

3 角形および4角形要素を用いた2次元非構造解適合格子法

惠上 浩一* 嶋 英志*

2-Dimensional Unstructured Solution Adaptive Method
Using Mixed Triangular and Quadrilateral Cells

by

Koichi EGAMI and Eiji SHIMA

*Gifu Technical Institute**Kawasaki Heavy Industries, Ltd.*

ABSTRACT

This paper presents a 2-dimensional unstructured solution adaptive method using mixed triangular and quadrilateral cells which obtain both geometrical flexibility and conventional numerical schemes on flow calculations. For a use of upwind flow code, addition to a grid refinement method by a element dividing approach, grid lines are directed by a gradient distribution of numerical result. Calculations were carried out for the steady compressible inviscid flow passing over 4% circular bump at Mach 1.4. As the result, high accuracy shock and the interaction were calculated with a large reduction of number of grid points and calculation time.

1. はじめに

非構造格子法を流体計算に使用する利点の1つには、解適合格子法の容易な導入が挙げられる。この利点は、自在に格子数を増減できる非構造格子法の利用によって、計算結果に応じた局所的な格子密度の増加が行えることによる。ところが非構造格子法では、構造格子法と同形状の格子を使用した場合、メモリを多く使用し、また計算時間も長い。このことから、高精度の計算結果を得るために、格子数をいくらでも増加させるといふ解適合格子法では、適用に対して限界がある。特に、衝撃波を含む様な流れ場では、等方的に要素の細分化を行うと、解適合格子法の使用で、格子数が急激に増加する。

一方、セルセンタ風上法を使用して衝撃波の様な物理量の不連続がある流れ場を計算する場合、その不連続に対して、格子線が一致もしくは平行に近ければ、数点の格子間で、高精度の計算結果を得ることができる。

そこでここでは、2次元定常流の非粘性圧縮性流に対して、セルセンタ風上コードに適した計算格子を生成することで、急激な格子点数の増大を抑制した非構造解適合格子生成法を検討する。

2. 要素分割による解適合格子

ここで使用した解適合格子法は、初期の格子で計算した結果に基づき、既存要素の細分化による局所的な格子密度の増加によって、高精度の計算結果を得る。

2-1. 計算要素の形状 2次元非構造格子法では、多くの場合、3角形要素や4角形要素が使用される。ここでは、2種類の要素形状に対して同一の要素細分化手法を使用する。そのため、3角形要素と4角形要素が混在して使用されている計算格子を基に、解適合格子法を適用できる。

2-2. 解適合格子生成方法 混在した複数の要素形状を分割する方法には、中橋による要素の分割方法¹⁾を使用する。要素の細分化は、要素分割領域の指定と、要素分割、の2つの手順によって行っている。

3. 要素分割領域の指定

初期格子上での計算結果から、所望の解適合格子分布を得るためには、要素分割領域を指定するための評価関数を選定する必要がある。

衝撃波近傍の計算格子を分割する場合、密度や圧力分布等について、その勾配や差分等を評価関数にすることができる。この関数に対して、適当な数値を設けることによって、分割を実行する領域が定義できる。

また、セルセンタ計算コードに適した格子を生成するためには、計算格子線に関数の勾配と直行するよう、要素の細分化を実行する。そのためは、領域指定に加えて、勾配の方向を評価している。

4. 要素分割

既に存在する計算要素を細分する場合、隣接する要素間の共有辺について、辺の分割に矛盾が生じないようにする必要があるのである。そのためここでは、要素分割の前段階で、辺に対する分割の

情報を定義する。その後、各要素について、要素形状と要素を構成する辺の分割情報に従って、要素の分割を実行している。

辺の分割を先に決定した後で、矛盾のない要素の細分化を行うために、要素形状と辺の分割情報に対して、図1に示す要素の分割形式を設定して使用する。複数の分割形式が定義されている場合には、勾配の方向を考慮するために、要素分割情報を与えて、分割形式を選択する。追加する節点や辺、要素およびそれらの接続情報等、要素の分割に必要な処理は、各分割形式毎にルーティン化して使用している。そのため、要素分割時の複雑な算術計算は不必要であり、既存要素を分割形式の照合によって、単純処理の連続として実行できる。

