

# 境界要素法による前縁はく離渦の効果を入れた デルタ翼の空力計算

菊地勝浩 \* 菊池秋広 \* 柳澤三憲 †

Calculation for Aerodynamic Characteristics on Delta Wing  
with Leading-edge Separated Vortex Effect using Boundary Element Method  
by  
Katsuhiro KIKUCHI, Akihiro KIKUCHI, Mitsunori YANAGIZAWA  
Science University of Tokyo

## ABSTRACT

In this paper, the method which allows the calculation of the characteristics for flow around a delta wing is described. Flow separations are certain to occur from the leading-edge on highly swept wings at moderate-to-high angles of attack. Since delta wing is considered as slender body, slender body theory is resorted. So first, two-dimensional cross sections are generated by slicing three-dimensional model and the position and strength of leading-edge separation vortices is determined using vortex tracking method. In order to include the effect of leading-edge separation vortex a model is proposed. Some aerodynamic coefficients of delta wing are obtained from the present method and comparisons between numerical and experimental results show good agreement.

## 1 はじめに

航空機の高速化に関する研究、開発にともない、超音速機の翼として、翼の周りの流れが安定しており、構造強度の面からもすぐれ、抵抗が小さく経済性に富んだ前縁の鋭いデルタ翼が有利であるとして、注目を集めるようになった。

しかし、アスペクト比が小さく前縁が鋭いために、翼の周りの流れ場は三次元的な影響が強くなる。その特徴的な現象は、小さな迎角でも流れが鋭い前縁を曲がりきれず、その位置からはく離し、翼面上の流れ場ははく離した三次元流となることである。前縁からはく離した流れは、翼面上に左右に一对の集中渦を形成する（図1）。

この渦の中心は静圧が低く、翼面上での渦の存在するところの揚力は増加し、はく離が存在しないポテンシャル理論から得られる揚力より高くなり、迎角に対して非線形に増加する。

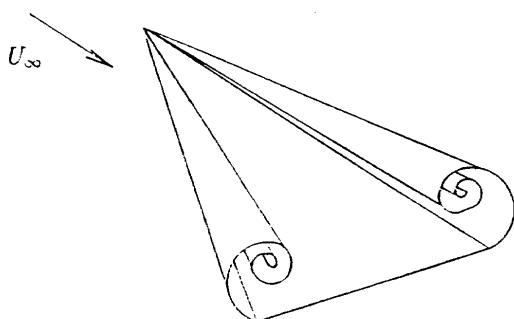


図1：デルタ翼の前縁はく離渦

\*東京理科大学大学院  
†東京理科大学理学部

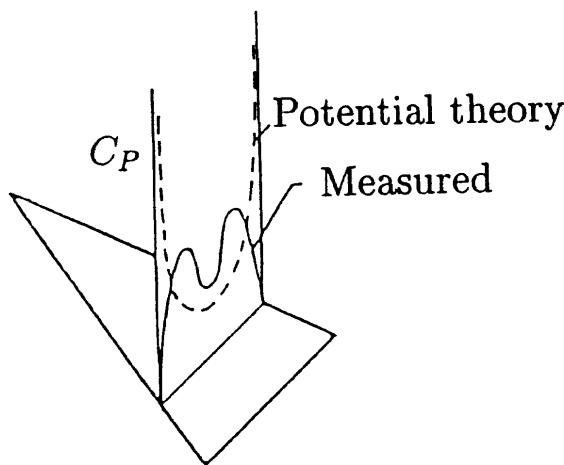


図 2: デルタ翼上面のスパン方向の圧力分布

前縁はく離渦を伴う流れは、揚力の増加をもたらすだけでなく、スパン方向の圧力分布にも変化をもたらす。図 2 に典型的なスパン方向の圧力分布の模式図を示す。前縁はく離渦のために負圧のピークは、ポテンシャル理論から得られるように前縁には発生せず、前縁の内側に起こる。

3 次元物体周りの流れの解析ではこれまで、Morino-Yanagizawa の方法に代表されるような境界要素法が用いられ、実験との良い一致が得られてきている。しかし、境界要素法はポテンシャル流を扱うため、直接はく離渦を解析することはできない。今回ここでは、連続自由渦法を用いることによって、前縁はく離渦の効果を入れ、デルタ翼の空力計算を境界要素法により行った結果について述べる。

