

# プラグノズル周りの流れ解析

杉本 浩一\*, 麻生 茂\*, 棚次 亘弘†, 室岡 武‡

## Numerical Analysis of Flow Fields around Plug Nozzle

by

K.Sugimoto\*, S.Aso\*, N.Tanatsugu†, T.Murooka‡

### ABSTRACT

Plug nozzle is one of the most promising nozzle systems for full reusable rocket. In the present study, fundamental characteristics of the plug nozzle flow field have been numerically investigated. Calculations have been conducted by solving the full axisymmetric Navier-Stokes equations with perfect gas assumptions. Three different boat-tail configurations are selected in order to observe the effect of the configuration on the total drag. The flow fields around boat-tail configurations have been numerically simulated. Calculated results are compared with experimental results. The global tendency of calculated total drag and pressure distribution shows good agreements with experimental results.

### Nomenclature

$a$	: speed of sound
$c_p$	: static pressure coefficient
$C_D$	: drag coefficient
$E$	: total energy per unit volume
$\hat{E}$	: x-direction flux vector
$\hat{F}$	: y-direction flux vector
$\hat{E}_v, \hat{F}_v, W$	: viscosity dissipation
$H$	: axisymmetric source term
$M$	: Mach number
$p$	: wall static pressure
$\hat{Q}$	: conservative variables
$u$	: velocity of axis direction
$v$	: velocity of diameter direction
$\gamma$	: specific heat ratio
$\rho$	: density
$\mu$	: viscous coefficient
$\tau$	: viscosity stress tensor

### 1 Introduction

近年、プラグノズルはSSTO等の完全再使用型宇宙往還機の開発に当たって関心を引いている。しかしながら、まだ多くの問題を抱えているのが現状である。その問題の中の 하나가ボートテール抵抗の問題である。しかし、この抵抗を減らすためにはいくつかの方法があることがすでに報告されている。(T.MUROOKA (1997), T.TOMITA et al. (1996))そこではボートテール形状の選択が抵抗を減らすためには重要である事が述べられている。そこで、さまざまなボートテール形状周りの流れ場をいくつかの自由流マッハ数に対して数値的に解析した。自由流マッハ数が1.5から3.5までは実験と同じ計算条件を使用し、4.0から6.0までは高度25kmを飛行していると仮定して計算条件を設定した。

### 2 解析法および計算条件

#### 2.1 支配方程式

支配方程式は完全軸対称ナビエ・ストークス方程式であり、次のように書かれる。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial y} + H = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial x} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial y} + W \right)$$

ここで  $Re$  はレイノルズ数であり、 $\hat{Q}$  と  $\hat{E}, \hat{F}, H, \hat{E}_v, \hat{F}_v, W$  はそれぞれ以下のようになる。

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)u \end{pmatrix}$$

$$\hat{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ (E + p)u \end{pmatrix}$$

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v^2 + p \\ (E + p)u \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} \rho u / y \\ \rho u v / y \\ \rho v^2 / y \\ (E + p)v / y \end{pmatrix}$$

$$\hat{E}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ e_4 \end{pmatrix}$$

$$\hat{F}_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ f_4 \end{pmatrix}$$

\*九州大学工学部航空宇宙工学科

†宇宙科学研究所

‡石川島播磨重工業

$$W = \frac{1}{y} \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ 2\mu \left( \frac{\partial v}{\partial u} - \frac{v}{y} \right) \\ f_4 \end{pmatrix}$$

ここで、 $e_4$  と  $f_4$  は

$$e_4 = \tau_{xy} + \tau_{xx} + \mu(\gamma - 1)^{-1} Pr^{-1} (a^2)_x$$

$$f_4 = \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + \mu(\gamma - 1)^{-1} Pr^{-1} (a^2)_y$$

であり、状態方程式は次のように与えられる。

$$p = (\gamma - 1) (E - \rho(u^2 + v^2)) / 2$$

$\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yy}$ ,  $\tau_{xy}$  and  $\tau_{yx}$  are given by:

$$\tau_{xx} = -\frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\tau_{yy} = -\frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

