

H-2 OREX まわりの非平衡流れの数値計算

長友 英夫* 山本 悟** 大宮司 久明**

Numerical Simulation of Nonequilibrium Flow around the OREX

by

Hideo Nagatomo, Satoru Yamamoto and Hisaaki Daiguji

Abstract

A flux-vector splitting scheme newly derived by the authors for analyses of hypersonic thermochemical nonequilibrium flow is applied for simulating the flow around the Orbital Reentry Experiment (OREX), which was launched in this spring successfully.

The present scheme can be used for the implicit calculations as well as the explicit calculation only by replacing the vector of unknown variables into the vector of the time derivatives.

In this paper the derivation of the present scheme is explained, and the calculated results of the flow problem around the OREX are also shown preliminary.

1. まえがき

既存の圧縮性ナビエ・ストークス方程式の解法を極超音速流れ解析に拡張する際、基礎方程式の数の増加と生成項の扱い方が主な問題となる。Candlerら[1]はすべての分子の振動を考慮して、化学種の保存則、運動量保存則、エネルギー保存則のほかすべての分子の振動エネルギー方程式から解を求めた。その後 Parkら[2]や Candlerら自身も一定条件の下で、単一の分子振動エネルギー方程式を解く方法、つまり並進・回転温度と分子振動・電子温度からなる2温度モデルでも十分妥当な解を得ている。

本研究では、このような2温度モデルの熱・化学非平衡モデルを導入した方程式系を著者ら[3][4]が開発した流束分離法が利用できるように式を導出し直し、また、流束分離法に基づく陰的アルゴリズムの効率化をはかった。特に、LU-SGS法[2]を基にしたアルゴリズムにより解の収束性の加速を行っている。

最後に今回の極超音速流れのワークショップ、課題 OREX-A の数値計算結果を示し、解の妥当性、問題点等を検討する。

2. 基礎方程式

ここで用いる一般曲線座標系の極超音速熱・化学非平衡流の基礎方程式は、各化学種 (N_2 、 O_2 、 NO 、 NO^+ 、 N 、 O 、 e^-) の保存則、運動量保存則、エネルギー保存則ならびに分子振動・電子エネルギー方程式からなっており次式のように表される。

$$\partial Q / \partial t + L(Q) \equiv \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial \xi_i} + S + H = 0 \quad (1)$$

ただし、

$$Q = J \begin{bmatrix} \rho_s \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ E \\ E_v \end{bmatrix}, \quad F_i = J \begin{bmatrix} \rho_s U_i \\ \rho u_1 U_i + \partial \xi_i / \partial x_{1p} \\ \rho u_2 U_i + \partial \xi_i / \partial x_{2p} \\ (E + p) U_i \\ E_v U_i \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$S = -J \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial \xi_i} \begin{bmatrix} -\rho_s v_{sj} \\ \tau_{1j} \\ \tau_{2j} \\ \tau_{1j} u_{1l} - q_j - \sum_{s \neq e}^n \rho_s v_{sj} h_s \\ -q_{vj} - \sum_{s \neq e}^m \rho_s e_{vs} v_{sj} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$H = -J \begin{bmatrix} w_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ W_v \end{bmatrix} \quad (s = 1, \dots, n, i = 1, 2) \quad (4)$$

ここでは、7化学種モデル、21化学反応を仮定し、並進温度と回転温度は等しく、一方、すべての分子振動温度ならびに電子励起温度が等しいと仮定した。また輻射はないものとする。 n は化学種の数、 m は2原子分子の種類の数である。 Q と F_i に含まれる ρ_s 、 u_i 、 E 、 E_v 、 U_i 、 p は、それぞれ、化学種 s の密度、速度成分、岐点内部エネルギー、分子振動・電子励起エネルギー、反変速度成分、静圧である。密度 ρ は $\sum_{s=1}^n \rho_s$ で求められる。拡散項 S に含まれる τ_{ij} 、 q_j 、 q_{vj} 、 h_s 、 v_{sj} 、 e_{vs} は、ひずみテンソル、熱流束、分子振動熱流束、化学種 s のエンタルピー、拡散速度、化学種 s の分子振動エネルギーである。生成項 H の中の化学種 s の生成 w_s と生成エネルギー W_s は文献[1]に基づく。岐点内部エネルギー E と圧力 p は次式のように定義される。

