

境界層流れの計算格子に対する依存性

野村聡幸*

Dependency of a Boundary Layer Flow on Computational Grids

by

Toshiyuki NOMURA
National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

The first step to numerically predict laminar-turbulent transition is taken by the linear stability analysis on a laminar boundary layer. Presently the improvements of high-accuracy schemes as well as computers have enabled Navier-Stokes code to calculate the boundary layer instead of a boundary layer code. It is therefore significant to verify the accuracy of the boundary layer calculated by Navier-Stokes code. By simulating a supersonic flow around an infinite swept cylinder with three kinds of grids which differ in density, it is investigated how many cells are needed in the boundary layer to obtain the accurate velocity and temperature profiles independent of grid density.

1. はじめに

物体表面上の境界層が層流から乱流へ遷移を開始する位置を計算で予測するには、層流境界層を線形安定解析にかけて微小擾乱の空間増幅率を算出するとともに、微小擾乱の進行する方向を特定する。そして空間増幅率を擾乱の進行経路に沿って積分した値が e^N (N は対応する実験より定まる整数)になったとき、そこを遷移の開始位置と定める。

従来は線形安定解析に用いる層流境界層を、ポテンシャル・コードと境界層コードで、またはEulerコードと境界層コードで求めることが主流であった。しかし今では、Navier-Stokesコードの高精度化および計算機の高速化と大容量化で、上記のコードに代わってNavier-Stokesコードが多く用いられるようになってい

る^{1,2,3)}。

遷移の開始位置を予測することからさらに進んで、遷移の開始から完全に乱流になるまでの流れをモデル化する試みが、NASA Langleyを中心として進められている⁴⁾。このモデルが完成すれば、実験で観察される層流、遷移流、乱流の全ての過程がNavier-Stokesコードで扱えるようになり、実験と比較し得る高精度のデータが得られるようになると期待される。

線形安定解析で妥当な結果を得るためにも、またモデル化の必要な遷移流や乱流に上流から影響を及ぼすことから、まずは層流がNavier-Stokesコードで正確に得られることを確認する必要がある。本研究では、超音速輸送機の翼の前縁をモデル化した無限後退円柱まわりの流れを一般的なNavier-Stokesコードで数値シミュレーションし、正確な層流境界層を得るにはどの程度の格子密度が必要とされるかを調べた。

* 航空宇宙技術研究所

2. 計算法

Navier-Stokes方程式を有限体積法で数値的に解く。
時間進行は陰解法で行う。

2.1 基礎方程式

保存型で表された薄層近似Navier-Stokes方程式を基礎方程式とする。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta}$$

2.2 数値流束

非粘性流束をChakravarthy-OsherのTVDスキーム⁹⁾で求める。セル中間面 $j+1/2$ での一次精度の流束を以下に示す。

$$\begin{aligned} \hat{E}_{j+1/2} &= \frac{1}{2} (\hat{E}_j + \hat{E}_{j+1}) \\ &\quad - \frac{1}{2} T_{\xi, j+1/2} (\Lambda_{\xi, j+1/2}^+ - \Lambda_{\xi, j+1/2}^-) T_{\xi, j+1/2}^{-1} (Q_{j+1} - Q_j) \\ \hat{A} &= \frac{\partial \hat{E}}{\partial Q} = T_{\xi} \Lambda_{\xi} T_{\xi}^{-1} \\ \lambda_{\xi}^{\pm} &= \frac{1}{2} (\lambda_{\xi} \pm |\lambda_{\xi}|) \end{aligned}$$

Λ_{ξ} はヤコビ行列 \hat{A} の固有値 λ_{ξ} からなる対角行列であり、 T_{ξ} は \hat{A} の固有ベクトルからなる相似変換行列である。 Λ_{ξ}^+ は Λ_{ξ} の λ_{ξ} を λ_{ξ}^+ に換えたものであり、 Λ_{ξ}^- は λ_{ξ} に換えたものである。なお、セル中間面での物理量はRoeの近似Riemann解法で求める。上記の一次精度の流束にminmod関数を含む補正項を加えることで、衝撃波捕獲性を失うことなく、精度を三次に上げることができる。

