

# 大規模流体計算への格子ボルツマン法の適用

今村太郎, 鈴木宏二郎\*1, 中村孝, 吉田正廣\*2, 福田正大\*3

## The Application of Lattice Boltzmann Method to the Large Scale Flow Computation

by

Taro Imamura, Kojiro Suzuki\*1, Takashi Nakamura, Masahiro Yoshida\*2, Masahiro Fukuda\*3

### Abstract

Recent years, Lattice Boltzmann method(LBM) has become one of the promising schemes for incompressible flow simulation. Since LBM is based on Cellular Automaton, its original version is formulated on uniform homogenous mesh system. Applying general coordinate system enables us to compute flow around arbitrary body shape with sufficient accuracy in the boundary layer. In this present study, flow around cylinder was simulated for wide range of Reynolds number. Computational results show that the present LBM code can successfully predict drop in the drag coefficient at Reynolds number  $10^5$  to  $10^6$ , which is known as "drag crisis" from the experimental data.

### 1. はじめに

現在の流体シミュレーションは、通常支配方程式である Navier-Stokes 方程式を時間空間について離散化する手法が採られる。複雑な形状をした物体周りの流れ場の解析や衝撃波の計算などで成功を収めたが、乱流に見られる複雑な流れ場の解明にはいたっていない。

流体现象は、ミクロにみれば個々の分子の並進と衝突で記述できる。このような多数の分子運動の集合を、マクロな観点から観測すると、時として乱流などの複雑な現象が観察できる。

このような複雑な現象を数学的に記述する手法として、Cellular Automaton (以下 CA) と呼ばれる方法が研究されている。CA では、隣接するセルの状態から次のタイムステップでの自分のセルの状態が決定されるという、ミクロな規則が与えられる。これを幾つものセルで同時に計算し、マクロな観点から状態を眺めると、様々なパターンが生成され、その中にはカオス的な現象も含まれる。

CA をベースとした非圧縮流体の数値計算手法として格子ボルツマン法 (Lattice Boltzmann Method:以下 LBM) が有効な計算手法であることが近年示されてきた<sup>[1]</sup>。流体のミクロな物理現象である、並進と衝突をミクロな観点からモデル化し、支配方程式がたてられる。周囲のセルの状態のみで次のステップにおける自分のセルの状態が決定されるため、支配方程式に微分項があらわれず、予め離散化された形で記述されているのが特徴である。

本来 LBM は CA をベースとしているため、直交等間隔格子など限られた等方的な格子形状でのみ計算が可能である。しかし実用的な問題に取り組む場合にはこの制約を取り払い、物体適合座標系を用いる手法が有効である。

本研究では LBM を物体適合座標系へ拡張する手法を提案する。本計算手法を用い、円柱周り流れの解析をレイノルズ数が  $10^4$  から  $10^6$  の広範囲において行った。一般に、Re 数が  $5 \times 10^5$  程度の所で、抵抗係数が急激に減少する Drag Crisis と呼ばれる現象が発生する<sup>[2]</sup>。Drag Crisis は剥離位置が大幅に下流側へ移動し、円柱後方の剥離領域が狭くなり、圧力抵抗が急激に低下することで発生する。差分法で Drag Crisis を再現することは困難であると一般に言われており、LBM を用いた Drag Crisis の予測は試みられていない。

本研究の目的は、1)物体適合座標系に拡張した LBM の導出および検証を行う、2)高レイノルズ数( $10^4$  以上)での LBM 計算を試みる、3)LBM を用い Drag Crisis を再現する、の3点である。

### 2. 格子ボルツマン法 (LBM)

LBM は、CA をベースとして発展してきた<sup>[1]</sup>。しかし LBM の計算手法としての特性を理解するには、ボルツマン方程式から導出したほうがわかりやすいので、ここではそのようにする。

LBM とは、ボルツマン方程式の速度空間を有限個の速度ベクトルで離散化し、計算効率を大幅に向上したものである。速度空間を離散化する方法は多数提案されているが、本研究では2次元で一般的に採用されている2次元9速度モデル<sup>[3]</sup>を用いる。ボルツマン方程式を、Chapman-Enskog 展開することにより、Navier-Stokes 方程式が導出されることがわかっているが、LBM の支配方程式である格子ボルツマン方程式 (Lattice Boltzmann Equation) についても、Navier-Stokes 方程式が導出されるよう、支配方程式中に含まれる各種のパラメータを決定する。その結果速度空間をたかだか9つの速度で離散化したにも関わ

