

圧縮性境界層の安定性：定在攪乱と楔状波動攪乱

西藤直人（都科技大），浅井雅人（都科技大），伊藤信毅（航技研）

Stability of Compressible Boundary Layers: Stationary Disturbances and Wave Development from an Oscillating Point Source

Naoto Saitoh^{*}, Masahito Asai^{*}, Nobutake Itoh^{**}

^{*} Department of Aerospace Engineering, Tokyo Metropolitan Institute of Technology

^{**} National Aerospace Laboratory

ABSTRACT

Linear stability of compressible boundary layers is studied theoretically. First examined is the stability of three-dimensional boundary layers represented by a family of the Falkner-Skan-Cooke profiles to stationary disturbances at Mach numbers 0.2 and 2.0. The characteristics of stationary instability modes are found to be little influenced by the compressibility when the cross-flow instability is dominant. Next examined is the development of wave disturbances from an oscillating point source in two-dimensional boundary layers at Mach numbers from 0.2 to 2.0. The kinematic wave theory is applied to describe the wave propagation. The analysis clearly demonstrates the differences in the development of the excited waves between the subsonic and supersonic boundary layers.

Key Words: Flow Instability, Compressible Three-Dimensional Boundary Layers, Stationary Disturbances, Wave Propagation

1 序論

後退翼上の境界層の乱流遷移は，前縁コンタミネーションを抑制した場合，前縁近くの順圧力勾配領域に発達する三次元境界層のクロスフロー不安定に支配される¹⁾．クロスフロー不安定には進行波モードと定在渦モードが存在するが，静穏気流中を巡航する際には，前縁近くでの表面粗さに起因する定在型クロスフロー不安定攪乱（縦渦）の発達が遷移に大きな影響を持つことが知られている²⁾．したがって，後退翼の層流化を考える上で定在型攪乱の成長の予測とその抑制制御は不可欠であると考えられる．本研究ではまず，主流マッハ数が 2.0 までの圧縮性境界層を Falkner-Skan-Cooke 型相似解により表し，定在型攪乱の増幅に対する圧縮性の影響を解析する．

また，孤立的な表面粗度は，主流中の乱れと協力して波動攪乱を生む原因にもなる．その場合，励起された波動攪乱は孤立粗度から楔状に成長し下流に伝播していく．そこで，次に，圧縮性平板境界層を対象として，点源から単一周波数の振動攪乱を導入し，攪乱伝播理論³⁾を用いて波動の成長・伝播を解析する．

2 定在型攪乱に対する安定性

基本流は，Falkner-Skan-Cooke 型相似解⁴⁾を Illingworth-Stewartson 変換⁵⁾により圧縮性境界層に拡張したものである．ただし，断熱壁を仮定し，粘性係数は温度の 1 次式で近似している．解析は，外部流のマッハ数 $M_e = 0.2$ の亜音速と $M_e = 2.0$ の超音速境界層について行なった．

図 1 は座標系である． U_1 と U_2 はそれぞれ主流方向 (x_1) および横流れ方向 (x_2) の速度成分であり， U_{2m} は横流れ成分の最大値を表す．なお，境界層高さ方向は 95% 厚さで無次元化している．

線形攪乱方程式においては，攪乱は次のように表わされる．

$$u' = \hat{u}(x, y, z) \exp(i\Theta), \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{\partial \Theta}{\partial x}, \beta = \frac{\partial \Theta}{\partial y}, \omega = -\frac{\partial \Theta}{\partial t} \quad (2)$$

