

# SST外翼上での横流れ擾乱の空間増幅

野村聡幸\*1, 黒田文武\*2

## Spatial Growth of Crossflow Disturbances on the SST Outer Wing

by

Toshiyuki Nomura\*1, Fumitake Kuroda\*2

### Abstract

In the experiments conducted at FHI, boundary-layer transition was observed on the outer wing of the SST half model. In many cases, boundary-layer transition on a swept wing has been caused by the growth of crossflow disturbances. Then, the spatial growth of crossflow disturbances on the outer wing is investigated using the prediction system of boundary-layer transition. The results show their growth is too small to cause transition. It is fairly possible that the transition observed in the experiments was caused by TS waves.

### 1. はじめに

富士重工の高速風洞でSST半裁模型を使った遷移計測試験が行われ、ホット・フィルムからの信号から外翼で境界層遷移が起きていることが明らかになった<sup>1)</sup>。一般に後退翼上の境界層遷移は横流れ渦と呼ばれる定在波の増幅によって起きるが、半裁模型の翼は横流れを抑制するように設計されている。そこで、境界層遷移予測システム<sup>2)</sup>を使って、定在波が外翼で遷移を起こすくらい十分に増幅するか調べた。

### 2. 境界層遷移予測システム

筆者が開発した境界層遷移予測システム<sup>2)</sup>は、Navier-Stokesコードによる圧縮性流れの計算、グローバル・コードによる初期擾乱の探索、空間進行コードによる擾乱の空間増幅の計算、 $e^N$ 法による空間増幅率の積分からなる。その積分値（ $N$ 値）に基づいて遷移開始位置が予測される。図1に予測システムのフローを示す。

#### 2.1 Navier-Stokesシミュレーション

Navier-Stokesコードの支配方程式は以下の保存型の薄層近似Navier-Stokes方程式である。

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \zeta} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} \quad (2.1)$$

上式を有限体積法で解く。非粘性流れをChakravarthy-OsherのTVDスキーム<sup>3)</sup>を用いて空間3次精度で計算し、粘性流れをGaussの定理を用いて空間2次精度で計算する。時間積分にはPulliam-Chausseeの対角化ADIスキーム<sup>4)</sup>を用いる。

#### 2.2 線形安定解析

瞬間的な流れは平均流と擾乱の和で表される。

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + \tilde{u}, \quad v = \bar{v} + \tilde{v}, \quad w = \bar{w} + \tilde{w}, \\ \rho &= \bar{\rho} + \tilde{\rho}, \quad T = \bar{T} + \tilde{T} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$\xi$ 方向に非平行な境界層中の擾乱は次式のように書ける。

$$\tilde{q}(\xi, \eta, \zeta, \tau) = \tilde{q}(\xi, \eta) \exp \left[ i \left\{ \int_{\xi_0}^{\xi} \alpha(\xi) d\xi + \beta \zeta - \omega \tau \right\} \right] \quad (2.3)$$

上式で  $\tilde{q} = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{T})^T$ ,  $\hat{q} = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{\rho}, \hat{T}, \hat{w})^T$  である。 $\xi$ 方向の空間安定性を調べるので、(2.3)式で実数の波数 $\beta$ と実数の振動数 $\omega$ は与えられ、複素数の波数 $\alpha$ が求められる。

(2.2)式と(2.3)式を(2.1)式に代入し、平均流のみからなる項と擾乱の振幅の積を含む項を除くと、以下の線形PSE (Parabolized Stability Equations) を得る。

$$D \hat{q} + A \frac{\partial \hat{q}}{\partial \xi} + B \frac{\partial \hat{q}}{\partial \eta} = V \frac{\partial^2 \hat{q}}{\partial \eta^2} \quad (2.4)$$

(2.4)式の境界条件は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \hat{u} = \hat{v} = \hat{w} = \hat{T} &= 0 \quad \text{at } \eta = 0, \\ \hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{\rho}, \hat{T} &\rightarrow 0 \quad \text{at } \eta \rightarrow \infty \end{aligned}$$

(2.4)式の  $\partial \hat{q} / \partial \xi$  は1次の後退差分で、 $\partial \hat{q} / \partial \eta$  と  $\partial^2 \hat{q} / \partial \eta^2$  は2次の中心差分で近似される。

