

乱流 LES の工学応用の可能性

谷口 伸行 (東大生研)

Feasibility of Large Eddy Simulation of Turbulent Flows for Engineering application

by

Nobuyuki Taniguchi (Univ. of Tokyo)

ABSTRACT

A prediction of turbulent flow is an important problem for the fluid machinery design, but still difficult especially in the unsteady or/and three-dimensional properties which are often related with the flow separation. An LES seems a feasible solution to such problems though its applications to the engineering has been limited. This paper evaluates feasibility of the LES to the practical applications using some examples of the numerical evaluations. The instability and accuracy of numerical method and the boundary conditions are discussed for treating high Re practical problems. A turbulence modeling for combustion flame is also introduced as a typical extension of LES approach.

1. 乱流 LES の工学的意味

非定常性、3次元性の強い乱流場や、回転系や浮力場に生じる外力効果、圧縮性の影響などを一般的に数値シミュレーションで扱おうとすると、流れの基礎方程式—Navier-Stokes 方程式—に基づいた直接計算(DNS)にかかる期待は大きい。しかし、工学設計が必要としている流れに関する情報—主に統計平均的な特性や特定の周波数応答—に対して DNS の扱う自由度 (空間、時間の解像度を考慮すると Re 数の 3 乗のオーダー) はあまりにも大きすぎ、将来コンピュータ性能の飛躍的な向上を見たとしても、コストパフォーマンスを考える限り何らかの近似モデルが有用であることは間違いない。

ラージ・エディ・シミュレーションは、現在のところ、乱流 DNS の最も有力な近似モデルと考えられている[1]。この観点から、LES モデリングへの要求は、

- ・ 十分な解像度の格子では DNS に収束すること、
- ・ 充分高い Re 数において要求される解像度が、DNS より低いオーダーであること、

といえる。格子に対する収束が速いほど、Re 数に対する指数が低いほど優れたモデルと評価できる。スマゴリンスキモデルが風上差分のみを用いた解析モデルよりも優れると考える根拠もここにある。

2. 高 Re 数乱流へのブレイクスルー

乱流 LES を現在提案されている物理モデルに忠実に (すなわち、良い予測精度を保って) 解析を行うと DNS の 1/10 程度の計算負荷を要する。これは、DNS に対して十分小さいが、工学応用として高 Re 数への展開を考えるとまだ過大である。そのボトルネックとして、

- ・ 壁面の近似モデル、
- ・ 流入境界、エントレイメント境界での乱れの評価、
- ・ 高 Re 数での数値不安定に対する計算スキーム、

が挙げられる。予測すべき物理現象の特定とその数学的検討にブレイクスルーの道があると考えられる。これらの課題に対する研究成果を以下に簡単に紹介する。

2.1 壁面条件

単純な形状、たとえば、平行な平板間の隙間流れ (チャンネル流) においても、壁面付近では乱流解析において特別な考慮が必要である。壁面付近に生じる乱流現象として、古くはストリーク (縦渦) の存在が可視化実験により明らかにされ、最近ではより詳しい局所構造が D

NS 結果を用いて研究されている。これらは、壁面近傍の乱れだけでなく平均速度分布にも影響を与えており、LES においても当然考慮される必要がある。

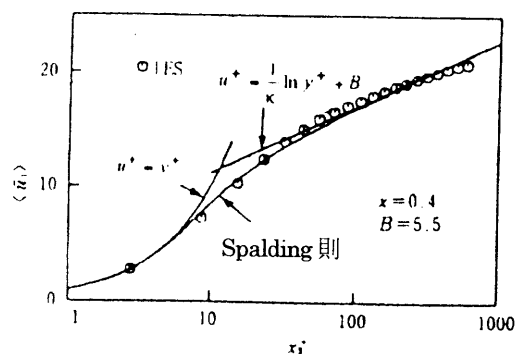


図1 壁面近傍の速度分布 (壁摩擦速度により無次元化)

