

# ガスタービン動翼の冷却流路内の流れと 熱伝達の数値解析

田村 洋・ 石垣 博\*

**Numerical Analysis of Laminar Flow and Heat Transfer in  
a Cooling Passage of Rotating Turbine Blade**

by

Hiroshi TAMURA and Hiroshi ISHIGAKI  
*National Aerospace Laboratory, Kakuda Research Center*

## ABSTRACT

In order to study the flow and heat transfer in cooling passages of rotating turbine blades, numerical analysis was conducted for a heated rotating U-bend with a square cross-section. The flow was assumed to be laminar. Three-dimensional Navier-Stokes equation was solved with a finite difference procedure. The influence of Coriolis force on flow and heat transfer was evaluated.

### 1. 緒言

最新の高性能ガスタービンでは、高い熱負荷に耐えるためタービン翼内部に冷却流路を設け強制対流冷却を施している場合が多い<sup>1)</sup>(Fig.1 参照)。このような冷却流路の設計では、流路内の圧力損失と熱伝達特性の正確な把握が必要である。このため回転流路については以前より多くの研究が行われている。最近この問題の新たな取り組みとして、タービン動翼の冷却流路を模擬した往復流路についての研究が行われている<sup>2-6)</sup>。このような回転往復流路では、体積力として回転によるコリオリ力と遠心浮力さらに流路の曲りによる遠心力が働くため、その流動伝熱特性は複雑である。しかし、これら回転往復流路に関する研究はこれまで実験的なものを見るのみで解析的な検討は見あたらない。そのため取得されたデータの適切な評価はなされていないように思われる。

著者らは、数値解析による回転流路の流動伝熱特性の解明に向けた研究を進めている<sup>7-11)</sup>が、ここではタービン冷却流路を模擬した直交回転する正方形断面のUベンドについての数値解析による検討結果を報告する。これらの流路では遠心

力が  $4.3 \times 10^4 g$  にも達するため浮力の影響がしばしば問題とされる<sup>2-6)</sup>。著者らは、既報<sup>11)</sup>においてこの遠心浮力の影響を直交回転する円形および正方形断面の直管について検討し、浮力が局所伝熱特性に影響を与えることを示した。しかしここでは先ず回転往復冷却流路の基本的特性である流路の曲りによる遠心力と回転によるコリオリ力の効果を調べることとし、遠心浮力の影響は無視した。また流れは層流とした。浮力の影響および流路内が乱流の場合については今後検討する予定である。

### 2. 計算条件と基礎方程式

Wagner ら<sup>3)</sup>はガスタービン動翼冷却流路の伝熱特性を調べるため、4 個の直管と 3 個のベンドから構成される正方形断面の往復冷却流路モデルを用い実験的研究を進めている。ここでは彼等の用いた流路モデルの最初の部分にはば合わせた正方形断面(一辺の長さ  $d$ )のU型ベンドについて計算を行いその流動伝熱特性を調べた。すなわち Fig.2 に示すような入口直管部の長さ  $14d$ 、ベンドの曲率比  $\lambda (= R/d) 1.75$ 、出口直管部の長さ  $50d$  の U型の冷却流路を計算対象とした。流路は直管部の軸と垂直な軸( $y$ 軸)のまわりに一定角