α, β はそれぞれ x 及び y 方向の複素波数， ω は周波数である．攪乱振幅が壁面および無限遠方において

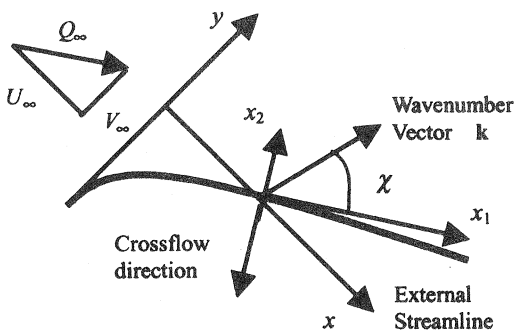
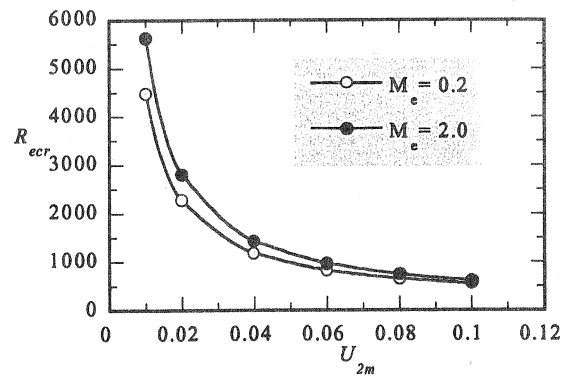
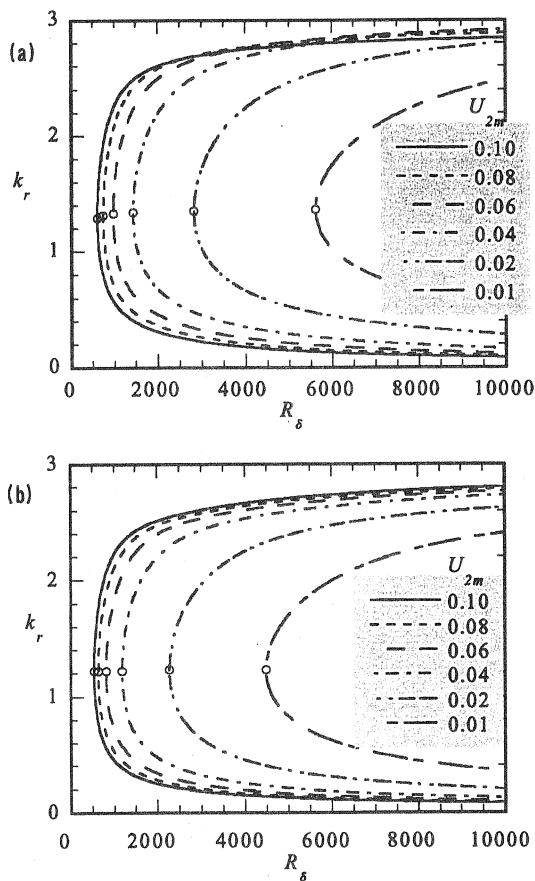


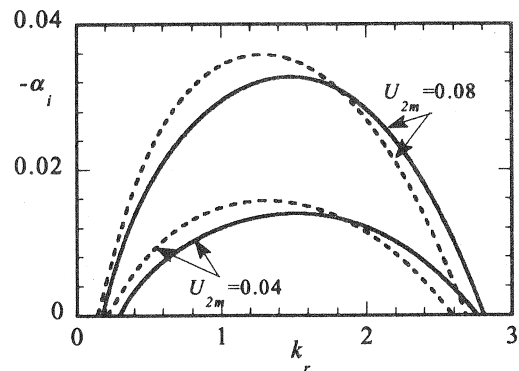
図1 三次元境界層に対する座標系

図3. 臨界レイノルズ数 $R_{\delta cr}$ と横流れ速度成分 U_{2m} との関係図2. 中立安定曲線. (a) $M_e=2.0$, (b) $M_e=0.2$