$$E = \sum_{s \neq e}^n \rho_s C_{vs} T + \frac{1}{2} \rho u_j u_j + E_v + \sum_{s \neq e}^n \rho_s h_s^0 + \sum_{s \neq e}^n \rho_s e_{cls} \quad (5)$$

$$p = \sum_{s \neq e}^n \rho_s \frac{R}{M_s} T + p_e = \rho \bar{R} T + p_e, \quad \bar{R} = \sum_{s=1}^n \frac{\rho_s R}{\rho M_s} \quad (6)$$

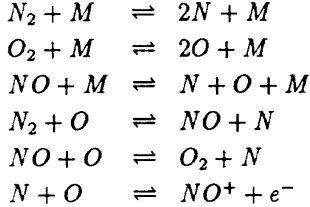
* 東北大学大学院工学研究科機械工学専攻

** 東北大学工学部機械航空工学科

C_{vs} 、 T 、 h_s^0 、 e_{el} はそれぞれ並進・回転比熱比、並進・回転温度、生成エンタルピー、化学種 s の電子エネルギーである。 R 、 M_s 、 p_e は気体定数、化学種 s の分子量、そして電子の分圧である。

3. 化学反応モデル

本解法で考慮した化学反応は21種類で具体的には以下の通りである。



ただし M は電子 e^- を除く各化学種を意味する。

3.1 反応生成速度

反応生成速度を決める順反応速度係数及び逆反応速度係数は以下の Arrhenius の式から求められる。

$$\begin{aligned} k_{fm}(\bar{T}) &= C_{fm} \bar{T}^{\eta_m} \exp(-\theta_m/\bar{T}) \\ k_{bm}(\bar{T}) &= \frac{k_{fm}(\bar{T})}{K_{eqm}(\bar{T})} \end{aligned}$$

ここで、 K_{eqm} は Park のモデル関数を用いた。

3.2 エネルギー交換速度

エネルギー交換は並進・回転-分子振動エネルギー交換のみを考慮し、この交換率は Landau-Teller らのモデルに Lee のモル平均振動緩和時間及び Park の衝突制限振動緩和時間を考慮したものを用いた。すなわち交換速度 Q_{T-vs} は、

$$Q_{T-vs} = \rho_s \frac{e_{vs}^*(T) - e_{vs}}{\tau_{vs}} \left| \frac{T_{shk} - T_{vs}}{T_{shk} - T_{vs,shk}} \right|^{S_s-1}$$

ここで、 e_{vs}^* 、 e_{vs} はそれぞれ熱平衡状態での分子振動エネルギーと振動励起状態でのエネルギーである。また、 τ_{vs} は振動緩和時間である。

3.3 粘性応力ならびに熱流束

式(3)に必要なひずみテンソル、熱流束、分子振動熱流束は次のように表される。

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}, \quad (\lambda = -\frac{2}{3}\mu) \\ q_j &= -\kappa \frac{\partial T}{\partial x_j}, \quad q_{vsj} = -\kappa_{vs} \frac{\partial T_{vs}}{\partial x_j} \end{aligned}$$