図1は平板境界層 (円管やチャンネル流でもほぼ同じ) における壁面近傍の平均速度分布を、壁面せん断速度と動粘度 ν で無次元化し、横軸対数スケールで示している。粘性低層 ($y^+ < 5$) で平均速度分布が層流の場合と同じ ($u^+ = y^+$) になるのは分子粘性が支配的であることを示す。また、壁の効果として垂直方向の速度変動が特に抑制される。これらの影響によって、壁面近傍ではせん断変形(S_w)が大きいにもかかわらずSGS応力を小さく評価する必要があり、実際のLESではスマゴリンスキー定数 C_s をVan Driestの関数式により修正しているが、これは実験的なもので特別な物理的考察に基づくものではないが、チャンネル流や円管流では良好な結果を与えている。

図1のような速度分布を解析するのに壁面近傍 ($y^+ < 5$) に少なくとも2、3点の計算格子点が必要であるのは言うまでもない。また、壁面近傍の縦渦などを捉えるには流れ方向、幅方向にも $y^+ \sim 10$ 程度の格子分割は必要とされる。そのため、境界層が薄くなる高レイノルズ数流れでは特に細かい格子分割が要求され、3次元計算が必須であるLESでは負担が大きい。

ところで、平均速度に関する限り壁面近傍の分布はレイノルズ数や圧力勾配の変化によらずかなり一般的に成

り立ち、たとえば、発達した壁乱流でのいわゆる Log 則が知られている。あるいは、Launder & Spalding (1976) [2] がこれを粘性低層まで有効な実験式、

$$u^+ - y^+ - \exp(-\kappa B) \left\{ \exp(\kappa u^+) - 1 - (\kappa u^+) - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right\} = 0$$

$$y^+ = \frac{u_* y}{\nu}, \quad u^+ = \frac{u}{u_*}, \quad \kappa = 0.4, \quad B = 5.5$$

を示している。これから u_* をニュートン法などにより数値的に求めると、壁面せん断応力は、

$$\frac{\tau_w}{\rho} = \frac{\nu y^+}{u^+ y} u$$

と定められる。これらは本来は平均速度分布に対する関係式であるが、乱れ成分もこれに比例すると仮定すると、LES の乱れを含んだGS速度成分の境界条件としても適用できる。この方法は、チャンネル乱流における検証では $Re_\tau = 1000$ 程度で y 方向 10 ないし 20 等間隔のかなり粗い格子分割でも、図2に示すように乱流強度などの統計平均量の予測には良好な結果を与えている[3]。

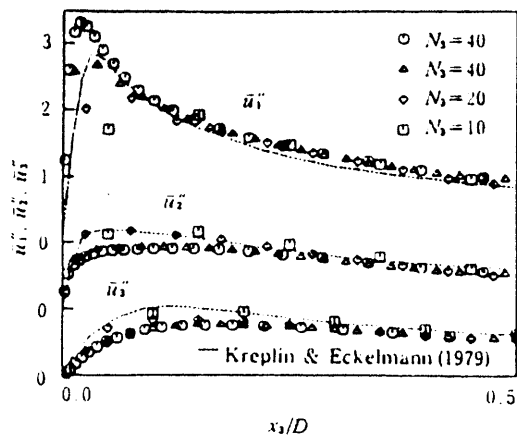


図2 壁法則を用いたチャンネル乱流 LES による乱流強度の予測結果

2.2 流入出条件

LES における流れ解析は非定常3次元であること以外に特別な条件を要しないので、一般に用いられる流れ解析法、たとえば、差分法+MAC法の組み合わせなどが適用できる。ただし、境界条件においても非定常性を考慮すべき点に注意がいる。LES における境界条件はDNS の場合と同様に、統計平均的な解と同時に瞬間的な変動にも対応しなければならない。このことは、しばしば数値不安定や数値誤差の問題を生じる。

現在、LES が適用されている問題の多くはチャンネル乱流の様に平均的に定常2次元であり、その場合には一様な方向に周期条件を課するのが一般的である。また、統計平均量を得る場合にも時間平均と同時に一様方向の平均を行うことで必要な計算時間が短縮できる。周期条件は瞬間的な速度変動についてもそのまま適用されるので数値計算上の問題は起きにくい。ただし、計算領域と

して閉じた空間が仮定されるので、乱流中の本来の構造が変形されない程度に大きな領域をとること、全体の力の釣り合いやエネルギーバランスに矛盾がないことなどに注意が必要である。