グローバル・コードはMalikのグローバル法<sup>5)</sup>を空間安定性が扱えるよう改良したものである。境界層が局所的に平行であると仮定すると、 $\hat{q}$ は $\eta$ のみの関数となり、(2.4)式は以下のように書き換えられる。

$$D \hat{q} + B \frac{d \hat{q}}{d \eta} = V \frac{d^2 \hat{q}}{d \eta^2} \quad (2.5)$$

薄層近似Navier-Stokes方程式を用いたことで、 $\alpha$ につ

\*1 航空宇宙技術研究所

\*2 菱友計算株式会社

いては1次の項しか出てこない。

$$D = D' - \alpha D' \quad (2.6)$$

(2.6)式を(2.5)式に代入し、両辺に $D'^{-1}$ を掛ける。

$$D'^{-1} D' \hat{q} + D'^{-1} B \frac{d\hat{q}}{d\eta} - D'^{-1} V \frac{d^2 \hat{q}}{d\eta^2} = \alpha \hat{q} \quad (2.7)$$

離散化された(2.7)式は $\alpha$ を固有値、 $\hat{q}$ を固有関数とする固有値問題を表す。これにQR法を適用して得られた解から初期擾乱を選択する。

Bertolotti-Herbertの方法<sup>6)</sup>に基づくコードで擾乱を空間進行させる。(2.4)式で $\partial \hat{q} / \partial \xi$ を離散化する。

$$\left( D_j + \frac{1}{\Delta \xi} A_j \right) \hat{q}_j + B_j \frac{\partial \hat{q}_j}{\partial \eta} - V_j \frac{\partial^2 \hat{q}_j}{\partial \eta^2} = \frac{1}{\Delta \xi} A_j \hat{q}_{j-1} \quad (2.8)$$

離散化された(2.8)式の左辺を反転することで $\hat{q}_j$ を得る。

$D_j$ に含まれる $\alpha_j$ は $\alpha_{j-1}$ を初期値として次式で修正される。

$$\alpha_j^{\text{new}} = \alpha_j^{\text{old}} - i \frac{1}{E} \int \bar{\rho} \left( \hat{u}^\dagger \frac{\partial \hat{u}}{\partial \xi} + \hat{v}^\dagger \frac{\partial \hat{v}}{\partial \xi} + \hat{w}^\dagger \frac{\partial \hat{w}}{\partial \xi} \right) dV, \quad (2.9)$$

$$E = \int \bar{\rho} (|\hat{u}|^2 + |\hat{v}|^2 + |\hat{w}|^2) dV$$

上式で $V$ はセルの体積であり、添字 $\dagger$ は複素共役を示す。

(2.9)式は $\eta$ 方向に並んだセルに含まれる擾乱エネルギーの変化を $\alpha_j$ の変化に変換する。 $\alpha_j$ の変化が $10^{-8}$ 未満になるまで(2.8)式と(2.9)式は繰り返し解かれ、収束すると $j+1$ へ進む。

空間増幅率( $\alpha$ の虚部)を積分して $N$ 値を得る。

$$N = - \int_{\xi_0}^{\xi} \alpha_i(\xi) d\xi$$

$\beta$ と $\omega$ を固定して横流れ不安定性を扱う場合、平行流近似に基づく従来法では $N = 6 \sim 7$ で遷移が始まると考えられている<sup>7)</sup>。

### 3. 結果

富士重工の高速風洞で15.7%スケールのNEXST-1 (National Experimental Supersonic Transport-1) 半裁模型を使った遷移計測試験が行われた<sup>1)</sup>。主流マッハ数は2.0、主流と平均空力翼弦に基づくレイノルズ数は $4.7 \times 10^6$ である。翼上面の75%セミスパン位置に貼られたホット・フィルムにより、迎角 $0^\circ$ では約25%コード位置で、迎角 $2.7^\circ$ では約40%コード位置で境界層遷移の開始が認められた。そこで、前縁に垂直で迎角 $2.7^\circ$ での遷移開始位置を通る断面で局所無限翼近似を行い、上記2ケースに境界層遷移予測システムを適用して、定在波の空間増幅を調べた。主流と切り出した断面での翼弦長に基づくレイノルズ数は $1.73 \times 10^6$ である。流れ場の概略を図2に示す。

