

浮力が作用する加熱管内流れの発達

望 月 宗 和* 石 垣 博*

Development of Buoyancy Affected Laminar Flow in a Heated Pipe.

by

Munekazu MOCHIZUKI and Hiroshi ISHIGAKI
National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center.

ABSTRACT

The effects of buoyancy on developing laminar flow and heat transfer in a horizontal Pipe are analysed numerically. Thermal boundary conditions are axially constant wall heat flux and peripherally constant wall temperature. The results on friction factor, flow pattern, Nusselt number are discussed.

1 まえがき

著者らは体積力（遠心力、コリオリ力、浮力など）の作用により二次流れが発生している管内流の流れと熱伝達の特性を数値解析により調べている。実用的に重要な浮力が作用する管内流として、管軸に平行な軸のまわりに回転して遠心浮力が作用する加熱管（大型発電機の冷却流路など）と重力浮力が作用する水平な加熱管（熱交換器など）がある。平行回転管の偏心パラメーター $Ec = H/d$ が大きいとき ($Ec \approx 10$)、両者は共通の流動伝熱特性を持つ。本シンポジウムではさらに、浮力が作用する加熱円管内層流の完全発達領域の特性について報告した⁽¹⁾。また、数値計算結果に基づいて熱伝達と摩擦損失の実用式を作成し、提案した⁽²⁾。ここでは浮力が作用する加熱円管の入口から完全発達するまでの区間（助走区間）の流れと熱伝達の発達特性について報告する。

これまでの著者らの研究から、(1) 完全発達領域の層流熱伝達特性は基本的には層流特性数 $K_{LB} = \sqrt{Ra_q}$ のみで決まり、 Pr に無関係である

こと、(2) 速度場は Pr によって大きく影響されること、などが明らかになっている。ここでは著者らの導いた軸方向無次元距離 Z を用いて円管内層流助走区間の計算結果を表示し、その発達特性を明らかにする。円管の熱的条件は管軸方向に壁熱流速一定、周方向に壁温一定とする。

2 記号

d	:	円管内直径
f	:	管摩擦係数
K_{LB}	:	層流特性数 $= \sqrt{Ra_q}$
k	:	流体の熱伝導率
Nu	:	周平均ヌセルト数
Pr	:	プラントル数 $= \nu/\alpha$
q_w	:	壁熱流束(一定)
Ra_q	:	レイリー数 $= g\beta q_w d^4 / (\nu k \alpha)$
Re	:	レイノルズ数 $= w_m d / \nu$
T_s	:	q_w 一定のときの代表温度 $= q_w d / k$
T_b	:	混合平均温度
T_w	:	壁温度
U_s	:	断面内代表速度 $= \frac{\nu \sqrt{Ra_q}}{Pr d}$
w_m	:	管内平均流速
Z	:	軸方向無次元距離 $= \frac{z}{d} \frac{\sqrt{Ra_q}}{Re Pr}$
α	:	流体の温度拡散係数
β	:	体積膨張係数
ν	:	流体の動粘性係数

* 航空宇宙技術研究所 角田支所

3 基礎方程式と数値解法

図1a,bに示す平行回転管と水平加熱管内の流れと熱伝達は $Ec \gtrsim 10$ のとき同一の問題として取り扱える。図に示すような円筒座標系をとり、円管内の流れは定常、非圧縮性層流であるとする。また Boussinesq 近似を導入して密度変化は浮力項でのみ考慮し、粘性係数などの物性値は一定と仮定する。このとき速度の (r, θ, z) 成分を (u, v, w) とすれば、円管内の層流をあらわす放物化 Navier-Stokes 式は次のようになる。