一方、流入境界がある場合には乱流の速度変動を直接評価する必要がある。瞬間的、局所的な流れデータを実験値や理論値からすべて与えることができない以上、これらは何らかの人工的条件となる。流入境界において適用が容易なのは平均速度分布に一様なランダム変動を加える方法であり、計算内部に剥離やせん断流がありそこで強い乱れが生成する問題では有効な方法といえる。乱れエネルギー分布や相関長さなどを平均的に実験値と一致させることや、流れの安定性解析から得た変動モードを与えることにより改善がみこめるものの、流入変動の影響が内部におよぶ問題では誤差が避けがたい。そこで、小規模なLES計算を同時に行い瞬時解を得る方法もしばしば用いられる。チャンネル流や円管流では流れ方向に周期条件を課した発達流れを、風洞実験を模擬するならば一様乱流を、比較的小さな格子数で並列に計算し、その瞬時の断面分布などを対象計算領域の流入条件として用いる[4]。また、せん断乱流などの時間発展計算の場合には、同様にして得た解を初期条件として利用する。さらに複雑な工学的問題へ適用する場合には、チャンネル流や一様乱流などの比較的容易に計算できるLES解から得た変動分布を、実験や時間平均モデル解析などによる平均分布に加えるのが効果的と考えられる。

流出条件については対流型の境界条件、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

が一般に良い結果を与える。ここで、対流速度 U_c は瞬時局所速度ではなく乱流渦の平均的な移流速度を表し、これを流出方向に正に与えることで計算の安定化がはかれる[5]。具体的には、チャンネル流や管内流などでは断面平均速度が、物体後流では一様流速度が有効で、対流速度 U_c の定義の差による影響は小さい様である。

2.3 風上差分スキームの影響

運動方程式にSGS応力が付加されることを除けばLES の流れ場計算法は基本的にDNS と同じであり、数値計算に関しては非定常3次元の高レイノルズ数粘性流れ解析の一般的な手法がそのまま適用される。一様等方乱流やチャンネル乱流などの基礎的なLES解析では数値誤差の小さいスペクトル法がしばしば用いられるが、応用的な研究では差分法や有限要素法が適用される。

LES (DNSでも同じであるが) に差分法や有限要素法を用いる場合、高波数の小さなスケール変動の解析に対して大きな数値誤差を生じる点に注意が必要である。応用解析で用いられている2、4次精度中心差分では、高波数の変動については微分精度が低く、乱れの予測に対する解析精度の目安としてはスペクトル法の倍程度の格子分割が必要とされる。また、離散化式系においても運動エネルギーなどの物理保存性を満たすことが高精度かつ安定な解析に適切であることが指摘されている。[6]

ところで、応用解析では物体の角部などの不連続な境界条件から生じる数値振動を抑制するために風上差分がしばしば用いられる。あるいは、SGS応力モデルを用いずに風上差分の数値粘性のみにより計算安定化を図る、

いわゆる「疑似DNS」も工学的応用にはみられる。解の滑らかな変化を想定するレイノルズ平均乱流モデルの解析と異なり、LESで計算されるGS成分には格子と同程度に高波数の変動を含む（SGS応力によって減衰しているが）ので、計算すべき変動解と非物理的な数値振動とを分離することが難しい。LESにおいて数値粘性は数値振動を抑制すると同時に一種のSGS応力モデルとしても働くと考えられるが、その際には始めに指摘したようにDNSへの収束性が評価されるべきである。少なくとも、非物理的な数値振動を生じない程度の格子解像度が得られる場合には乱流物理量でスケールアップされていない、いわゆる「風上差分」は適切なSGSモデルとは言えない。

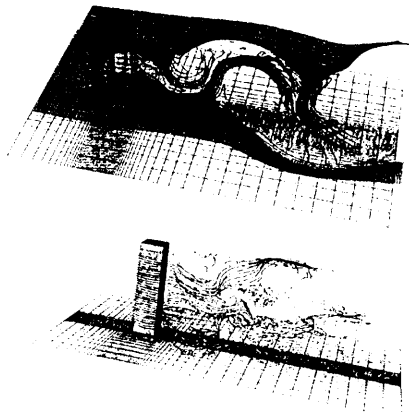


図3 角柱周り LES の計算格子と瞬時流れ
Re=22,000、格子分割 82x63x16 (C16)、x32(C32)