#### 3.1 後退翼上の境界層

翼表面の圧力分布を図3に示す。迎角 $0^\circ$ の翼上面では約25%コード位置まで順圧力勾配が続いており、ここで横流れが生じることがわかる。一方、迎角 $2.7^\circ$ の翼上面では前縁と後縁を除いて圧力がほぼ一定であり、横流れは小さいと推測される。

翼表面は断熱かつ滑りなしである。迎角 $0^\circ$ での外部流線方向の速度 $V_{sw}$ と横流れ速度 $V_{cf}$ の分布を図4に示す。分布は10%、30%、50%コード位置で描かれている。横流れ速度の分布は各位置で変曲点を持っており、境界層が横流れ不安定性を有していることがわかる。迎角 $2.7^\circ$ での外部流線方向の速度と横流れ速度の分布を図5に示す。横流れは迎角 $0^\circ$ の場合と比べて小さいが、各位置で複数の変曲点が存在している。

図6は横流れレイノルズ数 $Re_{cf}$ のコード方向の変化を示している。 $j = 249$ は幾何学的な前縁に、 $j = 356$ は50%コード位置に対応する。横流れレイノルズ数は次式で定義される。

$$Re_{cf} = \frac{|V_{cf}|_{\max} \delta_{0.1}}{v_e}$$

上式で $v_e$ は境界層端での動粘性係数、 $\delta_{0.1}$ は $|V_{cf}| / |V_{cf}|_{\max} = 0.1$ となる最大高さである。迎角 $0^\circ$ で横流れレイノルズ数は前縁から増加を続け、 $j = 326$ で最大となる。一方、迎角 $2.7^\circ$ で横流れレイノルズ数は増減を繰り返し、迎角 $0^\circ$ の場合ほど大きくならないし、突出した最大値も持たない。

#### 3.2 定在波の空間増幅

迎角 $0^\circ$ で $\omega = 0$ とし、 $\beta$ を5通りに設定して得られた定在波の空間増幅率のカーブを図7に示す。どのカーブも定在波が先ず減衰し、後に大きく増幅する様子を示している。また、 $\beta$ が大きくなるに従って減衰域は狭くなり、その一方で空間増幅率の最大値は小さくなる。空間増幅率が最大となる位置は横流れレイノルズ数が最大となる位置とほぼ一致する。 $\beta = -1.901467$ のカーブに見られる振動は空間進行コードの数値不安定性に起因するものである。

図7の空間増幅率を積分して得られた $N$ 値のカーブを図8に示す。 $\beta = -3.327565$ のカーブの $j = 354$ で $N$ 値は最大となり、 $N = 2.745922$ である。また、 $\beta = -2.662053$ のカーブの $j = 353$ で $N = 2.743973$ である。これらの値は遷移開始の目安とされる $N = 6 \sim 7$ に比べて小さいが、曲率を含めた計算のため、従来法より空間増幅率が小さく算出されていることに注意する。さらに、実験との相違点として、局所無限翼近似

を行っていることに加えて、ラフネスやコンタミネーションの影響を考慮していないことが挙げられる。初期振幅を大きくする要因があれば、外翼での定在波による遷移はあり得ると考える。

波長の境界層厚さに対する比  $\lambda/\delta$  と、外部流線方向と波数ベクトルの間の角度  $\psi$  を表 1 に示す。  $j$  は小さい方から順に不安定性開始位置、空間増幅率最大位置、解析終了位置を表す。  $\psi$  が約  $90^\circ$  になることや、  $\lambda/\delta$  が 3 程度になることは、横流れ渦について知られている事実と一致する。

迎角  $2.7^\circ$  で  $\omega = 0$  とし、  $\beta$  を 4 通りに設定して得られた定在波の空間増幅率のカーブを図 9 に、  $N$  値のカーブを図 10 に示す。  $\beta = -4.436754$  のカーブに見られる振動は空間進行コードの数値不安定性に起因するものである。ここで  $N$  値は 0.5 程度にしかならず、定在波による遷移は考えられない。実験では遷移が起きているが、これは TS 波の増幅によるものと推測される。