## 2 数値解析法

デルタ翼は細長物体として取り扱えるので、細長物体理論を適用する [1]。細長物体理論では、横断流は二次元的であると見なせる。そこで三次元モデルを二次元に切断し、この二次元断面においてはく離渦の形と強さを決め、それを再び三次元に戻してはく離渦の効果をいれて計算すれば、デルタ翼のようなはく離渦が重要な意味を持つ物体周りの流れの解析が可能となる [2]。解析方法のフローを図 3 に示す。

### 2.1 三次元数値模型の切断

三次元数値モデルを構成するパネルは、四角形の双曲面とする。曲面の四隅の座標を用いて、面

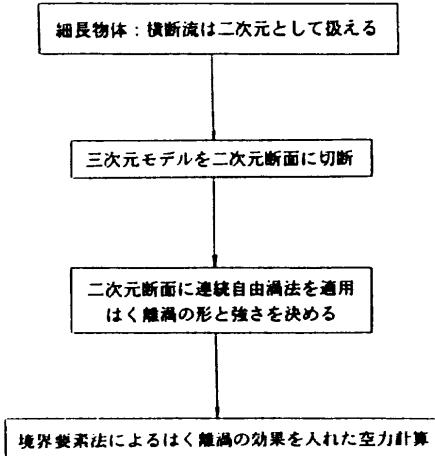


図 3: 解析方法のフロー

内の一点は次のように局所座標で表される。

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_1\xi + \mathbf{P}_2\eta + \mathbf{P}_3\xi\eta \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{P}_0, \mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_3$  はパネルの四隅の座標から求められる。曲面  $S_A$  内の任意の一点は  $\xi, \eta$  の関数として与えられる。 $\xi, \eta$  を  $0 \leq |\xi| \leq 1, 0 \leq |\eta| \leq 1$  の範囲で変化させれば、1 パネルの全表面を表すことができる。ここでは、パネル  $S_A$  は長方形の平面にするので、(1) 式の右辺第 3 項は省略できる。

次に交差するパネルの辺を直線  $L_B$  で表すと次式のように書ける。

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2t \quad (2)$$

交点は  $\mathbf{P} = \mathbf{L}$  として、 $\xi, \eta, t$  を求めれば良い。

$$\mathbf{L}_1 - \mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_1\xi + \mathbf{P}_2\eta - \mathbf{L}_2t \quad (3)$$

この式は  $\xi, \eta, t$  を未知数とする三元連立一次方程式であるから解ける。

交点の解のうち、 $|\xi| \leq 1, |\eta| \leq 1$  かつ  $0 \leq t \leq 1$  の条件が成立するとき、直線は平面と交わる (図 4) [3]。