\*1 東京大学大学院 \*2 航空宇宙技術研究所 \*3 原子力研究所

ず、流れのシミュレーションが可能になる。

## 2. 1 支配方程式

2次元9速度モデルでは、速度空間を離散化するための速度ベクトル $\mathbf{c}_i$  (ただし $i=0\cdots 8$ )は、 $\mathbf{c}(0,0)$ ,  $\mathbf{c}(\pm 1,0)$ ,  $\mathbf{c}(0,\pm 1)$ ,  $\mathbf{c}(\pm 1,\pm 1)$ の9つである。 $\mathbf{c}$ は粒子の移流速度の大きさを表し、音速と同じオーダーの定数である。物理空間は速度ベクトルに対応するよう、等間隔正方形格子に分割する(図1左参照)。時刻 $t$ 、格子点 $\mathbf{x}$ において、速度ベクトル $\mathbf{c}_i$ に対応する粒子の分布関数を $f_i(\mathbf{x},t)$ とする。分布関数 $f_i(\mathbf{x},t)$ の時間発展を次式に基づき計算する。

$$f_i(\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t,t+\Delta t) = f_i(\mathbf{x},t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)] \quad (1)$$

これが、LBMの支配方程式である。 $\Delta t$ が時間刻み、 $\tau$ は緩和時間、 $f_i^{eq}(\mathbf{x},t)$ は平衡分布関数である。平衡分布関数は、次式で与えられる。

$$f_i^{eq}(\mathbf{x},t) = w_i \rho \left[ 1 + 3\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2}(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2}\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \right] \quad (2)$$

ここで $\rho$ は密度、 $\mathbf{u}$ は速度である。 $w_i$ は重み関数であり粒子が持っている速さに応じて決まる定数である。(0,0)に対しては $w_0=4/9$ 、 $(\pm 1,0)$ 、 $(0,\pm 1)$ の時には $w_i=1/9$ 、 $(\pm 1,\pm 1)$ の時には $w_i=1/36$ である。この平衡分布関数は $\mathbf{u} \ll \mathbf{c}$ の時のみ成立するため、(1)式を、Chapman-Enskog展開して得られる支配方程式は非圧縮Navier-Stokes方程式に対応する。

(1)式の右辺の第2項が衝突演算に相当する。つまり平衡状態に向かって解が緩和していく、ボルツマン方程式におけるBGK衝突演算に相当する。(1)式の左辺は、並進演算に相当する。位置 $\mathbf{x}$ で分子間衝突した分布関数が、 $\Delta t$ 秒後には離散化した速度ベクトルに対応した隣接の格子点 $\mathbf{x}+\mathbf{c}_i\Delta t$ に到達することを意味している。この関係から格子間隔 $dx$ は $c \cdot \Delta t$ でなければならない。

(1)式において注目すべきは、微分演算が一つも含まれず、離散化された形で記述される点である。また、完全陽解法であるため並列計算に適している。

マクロな物理量の導出は、ボルツマン方程式の時と同様に、速度空間での積分により求めることができる。

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^8 f_i \cdot \mathbf{c}_i, \quad p = \frac{\rho}{3} \quad (3)$$

2次元9速度モデルのLBMでは、マッハ数に比べ一様流速が十分に小さい時の圧縮性計算を行っていると同様である。従って、密度は(3)の第1式で定義され一定ではないが、密度変動は数%程度であり非圧縮性流体とみなせる。

動粘性係数 $\nu$ と緩和時間は次式で関係付けられている。

$$\nu = \frac{1}{6}(2\tau-1) \cdot c^2 \cdot \Delta t \quad (4)$$

粘性係数は正でなければ計算が安定に行えないことから、緩和時間は $\tau > 1/2$ でなければならない。

本研究では、レイノルズ数で支配方程式の無次元化を行った。円柱直径 $D$ を代表長さ、一様流速を $U_0$ とした時

$$\text{Re} = \frac{U_0 D}{\nu} = \frac{U_0 D}{\frac{1}{6}(2\tau-1) \cdot c^2 \cdot \Delta t} \quad (5)$$

となる。Re数を高くするためには、 $\tau$ を1/2に近づけな

ければならないが、 $\tau$ が1/2付近になると計算が不安定になる。従って、高レイノルズ数で計算するには時間刻みを小さくする必要がある。同時に、 $c \cdot \Delta t$ で決まる格子間距離 $dx$ も小さくなるため、通常のLBMでの高Re数流れ計算には計算時間がかかりすぎる欠点がある。

## 2. 2 一般座標系におけるLBM

前節の(1)式で定式化された形では、離散化された9つの速度ベクトルと物理空間の格子点との位置関係が一致していたため(図1左参照)、1ステップ後には隣接した格子点にたどり着く。一方、物体適合座標系では速度空間を離散化した9つの速度ベクトルの先端に格子点は一般に存在しない(図1右参照)。そのため、物体適合座標系でLBMの計算ができず、一つの壁になっていた。