#### 4. まとめ

富士重工の高速風洞で行われた遷移計測試験と同条件下で、NEXST-1 半裁模型の外翼に境界層遷移予測システムを適用し、定在波の空間増幅を調べた。迎角  $0^\circ$  で  $N$  値は 3 未満であるが、ラフネスやコンタミネーション等の初期振幅を大きくする要因があれば、定在波による遷移はあり得ると考える。一方、迎角  $2.7^\circ$  で  $N$  値は 0.5 程度にしかならず、定在波による遷移は考えられない。実験では遷移が起きているが、これは TS 波の増幅によるものと推測される。

#### 参考文献

- 1) 杉浦裕樹, 野口正芳, 高木正平, 徳川直子, 西沢啓: 小型超音速実験機の遷移特性, 日本航空宇宙学会第 31 期年会講演集, pp. 170-173, 2000.
- 2) Nomura, T.: Development of a System for Prediction of Boundary-Layer Transition, NAL TR-1397T, 2000.
- 3) Chakravarthy, S. R.: Development of Upwind Schemes for the Euler Equations, NASA CR-4043, 1987.
- 4) Pulliam, T. H. and Chaussee, D. S.: A Diagonal Form of an Implicit Approximate-Factorization Algorithm, J. Comput. Phys., Vol. 39, pp. 347-363, 1981.
- 5) Malik, M. R.: Finite-Difference Solution of the Compressible Stability Eigenvalue Problem, NASA CR-3584, 1982.
- 6) Bertolotti, F. P., Herbert, Th., and Spalart, P. R.: Linear and Nonlinear Stability of the Blasius Boundary Layer, J. Fluid Mech., Vol. 242, pp. 441-474, 1992.

- 7) Arnal, D.: Boundary Layer Transition: Predictions Based on Linear Theory, AGARD Report 793, pp. 2-1 to 2-63, 1994.