辺分割数 要素形状	1	2	3	4
3角形要素				
4角形要素				

図1. 要素の分割形式

5. 結果の比較

5-1. 初期計算 図2の上図は、初期計算に使用した格子で、流れ方向(x方向):壁方向(y方向) = 1:3の計算領域に対して、70x20の1400節点、1311要素を使用した。下面 x=2から3について、4%の円弧翼があり、上面には反射条件を使用している。一様流の速度は、マ

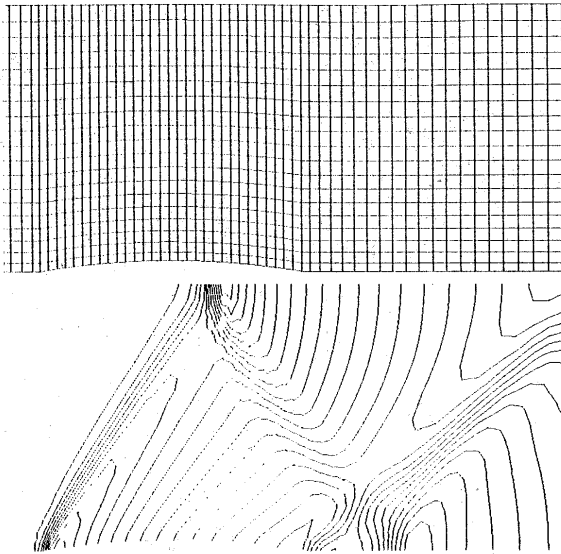


図 2. 初期格子(上図)と圧力分布(下図)
1311要素

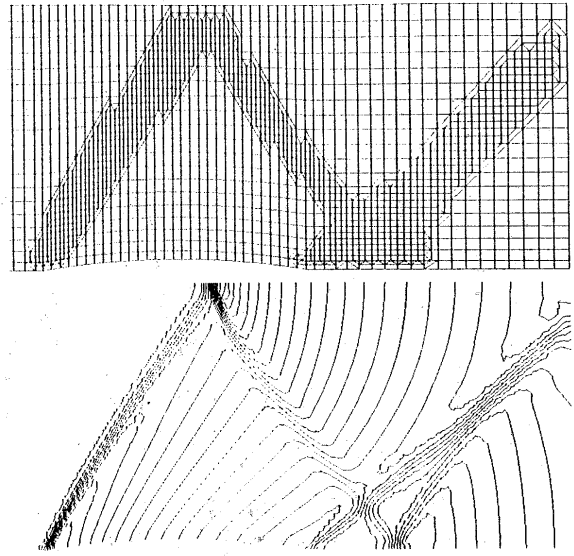


図 4. 解適合格子(上図)と圧力分布(下図)
第1段階 2295要素

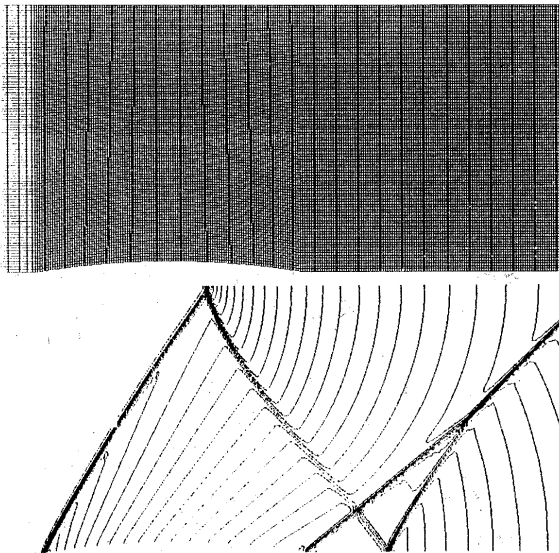


図 3. 比較用計算用構造格子(上図)と
圧力分布(下図) 25000要素

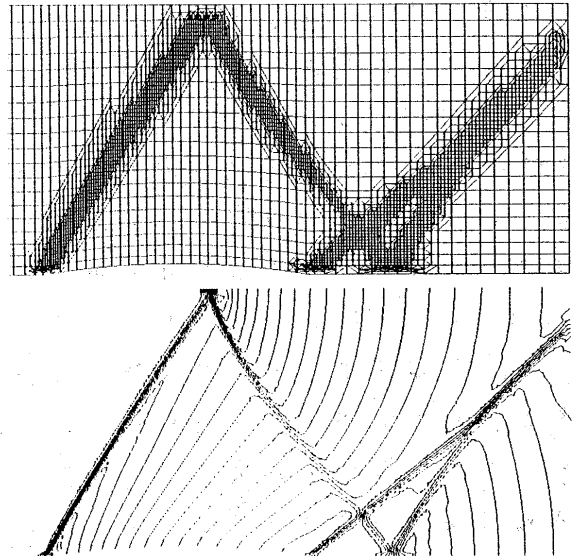


図 5. 解適合格子(上図)と圧力分布(下図)
第2段階 4391要素

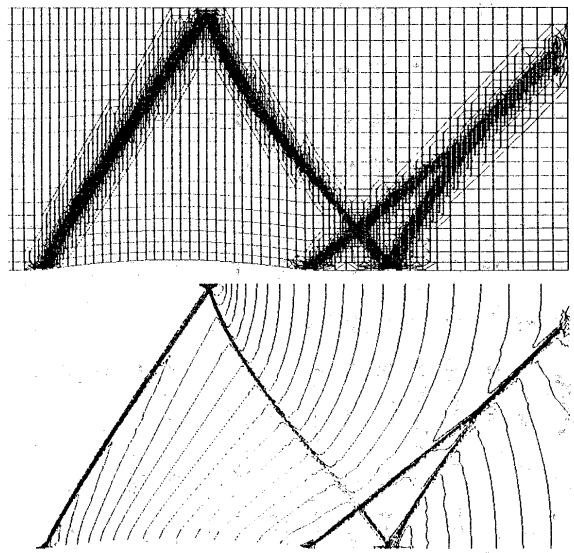


図 6. 解適合格子(上図)と圧力分布(下図)
第3段階 8876要素

