

非構造動的移動格子に関する研究

村山 光宏¹、中橋 和博¹、加藤 琢真¹

A Study on Unstructured Dynamic Mesh

by

Mitsuhiro MURAYAMA¹, Kazuhiro NAKAHASHI¹ and Takuma KATO¹

ABSTRACT

In this paper, a robust method of the unstructured dynamic mesh for three-dimensional moving and deforming body problems is proposed. The method is based on an analogy of both tension and torsion springs for the robustness. The angles of elements that consist of the computational grid and the distance from the body surface are added to the spring coefficient for unstructured dynamic mesh method. The method is applied to some problems to evaluate the robustness and the mesh quality by the comparison with the commonly-used dynamic mesh method based on linear tension spring analogy. It is demonstrated that the proposed method can move the grid very smoothly without generating any invalid tetrahedrons even for problems with large motions. The proposed method extends the application range of the dynamic mesh method for largely moving and deforming body problems.

1. 緒言

我々の身の回りには、物体の移動・変形を伴う流れ場が数多く存在する。例えば航空宇宙工学分野に関しては、航空機翼のフラッター、ロケットの分離問題、パラシュートや気球などの軟体構造体問題などがある。また、水中を自由に泳ぐ魚たちや、大空を自由に飛び回る鳥や昆虫たちも体を大きく運動・変形させ推力や揚力を得ている。これらの流れ場は工学的・物理的に非常に重要であり、かつ興味深い問題である。

流体計算において物体の移動・変形問題を考える上では、物体の移動・変形に伴い格子を移動・変形させる移動格子法が必要である。非構造格子を用いた計算において、これまでいくつかの移動格子法が提案されてきているが[1-5]、現在一般的に用いられてきている引っ張りバネ系を模擬した移動格子法[1]は、物体の移動や変形が大きい場合には容易に格子の重なりや歪みが生じロバスト性が低い。その対処法として一般的には移動格子法に、格子の歪みや重なりが生じた際に格子を再生成する格子再生成法を組み合わせる計算が行われている[5]。しかし、格子再生成には保存則の欠如という問題や、新旧格子間の情報伝達の際に計算コストがかかり、精度も落ちるなどの問題があり、理想的とは言えない。

引っ張りバネ系を模擬した移動格子法において容易に格子の歪みや重なりが生じるのは、計算格子の要素形状が考慮されていないことがその一因として考えられる。そこで本研究では、四面体計算格子の三角形面の内角及び面同士の狭角を考慮することにより、移動格子法のロバスト性を向上させ、格子再生成法の必要性を減らすことを目的とする。

2. 計算方法

非構造格子の節点の移動には引っ張りバネ系を模擬した方法[1]が最も多く用いられる。この方法では図1に示されるように計算格子上の各節点がそれぞれ引っ張りバネでつながれていると考える。格子点移動することにより、そのバネには変位により次式のような力が働く。

$$\mathbf{F}_{lineal}^{ij} = \mathbf{K}_{lineal}^{ij} \Delta \mathbf{x}^{ij} \quad (1)$$

ここで \mathbf{K}_{lineal}^{ij} はバネ定数、 $\Delta \mathbf{x}^{ij}$ は各節点の変位である。通常バネ定数に次式のような辺の長さの逆数を用いる。

$$\mathbf{K}_{lineal}^{ij} = 1/l_{ij} \quad (2)$$

ここで l_{ij} は辺の長さである。この各節点につながるバネにより生じる力を重ね合わせ、次の力の釣り合い式を解くことに

より各節点の変位を求める。

$$\sum_{j \in \epsilon_{ij}} \mathbf{F}_{lineal}^{ij} = 0 \quad (3)$$

ここで $\sum_{j \in \epsilon_{ij}}$ は節点 j を含む辺に関する総和を意味している。この方法ではバネ定数に辺の長さの逆数を用いることにより、辺の長さがゼロになるのを防ぐことができるが、要素形状を考慮していないため、辺同士が交差するのを防ぐことができず、変位が大きい際には格子の重なりを生じる場合がある。

