

後流における絶対カオスと対流カオス

前川 博*

Absolute and Convective Chaos in a Wake

Hiroshi MAEKAWA

The University of Electro-Communications

ABSTRACT

In the present paper, convective chaos and absolute chaos in a wake were studied by means of two-dimensional direct numerical simulations of a spatially developing plane wake. When the wake is convective unstable, the inlet plane was forced with low-level external noise superimposed on the fundamental mode. In the absolute unstable wake, a fundamental mode of amplitude 0.0005 was introduced at the inlet plane for one period. We investigated the time traces of the u and v velocity fluctuations and the corresponding instantaneous structures. The numerical results of the convective unstable wake show that the low-level external noise amplified spatially in the convective unstable layer is responsible for convective chaos. For the absolute unstable wake, we find that the u and v velocity fluctuations continue to oscillate after the inlet forcing stopped and that low-frequency modes generated during the modulation of the initial disturbance mode in the absolute unstable layers lead absolute chaos.

Key Words: absolute instability, absolute chaos, convective chaos, DNS, wake

1. ま え が き

管内流や自由せん断流等のようないわゆる開いた系において観察されるカオス現象は流れの中の秩序に対峙する概念として理解され、規則的な速度変動波形や流れ構造からのゆらぎ成分の存在がカオス化過程の重要な要素としてとらえられてきた。

Deissler (1986)¹⁾は、開いた系に関するカオスを一般化した Ginzburg-Landau 方程式によって対流カオス現象と間欠現象について調査している。一方、流れの不安定性とその構造は数多く調べられ、流れのカオス現象も不安定性と重要な関係があると考えられている。しかしながら、カオス現象を導くゆらぎ成分の発生と成長のメカニズムはまだよく理解されていない。本報告においては、非圧縮性ナビエーストークス方程式の数値解を使って後流に発生するカオスの振舞いを絶対カオスと対流カオスの概念で記述できることを示す。また、任意の微小非周期攪乱に対しては、

秩序性とカオス性が混在する状態を作り出す準単色波が形成されることを示す。

2. 後流における絶対不安定性と対流不安定性

鈍い物体直後の後流においては、逆流状態にあるとともに絶対不安定な状態にあることはよく知られている。一方、ガウス分布をした後流はレイノルズ数と中心速度欠損の大きさによって対流不安定な状態から絶対不安定な状態になる(例えば Hultgren and Aggarwal (1987)²⁾)。局所的に絶対不安定な状態になるが逆流を伴わないこの後流は、絶対不安定な領域が後流の半値幅のおおよそ3倍以上になると大域的な不安定な状態になることが Maekawa, Mansour and Buell (1992)³⁾によって示された。本研究では、この状態の中に十分小さな単一周期的攪乱を一周期だけ導入してその後攪乱を一切導入しないで、攪乱波の成長の様子を観測し、また後流構造の変化を調べた。従って、単一周期的微小振幅波が存在するとき絶対不安定領域とそれに続く対流不安定領域の中で非線形成長し飽和する攪乱波が作り出

* 電気通信大学

異なる周期（特に低調波攪乱）の発達の様子を観測しカオス性の発生について調べる。後流において長波長攪乱が形成されることは Papageorgiou and Smith (1988)³⁾ によって非線形安定性理論から指摘された。一方、対流不安定の領域だけで形成される後流においては、その上流から常に微小なノイズ的攪乱を加え続ける数値実験を行なう。

3. 計算法

二次元非圧縮性ナビエーストークスの方程式において2回 Curl を取ると

$$\frac{\partial \nabla^2 u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial H_1}{\partial y} - \frac{\partial H_2}{\partial x} \right) + Re^{-1} \nabla^4 u \quad (1)$$

と表わされる。ただし、レイノルズ数は $Re = Ub_{1/2}/\nu$ であり、 $b_{1/2}$ は後流 Inlet の速度分布の半値幅である。式(1)は3次の Runge-Kutta 法によって時間積分される。主せん断方向は写像関数を使った擬スペクトル法、流れ方向は高次の変形 padé 形式を用いる。速度成分 u は連続の式より直接計算される。この方法は、Stuart 解や線形安定性理論の解と高い精度で一致する数値解を与えることが確かめられる。詳細は Maekawa, Mansour and Buell (1992) を参考にさせていただきたい。

