

近傍場におけるソニックブームの数値解析

吉田 昭彦*

中橋 和博**

藤井 昭一**

Numerical Analysis of Sonic Boom in the Near Field

by

Akihiko YOSHIDA, Kazuhiro NAKAHASHI,
Shoichi FUJII

Department of Aeronautical Engineering
University of Osaka Prefecture

ABSTRACT

Numerical solutions of 3D Euler equations are obtained for supersonic flows, in order to investigate the sonic boom pressure signatures in the near field. The models used in the calculations are a body of revolution and two wing-body configurations. The results for a body of revolution indicate a good agreement with the experimental data. A solution-adaptive-grid method which uses tension and torsion spring analogies is applied. The results show that this method improves the accuracy of solutions, and that the sharper pressure signatures can be calculated than those in initial grid.

1. 序論

超音速で飛行する航空機から発生するソニックブームの低減は、今後の超音速航空機開発において、必要不可欠な課題の一つである。ソニックブームは、幾何音響理論に基づく準線形理論によって遠方場を中心に考えられてきた。しかし、航空機形状によっては近傍場の複雑な圧力波形が遠方場まで持ち越されることが指摘され、この考えに基づいて低ブームを得る近傍場での圧力波形、それを発生する機体形状が提案されている。⁽¹⁾

このように遠方場でのソニックブームを精度良

* 大阪府立大学大学院

** 大阪府立大学工学部航空工学科

く推定するためにも、またソニックブームの低減を考えるためにも、まず最初に近傍場での圧力波形を詳細に調べる必要がある。

そこで、航空機近傍での流れ場を CFD (Computational Fluid Dynamics) を用いて解析する。超音速流を考え、支配方程式として、円錐座標系で書かれた 3 次元非定常オイラー方程式を用いる。ここで用いた計算法は、上述の方程式を積分形で書き直したものに対して、円錐（球）面上において node-center の有限体積法 (FVM) を適用し、下流 (R) 方向の微分 (3 次元) 項には風上差分を用いることにより、円錐面を下流方向にマーチングしていく手法である。⁽²⁾ また、精度を上げるために解適合格子の検討も行った。

2. 計算法

基礎方程式は、3次元非定常オイラー方程式であり、直交座標系で表すと次式となる。

$$Q_t + F_x + G_y + H_z = 0 \quad (1)$$

ここで

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(e+p) \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ v(e+p) \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ w(e+p) \end{bmatrix}$$

また、完全ガスの状態方程式より次式を得る。

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2)$$

次に、座標変換

$$\bar{x} = \frac{x}{z}, \quad \bar{y} = \frac{y}{z}, \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

により式(1)を円錐座標系に変換すると、

$$Q_{\bar{t}} + (\bar{F}_{\bar{x}} + \bar{G}_{\bar{y}} + 2\bar{H}) + \frac{R}{\Omega^2} \bar{H}_R = 0 \quad (2)$$

ただし、

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} \rho \bar{U} \\ \rho u \bar{U} + p \\ \rho v \bar{U} \\ \rho w \bar{U} - \bar{x} p \\ \bar{U} (e+p) \end{bmatrix}, \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} \rho \bar{V} \\ \rho u \bar{V} \\ \rho v \bar{V} + p \\ \rho w \bar{V} - \bar{y} p \\ \bar{V} (e+p) \end{bmatrix}$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} \rho \bar{W} \\ \rho u \bar{W} + \bar{x} p \\ \rho v \bar{W} + \bar{y} p \\ \rho w \bar{W} + p \\ \bar{W} (e+p) \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} \bar{U} &= u - \bar{x} w \\ \bar{V} &= v - \bar{y} w \\ \bar{W} &= \bar{x} u + \bar{y} v + w \\ \Omega &= \sqrt{1 + \bar{x}^2 + \bar{y}^2} \end{aligned}$$

$$\bar{t} = \frac{\Omega}{R} t$$

となる。さらに、式(2)を積分形で表すと

$$\iint Q_{\bar{t}} d\bar{x} d\bar{y} + \oint (\bar{F} d\bar{x} - \bar{G} d\bar{y}) + 2 \iint H d\bar{x} d\bar{y} + \frac{R}{\Omega^2} \iint \bar{H}_R d\bar{x} d\bar{y} = 0 \quad (3)$$

