

移動格子有限体積法による ヘリコプタ・ロータまわりの数値解析

内山直樹* 井上督**

Numerical Simulation of a Helicopter Rotor Flowfield using Moving Cell Finite Volume Method

by

Naoki UCHIYAMA and Osamu INOUE
Institute of fluid science, Tohoku University

A three dimensional flowfield of a helicopter rotor is calculated by solving the Euler equations in finite-volume formulation described in non-rotating inertial frame associated with the moving mesh system. The numerical flux at the moving cell interface is evaluated by solving the Riemann problem in moving frame of reference. The results show a good agreement with the experimental data for the case of hovering rotor flowfield, indicating the further possibility for simulating flowfield of a rotor in general motion.

1. まえがき

ヘリコプタ・ロータのつくる流れ場の解析は、空気力学上の挑戦的かつ実用的な課題として残されている。一方で数値流体力学の目ざましい進歩は、これを解析可能な対象にしつつある現状をもたらしている。特にホバリング状態にあるロータまわりの流れ場の計算に関しては、多数の計算例が報告されている[1-3]。ホバリング状態においてなお、後流及び翼端渦の構造の解明が必要であるが、一方で、さらなる興味は前進飛行時あるいはサイクリック・ピッチ等を考慮したより現実的な飛行状態での流れ場の解析に向けられる。しかしながら、従来より回転翼の計算に広く用いられてきた回転座標系は、ブレードが一般的な運動をする場合その取扱いが困難であると考えられる。これに対し、慣性座標系に移動格子を導入する手法は複雑なブレードの運動に適用し得る能力を有していると考えられる。そこで本研究では三次元有限体積法コードを移動格子・慣性座標系で定式化した。この系

では支配方程式である保存式中に遠心力等の慣性力の効果がソース項の形で現れない。それゆえ保存式は完全な保存型で表現される。本研究はその初段階にあり、現時点での計算結果はホバリング状態のものに限られている。得られた数値解は Caradonna, Tung 等の実験データ [4] と良い一致を觀せており、本方法の妥当性を示すものと考えている。

2. 支配方程式

有限体積法においては、個々の計算セルは流れ場中に与えられた検査体積と理解される。オイリアン系においてはこれらのセルは座標系に固定されている。本方法においては、慣性座標系に対し任意に移動、変形するセルを考える。この系での保存則（オイラー方程式）は以下のように定式化できる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\iiint_{V(t)} Q dv \right) = - \iint_{S(t)} \mathbf{F}^M \cdot \mathbf{n} ds, \quad (1)$$

* 東北大学大学院

** 東北大学流体科学研究所

ただし

$$\mathbf{F}^M \cdot \mathbf{n} = \mathbf{F}^E \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})Q. \quad (2)$$

ここで添字 $V(t)$ 、 $S(t)$ はそれぞれ計算セルの体積領域、表面領域を表し、時間 t の関数である。また \mathbf{M} は局所面要素の変位ベクトルを表し、 \mathbf{n} は局所面要素での単位法線ベクトルを表す。保存変数ベクトル Q 及び非粘性のオイリアン流束テンソル $\mathbf{F}^E = (E, F, G)$ は以下に与えられる。

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (e+p)u \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ (e+p)v \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho wu \\ \rho wv \\ \rho w^2 + p \\ (e+p)w \end{pmatrix}.$$

ここで u 、 v 、 w はそれぞれ慣性座標系での x 、 y 、 z 方向の速度成分であり、 ρ は密度、 e は単位体積当たりの総エネルギーを表す。圧力 p は完全気体の状態方程式より次式で与えられる。

$$p = (\gamma - 1) \left\{ e - \rho \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right\}. \quad (4)$$

ここで γ は比熱比であり、1.4 とした。

また式 (2) 中で局所面要素の変位ベクトル \mathbf{M} に流速ベクトル \mathbf{V} を代入することにより、形式的にラグランジアン系での基礎式を得ることができる。