図 5 にスペースプレーンを 10 断面に切断した結果を示す。図より、三次元モデルが二次元の断面にきれいに切断されていることがわかる。

### 2.2 連続自由渦法による前縁はく離渦の生成

連続自由渦法は [4]、これまで高 Reynolds 数の二次元非定常非圧縮性流れの解析に用いられてき

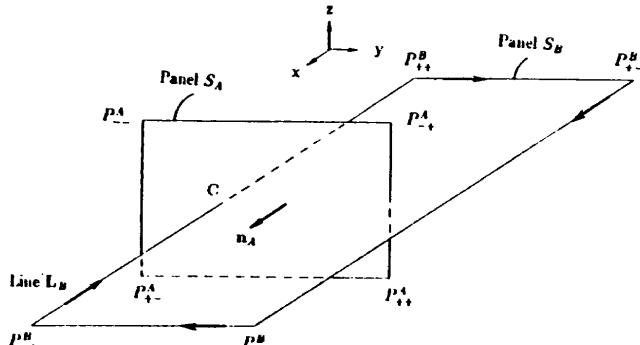


図 4: 双曲面と直線の交点

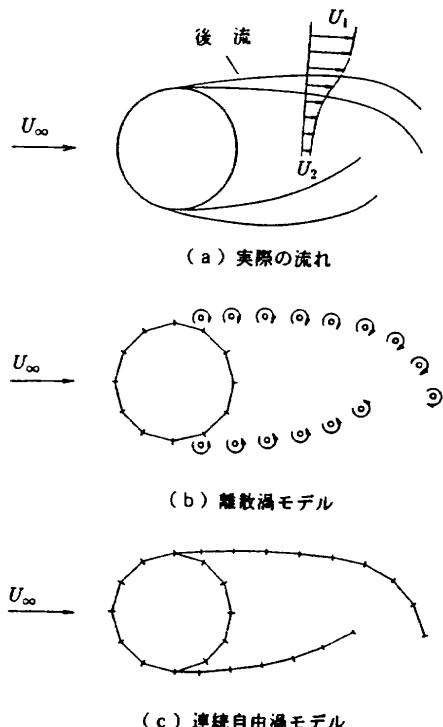
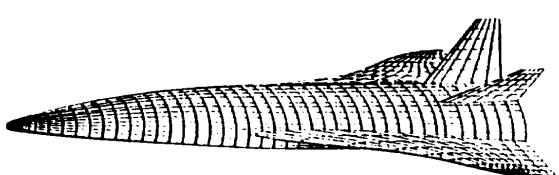
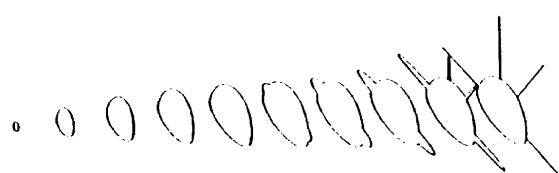


図 6: 離散渦法と連続自由渦法



(a) スペースプレーンの数値モデル



(b) 切断面

図 5: スペースプレーンの切断

た、離散渦法とほぼ同様の解析方法である。離散渦法では、はく離したはく離渦を、離散渦でモデル化するが、連続自由渦法では、はく離渦を連続的に分布したモデルで表し、流れの状況を詳細に評価できるところに特徴がある。この連続自由渦法を、三次元モデルを切断することで作成した二次元断面に用いて、前縁はく離渦を生成する。

前縁はく離渦生成のための二次元断面での主流の大きさ  $U_{\infty 2}$  は、三次元での主流の大きさ  $U_{\infty}$  の  $z$  成分（横断流）なので、迎角を  $\alpha$  とすると、

$$U_{\infty 2} = U_{\infty} \sin \alpha \quad (4)$$

となる。

はく離点から放出される速度ポテンシャルの差の大きさを計算する時の  $U_s$  は、

$$U_s = \sqrt{U_s'^2 + U_{\infty z}^2} \quad (5)$$

とした。 $U_s'$  ははく離点上流側の境界層の外側の接線方向の速度で、 $U_{\infty z}$  は三次元での主流の  $x$  成分である。

図 7にスペースプレーンを 10 断面に切断したときの、最後端の断面での前縁はく離渦の成長過程を示す。はじめは物体に沿って横方向に流されたはく離渦が、時間の経過とともに巻き上がり、翼の上面に一対の前縁はく離渦を作っている様子がよくわかる。