となり、円錐面内のコントロールボリュームを△Sとし、node-centerの有限体積法を用いて式(3)を離散化すると、

$$Q_{\bar{t}} \Delta S + \sum (\bar{F} \Delta \bar{y} - \bar{G} \Delta \bar{x}) + 2H \Delta S + \frac{R}{\Omega^2} \bar{H}_R \Delta S = 0 \quad (4)$$

となる。

ここで、今考えている流れが超音速であることから、 \bar{H}_R を上流側の値から風上差分により計算することができ、円錐面内での計算を下流方向にマーチングしていく手法となる。一方円錐面内の計算には、解の非物理的な振動を無くし安定に計算を行うために、Jamesonによる非線形の人工粘性を付加する。

したがって、式(4)に人工粘性を加えた式は各円錐面内で次式のような常微分方程式に帰着することができる。

$$\frac{dQ}{dt} = W(Q)$$

この常微分方程式を4次のルンゲ・クッタ法、

$$Q^{(1)} = Q^n + \alpha_1 \Delta \bar{t} W(Q^n)$$

$$Q^{(2)} = Q^{(1)} + \alpha_2 \Delta \bar{t} W(Q^{(1)})$$

$$Q^{(3)} = Q^{(2)} + \alpha_3 \Delta \bar{t} W(Q^{(2)})$$

$$Q^{n+1} = Q^n + \alpha_4 \Delta \bar{t} W(Q^{(3)})$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{4}, \quad \alpha_2 = \frac{1}{3}, \quad \alpha_3 = \frac{1}{2}, \quad \alpha_4 = 1$$

により陽的に解き定常解を求める。ただし、各ステップの人工粘性は第1ステップの値に固定し、時間刻み $\Delta \bar{t}$ は局所時間刻みを用いた。

本計算に用いた格子生成法は、図1に示すように翼-胴体形状を頭部、翼胴部及び後流部分に分解して、それぞれを代数的方法により格子を生成する方法である。外部境界及び後流部分の内部境界は全ての衝撃波が含まれるように決定する。後流での両境界は主流に対してマッハ角に一致するようにした。これにより格子間隔を粗くすることなく後方まで格子生成ができる。

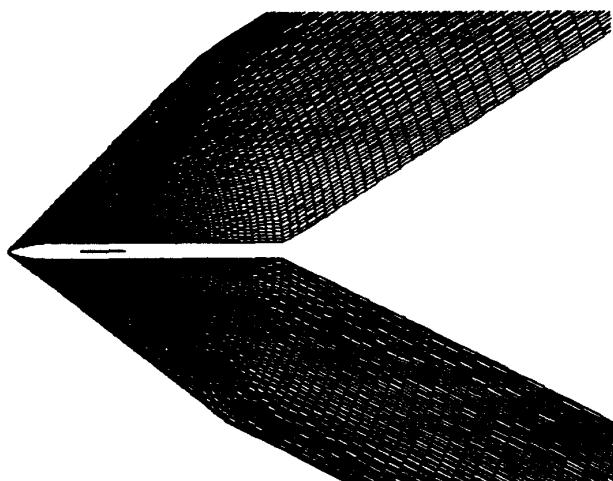


図1 対称面内の計算格子

境界条件としては、物体面上で速度の垂直成分を零とし、圧力は垂直方向の運動量方程式から求める。一方、外部境界では一様流の値に固定し、後流での内部境界では内点から線形的に外挿して求める。

3. 計算結果

3. 1 回転体

計算結果の妥当性を検討するために、まず単純な回転体形状について実験値との比較を行った。計算に用いた格子数は $45 \times 70 \times 156$ で、マッハ数2.01、迎角 0° である。

図2に物体対称面内での等圧線図を示す。また、物体軸からの鉛直下方距離を h とし、 h/L (L は物体全長を表す)が1.0、2.0、4.0、8.0の位置での圧力波形を実験結果⁽³⁾と合わせて図3に示す。図2、3から明らかなように物体の先端と後端より発生した衝撃波が良く捕らえられており、圧力のピーク値及び圧力波形がすべての h/L の位置

