

H-5 OREXまわりの極超音速ナビエ・ストークス解析

瀬川 清*, 中野 晋*, 坪内 邦良*

Hypersonic Navier-Stokes Simulations around OREX

by

Kiyoshi SEGAWA, Susumu NAKANO and Kuniyoshi TSUBOUCHI

ABSTRACT

Numerical simulations of the flows around OREX has been performed in a Mach 7.1 air stream by solving axisymmetric Navier-Stokes equations. Hänel's Flux Vector Splitting, which is a modified form of the original van Leer's splitting, is adopted to the numerical method in order to avoid an accumulated error appearing in the regions where strong shock and expansion waves are generated and interact with each other. Additionally, the TVD-MUSCL approach is applied to the finite volume method as a high resolution scheme. The two-step Runge-Kutta method is used for time integration.

1. はじめに

宇宙往還機HOPE(H-II Orbiting Plane)の研究開発の一環として、平成6年2月にH-IIロケット試験機1号機の打ち上げを利用して、軌道再突入実験(OREX: Orbital Re-entry EXperiment)が行われた。実験機は大気圏再突入に関する各種計測データを取得し、当初の試験目的を達成したといわれる。

一般に、大気圏再突入現象を地上試験設備で模擬することは極めて困難である。このため、高い信頼性を有したCFD(Computational Fluid Dynamics)コードを開発し、これによる予測が必要不可欠となる。

本研究では、極超音速流の中でも比較的低マッハ数で、完全気体の仮定が成立する範囲の流れ場を対象に、CFDコードの信頼性を検証するためにOREXまわりの流れ解析を実施した。本コードでは、近年宇宙航空分野の高速流の数値解析には不可欠となったTVD(Total Variation Diminishing)法を採用することにより、衝撃波のような不連続面や粘性流における境界層や剪断層も高精度に捕獲することが可能となっている。

2. 数値解析手法

2.1 支配方程式

支配方程式は非定常軸対称二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式で、積分形で表すと次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S Q ds + \int_C \left\{ \left(E n_x + F n_y \right) - \left(E_v n_x + F_v n_y \right) \right\} dl + \int_Y Z dS = 0 \quad (1)$$

ただし、

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ \rho u v \\ u(e + p) \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ \rho v v + p \\ v(e + p) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} - q_x \end{bmatrix}, \quad F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ v\tau_{xy} + u\tau_{yy} - q_y \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$Z = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v - \tau_{xy} \\ \rho v v - \tau_{yy} + \tau_{\theta\theta} \\ v(e + p - \tau_{yy}) - u\tau_{xy} + q_y \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

解析手法としては有限体積法を適用し、時間進行法により定常解を得る。

2.2 数値解析スキーム

対流項の扱いは、流束分離(Flux Vector Splitting)法[1],[2]とTVD条件を課したMUSCL(Monotone Upwind Scheme for Conservation Laws)法[3]により行う。しかし、近年の研究[4]~[6]により、van Leerの流束分離法を用いると、境界層内で過度の数値粘性が働き、高マッハ数領域または強い膨張領域では、誤差が大きくなることが明らかとなった。

本研究は比較的高マッハ数流れの解析であり、物体形状より強い衝撃波と膨張波が発生することが予想される。最近、Hänelらはこのvan Leerの流束分離法を改良して上記の問題点を解決している[4],[5]。そこで、本研究

* (株)日立製作所 機械研究所

ではHänelによる流束分離法を採用することにした。以下、式を使って説明する。

式(1)の対流項を考えると、

$$En_x + Fn_y = T^{-1}T(En_x + Fn_y) = T^{-1}H = T^{-1}(H^+ + H^-) \quad (3)$$

ただし、

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n_x & n_y & 0 \\ 0 & -n_y & n_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} \rho u_n \\ \rho u_n u_n + p \\ \rho u_n u_t \\ u_n(e+p) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$u_n = un_x + vn_y, \quad u_t = -un_y + vn_x \quad (5)$$