粘性係数  $\mu$  はサザーランドの式により評価される。

$$\mu = C_1 \frac{T^{3/2}}{T + C_2}$$

ここで  $C_1 = 1.458 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{1/2})$ ,  $C_2 = 110.4\text{K}$  である。

### 2.2 数値解析法

対流項には Harten-Yee の TVD スキーム (Yee et al.(1985)) を使い、Baldwin-Lomax の乱流モデル (Baldwin et al.(1978)) を使用した。粘性項には中心差分を用い、時間積分には完全陰解法である LU-ADI スキーム (Obayashi et al.(1986)) を使用した。

### 2.3 数値解析条件

3つの異なる形状の概略図が図.1 から 図.3 に示されていて、代表的な計算格子が 図.4 に示されている。衝撃波角が自由流のマッハ数によって変化するため、計算格子の高さは適宜変更した。計算条件を表 1 に示す。マッハ数 1.5 から 3.5 までの計算条件は実験条件と同様であり、マッハ数 4.0 から 6.0 までは高度 25km を飛行していると仮定して計算条件を設定した。

表 1: Calculation condition

Mach	Press. (Pa)	Temp. (K)	Re
1.5	$2.06 \times 10^5$	279.00	$3.95 \times 10^6$
2.0	$2.16 \times 10^5$	279.00	$4.14 \times 10^6$
2.5	$3.04 \times 10^5$	279.00	$5.83 \times 10^6$
3.0	$4.41 \times 10^5$	279.00	$8.46 \times 10^6$
3.5	$6.64 \times 10^5$	279.00	$1.27 \times 10^7$
4.0	$2.55 \times 10^3$	221.55	$2.64 \times 10^5$
5.0	$2.55 \times 10^3$	221.55	$3.30 \times 10^5$
6.0	$2.55 \times 10^3$	221.55	$3.96 \times 10^5$