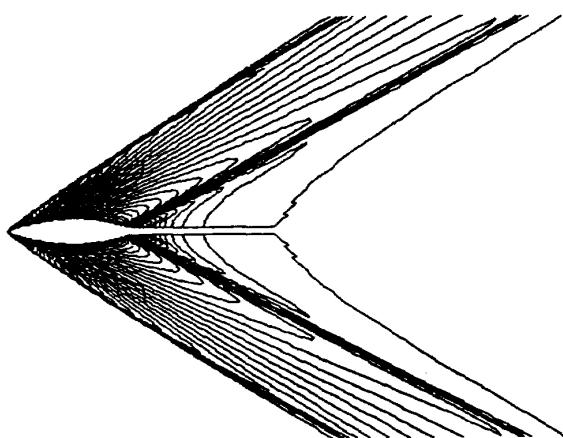


図2 対称面内の等圧線図

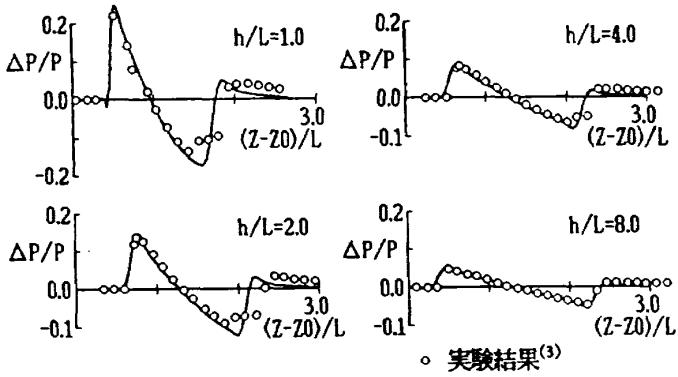


図3 対称面内の圧力波形

で良く実験結果と一致している。ただし、 h/L が小さい所では後端側の圧力波形に多少違いが生じているが、これは粘性による影響と考えられる。

3. 2 翼胴体形状

(1) AGARDモデル

翼胴体形状として、図4に示すAGARDモデルについて計算を行った。計算条件はマッハ数2、迎角 3° である。

衝撃波の捕獲精度に影響を及ぼすと考えられる物体に垂直な方向(J方向)の格子数(JMAX)を変化させたときの機体対称面内の圧力波形を

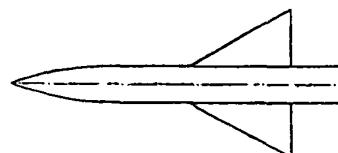


図4 AGARDモデルの平面形状

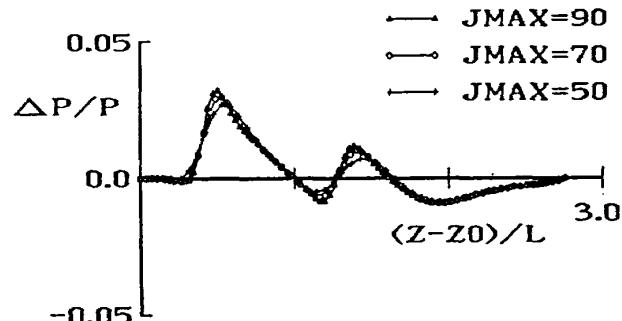


図5 対称面内の圧力波形($h/L = 4.0$)