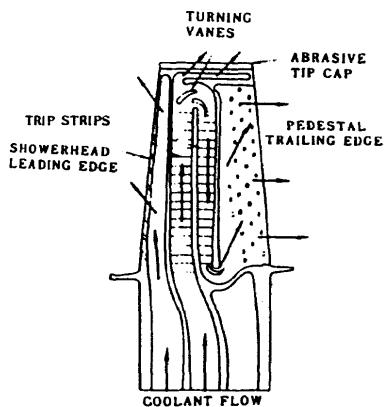


Fig.1 Convection Cooled Gas-Turbine

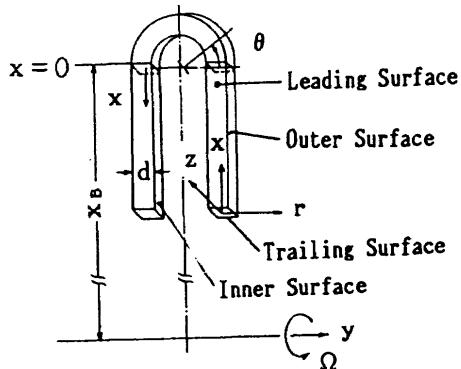


Fig.2 Schematic of a rotating U-bend

速度 $\Omega$ で回転する。ここで後の便利のため流路の4壁面に名前をつけておく。すなわち、回転方向に対して前方の壁を前壁、後方のそれを後壁、流路の曲りに対して内側の壁を内壁、外側のそれを外壁と呼ぶ。座標は回転流路に固定し、回転軸を $y$ 、主流方向を $x$ (または $\theta$ )、これに垂直な方向を $r$ 、 $z$ 、またこれらの方向の速度成分を $v_r$ ,  $v_\theta$ ,  $v_z$ とする。流れは定常非圧縮層流とするとベンドにおける連続式、運動方程式およびエネルギー式は次のように書ける。

$$\frac{1}{R+r} \frac{\partial(R+r)v_r}{\partial r} + \frac{1}{R+r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{R+r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{R+r} \right) \\ = - \frac{\partial p^*}{\partial r} + 2\rho\Omega v_z \sin\theta \\ + \mu \left\{ \nabla^2 v_r - \frac{v_r}{(R+r)^2} - \frac{2}{(R+r)^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right\} \quad (2)$$

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{R+r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{R+r} \right) \\ = - \frac{1}{R+r} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} + 2\rho\Omega v_z \cos\theta \\ + \mu \left\{ \nabla^2 v_\theta - \frac{v_\theta}{(R+r)^2} + \frac{2}{(R+r)^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right\} \quad (3)$$

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_z}{R+r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ = - \frac{\partial p^*}{\partial z} - 2\rho\Omega(v_r \sin\theta + v_\theta \cos\theta) + \mu \nabla^2 v_z \quad (4)$$

$$v_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v_\theta}{R+r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\nu}{Pr} \nabla^2 T \quad (5)$$

ここで

$$\nabla^2 = \frac{1}{R+r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ (R+r) \frac{\partial}{\partial r} \right\} + \frac{1}{(R+r)^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (6)$$

ここで2,3,4 各式の右辺第2項はコリオリ力を表す。 $z$ 方向のコリオリ力(式(4))はベンド内で反転し、入口では $-z$ 方向に、出口では $+z$ 方向に働く。回転による遠心力の効果は実際の圧力から遠心力による平衡圧力を差し引いたつぎの修正圧力 $p^*$ の中に吸収されている。

$$p^* = p - \frac{1}{2} \rho \Omega^2 \left[ \{x_B + (R+r) \sin\theta\}^2 + z^2 \right] \quad (7)$$

ここで $x_B$ は回転軸からベンド入口までの距離(Fig.2)である。境界条件は速度については壁面で粘着条件を用い、温度については壁温一定とした。流路入口では速度および温度は一様とした。

数値計算は著者らが回転管、曲管の一連の研究に使用している3次元ナビエストークスコード<sup>9,10)</sup>を用い、格子点数は $25 \times 25 \times 80$ とした。なお、計算を開始するに当たりプログラム検証のためHumphreyら<sup>12)</sup>の行った静止正方形直角ベンド( $\lambda = 2.3$ 、ディーン数 $K_{LC} (= Re/\sqrt{\lambda}) = 520$ )、およびHilleら<sup>13)</sup>の行った静止正方形Uベンド( $\lambda = 6.45$ 、 $K_{LC} = 226$ )の実験条件について、速度分布および管摩擦係数分布を計算し、その結果が実験値とほぼ一致することを確認した<sup>10)</sup>。

### 3. 計算結果と考察

$K_{LC}$ およびRossby数、 $Ro (= v_{x,m}/\Omega d)$ 、を種々変えて計算を行い、速度、温度、管摩擦係数および熱伝達率分布を計算した。ここではその代表的な結果として $K_{LC}$ を300とし、 $1/Ro$ を $0 \sim 0.475$ の範囲で変えた場合について示す。 $K_{LC}$ の値が大きくなると、数値計算上の不安定が発生し計算が困難となる。ここで選んだ $K_{LC}$ は本プログラムで計算可能な範囲の上限に近い値である。また、 $1/Ro$ はWagnerらの実験条件<sup>3)</sup>に合わせた値にした。

