

固体壁近傍における密度勾配と衝撃波との干涉

小幡茂男

Shock Wave Interaction with Density Gradient near Solid Wall

Shigeo Obata

ABSTRACT

The baroclinic torque, an aerodynamical force induced by spacial misalignment between density gradient of mixing layer and pressure gradient of shock wave, is able to achieve fine mixing enhancement characteristics in fuel gas injection for supersonic combustion of SCRAM jet engine. The effect of reciprocal passage of a normal shock wave, forward and backward propagation through a 2-D circular shape helium gas surrounded by air, on mixing process is numerically analyzed. A governing equation system including Navier-Stokes and species mass conservation equation is solved by TVD formulated finite differential method. After the primary interaction of forward propagating normal shock wave, $Ms=1.5$, the helium gas is divided to two elliptic parts. Each part shows a symmetrical vortical motion. Similarly the secondary reflection wave cuts off each part to tiny twins with contra-vorticities. Though a reciprocal motion of shock wave produces contra-direction of baroclinic torque on helium gas, the combination never contribute to suppress mixing but accelerate homogeneity of concentration between helium and air.

1) はじめに

スクラムジェットエンジンのための核心技術としての超音速燃焼は、高速空気流中での燃料の着火・保炎を実現するために噴射燃料と空気とを可能な限り速やかに均質に混合する必要がある。これに応じるため、ここで提案するのは、衝撃波を利用した混合促進方法であり、バロクリニクトルクと呼ばれる空気力を活用する。超音速空気流へ向けて噴射された燃料は、噴射方向の平行・垂直の如何を問わず、噴射孔から十分下流においても空気との混合がなかなか進まず、一本の安定な流管を形成して流れてしまう場合が多い。これは、主流空気の流速が大きいほど顕著で、圧縮性流れに特有の混合抑制効果によるものである。この流管に図1の様な斜め衝撃波を導入することにより、バロクリニクトルクを発生させることができる。バロクリニクトルクは、次式の様な渦度方程式の右辺第三項に現れ、密度勾配と圧力勾配に空間的な配置ズレがある場合に発生する渦度生成項である。

$$\frac{d\omega}{dt} = (\omega \cdot \nabla)U - \omega \nabla \cdot U + \frac{\nabla \rho \times \nabla p}{\rho^2}$$

この渦生成により流管を分割し、燃料と空気の混合を促進できる。この手法の有効性は、これまでに実験と計算の双方から確かめられている¹⁻⁶。

今回、本研究で注目するのは、このバロクリニクトルクによる生成渦の回転方向が、圧力勾配もしくは密度勾配の反転に伴い、逆転してしまう点である。超音速燃焼器内部の流れ特性から、バロクリニクトルクによる混合促進をねらって発生させた衝撃波は、必ず燃焼器を構成する壁に反射して逆向きに伝播を始める(二次波の形成: 図2)。これが元の燃料流管に作用した場合、再びバロクリニクトルクが発生するが、それは最初の衝撃波(一

次波)通過による渦とは逆向きの渦を形成することになる。一次波と二次波の効果が相殺してしまうと、衝撃波導入による混合促進は効力を失ってしまう恐れがある。そこで本研究は、反射のある斜め衝撃波による燃料-空気の混合過程を数値計算を用いて評価することを目標として、以下の考察を行った。

バロクリニクトルクの混合促進効果は、周りを取り囲む気体密度に対して、より密度の小さな気体の物質界面に衝撃波を導入した場合に顕著に現れることが確認されている⁷⁻¹⁰。そこで、純粋にバロクリニクトルクのみにより発揮される混合促進を抽出するため、乱流拡散や燃焼を伴わない混合場を想定し、模擬燃料としてヘリウムを採用する。また、図3に示すとおり、超音速燃焼器内部の燃料流管に入射する斜め衝撃波を、流管に垂直な断面に投影し、流れ方向に時系列的に追跡できる圧力線の伝播として模擬した。これらのモデル化により、一様な空気中に二次元円筒形状で配置されるヘリウムの塊に対して垂直衝撃波が往復通過しながらバロクリニクトルクを発生させる流れ形状を数値シミュレーションの対象場として採用する。

今回の報告では、反射波が発生する固体壁の近傍にヘリウム塊が偏在する環境を主な解析対象として、円形ヘリウムの中心と固体壁との距離を三通りに変化させ、衝撃波の強度は伝播速度を $M_s=1.5$ に固定した。以上の条件で、衝撃波の往復通過によるヘリウム-空気の混合がいかなる変化を示すかをシミュレーションした。