ここで、 T は局所回転行列である。van Leerが提唱した流束分離法は局所マッハ数で流束を分離する方法である。

$u_n/a > 1$ 及び $u_n/a < -1$ に対しては、van Leerの流束分離法をそのまま適用する。すなわち、

$$u_n/a \geq 1 : H^+ = H, \quad H^- = 0 \quad (6)$$

$$u_n/a \leq -1 : H^+ = 0, \quad H^- = H \quad (7)$$

$|u_n/a| < 1$ に対しては、以下に示すHänelの流束分離法を適用する。

$$H^* = \begin{bmatrix} h_1^* \\ h_2^* \\ h_3^* \\ h_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm \frac{1}{4} \rho c (u_n/c \pm 1)^2 \\ h_1^* \left\{ u_n - \frac{p}{\rho c^2} (u_n \mp 2c) \right\} \\ h_1^* u_t \\ h_1^* H_t \end{bmatrix} \quad (8)$$

ここで、 H_t は全エンタルピで、次式で示される。

$$H_t = (e+p)/\rho \quad (9)$$

また、 c は全エンタルピの平方根に比例し、音速点で通常の音速($a = (\gamma p/\rho)^{1/2}$)になるように選択されたもので、以下の式で示される。

$$c = \sqrt{2 \frac{\gamma-1}{\gamma+1} H_t} \quad (10)$$

上記の c を使うと、通常の音速に比べ変化が小さいので、流束 H の制御変数としては適切であると考えられる。

空間精度の向上には、van LeerのMUSCL法を採用し、制限関数を導入することによりTVD化を図った。すなわち、原始変数(ρ, u, v, p)に対して、

$$u_{1/2}^- = u_0 + \frac{s}{4} \{ (1-\kappa s) du_{-1/2} + (1+\kappa s) du_{1/2} \} \quad (11)$$

$$u_{1/2}^+ = u_1 - \frac{s}{4} \{ (1-\kappa s) du_{3/2} + (1+\kappa s) du_{1/2} \} \quad (12)$$

ここで、 $du_{1/2} = u_1 - u_0$ 、 $-1 \leq \kappa \leq 1$ であるが、本研究では

$\kappa = 1/3$ (3次精度)とした。また s は制限関数で以下の式で表せるvan Albada[7]のものを使用した。

$$s = \frac{2 du_{1/2} \cdot du_{-1/2} + \epsilon}{(du_{1/2})^2 + (du_{-1/2})^2 + \epsilon} \quad (13)$$

以上より、 H の数値流束関数 \hat{H} は次のように表すことができる。

$$\hat{H}_{1/2} = H^+(u_{1/2}^-) + H^-(u_{1/2}^+) \quad (14)$$

なお、粘性項に対する離散化は中心差分により行う。時間積分には、2段階ルンゲ・クッタ法を適用した。

2.3 境界条件

入口境界ではマッハ数、静圧及び静温を固定し、出口境界では全ての物理量を0次外挿した。また壁面境界では全ての物理量を0次外挿し、粘性計算時に速度を0とした。一方、対称境界には対称条件を課した。

2.4 計算条件

解析モデルのOREXは、図1に示すような半径1350 mmの球頭部に半頂角 50° の円錐部が続き、肩の曲率100 mm、最大径3.4 mである。実際の計算には最大径が10 cmとなるように、図1の実寸法の2.94%模型を考える。またワークショップ事務局から、図1のOREXの後方はベース領域となるため、計算領域を肩までとすると計算が困難になる場合があるとの注意があった。そこで、最大径から後方部分をそのまま円柱でうめることにした。計算格子を図2に示す。格子生成には楕円型方程式を用い、境界形状を与えた後に内部格子を生成させた。OREXの肩付近は解の変化が激しいと考えられるため、特に格子を集中させた。なお、解析領域は上下対称であると仮定し、上側半分だけとする。格子点数の許容範囲は最大 100×100 で、本研究では、要素分割数は流れ方向(i 方向)に99分割、半径方向(j 方向)に60分割とした。なお、最小格子幅は 4.9×10^{-6} であり、セルレイノルズ数は32である。

