the piece－wise linear density distribution with the fine mesh； $\operatorname{Re}=4.6 \times 10^{5}$ ．

# 実在気体効果を伴う流れの検証数値実験 —強い衝撃波の反射 

松本 彰＊，麻生 茂＊，森岡敏博 ${ }^{\dagger}$ ，本間弘樹 ${ }^{\dagger}$

# Numerical Verificative Experiment of Flow with Real Gas Effect －．－．Strong Shock Wave Reflection <br> by 

A．Matsumoto ${ }^{*}$ ，S．Aso ${ }^{*}$ ，T．Morioka ${ }^{\dagger}$ and H．Honma ${ }^{\dagger}$


#### Abstract

Numerical reconstruction of experiments on strong shock wave reflection process is attempted in the present study．Thermal equilibrium and chemical nonequilibrium flow are assumed in the present study．Then the two－dimensional full Navier－Stokes equations are solved according to familier CFD method．Computed temperature contours，height of triple point and kink point from a wedge surface are compared with experimental results obtained by using the free－piston driven double－diaphragm shock tube facility in Chiba University．The present calculation is in the preparetory stage for the exact verification of Thermo－chemical models．However computed results show agreement with experimental results qualitatively．However many modification of computational codes are required to conduct more strong shock reflection problems．It is also shown the experiments are suitable problem for the exact verification of Thermo－Chemical models．


## 1 諸言

極超音速で飛行する飛翔体が受ける空力加熱の問題は長い間研究されてきたが，まだまだ未解決の問題が多い。そのうちの 1 つとして高温な流れ場における化学反応，輸送現象及び内部 エネルギー交換等のモデリングの問題がある。

さまざまな研究によってそれらは，速度範囲 $\sim 8 \mathrm{~km} / \mathrm{sec}$ 程度の飛行速度に対しては実際の実験結果やフライトデータとあ る程度良い一致が得られている。しかし，まだまだこの速度範囲を含む流れでも満足できる精度の結果は得られているという ことは難しいと考えられる。

そこで，筆者らは千葉大学において自由ピストン2段膜衝撃波管により発生した強い衝撃波をくさびで反射させ，反射衝撃波背後の高温流れ場からの輻射発光を CCDカメラにより収 めた結果を数値計算結果との比較を通して再現を試みてきた。 この実験は CFD の code validationを行う 上で非常に適切で あり，自由ピストン駆動型衝撃風洞を用いた実験よりも有効で あると考える。何故ならば，自由ピストン駆動型衝撃風洞での ノズルによって作り出された気流では自由流の物理量の測定及 び推定の厳密性が保証されないからである。それは，流れはノ ズル内では膨張流に伴う強い熱化学非平衡状態になっているた めである。しかし，千葉大学で行われた実験では自由流条件は あらかじめ低圧管内の物理量の直接測定から決定され，衝撃波速度もイオンプローブの信号から計測される ${ }^{[1]}$ 。したがって，極めて厳密な比較を行うことができることができると言うこと ができる。

実験と数値計算の比較を行う際に，このような強い衝撃波 の反射過程における熱化学非平衡な流れ場に対してどのような モデル化が必要であるかということを含頭において研究を進め ている。また熱化学非平衡かつ非定常な問題を取り扱うために如何に高効率で解を求めることができるかということも重要に なってくる。今回は熱的平衡かつ化学的非平衡を考慮した CFD解析を行い，実験結果と定性的に良い…致を得たのでそれにつ いて論議を行う。

## 2 数値計算及び熱化学モデル

## 2.1 支配方程式

CFD による数値計算を行った。支配方程式は化学的非平衡 かつ熱的平衡を仮定した Navier－Stokes 方程式である。 $\Delta \xi=$ $\Delta \eta=1$ となる一般座標系 $(\xi, \eta, \tau)$ において，それらは以下の

ように表示される。ただし，本解析におうては無次元化を施し

ていない。

$$
\frac{\partial \widehat{\boldsymbol{q}}}{\partial \tau}+\frac{\partial \widehat{\boldsymbol{F}}}{\partial \xi}+\frac{\partial \widehat{\boldsymbol{G}}}{\partial \eta}=\frac{\partial \widehat{\boldsymbol{F}_{v}}}{\partial \xi}+\frac{\partial \widehat{\boldsymbol{G}_{v}}}{\partial \eta}+\widehat{\boldsymbol{S}}
$$

それぞれのベクトル項は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
& \widehat{\boldsymbol{q}}=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
\rho \\
\rho u \\
\rho v \\
E \\
\rho_{1} \\
\vdots \\
\rho_{n s}
\end{array}\right] . \quad \widehat{\boldsymbol{F}}=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
\rho U \\
\rho u U+\xi_{x} p \\
\rho v U+\xi_{y} p \\
(E+p) U \\
\rho_{1} U \\
\vdots \\
\rho_{n s} U
\end{array}\right] \\
& \widehat{\boldsymbol{G}}=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
\rho \boldsymbol{V} \\
\rho u V+\eta_{x} p \\
\rho v V+\eta_{y} p \\
(E+p) V \\
\rho_{1} V \\
\vdots \\
\rho_{n s} V
\end{array}\right], \quad \widehat{\boldsymbol{F}_{v}}=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
0 \\
\xi_{x} \tau_{x x}+\xi_{y} \tau_{x y} \\
\xi_{x} \tau_{y x}+\xi_{y} \tau_{y y} \\
\tau_{E, \xi} \\
\tau_{c_{1}, \xi} \\
\vdots \\
\tau_{c, n, \xi}
\end{array}\right] \\
& \widehat{\boldsymbol{G}_{v}}=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
0 \\
\eta_{x} \tau_{x x}+\eta_{y} \tau_{x y} \\
\eta_{x} \tau_{y x}+\eta_{y} \tau_{y y} \\
\tau_{E, \eta} \\
\tau_{c, \eta} \\
\vdots \\
\tau_{c, \ldots, \eta}
\end{array}\right], \quad \widehat{\boldsymbol{S}}=\frac{1}{J}\left[\begin{array}{c}
0 \\
0 \\
0 \\
0 \\
\dot{w}_{1} \\
\vdots \\
\dot{u}_{n s}
\end{array}\right]
\end{aligned}
$$