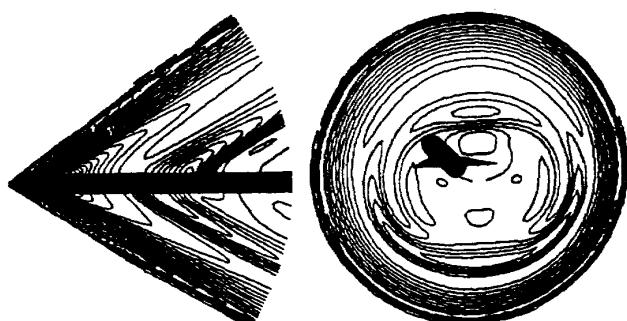


図6 対称面内及び後方の等圧線図

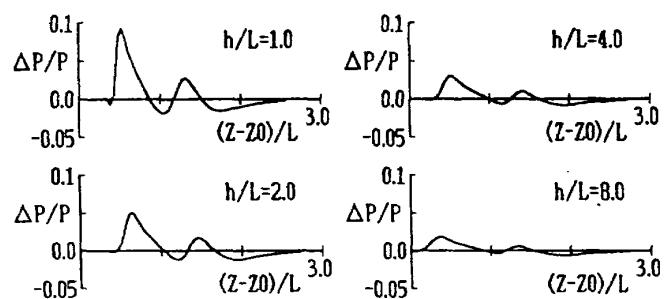


図7 対称面内の圧力波形

図5に示す。JMAXが50、70、90と増加するにつれて衝撃波を鮮明に捕らえた圧力波形となり精度向上が図られている。以下の計算では、計算効率及び精度を考慮してJMAXを70に固定し、格子数を $83 \times 70 \times 156$ とする。

対称面内及び機体長の1.5倍後方での等圧線図を図6に、 h/L が1.0、2.0、4.0、8.0での対称面内の圧力波形を図7に示す。これらの図より、機体頭部及び翼から発生した衝撃波が捕らえられ、機体から離れるにつれて平均的に弱まっていることが分かる。また、図6からわかるように、翼による衝撃波が対称面から離れるにつれて弱くなっている。

(2) low-boomモデル

ソニックブーム低減を図るために考えられた形

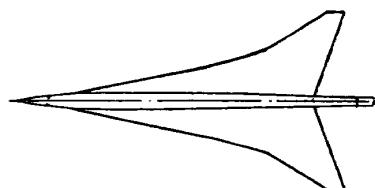


図8 low-boomモデルの平面形状

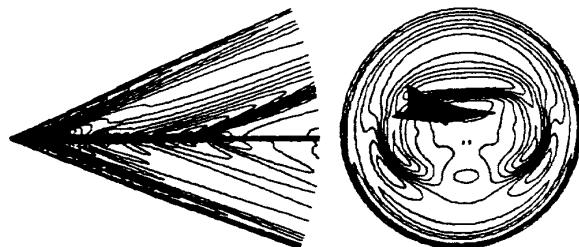
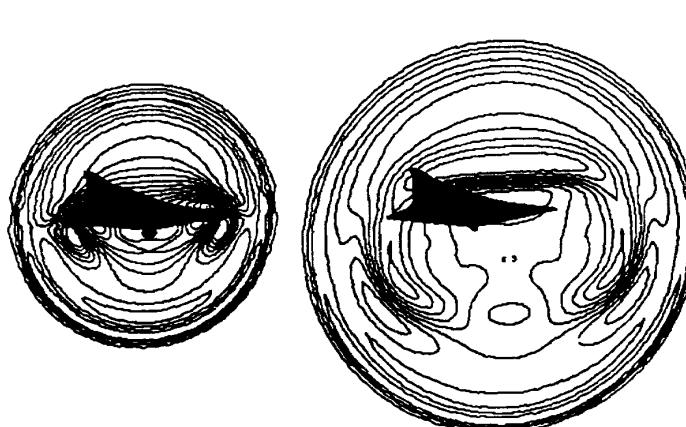


図9 対称面内及び後方の等圧線図



$R/L = 1.0$

$R/L = 1.5$

$R/L = 2.0$

図11 機体後方の等圧線図

状としてクランクトアロー翼を持つlow-boomモデル⁽¹⁾について計算を行った。ただし、詳細な形状データが無かったため、定量的な比較はできなかった。モデル平面形状を図8に示す。計算条件はマッハ数2.7、迎角2°で、格子数は $83 \times 70 \times 156$ である。