図1は初期条件となる層流後流の渦度分布を示す。計算領域は $0 \leq x \leq 300$ であり、絶対不安定のシミュレーションでは一周期だけ導入した攪乱が成長しながら下流へ移動していくが、流出境界の影響が Poisson 方程式に入らないように渦構造が下流流出境界に到達する以前において流れを計測する。

境界条件として導入する攪乱モードは Orr-Sommerfeld 方程式における基本波または不規則な位相をもつ攪乱波である。対流不安定な状態に導入する攪乱は基本波の中にランダムウオークな位相不規則性を微かに加える。また、位相不規則性をもつノイズのスペクトルはほぼホワイトノイズに近い。この系では上流側に導入する攪乱が基本波だけの場合は基本波とその高調波が下流で観測され観測にかかる程度（変動のエネルギーが 10^{-12} 以上）の低調波は存在しない。

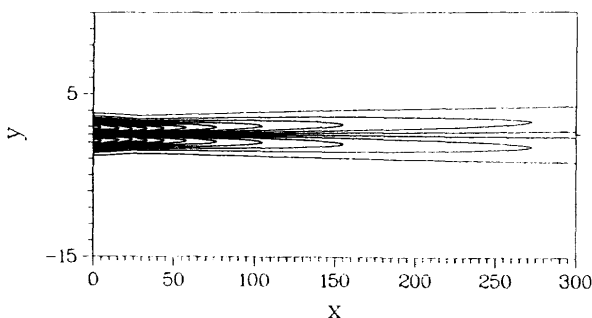


図1 計算領域と初期条件

4. 計算結果

図2は線形領域 $x=11.72$ において攪乱が基本波の様子とその下流 $x=42.97$, $x=89.97$, $x=175.78$ における速度変動の計測結果を示す。上流で導入されたわずかな位相不規則性をもつ攪乱が下流で増幅される変動波形がより複雑化していることがわかる。対流不安定性に伴うカオス現象の発生が観測される。また、上流に微小なホワイトノイズだけを導入すると基本波と側帯波が選択され低調波の連続スペクトルも観測される (Maekawa, Mansour and Buell (1992) 参照)。

一方、絶対不安定領域には単一周波数のモードを一周期だけ導入する。その振幅は0.0005であり、それ以外には何も攪乱は加えない。Maekawa, Mansour and Buell (1992) が示したように、局所的に絶対不安定であっても大域的に不安定になるまで攪乱は成長し続けない。図3は大域的に不安定な状態 ($Re=700$) と局所的絶対不安定であるが大域的には安定な状態 ($Re=300$) において観測された変動速度の様子を示す。 $Re=700$ では基本波成分のほかに低調波成分が存在する。下流からのフィードバック作用が存在するため一種の系の共鳴干渉的な効果によって低調波成分が生成されていると考えられる。絶対不安定であるのでこれらの成分は停留し続ける。図4は絶対不安定領域より下流における ($x=26$) 攪乱の時間観測結果を示す。初期に導入され流れの中で増幅した攪乱が到達した後は一定の振幅で周波数も一定であり続ける。注意深く観察すると、後流中心であるので速度変動の v 成分は基本周波数が観測され u 成分はその第一高調波が強く現れている。 $x=26$ では、基本成分が成長飽和する状態であるので規則正しい速度変動が残されている。スペクトルでは規則的な速度変動波形には基本成分とその高調波および微小な低調波成分が観測される。さらに下流では低調波成分が緩やかに増加している。