粘性流束はGaussの定理に基づく中心差分に相当する方法で求める。

2.3 時間進行法

陰解法ながら1ステップの時間進行にかかるCPUタイムが少ない対角化ADI法⁹⁾を、ローカル・タイムステップと併せて用いる。

$$\begin{aligned} T_{\xi} (I + \frac{\Delta t}{V} D_{\xi} \Lambda_{\xi}) T_{\xi}^{-1} T_{\eta} (I + \frac{\Delta t}{V} D_{\eta} \Lambda_{\eta}) T_{\eta}^{-1} \\ T_{\zeta} (I + \frac{\Delta t}{V} D_{\zeta} \Lambda_{\zeta}) T_{\zeta}^{-1} \Delta Q = - \frac{\Delta t}{V} \hat{R} \\ \hat{R} = D_{\xi} \hat{E} + D_{\eta} \hat{F} + D_{\zeta} \hat{G} - \frac{1}{Re} D_{\eta} \hat{F}_v \end{aligned}$$

D_{ξ} は ξ 方向の差分オペレータである。ここで左辺の差分を一次風上差分として、対角優位による安定化を図っている。

2.4 計算格子

超音速流中に置かれた後退角60度の無限円柱 (図1) に対し、主流に平行な断面上で、密度の違う三種類のC型格子 (表1、図2) がTakanashiの方法⁷⁾に基づくコードで生成された。主流のマッハ数 M_{∞} は3.5、レイノルズ数 $R_{\infty D}$ は 1.05×10^6 である。数値シミュレーションに用いる三次元格子は、C型格子をスパン方向の9箇所に等間隔に置くことにより生成される。

収束解は4000~6000ステップの時間進行で得られた。ちなみに、格子Bでの2000ステップの時間進行に要するCPUタイムは、NWTのプロセッサを4台 (1台のピーク演算速度は1.7GFLOPS) 使って並列ベクトル演算を行い、約8分である。

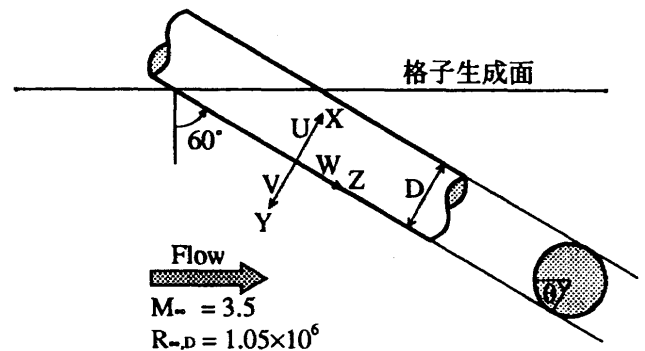


図1 無限後退円柱

	点数($\xi \times \eta$)	最小格子間隔(y^+)	クーラン数
格子A	112x 46	1.658471	1
格子B	224x 91	0.4233750	2
格子C	448x181	0.1064922	8

表1 計算格子

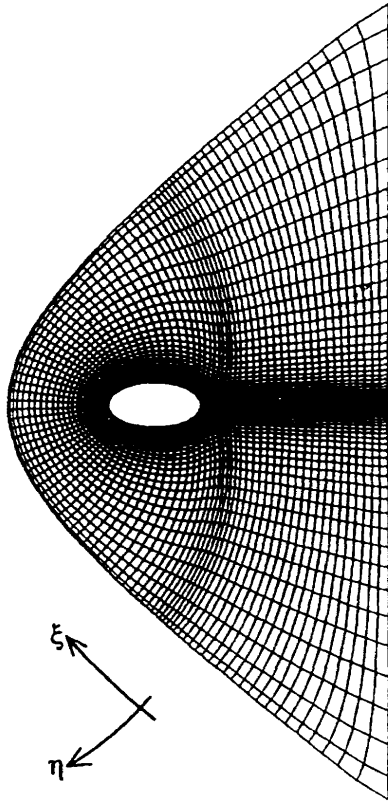


図2 格子A

3. 境界層中の分布の比較

$\theta = 0^\circ$ (付着線) での速度分布 (円柱の周方向の速度 U 、スパン方向の速度 W) および温度分布を比較する (図3)。格子Aは境界層中に8個のセルを、格子Bは14個のセルを、格子Cは28個のセルを含む。物理量の定義点を線で結んでいるため、格子Aの分布は粗さが目立つが、円柱表面 (断熱壁) で温度がやや高いことを除けば、定義点での値は他の分布と一致している。また、格子Bの分布と格子Cの分布は完全に一致している。