3. 数値離散化

支配方程式 (1) を数値的に解くにあたり、その右辺に対し以下の離散化が行われる。

$$\frac{d}{dt} \left(\iiint_{V(t)} Q \, dv \right) = - \sum_{\text{cell face}} \mathbf{F}^M \cdot \mathbf{n}^{n+\theta} \Delta s^{n+\theta} \quad (5)$$

ただし

$$\mathbf{F}^M \cdot \mathbf{n}^{n+\theta} = \mathbf{F}^n \cdot \mathbf{n}^{n+\theta} - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}^{n+\theta})Q^n. \quad (6)$$

ここで添字 n は離散化された時間レベルを表し、 Δs は時間変化するセル界面の面積を表す。格子系の運動は決定的に与えられるため、時刻 $n + \theta$ におけるセル界面の単位法線ベクトルは既知となる。ここで θ は $[0, 1]$ 間のパラメータである。離散化された空間においては、セルの運動はそれを構成する格子点の移動をもって決定される。式 (6) 中での変位ベクトル \mathbf{M} は、セル界面を構成する各格子点での時間 $[n, n+1]$ にわたる変位ベクトルの総和平均でもって定義した (図 1)。

$$\mathbf{M}_{\text{cell face}} = \frac{1}{4} \sum_{\text{cell vertex}} \frac{(\mathbf{X}^{n+1} - \mathbf{X}^n)}{\Delta t} \quad (7)$$

ここで \mathbf{X}^n は時刻 n における慣性座標系での格子点の位置ベクトルを表し、 Δt は時刻 n から $n + 1$ への時間刻みを表す。

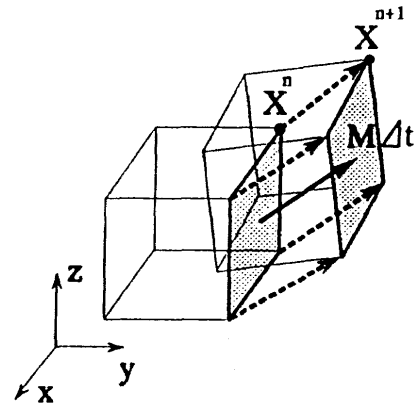


図1 セル界面での変位ベクトル概念図

ホバリング状態にあるロータまわりの流れ場においては、格子系の運動は回転軸まわりの純粋回転で表せられる。従って時刻 $n + 1$ における格子点の位置ベクトルは時刻 n での格子点の位置ベクトルから次式で求められる。

$$\mathbf{X}^{n+1} = R(\omega \Delta t) \mathbf{X}^n, \quad (8)$$

ただし $R(\omega\Delta t)$ は以下で定義される回転行列である。

$$R(\omega\Delta t) = \begin{pmatrix} \cos(\omega\Delta t) & -\sin(\omega\Delta t) & 0 \\ \sin(\omega\Delta t) & \cos(\omega\Delta t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

ここで ω はロータの回転角速度である。また式(8)を式(7)に代入し、時間刻みを無限小にすることにより以下の関係が成り立つことがわかる。

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} M_{cell\,face} = \Omega \times r(\bar{X}), \quad (10)$$

ここで Ω は回転角速度ベクトル $(0, 0, \omega)^t$ であり、 r は回転軸からの距離を表すベクトルである(図2)。さらに \bar{X} は次式によりセル界面を構成する各格子点の位置ベクトルから求めた平均位置ベクトルである。

$$\bar{X} = \frac{1}{4} \sum_{cell\,vertex} X^n. \quad (11)$$

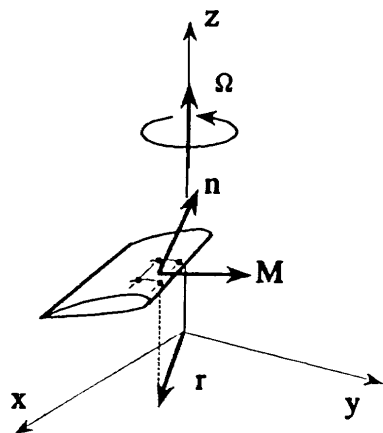


図2 ローター格子系での変位ベクトル概念図

このような移動格子を用いた計算では、一様流の保存性に得に注意を払う必要がある。式(1)、(2)に一様流の保存変数ベクトル Q_∞ および一様流のオイリアン流束テンソル F_∞^E を代入し、整理することにより次式を得る。