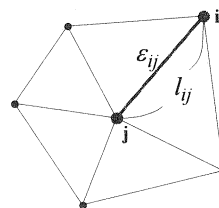


図1 節点 j 周りの引っ張りバネ系の考え方

そこで本研究ではこの引っ張りバネ系を模擬した移動格子法に、角度を考慮したねじりバネの効果を組み合わせる。ねじりバネの効果はこれまで Nakahashi らにより三次元構造格子[6]、また Farhat らにより二次元非構造格子[7]において用いられてきた。Farhat らは三角形の内角を用い、角度の変化に伴うモーメントを考慮することにより、隣接三角形同士が交差し不適切な三角形が生じることを防ぐねじりバネの考え方を提案し、二次元問題における非構造移動格子法のロバスト性を大幅に向上させた。Farhat らの方法では三角形の内角の変化量を節点の変位を用いて定式化し、角度の変化によるモーメントを求め、引っ張りバネの効果と重ね合わせるためにそのモーメントを力に線形変換し、引っ張りバネとねじりバネにより生じる力を重ね合わせ力の釣り合い式を解く。ねじりバネのバネ定数として次式を用いる。

$$C_i = \frac{1}{\sin^2 \theta_i} \quad (4)$$

(4)式を用いることにより、三角形要素の内角が 0° や 180° となるのを防ぎ、辺同士が交差し格子が重なることを防止することができる。しかしながらこの Farhat の方法を三次元問題へ拡張するのは容易ではない。三次元問題に拡張する際には定式化が難しく、さらに三次元問題の場合、三つの軸に関しモ

¹ 東北大学大学院工学研究科航空宇宙工学専攻

ーメントを考慮する必要があり、また生じたモーメントを力に線形変換するのが難しい。そしてこれらのことを考慮すると計算コストが非常に大きくなる。

そこで本研究では角度を考慮した係数、(4)式を引っ張りバネのパネ定数に加えることによりその効果を得る方法を検証する。図 2 に示されるように、三角形面に対してはそれぞれの三辺に対して対角を次の(5)式のようにパネ定数に加える。

$$k_{angleij} = \sum \frac{1}{\sin^2 \theta_k}$$

$$k_{ij} = k_{springij} + k_{angleij} \tag{5}$$

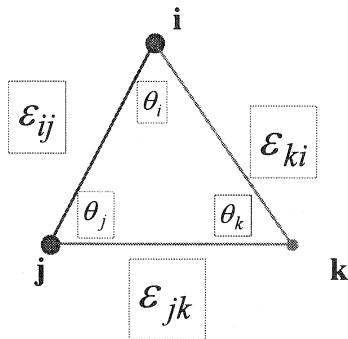


図 2 三角形面に対するパネ定数

三次元問題における四面体計算格子要素に対しては、まず各三角形面においてそれぞれの三辺に対して対角をパネ定数に加える。また図 3 のように四面体要素がつぶれるのを防ぐために、ねじれの位置にある辺を共有する二つの面がなす角をパネ定数に加える。具体的に説明すると図 4 において辺 ij に関しては面 k-l-i と面 k-l-j のなす角 $\theta_{kli-klj}$ を辺 ij に関するパネ定数に加える。同様な方法が Ref. 8 に報告されているが、本方法では四面体を構成する三角形面を考慮することによりその効果を高めている。

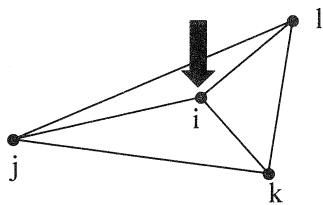


図 3 つぶれた四面体

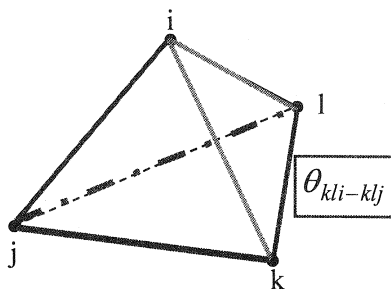


図 4 四面体に対するパネ定数

3. 計算結果

3. 1 二次元問題

3. 1. 1 二次元ベンチマーク問題

まず二次元問題に対する本方法の有効性を検証する。図 5 に示される二次元計算格子を用い、引っ張りバネのみの方法と本方法の性能比較を行う。図 5 において、最下端の二つの節点 1,2 は固定し、最上端の節点 3 を強制的に下方へ移動させ、格子の移動の様子を調べる。