X.He and G.Doolen<sup>[4]</sup>らは、物理空間と計算空間が解析関数で結び付けられている場合、物理空間の点を計算空間へ写像し内挿することで、格子点上での値を求める手法を提案した。(1)式に基づく衝突演算と並進演算の後、補間曲面を張り格子点上の値をもとめることから、Interpolation Supplemented LBM (以下ISLBM)と呼ばれる。補間関数には数値粘性の影響をあまり受けない二次の風上補間関数が用いられる。

本研究では、(1)式の左辺を微分方程式の形で記述し、

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \mathbf{c}_i \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \mathbf{x}_\alpha} = -\frac{1}{\Delta t \cdot \tau} [f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)] \quad (6)$$

一般座標系へ座標変換( $x_\alpha \rightarrow \xi_\alpha$ )を適用する。

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \tilde{\mathbf{c}}_i \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \xi_\alpha} = -\frac{1}{\Delta t \cdot \tau} [f_i(\mathbf{x},t) - f_i^{eq}(\mathbf{x},t)] \quad (7)$$

ただし、

$$\tilde{\mathbf{c}}_i = \mathbf{c}_i \cdot \left( \frac{\partial \xi_\alpha}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

である。流体の等方性を維持するため、 $\mathbf{c}_i$ の速度ベクトルの組み合わせは等間隔直交格子のそれと同じでなければならない(図1右参照)。 $\Delta t$ が十分に小さい時には、移流速度が一定でなくとも時間1次精度で波動方程式の解は

$$f(\mathbf{x},t+\Delta t) = f(\mathbf{x}-\mathbf{c}_i\Delta t,t) \quad (9)$$

と記述される。(7)式の左辺に対し(9)式を適用すると、

$$f_i^*(\xi,t) = f(\xi,t) - \frac{1}{\tau} [f_i(\xi,t) - f_i^{eq}(\xi,t)] : \text{衝突} \quad (10\text{-a})$$

$$f_i(\xi,t+\Delta t) = f_i^*(\xi - \tilde{\mathbf{c}}_i\Delta t,t) : \text{並進} \quad (10\text{-b})$$

となる。(10-b)式の右辺は格子点上の値から補間することで求める。本計算法でも数値粘性の影響を避けるため、二次の風上補間関数で内挿した。補間関数は

$$f_i(\xi_1,\xi_2,t+\Delta t) = \sum_{j=0}^2 \sum_{k=0}^2 a_j b_k f_i^*(\xi_1 - j \cdot jd, \xi_2 - k \cdot kd, t) \quad (11)$$

(ただし $jd = \text{sign}(1, \tilde{c}_{i,1})$ ,  $kd = \text{sign}(1, \tilde{c}_{i,2})$ )

となる。計算空間の格子幅を $d\xi_\alpha = 1$ とすると、補間関数の係数は

$$\begin{aligned} a_0 &= 0.5(U-1)(U-2) & b_0 &= 0.5(V-1)(V-2) \\ a_1 &= -U(U-2) & b_1 &= -V(V-2) \\ a_2 &= 0.5U(U-1) & b_2 &= 0.5V(V-1) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。  $U$ ,  $V$  は計算空間での 1 ステップあたりの移流距離を表し、

$$U = |\tilde{c}_{i,1} \cdot \Delta t|, \quad V = |\tilde{c}_{i,2} \cdot \Delta t| \quad (13)$$

となる。

時間刻みは、最小格子幅  $DX_{\min}$  と粒子の移流速度 (対角成分  $\sqrt{2} \cdot c$ ) に対し CFL 条件を課し決定する。本計算では

$$\Delta t = \frac{DX_{\min}}{\sqrt{2} \cdot c} \cdot CFL \quad (0 < CFL \leq 1) \quad (14)$$

とした。

以上のようにメトリックを利用することで、解析関数を用いて作成した格子でのみ計算可能な ISLBM より柔軟な運用ができ、これまでの CFD で培われた格子生成手法で生成された任意の格子形状での計算が可能になった。また本手法は 3 次元への拡張も同様に行うことができる。

### 2. 3 壁での境界条件

格子ボルツマン法における壁境界条件としては、Bounce Back 境界条件<sup>[3]</sup>、平衡分布境界条件<sup>[3]</sup>など提案されている。本研究では、モデルとしての簡便さから Bounce Back 境界条件を採用した。Bounce Back 境界条件では、図 2 のように、壁面内部に向かう速度成分を持つ粒子は、速度方向を  $180^\circ$  変える。全ての速度成分について同様の処理を行うと、壁面上での運動量が 0 になる。これは差分法での non-slip 境界条件に相当する。