$$\frac{dV(t)}{dt} = \iint_{S(t)} M \cdot n \, ds. \quad (12)$$

特にホバリング状態の流れ場を扱う格子系の場合、計算セルの体積 $V(t)$ は時間に関し不変である。

$$\iint_{S(t)} M \cdot n \, ds = 0. \quad (13)$$

数値計算において一様流が保存されるためには式(13)が数値離散化された形においても満足されていなければならない。ここでは式(13)の離散式が持ち込む誤差を支配方程式(5)から差し引く形の修正を行った。すなわち、

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(\iiint_{V(t)} Q \, dv \right) \\ &= - \sum_{cell\,face}^6 F^M \cdot n^{n+\theta} \Delta s^{n+\theta} \\ & \quad - Q_\infty \sum_{cell\,face}^6 M \cdot n^{n+\theta} \Delta s^{n+\theta}. \end{aligned} \quad (14)$$

ここで Q_∞ は一様な定数ベクトルであるため、支配方程式の保存型は損なわれない。

4. 数値スキーム

リーマン・ソルバー

セル界面における流束を上流化するにあたり、式(6)に対し局所座標変換行列 T が掛けられる[5]。変換された流束ベクトル H はセル界面の法線方向に対し準一次元形となる。すなわち、

$$\begin{aligned} F^M \cdot n &= T^{-1} T(F^M \cdot n) \\ &= T^{-1} H, \end{aligned} \quad (15)$$

ただし

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & n_y & n_z & 0 \\ 0 & s_x & s_y & s_z & 0 \\ 0 & t_x & t_y & t_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$F^M \cdot n = \begin{pmatrix} \rho(V-M) \cdot n \\ \rho u(V-M) \cdot n + pn_x \\ \rho v(V-M) \cdot n + pn_y \\ \rho w(V-M) \cdot n + pn_z \\ e(V-M) \cdot n + pV \cdot n \end{pmatrix},$$

$$H = \begin{pmatrix} \rho \dot{u}_n \\ \rho \dot{u}_n u_n + p \\ \rho \dot{u}_n u_s \\ \rho \dot{u}_n u_t \\ e \dot{u}_n + pu_n \end{pmatrix}. \quad (16)$$

ここで $n = (n_x, n_y, n_z)^t$, $s = (s_x, s_y, s_z)^t$, $t = (t_x, t_y, t_z)^t$ はそれぞれ局所座標系の基底ベクトルであり、速度成分 \dot{u}_n , u_n , u_s , u_t は以下に定義される。

$$\begin{aligned} \dot{u}_n &= (V-M) \cdot n \\ u_n &= V \cdot n \\ u_s &= V \cdot s \\ u_t &= V \cdot t. \end{aligned} \quad (17)$$

準一次元流束 H の上流化は、これを構成する、セル界面の法線方向に射影された保存変数ベクトル TQ を Roe スキーム [6] の波分解を用いて上流化することにより達成した。ただしセル界面が移動しているため、保存変数の評価は特性速度 $M \cdot n$ の特性線上でおこなう必要がある。すなわち、

$$H = H\{(TQ)^*\}, \quad (18)$$

ここで

$$(TQ)^* = \frac{1}{2} \left\{ (TQ)_L + (TQ)_R - \sum_{k=1}^5 1_k \alpha_k \tilde{r}_k \right\}. \quad (19)$$

符号関数 1_k は以下のように与えられる。

$$1_k = \text{sign}(\tilde{\lambda}_k - M \cdot n). \quad (20)$$

ここで $\tilde{\lambda}_k$ はそれぞれ $k = 1, \dots, 5$ に対応した Roe 平均で評価された特性速度 $\tilde{u}_n \pm \tilde{c}$, \tilde{u}_n であり、 \tilde{c} は音速を表す。 \tilde{r}_k は Roe 平均されたヤコビ行列 $\partial H / \partial (TQ)$ の k 番目の右固有ベクトルであり、 α_k は k 番目の波の強さを示す係数で