図 6 と図 7 にそれぞれ引っ張りバネ及び本方法を用い移動させた時の格子の変形の様子を示す。図 6 に示されるように引っ張りバネのみの方法では、すぐに辺同士が交差し要素が裏返り負の面積を持つ要素を作り出してしまふ。一方、図 7 に示されるように、角度をパネ定数に加えることにより、裏返った不適切な要素を作り出すことなく十分下方に圧縮することができ、ロバスト性の大幅な向上が見られる。また、図 7(b)のように下方へ移動させた後、再び節点 3 を強制的に上方へ元の場所へ戻すとほぼ初期状態の計算格子になることがわかり、可逆性も十分にあることが示された。

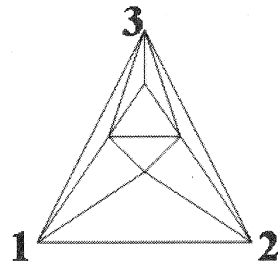


図 5 二次元ベンチマーク問題用格子

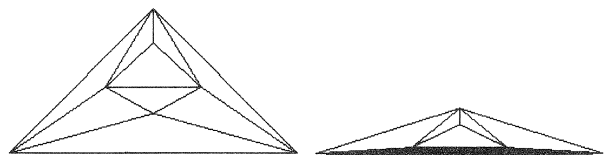
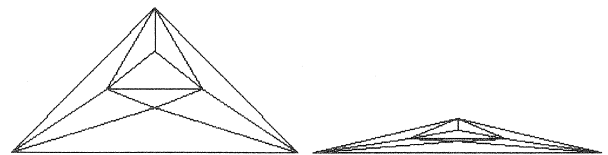
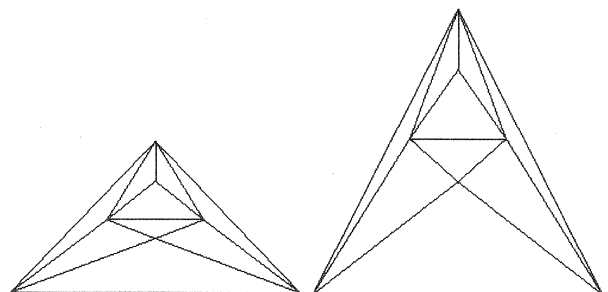


図 6 引っ張りバネを用いた際の格子移動 (右図においては辺同士が交差し不適切な三角形が生成)



(a) 圧縮過程



(b) 引き伸し過程

図 7 本方法による格子移動

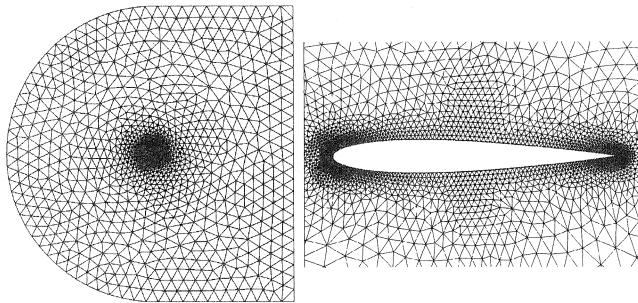
3. 1. 2 NACA0012 翼型の移動・変形

次により実践的な問題に適用し本方法の有効性を検証する。図8に用いたNACA0012翼型の計算格子を示す。格子点数は約8千点である。この翼型を強制的に大きく移動・変形させ、その際の格子移動の様子を調べる。またこのような実際の流体計算に使われる計算格子に対しては、引っ張りバネのバネ定数に物体壁面からの距離を用いた関数を使用し、物体近傍のバネ定数を大きく設定することにより物体近傍の格子移動・変形を減らし、計算精度低下の防止を図る。まず最初に、この翼型が次式で表される正弦振動を行う場合について格子移動を行った。

$$\alpha = \alpha_m \sin \omega t \tag{6}$$

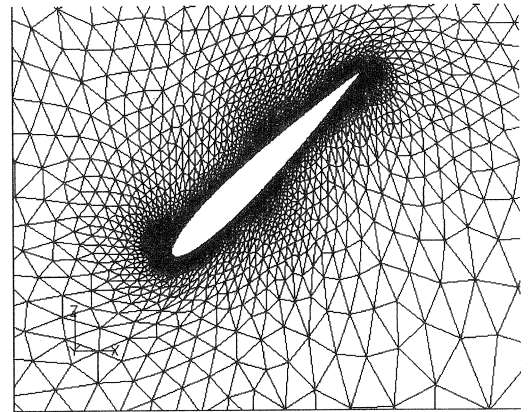
ここで α , α_m , ω はそれぞれ迎え角、振幅、角振動数を表す。本計算では振動中心を1/4コード長、振幅 α_m を45度、角振動数 ω を3600stepで一周期になるように設定した。迎え角が最大振幅の45度と-45度となった時の計算格子を図9に示す。このような大振幅の正弦振動運動に対しても不適切な要素を生じることがなく、滑らかに格子移動ができていたことが示された。