0 であるという境界条件を課すと、基本流のパラメータ M_e に依存し $\alpha, \beta, \omega, Re$ を関連づける分散方程式

$$F(\alpha, \beta, \omega, Re; M_e) = 0 \quad (3)$$

が得られる。ただし、定在型攪乱では $\omega = 0$ である。

図4. 増幅率 $-\alpha_i$ と波数 k_r の関係 ($R_\delta = 5000$). 実線 $M_e=2.0$, 点線 $M_e=0.2$

また、攪乱は外部流線方向にのみ増幅すると仮定 ($\beta_i = 0$) する。なお、安定計算には Mack⁶⁾の方法を用いた。

図2(a)は、 $M_e = 2.0$ の場合の中立安定曲線を示している。縦軸は波数 $k_r = \sqrt{\alpha_r^2 + \beta_r^2}$ である。 $U_{2m} = 0.01$ となる流れ場においては不安定領域が $R_\delta = 5600$ を超えたところにあるが、 U_{2m} が 0.02 に増加すると、臨界レイノルズ数 $R_{\delta cr}$ は半分の 2800 にまで減少する。 $U_{2m} \geq 0.04$ の場合には $R_{\delta cr}$ はさらに減少し、 $U_{2m} = 0.08$ と 0.10 ではそれぞれ 740 および 610 になる。また、横流れ成分が $U_{2m} \geq 0.04$ の流れにおいては、不安定領域は臨界レイノルズ数近くを除いてほとんど変わらなくなる。これは、クロスフロー不安定が本質的に変曲点型横流れ速度分布に支配されることによる。図2(b)は $M_e = 0.2$ の流れに対する中立安定曲線である。 $R_{\delta cr}$ は $U_{2m} = 0.01$ と 0.10 に対しそれぞれ 4500 および 550 となり、 $M_e = 2.0$ の場合に比べ $R_{\delta cr}$ が少し減少する（圧縮性が僅かに安定化に作用）ことを除いて $M_e = 2.0$ の結果と同様で

ある。特に、横流れ不安定が支配的になる $U_{2m} \geq 0.04$ に対しては、マッハ数の影響はほとんど無いことも認められる。

図3は、臨界レイノルズ数 $R_{\delta cr}$ の横流れ成分 U_{2m} に対する変化である。マッハ数 0.2 と 2.0 とともに、 $U_{2m} \geq 0.04$ の場合には $R_{\delta cr}$ はほとんど減少しないが、 U_{2m} が 0.04 を下回ると、 $R_{\delta cr}$ が急激に増加してゆき、定在攪乱が増幅し得る U_{2m} は 0.01 を少し下回る程度と推察される。

図4は、レイノルズ数 $R_\delta = 5000$ において、 $U_{2m} = 0.04$ および 0.08 に対する増幅率 ($-\alpha_i$) を示す。 $U_{2m} = 0.04$ と 0.08 の両ケースとも波数 $k_r = 1.5$ ($M_e = 2.0$)、 $k_r = 1.3$ ($M_e = 0.2$) で最大増幅率をとる。この増幅定在攪乱の波面角(図1の χ)は 90° に近く、外部流方向の軸を持つ縦渦の形をとる。それゆえ、最も増幅する定在クロスフロー渦のスパン方向間隔は横流れ成分の大きさによらず境界層厚さの4~5倍であることを示す。ここで、定在型攪乱が最大増幅率をとる波数はレイノルズ数の影響をさほど受けないことを追記する。また、 $M_e = 0.2$ での増幅率の値も $M_e = 2.0$ の場合と比較して 10% 程度大きいだけであり、圧縮性の影響は弱い。これは定在型攪乱が大きな波面角を有し、波数ベクトル方向を見ると流れ場は主流マッハ数 2.0 においても亜音速であることに起因すると考えられる。これは、波動攪乱の場合^{7,8)}も同様であることを追記する。

3 楔状波動攪乱の伝播特性

楔状波動伝播の解析に用いる基本流はマッハ数 0.2, 0.8, 1.2, 2.0 の二次元境界層である。

空間的に実現可能な解を抽出するための条件を導出する。まず、適合条件式が(1)式から求められる。

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\partial \beta}{\partial x}, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \frac{\partial \beta}{\partial t} = -\frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (4)$$

今回は時間的に周期攪乱を励起するため波数・周波数は時間的に変化しないことを考慮し(4)式を整理すると、次式が得られる。

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} - \frac{\partial \alpha}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

(5)式は波数 β が次で定義される特性曲線上で一定であることを示す(図5参照)。

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial \alpha}{\partial \beta} \equiv c(x; \beta, \omega) \quad (6)$$