Contravariant Velocity $U, V$ は次のように書ける。

[^40]$$
U=\xi_{x} u+\eta_{x} v, \quad V=\eta_{x} u+\eta_{y} v
$$

また，粘性応力及び質量拡散項及び熱流束項に関する項は次の ようになる。

$$
\begin{aligned}
\tau_{E, \xi} & =\xi_{x}\left(q_{x}+u \tau_{x x}+v \tau_{x y}\right)+\xi_{y}\left(q_{y}+u \tau_{y x}+v \tau_{y y}\right) \\
\tau_{E, \eta} & =\eta_{x}\left(q_{x}+u \tau_{x x}+v \tau_{x y}\right)+\eta_{y}\left(q_{y}+u \tau_{y x}+v \tau_{y y}\right) \\
\tau_{c_{i}, \xi} & =\xi_{x}\left(\rho D_{i} \frac{\partial c_{i}}{\partial x}\right)+\xi_{y}\left(\rho D_{i} \frac{\partial c_{i}}{\partial y}\right) \\
\tau_{c_{i}, \eta} & =\eta_{x}\left(\rho D_{i} \frac{\partial c_{i}}{\partial x}\right)+\eta_{y}\left(\rho D_{i} \frac{\partial c_{i}}{\partial y}\right) \\
\tau_{i j} & =\mu\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}+\frac{\partial u_{j}}{\partial x_{i}}\right)-\frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_{k}}{\partial x_{k}} \delta_{i, j} \\
q_{x_{j}} & =\kappa \frac{\partial T}{\partial x_{j}}+\rho \sum_{i=1}^{n s} h_{i} D_{i} \frac{\partial c_{i}}{\partial x_{j}}
\end{aligned}
$$

ここで，$c_{i}$ は化学種 $i$ の質量濃度であり，

$$
c_{i}=\frac{\rho_{i}}{\rho}
$$

ただし，粘性応力テンソル，質量拡散項及び熱流束項に残って いる $\partial / \partial \xi, \partial / \partial \eta$ に対しては更に座標変換が必要である。また，化学反応に起因する生成項に含まれる化学種 $i$ の質量生成速度 $\dot{w}_{i}$ については次項で述べる。

## 2.2 熱化学モデル

化学反応は，表1のような空気の5化学種に対するBlotnner による 17 反応モデル ${ }^{[5]}$ を用いた。反応速度定数は正反応，逆

表 1：Chemical reactions

| r | Reactants |  | Products | M（Third Body） |
| :---: | :--- | :--- | :--- | :---: |
| 1 | $\mathrm{O}_{2}+\mathrm{M}_{1}$ | $\rightleftharpoons$ | $2 \mathrm{O}+\mathrm{M}_{1}$ | $\mathrm{O}, \mathrm{N}, \mathrm{NO}, \mathrm{O}_{2}, \mathrm{~N}_{2}$ |
| 2 | $\mathrm{~N}_{2}+\mathrm{M}_{2}$ | $\rightleftharpoons$ | $2 \mathrm{~N}+\mathrm{M}_{2}$ | $\mathrm{O}, \mathrm{NO}, \mathrm{O}_{2}, \mathrm{~N}_{2}$ |
| 3 | $\mathrm{~N}_{2}+\mathrm{N}$ | $\rightleftharpoons$ | $2 \mathrm{~N}+\mathrm{N}$ |  |
| 4 | $\mathrm{NO}+\mathrm{M}_{3}$ | $\rightleftharpoons$ | $\mathrm{~N}+\mathrm{O}+\mathrm{M}_{3}$ | $\mathrm{O}, \mathrm{N}, \mathrm{NO}, \mathrm{O}_{2}, \mathrm{~N}_{2}$ |
| 5 | $\mathrm{NO}+\mathrm{O}$ | $\rightleftharpoons$ | $\mathrm{O}_{2}+\mathrm{N}$ |  |
| 6 | $\mathrm{~N}_{2}+\mathrm{O}$ | $\rightleftharpoons$ | $\mathrm{NO}+\mathrm{N}$ |  |

反応ともに Arrhenius 型で与えられる。

$$
k_{f}=A_{f} T^{n_{f}} \exp \left(T_{D, f} / T\right), \quad k_{f}=A_{b} T^{n_{b}} \exp \left(T_{D, b} / T\right)
$$

$n s$ 種の化学種から成る多成分気体について，$n r$ の化学反応が考えられるとする。 $r$ 番目の化学反応の式が次のように書くこ とができるとする。

質量生成速度 $\dot{u}_{i}$ は以下の式を用いて計算できる。

$$
\dot{w}_{i}=\sum_{r=1}^{n r}\left(\frac{d \rho_{i}}{d t}\right)_{r}=M_{s} \sum_{r=1}^{n r}\left(\nu_{i, r}^{\prime \prime}-\nu_{h}^{\prime} i, r\right)\left(R_{f, r}-R_{b, r}\right)
$$

ここで，$R_{f, r}, R_{b, r}$ は次のように書くことができる。

$$
R_{f, r}=k_{f, r} \prod_{j=1}^{n j}\left(\rho \gamma_{j}\right)^{\nu_{j, r}^{\prime}} . \quad R_{b, r}=k_{b, r} \prod_{j=1}^{n j}\left(\rho \gamma_{j}\right)^{\nu_{j, ~}^{\prime \prime}}
$$

ここで，化学種 $i$ のモル－質量比 $\gamma_{i}$ は，

$$
\gamma_{i}=\frac{c_{i}}{M_{i}}
$$

である。
高温気体における輸送係数は次のようにして評価した。粘性係数，熱伝導係数に対してはChapman－Enskog の理論に対 して分子間ポテンシャルに Lennard－Jones ポテンシャルを適用した公式 ${ }^{[3]}$ から得られた単一化学種に対するそれらに対し て，2 原子分子に対して熱伝導係数に Euckenの修正を加えた後，Wilkeの mixture rule により多成分混合気体へ拡張した。

$$
\begin{aligned}
\kappa_{i} & =\mu_{i}\left(\frac{5}{2} c_{v t r, i}+c_{v r o t, i}+c_{v v i b, i}\right) \\
\mu & =\sum_{i=1}^{n s} \frac{X_{i} \mu_{i}}{\sum_{\substack{j=1 \\
j \neq i}}^{n s} X_{j} \phi_{i j}} \kappa=\sum_{i=1}^{n s} \frac{X_{i} \kappa_{i}}{\sum_{\substack{j=1 \\
j \neq i}}^{n s} X_{j} \phi_{i j}} \\
\phi_{i j} & =\frac{1}{\sqrt{8}}\left(1+\frac{M_{i}}{M_{j}}\right)^{-1 / 2}\left[1+\left(\frac{\mu_{i}}{\mu_{j}}\right)^{1 / 2}\left(\frac{M_{j}}{M_{i}}\right)^{1 / 4}\right]^{2}
\end{aligned}
$$

粘性係数に対しては Hirschfilder－Curtiss ${ }^{[4]}$ に従い，2成分拡散係数から多成分混合気体中での有効拡散係数を算出した。

$$
D_{i}=\frac{1-c_{i}}{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n s} \frac{X_{j}}{D_{i j}}}
$$