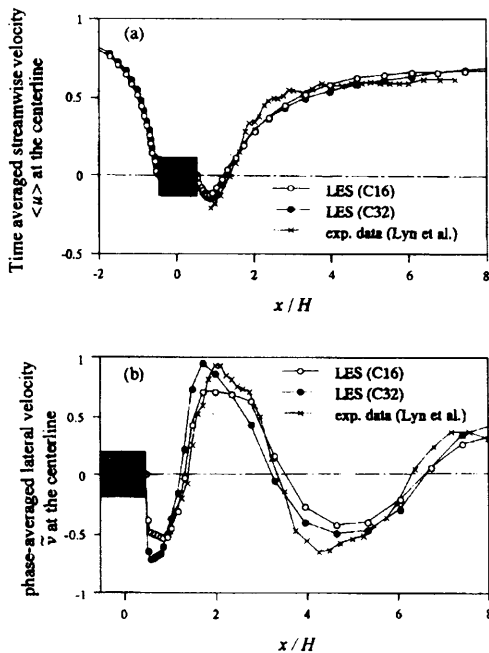


図4 角柱周り LES による速度分布予測 [8]
(上：時間平均 u 、下：位相平均 v)

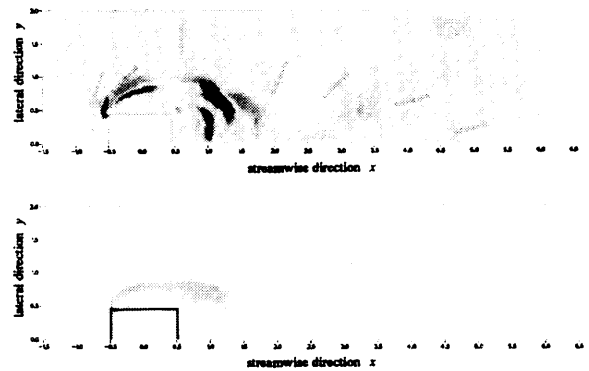
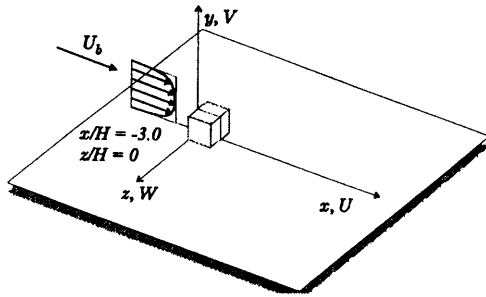


図5 角柱周り流れ LES における風上差分の影響 [8]
(上：QUICK 数値粘性誤差の分布、
下：SGS 応力モデル (マコリススキ) 項の分布)

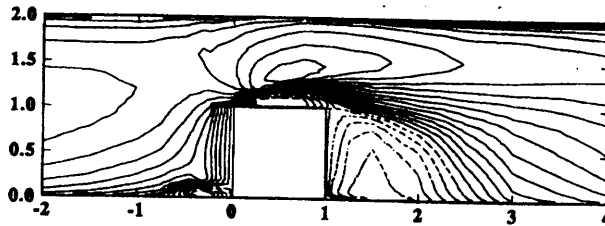
実際に LES 解析を実用問題に適用するには数値振動を抑制する数値手法が事実上必須である。また、比較的高レイノルズ数 ($Re=22,000$) の粗い格子による角柱まわり流れ LES で QUICK スキームを適用した結果では、カルマン渦周波数や平均速度などの統計平均量に関しては良好な予測が得られる(図3、4) [7]。しかし、この場合においても局所瞬時の速度変動のエネルギー散逸の計算値を評価すると、風上差分に起因する数値誤差による散逸量が SGS モデルによる物理的なそれを広範囲にわたって上回っていることは指摘せねばならない(図5)。