### 2. 4 遠方場での境界条件

一般に非圧縮流を差分法で計算する場合、外部境界条件を物体から十分に離れたところにおき、外部境界から発生する波の影響を軽減する。一方 LBM では、流束が分離された形で記述されていると解釈できるので、図 3 のように計算領域から流出する粒子、流入する粒子を簡単に判別できる。外部境界で発生する波を押えるには外部境界上で外から入ってくる波をカットしてやるのが有効であると知られている。そこで、計算領域から出て行く粒子に対しては、計算領域内部と同様の計算を行い、計算領域に入ってくる粒子は、初期条件で固定する。これは圧縮性流体解析における無反射境界条件<sup>[5]</sup>に相当する。

## 3. 計算結果

流れ場の初期条件は、ポテンシャル流とした。一樣流速度は  $u = 0.1 \cdot c$ 、ただし  $c = 1.0$  とした。まず、過去の計算結果が豊富にある Re 数が低い領域で本計算方法の妥当性を検証する。次に LBM では試みられていない、高 Re 数 ( $\sim 10^6$ ) の円柱周り流れの解析を行い、過去の実験結果との比較を行う。

### 3. 1 計算格子

計算格子は Re 数に応じて、以下の 3 種類の計算格子を用いた。

#### ① Re=10, 20, 40 の時 (以下 Grid 1)

Re 数が 10 から 40 の領域では、X.He and G.Doolen<sup>[4]</sup>らが ISLBM による計算を行っている。本計算法の検証のため、X.He らと同じ計算格子を用いた。半径方向 181 点、円周方向 241 点の O 型格子で、外部境界は円柱半径のおよそ 113 倍のところを設定した。

#### ② Re=10, $10^2$ , $10^3$ , $10^4$ の時 (以下 Grid 2)

Re 数が 10 から  $10^4$  までの比較的低 Re 数領域では、半

径方向 61 点、円周方向 61 点の O 型格子で計算した。円柱の直径を 1 とし、外部境界は円柱直径の 10 倍の位置に設定した。差分法で円柱周り流れを計算する場合、より遠くに外部境界条件を設定するが、外部境界で無反射境界条件を設定したので、10 倍程度で十分である。境界層を十分に捕らえられるよう、最小格子幅は  $DX_{\min} = 0.1/\sqrt{Re}$  とし、格子を生成した (図 4 参照)。また  $CFL = 1/\sqrt{2}$  とした。

#### ③ Re= $10^4$ , $10^5 \sim 10^6$ の時 (以下 Grid 3)

Re 数が  $10^4$  から  $10^6$  までの高 Re 数領域においては、 $\tau$  が  $1/2$  に近づき、Bounce Back 境界条件の影響から、Grid 2 では非物理的な解が求まってしまう問題に直面した。時間刻みを非常に小さくすることで回避出来るが、非定常振動を再現するには非常に長い計算時間を要する。そこで最小格子幅は  $DX_{\min} = 2.5/\sqrt{Re}$  とし、格子を生成した。格子点数や、外部境界の位置は Grid 2 のそれと同じである。この格子では、境界層を正確に捉えることは出来ないが、定性的に流れ場全体を捉えることはできる。また、円柱のような鈍頭物体の抵抗係数の推算もある程度は可能である。また  $CFL = 0.2/\sqrt{2}$  とした。

### 3. 2 Re 数の低い場合 (Re $\leq 1000$ の場合)

Re 数が 10, 20 および 40 の領域では臨界 Re 数(47)以下のため、図 5 上のように双子渦が観測された (Grid 1)。表 1 は抵抗係数、よどみ点(0 度)とその反対の点(180 度)での圧力係数を、過去の計算例 (Dennis and Chang は差分法, X.He and G.Doolen は ISLBM) と比較したものである。本手法の計算結果より、差分法及び ISLBM と同様に円柱周り流れを計算出ていることが確認できた。また剥離点の位置や、双子渦の長さについても定量的に一致していることを確認した。

RE	AUTHOR	CD	CP(0)	CP(180)
10	Dennis and Chang(1970)	2.846	1.489	0.742
	X.He and G.Doolen(1997)	3.170	1.393	0.687
	Present (Grid 1)	2.977	1.441	0.712
	Present (Grid 2)	2.845	1.495	0.871
20	Dennis and Chang(1970)	2.045	1.269	0.589
	X.He and G.Doolen(1997)	2.152	1.233	0.567
	Present (Grid 1)	2.018	1.273	0.593
40	Dennis and Chang(1970)	1.522	1.144	0.509
	X.He and G.Doolen(1997)	1.499	1.133	0.487
	Present (Grid 1)	1.531	1.161	0.508

表 1 : 過去の計算例との比較

Grid 2 で Re=10 の計算を行い、Grid 1 と同様の結果が得られるか確認した。61×61 の格子点数では、円周方向の格子点数が不足しているようで、Cp(180)が大きめになってしまっている(表 1)。しかし、図 5 下からもわかるように、双子渦もできており、ほぼ Grid 1 の計算結果と同様の流れ場が得られることを確認した。