$\theta = 30^\circ$ での速度分布および温度分布を比較する (図4)。格子Aは境界層中に7個のセルを、格子Bは13個のセルを、格子Cは26個のセルを含む。 $\theta = 0^\circ$ での分布と同様、格子Aの円柱表面での温度がやや高いことを除けば、速度分布も温度分布も一致は良好である。

$\theta = 60^\circ$ での速度分布および温度分布を比較する (図5)。格子Aは境界層中に7個のセルを、格子Bは13

個のセルを、格子Cは26個のセルを含む。やはりここでも $\theta = 0^\circ$ での分布と同様、円柱表面での温度が格子Aでやや高く、それ以外は分布間に何の差異も認められない。

$\theta = 90^\circ$ (50%コード) での速度分布および温度分布を比較する (図6)。格子Aは境界層中に9個のセルを、格子Bは17個のセルを、格子Cは32個のセルを含む。格子Bの分布と格子Cの分布は速度、温度ともに完全に一致しているものの、格子Aの W の分布に僅かなずれが認められる。またここでも円柱表面の温度が格子Aでやや高くなっている。

4. まとめ

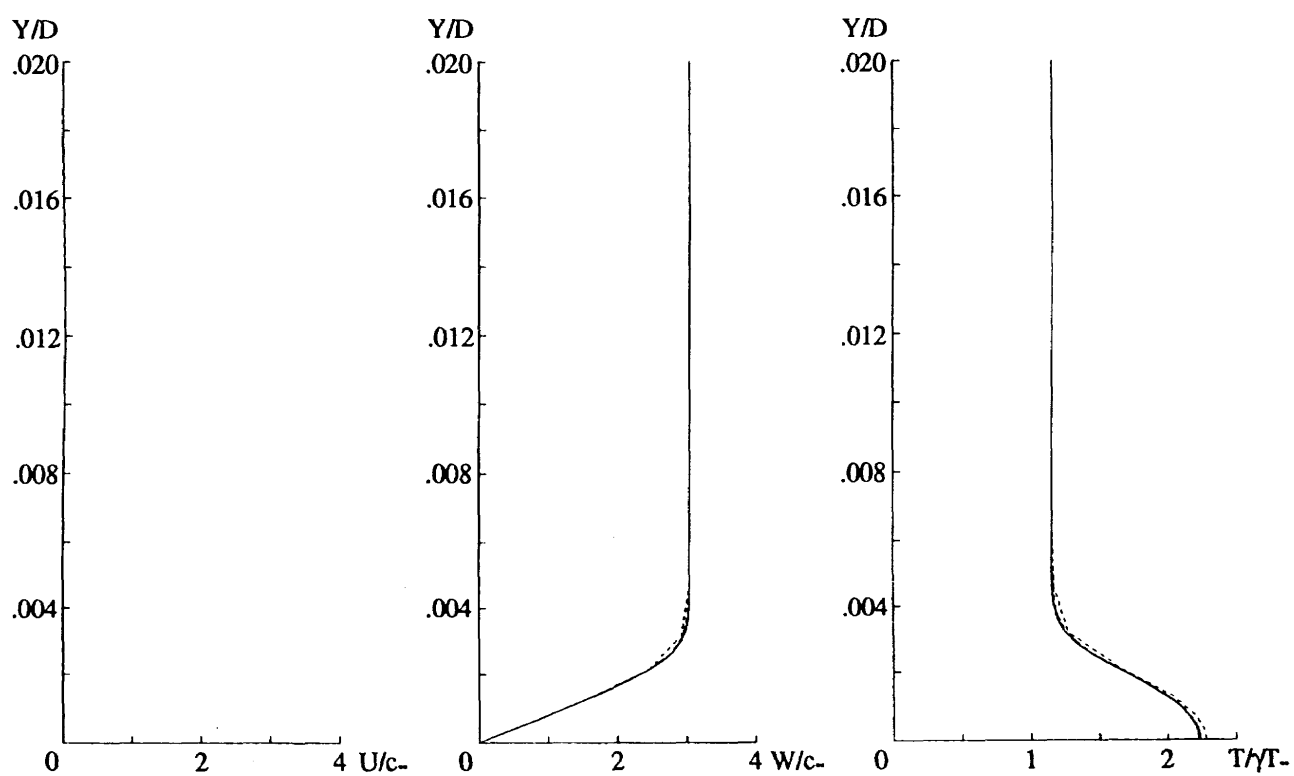
超音速流中に置かれた無限後退円柱のまわりに密度の違う三種類の格子を生成し、それぞれの格子を用いて Navier-Stokes コードで数値シミュレーションを行った。各格子で得られた層流境界層中の速度分布および温度分布を円柱表面上の複数位置で比較することにより、境界層を10個程度のセルで分解すれば、格子密度に依存しない層流解が得られることがわかった。