上記の角柱周りの LES では比較粗い格子では風上差分を用いない解析は数値振動 (wobble) によって発散してしまう。より流れが速度擾乱に対して安定なケース、たとえば、チャンネル流中の物体剥離流れ [8] においては計算発散にはいたらないが、図6に示すように数値振動が生じた場合 (Case1、2 次中心差分) には平均分布にも影響を与えてしまうため適切な解を得るには wobble の抑制が必要である。しかし、QUICK スキームを全領域に適用すると後流域においてレイノルズせん断応力などの統計量予測に重大な誤差を生じることが示される (Case2)。この場合、風上差分を用いずに数値振動を抑制するには物体近傍で DNS と同程度の格子分割数が必要になると考えられ工学応用は困難であるが、少なくとも、乱流粘性が効果的な流れ領域において風上差分を一律に適用することは受け入れがたい。この事例においては wobble の伝播領域があらかじめ特定できたため、風上差分限定的な使用 (Case3) により改善をえた。

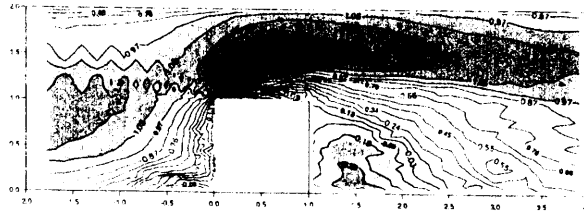
上記のような数値振動は物体境界層が極めて薄く平均速度分布自体が解像されないために生じるもので、その wobble 伝播は非粘性的な解として現れる。このような非粘性的な領域における数値振動解と、乱流粘性が影響を持つ領域で解像すべき乱流変動とを判別する一般的な条件式を必要としており、従来提案されてきた安定条件スキームについてこの観点からの検討がなされるべきである。また、この問題は、例えば圧縮性流れ解析において多用される TVD スキームなど風上差分を基調とした解析においても共通に検討されるべき研究課題である。



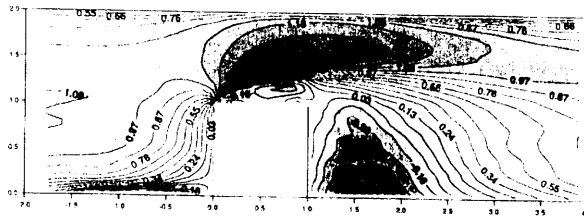
Exp. by P.Matinuzzi and C.Tropea [15]



Cal. Case 1 (SM-2nd Cntl.)



Case 2 (SM-QUICK)



Case 3 (SM-QUICK(Partial))

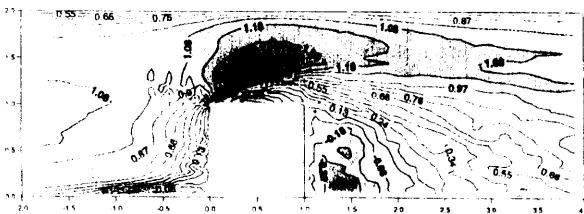


図6 チャンネル中の立方体周り流れのLESにおけるwobble伝播(中央断面のu平均分布)

3. 複雑乱流場への展開

予測すべき対象が統計平均場のみであるならば、レイノルズ平均モデル(RANS)が原理的に優る。実際に、工学設計のパラメータスタディには、k-εモデルの有効な適用例が多数報告されている。一方、LESには、

- ・時間・空間変動が直接的に解析できる、
 - ・モデル定数の数が少なく、適用範囲が広い、
- の特徴がある。これらを必要とする対象、たとえば、
- ・不均一、非定常な解を必要とする、
 - ・適切な統計平均モデルが知られていない、

問題にこそLESの適用が期待される。反応流、混相流、電磁性流などでは流れとの干渉についての基本的なメカニズムが不明確であるため、原理モデルにさかのぼった解析(いわゆるDNS)が試みられている。LESでは、これらの解析法を数学的に近似する直接的なモデリングが可能であるため、様々な対象に同じアプローチで展開できると考えられる。ここでは、その一例として乱流燃焼火炎のモデリングと燃焼器流れへの適用を紹介する。