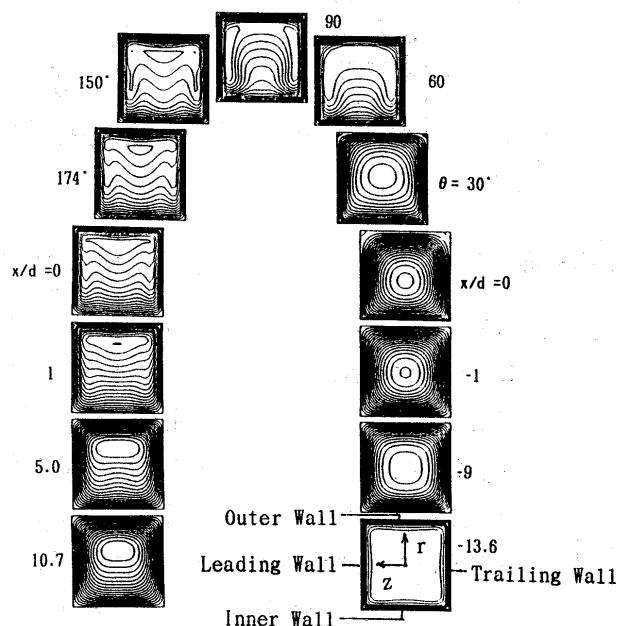
#### 3. 1 流れ場と温度場の発達

つぎに断面内の主流速度と温度の発達状況を

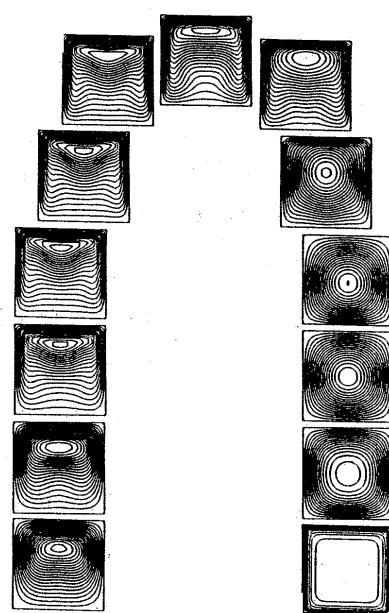
示す。Fig.3a は流路が静止している場合、Fig.3b は  $1/Ro = 0.118$  で回転している場合、Fig.3c は  $1/Ro = 0.475$  で回転している場合である。

流路が静止している場合 (Fig.3a) の主流速度の発達の特徴はつぎの様に説明できる。すなわち、流路入り口の直管部では境界層の発達とともに一様な分布から放物型の分布へと変化する。ベンドの入り口では、ボテンシャル渦の効果によりピークは内壁方向に移動する。その後、ピークは外壁方向に働く遠心力の作用から生じた二次流れ

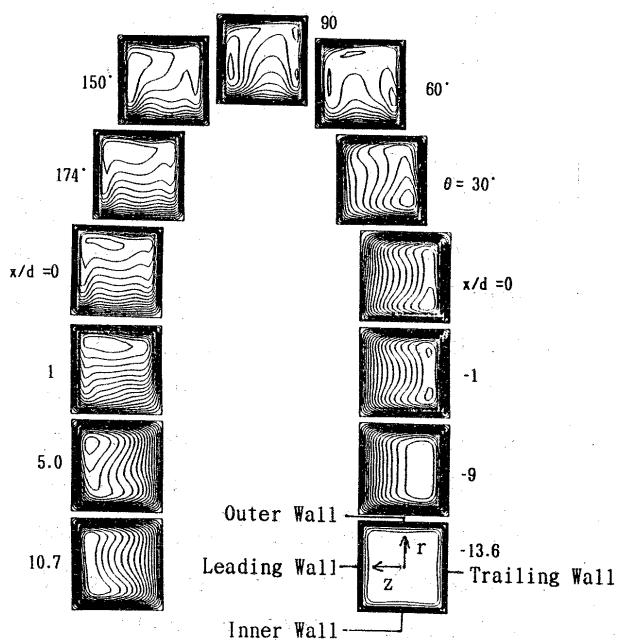
のため外壁方向に移動しこの字型に変形され、ついには二つに分断される。90 度を過ぎた所で再び合体し、外壁近くにピークを持った分布となる。ベンド後方の直管部では二次流れが粘性のため次第に消えベンド入り口で見られた放物型の分布に戻る。温度場はこの速度場の変化にはほぼ相似な発達を示すが、ベンドでは速度場に見られたようなピークの分断は見られず、速度場の発達に比べ単調な発達を示す。これは温度場に対して二次流れの影響が小さいことを意味している。