また、この翼型に対し魚のくねり変形運動を模擬した変位を与え、格子移動を行った際の変形後の計算格子を図10に示す。この方法を用いることによりこのような大変形問題に対しても格子の重なりを生じさせることなく格子移動が可能となり二次元問題における適応性が確認された。かつ壁面近傍の格子変形を押さえることにより物体近傍のきれいな格子形状を保ち、計算精度低下防止の可能性が示された。



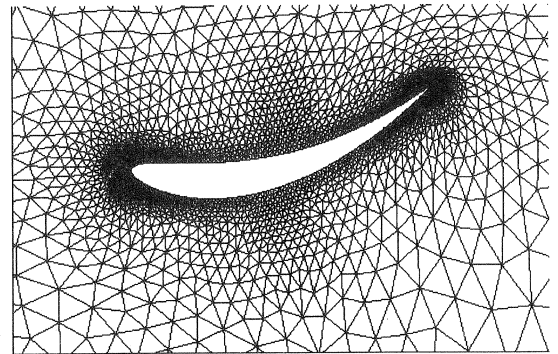
(a) 計算格子全体図 (b)翼型拡大図

図8 計算格子

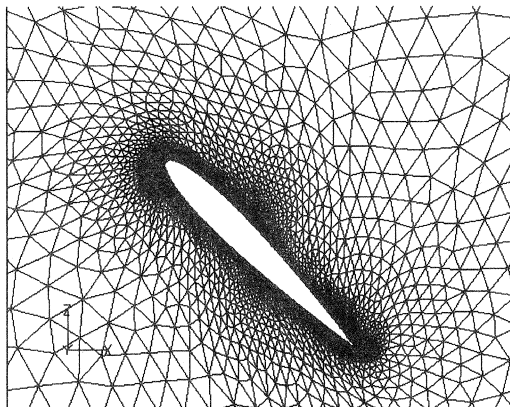


(b) 迎え角 -45度

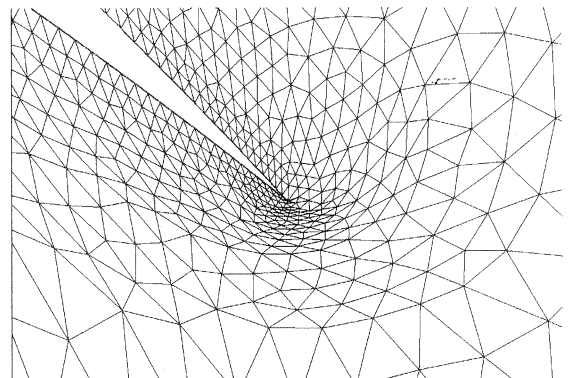
図9 NACA0012 翼型の正弦振動における格子移動の様子



(a) 変形後の格子



(a) 迎え角 +45度



(b) 翼後縁近傍拡大図

図10 NACA0012 翼型の変形後の格子及びその拡大図

3. 2 三次元問題

3. 2. 1 三次元ベンチマーク問題

次に三次元問題に関して本方法の検証を行う。まず最初に図 11 に示される三次元のベンチマーク問題を設定する。この計算格子は 18 個の四面体で構成されていて、格子点数は 9 点である。底面の節点 2,3,4 は固定し、節点 1 を上下に強制的に移動しその格子移動の様子を調べる。

引っ張りバネのみの方法と今回用いた方法で移動させていった時の格子の変形の様子それぞれ図 12 と図 13 に示す。引っ張りバネのみの方法ではすぐに節点が下面を突き抜け要素が裏返り負の体積を持つ要素を作り出してしまふ。一方ねじりバネ定数を用いた今回の方法では、元の高さの約 5% の高さに押しつぶした際にも下面を突き抜けることがなく格子移動ができています。また下方へ移動させた後再び節点 1 を強制的に上方へ元の場所へ戻すと二次元ベンチマーク問題の時と同様に、ほぼ初期状態の計算格子になることがわかり、三次元問題における可逆性も十分にあることが示された。