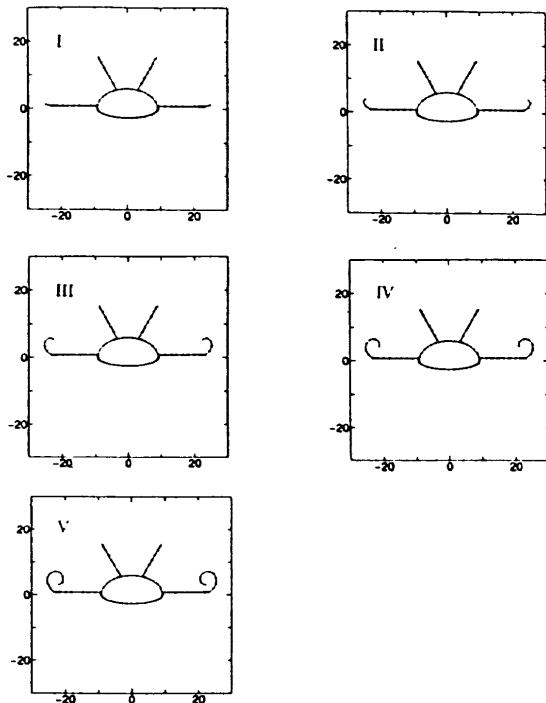


図 7: 前縁はく離渦の成長

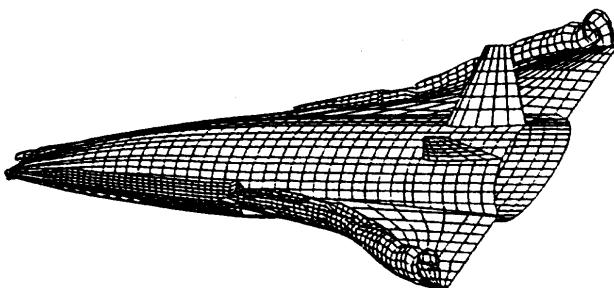


図 8: スペースプレーン上の前縁はく離渦

スペースプレーンを 80 断面に切断し、前縁はく離渦を作成した結果を図 8 に示した。胴体から翼の前縁部分に前縁はく離渦が適切に生成されている。

### 2.3 前縁はく離渦のモデル化

前縁はく離渦は doublet の面でモデル化する。前縁はく離渦モデルの座標は上で述べた方法で求めたものを使う。前縁はく離渦上の各パネルにおけるポテンシャルの差  $\Delta\phi^*$  は、パネルの四隅の値の平均とする。ただし、連続自由渦法で求まる  $\Delta\phi$  は、 $x$  軸方向の単位長さあたりの強さであるから、三次元では一枚のパネルの  $x$  軸方向の長さを  $\Delta x$

として、

$$\Delta\phi_k^* = \frac{1}{4}(\Delta\phi_{k1} + \Delta\phi_{k2} + \Delta\phi_{k3} + \Delta\phi_{k4})\Delta x \quad (6)$$

とする。

前縁はく離渦の効果を考慮した基礎方程式として、次式を用いる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\phi_h - \sum_{k=1}^N \phi_k \int_{S_k} \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} dS_k \\ - \sum_{k=1}^{N'} \Delta\phi_k \int_{S_k} \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} dS_k \\ = \sum_{k=1}^N \left( -\frac{\mathbf{n}_k \cdot \mathbf{U}_\infty}{U_\infty} \right) \int_{S_k} \frac{1}{4\pi} \frac{1}{r} dS_k \\ + \sum_{k=1}^M \Delta\phi_k^* \int_{S_k} \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{r} dS_k \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $M$  は前縁はく離渦のパネルの枚数である。右辺第 2 項が前縁はく離渦の効果を表す。

前縁はく離渦と接する物体の上面のパネルには、次の Kutta の条件を課した（図 9）。

$$\begin{aligned} a_1\phi_1 + a_2\phi_2 + a_3\phi_3 - a_4\phi_4 - a_5\phi_5 - a_6\phi_6 \\ = (\phi^+ - \phi^-) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \left( \frac{s_2 s_3^2 + s_2^2 s_3}{s_1^2 s_2 - s_1 s_2^2} \right), a_2 = \left( \frac{-s_1 s_3^2 - s_1^2 s_3}{s_1^2 s_2 - s_1 s_2^2} \right) \\ a_3 &= \left( 1 + \frac{(s_1 - s_2)s_3^2 + (s_1^2 - s_2^2)s_3}{s_1^2 s_2 - s_1 s_2^2} \right) \\ a_4 &= \left( 1 + \frac{(s_5 - s_6)s_4^2 + (s_5^2 - s_6^2)s_4}{s_5^2 s_6 - s_5 s_6^2} \right) \\ a_5 &= \left( \frac{s_4 s_6^2 + s_4^2 s_6}{s_5^2 s_6 - s_5 s_6^2} \right), a_6 = \left( \frac{-s_4 s_5^2 - s_4^2 s_5}{s_5^2 s_6 - s_5 s_6^2} \right) \end{aligned}$$

### 3 計算結果と考察

これまで述べた方法は、スペースプレーン形状のモデルにも適用可能であるが、計算機のメモリの制限からここではデルタ翼部分のみを、解析対象とした。

計算に用いた翼断面は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} y &= \frac{t}{0.20} (0.29690\sqrt{x} - 0.12600x - 0.35160x^2 \\ &\quad + 0.28430x^3 - 0.10150x^4) \end{aligned} \quad (9)$$