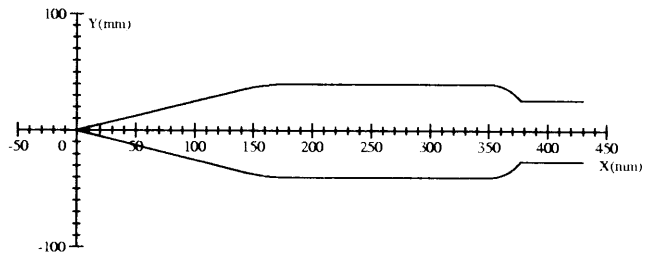


図 1: Schematic diagram of A1 configuration

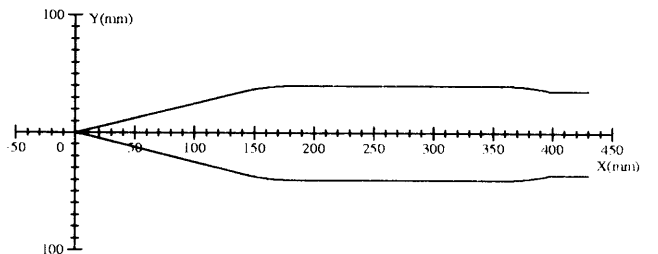


図 2: Schematic diagram of A2 configuration

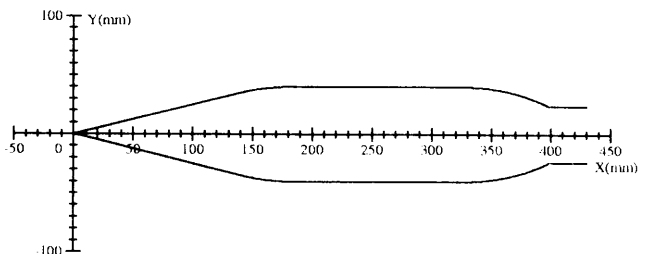


図 3: Schematic diagram of A3 configuration

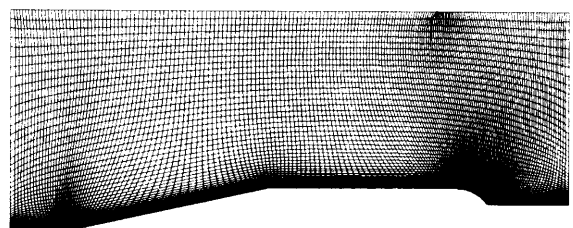


図 4: Representative computational grid

3 数値解析の結果と議論

数値解析によって得られた、A1 形状の自由流マッハ数 2.0 と 3.0 の時の等圧力線図を図.5 と 図.6 に示す。計算モデルの先端から生じる衝撃波や角を曲がる際の膨張扇などが良く捕らえられており、これらの衝撃波角やマッハ角は理論値と良く一致している。

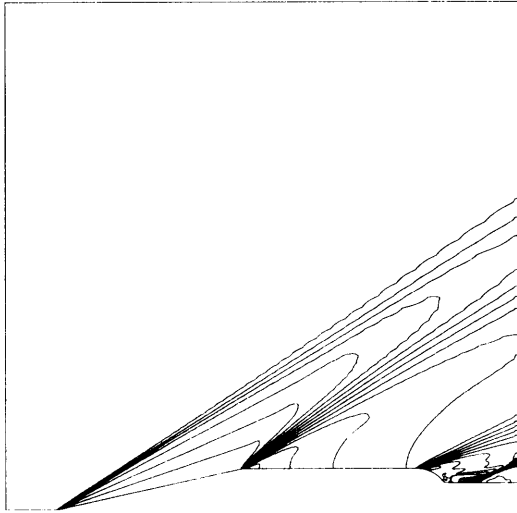


図 5: Pressure contours of A1 configuration at  $M = 2.0$

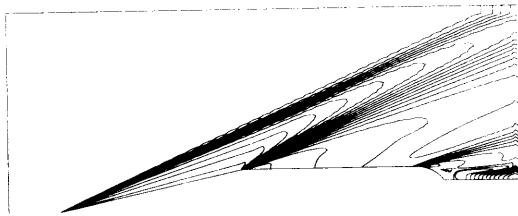


図 6: Pressure contours of A1 configuration at  $M = 3.0$

計算結果と実験の比較をするために、圧力係数の分布と抵抗係数を静圧から求めた。抵抗値は壁面静圧を積分して求め、抵抗係数として評価した。抵抗係数  $C_D$  は次のようになる。

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2}$$

$$C_D = - \frac{\sum c_p \cdot A}{A_{all}}$$

ここで、 $A$  は壁面静圧を代表する面積であり、 $A_{all}$  は計算モデルの前方投影面積である。

数値解析の結果と実験結果との圧力分布の比較が、A1 形状については図.7-9 に、A2 形状については図.10-12 に、A3 形状については図.13-15 に示されている。ポードテール形状はそれぞれの図に太い実線で描かれている。

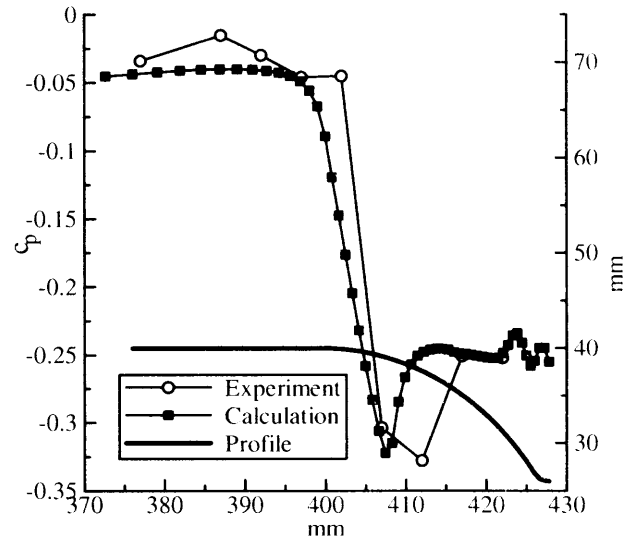


図 7: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A1 configuration at  $M = 1.5$