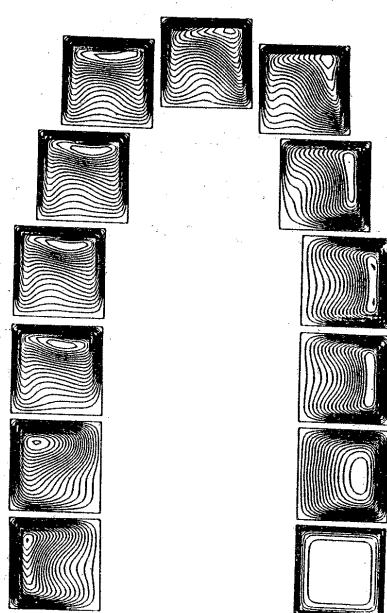
Constant Streamwise Velocity lines



Constant temperature lines

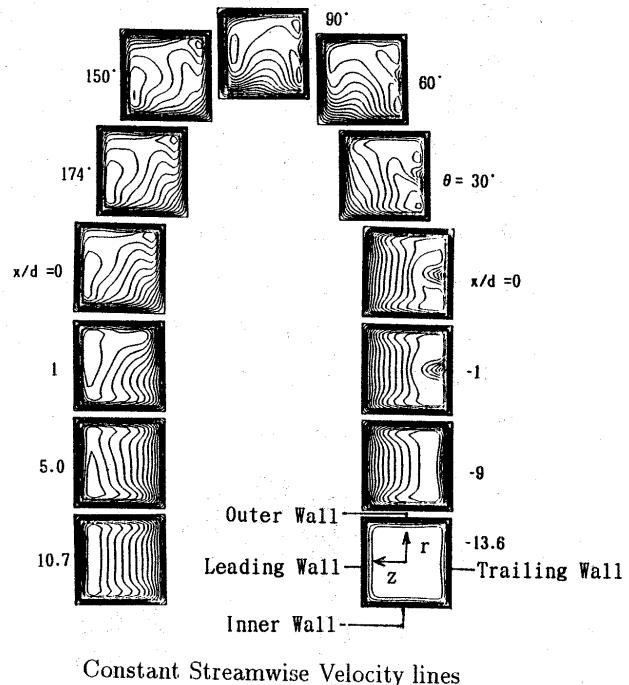
Fig.3a Stationary Passage ( $1/Ro = 0$ ,  $K_{LC} = 300$ ,  $\lambda = 1.75$ ,  $Pr = 0.71$ )

Constant Streamwise Velocity lines



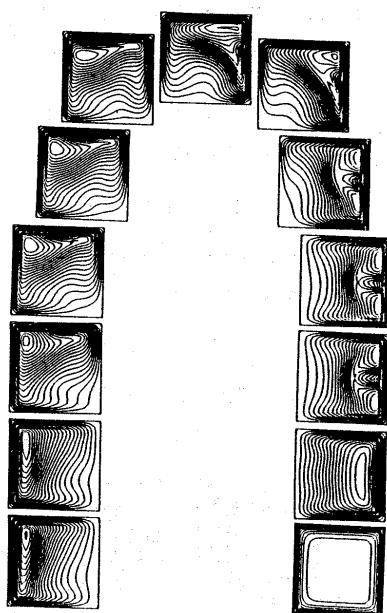
Constant Temperature lines

Fig.3b Rotating passage ( $1/Ro = 0.118$ ,  $K_{LC} = 300$ ,  $\lambda = 1.75$ ,  $Pr = 0.71$ )

Fig.3c Rotating Passage ( $1/Ro = 0.475$ ,  $K_{LC} = 300$ ,  $\lambda = 1.75$ ,  $Pr = 0.71$ )