計算条件は、表1に示すように航技研所有の極超音速風洞の実験条件に合わせた。気流は空気とし、軸対称流で層流とする。なお、物体表面上で等温壁300 Kを仮定する。

表1 計算条件

M_∞	7.1
T_∞	62.53 K
U_∞	1125 m/s
P_∞	432.9 Pa
Re_∞	6.518×10^5 1/m

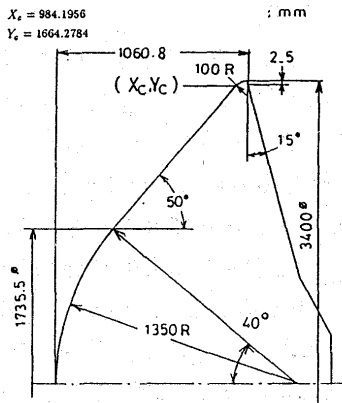


図1 OREXの形状寸法⁽⁸⁾

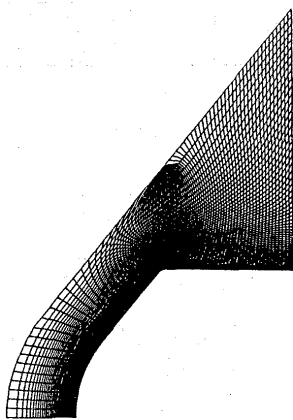


図2 要素分割図

3. 計算結果及び考察

3.1 発散原因の考察

解析対象のOREXは、鈍頭形状をしており、マッハ数7.1という極超音速では強い衝撃波が発生することが予想される。さらに物体形状をみると、肩付近で流れが急膨張することにより強い膨張波が発生し、それが衝撃波と強く干渉することが考えられる。計算開始当初は、特別なことはせずに、従来のノウハウで計算を行っていた。ところが流れ場全体の解が収束し始めた頃に、肩付近で解が発散する傾向が続いた。このため、各種パラメータを変えて計算してみたが、発散傾向は収まらなかった。図3はその代表例で、等マッハ数分布を示したものである。図をみると、よどみ点から肩口にかけて解が収束傾向にある反面、肩付近で衝撃波が押し上げられ、その背後によどみ領域を形成してしまった。このまま計算を続行すると、このよどみ領域で温度が負になり発散する。後述する収束解との比較により、図3の解析結果は、衝撃波が壁面に近づきすぎ、この位置で収束しようとしたために、肩付近での強い衝撃波と膨張波との干渉に耐えき

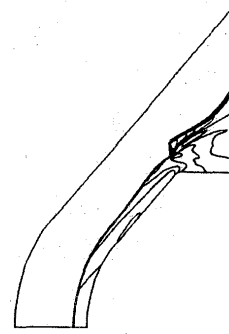


図3 OREXまわりの発散解（等マッハ線図）

れなくなり発散したものと考えられる。

そこで、以下の対策を採用した。

- (1) Hänelの流束分離法を対流項に適用した。
- (2) 解析領域を大きめにとった。
- (3) メッシュを肩付近に集中させた。
- (4) スムージングを適用した。

結果的には非粘性計算の段階で、解析領域全体で変化の激しい部分に必要量だけスムージングをかけることで、発散は収まった。なお、粘性計算時には、スムージングをかけずに計算を行った。

3.2 等圧線図

図4に等圧線図を示す。等高線は圧力 P を動圧 $\rho_\infty U_\infty^2$ で無次元化した値をプロットしたものである。等圧線の間隔は0.0から1.0の間を等間隔で20分割している。よどみ点から球頭部までは等高線がほぼ等間隔の配置となった。球頭部を過ぎると肩付近まではフラットな分布となっている。肩付近では流れが急激に膨張するために強い膨張波が発生している。なお、OREXの肩より前方が対象となるため、本研究ではメッシュを前方に集中させ、後半の円柱部に関しては粗くした。このため等圧線がややぼやけてしまった。