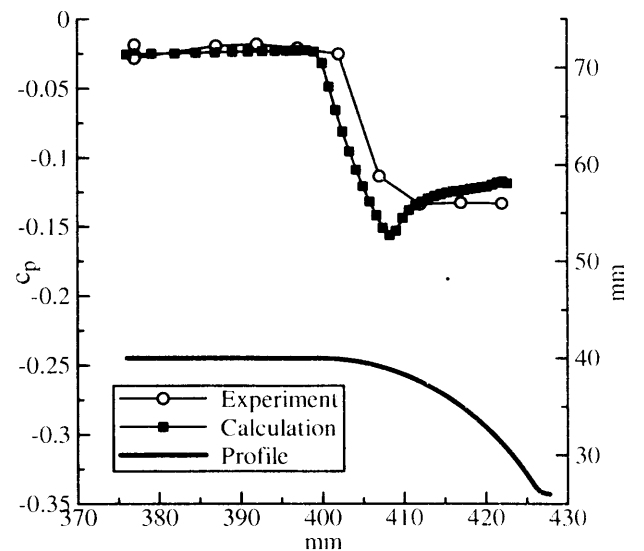


図 8: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A1 configuration at  $M = 2.5$

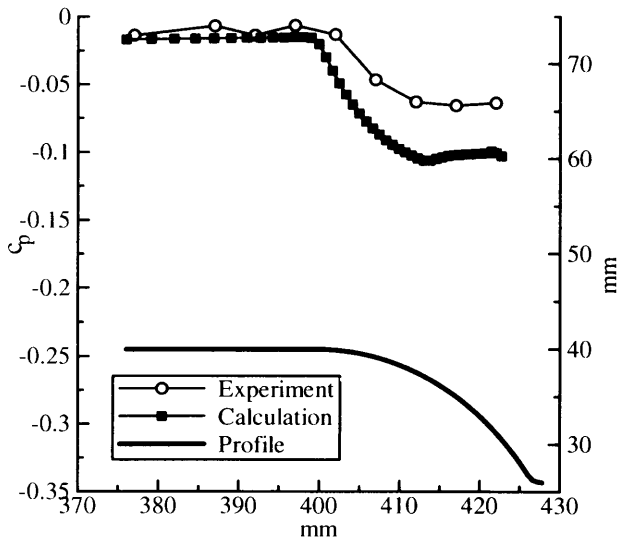


図 9: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A1 configuration at  $M = 3.5$

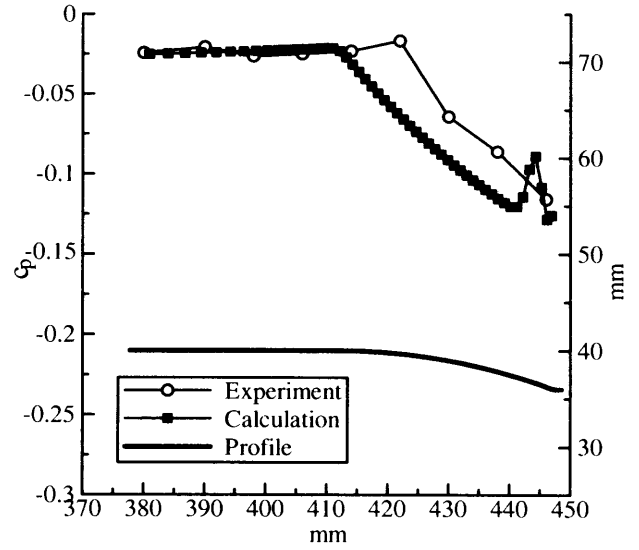


図 11: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A2 configuration at  $M = 2.5$