ここで c は複素群速度であり、複素空間に拡張したことによる実現条件は以下ようになる。

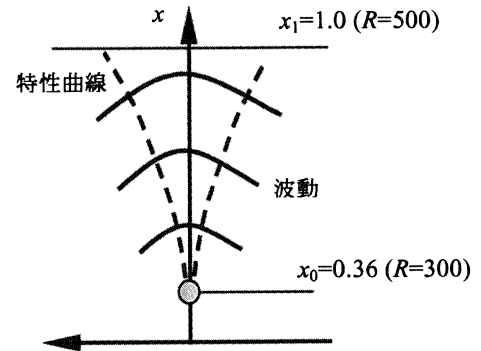


図5. 点源からの波動攪乱の発達

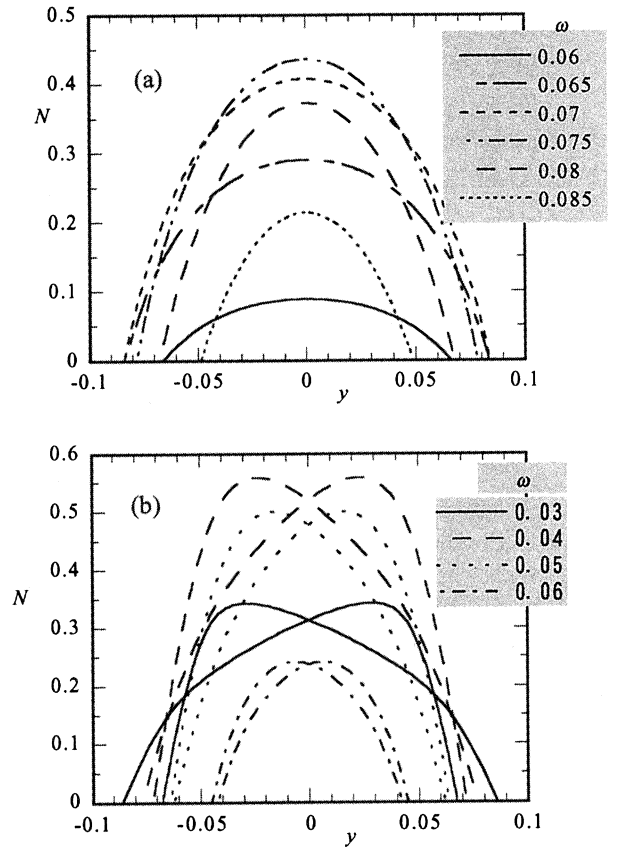


図6. N 値のスパン方向分布 ($x = 1.0$). (a) $M_e = 0.2$, (b) $M_e = 2.0$

$$y_i = \int_{x_0}^{x_1} c_i(x; \beta, \omega) dx = 0 \quad (7)$$

ただし、 x_0 は攪乱導入位置の x 座標、 x_1 は攪乱検出位置の x 座標を示す。攪乱を $x_0 = 0.36$ ($R = 300$)

にて導入し $x_1 = 1.0$ ($R = 500$) で検出する (図5).
 ここでは, 座標はすべて境界層代表厚さ
 $\delta = \sqrt{\mu_e x / u_e \rho_e}$ (添字 e は外縁での値) でスケール
 されており, レイノルズ数もこの δ に基づく.

まず, 攪乱の増幅特性について述べる. 増幅の度
 合いを表現する指標として N 値を用いるが, 定義は
 次の通りである.

$$N \equiv - \int_{x_0}^{x_1} \alpha_i dx - \beta_i y_r \quad (8)$$

図6(a)は外縁マッハ数 $M_e = 0.2$ での $x_1 = 1.0$ で求め
 られた N 値のspan方向分布であり, 攪乱周波数を
 パラメータとして示している. $y = 0$ (中心線) 対
 し軸対称であること, 低周波数攪乱は N 値自身が小
 さいもののspan方向に大きく伝播することが特徴
 である. 図6(b)は $M_e = 2.0$ での N のspan方向分布
 であり, 攪乱の増幅は $y = 0$ に対し非対称になる.
 $M_e = 0.2, 0.8, 1.2, 2.0$ について計算を行ったが, 対
 称性が崩れ始めたのは $M_e = 1.2$ からである. また,
 低周波数攪乱はspan方向に比較的大きく伝播する
 点は $M_e = 0.2$ と同様である.