計算格子の生成にあたり、高梨進室長と武元雅美女史に御協力いただきました。心より感謝いたします。

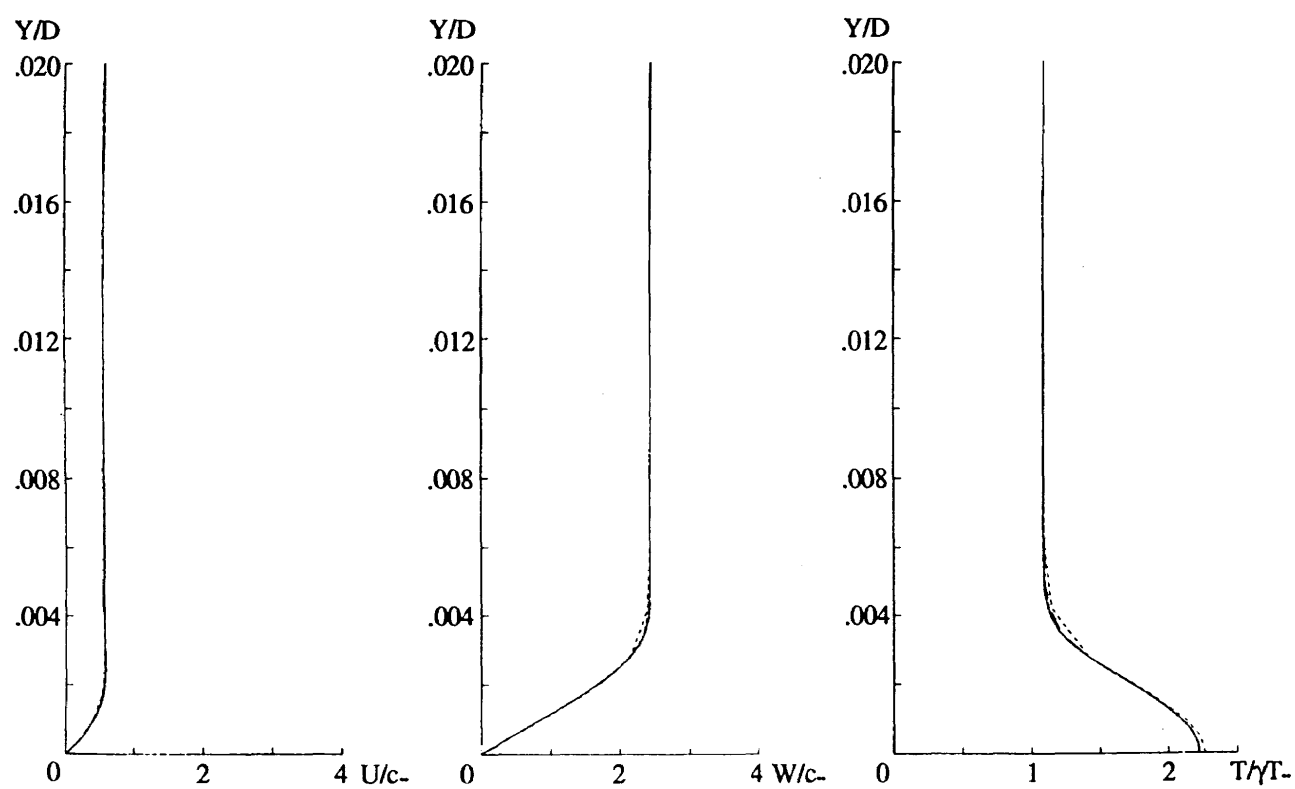
参考文献

- 1) Woan, C. J., Gingrich, P. B. and George, M. W., "CFD Validation of a Supersonic Laminar Flow Control Concept," AIAA Paper 91-0188, January 1991.
- 2) Fenno, C. C., Jr., Streett, C. L. and Hassan, H. A., "Use of Finite Volume Schemes for Transition Simulation," AIAA Paper 91-0743, January 1991.
- 3) 野村聡幸, "圧縮性境界層に対する線形安定解析システム," 第25回流体力学講演会講演集, pp. 203-206, 1993.
- 4) Chang, C. -L., et al., "Transition Region Modeling for Compressible Flow," AIAA Paper 92-5066, December