ある。また、添字 L, R は空間高次精度を達成するためにセル界面の左右において MUSCL[7] 法によって再構築された値であることを示す。

時間積分

時間積分には近似対角化 LU-ADI [8,9] 陰解法を用いた。演算子は以下の形で与えられる。

$$L_i \cdot L_j \cdot L_k \cdot \Delta Q = \text{RHS}, \quad (21)$$

ここで

$$\begin{aligned} L_i \cdot &= \varphi_i \left[I + \frac{\Delta t}{V} (\Delta s_{i+\frac{1}{2}} \hat{A}_i^+ - \Delta s_{i-\frac{1}{2}} \hat{A}_{i-1}^+) \right] \\ &\left[I + \frac{\Delta t}{V} (\Delta s_{i+\frac{1}{2}} \hat{A}_{i+1}^- - \Delta s_{i-\frac{1}{2}} \hat{A}_i^-) \right] \varphi_i^{-1}, \end{aligned} \quad (22)$$

ただし

$$\hat{A}_i^\pm = \{\text{diag}(\lambda_k)_{i-(M \cdot n)_i} I\}^\pm, \quad \varphi_i = (T^{-1} R)_i. \quad (23)$$

ここで R はヤコビ行列 $\partial H / \partial (TQ)$ の右固有列ベクトルで構成される行列である。式 (21) は 6 個のスカラー二重対角行列の連立方程式を解く形となる。

5. 計算結果

上記の計算コードを、2枚ブレードからなるリジッド・ロータのホバリング状態での流れ場の計算に適用した。ブレードは NACA0012 翼型断面からなり、捻り下げ、テーパを有しないアスペクト比 6 の矩型のものとした。計算に用いた格子系は O-H トポロジーから成る単一構造格子系である (図 3)。将来の拡張を考え、1枚ブレードに対し周期境界条件を適用する方法は採らず、2枚のブレードのまわりをそのまま計算対象とした。計算領域の大きさは半径方向にブレード・コード長の 9 倍、軸方向はロータ回転面の上下にそれぞれ 10 倍とした。またブレード根元部のハブ半径は 1 コードとした。計算セル数は周方向に 196 個、半径方向に 48 個、軸方向に 55 個とした。境界

条件に関しては、遠方境界及びハブ境界において一様流を満たした仮想セルを計算領域の外側に設け、計算領域の境界面で内部領域と同様にリーマン問題を解くことにより境界面での流束を決定した [10]。またブレード境界に関してはすべり壁条件を与えた。翼端マッ

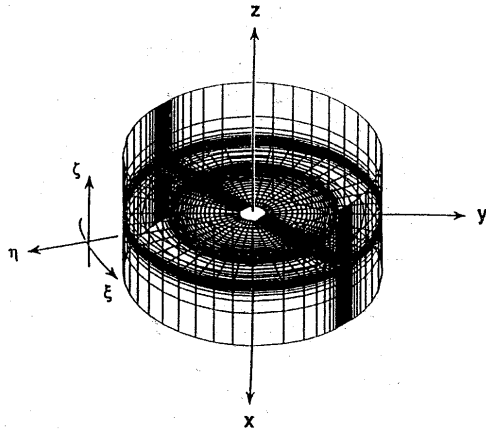


図3 計算格子

ハ数及びコレクティブ・ピッチ角が以下の2つの場合のホバリング状態について計算を行い、同条件下の Caradonna, Tung 等の実験データ [4] と比較した。

case 1) $M_{tip} = 0.811$, $\theta_c = 8. \text{ deg}$

case 2) $M_{tip} = 0.794$, $\theta_c = 12. \text{ deg}$

図4は case 1) に対するブレード上の等圧線図およびブレード後縁からのブレード相対速度による瞬間流線を示す。圧力分布により、翼端近傍のブレード前縁よりに衝撃波が生じているのがわかる。また非常に粗い格子系を用いた結果であるが、後流の縮流の様子が捕らえられている。図5、図6はそれぞれ case 1), case 2) の場合のスパン方向のブレード各断面における圧力分布を示す。いずれの場合も、総じて、実験データとの良い一致が観られるが、ハブよりの $y/R = 0.50$ 断面では共通して実験値とのずれが大きくなる。また特に case 2) において翼端近傍での衝撃波の強さが過大評価されている傾向があり、粘性計算の必要が感じられる。