3.1 乱流燃焼火炎のLESモデリング

多くの燃焼器流れでは、流れの変動に対して化学反応素過程の時間スケールが数桁小さく、燃焼反応に関しては準平衡として一段階の簡略化した反応モデルが有効とされる。さらに、レイノルズ数が大きいときには乱流中でも層流火炎がしわ状に変形するとみなすflamelet(層流火炎片)モデルが成り立ち、燃焼状態は主に乱流変動によって支配されると考えられる。

ここで、flameletモデルは燃焼反応が火炎面のみで生じると仮定しているため、このモデルに従えば火炎面の移動を追跡することで燃焼場が予測できる。予混合火炎の場合には、火炎面の追跡に反応進行率を変数とした微分方程式を解く計算法を適用して層流や乱流DNSがいくつかの基本的な燃焼場で検証されている。ここでは、実用的なLESへの適用を考え、flameletモデルを数値的に安定に扱う方法として、火炎伝播を示す仮想的な輸送方程式、G-方程式、

$$\frac{\partial G}{\partial t} + u_j \frac{\partial G}{\partial x_j} = S_L |\nabla G|$$

を導入した計算手法[9]を取り上げる。ここで、下図に示すように、層流火炎速度(=火炎伝播速度) S_L であり、また、 $G = G_0$ が火炎面を表す。

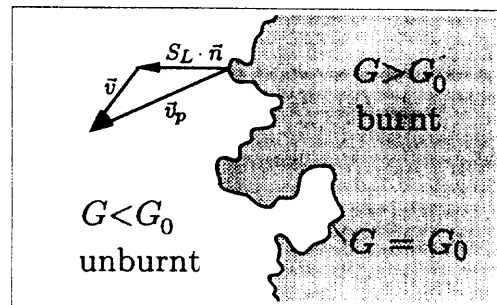


図7 G方程式によるflameletモデル解析の概念図

ここで、乱流場を LES によって近似的にシミュレートする際には火炎モデルにも適切な修正が必要となる。すなわち、LES においては、乱流変動によって細かくしわ状になった火炎面を空間平均によって滑らかに近似するため火炎面の見かけの面積が減少する。G-方程式の定式化においては $|\nabla G|$ が過少に評価されることになるため、その影響を見かけの火炎速度 S_f が増加したものと

$$S_L |\nabla G| \cong S_f |\nabla G|$$

と補正する。Yakhot ら[10]はサブグリッド乱れ強度 u' を用いて、

$$\frac{S_f}{S_L} = \exp \left[\frac{(u'/S_L)}{(S_f/S_L)} \right]$$

を提案している。あるいは、Im ら[11]、朴ら[12]は時間平均モデルを参考に、

$$\frac{S_f}{S_L} = 1 + c \left(\frac{u'}{S_L} \right)^n$$

を採用してモデル係数 C をダイナミック SGS で与えており、基礎的な解析では良好な結果を得ている。

3.2 燃焼器流れの解析例

flamelet モデルに基づく乱流火炎 LES の適用例として、ガスタービン燃焼器のテストセクションを対象とした解析結果を紹介する[13]。形状は図8に示すように単純化した軸対称容器で、予混合燃料が流入し流入口の円盤状の保炎器背後に生じる剥離流によって予混合火炎が保持される。実験においては予混合空気 115℃ 以上、燃空比 0.035 以上で安定な火炎が得られ、流入流速 20~30m/s の範囲では吹き消え限界にも大きな変化がないことが確認されている。代表的な実験条件を表1にまとめた。流入流速と保炎器径によるレイノルズ数は約 50,000 となる。解析格子は円筒 (O 型) (r, θ, z に $55 \times 90 \times 102$) であてた。

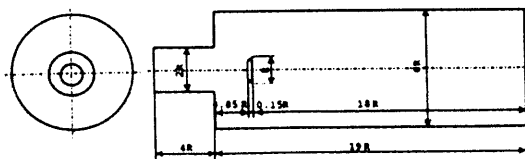


図8 予混合燃焼器の流路形状

表1 テストセクションの実験条件

	Non-flame	Flame
Inlet velocity	28.4 m/s	24m/s
Cooling air velo.	0.0 m/s	5~20 m/s
Air rate	121 Nm ³ /h	70 Nm ³ /h
Fuel rate	—	3.8 Nm ³ /h
Fuel ratio	—	0.03
Flame temp.	—	1370 °C
Inlet air temp.	17 °C	120 °C
Pressure in chamb.	1.0 kgf/cm ²	1.0 kgf/cm ²