$1/Ro$  が 0.118 とした図 3b における直管部の流れを支配する層流特性数  $K_{LR}$  ( $= Re/\sqrt{Ro}$ ) は 136 である。著者らの直交回転の正方形直管で完全発達の解析<sup>11)</sup>によれば、 $1/Ro < 2$  としたとき  $K_{LR}$  が約 130 以上となるとコリオリ不安定渦が生じる。従って、本計算条件はほぼその臨界値にあたる。しかし、本計算では不安定渦の発生は見られない。このときの発達の特徴はつぎの様に説明できる。入り口の直管部では $-z$  方向に働くコリオリ力の作用により生じた二次流れにより速度のピークは後壁側に移動する。ベンドの入口では、前述のポテンシャル渦の効果のため速度ピークは内壁側に移動し、以後は、遠心力とコリオリ力の二つの体積力より生じた二次流れにより外壁側に徐々に移動すると共にコの字型に変形され、二つに分断される。ベンドの後半では速度ピークは外壁と前壁のすみ近くに位置している。出口直管部では、遠心力の効果が弱まる従い $+z$  方向に働くコリオリ力の効果のみが残るため速度ピークは次第に前壁の全面に広がっている。温度場の発達は速度場のそれにほぼ相似な発達を示すが、二次流れの影響が小さいため速度に比べ単純な発達を示している。

$1/Ro$  が 0.475 とした場合の図 3c における直管部の  $K_{LR}$  は 274 である。この場合には入り口の直管



部でコリオリ不安定渦が発生し、速度ピークはそこで二つに分断されている。ベンド内ではこの不安定渦が加わったため多少複雑な速度分布となるが、その発達の基本的な特徴は不安定渦のない場合とさほど変わっていない。また、不安定渦はベンドの後半で消えている。出口の直管部では流路出口に近づくに従い次第にベンド入り口の分布を上下反転させた分布に近づくが、流路出口までに不安定渦の再発生は見られない。温度場は、速度場とほぼ相似な発達を示しており、入り口直管部で不安定渦が付加されたことを除けば  $1/Ro$  が小さい場合と大きな違いはない。

### 3. 2 熱伝達

局所ヌセルト数 Fig. 1 に示したタービン翼の冷却流路の構造からわかる様に冷却流路の前壁と後壁がタービン翼の外壁と接する。従って、実用的な見地からはこの二つの壁の熱伝達が興味の対象となる。Fig.4a、4b は先と同一の条件での両壁の局所ヌセルト数の分布を示す。いずれの場合も熱伝達率は温度境界層が薄い流路入り口近くで高い値を示している。また、遠心力による二次流れのためベンド後半の外壁近くで特に高くなっている。回転している場合には、コリオリ力の作用のため後壁では入り口直管部において、前壁では出口直管部において高い熱伝達率を