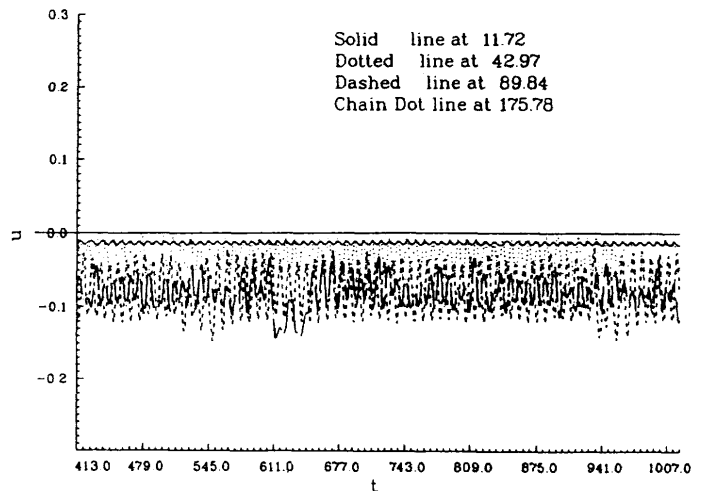


図2 対流不安定な状態における速度変動

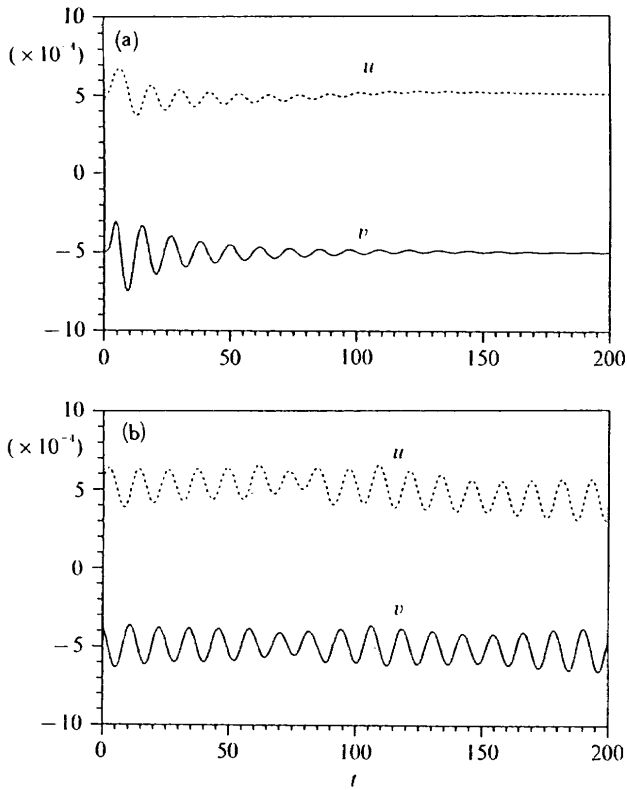


図3 (a) 大域安定領域 ($Re=300$, $x=2.0$, $y=-0.4$)
における速度変動
(b) 大域不安定領域 ($Re=700$, $x=2.7$, $y=-0.6$)
における速度変動プロットの初期値は任意

この成分が下流において構造がゆらぐ役割を果す。非線形作用によって後流のなかで低調波成分が形成され構造がゆらぎ後流がカオス化することがわかる。その意味でこのカオスは絶対不安定性に基づく“絶対カオス”と呼ぶことが適当であろうと思われる。それに対して、前者は開いた系で従来議論された対流カオスである。

4. ま と め

後流の高精度直接シミュレーションによって絶対カオス

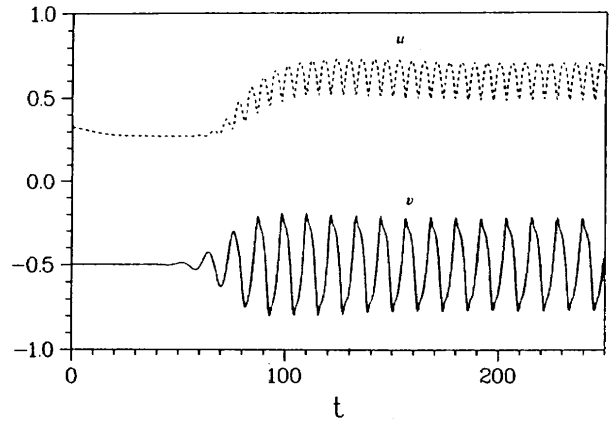


図4 大域不安定な状態における下流 ($x=26$, $y=0$)
の速度変動

状態と従来の対流カオス状態を示した。この絶対不安定領域において流れをカオス化に導く低調波成分が形成されることを示したが、これが“絶対カオス”である。

参 考 文 献

- 1) Deissler, R. 1986 Spatially growing waves, intermittency, and convective chaos in a open-flow system. *Physica*, 18D, North-Holland.
- 2) Hultgren, L. S. & Aggarwal, A. K. 1987 A note on absolute instability of the Gaussian wake profile. *Phys. Fluids* 30, 3383-3387.
- 3) Maekawa, H., Mansour, N. N. & Buell, J. C. 1992 Instability mode interactions in a spatially developing plane wake. *J. Fluid Mech.*, 235, 223-254.
- 4) Papageorgiou, D. T. & Smith, F. T. 1988 Nonlinear instability of the wake behind a flat plate placed parallel to a uniform stream. *Proc. R. Soc. Lond.*, A419, 1-28.