6. 結論

ヘリコプタ・ロータのつくる二次元流れ場を移動格子・慣性座標系で定式化した有限体積法により計算した。ホバリング状態に対する数値解は圧力分布に関し実験データ [4] と良好な一致を示している。今後は前進飛行等のより一般的な飛行状態への拡張を考えている。本計算は東北大学スーパーコンピュータセンターの 8CPU CRAY-YMP で行われ、 $196 \times 48 \times 55$ 個の計算セルを用いた格子上での定常解を得るにあたり約 10 時間を要した。また計算速度は 1CPU あたり約 200MFLOPS である。

参考文献

1. Agarwal, R.K. and Deese, J.E., J. Aircraft, Vol.24, No.4(1987), 231-238.
2. Srinivasan, G.R. and McCroskey, W.J., J. Aircraft, Vol.25, No.9(1988), 865-874.
3. Srinivasan, G.R., et al., AIAA J. Vol.30, No.10(1992), 2371-2378.
4. Caradonna, F.X. and Tung, C., NASA TM-81232(1981)
5. Anderson, W.K. and Thomas, J.L., AIAA Paper 85-0122, Jan.(1985)
6. Roe, P.L., J. Comp. Phys., 43(1981), 357-372.
7. van Leer, B., J. Comp. Phys., 23(1977), 276-299.
8. Obayashi, S. and Kuwahara, K., J. Comp. Phys., 63(1986), 157-167.
9. 嶋 英志、城之内忠正 "設計における数値解析の活用について" 航空宇宙技術研究所特別資料 SP-7
10. Sawada, K. and Takanashi, S., AIAA Paper 87-0455, Jan.(1987)