## 2.3 離散化スキーム及び時間発展

支配方程式に対して生成項 $\boldsymbol{S}$ に対して，point implicit 法［8］ により陰的に取扱い，その他の項については陽的に取り扱うと，

$$
\begin{aligned}
\frac{\Delta \boldsymbol{q}^{n}}{\Delta t}+\left(\widetilde{\boldsymbol{F}}_{i+1 / 2}-\widetilde{\boldsymbol{F}}_{i-1 / 2}\right)+ & \left(\widetilde{\boldsymbol{G}}_{j+1 / 2}-\widetilde{\boldsymbol{G}}_{j-1 / 2}\right)= \\
\frac{\widehat{\boldsymbol{F}}_{v, i+1}-\widehat{\boldsymbol{F}}_{v, i-1}}{2} & +\frac{\widehat{\boldsymbol{G}}_{v, j+1}-\widehat{\boldsymbol{G}}_{v, j-1}}{2}+\widehat{\boldsymbol{S}}^{n+1} \\
{[I-Z \Delta t] \Delta \boldsymbol{q}^{n} } & =R H S^{n} \\
\boldsymbol{q}^{n+1} & =\boldsymbol{q}^{n}+\Delta \boldsymbol{q}^{n}
\end{aligned}
$$

ただし，$Z$ は生成項の Jacobian Matrix である。左辺の行列 ［ $I-Z \Delta t]$ は Eberhardt－Imlay のような近似対角化 ${ }^{[9]}$ は用い ず Full Jacobian Matrix を用い，直接反転を行った。また，粘性項は中心差分で離散化を行った。

対流項の数値流束の評価には Harten－Yee の non－MUSCL－ type TVD scheme ${ }^{[6]}$ を用いた。数値流束ベクトル $\widetilde{F}_{i+1 / 2}$ の成分 $\tilde{f}_{i+1 / 2}$ は次のようになる。

$$
\tilde{f}_{i+1 / 2}=\frac{1}{2}\left[f_{i-1}+f_{i+1}+\boldsymbol{\phi}_{i+1 / 2}\right]
$$

ここで，$\phi_{i+1 / 2}$ は次のように記述される。

$$
\begin{aligned}
\phi_{i+1 / 2}=\sigma\left(\tilde{\lambda}_{i+1 / 2}\right) & \left(g_{i+1}-g_{i-1}\right) \\
& +\Psi\left(\tilde{\lambda}_{i+1 / 2}+\gamma_{i+1 / 2}\right) \Delta_{i+1 / 2}
\end{aligned}
$$

ここで，$g$ は流束制限関数で今回の解析では Roe のSuperbee limiter を用いた。

$$
\begin{aligned}
g_{i}= & S \cdot \max \left[0, \min \left(2\left|\Delta_{i+1 / 2}\right|, S \cdot \Delta_{i-1 / 2}\right)\right. \\
& \left.\min \left(\left|\Delta_{i+1 / 2}\right|, 2 S \cdot \Delta_{i-1 / 2}\right)\right] \\
S= & \operatorname{sgn}\left(\Delta_{i+1 / 2}\right)
\end{aligned}
$$

また，$\tilde{\lambda}_{i+1 / 2}^{l}$ は各特性波に対する特性速度（固有値），$\gamma, \Psi$ は それぞれ特性速度の修正量，エントロピー－補正量で次のような関数である。

$$
\gamma_{i+1 / 2}^{l}= \begin{cases}\left(g_{i-1}+g_{i+1}\right) / \Delta_{i+1 / 2} & : \Delta_{i+1 / 2} \neq 0 \\ 0 & : \Delta_{i+1 / 2}=0\end{cases}
$$

$$
\Psi=\left\{\begin{array}{lll}
|z| & : & |z| \geq \delta \\
\left(z^{2}+\delta\right) / 2 \delta & : & |z|<\delta
\end{array}\right.
$$

人工粘性係数は，次のようにして与えた。

$$
\delta=\epsilon \cdot \max \left(\max \left(\tilde{\lambda}_{\xi}\right), \max \left(\tilde{\lambda}_{\eta}\right)\right)
$$

$\boldsymbol{\Delta}_{i+1 / 2}$ は，左固有ベクトル行列 $L_{i+1 / 2}$ ，座標変換のJacobian $J$ を用いて次のように記述される。

$$
\Delta_{i+1 / 2}=L_{i+1 / 2} \frac{\boldsymbol{q}_{i+1}-\boldsymbol{q}_{i-1}}{0.5\left(J_{i-1}+J_{i+1}\right)}
$$

解像度をあげるために本解析では人工圧縮性を加えている。流束制限関数 $\boldsymbol{g}$ を以下に示されるような $\tilde{\boldsymbol{g}}$ に置き換えた。

$$
\begin{aligned}
\tilde{g} & =[1+\omega \theta] g \\
\theta & =\frac{\left|\Delta_{j+1 / 2}-\Delta_{j-1 / 2}\right|}{\left|\Delta_{j+1 / 2}\right|+\left|\Delta_{j-1 / 2}\right|}
\end{aligned}
$$

本解析では人工粘性パラメータ $\epsilon$ ，人工圧縮性パラメータ $\omega$ は それぞれ $\epsilon=0.5, \omega=2.0$ とした。

セル中心の物理量は Roe の平均 ${ }^{[7]}$ を拡張したものによって与えた。ただし，式中の添字 $L, R$ はそれぞれ計算セルの左右 の境界での値を示している。

$$
\begin{aligned}
\rho_{1 / 2} & =\rho_{L} D \\
u_{1 / 2} & =\frac{u_{L}+D u_{R}}{1+D} \\
H_{1 / 2} & =\frac{H_{L}+D H_{R}}{1+D} \\
\left(\rho_{i} / \rho\right)_{1 / 2} & =\frac{\left(\rho_{i} / \rho\right)_{L}+D\left(\rho_{i} / \rho\right)_{R}}{1+D} \\
D & =\sqrt{\frac{\rho_{R}}{\rho_{L}}}
\end{aligned}
$$

## 3 結果と考察

自由ピストン2段膜衝撃波管を用いたくさびでの強い衝撃波の反射実験が千葉大学で行われた。今回比較の対象とした実験の実験条件を表2に示す。しかし，計算においては衝撃波

表 2：千葉大学における実験条件

| $p_{\infty}$ | $T_{\infty}$ | $M_{s}$ | $\theta_{w}$ | $x_{s}$ |
| :---: | :---: | :---: | :---: | :---: |
| 1 Torr | 293 K | 15.32 | $20^{\circ}$ | 10 mm |
| 1 Torr | 293 K | 14.57 | $20^{\circ}$ | 20 mm |
| 1 Torr | 293 K | 14.80 | $20^{\circ}$ | 27 mm |
| 1 Torr | 293 K | 15.18 | $20^{\circ}$ | 35 mm |

$$
\begin{array}{lll}
p_{\infty} & : & \text { 入射衝撃波衝撃波上流の圧力 } \\
T_{\infty} & : & \text { 入射衝撃波衝撃波上流の温度 } \\
M_{s} & : & \text { 衝軗波マッハ数 } \\
\theta_{w} & : & \text { くさびの角度 } \\
x_{s} & : & \text { 入射衝撃波のくさび先端からの水平距離 }(\mathrm{mm})
\end{array}
$$