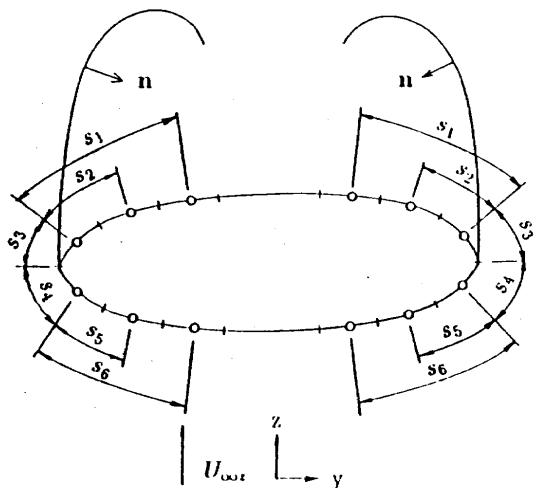


図 9: Kutta 条件での座標系

ここで、 $t$  は翼厚の最大値で、翼中央のコード長  $c$  の 10%とした。アスペクト比は 2.31 である。

翼はコード方向に 16 分割、スパン方向に翼の片側につき 10 分割とし、全パネルは 640 枚である(図 10)。前縁はく離渦を作成するため、 $x$  軸方向に 10 断面に切斷した。迎角は  $-20 \sim 20^\circ$  まで  $5^\circ$  毎に扱った。前縁はく離渦の生成の様子を図 11 に示す。 $\alpha = 5^\circ$  の時は、横断流の大きさが小さいためか、翼の前側のはく離渦は巻かずに、翼に沿って流れている。他の迎角では、翼の後側に行くにつれて大きくなる、きれいな前縁はく離渦が生成されている。

前縁はく離渦の影響を見るために、前縁はく離渦をつけない場合との、各空力係数の比較を行った。空力係数を計算する際、代表的長さは  $c$ 、代表的面積は翼の  $x - y$  平面への投影面積、モーメントの回転軸は  $c$  の 50% の位置とした。

図 12 に迎角に対する揚力係数を示す。理論解は Polhamus の結果 [5] を用いた。図より前縁はく離渦なしでは、迎角が大きくなるにつれて実験結果 [6] からのずれが大きくなってくるが、前縁はく離渦をつけると、実験結果とよくあっていることがわかる。迎角が  $-20^\circ$  の所で多少実験結果からずれているが、これは実験模型の支柱の影響のためと思われる。

次に翼面上に作用する圧力分布を、スパン方向にプロットした結果を示す(図 13)。前縁はく離渦がない場合、負圧のピークは前縁部分で発生している。これに対して前縁はく離渦付きの場合は、はく離渦の中心がある部分で大きな負圧のピークが生じている。翼下面の圧力分布は前縁はく離渦