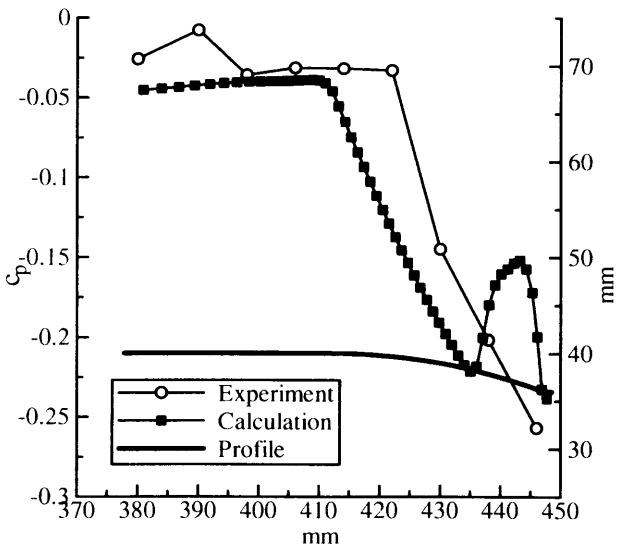


図 10: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A2 configuration at  $M = 1.5$

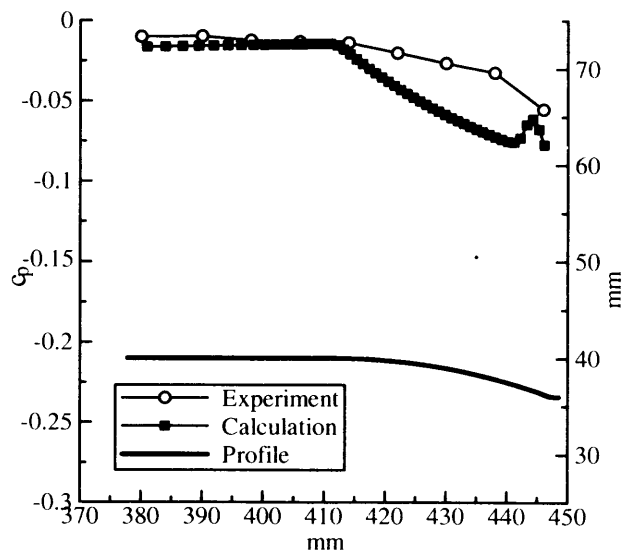


図 12: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A2 configuration at  $M = 3.5$

どの図からも、ポードテール形状が曲がり始めるところで流れが剥離し始め、 $c_p$  が減少する様子が見て取れる。図.13を除けば、計算結果は実験値と良い一致を示している。図.13では、カウルのカーブ上流側の圧力低下や剥離後の圧力回復の様子が良く捕らえられている一方、圧力の最低値は実験結果ほど低くない。数値解析による剥離点が実験による剥離点とずれているためと考えられる。

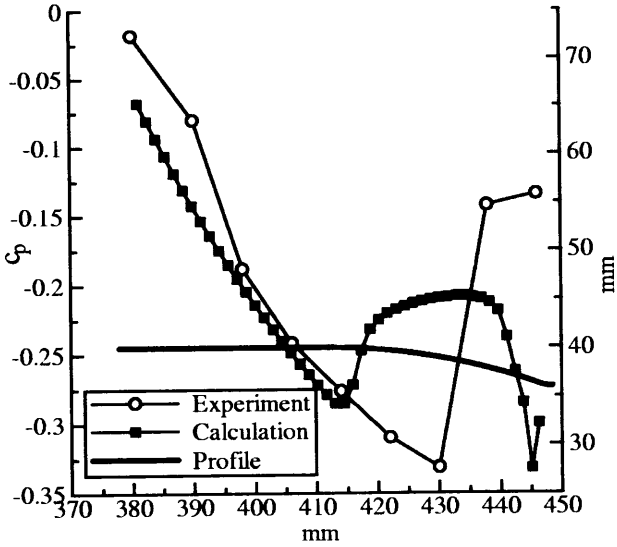


図 13: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A3 configuration at  $M = 1.5$