マッハ数 $M_{s}$ は $M_{s}=15.2$ とした。また，実験ではくさびで の反射実験が行われたが，計算では斜面での反射として簡略化 した。

計算に先立ち初期条件として与える1次元定常非粘性流れ の計算を行った。その結果を図1，図2に示す。これらの図 から，入射衝撃波背後の流れは入射衝撃波の背後の約 100 mm の位置でほぼ化学的平衡状態に達していると考えられる。ま た，衝撃波背後の平衡化学組成はそれぞれの化学種に関してお よそ次のようになった。 $X_{\mathrm{O}}=2.85 \times 10^{-1}, ~ X_{\mathrm{N}}=2.70 \times 10^{-1}$ 。 $X_{\mathrm{NO}}=4.19 \times 10^{-3}, X_{\mathrm{O}_{2}}=7.85 \times 10^{-4}, X_{\mathrm{N}_{2}}=4.42 \times 10^{-1}$ 。


図 1：入射衝撃波背後の各化学種のモル分率の分布


図 2：入射衝撃波背後の密度及び温度分布

次に，$x_{s}=10,20,27$ 及び 35 mm の位置に入射衝撃波が到達 したときの実験から得られた瞬間全放射発光強度（相対強度）の分布をそれぞれ図 3，5，7，9に，数値計算によつて得られた瞬間等温度線図を図 $4,6,8,10$ に示す。 $x_{s}=10 \mathrm{~mm}$（図 3）では放射発光強度が反射衝撃波背後で強くなっているのが観察できる。 また，三重点近傍に放射発光強度の不連続が存在しているのが観察できる。 $x_{s}=10 \mathrm{~mm}$ における計算結果（闵4）においてもそ の傾向が捕えられている。 $x_{s}=20 \mathrm{~mm}$（図5），$x_{s}=27 \mathrm{~mm}$（図7） においては，入射衝撃波が斜面を進んでおり，放射発光強度は三重点付近で強くなっておう，放射発光強度の不連続がキンク点付近からマッハステムが壁面に入射している点に向かう方向 に存在しているのが見られる。また，入射衝撃波によって誘起 された流れに対しての反射衝撃波の角度が最も大きくなりてい る付近の反射衝撃波背後で大きな放射発光強度が観察される。 また，川弧上に放射発光強度の不連続が取射衝撃波背後の壁面 に近い位置で観察される。この傾向もそれぞれ $x_{s}=20 \mathrm{~mm}$（図 6），$x_{s}=27 \mathrm{~mm}$（図8）における計算結果において定性的に捕え られている。 $x_{s}=35 \mathrm{~mm}$（図9）におういては，$x_{s}=20 \mathrm{~mm}$（図5） $x_{s}=27 \mathrm{~mm}$（図 7）における傾向と同様の傾向が観察され，更に放射発光強度が弱くなっている場所がマッハステム背後の壁面近くで観察される。 $x_{s}=35 \mathrm{~mm}$ での数値計算結果（図10）におう いてもそのような特徴が捕えられている。また，$x_{s}=10 \mathrm{~mm}$ の結果を除く全ての図においてマッハステムが下流側に突出して いる現象が観察される。この現象について後ほど考察をする。 しかし，ここでの比較はあくまでも温度分布との比較で既存の


龱3：千葉大学の実験によつて得られた瞬間全放射強度分布 $\left(x_{s}=10 \mathrm{~mm}\right)$


訤 4：計算によって得られた瞬間等温度線図 $\left(x_{s}=\right.$ 10 mm ）

輻射解析コー…ド（NEQAIR ${ }^{[10]}$ ，SPRADIAN ${ }^{[11]}$ 等）を用いて具体的な輻射強度を求めて比較を行う必要があると考えられ る。しかし，今回の解析では熱的平衡を仮定しているため衝撃波背後で励起された並進エネルギーが他のエネルギーに伝達さ れていく過程を考慮していないために輻射の解析のためには不十分であると考えられる。なぜならば，輻射発光強度はそれぞ れの温度（重䊉子並進，振動，回転，電子励起，電子並進）と各化学種の数密度に影響されるためである。

定性的には以上に記したように良い・致を示しているが，マッ ハステム直後や先端に近い位置での流れは熱的非平衡流れであ るために実験結果との差が生じていると考えられる。つまり，今回の解析では熱的平衡を仮定しているために衝撃波直後にお いて反応速度を過大評価してしまうために大きく解離反応が起 こってしまうことになる。したがってその影響によりマッハ ステムの高さが計算の方がどうしても低くなってしまうと考え られる。

高温気体からの放射発光は，非平衡かつ高温となる位置で大 きくなる傾向があると考えられるが，その観点からすれば実験 で得られた傾向は計算によっても捉えられていると考えること ができる。しかし，この比較から $x=18 \sim 30 \mathrm{~mm}$ 付近の反射衝撃波の壁面からの高さはやや計算の方が実験よりも高く見積 もつている。この位置は反射衝撃波の入射衝撃波によって誘起 された流れに対しての角度（水中面に対する角度）が最大とな る点よりもやや下流側に估置しており，本計算ではそれらを適


図 5：千葉大学の実験によって得られた瞬間全放射強度分布 $\left(x_{s}=20 \mathrm{~mm}\right)$


図6：計算によって得られた瞬間等温度線図 $\left(x_{s}=\right.$ 20 mm ）

切に評価できていないと考えられる。したがって，衝撃波背後 の緩和過程や反応速度定数の見積もりの検討を行うことが必要 である。また，実験及び計算結果ともマッハステムの突出現象 を捉えてはいるが，計算の方がややマッハステムのキンク点を壁面から離れた位置に，突出の度合を大きく見積もつている。 これは3重点の壁面からの高さが実験よりも低いために巻き上 げられた滑り面の影響を大きめに受けたためであると考えられ る。マッハステムの突出現象については後ほど考察を行う。

風 11 にそれぞれ実験結果及び計算結果から得られた 尰点 とキンク点の軌跡の比較を示す。実験と計算の結果を比較する と反射形態が成長していくに従って，三重点の軌跡は直線にに成長していく傾向が捉えられている。しかし，計算の方が二重点の壁面からの高さを低く見積もつている傾向がある。これは，本解析では熱的には平衡であるとして取り扱ったためにマッハ ステム背後において分子の解離を多く見積もつたためであると考えられる。また，キンク点の壁面からの高さは計算結果の方 がやや高く見積もつている傾向がある。これは，関9．10の比較で指摘されたように衝撃波によって励起された並進温度が他 のエネルギーモードに伝達され緩和して行く過程を考慮してい ないことやそこでの反応速度定数を適切に評価できていないた めであると考えられる。