2) 数値計算法

支配方程式は、次頁の式のとおり、流量・運動量・エネルギー保存のN-S方程式群とヘリウムと空気それぞれの化学種の拡散方程式から構成される。ここで σ は応力テンソル、 K はエネルギー流束ベクトル、 f_k は考慮した化学種 k の濃度、 D は層流拡

散係数である。この方程式系はUpwind TVD^{12,13}に基づく差分化により空間3次精度(右辺は2次中心差分)、時間1次精度にて解かれる¹¹⁻¹²。

$$\begin{aligned} \dot{\rho} + \nabla \cdot \rho \mathbf{U} &= 0 \\ \rho \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{U} \cdot \nabla \rho \mathbf{U} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \rho \dot{e} + \nabla \cdot \rho(e + p) \mathbf{U} &= \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\sigma}) - \nabla \cdot \mathbf{K} \\ \dot{f}_k + \nabla \cdot f_k \mathbf{U} &= -\nabla \cdot \mathbf{J} \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{J} = -D_{imnr_k} \nabla \cdot f_k \\ D = \frac{v_k}{P_r L_c} \end{array} \right.$$

計算領域は幅60[mm]×縦65[mm]の長方形で、幅方向に201個の正方形要素で直交に格子分割されている。左右の側面境界には共に周期条件が課せられ、上方境界は垂直衝撃波背後のランキン=ウゴニオ状態に保持される。また、下方境界に固体壁条件が与えられる。シミュレーションの初期条件としては、領域を左右に等分割する縦線上に中心を持つ円形領域に1[atm]、300[K]のヘリウムを、それ以外の外周部分に等温・等圧の空気を配置した。ヘリウム占有領域の半径(r)を10[mm]に固定し、下方境界から中心までの距離を、20、10、0[mm]に変化させた三通り(ケースA、B、C)について、衝撃波発生前のヘリウム分布状態を密度等高線図で図4(0.4[kg/m³]線間隔)に示す。これらに対して上方境界から垂直衝撃波を発生させ、反射二次波が上方境界に再到達するまで計算を行った。

3) 往復衝撃波通過

図5、6、7に、ケースA、B、Cそれぞれの、時系列の密度等高線図を示す。等高線間隔は図4と同じく0.4[kg/m³]である。図中、長さ無次元化の基準値に r を用いて、衝撃波の到達位置を s/r で示した。 s は下方境界からの距離を示し、一次波については負値、二次波については正値を与えてある。

全てのケースにおいて、一次波によるヘリウム塊の変形は、上流部分が下流へ向かって押し潰されることから始まる事が見て取れる。中でも、ケースAにはヘリウムの真ん中部分に周辺よりも早く下流方向へ押しやられる領域が現れている。このくびれ形状の成長により、最初の円状のヘリウム塊が左右に二等分割されることが分かる。これは、空気とヘリウムとの音速の違いに起因し、より衝撃波伝播速度の大きなヘリウム高濃度領域がいち早く、下流方向への移動を始めるためである。分割された左右それぞれの小ヘリウム塊は互いに反対方向の回転運動を行う。これが、バロクリニクトルクの作用であり、左側は時計方向、右側は半時計方向の渦度を持つ。ケースB、Cでも同様のヘリウム塊の分割が行われるが、左右の小塊は下壁と接触して、回転の勢いを鈍らせている。特に完全に下壁に密着してしまうケースCでは一次波のバロクリニクトルクによる回転運動はほとんど確認できず、ヘリウムは壁に沿って横長の分布形状を取った。また、初期状態のヘリウムと空気との物質境界の密度勾配に比べて、一次波通過後の密度勾配が著しく強調されている。このことから、衝撃波の通過による圧縮効果は、空気に対しては有効に働いているものの、ヘリウム密度上昇への寄与は小さ

いことが分かる。これは音速の大きなヘリウム領域へ入射した衝撃波が、連続する圧縮波の集団に分散してしまうためである。

二次波の通過によるバロクリニクトルクは、一次波と完全に逆方向の渦生成のために働くが、双方の作用が相殺する結果は得られなかった。ケースAからは、一次波により分割されたヘリウムの小塊が、二次波によりさらに二分割され、四つの極小塊へ変形してゆく様子が捉えられている。左右の小塊は一次波のバロクリニクトルクに起因する回転運動を維持しながら、さらに二次波の作用を受けるため、左右二つの極小塊は時間経過と共にその相対位置を変化させ、最終的に上下に並んだ極小塊が左右対称配置に落ち着いた。また、上下対の極小塊は二次波のバロクリニクトルクの作用により、一次波の回転とは別個に互いに逆方向の渦度を有するため、分割の間隙からヘリウムの巻き込みが生じていて、渦構造を際立たせている。これに対して、ケースBとCでは、最終的な極小塊の配置は下壁に平行な格好で横並びとなった。ただし、ケースCでは二次波による分割が完全ではなく、ケースBに見られるヘリウムの巻き込みは明瞭ではなかった。