ただし、モル平均の粘性係数 μ 、並進・回転温度の熱伝導率 κ 、分子振動・電子温度の熱伝導率 κ_s は各々の化学種の粘性係数 μ_s 、並進・回転温度の熱伝導率 κ_s 、分子振動・電子温度の熱伝導率 κ_{vs} 、モル分率 M_s などを用いてあらわすと、

$$\begin{aligned} \mu &= \sum_s \frac{X_s \mu_s}{\phi_s}, \quad \kappa = \sum_s \frac{X_s \kappa_s}{\phi_s} \\ X_s &= \frac{\rho_s M}{\rho M_s}, \quad M = \left(\sum_s \frac{\rho_s}{\rho M_s} \right)^{-1} \\ \phi_s &= \sum_{r \neq e} X_r \left[1 + \sqrt{\frac{\mu_s}{\mu_r}} \left(\frac{M_r}{M_s} \right)^{1/4} \right]^2 \left[\sqrt{8 \left(1 + \frac{M_s}{M_r} \right)} \right]^{-1} \end{aligned}$$

さらに、化学種 s の粘性係数として、Blottner が提案した次式のような粘性モデルを用いた。

$$\mu_s = 0.1 \exp[(A_s \ln T + B_s) \ln T + C_s]$$

A_s 、 B_s 、 C_s は化学種 s の経験定数である。

3.4 拡散速度

化学種 s の流速を u_{sj} 、質量平均の流速を u_j とすると、化学種 s は拡散速度は $v_{sj} = u_{sj} - u_j$ と表せる。ここでは次式を用いた。

$$\rho_s v_s = \rho D_s \frac{\partial(\rho_s/\rho)}{\partial x_j}$$

ただし D_s は拡散速度係数で Lee によるモデル関数を用いた。

4. 数値解法

4.1 線形化

まず、線形化のために必要なヤコビ行列 A_i は、

$$A_i = \begin{bmatrix} (\delta_{sr} - \rho_s/\rho) U_i & \rho_s/\rho \cdot \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \\ -u_1 U_i + \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \phi_r^2 & U_i + (1 - \bar{\gamma}) \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} u_1 \\ -u_2 U_i + \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \phi_r^2 & \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} u_{21} - \bar{\gamma} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} u_1 \\ -\psi^2 U_i + U_i \phi_r^2 & \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \psi^2 - \gamma U_i u_1 \\ -E_v/\rho \cdot U_i & E_v/\rho \cdot \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \\ \rho_s/\rho \cdot \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} & 0 & 0 \\ \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} u_1 - \bar{\gamma} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} u_2 & \bar{\gamma} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} & -\bar{\gamma} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \\ U_i + (1 - \bar{\gamma}) \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} u_2 & \bar{\gamma} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} & -\bar{\gamma} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \psi^2 - \bar{\gamma} U_i u_2 & \gamma U_i & -\bar{\gamma} U_i \\ E_v/\rho \cdot \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} & 0 & U_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\phi_r^2 = \left(\frac{R}{M_r} - \bar{R} \frac{C_{vr}}{C_v} \right) T + \left(\frac{1}{2} u_j u_j - h_r^0 - e_{elr} \right) \quad (r = 1, \dots, n)$$

$$\psi^2 = (E + p)/\rho$$

$$\gamma = 1 + \frac{\bar{R}}{C_v}, \quad \bar{\gamma} = \gamma - 1 = \frac{\bar{R}}{C_v}$$

$$C_v = \sum_{s=1}^n \frac{\rho_s C_{vs}}{\rho}$$

ヤコビ行列 A_i は次式のように固有ベクトルと固有値からなる行列に分割される。

$$\begin{aligned} A_i &= S_i^{-1} \Lambda_i S_i \\ S_i &= C_i \cdot N \end{aligned}$$