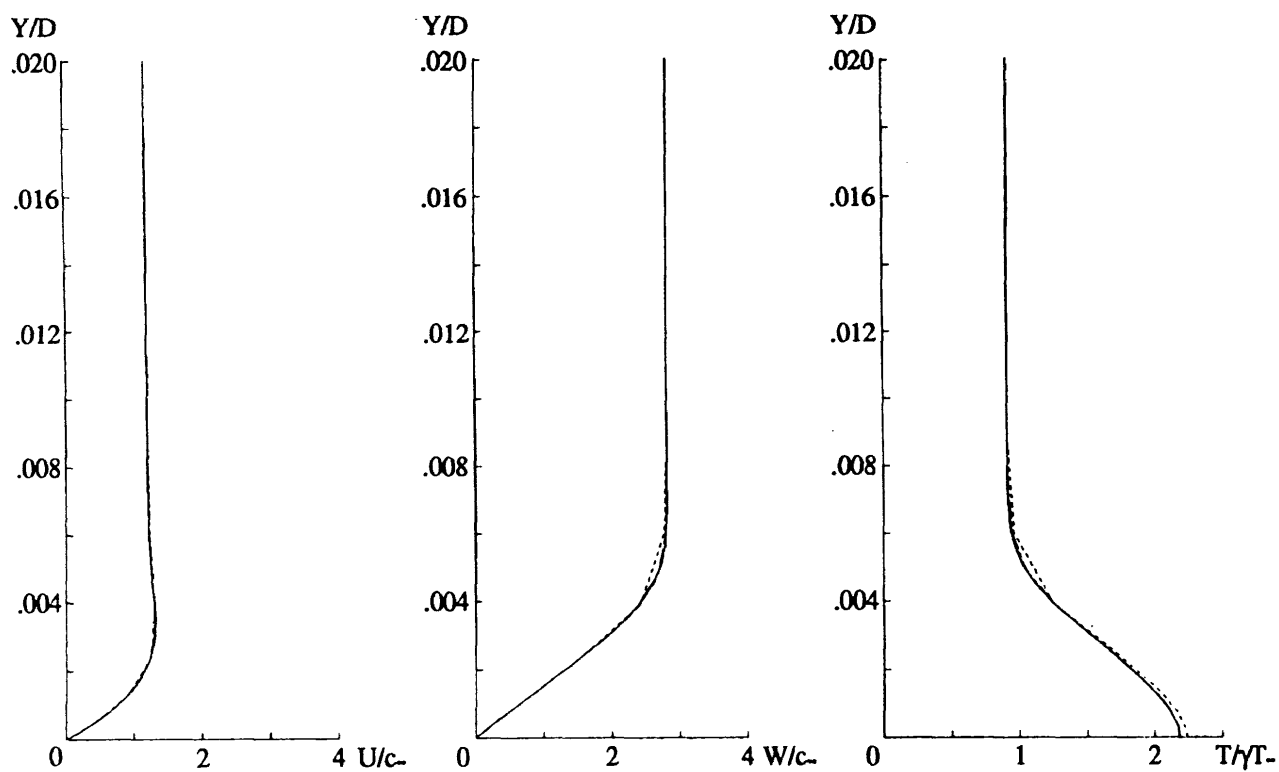
- 1992.
- 5) Chakravarthy, S. R., "Development of Upwind Schemes for the Euler Equations," NASA CR 4043, 1987.
- 6) Pulliam, T. H. and Chaussee, D. S., "A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm," J. Comp. Phys., Vol. 39, pp. 347-363, 1981.
- 7) Takanashi, S. and Takemoto, M., "A Method of Generating Structured-Grids for Complex Geometries and Its Application to the Navier-Stokes Simulation," CFD J., Vol. 2, No. 2, pp. 209-218, 1993.