Re が 100 では 61×61 の格子点数によるカルマン渦の再現は出来なかった。これは円周方向に格子点数が不足し、格子粘性の影響が出たためと思われる。円周方向の格子点数を倍に増やした場合カルマン渦が再現でき、非定常計算にも本手法が有効であることを確認した。

Re=1000 の時には、61×61 の格子点数でカルマン渦が観測された。図 6 は Re 数が  $10^3$  の揚力最大時における瞬

間流線と等圧線図である。抵抗係数(図7参照)や、ストローハル数についても、実験値とよい一致をみた。

### 3. 3 Re=10<sup>4</sup>での格子の検証

図8は Grid 2 と Grid 3 で計算した流れ場の図である。物体表面の流れ場の様子を観察すると、Grid 3 (図8右)では、軸方向の格子解像度が不足しているため、境界層が Grid 2 (図8左)のそれよりも厚くなっている。しかし等圧線の状態や、逆流域の位置などは定性的に Grid 2 の結果と一致している。また表2に示すように、抵抗係数やストローハル数は、いずれの格子でも実験値に近い値を予測できた。

	抵抗係数	ストローハル数
Experiment	1.18	0.20
Grid 2	1.09	0.21
Grid 3	1.03	0.20

表2 : Grid 2 と Grid 3 の比較

### 3. 4 Re 数の高い場合(Re ≥ 10<sup>4</sup>の場合)

Re 数が 10<sup>3</sup>~2×10<sup>5</sup>では、層流境界層の剥離位置が一定で流れ場の様子が大きな変化が起きないことが知られている。図9は Re 数が 10<sup>5</sup>の揚力最大時における瞬間流線と等圧線図である。図10は Re 数が 10<sup>5</sup>における抵抗係数と揚力係数の時間履歴を表したものである。各係数の時間履歴から周期的な渦の放出がなされていることがわかる。これは図7で見られる傾向と全く同じである。

Re 数が 2×10<sup>5</sup>~10<sup>6</sup>の領域では、層流境界層がいったん剥離した後、流れが壁面に再付着し乱流境界層へと遷移し、乱流剥離するまで円柱表面に沿って流れることが知られている。図11は Re 数が 5×10<sup>5</sup>の最大揚力時における瞬間流線と等圧線図である。図9と図11の間で、流れ場の大きな違いは観察することができない。図12は Re 数が 5×10<sup>5</sup>の時の抵抗係数と揚力係数の時間履歴である。周期的な渦の放出が見られるが、その強さは一定でない。

### 3. 5 Strouhal 数と Drag Crisis の予測

図13はストローハル数の Re 数依存性を示したものである。Re 数が 100 の場合、本計算で用いた 61×61 の格子では円周方向の解像度が不十分で、カルマン渦は再現しなかったため、円周方向に倍の 121 点とり、ストローハル数の値を求めている。ストローハル数は 10<sup>3</sup>までは 0.2 よりも小さく、10<sup>3</sup>から 10<sup>4</sup>にかけて 0.2 付近で安定し、10<sup>5</sup>以上で増加することが実験結果<sup>[6]</sup>から知られている。このような定性的な傾向が計算結果から再現できている。また、値そのものを比較しても、格子点数が 61×61 と少ないにも関わらず、10<sup>5</sup>の結果を除いて、良好な一致をみている。

図14は Re 数と抵抗係数の関係を表したグラフである。Re 数が 10 以下の場合、抵抗係数は Lamb や Ossen<sup>[6]</sup>らの解析解から予測されるように、Re 数の増加と共に抵抗係数は減少する。Re 数が 10<sup>3</sup>~2×10<sup>5</sup>では、層流境界層の剥離位置が一定で抵抗係数は 1~1.2 でほぼ一定値となる。Re 数がそれ以上の領域では、剥離位置が大幅に下流側へ移動し、円柱後方の剥離領域が狭くなるため、圧力抵抗が急激に低下する<sup>[2]</sup>(Drag Crisis)。Drag Crisis の発生する Re 数は高めであるものの、急峻な抵抗係数の変化が再現できている。このように本手法は Drag Crisis を含む広いレイ

ノルズ数領域において、実験値と近い値を示している。

### 3. 6 計算時間について

一ステップにかかる計算量は(10)式の演算のみであるから差分法に比べて少ない。しかし、時間刻み幅は通常の非圧縮流のそれより 1桁小さい値になる。なぜならば、差分法ではマクロな物理量としての速度(本計算では  $u=0.1$ )に対して CFL 条件が課せられるのに対し、LBM では(14)式のように粒子の移流速度( $c=1.0$ )に対し、CFL 条件が課せられるからである。従って本計算のように非定常解を求める場合には、格子点数が少なくても計算時間は長くなる。表3は NWT の 1 PE で計算に要した CPU 時間[sec]をまとめたものである。レイノルズ数が 10<sup>3</sup>以上のケースでは非定常な流れ場になるため、周期的な振動解に達した時点までの CPU 時間を表している。