ただし、 C_i 、 N はそれぞれ非保存系から特性方程式系に変換する行列、保存系から非保存系へ変換する行列であり、たとえば C_1 と N は、

$$C_1 = \begin{bmatrix} \delta_{sr} & 0 & 0 & -\rho_s/\rho c^2 & 0 \\ 0 & \xi_{1,x} & \xi_{1,y} & \sqrt{g_{11}}/\rho c & 0 \\ 0 & -\xi_{1,y} & \xi_{1,x} & 0 & 0 \\ 0 & -\xi_{1,x} & -\xi_{1,y} & \sqrt{g_{11}}/\rho c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$N = \begin{bmatrix} \delta_{sr} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -u_1/\rho & 1/\rho & 0 & 0 & 0 \\ -u_1/\rho & 0 & 1/\rho & 0 & 0 \\ \phi_r^2 & -\tilde{\gamma}u_1 & -\tilde{\gamma}u_2 & \tilde{\gamma} & -\tilde{\gamma} \\ -E_v/\rho & 0 & 0 & 0 & 1/\rho \end{bmatrix}$$

$$c^2 = \gamma \tilde{R}T, \quad g_{ij} = \nabla \xi_i \cdot \nabla \xi_j$$

$$\xi_{1,x} = \partial \xi_1 / \partial x_1, \quad \xi_{1,y} = \partial \xi_1 / \partial x_2$$

$$\xi_{2,x} = \partial \xi_2 / \partial x_1, \quad \xi_{2,y} = \partial \xi_2 / \partial x_2$$

δ_{sr} は単位行列であるので、実際には式 (7) は成分が $(n+4) \times (n+4)$ の行列である。また、固有値を対角成分とする行列 Λ_i は、

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & & & & 0 \\ & \lambda_{13} & & & \\ & & \lambda_{11} & & \\ & & & \lambda_{14} & \\ & & & & \lambda_{11} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_2 = \begin{bmatrix} \lambda_{21} & & & & \\ & \lambda_{21} & & & \\ & & \lambda_{23} & & \\ & & & \lambda_{24} & \\ & & & & \lambda_{21} \end{bmatrix}$$

ただし、

$$\lambda_{11} = U_i, \quad \lambda_{13} = U_i + c\sqrt{g_{ii}}, \quad \lambda_{14} = U_i - c\sqrt{g_{ii}}$$

4.2 陰的離散化

次に、この計算を効率よく行うための陰解法について示す。既存の数値解法では Gauss-Seidal に基づいた陰的緩和法が数多く利用されている。本解法でもその中で Eberhardt[5] の提案した方法に基づいた方法を用いる。すなわち、まず $n+1$ 時間の $\ell+1/2$ における数値流束は次のように表すことができる。

$$(F_i)_{\ell+1/2}^{n+1} = (F_i)_{\ell+1/2}^n + (\delta F_i)_{\ell+1/2}^n$$

ℓ は ξ_i 方向の点で、 δ は時間微分演算子である。数値流束 $(F_i)_{\ell+1/2}^n$ と $(\delta F_i)_{\ell+1/2}^n$ はそれぞれ、

$$(F_i)_{\ell+1/2}^n = (A_i^+)_{\ell+1/2} Q_{\ell+1/2}^L + (A_i^-)_{\ell+1/2} Q_{\ell+1/2}^R$$

$$(\delta F_i)_{\ell+1/2}^n = (A_i^+)_{\ell+1/2} \delta Q_{\ell+1/2}^L + (A_i^-)_{\ell+1/2} \delta Q_{\ell+1/2}^R$$

ただし、 A_i^\pm ($i = 1, 2$) はそれぞれ正または負の特性速度のみから成るヤコビ行列である。 $Q^{L(R)}$ は未知変数ベクトル $(q_s, q_{u_1}, q_{u_2}, q_e, q_{e_s}) = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, E, E_v)$ で、 $\delta Q^{L(R)}$ はその時間微分である。 L と R は MUSCL アプローチを用いてそれぞれ左、右側から補間されることを意味する。これらより式 (1) は陰的に離散化され、

$$\delta Q + \Delta t(\Delta_i F_i^{n+1} + S^{n+1} + H^{n+1}) = 0$$

または、

$$\delta Q + \Delta t(\Delta_i \delta F_i^{n+1} + \delta S^{n+1} + \delta H^{n+1}) = RHS \quad (8)$$

$$RHS = -\Delta t(\Delta F_i^n + S^n + H^n)$$

δS^n と δH^n は近似して次式のように対角化される。

$$\delta S^n \simeq \text{diag}(\alpha_j) \delta Q, \quad \delta H^n \simeq \text{diag}\left(\frac{1}{\tau}\right) \delta Q$$