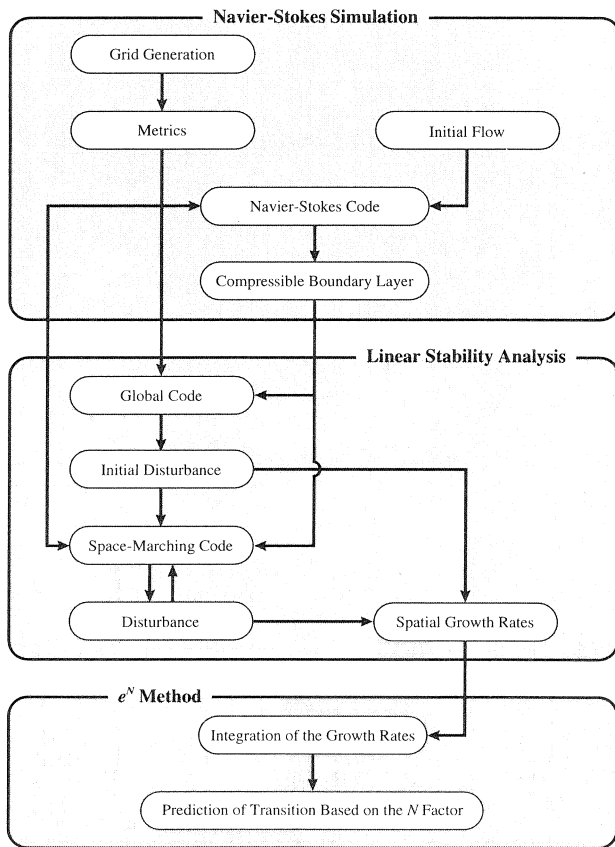


図1 境界層遷移予測システムのフロー

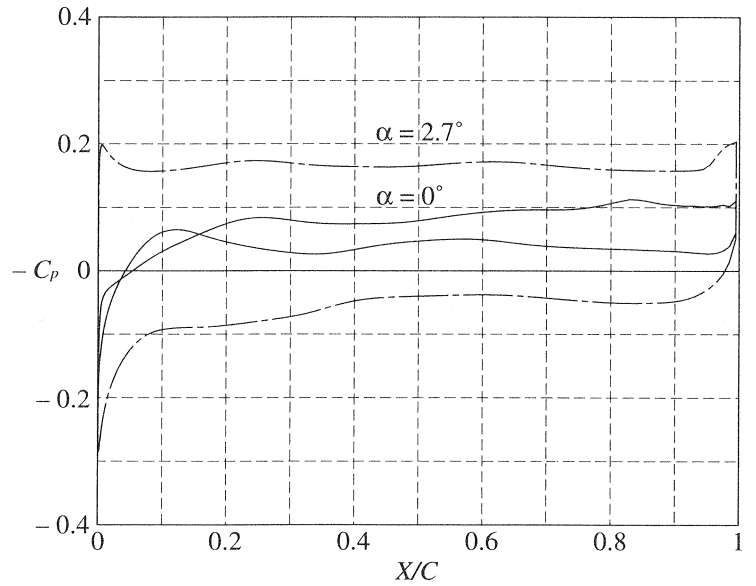


図3 翼表面の圧力分布

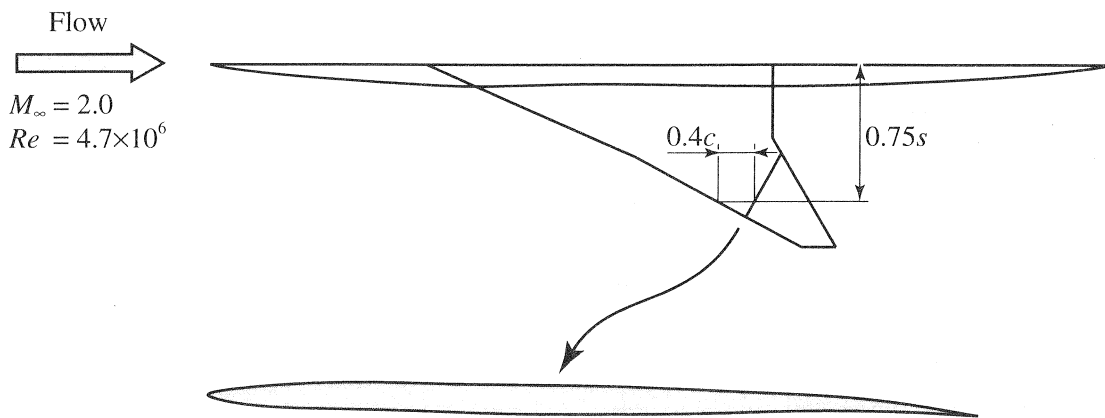


図2 NEXST-1半裁模型の外翼断面

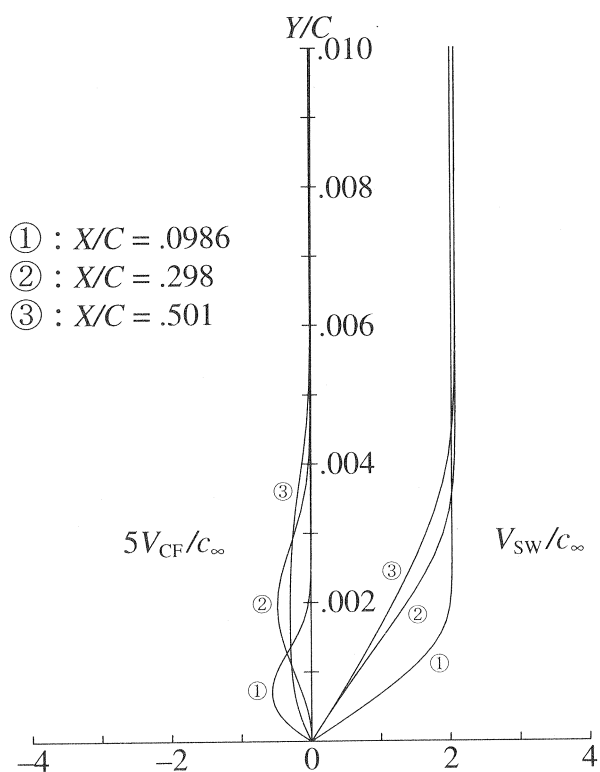


図4 迎角 $0^\circ$ での速度分布

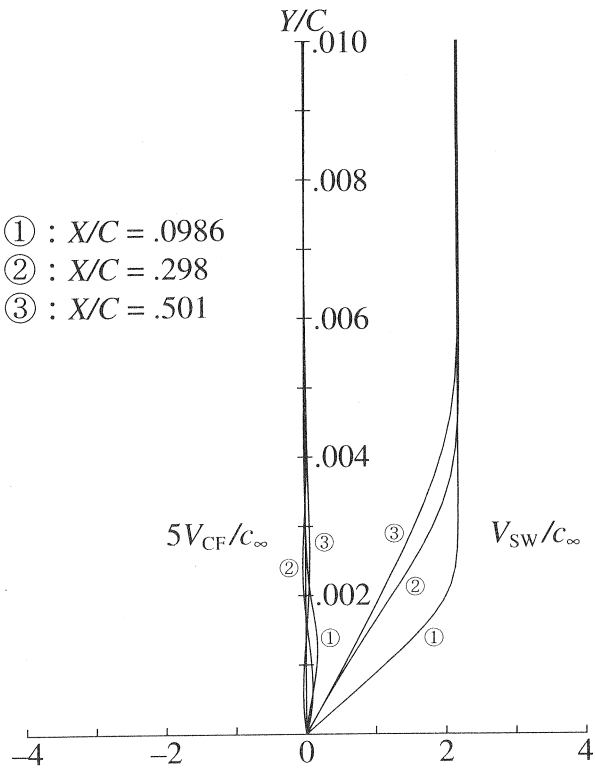