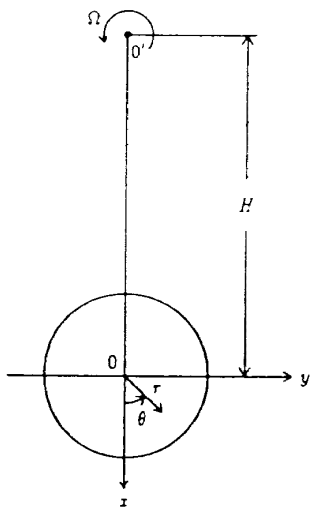


図1a 平行回転円管の座標系

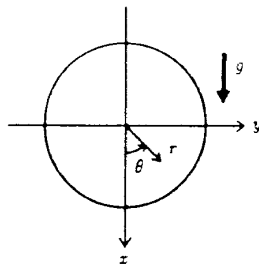


図1b 水平加熱円管の座標系

$$\frac{\partial}{\partial r}(ru) + \frac{\partial}{\partial \theta}(v) + \frac{\partial}{\partial z}(ru) = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - g\beta(T - T_b)\cos\theta + \nu(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta}) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + g\beta(T - T_b)\sin\theta + \nu(\nabla^2 v + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2}) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 w \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \nabla^2 T \quad (5)$$

$$\text{ここに} \quad \nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

管軸方向に壁熱流束一定の条件を導入し、さらに壁内熱伝導が大いとして周方向には壁温

一定 T_w を仮定する。 z 軸において速度場、温度場の対称性を仮定すれば、境界条件は次のよう与えられる。

$$r = a \quad : \quad u = v = w = 0, \quad T = T_w$$

$$\theta = 0, \pi \quad : \quad \frac{\partial u}{\partial \theta} = v = \frac{\partial w}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0$$

数値計算プログラムは著者らの曲管、回転管内流れの研究に共通して用いているものであり、Patankerの著書⁽³⁾を参考にして作成したものである。すなわち式(1)～(5)をコントロールボリューム法により離散化し、スタガード格子、対流・拡散項にはべき乗スキーム、圧力補正には SIMPLE 法を用いている。計算格子数は 32×27 、(壁近くで格子を密にした不等間隔格子)である。

4 計算結果と考察

4.1 計算結果と実験値との比較

計算精度を確認するために式(1)～(5)を用いて $Pr = 0.71$ と 7.0 について計算し、完全発達領域での平均ヌセルト数の値を文献(2)の実用式および実験値と比較した(図2)。放物化ナビエ・ストークス式を用いた本計算結果は実用式と完全に一致している。

4.2 速度場、温度場、二次流れのパターン

図3は $Pr = 0.71$ (空気) の場合の加熱円管断面内の無次元軸速度、無次元温度の等高線および二次流れのベクトルを示したものである。流れの発達につれて壁面近くの流体が加熱されて上昇し、 $\theta = 180^\circ$ で合流したのち下降して壁境界層内の低速流体を円管中心および下部にはこぶ様子がわかる。 Pr が1に近いこの場合には軸速度場の発達のパターンは温度場のそれと相似である。

図4は $Pr = 7.0$ (水) の場合の計算結果を示したものである。この場合の温度場の発達は $Pr = 0.71$ とほぼ相似である。しかし軸速度場の発達は $Pr = 0.71$ とは全く異なる。粘性が強い流れのように壁面から境界層が急速に発達し、管中央部に達する。