マッハ数 1.4とし、空間2次精度の計算を行った。図2の下図は、計算結果を圧力係数の分布で示している。翼前縁からの斜め衝撃波は上面で反射して、この反射波と後縁の斜め衝撃波とが干渉している。しかしながら、衝撃波と干渉領域の双方について、計算結果の解像度が低いことが分かる。一方、図3は、比較のために行った、構造格子法による結果を示す。高精度の計算結

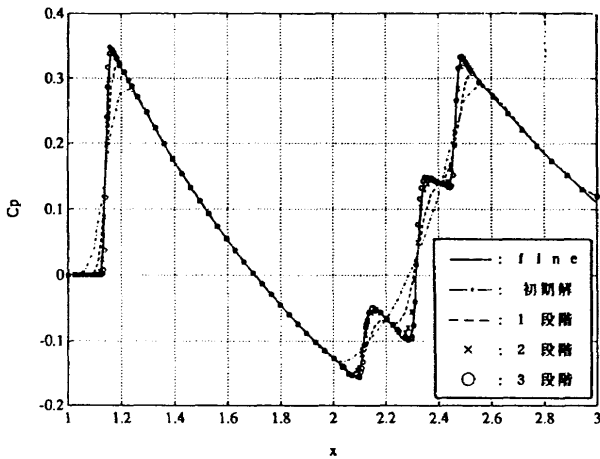


図 7. 圧力分布の比較
y=0.25における Cp 分布

果を得るために、ここでは、25000要素に相当する計算格子を使用して、比較検討用の高精度な計算結果 (fineとして示す) を得た。

5-2. 格子密度増加による効果

一方、図 4, 5, 6 は、要素分割による解適合格子法を、使用した場合の計算格子と結果 (unifとして示す) を示している。図

4は、初期格子上での計算結果を基に、初期格子を分割し、継続計算した結果を示している。また図 5は、1回目の解適合格子上での結果を基に、この解適合格子を分割して、継続計算した結果を、図 6は、更にこの手順を繰り返して得た結果を示している。格子の細分化が、衝撃波近傍にだけ行われていること、その結果、衝撃波や干渉領域における計算精度が向上していることが分かる。y=0.25における、比較計算用の構造格子法と解適合格子法の圧力係数分布の比較を図 7に示す。解適合格子法の適用によって、非常に高い計算精度を得ることが分かる。この場合について、計算格子数を比較すると、解適合格子法を3回使用した場合でも、構造格子法に対して、1/3の要素数で、同程度の結果が得られることが分かる。