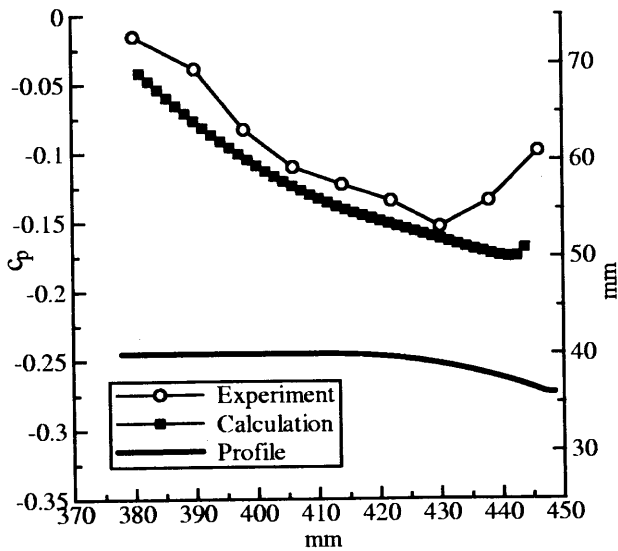


図 14: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A3 configuration at  $M = 2.5$

図.16 は自由流マッハ数 1.5 の時の A3 形状のポードテール形状周りの流線を示している。この図では、1 次・2 次剥離渦を見て取れる。同様の剥離渦は A1 形状で自由流マッハ数 1.5、2.0、そして A3 形状で自由流マッハ数 2.0 の際においても見ることができた。このことから、壁面静圧分布を正確に捕らえるためには剥離点を正確に捕らえることが重要である。また、正

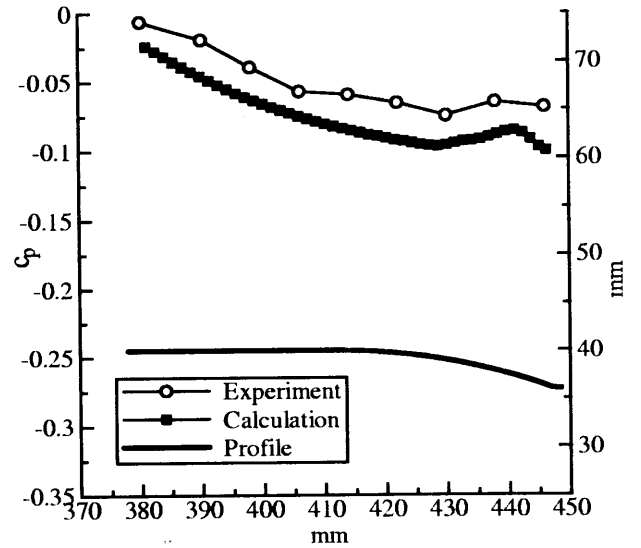


図 15: Comparison of numerical results with experimental results of pressure distribution about A3 configuration at  $M = 3.5$