4) 混合促進指数と拡散占有指数

往復衝撃波の通過により、初期状態のヘリウムが空気との混合状況をどの程度改善したのかを定量的に評価するために、次式で定義される混合促進指数 R_c を導入する。

$$\bar{c} = \frac{\int_{0.001} c \, dA}{\int_{0.001} dA} \rightarrow R_c = \frac{\bar{c}}{c_{mi}}$$

これは、初期状態で存在するヘリウムの99.9%量を時系列的に追跡し、往復衝撃波通過後の同量が面積平均でどの程度の有効濃度に希釈されたかを、初期状態での面積平均濃度との比として表したものであり、1より小値であるほど空気とヘリウムとの混合が進行していることを示す指数である。

また、同量のヘリウムが、空間的にどの程度まで広がって分布するのかを示す指標として、拡散占有指数 R_s を次式の通りに定義した。

$$\bar{A} = \int_{0.001} dA \rightarrow R_s = \frac{\bar{A}}{A_{mi}}$$

こちらは、ヘリウムの99.9%量が計算領域内で占める面積と初期状態のヘリウム分布円の面積との比であり、 R_c とは逆に1より大値であればヘリウムの拡散が進行していることを示す指数である。

数値シミュレーションの結果から両値を算出した結果を、図8の混合促進指数、図9の拡散占有指数としてそれぞれ示す。共に横軸には時間を取り、上方境界を衝撃波が通過した時点をもととしている。

ケース毎の比較を行うと、初期状態でヘリウム塊が固体壁から最も離れた位置に分布するケースAにおいて、最良の混合促

進効果が得られている事が分かる。図5と図6、7の比較でも明らかのように、初期状態でヘリウム塊が壁近傍に存在する場合、一次波の通過によりヘリウムが壁に接触してしまい、バロクリニクトルクの作用を制限する事が、この結果からも裏付けられる。

三ケースそれぞれに共通な特徴として図8が示しているのは、一次波による混合促進効果が際立って大きく無い点である。また、図9からは、一次波通過中のヘリウム存在領域が時間経過と共に急激に縮小してゆく様子も明らかとなった。一方で図5～7は、一次波通過によるヘリウム密度変化が相対的に小さいことを示している。これらから、一次波とヘリウム塊の干渉の最中には、圧縮された空気とその大きな密度によりヘリウムを周囲から狭い空間へと押し込める様に働くことが分かる。それでも多少の混合促進効果が現れているのは、バロクリニクトルクが初期状態の円形分布を分割して、ヘリウムと空気との接触部分を増大させた結果と考えられる。

それに対して二次波の通過後は、混合は順調に進展し、ヘリウムの占有空間も縮小から増大へと回復に転じている事が分かる。図5～7の結果から、二次波が一次波によるバロクリニクトルクの渦度を打ち消さない事は明らかなので、一次波通過後から継続するヘリウム塊の回転運動が徐々に混合促進に寄与してゆく事が分かる。一次波および二次波による混合促進には時間遅れが存在し、かつ、双方の寄与は互いに相殺しない事が分かる。

最終的なヘリウムの四つの極小塊は、初期状態のヘリウム寄りも小さな占有面積ながら、より低い平均濃度を達成している事から、ヘリウム存在領域内部にはヘリウムと空気の混合気が良

好な均質性をもって存在している事を示しており、超音速燃焼のための予混合火炎の形成に有効な混合促進手法として衝撃波入射を利用できる事が明らかである。

5)まとめ

空气中に円形分布するヘリウム塊へ垂直衝撃波を往復入射させる数値解析を行った結果、以下のような知見を得た。

- ①一次波と二次波によるヘリウムの混合促進への寄与は互いに相殺し合う事無く、時間遅れを持って働く。
- ②初期ヘリウム塊が反射壁から離れて位置した場合に、混合促進効果は最も大きくなる。
- ③二回の衝撃波入射によりヘリウム塊は四分分割され、それぞれ均質性の良い空気とヘリウムの混合気を内包する。