人射衝撃波が $x=35 \mathrm{~mm}$ の位置に来たときの計算によって得られた瞬間等密度線図と二重点付近の拡大図を図 12 にボす。 そして巻き上げられた滑り面はマッハステムの方向へ大きくそ の向きを変えるためにマッハステムの突蛙現象が起こると考え


図 7：千葉大学の実験によって得られた瞬間全放射強度分布 $\left(x_{s}=27 \mathrm{~mm}\right)$


図 8：計算によって得られた瞬間等温度線図 $\left(x_{s}=\right.$ 27 mm ）

られる。入射衝撃波が $x=35 \mathrm{~mm}$ の位置に来たときの計算に よって得られた壁面における圧力と熱流束の分布を図 13 に示 す。この図から非常に大きな熱流束のピークがマッハステムの入射位置で生じていることがわかる。その大きさは斜面のコー ナー部分におうる値の約 1.8 倍程度になっている。更に，圧縮波が壁面と干渉する位置で小さな極大値を取ることも観察でき る。また，滑り面の巻き上がっている付近で熱流束の極小値が現れている。また，壁面圧力は斜面のコーナ一部分で最大値を取っている。また，熱流束と同様に鋭いピークがマッハステ ムの入射位置に生じている。更には，滑り面の入射位置付近 で大きくその値が下がり，マッハステムの近くで極小値を取つ ている。

## 4 まとめと課題

千葉大学で行われた強い衝撃波のくさびでの反射の実験を用いて熱化学モデルを検証するための予備的な数値実験を行つ た。その結果は定性的な一致を示したが，あらゆる観点から見直しを計り本格的な数値実験を行うことが必要である。今回用 いた実験はモデルの榃証をする上で次のような優れた点を有し ている。（1）高エンタルビー衝撃風洞の実験等では自由流条件 の測定及び見積もりの正確性が保証できないのに対し，衝撃波 の反射実験は静止空気である衝撃波下流の条件や衝撃波マッハ数が誤差が少なく測定できること。（2）衝撃波，滑り面などの波が複雑に下渉する流れ場で鈍頭物体まわりなどの流れ場より も複雑な流れ場であること。（3）既存の輻射解析コードを用い


図 9：千葉大学の実験によって得られた瞬間全放射強度分布 $\left(x_{s}=35 \mathrm{~mm}\right)$


図 10：計算によって得られた瞬間等温度線図 $\left(x_{s}=\right.$ 35 mm ）

て全輻射発光強度を算出することによって主に衝撃波の形状だ けではなく衝撃波の背後の全域に渡った比較が可能なこと。た だし，前述の（3）の項目に対してはより詳細な熱化学モデルの基に解析を行った結果が必要であると考えられ，今回のような計算結果では比較の対象とはならないと考えられる。また，問題が非定常であるために必要な格子点数が非常に多くなり多大 な計算時間が必要となることが検証問題として不利な点として挙げられる。

現状では予備実験で行った以上の衝撃波マッハ数の実験結果が存在するにも関わらず高マッハ数の計算では解が得られな かった。したがって，今後は強い衝撃波を安定に捕獲し，計算 を進行させるコードの開発を第1に進めることが当面の課題で ある。

## 参考文献

［1］Honma，H．，Matsuura，Y．，Morioka，T．，Sakurai，N．， Suzuki，Y．and Maeno，K ：Radiation Observation of Mach Reflections of Strong Shock Waves in Air，Proc． 21st．Int．Symp．on Shock waves，paper 3714． 1997.
［2］Cnoffo，P．A．，Gupta，R．N．and Shinn，J．L：Conserva－ tion Equations and Physical Models for Hypersonic Air Flows in Thermal and Chemical Nonequilibium，NASA TP－2867， 1989.



図 11：実験結果及び計算結果から得られた三重点とキン ク点の壁面からの高さの比較



図 12：計算によって得られた瞬間等密度線図と三重点付近の拡大図 $\left(x_{s}=35 \mathrm{~mm}\right)$


図 13：計算によって得られた壁面の圧力と熱流束 $\left(x_{s}=\right.$ 35 mm ）
［4］Hirschfelder，J．O．，Curtiss，C．F．and Bird，R．B．： Molecular Theory of Gases and Liquids，Wiley，New York， 1954.
［5］Blottner，F．G．：Viscous Shock Layer at The Stagnation Point with Noneqilibrium Air Chemistory＂，AIAA J．， 7, 1969，pp．2281－2288．
［6］Yee，H．C．，Warming，R．F．and Harten，A ：Implicit Total Variation Diminishing（TVD）Schemes for Steady－ State Calculations＂，J．Comp．Phys．，57，1985，pp．327－ 360.
［7］Roe，P．L．：Approximate Riemann Solvers，Parame－ ter Vectors and Difference Schemes，J．Comp．Phys．，43， 1981，pp．357－372．
［8］Bussing，T．R．A．and Murman，E．M．：A Finite Volume Method for The Calculation of Compressible Chemically Reacting Flows，AIAA－85－0331， 1985.
［9］Eberhardt，S．，Imlay，S．：Diagonal Implicit Scheme for Computing Flows with Finite Rate Chemistry，J．Ther－ mophys．Heat Trans．，6，1992，pp．208－216．
［10］Park，C．：Nonequilibrium Air Radiation（NEQAIR） Program ：User＇s Manual＂，NASA TM－86707， 1985.
［11］Fujita K．and Abe，T．：SPRADIAN，Strucutual Pack－ age for Radiation Analysis ：Theory and Application，The Institute of Space and Astronautical Science Report No． 669， 1997.

[^41]
# プラグノズル周りの流れ解析 <br> 杉本 浩一＊，麻生 茂＊，棚次 亘弘 ${ }^{\dagger}$ ，室岡武 ${ }^{\ddagger}$ <br> Numerical Analysis of Flow Fields around Plug Nozzle <br> by <br> K．Sugimoto ${ }^{*}$ ，S．Aso ${ }^{*}$ ，N．Tanatsugu ${ }^{\dagger}$ ，T．Murooka ${ }^{\ddagger}$ 


#### Abstract

Plug nozzle is one of the most promising nozzle systems for full reusable rocket．In the present study，fundamental characteristics of the plug nozzle flow field have been numerically investigated．Calculations have been conducted by solving the full axisymmetric Navier－Stokes equations with perfect gas assumptions．Three different boat－tail configurations are selected in order to observe the effect of the configuration on the total drag．The flow fields around boat－tail configurations have been numerically simulated．Calculated results are compared with experimental results． The global tendency of calculated total drag and pressure distribution shows good agreements with experimental results．