図5 迎角 $2.7^\circ$ での速度分布

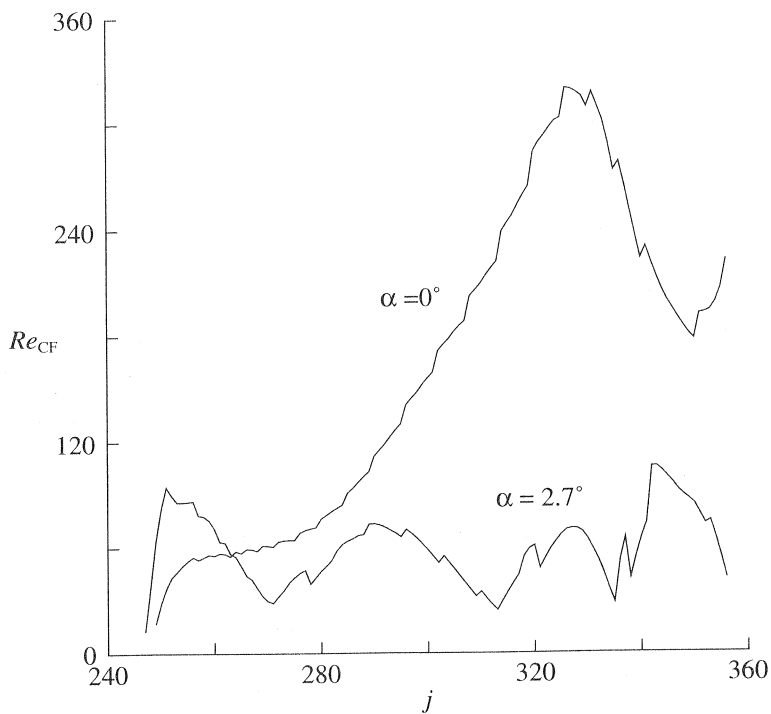


図6 横流れレイノルズ数

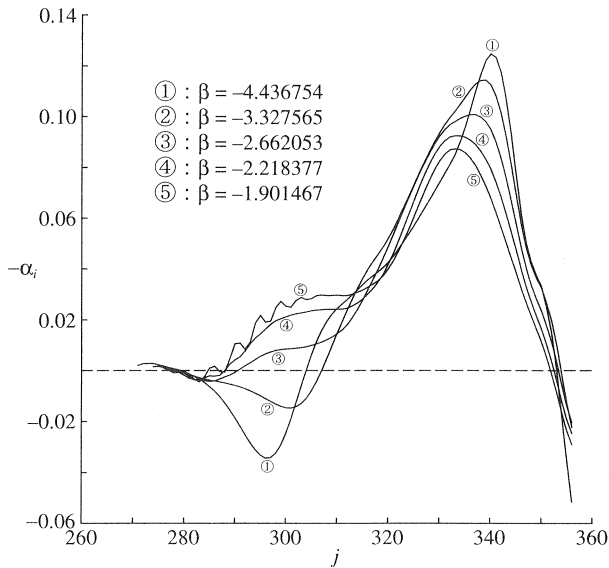


図7 迎角 $0^\circ$ での空間増幅率

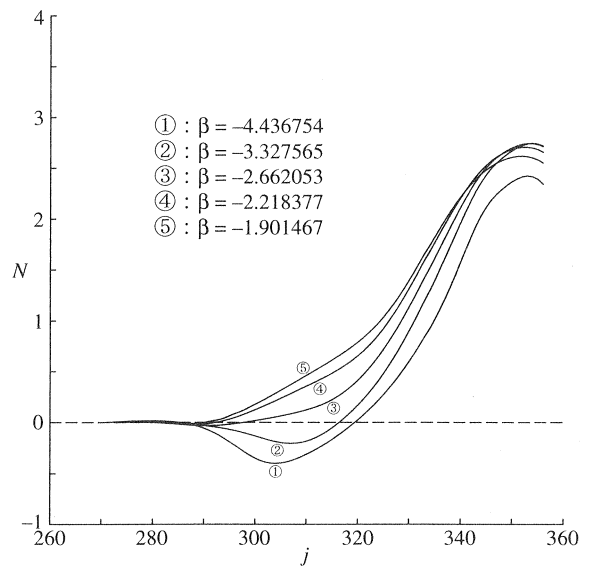


図8 迎角 $0^\circ$ でのN値

表1 定在波の波長と波角

1) $\beta = -3.327565$				2) $\beta = -2.662053$			
$j$	274	339	356	$j$	276	337	356