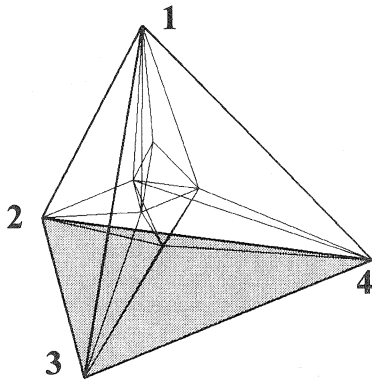


図 11 三次元ベンチマーク問題用格子

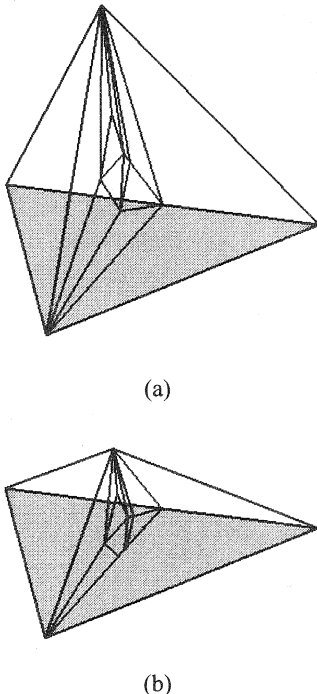


図 12 引っ張りバネを用いた際の格子移動
(下図において辺が底面を突き抜け不適切な四面体を生成)

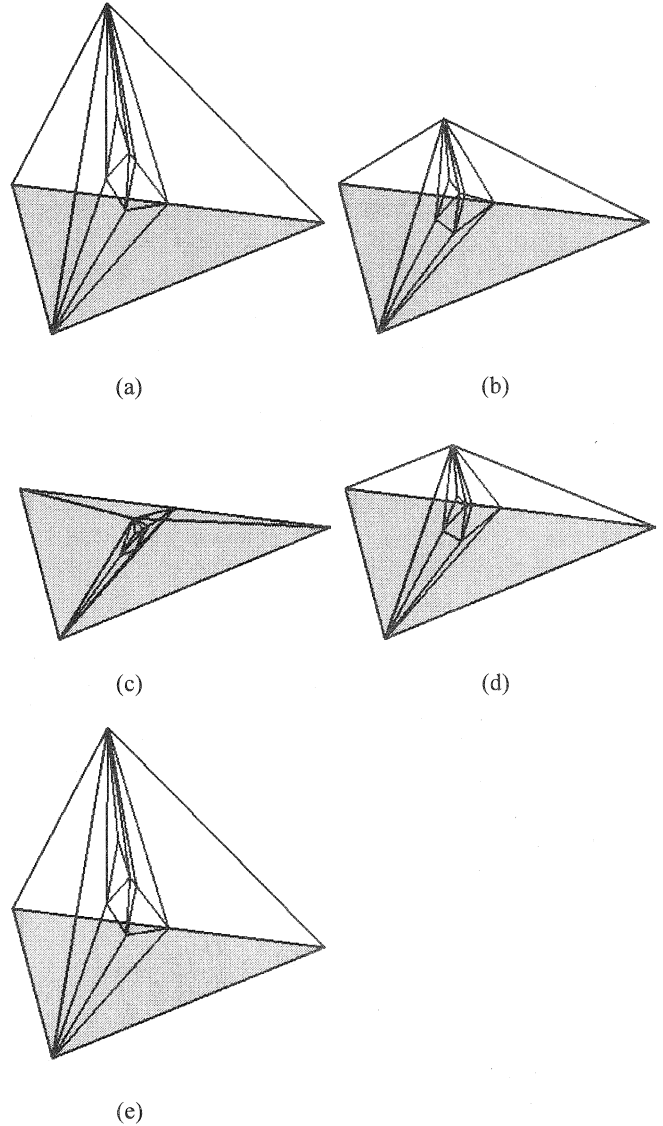


図 13 本方法による格子移動 (圧縮後引き伸し)