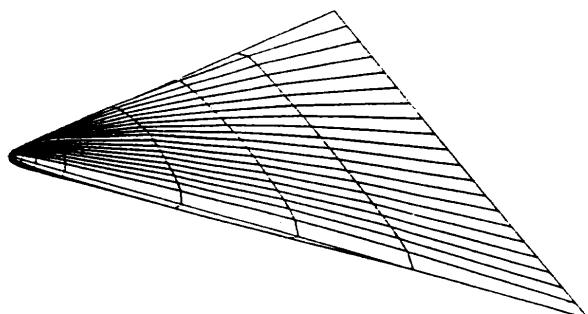


図 10: デルタ翼の数値モデル

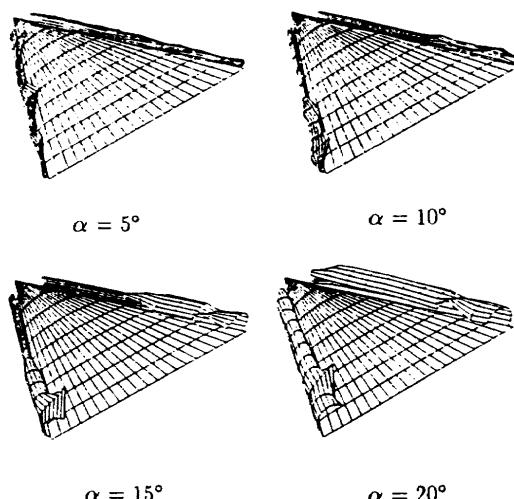


図 11: デルタ翼上の前縁はく離渦の生成の様子

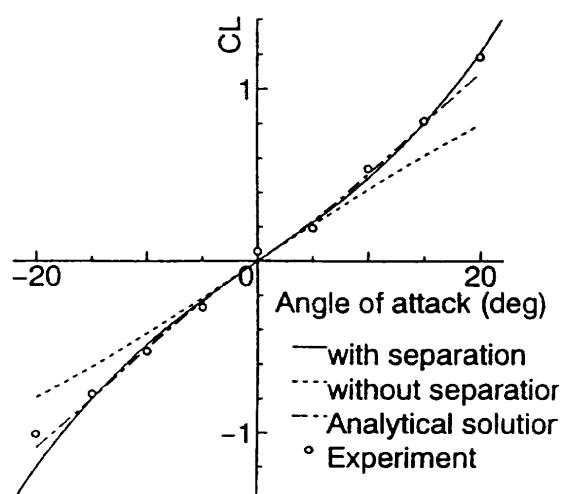


図 12: 迎角に対する揚力係数

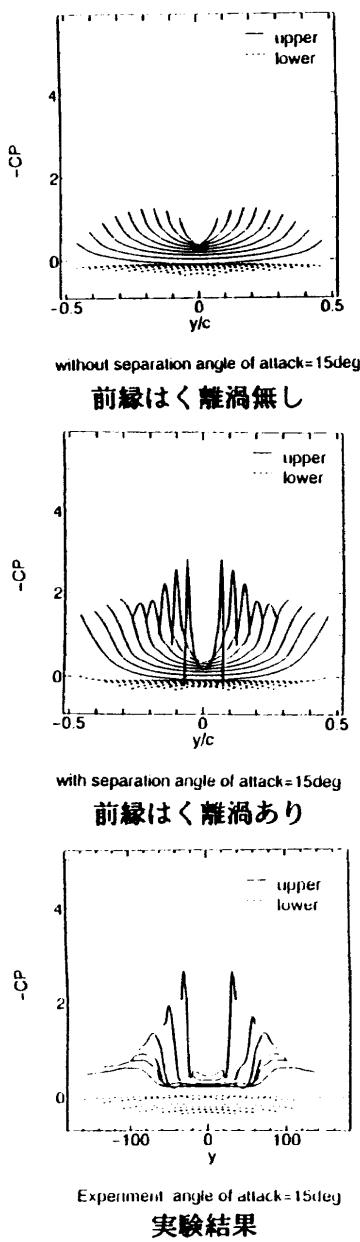


図 13: スパン方向の圧力分布

の効果があってもなくても、大きな違いは見られない。実験結果は翼の形が多少異なるため、解析結果と厳密には比較できないが、圧力分布が翼前縁付近で減少している様子が定性的には捉えられており、今回用いた Kutta の条件が適切であると思われる。

#### 4まとめ

デルタ翼のような細長物体は主流に垂直な断面に関して、ほぼ二次元的な流れが起こっているものと考えることができる。そこで、三次元物体を

主流に垂直な断面に切断し、連続自由渦法を用いてはく離渦を生成した。これを前縁はく離渦としてモデル化し、前縁はく離渦の効果を入れた解析を行った。その結果、計算結果が実験の傾向を再現することを明らかにし、前縁はく離モデルの妥当性と、数値解析プログラムの有効性を示した。

今後の課題としては、はく離渦の粘性による強さの減衰や、より高次精度の時間積分法による計算などが残っている。

#### 5 謝 辞

本研究で用いたスペースプレーンの数値座標は、航空宇宙研究所空気力学部渡辺重哉技官から頂きました。ここに感謝の意を表します。

#### 参考文献

- [1] Nathman,J.K. Analysis of Leading-Edge Vortices on Complex Configuration. AIAA paper 85-4054. 1985.
- [2] Kikuchi,K. Yanagizawa,M. Analysis of Leading-Edge Vortices on Low-Aspect Delta Wing by Boundary Element Method. WCCM III Extended Abstracts pp.343-344. 1994
- [3] 柳澤三憲. 境界要素法を用いた亜音速流における三次元揚力物体の空力特性の計算. 航空宇宙技術研究所報告. TR-835. 1984.
- [4] 菊地勝浩. 柳澤三憲. 連続自由渦法によるはく離渦の解析. 第7回数値流体力学シンポジウム講演論文集. pp621-624. 1993.
- [5] Polhamus,E.C. A Comcept of the Vortex Lift of Sharp-Edge Delta Wings Based on a Leading-Edge-Section Analogy. NASA TND-3767. 1966.
- [6] 菊池秋広. デルタ翼に生じる前縁剥離渦に関する実験的研究. 平成五年度東京理科大学卒業論文. 1994.