参考文献

1. F.E.Marble et. al., 25th Symp. (Int.) Comb.,pp1, 1994
2. B.M.Cetegen et. al., Comb. Flame, Vol 100, pp232, 1994
3. J.C.Hermanson et. al., 27th Symp. (Int.) Comb., pp2047, 1998
4. J.C.Hermanson et. al., Physics Fluids, Vol.12 No.5, pp1210, 2000
5. S.Obata, NAL SP-46, pp313, 2000
6. S.Obata et. al., AIAA Journal, Vol.38 No.11, pp2113, 2000
7. J.F.Haas et al., J. Fluid Mech., Vol 181, pp41, 1987
8. J.M.Picone et. al., J. Fluid Mech., Vol 189, pp23, 1988
9. I.A.Waitz et. al., AIAA 92-3550, 1992
10. J.Young et. al., AIAA J., Vol 31, No 5, pp854, 1993
11. S.R.Chakravarthy et. al., AIAA 85-0363, 1985
12. W.K.Anderson et. al., AIAA 85-0122, 1985

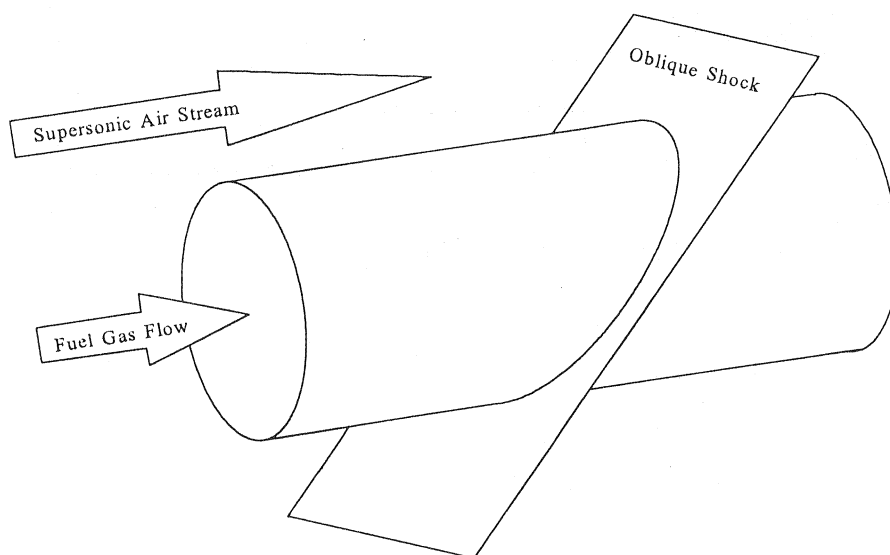


図1: 燃料流管へ入射する斜め衝撃波

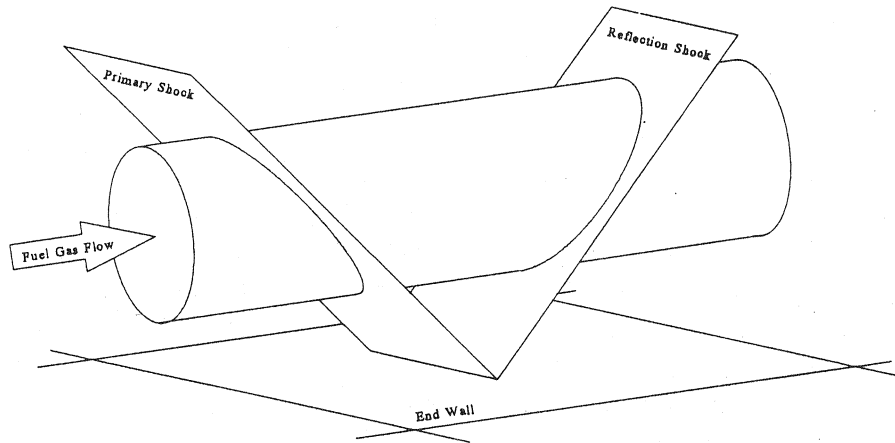


図2:燃料流管と固体壁で反射する斜め衝撃波(一次波と二次波)の干渉

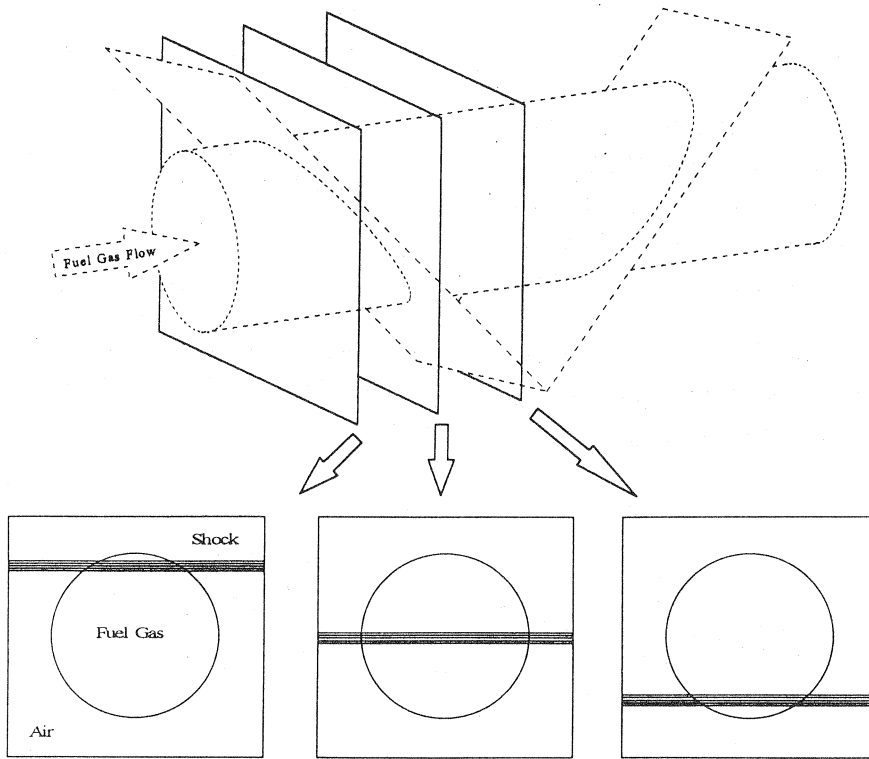


図3:斜め衝撃波の流管断面への投影

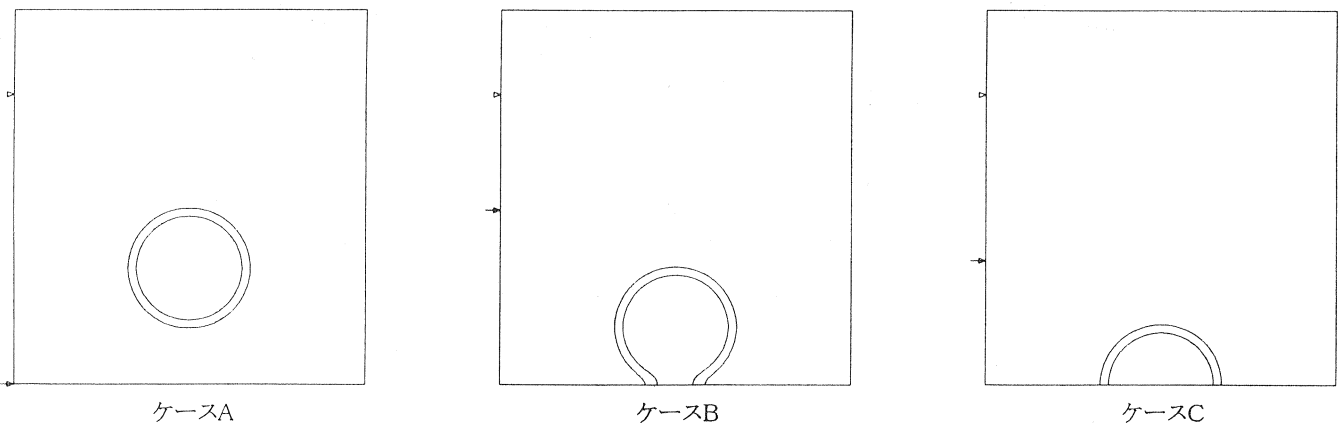


図4:ヘリウム-空気混合気の初期状態(密度等高線図: $\Delta = 0.4 \text{ [kg/m}^3\text{]}$)