ここで、 $1/\tau \equiv 1/\tau_s$ ($s = 1, \dots, n, E_v$) は文献 [5] で提案されたもので、また α_j は $2\mu g_{ii}/(Re\rho\Delta\xi_j)$ とする。さらに、 $\delta Q_{\ell-1/2+k}^L \simeq \delta Q_{\ell-1+k}$ 、 $\delta Q_{\ell-1/2+k}^R \simeq \delta Q_{\ell+k}$ ($k = 0, 1$)、 $\delta\xi_1 = \delta\xi_2 = 1$ などの近似と Yoon ら [2] の提案した近似的な対角化を行うことによって式 (8) は、

$$[I + \Delta t\{\beta\sigma(A_i) + \text{diag}\left(\frac{1}{\tau}\right) + \text{diag}(\alpha_j)\}] \delta Q$$

$$= RHS - \Delta t\{(A_j^-)_{\ell+1/2} \delta Q_{\ell+1} - (A_j^+)_{\ell-1/2} \delta Q_{\ell-1}\} \quad (9)$$

$\sigma(A_i)$ は A_i のスペクトル半径で、ここでは A_i の固有値の絶対値の最大値とした。結局、式 (9) は完全に対角化され次式に書き換えられる。

$$\delta Q^* = D^{-1}[RHS - \Delta t(A_j^+)_{\ell-1/2} \delta Q_{\ell-1}]$$

$$\delta Q = \delta Q^* - D^{-1} \Delta t(A_j^-)_{\ell+1/2} \delta Q_{\ell+1}$$

$$D = [I + \Delta t\{\beta\sigma(A_i) + \text{diag}\left(\frac{1}{\tau}\right) + \text{diag}(\alpha_j)\}]$$

この式は独立した代数方程式系になっており、計算時間を大幅に節約できる。

4.3 流束分離法

次に本解法で用いる流束分離法について説明する。流束 $A_i^\pm Q$ と $A_i^\pm \delta Q$ が同一の式で表され、効率良く計算することができる。

$$A_i^\pm \bar{Q} = J \begin{bmatrix} \bar{q}_s \\ \bar{q}_{u_1} \\ \bar{q}_{u_2} \\ \bar{q}_e \\ \bar{q}_{e_s} \end{bmatrix} \lambda_{i1}^\pm$$

$$+ \frac{J}{c\sqrt{g_{ii}}} \begin{bmatrix} 0 & + & \bar{q}_s/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \xi_{i,1} \bar{p} & + & \bar{q}_{u_1}/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \xi_{i,2} \bar{p} & + & \bar{q}_{u_2}/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \bar{U}_i \bar{p} & + & (\bar{\chi}^2 + c^2)/\bar{\gamma} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ 0 & + & \bar{q}_{e_s}/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \end{bmatrix} \lambda_{ia}^\pm$$

$$+ \frac{J}{c^2} \begin{bmatrix} \bar{q}_s/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & 0 \\ \bar{q}_{u_1}/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & \xi_{i,1} c^2/g_{ii} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \bar{q}_{u_2}/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & \xi_{i,2} c^2/g_{ii} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ (\bar{\chi}^2 + c^2)/\bar{\gamma} \cdot \bar{p} & + & \bar{U}_i c^2/g_{ii} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \bar{q}_{e_s}/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & 0 \end{bmatrix} \lambda_{ib}^\pm \quad (10)$$

