

境界要素法による三次元音響解析

柳沢三憲*

Analysis of 3-D acoustic Problem Using
Boundary Element Method.

by

Mitsunori YANAGIZAWA

Science University of Tokyo

Abstract

This paper is concerned with the development of a numerical method for the prediction of the characteristics of a sound field using boundary element analysis. An acoustics field in inner or exterior problems of harmonic vibration is governed by the Helmholtz equation. It can be solved by a boundary condition and an initial condition being given. Unknown values of acoustic pressure on the boundary are analyzed by the boundary element method using boundary conditions. After this procedure, the values of acoustic pressure at the inside point can be calculated from those of the boundary. This procedure allowed substantial saving of memory. Analysis with a personal computer became possible. According to these results, it was shown that the calculations can be carried out sufficiently with a small computer in spite of the small memory capacity. Small computers, which are very popular, will become an effective tool in numerical simulation with boundary element method.

1. まえがき

境界要素法を用いて三次元の音響解析を行った。これらの解析プログラムを用いて、音響共鳴箱を製作し理論値との比較を行い、この理論の有用性を示した。また、航空機キャビン内の音圧分布や音場浮上の理論的解析を行った。外部音響場として、球形の放射音を求めた。これを利用し飛行場周辺の騒音レベルの計算も可能である。

2. 音響解析

音場の媒体の密度 ρ とし、音速 v の等方性気体が充満しているとする。物体表面を S と定義し、 S_1 と S_2 に分ける。 S_1 では振動面で物体の法線方向の速度が既知である。また、 S_2 では固定面で音響インピーダンスが既知である。振動は調和振動を仮定し、次式の

* 東京理科大学理学部物理学科

ように定義する。

$$P = p e^{j \omega t} \quad (1)$$

$$V = v e^{j \omega t} \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (2)$$

音場解析には、支配方程式としてHelmholtzの方程式を解くことになる。三次元場に対する基本解は次式で表せる。

$$\nabla^2 P + k^2 P = 0 \quad (k = \frac{\omega}{c} : \text{波数}) \quad (3)$$

また、境界条件として加振境界とインピーダンス境界にそれぞれ分ける。 S_r は物体の法線方向の振動が既知であり、 S_s は物体表面の音響インピーダンスが既知である。したがって、境界条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -j \rho \omega v \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = -\frac{j \rho \omega}{Z_s} P$$

ここで、 n は物体表面から気体中に向けて立てた単位法線ベクトルであり、 Z_s は表面の音響インピーダンス、 v は n 方向の振動速度成分である。基本解を重み関数に選び重みつき残差表示は領域 Ω において

$$\iiint_{\Omega} \phi^* (\nabla^2 P + k^2 P) d\Omega = 0 \quad (5)$$

さらに、Greenの公式により

$$\iiint_{\Omega} \phi^* (\nabla^2 P + k^2 P) d\Omega = \iiint_{\Omega} P (\nabla^2 \phi^* + k^2 \phi^*) d\Omega - \iint_S (P \frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial P}{\partial n}) dS \quad (6)$$

と変形できる。(6)式より

$$\iiint_{\Omega} P (\nabla^2 \phi^* + k^2 \phi^*) d\Omega - \iint_S (P \frac{\partial \phi^*}{\partial n} - \phi^* \frac{\partial P}{\partial n}) dS = 0 \quad (7)$$

一方、重み関数 ϕ^* は

$$\nabla^2 \phi^* + k^2 \phi^* = \delta \quad (8)$$

を満足する基本解であるので、これを代入し、境界面を(1)、(2)式に分ける。

$$C_\alpha P_\alpha - \iint_S P \frac{\partial \phi^*}{\partial n} dS - j \rho \omega \iint_{S_s} \frac{P}{Z_s} \phi^* dS_s - j \rho \omega \iint_{S_r} v \phi^* dS_r = 0 \quad (9)$$

$$C_\alpha = \begin{cases} 4\pi : \alpha \text{が気体中に存在する場合} \\ 2\pi : \alpha \text{が} S \text{上に存在する場合} \\ 0 : \alpha \text{が気体外に存在する場合} \end{cases}$$

$$\phi^* = \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$r = \sqrt{(X_\alpha - X_f)^2 + (Y_\alpha - Y_f)^2 + (Z_\alpha - Z_f)^2}$$

さらに、境界要素法の手順に従い、表面 S を n 個の要素に分割し、各要素の図心を選点

し、要素上の変数の値はこの選点の値で代表させる。

$$C_a P_a - \sum_{i=1}^n \iint_{S_i} P_i \frac{\partial \phi_{a i}}{\partial n} d S - j \omega \rho \sum_{i=1}^n \iint_{S_{a i}} P_i \frac{\phi_{a i}}{Z_{a i}} d S = j \omega \rho \sum_{i=1}^n \iint_{S_i} \phi_a v_i d S_i \quad (10)$$

離散化することにより次式のような複素数を係数とする連立一次方程式が得られる。

$$[A] \{P\} = j \rho \omega [B] \{v\} \quad (11)$$

加振境界と音響インピーダンス境界とそれぞれ速度と音響インピーダンスが既知であるので、未知数を左辺に既知数を右辺に移項する。この(11)式を解くと、各パネル上の音圧が得られる。

$$4 \pi P(a) - \sum_{i=1}^n \iint_{S_i} P_i \frac{\partial e^{-j k r}}{\partial n r} d S - j \omega \rho \sum_{i=1}^n \iint_{S_{a i}} \frac{P_i e^{-j k r}}{Z_{a i}} d S = j \omega \rho \sum_{i=1}^n \iint_{S_i} v_i \frac{e^{-j k r}}{r} d S \quad (12)$$