1 タイムステップあたりの CPU 時間は、レイノルズ数によらずほぼ一定( $7 \times 10^{-3}$ [sec])である。しかし Grid 2 で計算を続けた場合に、Re 数が 10<sup>5</sup>以上になると壁境界上で安定に計算できないため CFL 条件から決まる時間刻みに上に  $\Delta t$  を小さくなり、計算時間が飛躍的に増えてしまう。

	GRID 2	GRID 3
Re=10	420	-----
Re=10 <sup>3</sup>	8000	-----
Re=10 <sup>4</sup>	168000	8000
Re=10 <sup>5</sup>	-----	8000
Re=10 <sup>6</sup>	-----	16000

表3 : 各 Re 数における NWT の CPU 時間[sec]

## 4. 結論

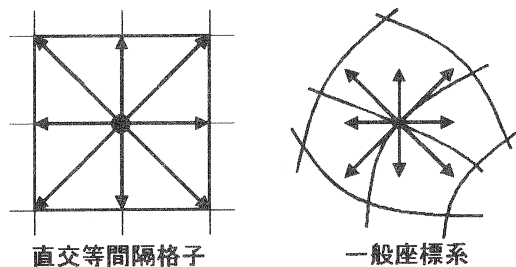
粒子の衝突と並進とで流体をモデル化した計算手法である格子ボルツマン法を物体適合座標系へ拡張し、流体計算を行った。メトリックを採用し計算する手法を用いれば、これまで CFD で培われた格子生成手法を LBM に適用できる。その結果、LBM を実問題に適用するにあたって障壁になっていた、移流と計算格子との間の制約を緩和することができ、高レイノルズ数流れを解くことができるようになる。本手法を円柱周りの流れに適用し、広範囲な Re 数について妥当性を検証した。

レイノルズ数 10~40 では双子渦(定常解)を再現、Re 数が 10<sup>2</sup>以上の時にはカルマン渦(非定常)を再現した。

レイノルズ数を 10~10<sup>6</sup>の広範囲にわたり変化させ、ストローハル数や抵抗係数の検証を行った。本手法は、差分法では困難とされている2次元円柱の Drag Crisis を含む広いレイノルズ数レイノルズ数領域において、実験値と近い値を予測できることがわかった。

## 参考文献

- [1] S.Chen and G.D.Doolen, *Annu.Rev.Fluid Mech.* 30:329-364 (1998)
- [2] Wieselsberger, NACA TN No.84 (1922)
- [3] 蔦原, 高田, 片岡, “格子気体法・格子ガス法” (コロナ社) (1999)
- [4] X.He and G.Doolen, *J.Comput.Phys.* 134 306-315 (1997)
- [5] Kevin W. Thompson, *J.Comput.Phys.* 68 1-24 (1987)
- [6] H.Shlichting “Boundary-Layer Theory” (1978)