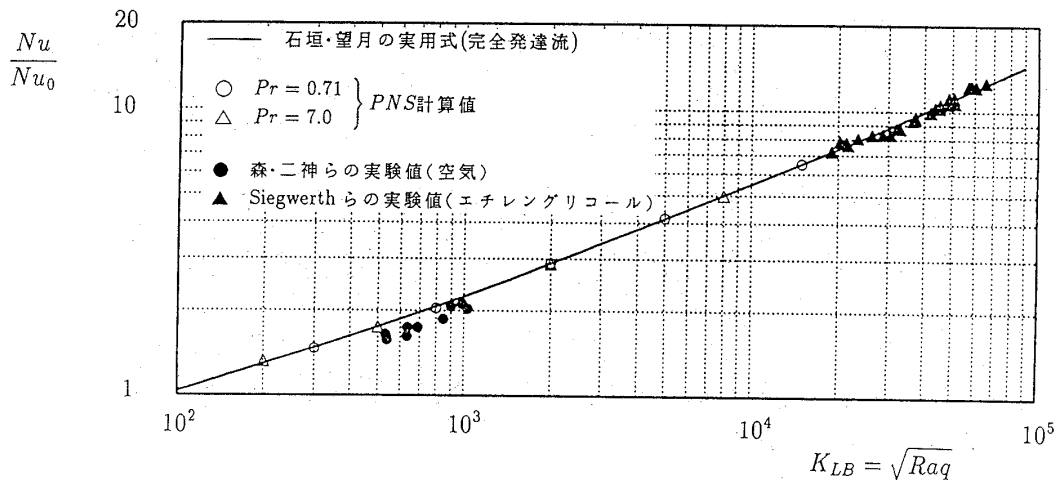


図2 平均ヌセルト数実用式と実験値との比較

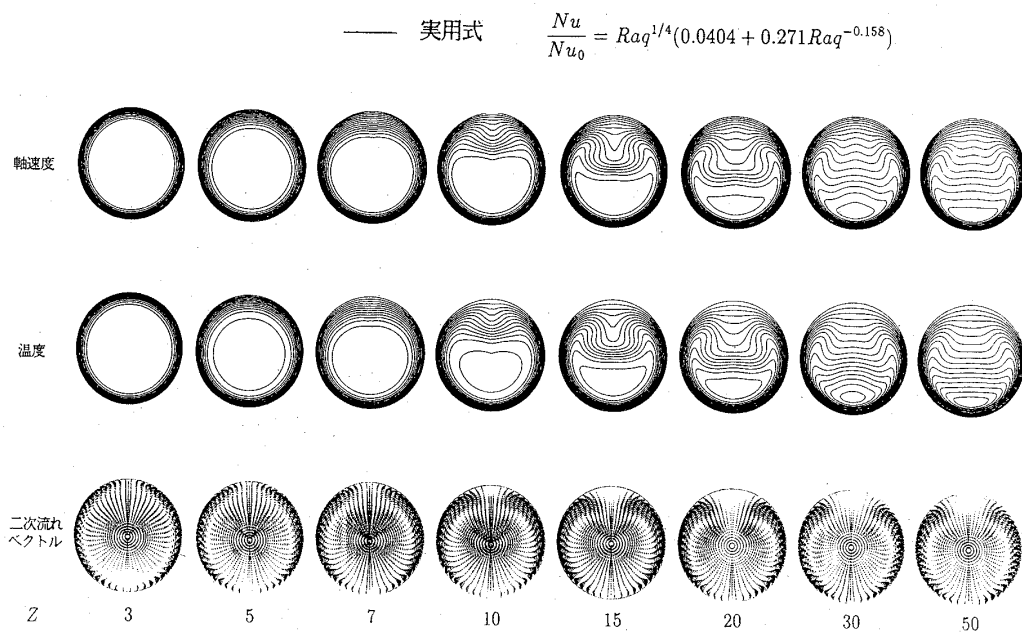


図3 一様分布流入条件からの速度場、温度場の発達 ($Pr = 0.71$)