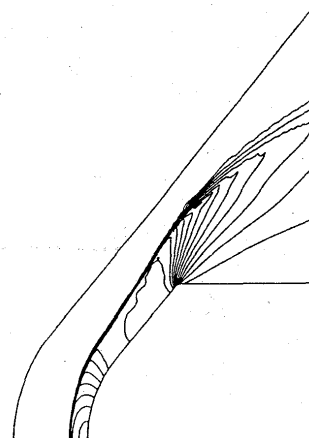


図4 等圧線図

3.3 等温度線図

図5に等温度線図を示す。図の等高線は温度 T を計算領域内の最高温度 T_{max} で無次元化した値 T/T_{max} をプロットしたものである。等温度線の間隔は0.0から1.0の間を等間隔で20分割している。図を見ると、温度境界層が形成されており、壁面近傍のごく限られた領域となっている。また、最高温度は T_{max} は690 K付近となり、マッハ数7.1のよどみ点温度(693 K)にほぼ等しい。

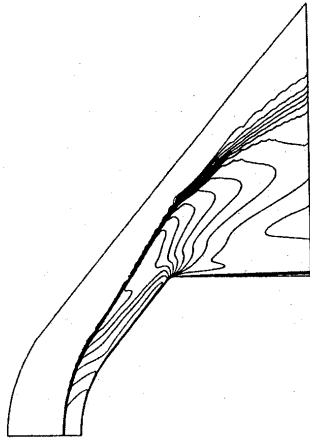


図5 等温度線図

3.4 等マッハ線図

図6に等マッハ線図を示す。等マッハ線の間隔は0.0から10.0の間を等間隔で20分割している。したがって、マッハ数の間隔は0.5である。これらの図からも、肩付近からの膨張波をみる事ができる。また、マッハ数1.0の線が肩まで達しており、OREX前方のほとんどが亜音速領域となった。

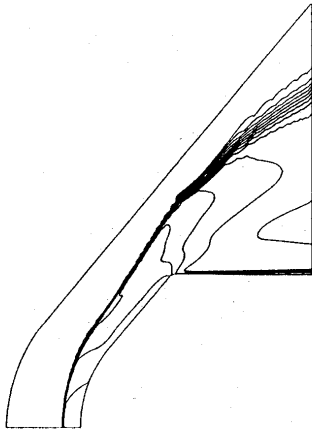


図6 等マッハ線図

3.5 表面圧力分布

図7に表面圧力分布を示す。表面圧力 P は表面圧力の最高値 P_{max} で無次元化した値 P/P_{max} を、物体対称軸に垂直な座標に沿ってその分布をプロットしている。なお、横軸は物体の y 座標を物体最大半径で無次元化した値 y/r_{max} である。図から、よどみ点で最大値をとり、その後急激に減少して $y/r_{max}=0.5$ 付近(球頭部と円錐部との接点)で極小値約 $P/P_{max}=0.6$ をとることがわかる。その後、円錐部上ではやや上昇するが、 $y/r_{max}=1.0$ 付近(肩)で急激に減少する分布形状となった。また、計算で得られた圧力の最大値 P_{max} を $(\rho_{\infty} U_{\infty}^2)$ で無次元化した値 $P_{max}/(\rho_{\infty} U_{\infty}^2)$ は約0.92となった。