ここで、

$$\bar{p} = \bar{q}_0 \bar{\phi}^2 - \tilde{\gamma}(\bar{q}_{u_1} \bar{q}_{u_1} - \bar{q}_0 \bar{q}_e - \bar{q}_0 \bar{q}_{e_s})/\bar{q}_0$$

$$\bar{\phi}^2 = \tilde{\gamma}(\bar{q}_{u_i} + \bar{q}_{u_i}/2\bar{q}_0^2 - \sum_{s \neq e} \bar{q}_s h_s^0/\bar{q}_0 - \sum_{s \neq e} \bar{q}_s e_{e,s}/\bar{q}_0)$$

$$\bar{\chi} = \tilde{\gamma}(\bar{q}_{u_i} + \bar{q}_{u_i}/2\bar{q}_0^2 + \bar{q}_{e_s}/\bar{q}_0$$

$$+ \sum_{s \neq e} \bar{q}_s h_s^0/\bar{q}_0 + \sum_{s \neq e} \bar{q}_s e_{e,s}/\bar{q}_0)$$

$$\Delta \bar{U}_i = \xi_{i,j} \bar{q}_{u_j} - \bar{q}_0 \xi_{i,j} \bar{q}_{u_j}/\bar{q}_0$$

$$\lambda_{ij}^\pm = (\lambda_{ij} \pm |\lambda_{ij}|)/2 \quad (j = 1, 3, 4)$$

$$\lambda_{ia}^\pm = (\lambda_{i3}^\pm - \lambda_{i4}^\pm)/2$$

$$\lambda_{ib}^\pm = (\lambda_{i3}^\pm + \lambda_{i4}^\pm)/2 - \lambda_{i1}^\pm$$

式(10)を右辺に利用する場合は $\bar{Q} = (\bar{q}_s, \bar{q}_{u_1}, \bar{q}_{u_2}, \bar{q}_e, \bar{q}_{e_v})$ とし、左辺の計算では \bar{Q} を δQ に置けばよい。すなわち、

$$A_i^\pm \delta Q = J \begin{bmatrix} \delta q_s \\ \delta q_{u_1} \\ \delta q_{u_2} \\ \delta q_e \\ \delta q_{e_v} \end{bmatrix} \lambda_{i1}^\pm$$

$$+ \frac{J}{c\sqrt{g_{ii}}} \begin{bmatrix} 0 & + & \bar{q}_s/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \xi_{i,1}\bar{p} & + & \bar{q}_{u_1}/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \xi_{i,2}\bar{p} & + & \bar{q}_{u_2}/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \bar{U}_i\bar{p} & + & (\bar{\chi}^2 + c^2)/\bar{\gamma} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ 0 & + & \bar{q}_{e_v}/\bar{q}_0 \cdot \Delta \bar{U}_i \end{bmatrix} \lambda_{ia}^\pm$$

$$+ \frac{J}{c^2} \begin{bmatrix} \bar{q}_s/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & 0 \\ \bar{q}_{u_1}/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & \xi_{i,1}c^2/g_{ii} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \bar{q}_{u_2}/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & \xi_{i,2}c^2/g_{ii} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ (\bar{\chi}^2 + c^2)/\bar{\gamma} \cdot \bar{p} & + & \bar{U}_i c^2/g_{ii} \cdot \Delta \bar{U}_i \\ \bar{q}_{e_v}/\bar{q}_0 \cdot \bar{p} & + & 0 \end{bmatrix} \lambda_{ib}^\pm$$

$$\bar{p} = \delta q_0 \bar{\phi}^2 - \bar{\gamma}(\bar{q}_{u_1} \delta q_{u_1} - \bar{q}_0 \delta q_e - \bar{q}_0 \delta q_{e_v})/\bar{q}_0$$

$$\Delta \bar{U}_i = \xi_{i,j} \delta q_{u_j} - \delta q_0 \xi_{i,j} \bar{q}_{u_j} / \bar{q}_0$$

となり、必要以上の固有ベクトル行列などの計算が省略できる。なお、上式の“-”の付いた量は Roe の平均化の操作などが適用され、境界層内の過度の数値粘性を回避できる。