確に剥離点を捕らえるには Baldwin-Lomax の乱流モデルでは不十分であることもわかった。

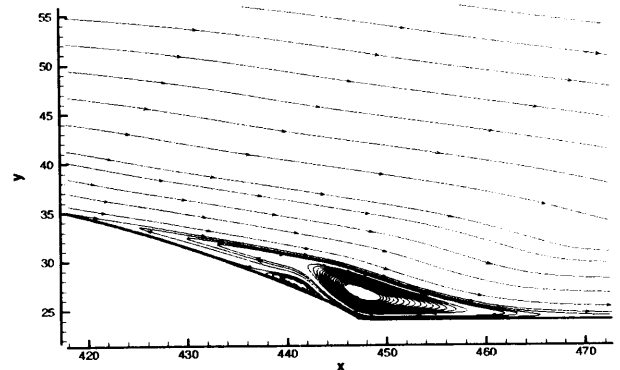


図 16: Representative stream line about A3 configuration at  $M = 1.5$

3 つの異なる形状における様々な自由流マッハ数での抵抗係数が図.17 に示されている。どの形状においても、飛行マッハ数が 6 まで増加すると共に抵抗係数が減少し、遷音速領域に近づくにつれて抵抗係数が増加しているのがわかる。またこの図からは、形状をなだらかなものによって抵抗を減少させることができることもわかる。特に、A2 形状では A1 形状と比較して 1/5 まで抵抗係数を減少させることができている。A1 形状と A3 形状では、A3 形状のほうがポードテール部の断面積が A1 形状より小さいのにも関わらず、A1 形状の方が A3 形状より抵抗係数が大きくなっている。さらに、曲率半径が等しい A2 形状と A3 形状では A2 形状のほうが抵抗係数が小さいことから、曲率半径が大きいほど抵抗が小さく、同じ曲率半径同士では断面積変化が小さいほど抵抗係数が小さくなるのがわかる。

数値解析による抵抗係数はある程度実験で求められた抵抗係数よりも大きい、全体的な抵抗や圧力分布は実験値と良い一致を示している。

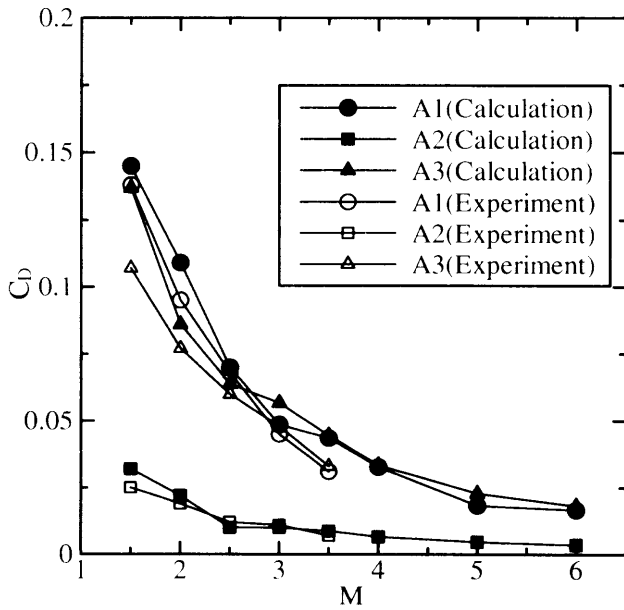


図 17: Drag coefficient of several configurations

#### 4 結論

この研究の結論は次のように要約される。すなわち、

1. 数値解析によって得られた、3 種類のフラグノズルのポードテール形状の空力抵抗特性の全体的な傾向は実験と良く一致した。
2. どの形状においても、マッハ数が増加するにしたがって抵抗係数は減少した。
3. 抵抗係数は、ポードテール部の変化をなだらかにすること、または大きな曲率半径の曲線にすることで減少させることが出来る。
4. 大きな曲率半径のカーブを用いることで抵抗を小さくすることが出来る。同じ曲率半径ならば、断面積の減少が少ない方が結果として小さい抵抗を生む。

要するに、 $C_D$  を減少させるためには曲率半径は大きく・断面積の減少は小さくすべきであることがわかった。将来、 $k-\epsilon$  モデルのような他の数値乱流モデルを考慮する予定である。

#### 参考文献

- [1] Yee, H.C. Warming, R.F. and Harten (1985) Implicit Total Variation Diminishing (TVD) Schemes for Steady-State Calculation, J. Computational Physics, 57: 327-360.
- [2] S. Obayashi, K. Matsushima, K. Fujii and K. Kuwahara (1986) Improvements in Efficiency and Reliability for Navier-Stokes Computations Using the LU-ADI Factorization Algorithm, AIAA Paper 86-0338.
- [3] B. S. Baldwin and H. Lomax (1978) Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows, AIAA Paper 78-257.
- [4] T. Murooka, N. Tanatsugu, T. Sato, and M. Yamamoto (1997) Experimental study about reduction of plug nozzle boat-tail drag (in Japanese), Symposium on Flight Mechanics and Astrodynamics, 1997: 158-161.
- [5] T. Tomota, H. Tamura, and M. Takahashi (1996) Plug Nozzle Flow Field Characteristics, proc. ISTS(1996), ISTS-96-a-2-19.