3. 2. 2 閉空間内の三次元移動物体問題

閉空間内の三次元移動物体問題に関して本方法を適用しその効果を調べる。図 14 に示されるように、一つの立方体が、一辺の長さが 4 倍の立方体の中にあるという問題を設定する。格子点数は 76,045 点で四面体要素数は 426,210 である。その内部の立方体が左右に移動した際の格子移動の様子を調べる。また二次元問題の場合と同様に実際の流体計算に使われる計算格子に対しては、物体近傍の格子移動・変形を減らすため引っ張りバネのバネ定数に物体壁面からの距離を用いた関数を使用する。

まず図 15 に引っ張りバネを用いた際の格子移動の様子を示す。この場合物体がその大きさの半分の距離分を移動する前に図 15 (b) に示されるように格子が重なり合い不適切な四面体が生じている。

図 16 に本方法を用いた際の格子移動の様子を示す。本方法を用いた際には、物体が大きく移動して境界に近づき、非常に狭い領域ができていても、要素の重なりを生じることがなく滑らかに格子移動ができていた様子が見える。また壁面からの距離をバネ定数に組み込むことにより、壁面近傍の格子移動を抑えることができていた様子が見える。

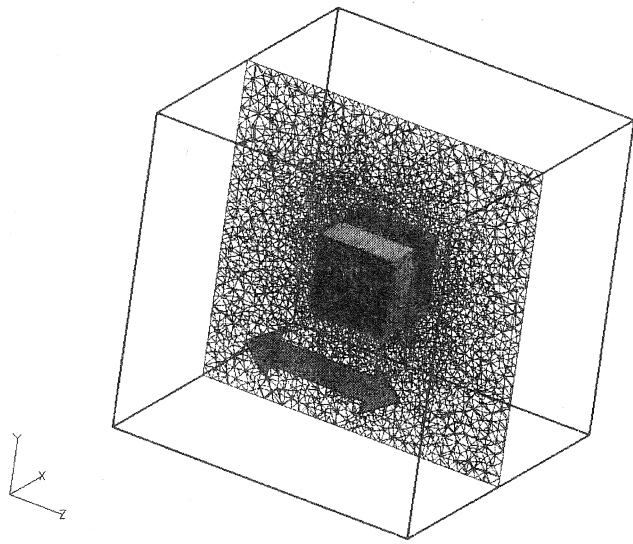
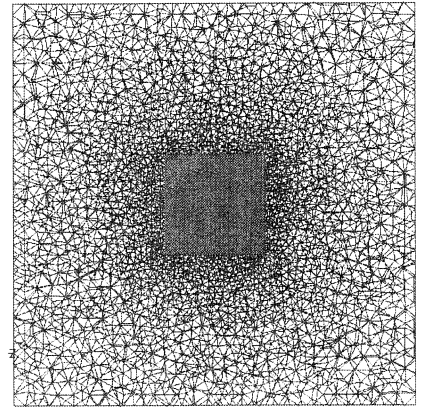
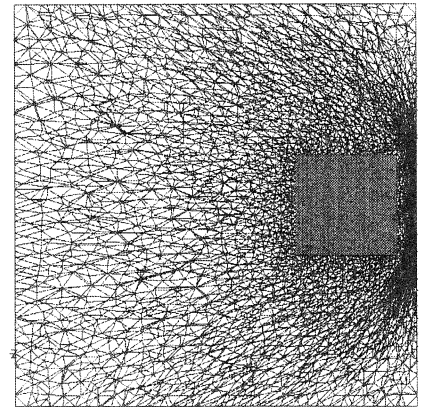