対称面内及び機体長の1.5倍後方での等圧線図を図9に、 h/L が1.0、2.0、4.0、8.0での対称面内の圧力波形を図10に示す。これらの図より、対称面内では翼による衝撃波がAGARDモデルほど明確に現れず、 h/L が大きくなるにつれて台形に近い圧力波形が得られていることが分かる。また、AGARDモデルと異なり翼による衝撃波が対称面から離れた位置に現れている。そこで、この様子を上流から下流へ追跡するため、機体長の1.0、1.5、2.0倍の位置での等圧線図を図11に示す。同図より、主翼外翼部分から発生した衝撃波が後方に行くにつれて横方向に広がっていることが分かる。この横方向への変化をもう少し詳しく見るために、 $h/L = 1.0$ の断面における等圧線

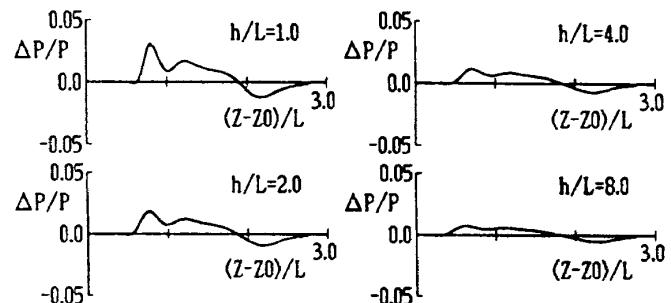
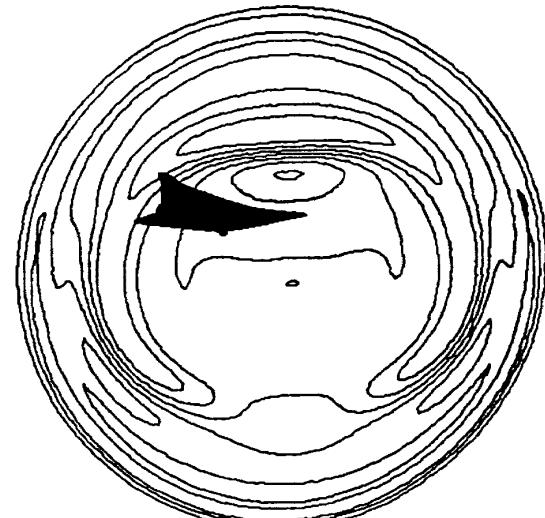


図10 対称面内の圧力波形



($R/L = 1.0, 1.5, 2.0$)

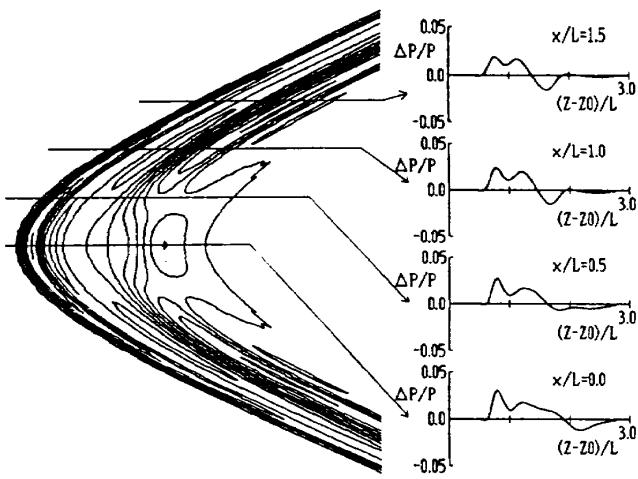
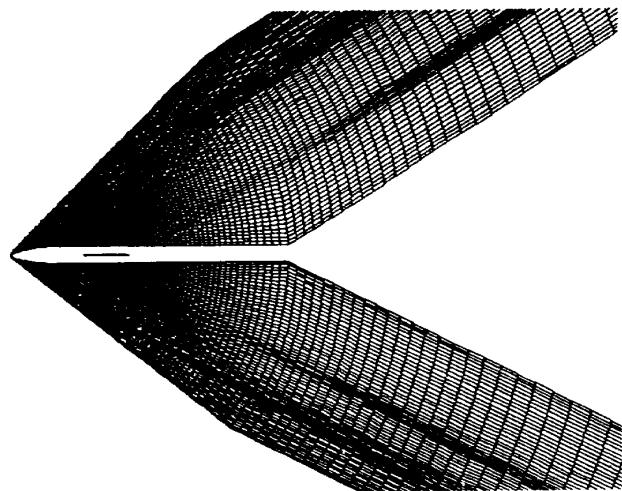
図 1-2 $h/L=1$ 断面での等圧線図、圧力波形