5. 計算結果

課題 OREX A-1 について計算を行った。図1に計算格子を示す。格子点数は 55 × 39 で代数的に発生させた。図2によどみ流線に沿う質量分率を示す。他の数値計算結果より衝撃波後方の N₂ の質量分率が高く、逆に N のそれが低くなっている。また定性的には平衡流に近い分布を示している。これは N₂ + M → 2N + M の反応が進んでいないこと、モデルの利用に関する問題などが考えられる。また図3のよどみ流線に沿う温度分布を見ると、衝撃波後方に 8000 度よりやや高い温度で一定となる部分が存在するが、これも同じ原因と推測される。

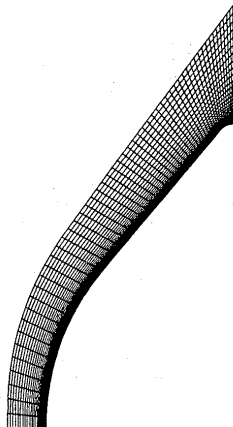


図1 計算格子

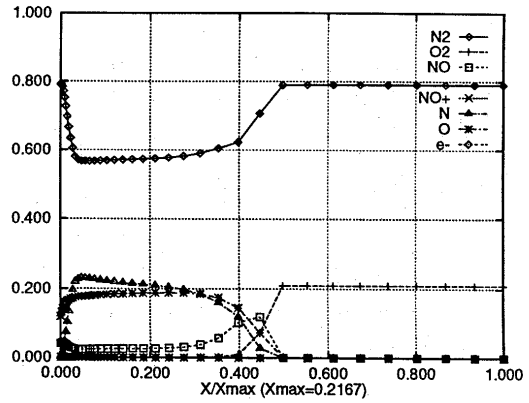


図2 よどみ流線に沿う質量分率

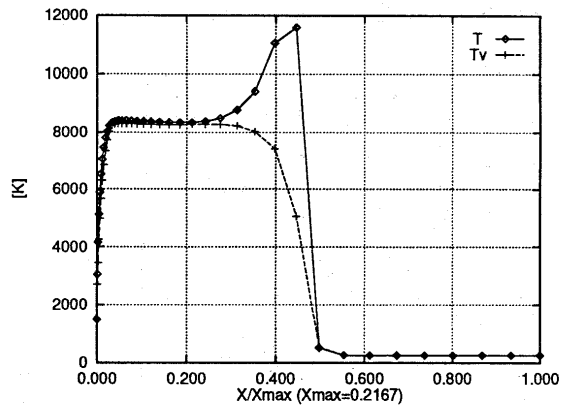


図3 よどみ流線に沿う温度分布

5. まとめ

著者らによって提案された高効率陰的差分スキームによる OREX 周りの極超音速・化学非平衡流の数値計算を行った。今回の計算結果は非平衡現象が完全に捕らえられなかった。その理由として、化学反応モデルとスキームの適合性、計算格子の依存性等が考えられ、現在検討、改善を進めている。

参考文献

[1] Candler, G., Ph.D Thesis, Stanford University, (1988).
 [2] Park, C., and Yoon, S., *J. Spacecraft and Rockets*, Vol.1 (1991), pp.31-39.
 [3] Yamamoto, S., and Daiguji, H., *J. Compu. & Fluids*, Vol.22, No.2/3 (1993), pp.259-270
 [4] Daiguji, H., Yamamoto, S. ad Ishizaka, K., *Proc. of the 13th Internal Conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics-Oxford, Lecture Notes in Phys.*, 414 (1992), pp.315-319. (1993), pp.259-270
 [5] Imlay, S.T. and Eberhardt, S., AIAA Paper 91-0468 (1991)
 [6] Anderson, J.D., Jr., *Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics*, McGraw-Hill, (1989). pp.31-39.