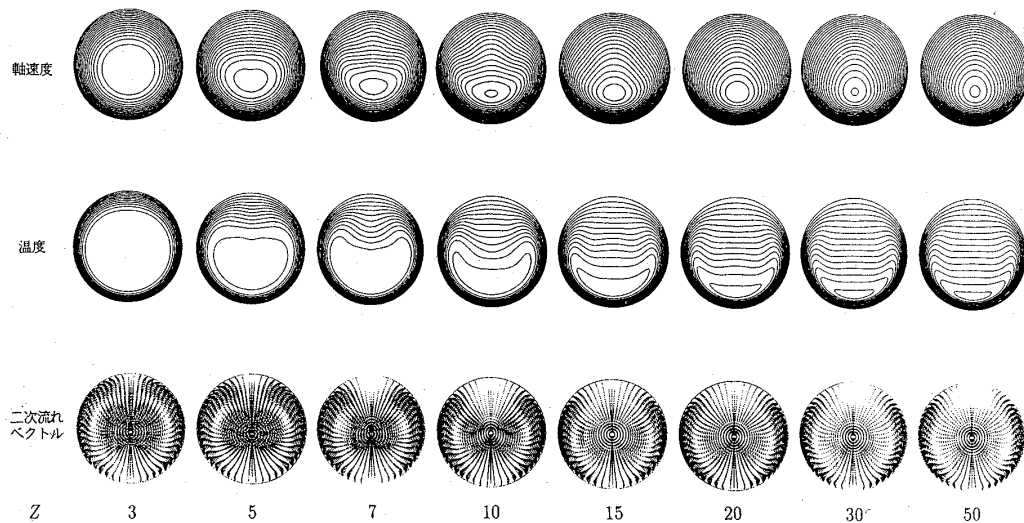
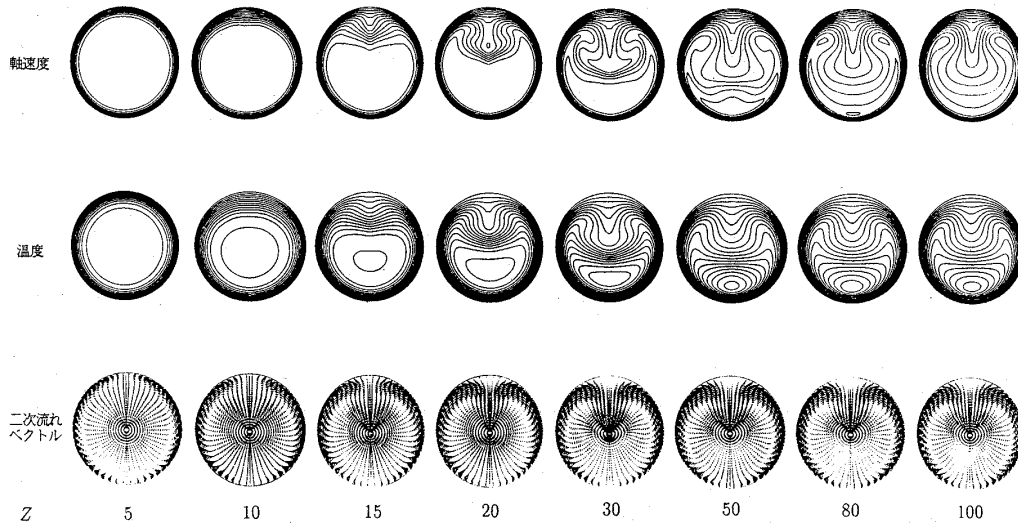


図4 一様分布流入条件からの速度場、温度場の発達 ($Pr = 7.0$)

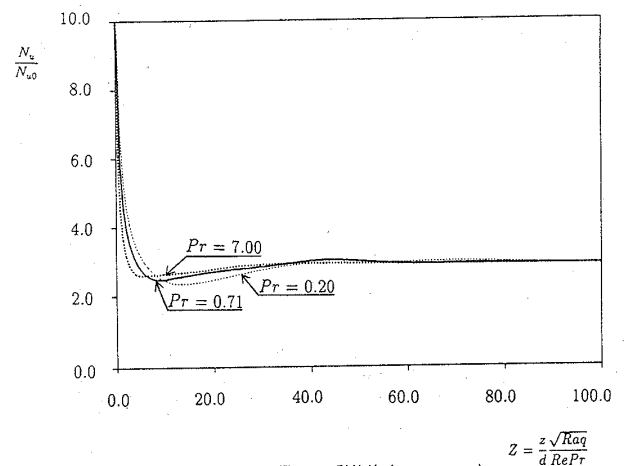
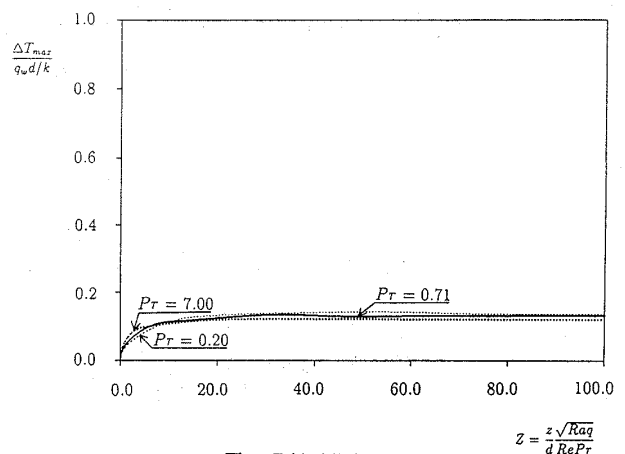
図5 一様分布流入条件からの速度場、温度場の発達 ($Pr = 0.2$)

さらにプラントル数の影響を見るため、 Pr が小さい0.2の場合を計算した。図5にその結果を示す。この場合には $Pr = 0.72$ であらわれた $\theta = 180^\circ$ 近くでの低速流体の管中央部への輸送はいっそう顕著である。