図3 速度分布と温度分布 ($\theta = 0^\circ$)

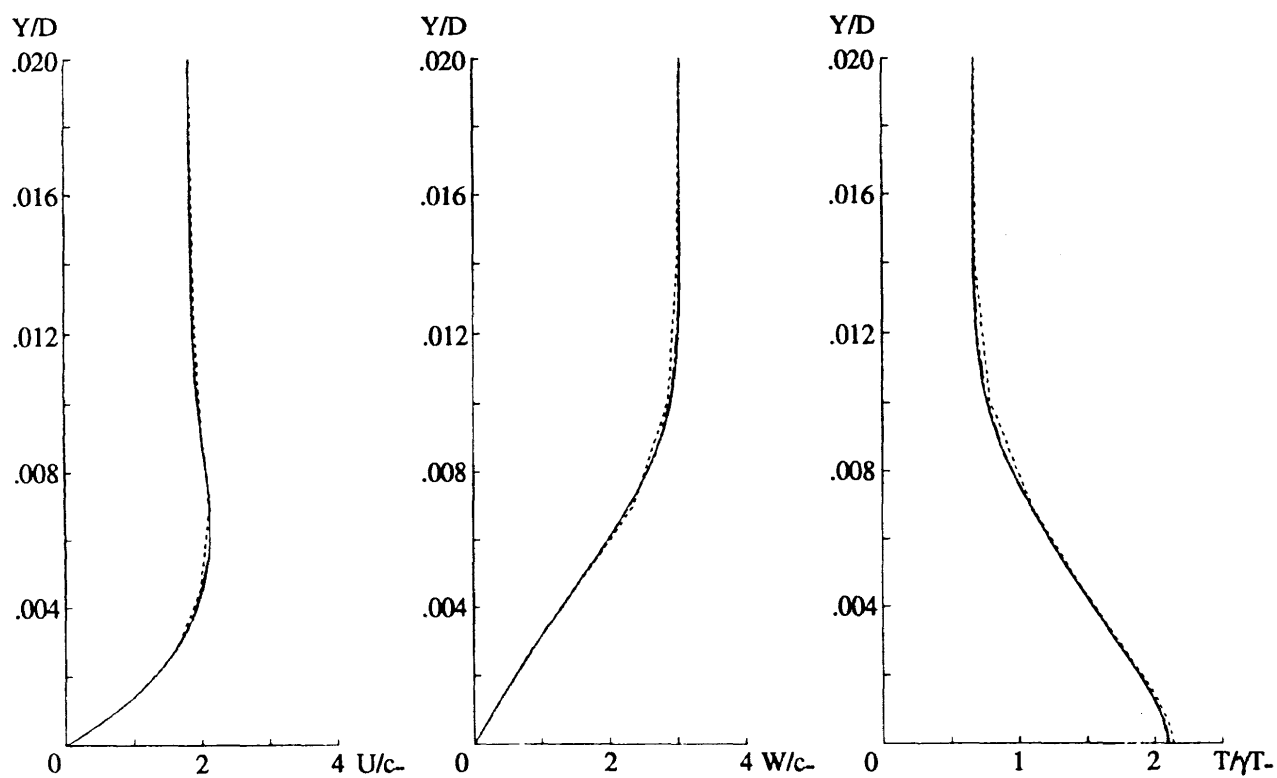
-----: 格子A, - · - · -: 格子B, —: 格子C

図4 速度分布と温度分布 ($\theta = 30^\circ$)

-----: 格子A, - · - · -: 格子B, —: 格子C

図5 速度分布と温度分布 ($\theta = 60^\circ$)

-----: 格子A, ----: 格子B, ——: 格子C

図6 速度分布と温度分布 ($\theta = 90^\circ$)

-----: 格子A, ----: 格子B, ——: 格子C