しかし、通常外部音響問題や内部音響解析の共振点では解の一意性がなくなり解が不定になる。文献1)にしたがって、領域外に選点を取り未知数より方程式の数の方が多くなるようにすることにより近似的に解が得られる。²⁾マトリックスは長方形になり最小自乗法により解く。次式は領域外に選点を取ったときの式で $C_a = 0$ とした。

$$\iint_S \left(P \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial P}{\partial n} \right) d S = 0 \quad (13)$$

3. 計算例

図1は共鳴箱を用いた実験とその数値モデルである。450 Hzで定常波が出来ている。マイクロホンによる測定値との比較では節の位置はややずれているが定性的には良くその特性を表している。図2。また、図3は航空機のcockピットの形状で、エンジンからの騒音を予想して、両側の側面の一枚を加振パネルとして内部の音圧を計算したもので中心軸上の音圧分布を示したものである。加振周波数を1000 Hzとして計算したもので節が3つ存在することが分かる。図4。図5では音場浮上の計算に用いた数値モデルでパネル数は294枚である。この数値モデルを用いて計算した結果をあーDグラフィックスで示した。中心部に音圧のレベルの低い部分が観測される。

次は外部音場の例として球殻からの放射音を計算した。球のパネル数は288枚で上部4列を加振面とする。球の半径、波数、密度をすべて無次元化し、加振速度 $v = -0.301 - 1.38j$ 、アドミッタンス面 $dP/dn = -1.0 - 1.0j$ のときの球の経度に沿って音圧分布を図7に示した。図8は同じ条件で波数を1.8にした場合の音圧分布を示す。^{1),3)}

参考文献

[1] Meyer, W.L., Bell, W.A. and Zinn, B.T.; "Boundary Integral Solutions of Three Dimensional Acoustic Radiation Problems", J. of Sound and Vibration 1978 59(2), pp245-262

[2] 鈴木真二、外2名: "境界要素法とモード解析法による構造体の振動音響解析" 日本機械学会論文集

[3] 小曾根堅: "境界要素法による三次元音場解析" 平成3年度東理大卒論

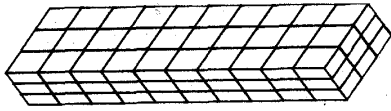


図1 実験用共鳴箱に対する数値モデル

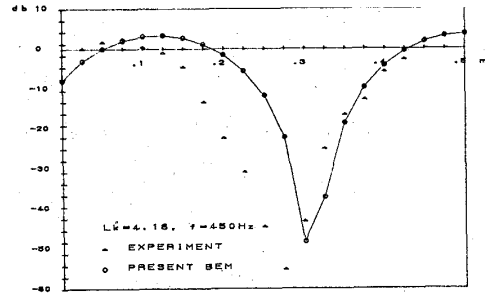


図2 計算値と実験値との比較 (450 Hz)

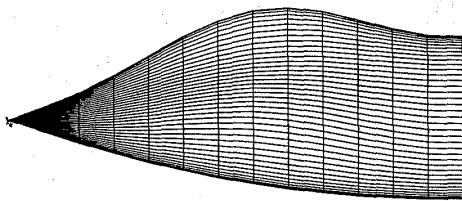


図3 コックピットの数値パネル

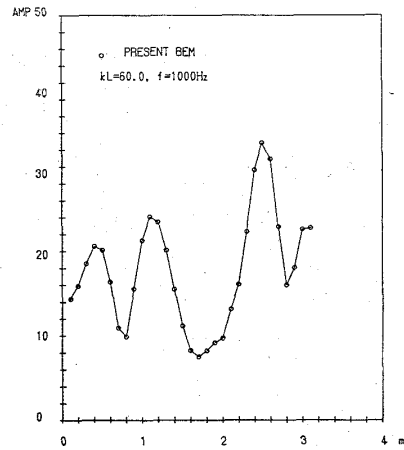


図4 中心線上に沿った音圧分布

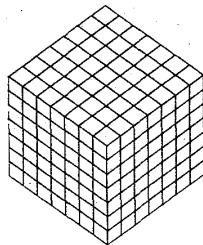


図5 音場浮上の数値パネル

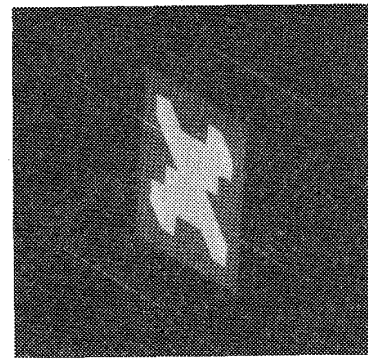


図6 三次元グラフックス

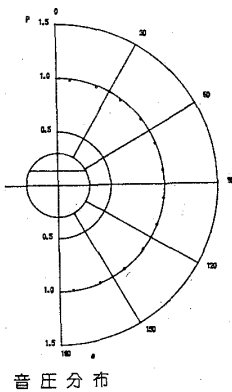


図7 球の表面音圧分布 (波数1.0)

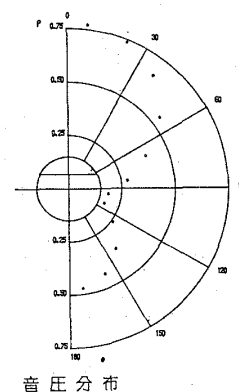


図8 球の表面音圧分布 (波数1.8)