## Nomenclature

| $a$ | $:$ | speed of sound |
| ---: | :--- | :--- |
| $c_{p}$ | $:$ | static pressure coefficient |
| $C_{D}$ | $:$ | drag coefficient |
| $E$ | $:$ | total energy per unit volume |
| $\hat{E}$ | $:$ | x－direction flux vector |
| $\hat{F}$ | $:$ | y－direction flux vector |
| $\hat{E}_{v}, \hat{F}_{v}, W$ | $:$ | viscosity dissipation |
| $H$ | $:$ | axisymmetric source term |
| $M$ | $:$ | Mach number |
| $p$ | $:$ | wall static pressure |
| $\hat{Q}$ | $:$ | conservative variables |
| $u$ | $:$ | velocity of axis direction |
| $v$ | $:$ | velocity of diameter direction |
| $\gamma$ | $:$ | specific heat ratio |
| $\rho$ | $:$ | density |
| $\mu$ | $:$ | viscous coefficient |
| $\tau$ | $:$ | viscosity stress tensor |

## 1 Introduction

近年，プラグノズルはSSTO 等の完全再使用型宇宙往還機 の開発に当たって関心を引いている。しかしながら，まだ多く の問題を抱えているのが現状である。その問題の中の一つが ボートテール抵抗の問題である。しかし，この抵抗を堿らす ためにはいくつかの方法があることがすでに報告されている。 （T．MUROOKA（1997），T．TOMITA et al．（1996））ぞこでは ボートテール形状の選択が抵抗を減らすためには重要である事 が述べられている。そこで，さまざまなボートテール形状周り の流れ場をいくつかの）自由流マッハ数に対して数値的に解析し た。自由流マッハ数が 1.5 から 3.5 までは実験と同じ計算条件 を使用し，4．0から 6.0 までは高度 25 km を飛行していると仮定して計算条件を設定した。

[^42]
## 2 解析法および計算条件

## 2.1 支配方程式

支配方程式は完全軸対称ナビエ・ストークス方程式であり，次のように書かれる。

$$
\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}+\frac{\partial \hat{E}}{\partial x}+\frac{\partial \hat{F}}{\partial y}+H=\frac{1}{R e}\left(\frac{\partial \hat{E}_{v}}{\partial x}+\frac{\partial \hat{F}_{v}}{\partial y}+W\right)
$$

ここでReはレイノルズ数であり，$\hat{Q}$ と $\hat{E}, \hat{F}, H, \hat{E}_{r}, \hat{F}_{r}, W$ は それぞれ以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
& \hat{Q}=\left(\begin{array}{c}
\rho v \\
\rho u v \\
\rho v^{2}+p \\
(E+p) u
\end{array}\right) \\
& \hat{E}=\left(\begin{array}{c}
\rho u \\
\rho u^{2}+p \\
\rho u v \\
(E+p) u
\end{array}\right) \\
& \hat{F}=\left(\begin{array}{c}
\rho v \\
\rho u v \\
\rho v^{2}+p \\
(E+p) u
\end{array}\right) .
\end{aligned}
$$

$$
\begin{gathered}
H=\left(\begin{array}{c}
\rho u / y \\
\rho u v / y \\
\rho v^{2} / y \\
(E+p) v / y
\end{array}\right) \\
\hat{E}_{v}=\left(\begin{array}{c}
0 \\
\tau_{x x} \\
\tau_{x y} \\
e_{4}
\end{array}\right) \\
\hat{F}_{v}=\left(\begin{array}{c}
0 \\
\tau_{x y} \\
\tau_{y y} \\
f_{4}
\end{array}\right)
\end{gathered}
$$

$$
W=\frac{1}{y}\left(\begin{array}{c}
0 \\
\tau_{x y} \\
2 \mu\left(\frac{\partial v}{\partial u}-\frac{v}{y}\right) \\
f_{4}
\end{array}\right)
$$

ここで，$e_{4}$ と $f_{4}$ は

$$
e_{4}=\tau_{x y}+\tau_{x x}+\mu(\gamma-1)^{-1} \operatorname{Pr}^{-1}\left(a^{2}\right)_{x}
$$

$$
f_{4}=\tau_{x y} u+\tau_{y y} v+\mu(\gamma-1)^{-1} \operatorname{Pr}^{-1}\left(a^{2}\right)_{y}
$$

であり，状態方程式は次のように与えられる。

$$
p=(\gamma-1)\left(E-\rho\left(u^{2}+v^{2}\right)\right) / 2
$$

$\tau_{x x}, \tau_{y y}, \tau_{x y}$ and $\tau_{y x}$ are given by：

$$
\begin{gathered}
\tau_{x x}=-\frac{2}{3} \mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{v}{y}\right)+2 \mu \frac{\partial u}{\partial x} \\
\tau_{y y}=-\frac{2}{3} \mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{v}{y}\right)+2 \mu \frac{\partial v}{\partial y} \\
\tau_{x y}=\tau_{y x}=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)
\end{gathered}
$$

粘性係数 $\mu$ はサザーランドの式により評価される。

$$
\mu=C_{1} \frac{T^{3 / 2}}{T+C_{2}}
$$

ここで $C_{1}=1.458 \times 10^{-6} \mathrm{~kg} /\left(\mathrm{m} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{K}^{1 / 2}\right), C_{2}=110.4 \mathrm{~K}$ ． である。

## 2.2 数値解析法

対流項には Harten－Yee の TVD スキーム（Yee et al．（1985）） を用い，Baldwin－Lomax $\sigma$ 乱流モデル（Baldwin et al．（1978）） を使用した。粘性項には中心差分を用い，時間積分には完全陰解法である LU－ADI スキーム（Obayashi et al．（1986））を使用 した。

## 2.3 数値解析条件

代表的な計算格子が図． 4 に示されている。衝撃波角が自由流 のマッハ数によつて変化するため，計算格子の高さは適宜変更 した，訃算条件を表1に示す。マッハ数 1.5 から 3.5 までの計算条件は実験条件と同様であり，マッハ数 4.0 から 6.0 までは高度 25 km を飛行していると仮定して計算条件を設定した。

表 1：Calculation condition

| Mach | Press．（Pa） | Temp．（K） | Re |
| :---: | :---: | :---: | :---: |
| 1.5 | $2.06 \times 10^{5}$ | 279.00 | $3.95 \times 10^{6}$ |
| 2.0 | $2.16 \times 10^{5}$ | 279.00 | $4.14 \times 10^{6}$ |
| 2.5 | $3.04 \times 10^{5}$ | 279.00 | $5.83 \times 10^{6}$ |
| 3.0 | $4.41 \times 10^{5}$ | 279.00 | $8.46 \times 10^{6}$ |
| 3.5 | $6.64 \times 10^{5}$ | 279.00 | $1.27 \times 10^{7}$ |
| 4.0 | $2.55 \times 10^{3}$ | 221.55 | $2.64 \times 10^{5}$ |
| 5.0 | $2.55 \times 10^{3}$ | 221.55 | $3.30 \times 10^{5}$ |
| 6.0 | $2.55 \times 10^{3}$ | 221.55 | $3.96 \times 10^{5}$ |