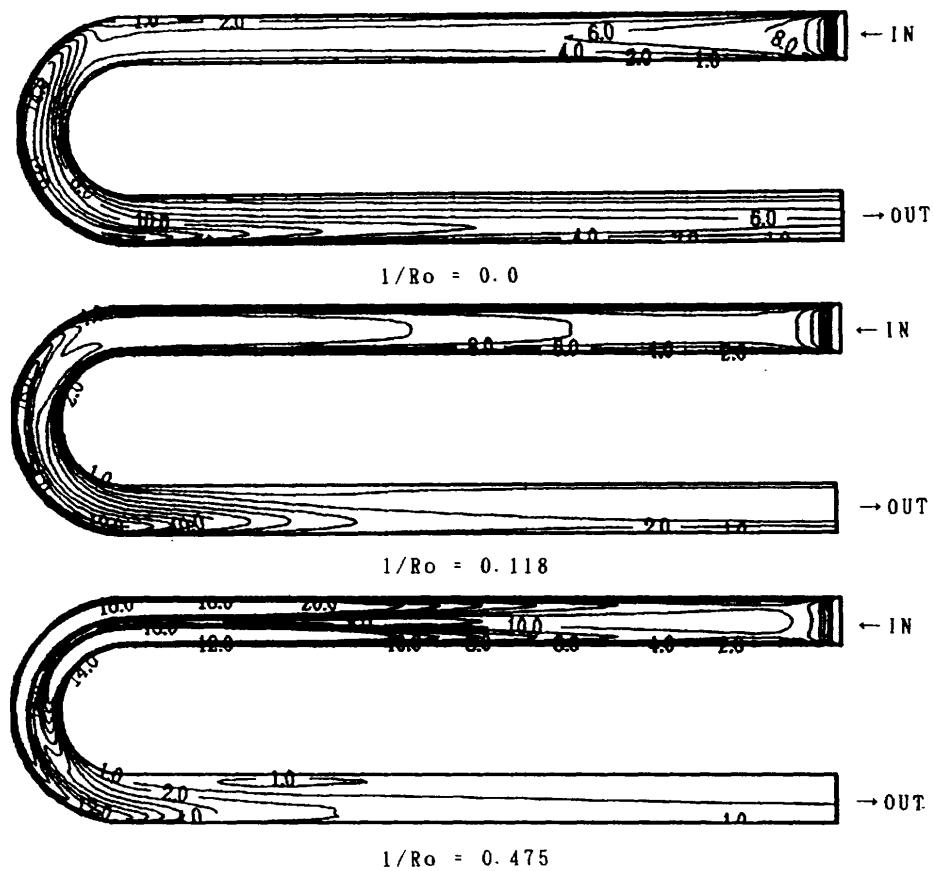


Fig.4a Distribution of local Nusselt number on the trailing wall at  $K_{LC}=300$ ,  $\lambda=1.75$ ,  $Pr=0.71$

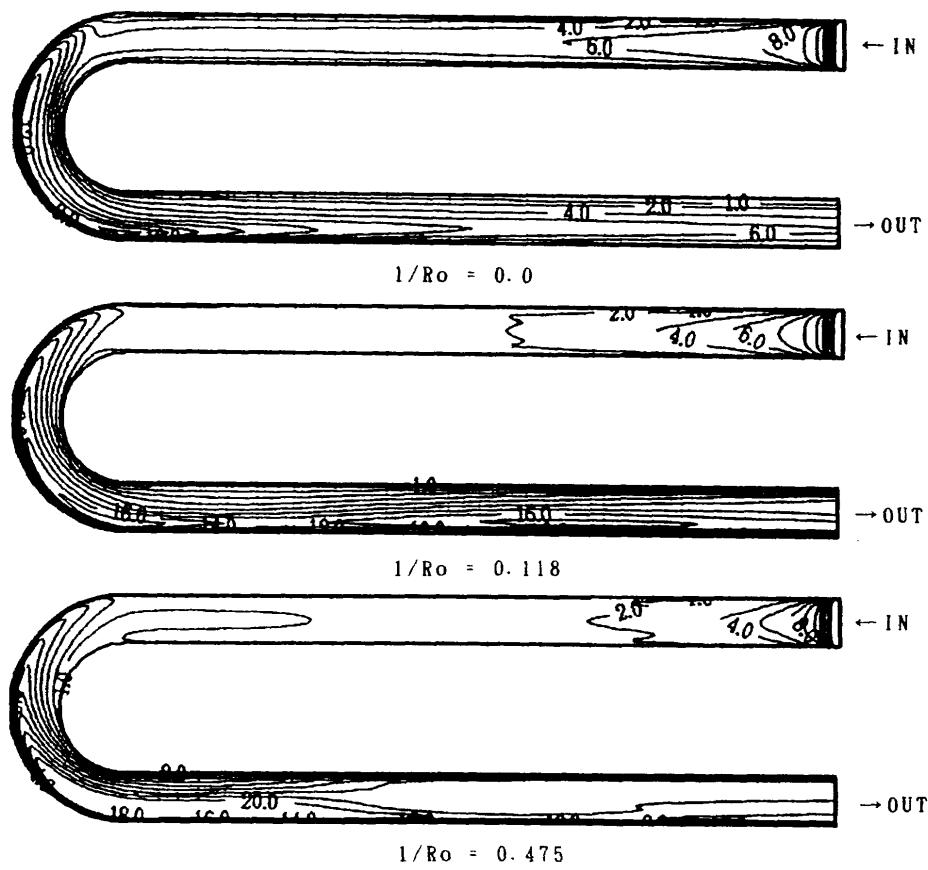


Fig.4b Distribution of local Nusselt number on the leading wall at  $K_{LC}=300$ ,  $\lambda=1.75$ ,  $Pr=0.71$