直交等間隔格子

一般座標系

図1：格子ボルツマン法における計算格子と速度ベクトルの関係

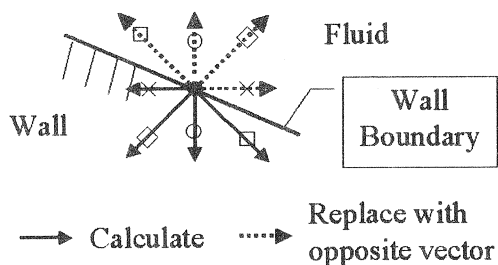


図2：壁面上での Bounce Back 境界条件

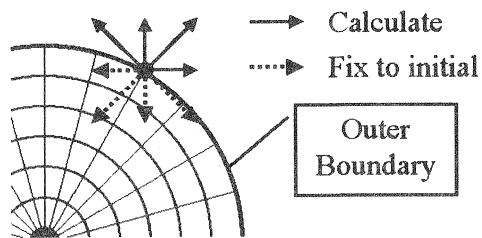


図3：外部境界条件（無反射境界）

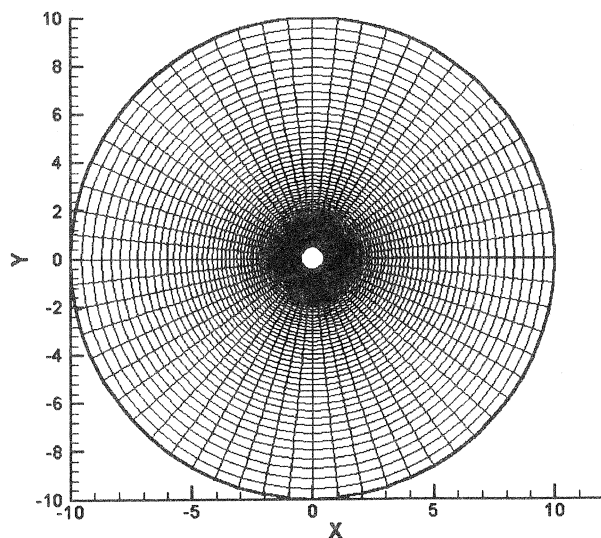


図4：計算格子例

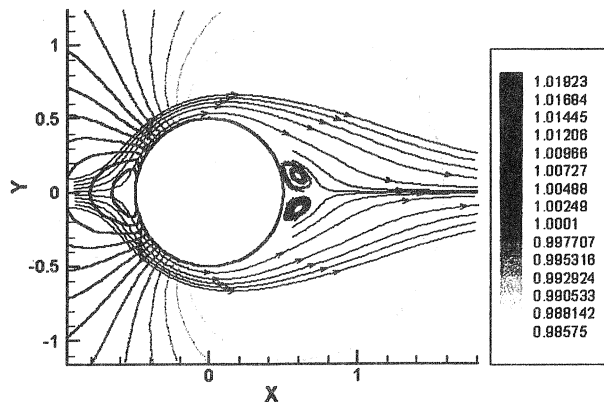
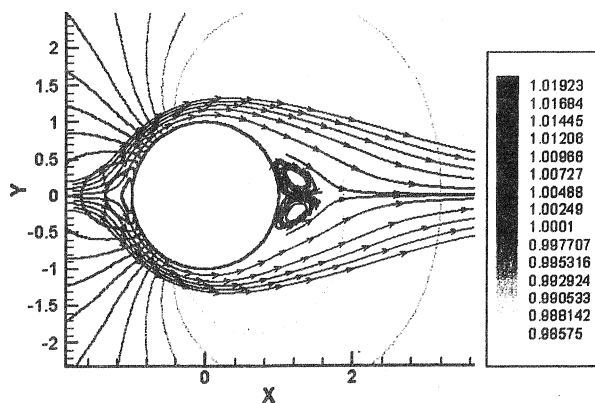


図5：Re=10における等圧線図と瞬間流線  
(上図：Grid 1， 下図：Grid 2)

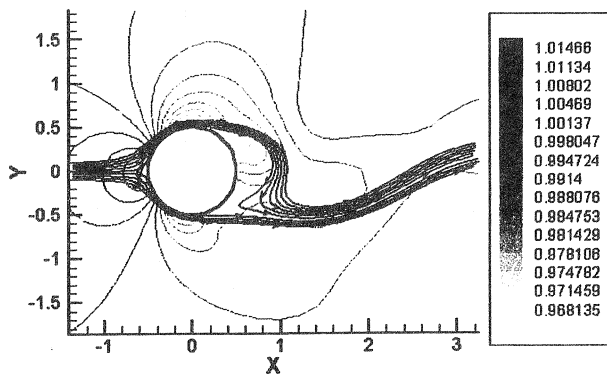


図6：Re=10<sup>3</sup>における瞬間の等圧線と流線

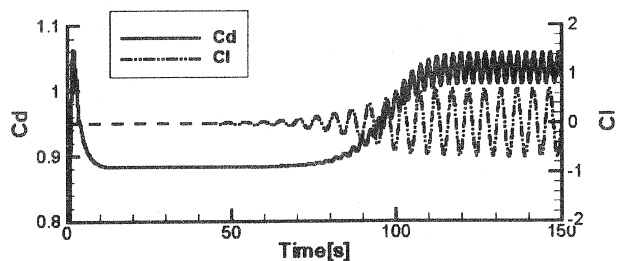


図7：Re=10<sup>3</sup>における抵抗係数と揚力係数の時間履歴

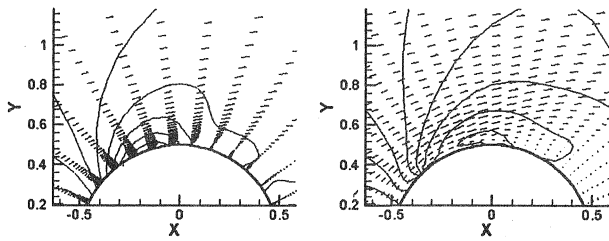


図 8 :  $Re=10^4$ における瞬間の等圧線と速度ベクトル  
(Left : Grid 2, Right : Grid 3)