図9に非燃焼の場合について、後流3箇所での平均速度分布を実験データと比較して示す。保炎器直後の逆流域 ($z=20$) が解析では大きく予測されているものの、保炎器周囲のせん断流や、下流 ($z=40,100$) での速度回復は適切に予測された。また、乱流強度についても剥離域内を除き実験と良い一致が得られている。

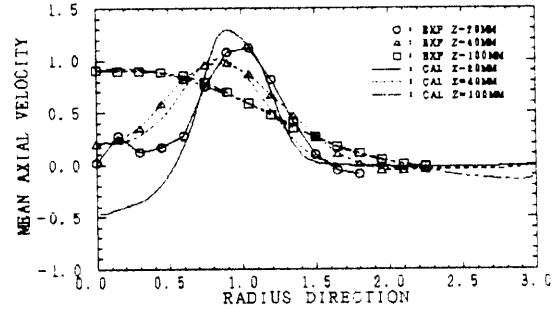


図9 非燃焼流れにおける主流方向平均速度分布

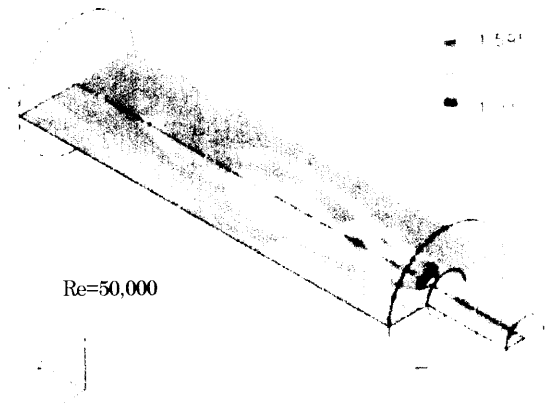


図10 燃焼器中央断面での主流速度 u の瞬時分布

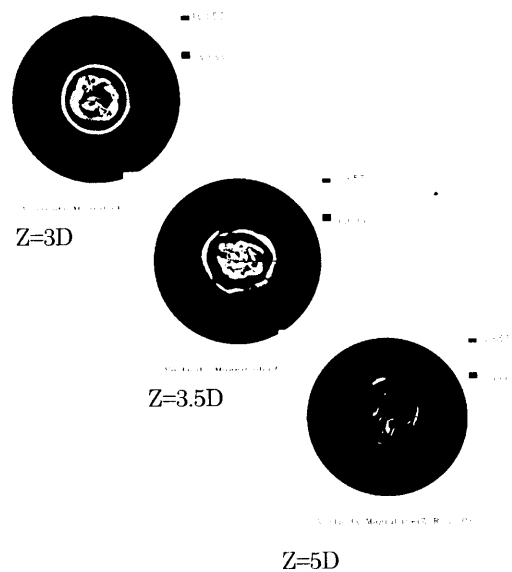
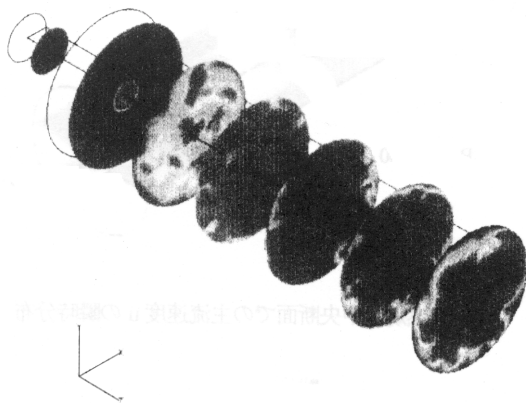