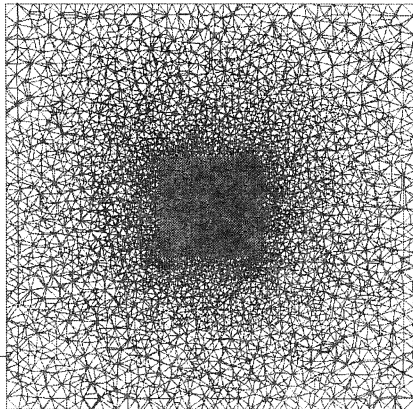
図 14 計算格子



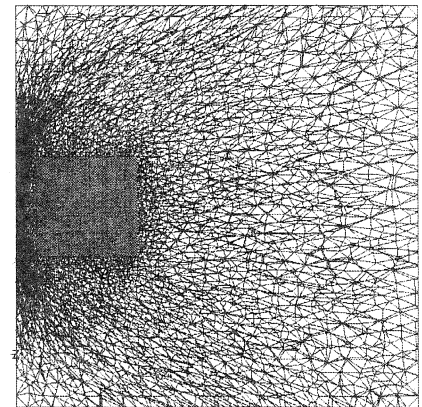
(a) 格子移動前



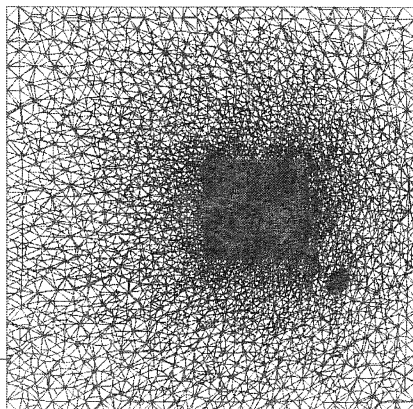
(b) 最右端



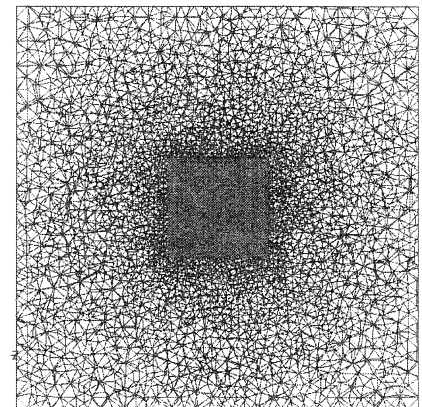
(a) 格子移動前



(c) 最左端



(b) 移動後 (不適切要素生成)



(d) 一周期分移動後

図 15 引っ張りバネを用いた際の格子移動

図 16 本方法による格子移動

3. 2. 3 矩形翼の正弦振動運動問題

次に(6)式で表される正弦振動を行う三次元矩形翼について本方法を適用し検証を行う。図 17 に今回用いた計算格子を示す。翼型は NACA0012 翼型でアスペクト比は 2 である。格子点数は 57,924 点で四面体要素数は 308,850 である。本計算では振動中心を 1/2 コード長、振幅 α_m を 30 度、角振動数 ω を 3600step で一周期になるように設定した。

まず図 18 に引っ張りバネを用いた際の格子移動の様子を示す。この場合迎え角が約 16 度で格子の重なりが生じ指定した迎え角までの格子移動を行うことができなかった。一方、本方法では滑らかに格子移動ができた。迎え角が最大振幅の 30 度と -30 度となった時の計算格子を図 19 に示す。