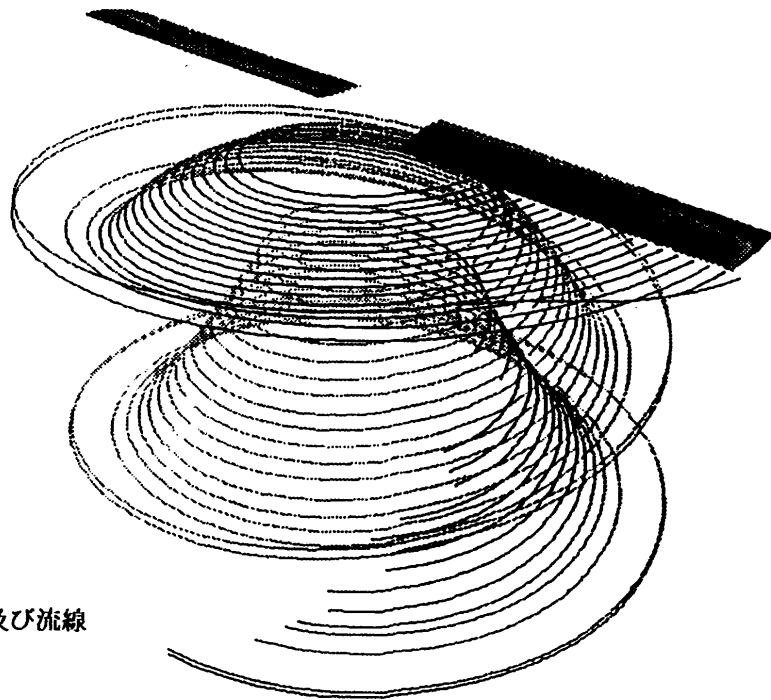


図4 ブレード上圧力分布及び流線

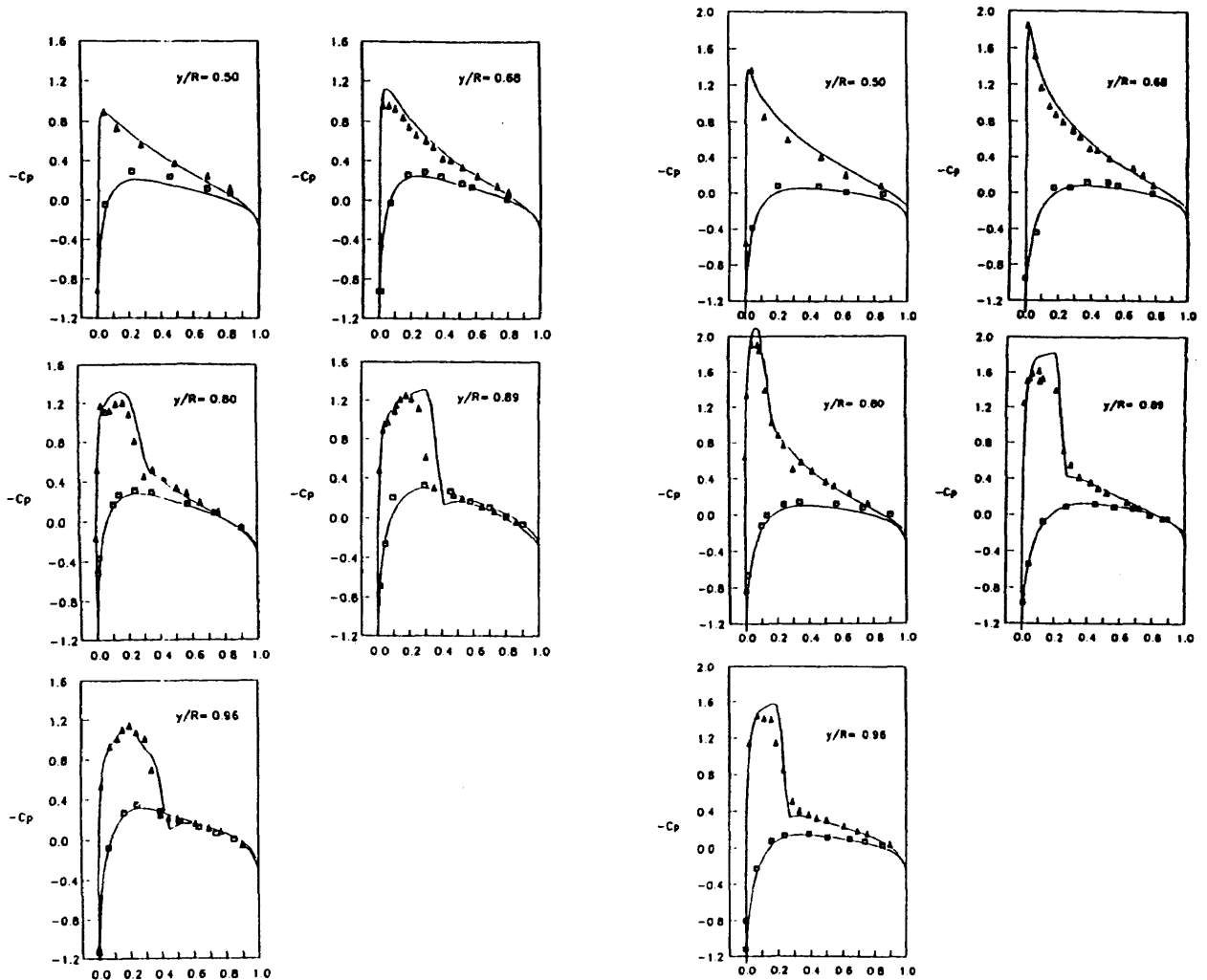


図5 計算(-)と実験[4](□△)との圧力分布比較
case 1) $M_{tip}=0.877, \theta_c=8.deg$

図6 計算(-)と実験[4](□△)との圧力分布比較
case 2) $M_{tip}=0.794, \theta_c=12.deg$