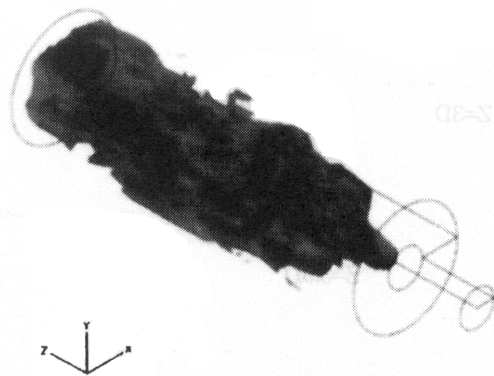
図11 保炎器後流断面での温度分布

図 10 には燃焼器中央断面での主流方向速度の瞬時分布を、図 11 には保炎器後流での渦度分布をしめた。流入管路からの流れが保炎器周囲に円環状ジェットのせん断層が下流において 3 次元的に変形していく状況が捉えられている。ここでは、流れ方向の縦渦が流れの 3 次元性を発達させており、同様の構造は可視化実験によっても報告されている。

上記の LES 流れ解析に G 方程式による火炎モデルを連成することで乱流燃焼場が解析される。本解析では、まず、非燃焼乱流 LES において発達した速度場を得て初期条件とした。解析領域全体に未燃ガス ($G=0$) が充填された状態で、実験によるパイロット火炎による点火を模擬して保炎器背面にのみ一様な着火 (既燃ガス $G=1$) を与えた。この場合、火炎はまず保炎器背後の剥離域に広がり、軸線に沿って下流に移流しつつ半径方向への拡散は図 11 に示した渦度の 3 次元的な変形が見られる位置から半径方向にも急速に拡散することが解析された。保炎器火炎が下流出口まで発達した時点での変数 G の瞬時分布と、火炎面 ($G=0.5$ 等値面) の形状の予測結果を図 12 に示す。火炎伝播の状況は実験による観察とも定性的に合っているが、下流出口付近においても間欠的に未燃ガス流出が見られる点は燃焼効率に関連がある現象と考えられ興味深い。



(a) 火炎発達時の瞬時 G 分布



(b) 火炎発達時の火炎面 ($G=0.5$) の瞬時形状

図 12 乱流 LES による乱流火炎の予測

4. まとめ

本論文では乱流 LES の実用問題への適用性についての最近の研究動向として、特に、数値計算法の安定性と評価、および、燃焼流における乱流モデリングを取り上げて解検証析事例とともに紹介した。乱流 LES はある程度大きな計算負荷を必要とすることから基礎的な流れ問題を中心に研究がなされてきたが、非定常 3 次元の流れ問題や反応流などへの適用性を時間平均モデルと比較して考えれば、むしろ、複雑な工学的な乱流場の実用的な予測法としての期待が高い。そこでは、本論文の事例でも示されているように数値計算法と乱流モデリングを切り離した検討は難しく、両者を総合した研究が必要といえる。

参考文献

- [1] Kobayashi 他, "Large Eddy Simulation for Turbulent Wake of Bluff Body", JSAE Spring Convention (1998) 9832747,
- [2] Launder B.E.・Spalding D.B., (1976), *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 3, 269-289
- [3] 森西・小林, (1991), 機械学会論文集 B57-540, 2595-2601
- [4] Morinishi Y.・Kobayashi T., (1990), *Engineering Turbulence Modelling and Experiments* (eds. Rodi W.・Ganic E.N.) 1, 279-286, Elsevier Pub.
- [5] 戴・小林, (1992), 機械学会論文集 B58, 17-23
- [6] 森西ら, (1996) 機械学会論文集 B62-604, 4090-4112
- [7] Kogaki T. 他, (1995), *Math. Modelling of Turbulent Flows*, 211-216, Japan Soc. of Comput. Fluid Dynamics
- [8] 朴・小林・谷口, (1995), 第 9 回数値流体力学シンポジウム, 219-220, 数値流体力学会
- [9] Kerstein, A.R., et al., (1988) *Phys. Rev. A* 37, 2728
- [10] Yakhot, V., (1988) *Combustion Sci. Tech.* 60
- [11] Im, H.G., (1997) *Phys. Fluids* 9(12), 3826-3822
- [12] 朴ら, (1999), 第 14 回生研 NST シンポジウム
- [13] Taniguchi 他, (1999), "Large Eddy Simulation of a Premixed Combustion Flow in a Gas Turbine Combustor", IJPGCC'99, ASME.