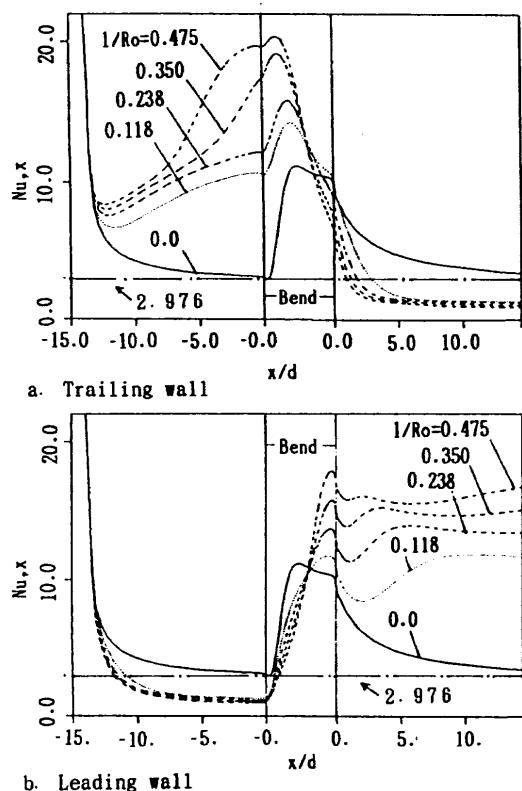


Fig.5 Local averaged heat transfer distribution  
( $K_{LC}=300$ ,  $\lambda=1.75$ ,  $Pr=0.71$ )

示している。 $1/Ro$  が 0.475 の場合には、コリオリ不安定渦の発生に伴い温度ピークが分断されるため、後壁の入り口直管部において壁の中心線上の熱伝達率が低下している。

周平均の局所ヌセルト数の分布 Fig.5 は後壁、前壁それぞれについて周方向に平均したヌセルト数の主流方向の変化を示す。この熱伝達率の変化の特徴をつぎに述べる。

温度境界層の発達とともに前、後壁のヌセルト数は急激に減少し、回転がない場合にはベンドの入り口付近で Shar-London<sup>14)</sup>が示した値(2.976)に漸近し、本計算の妥当性を示している。回転のある場合の入り口直管部の熱伝達は、コリオリ力の作用のため、後壁では途中で増加に転じ、 $1/Ro$  の大きいほど大きく増加している。 $1/Ro$  が 0.475 では静止の場合の約 3 倍に増加している。一方、前壁では静止した場合よりさらに低下し、 $Ro$  に無関係に静止した場合の約 1/3 まで低下している。ベンド内では、後壁においてはピークに到達後は急激に低下し、逆に前壁ではベンドに入るとすぐに急激に増加している。出口直管部では、後壁の熱伝達は入り口直管部の前壁側とほぼ同様な変

化を示し、 $Ro$  に無関係に静止した場合の約 1/3 まで低下している。一方、出口直管部の前壁の熱伝達は脈動し、 $1/Ro$  の大きいほど大きく増加している。

#### 4. 実験結果との比較

Wagner らの実験結果<sup>3)</sup>Fig.5( $K_{LC} = 18900$ )と本計算結果を比較すると、後壁の熱伝達については流路の全域にわたってよく似た傾向を与えていることがわかる。一方、前壁の結果は余り似ていない。特に出口直管部では、Wagner らの実験では熱伝達が  $Ro$  に無関係に急激な減少を見せるのに対し、本計算の熱伝達は  $1/Ro$  の大きいほど大きな値を示し、実験と大きな違いを見せている。

#### 参考文献

- 1) 小幡、ターボ機械、第11巻、第8号、昭58.8
- 2) Wagner,J.H., et al., ASME J. of Turbomachinery, Vol.113, pp.42-51 (1991)
- 3) Wagner,J.H., et al., ASME J. of Turbomachinery, Vol.113, pp.321-330 (1991)
- 4) Wagner,J.H., et al., ASME J. of Turbomachinery, Vol.114, pp.847-857 (1992)
- 5) Mochizuki,S., et al., Yokohama Int. Gas Turbine Con., Vol.2, pp.173-180 (1991)
- 6) Yang W., et al., ASME J. of Heat Transfer, vol. 114, pp.354-361(1992)
- 7) 田村、石垣、第27回日本伝熱シンポジウム講演集、pp.1030-1032 (1990)
- 8) 石垣、田村、機械学会論文集、第57巻、540号B編、pp.2523-2529 (1991)
- 9) 田村、石垣、第5回国数値流体力学シンポジウム講演集、pp.263-264 (1991)
- 10) 山田ほか、航技研特別資料 NAL SP-16, pp.197 (1991)
- 11) Tamura,H. and Ishigaki,H., The 2nd JSME-KSME Thermal Eng. Conf. Vol.3 pp.89,(1992)
- 12) Humphrey,J.A.C. et al., J. Fluid Mech. Vol.83, part3, pp.509-527 (1977)
- 13) Hille,P. et al., J. Fluid Mech.vol.151,pp.219-241 (1985)
- 14) Shah, R. K. and London, A. L., Laminar Flow Forced., Academic Press, (1978)