図 1：Schematic diagram of A1 configuration


闵 2：Schematic diagram of A2 configuration


図 3：Schematic diagram of A3 conf̣guration

［悩 4：Representative computational grid

## 3 数値解析の結果と議論

数值解析によった得られた，A1 形状の目细流ーマッハ数 2.0 と 3.0 の時の等庄力線図を図． 5 と図 6 になず。計算モデルの先端から生じる衝撃波や向を曲がる際か膨張扇などが良く捕に えられており，これらい衝撃波角やーマッハ角は理論値と良く致している


図 5：Pressure contours of A1 configuration at $M=2.0$


図 6：Pressure contours of A1 configuration at $M=3.0$

計算結果と実験の比較をするために，历诗力係数 ）分布と抵抗係数を静圧から求めた。抵抗值は壁面静なを積分して求め，抵抗係数として評価した。抵抗倸数 $C_{D}$ は次のようになる

$$
\begin{aligned}
c_{p} & =\frac{p-p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} u_{\infty}^{2}} \\
C_{D} & =-\frac{\sum c_{p} A}{A_{a l l}}
\end{aligned}
$$

ここで，Aは壁面静压を代表寸 る面積であり，$A_{a \|}$ は計算 モデルの前方投影面積である

数値解析の結果と実験結果とひけた力分布の比較が，A1 形状 についたは関．7－9に，A2 形状に付いこは図．10－12に，A3 形状については図．13－15に小されている ボートトテール形状はそ対ぞれい図に太い奏線で描かれている


図 7：Comparison of numerical results with experimen－ tal results of pressure distribution about A1 configura－ tion at $M=1.5$

［齐 8：Comparison of numerical results with experimen－ tal results of pressure distribution about $A 1$ configura tion at $M=2.5$


図 9：Comparison of numerical results with experimen－ tal results of pressure distribution about A1 configura－ tion at $M=3.5$


図 10：Comparison of numerical results with experi－ mental results of pressure distribution about A2 con－ figuration at $M=1.5$


図 11：Comparison of numerical results with experi－ mental results of pressure distribution about A2 con－ figuration at $M=2.5$


䦎 12：Comparison of numerical results with experi－ mental results of pressure distribution about A2 con－ figuration at $M=3.5$

どの図からも，ボートテール形状が曲がり始めるところで流 れが剥離し始め，$c_{p}$ が減少する様子が見て取れる。図．13を除 けば，計算結果は実験値と良い…致を示している。図． 13 では， カウルのカーブ上流側の圧力低下や剥離後の圧力回復の様子が良く捕らえられている一方，圧力の最低値は実験結果ほど低く ない。数値解析による剥離点が実験による剥離点とずれている ためと考えられる。


図 13：Comparison of numerical results with experi－ mental results of pressure distribution about A3 con－ figuration at $M=1.5$


図 14：Comparison of numerical results with experi－ mental results of pressure distribution about A3 con－ figuration at $M=2.5$

図 16 は自由流マッハ数 1.5 の時の A3 形状のボートテール形状周りの流線を示している。この図では，1次•2次剥離渦 を見て取れる。同様の剥離渦はA1形状で自由流マッハ数1．5， 2．0，そしてA3形状で自由流マッハ数 2.0 の際においても見る ことができた。このことから，壁面静圧分布を正確に捕らえる ためには剥離点を正確に捕らえることが重要である。また，正


図 15：Comparison of numerical results with experi－ mental results of pressure distribution about A3 con－ figuration at $M=3.5$

確に剥離点を捕らえるにはBaldwin－Lomax の乱流モデルでは不十分であることもわかった。


図 16：Representative stream line about A3 configura－ tion at $M=1.5$

3 つの異なる形状における様々な自由流ーマッハ数での抵抗係数が図． 17 に示されている。どの形状においても，飛行マッハ数が 6 まで増加するのと共に抵抗係数が減少し，遷音速領域に近づくにつれて抵抗係数が増加しているのがわつかる。またこの図からは，形状をなだらかなものにすることによって抵抗を減少させることができることもわかる。特に，A2 形状ではA1形状と比較して $1 / 5$ まで抵抗係数を減少させることができてい る。A1形状とA3形状では，A3形状のほうがボートテーール部 の断面積がA1形状より小さいのにも関わらず，A1 形状の方 がA3形状より抵抗係数が大きくなっている。さらに，曲率半径が等しいA2形状とA3形状ではA2形状のほうが抵抗係数 が小さい事から，曲率半径が大きいほど抵抗が小さく，同じ曲率半径同士では断面積変化が小さいほど抵抗係数が小さくなる ことがわかる。

数値解析による抵抗係数はある程度実験で求め玉れた抵抗係数よりも大きいが，全体的な抵抗や圧力分布は実験値と良い…致を示している。


戍 17：Drag coefficient of several configurations

## 4 結論

－の研究い結論は次ひように要約される。すなわけ，
1．数値解析によのこ得ら封た， 3 種類のフラグノズルのボー トテーール形状（J）它力抵抗特性ひ金体的な傾向け実験と良く －放した。
2．ごり形状におういたち，マッハ数が増加するにしたがつを抵抗係数は減少した
3．批抗係数は，ボートデール部か変化をなだらかにずること，末なは大きな曲秦半径け）曲線にすることで減少させること がけ東方
4．人きな曲竩半徍りカーゾを用いつことご抵抗を小さくする
 い方が結果としこ小さい抵抗を少杪

要すそに，$C_{D}$ を減少させるためっこは曲率半栙は大きく・断面積の減少は小过くす爫心きであることがすっかった。将来，$k-\epsilon$ ギデルひような他い数値乱流モ゙デルを考慮寸つ予定である。

## 参考文献

［1］Yee，H．C．Warming，R．F，and Harten（1985）Implicit To－ tal Variation Diminishing（TVD）Schemes for Steady－ State Calculation，J．Computational Physics，57： 327 － 360.
［2］S．Obayashi，K．Matsushima．K．Fujii and K．Kuwa－ hara（1986）Improvements in Efficiency and Reliability for Navier－Stokes Computations Using the LU－ADI Fac－ torization Algorithm，AIAA Paper 86－0338．
［3］B．S．Baldwin and H．Lomax（1978）Thin Laver Ap－ proximation and Algebraic Model for Separated Turbu－ lent Flows，AIAA Paper $78 \quad 257$.
［4］T．murooka，N．Tanatsugu．T．Sato，and M．Yamamoto （1997）Experimental study about reduction of plug nozzle boat－tail drag（in Japanese）．Symposinm on Flight Me－ chanics and Astrodynamics，1997：158－161．
［5］T．Tomota，H．Tamura．and M．Takahashi（1996）Plug Nozzle Flow Field Characteristics，proc． $\operatorname{ISTS}(1996)$ ， ISTS－96－a－2－19．