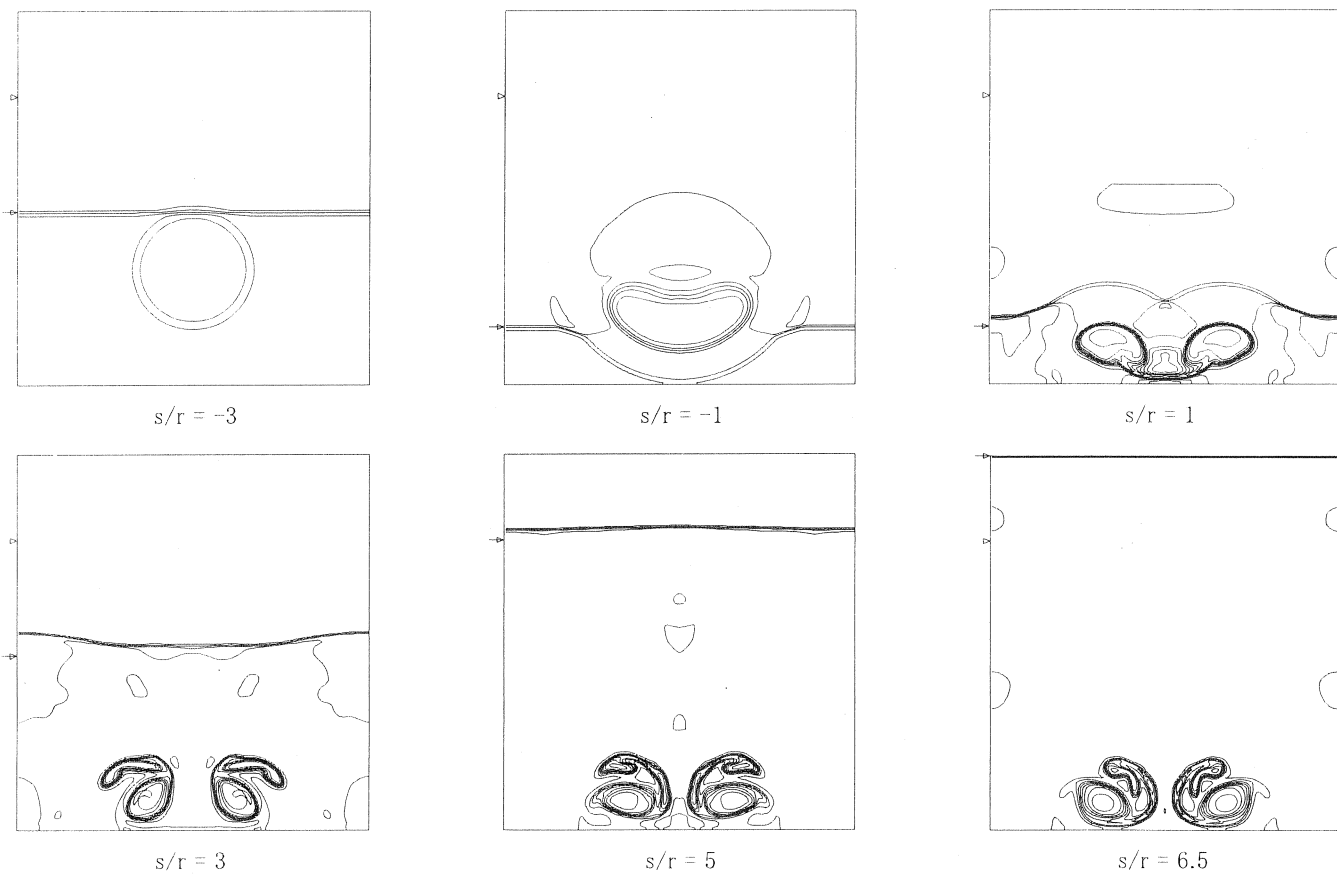


図5: 往復衝撃波通過によるケースAのヘリウム-空気混合過程 (当密度等高線図: $\Delta = 0.4[\text{kg/m}^3]$)