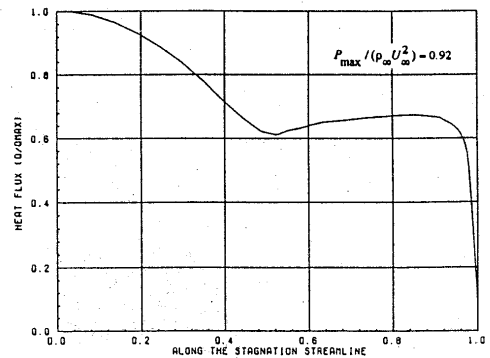


図7 表面圧力分布

3.6 表面空力加熱分布

図8に表面空力加熱分布を示す。表面空力加熱 Q は表面熱流束で表し、空力加熱の最高値 Q_{max} で無次元化した値 Q/Q_{max} をプロットしている。なお、横軸は図7と同様に物体の y 座標を物体最大半径で無次元化した値 y/r_{max} である。図から、よどみ点で最大値をとり、その後急激に減少して $y/r_{max}=0.5$ 付近(球頭部と円錐部との接点)から分布形状がやや緩やかになることがわかる。円錐部上ではフラットな分布($Q/Q_{max}=0.39$)であるが、 $y/r_{max}=1.0$ 付近(肩)で急激に上昇し、ピークをむかえる。ピーク値はほぼ $Q/Q_{max}=0.62$ である。その後、急激に減少する。ピークをと

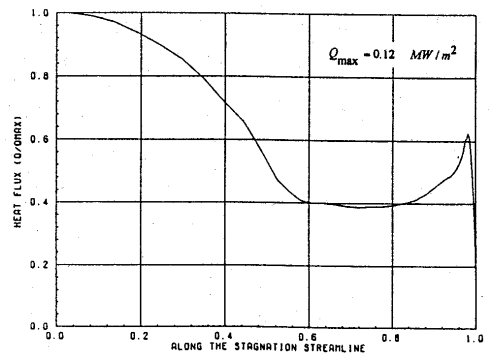


図8 表面空力加熱分布

る理由は、肩付近の境界層が薄くなることにより、熱伝達が促進されることによるといわれる[8]。また、計算で得られた最大空力加熱量 Q_{\max} は約 0.12 MW/m^2 となった。

4. おわりに

マッハ7.1の気流中に置かれたOREXまわりの極超音速ナビエ・ストークス解析を実施し、以下の結論を得た。

(1) 計算開始当初、肩付近で解が発散したため、非粘性計算の段階で、変化の激しい部分に必要な量だけスムージングをかけることで、発散は収まり、収束解を得ることができた。

(2) 計算結果から、最高温度 T_{\max} は約690 K、表面圧力の最大値 $P_{\max}/(\rho_{\infty} U_{\infty}^2)$ は約0.92、最大空力加熱量 Q_{\max} は約 0.12 MW/m^2 となった。

5. 参考文献

- [1] van Leer, B., Flux-Vector Splitting for the Euler Equations, *Lecture Notes in Physics*, Vol. 170, (1982), 507.
- [2] Anderson, W. K., Thomas, J. L., and van Leer, B., Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations, *AIAA J.*, 24-9 (1986), 1453.
- [3] van Leer, B., Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. A Second-Order Sequel to Godunov's Method, *J. Comp. Phys.*, 32, (1979), 101.
- [4] Hänel, D., Schwane, R., and Seider, G., On the Accuracy of Upwind Schemes for the Solution of the Navier-Stokes Equations, *AIAA* 87-1105, (1987).
- [5] Hänel, D., and Schwane, R., An Implicit Flux-Vector Splitting Scheme for the Computation of Viscous Hypersonic Flow, *AIAA* 89-0274, (1989).
- [6] Schröder, W., and Hartman, G., Implicit Solutions of Three-Dimensional Viscous Hypersonic Flows, *Computers & Fluids*, Vol. 21, No. 1, (1992), 109.
- [7] van Albada, G. D., Van Leer, B., and Roberts, W. W., A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics, *Astron. Astrophys.*, 108, (1982), 76.
- [8] 山本行光, OREXまわりの極超音速化学反応非平衡流の計算, 第9回航空機計算空気力学シンポジウム, NAL SP-16, (1991), 149.