## 航空宇宙技術研究所特別資料44号

平成11年12月発行

発行所 科学技術庁航空宇宙技術研究所東京都調布市深大寺東町7－44－1電話（0422）40－3075 〒 108－0074
印刷所 ア 1 ワ印刷 株式会社東京都港区高輪 $3-2-2-4$
禁無断複写転載
本書（誌）からの複写，転載を希望される場合は，管理部研究支援課資料係にご連絡下さい。


[^0]:    Presented at the Aerospace Numerical Simulation Symposium, National Aerospace Laboratory, Tokyo,

[^1]:    ${ }^{\dagger}$ University of Florida, Gainesville, FL
    $\ddagger$ Virginia Polytechnic Institute \& State University, Blacksburg, VA

[^2]:    ＊ 1 （株）富士総合研究所 計算科学技術研究センター Fuji Research Institute Corporation

[^3]:    ${ }^{1}$ 東京大学大学院新領域創成科学研究科
    ${ }^{2}$ 東京大学大学院工学系研究科

[^4]:    ＊航空宇宙技術研究所 角田宇宙推進技術研究センター

[^5]:    •航空宇宙技術研究所•角田宇宙推進技術研究センター

[^6]:    1 川崎重工業（株）岐阜技術研究所
    ${ }^{2}$ 航空宇宙技術研究所流体科学総合研究グループ

[^7]:    ＊1 二菱重工業（株）名古屋航空宇宙システム製作所
    ＊2 宇宙科学研究所

[^8]:    ブレード格子数はそれぞれコード方向，スパン方向および

[^9]:    ＊1 川崎重工業（株）＊2 SNECMA＊3 石川島播磨重工業（株）
    ＊4 三菱重工業（株）＊5 航空宇宙技術研究所

[^10]:    ＊1 二菱重上業株式会社
    Mitsubishi Heavy Industries，LTD．

[^11]:    ＊航空宇宙技術研究所（National Aerospace Laboratory）
    ＊＊（株）大典電子通信（Daiko Denshi Tsushin ．Ltd）

[^12]:    ＊航空宇宙技術研究所，National Aerospace Laboratory ＊＊日産自動車，Nissan Motor Lid．

[^13]:    ＊航空宇宙技術研究所（National Aerospace Laboratory）

[^14]:    ${ }^{*}{ }^{1}$ 大興電子通信株式会社 DAIKO DENSHI TSUSHIN LTD．
    ${ }^{*}$ 2航空宇宙技術研究所 National Aerospace Laboratory

[^15]:    ＊航空宇宙技術研究所（National Aerospace Laboratory）
    ＊＊（株）大興電子通信（Daiko Denshi Tsushin ．Ltd）

[^16]:    ＊${ }^{1}$ 航空宇宙技術研究所

[^17]:    1）法政大学工学部システム制御工学科
    〒184－8584 東京都小金井市梶野町 3－7－2
    2航空宇宙技術研究所構造材料総合研究グルーブ
    〒182－8522 東京都調布市深大寺東町 7－44－1

[^18]:    *1 Department of Mechanical Engineering \& Materials Science, Yokohama National University
    and Fundamental Research Division, Wako Research Center, HONDA R\&D Co., Ltd.
    *2 Department of Mechanical Engineering \& Materials Science, Yokohama National University
    *3 Body Engineering Development Department 1, Tochigi R\&D Center, HONDA R\&D Co., Ltd. (Current Affiliation: Mechanical Dynamics Japan K.K.)

[^19]:    ${ }^{*} 1$ Toyohashi University of Technology

[^20]:    1 云菱重工業（株）長崎研究所
    ${ }^{2}$ 東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻 助教授

[^21]:    ${ }^{1}$ 東京大学大学院 航空宇宙工学専攻
    ${ }^{2}$ 東京大学大学院 航空宇宙工学専攻 教授

[^22]:    ＊〒261－8588 千葉市美浜区中瀬1－9－3
    ＊＊〒 181－0015 三鷹市大沢6－13－1
    $\dagger$ E－mail：kisam＠nal．go．jp

[^23]:    1 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻
    2 航空宇宙技術研究所計算科学研究部

[^24]:    ${ }^{* 1}$ 東北大学 ${ }^{* 2}$ 三菱重工 ${ }^{* 3}$ 航空宇宙技術研究所

[^25]:    ＊1 三菱重工業（株），＊2 菱友訃算（株）

[^26]:    ${ }^{1}$ Address all correspondence to this author.

[^27]:    ＊東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

[^28]:    Graduate Student, Graduate School of Engineering
    Professor, Department of Aerospace Engineering
    Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya 464-8603

[^29]:    ${ }^{*}$ 東北大学工学研究科航空宇宙工学専攻
    ${ }^{*}$ 航技研

[^30]:    ＊航空宇宙技術研究所（National Aerospace Laboratory）

[^31]:    ＊航空宇审技術研究所 計算科学部，Computational Sci－ ences Division，National Aerospace Laboratory JAPAN． （E－mail：aiso＠nal．go．jp）

[^32]:    ${ }^{2}$ Lax－Friedrichs 差分近似は本質的には交互型（Staggered） り差分格く1：で定義され $u_{i}^{n}$ と $u_{i+1}^{n}$ がまったく関係なく定ま るひで，［10］では不等式（10）り左辺を $\frac{u_{i+1}^{n}-u_{i-1}^{n}}{2 \Delta x}$ に代えたも ので E 条件 心 適合を示している。しかし，これは特殊な場合と考え，本稿では定義2 ひ様にする。

[^33]:    ＊1（株）ヴァイナス
    ＊2 航空宇宙技術研究所
    ＊3 神戸大学

[^34]:    ＊1 東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻
    ＊2 東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻 助手
    ＊3 東京大学大学院工学系研究科航空宇宙工学専攻 教授

[^35]:    ${ }^{1}$ 航空宇宙技術研究所

[^36]:    ＊東北大学大学院航空宇宙工学専攻

[^37]:    ＊1 防衛庁技術研究本部
    ＊2 三菱重工業（株）
    ＊3 川崎重工業（株）
    ＊4 富士重工業（株）

[^38]:    ＊1（株）日産エアロスペースエンジニアリング
    ＊2日産自動車（株）

[^39]:    防衛大学校，National Defense Academy

[^40]:    ＊九州大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻
    †千葉大学大学院自然科学研究科

[^41]:    ［3］Bird，R．B．，Stewart，W．E．and Lightfoot，E．N．：Trans－ port Phenomena，Wiley，New York， 1960.

[^42]:    ＊九州大学工学部航空字宙工学科
    十宇宙科学研究所
    $\ddagger$ 石川鼻播磨重 I業