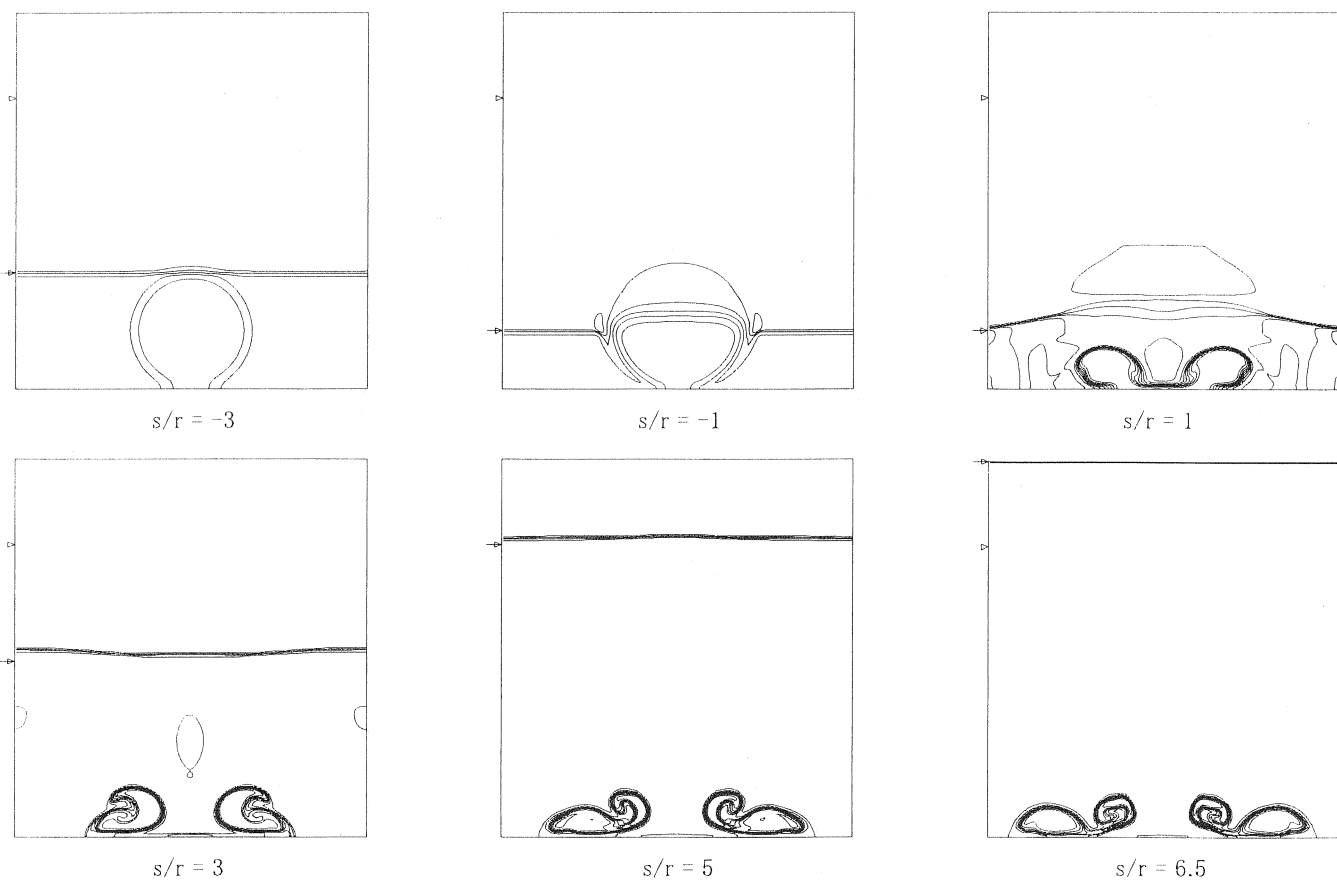


図6: 往復衝撃波通過によるケースBのヘリウム-空気混合過程 (当密度等高線図: $\Delta = 0.4[\text{kg/m}^3]$)