$\lambda/\delta$	7.36	2.26	2.03	$\lambda/\delta$	9.37	3.16	2.54
$\psi$	$91.4^\circ$	$90.6^\circ$	$90.6^\circ$	$\psi$	$91.8^\circ$	$90.6^\circ$	$90.5^\circ$

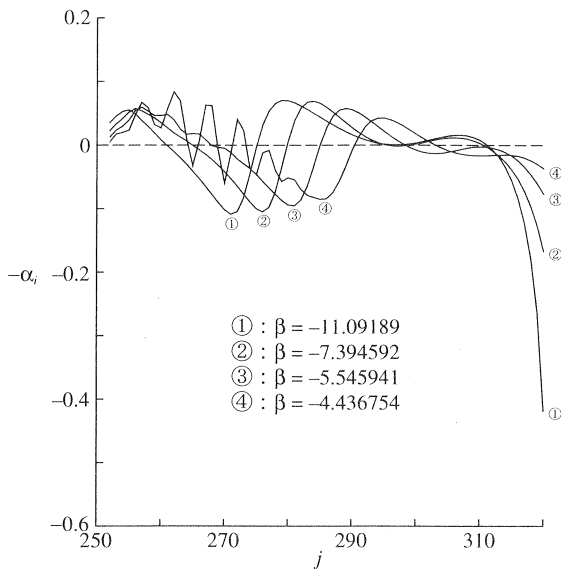


図9 迎角 $2.7^\circ$ での空間増幅率

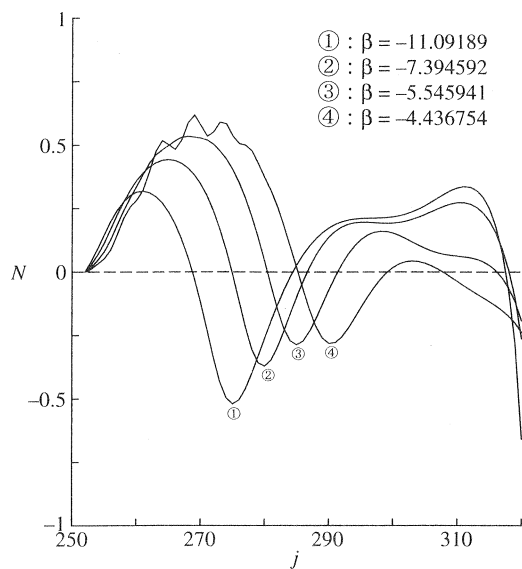


図10 迎角 $2.7^\circ$ でのN値