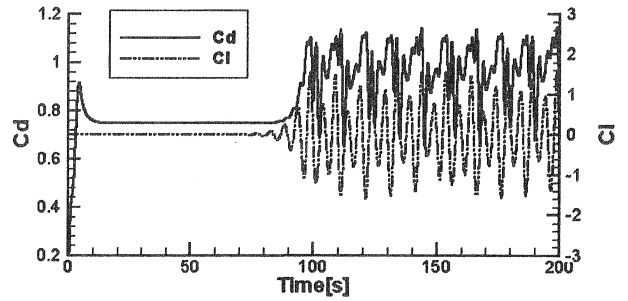


図 12:  $Re=5 \times 10^5$ における抵抗係数と揚力係数の時間履歴

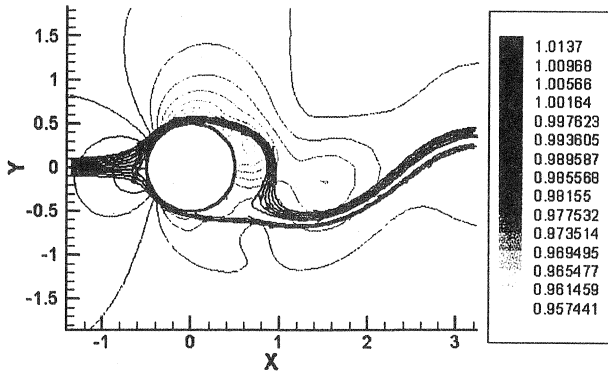


図 9 :  $Re=10^6$ における瞬間の等圧線と流線

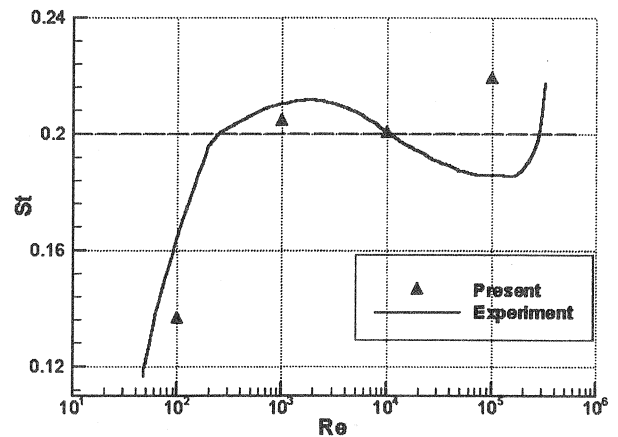


図 13 : Re 数と Strouhal 数の関係

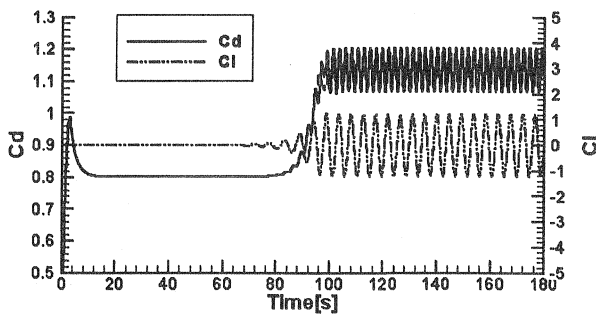


図 10 :  $Re=10^5$ における抵抗係数と揚力係数の時間履歴

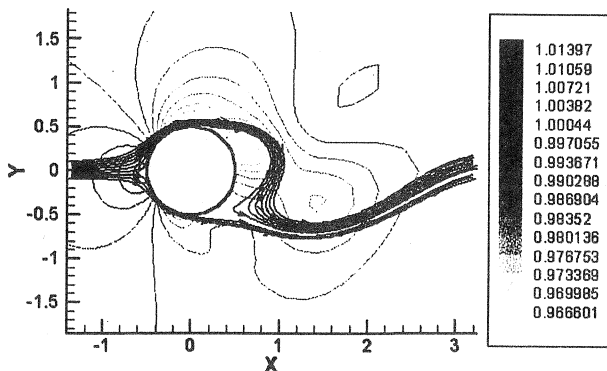


図 11 :  $Re=5 \times 10^5$ における瞬間の等圧線と流線

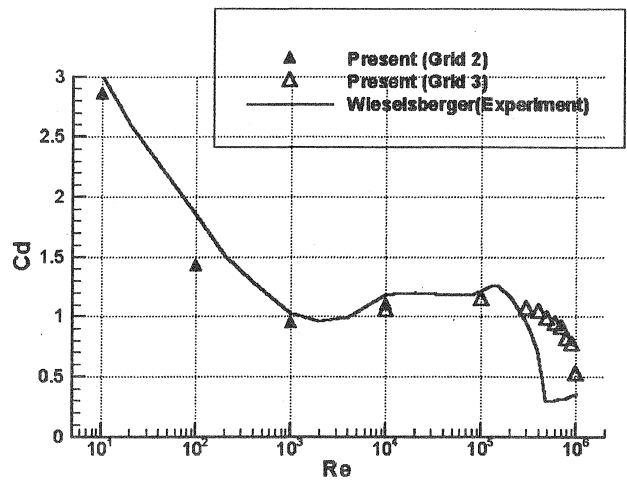


図 14 : Re 数と抵抗係数の関係