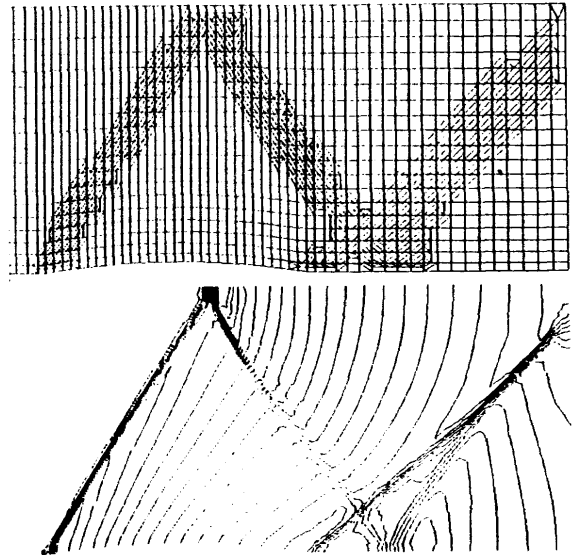


図 8. 解適合格子(上図)と圧力分布(下図)
第1段階 2233要素

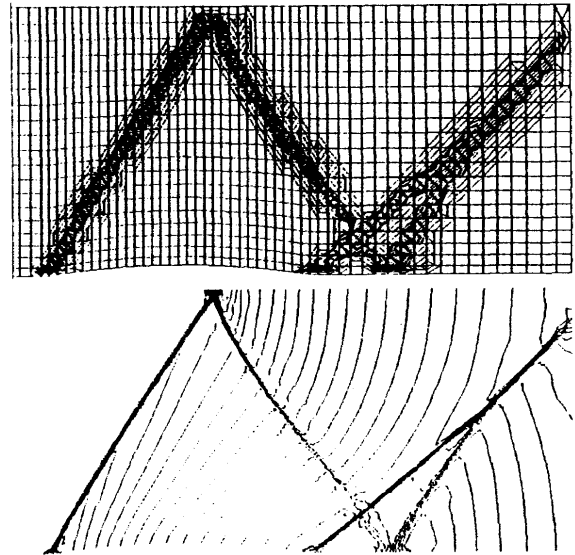


図 9. 解適合格子(上図)と圧力分布(下図)
第2段階 3680要素

5-3. 分割方向を考慮した格子

図 8, 9 は、分割領域を定義した後に、4角形要素の分割について、勾配の方向から要素の分割形式を選択して使用した結果 (gradとして示す) を示す。要素の細分化と共に、衝撃波と反射波に沿った計算格子線が生成されている。また、図 10は、圧力係数分布の比較を示しており、勾配の方向を考慮して要素分割を1回行った解適合格子法が、勾配方向を考慮せずに2回分割した方法と、同程度の計算結果を示すことが分かる。

このとき前者の方法では、分割回数が少ないことから、要素数は、約 1/2 であり、比較用構造格子法の 1/10 以下である。

5-4. 計算時間 図 11 は、計算ステップ数の比較を示す。比較用構造格子法では、500 ステップ、解適合格子法では、初期格子、解適合格子共に各段階で 250 ステップの計算を行って収束解を得た。図 12 は、このときのワークステーションによる計算時間を示している。比較用構造格子法に比べて、解適合格子法では、格子点数が少ないことから各段階での計算時間は非常に小さい。図 10 に示した結果を得るために時間を比較すると、構造格子法、2 種の解適合格子法について、307, 97, 28 分となり、勾配の方向に格子線を生成する要素分割法が、比較用の構造格子法に対して 1/10 以下の計算時間で、遜色無い結果を算出することがわかる。なお、解適合格子の生成が、ワークステーションで数分程度であることから、対話的に分割領域の指定を繰り返して行った場合でも、解適合格子法を適用する方が、短時間で結果が得られる。

6. まとめ

3 角形と 4 角形要素を混在して使用する非構造格子の解適合格子生成方法について検討した。ここでは、セルセンタ風上法による数値計算の実行を前提に、局所的な要素の細分化と共に、計算格子線を物理量の勾配に直行するよう格子生成を行った。この方法を、2 次元の非粘性圧縮性定常流の衝撃波反射問題に適用し、以下の結果を得た。