著者らの研究によれば流れの方程式(2)～(4)の左辺対流項の大きさは Pr に逆比例する⁽²⁾。したがって $Pr = 7.0$ の場合には対流項が抑制されて速度場は右辺の粘性項が強い流れ(性格的には低レイノルズ数流れと同じ)になり、図4のような速度場となる。逆に Pr が小さい0.2の場合には対流輸送項が非常に活発となって粘性項が弱い流れとなる。この対流項が活発なために図5の $Z = 50$ にある最大軸速度の位置は2つに分断されて $Z = 100$ では $\theta = 160^\circ$ 近傍にまで輸送される。また $Pr = 0.2$ の場合には w の分布がはげしく変形するために式(5)の左辺第3項を通して温度場にも影響をおよぼす。

4.3 温度場の特性

図6にヌセルト数比 (Nu_0 は浮力がないときの値) の計算結果を示す。また図7は温度差(断面内温度の最小値と壁温の差)の計算結果を無次元化して示したものである。3種類のプラントル数のヌセルト数計算結果は、入口近くでの発達の仕方が少し違うだけで、 Z が30以上になるとほとんど同じ値を取り、大略プラントル数に依存しないことがわかる。

図6 ヌセルト数 Nu の計算値 ($Nu_0 = 46/11$)図7 最大温度差 ($\Delta T = T_w - T$)

4.4 速度場の特性

図8に管摩擦係数比 (f_0 は浮力がないときの値)、図9に最大軸速度 (w_m は平均流速) の計算結果を示す。速度場の流れのパターンからもわかるとおり、3種類のプラントル数の結果はたがいに異なる。 Pr が大きい場合には速度場への二次流れの影響は小さいので、管摩擦係数は小さい。逆に Pr が小さいときには軸速度は二次流れに支配されるので管摩擦係数は大きくなる。

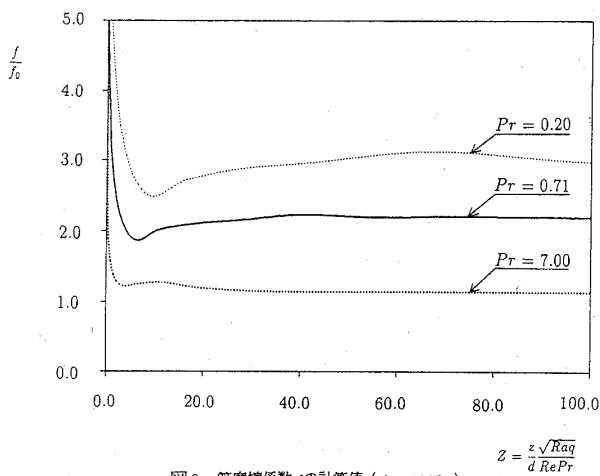


図8 管摩擦係数 f の計算値 ($f_0 = 16/Re$)

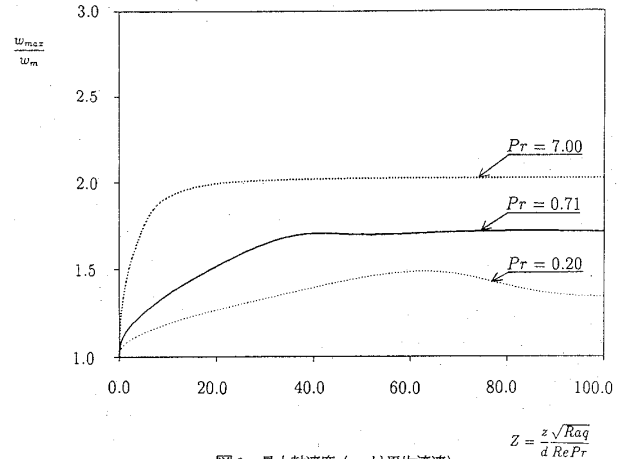


図9 最大軸速度 (w_m は平均流速)

5 参考文献

- 1) 石垣、望月 (1990): 航技研特別資料 SP-14, p.181-185.
- 2) 石垣、望月 (1992): 第29回日本伝熱シンポジウム講演論文集 P.351.
- 3) Patanker, S. V. (1980): Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere.