図 1-3 解適格子 (AGARD モデル)

図及び圧力波形（横方向位置 x/L が 0.0、0.5、1.0、1.5）を図 1-2 に示す。対称面から離れた位置で頭部の衝撃波と同程度の翼による圧力ピークが現れている。したがって、対称面内ばかりでなく対称面より離れた位置での圧力波形にも注意する必要がある。

3. 3 解適格子

衝撃波を鮮明に捕らえ解の精度向上を図るために、解適格子法⁽⁴⁾を用い、各円錐面内において物体に垂直な方向（J 方向）の格子幅の調整を行った。ここで用いた解適格子法は、格子間に引っ張りとねじりのバネを配置した相似モデルを利用した方法である。

図 1 に示した AGARD モデルに対する解適格子を図 1-3 に示し、その計算結果を図 1-4 に示す。解適格子によって、明らかに衝撃波の存在する部分に格子が集中しており、それによって衝

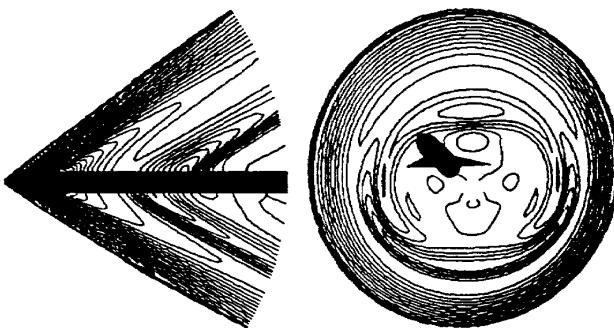
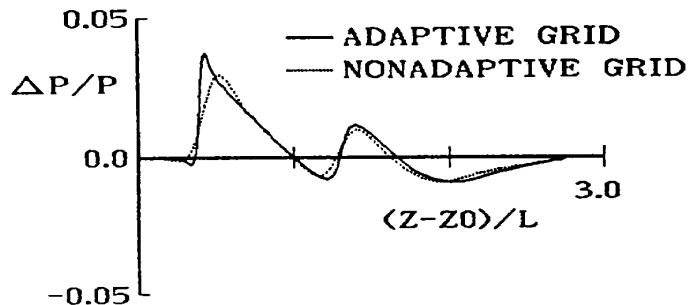


図 1-4 対称面内及び後方の等圧線図

図 1-5 対称面内の圧力波形 ($h/L = 4.0$)

撃波が鮮明に捕らえられていることが分かる。また、図 1-5 に示した圧力波形の比較を見てもより鮮明な波形が得られている。他の計算モデルについても同様に解適格子により解の精度向上を図ることができた。

4. 結論

3 次元オイラー方程式の数値解により近傍場での圧力波形を十分な精度で得ることができた。機体形状が複雑になるにつれて圧力場も 3 次元的な変化が大きく、対称面から離れた位置での圧力波形の検討も必要である。

解適格子を用いることによって、解の精度向上が図られ、より鮮明な圧力波形を得ることができた。

参考文献

- 1) Mack, R. J. and Darden, C. M., "Some Effects of Applying Sonic Boom Minimization to Supersonic Cruise Aircraft Design," Journal of Aircraft, Vol. 17, March 1980.

- 2) Siclari, M. J. and Darden, C. W., "An Euler Code Prediction of Near to Mid-Field Sonic Boom Pressure Signatures," AIAA Paper No. 90-4000 , Oct. 1990.
- 3) Carlson, H. W., "An Investigation of Some Aspects of the Sonic Boom by Means of Wind Tunnel Measurements of Pressures about Several Bodies at a Mach Number of 2.01," NASA TND-161 , December 1959.
- 4) Nakahashi, K. and Deiwert, G. S., "Self-Adaptive-Grid Method with Application to Airfoil Flow," AIAA Journal, Vol. 25, April 1987, pp513-520.