1) 解適合格子法の適用で、衝撃波や反射波、干渉領域について高精度の計

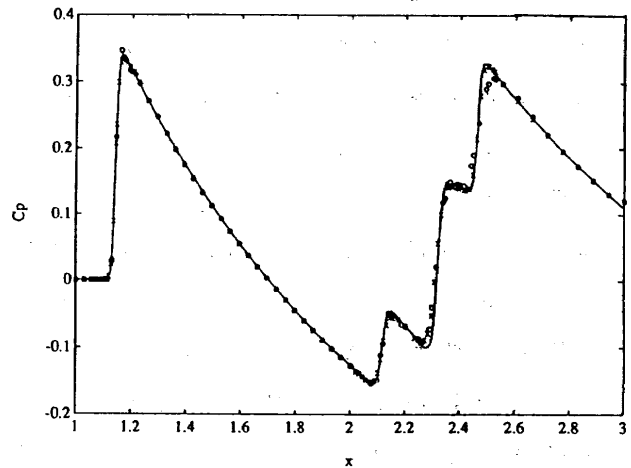


図10. 圧力分布の比較 (y=0.25における Cp 分布)
 — : 比較用計算用構造格子法 25000要素
 X : 分割形式 unif 第2段階 4391要素
 O : 分割形式 grad 第1段階 2233要素

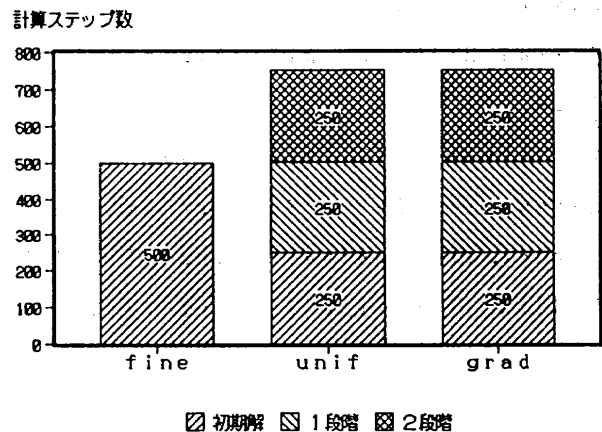


図11. ステップ数の比較

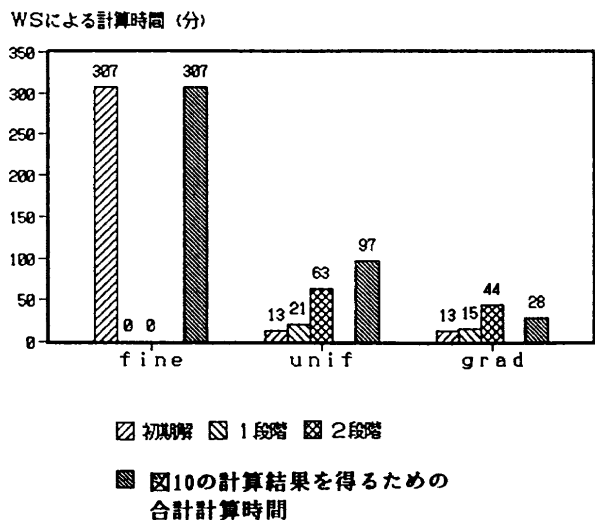


図12. 計算時間の比較

算結果を得た。

2) 勾配に直行する計算格子線を生成し、セルセンタ風上コードで計算することによって、より一層の高精度計算が行える。

3) 粗い初期格子から順次、格子点数を増加させる効果によって、トータルの計算時間が、短縮できる。

今後の課題としては、不必要な要素の結合による削除をはじめ、粘性計算や3次元への拡張が挙げられる。

参考文献

1) Nakahashi, K., "An Automatic Grid Generator for the Unstructured Upwind Method," AIAA Paper 89-1985, 1989.

2) Nakahashi, K. and Egami, K., "An Automatic Euler Solver Using Unstructured Upwind Method," ISCPD NAGOYA, A Collection of Technical

Papers, pp. 647-652.

4) Mavriplis, D.J., "An Advancing Front Delaunay Triangulation Algorithm Designed for Robustness," AIAA Paper 93-0671, 1993.

5) Baum, J.D., and Lohner, R., "Numerical Simulation of Pilot/Seat Ejection from an F-16," AIAA Paper 93-0783, 1993.

6) Hwang, C.J., and Wu, S.J., "Adaptive Finite Volume Upwind Approach on Mixed Quadrilateral-Triangular Meshes," AIAA Journal, Vol. 31, No. 1, pp. 61-67, January 1993.

7) 嶋、恵上, "非構造格子2次元NS解法による翼型の計算," 日本航空宇宙学会第24期年会講演会講演集, pp. 58-59, 1993.

8) 恵上, "3次元非構造格子自動生成法に関する研究," 第21回流体力学講演会講演集, pp. 180-183, 1989.