次に波動パターンを比較する. 図7(a)と7(b)はそ
 れぞれ $M_e = 0.2$ と 2.0 に対す xy 平面上での攪乱の速
 度変動の瞬間分布である. 攪乱周波数は $M_e = 0.2$ で
 は $\omega = 0.075$, $M_e = 2.0$ で $\omega = 0.045$ を採用した.
 $M_e = 0.2$ ではspan方向に対称な波動パターンが
 出現しているが, $M_e = 2.0$ ではspan中心から離れ
 た位置で最大振幅をとる斜行波パターンが発達する
 様子がわかる. このような波動パターンの違いは,
 非圧縮境界層の最大増幅攪乱は二次元波動であるの
 に対し, マッハ数2の超音速境界層では波面角 60°
 程度の斜行波が最も増幅しやすいことによる.

4 結言

圧縮性境界層の安定性を, 横流れを伴う場合の定
 在型攪乱の増幅特性と, 局所振動源からの波動の発
 達の2つについて解析した. 定在型攪乱については,
 横流れ速度成分の最大値が主流の4%以上になると,
 攪乱の構造および増幅特性ともに圧縮性の影響は小
 さくなる. 一方, 二次元平板境界層においては, 点
 源攪乱の伝播特性の結果が示すように, 増幅特性な
 らびに波面構造はマッハ数に強く依存する.

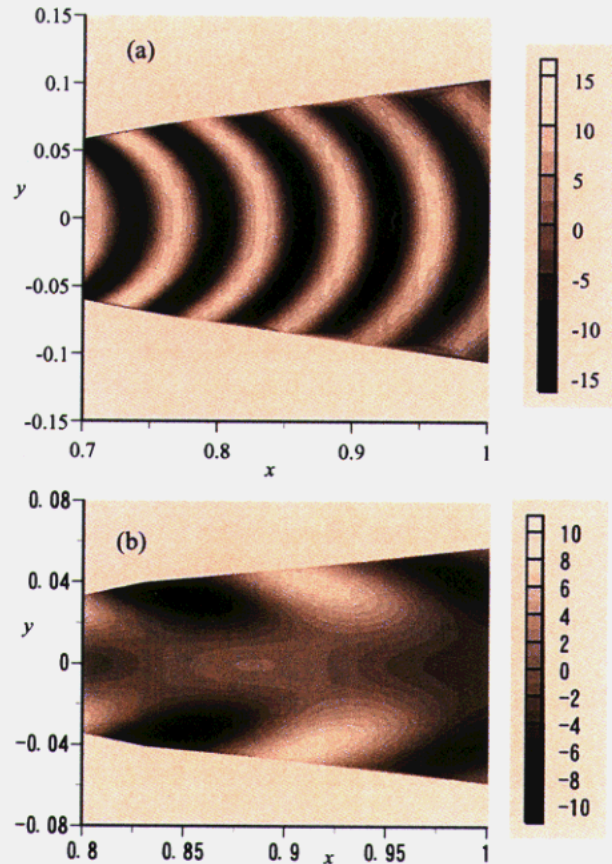


図7. u 変動の等値線図 (任意スケール).
 (a) $M_e = 0.2$ ($\omega = 0.075$), (b) $M_e = 2.0$ ($\omega = 0.045$)

引用文献

- 1) Reed, H.L. and Saric, W. S.: Ann. Rev. Fluid Mech. 21 (1989) pp.235-284.
- 2) Bippes, H.: Laminar-Turbulent Transition (eds. D. Arnal and R. Michel) (1990) pp. 419-430
- 3) Itoh, N.: Fluid Dyn. Res. 18 (1996) pp.337-354.
- 4) Rosenhead, J.P.: Boundary Layers, Oxford (1963).
- 5) Schlichting, H.: Boundary Layer Theory, McGraw-Hill (1979).
- 6) Mack, L.M.: AGARD Report, No. 709 (1984).
- 7) Balakumar, P. and Reed, H.L.: Phys. Fluids, A3 (1991) pp. 617-632.
- 8) Asai, M., Saitoh, N., Seino, H. and Itoh, N.: Trans. Jpn. Soc. Aeron. Space Sci., 42 (1999) pp. 76-84.