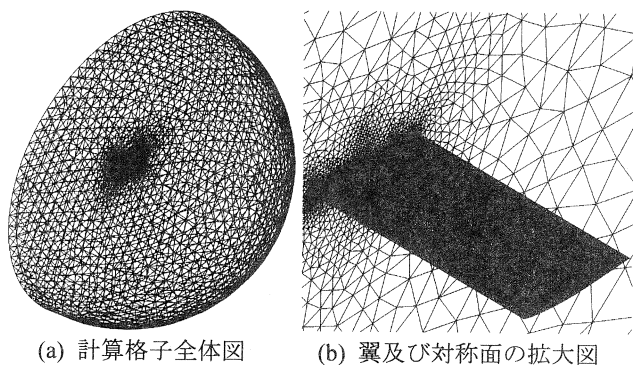


図 17 三次元矩形翼の計算格子

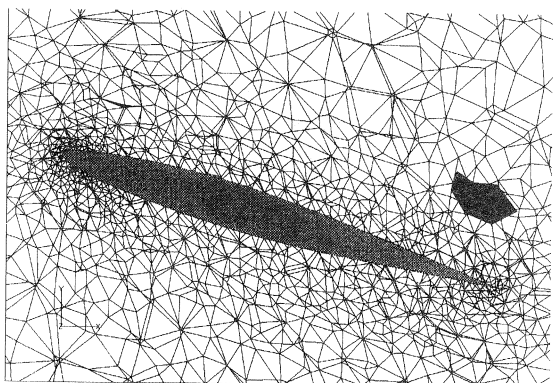
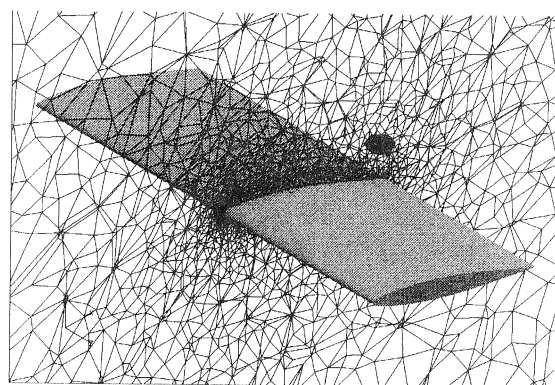
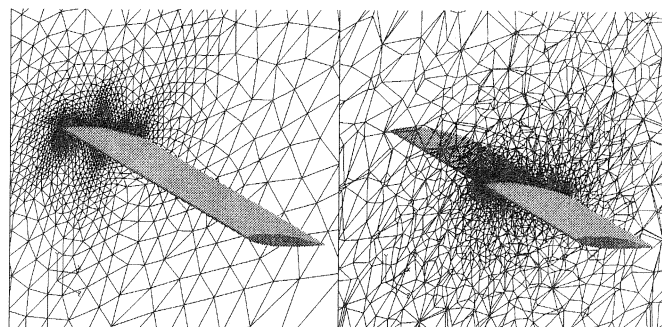
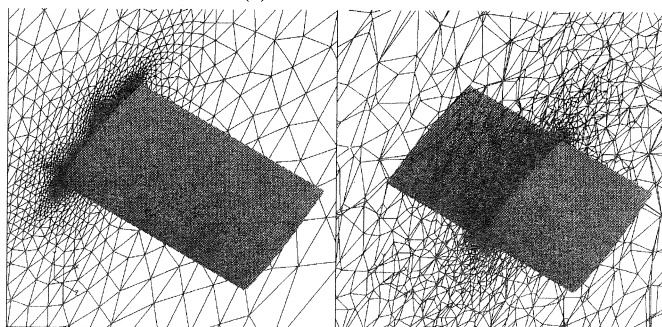


図 18 引っ張りバネを用いた際の格子移動
(迎え角約 16 度で不適切要素生成)



(a) 迎え角 +30 度



(b) 迎え角 -30 度

図 19 本方法を用いた格子移動

4. 結言

非構造動的移動格子法のロバスト性を向上させるために従来の引っ張りバネを用いる方法に加え、バネ定数に角度を考慮した係数及び物体表面からの距離を用いた係数を加えた。その方法をいくつかの二次元問題や三次元問題に適用し、その効果を調べた。本方法を用いることにより、非構造動的格子法のロバスト性が大幅に向上し、従来の方法では不可能であった計算精度を保証した大変形問題への適用が可能となることが示された。

参考文献

- [1] Batina, J. T., "Unsteady Euler Airfoil Solutions Using Unstructured Dynamic Meshes," AIAA Paper 89-0115, 1989.
- [2] Venkatakrishnan, V. and Mavriplis, D. J., "Implicit Method for the Computation of Unsteady Flows on Unstructured Grids," AIAA Paper 95-1705-CP, 1995.
- [3] Crumpton, P. I. and Giles, M. B., "Implicit Time Accurate Solutions on Unstructured Dynamic Grids," AIAA Paper 95-1671-CP, 1995.
- [4] Nielsen, E. J. and Anderson, W. K., "Recent Improvements in Aerodynamic Design Optimization on Unstructured Meshes," AIAA Paper 2001-0596, 2001.
- [5] Löhner, R., Yang, C., Baum, J. D., Luo, H., Pelessone, D., and Charman, C., "The Numerical Simulation of Strongly Unsteady Flows With Hundreds of Moving Bodies," *Int. J. Num. Meth. Fluids* 31, pp.113-120, 1999.
- [6] Nakahashi, K. and Deiwert, G. S., "Three-Dimensional Adaptive Grid Method", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 6, pp.948-954, 1986.
- [7] Farhat, C., Degand, C., Koobus, B., and Lesoinne, M., "An Improved Method of Spring Analogy for Dynamic Unstructured Fluid Meshes," AIAA Paper 98-2070.
- [8] Zeng, D. and Ethier C. R., "A Semi-Torsional Spring Analogy Model for Updating Unstructured Meshes," Proceedings of 9th Annual Conference of the CFD Society of Canada, 2001