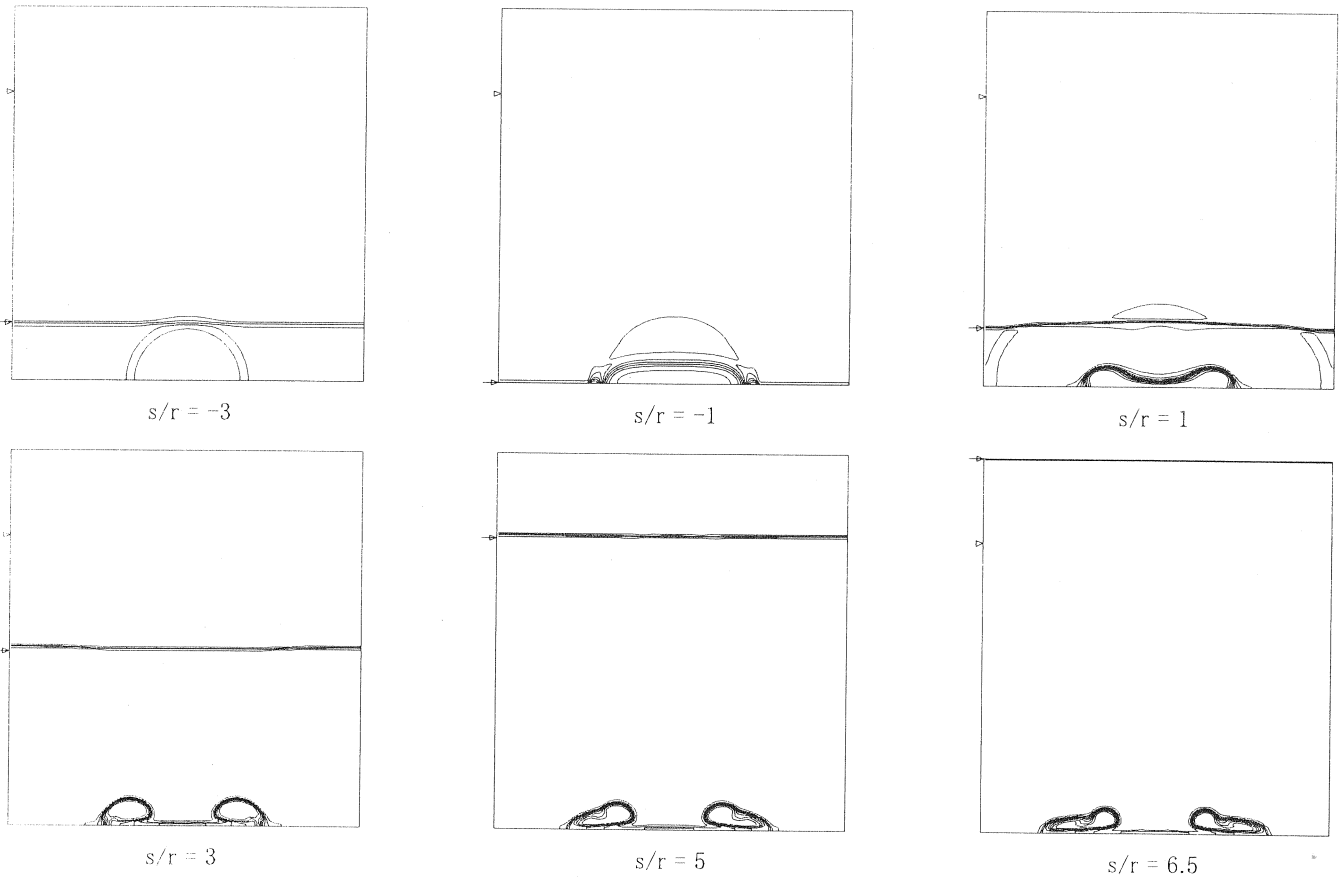


図7: 往復衝撃波通過によるケースCのヘリウム-空気混合過程 (当密度等高線図: $\Delta=0.4[\text{kg}/\text{m}^3]$)

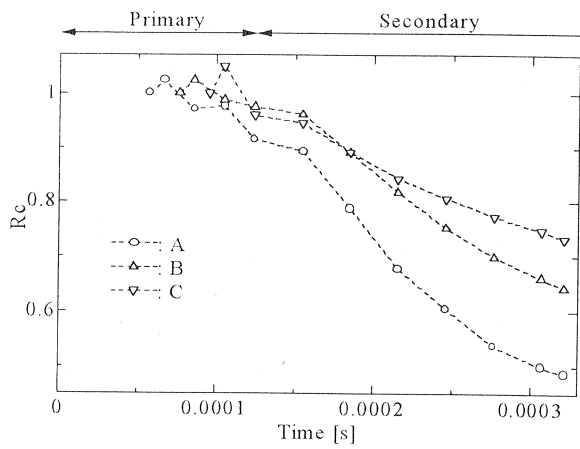


図8: 混合促進指数

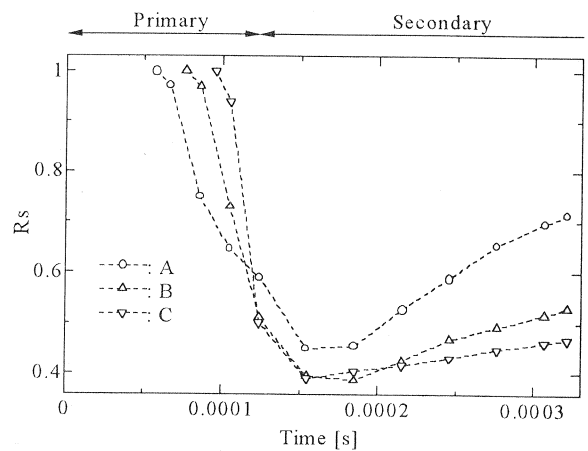


図9: 拡散占有指数