

独立に回転する同心二球間の流れ

中林 功一, 土田陽一(名工大)

Flow between two independently rotating concentric spheres

K. Nakabayashi*, Y. Tsuchida*

* Dept. of Mech. Eng., Nagoya Institute of Technology,

ABSTRACT

The laminar-turbulent transition of spherical Couette flow between two independently rotating concentric spheres for the gap ratio 0.14 where the Taylor instability occurs was investigated by simultaneous spectral and flow-visualization measurements. The conclusions are as follows. Rotation frequencies of disturbances do not so depend on the ratio of the outer- to the inner-sphere rotating Reynolds number if they are non-dimensionalized by the mean rotation frequency of both spheres. Herring-bone waves and wavy shear waves appear with increasing rotation effect for the co-rotating spheres, while spiral vortices and twists appear with increasing shear effect for the counter-rotating spheres. Flow regimes and their occurrence-region in the plane of the inner- and outer-sphere rotating Reynolds numbers differ by the Reynolds-number history.

Key Words: transition, spherical Couette flow, Taylor instability

1. 緒言

本研究は、内、外球が独立に回転する場合の同心二球間流れの層流-乱流遷移に関する研究である。内、外円筒回転の同心二円筒間流れに関する類似の研究は、Coles¹⁾をはじめとして Andreckら²⁾により研究され、内、外円筒が同方向および逆方向に回転する場合に生じる多様なかく乱(渦や波動)の構造や流れモード線図、進行波動の位相速度ならびに一次不安定の中立安定曲線について明らかにされている。

一方、同心二球間流れについては、著者らが内、外球の回転速度比の組み合わせによって生じる二次流れの構造について数値的に考察している³⁾。また、Yavorskayaら⁴⁾は、テイラー不安定が生じるすきま比 β が約0.3以下の場合において、まず外球回転により発達させた層流基本流の状態から内球回転を付加させたときに生じる一次不安定およびより高次の不安定について実験的に考察し、内、外球の回転レイノルズ数のパラメータ面における流れモード線図の概略を明らかにしている。

さらに、一次不安定の中立安定曲線については、数値シミュレーションを行い、実験結果との良好な一致を得ている。Wimmer⁵⁾は、 $\beta = 0.0256, 0.111$ の場合において、環状 TG 渦が生じる一次不安定の中立安定曲線について実験的に考察し、 β が小さい場合はその曲線が二円筒間流れで用いられた計算法によって求められる結果によく一致することを示した。Zikanov⁶⁾は、 $\beta = 0.11$ の場合について、線形安定理論および数値シミュレーションにより環状およびスパイラル TG 渦が生じる一次不安定の中立安定曲線を求め、上述の Yavorskayaら⁴⁾の実験結果を検証した。以上のように、一次不安定については解明が進んでいるが、より高次の不安定によって生じる流れモードについては不明な点が多く、かく乱の回転周波数(位相速度)については報告がない。

本研究では、テイラー不安定が生じる $\beta = 0.14$ の場合において、超臨界状態の流れモード、かく乱の回転周波数について実験的に考察する。さらに、内、外球の回転レイノルズ数の履歴経路が超臨界流れモードに及ぼす影響についても考察する。

主な記号

- f : 内球回転周波数で無次元化したかく乱の周波数 = f/f_1
- f_1, f_0 : 内, 外球の回転周波数
- f_n : 内球回転周波数で無次元化したかく乱の基本周波数(表 1 参照) = f_n/f_1
- \bar{f}_n : 内, 外球の平均回転周波数で無次元化したかく乱の基本周波数 = $f_n / \{ (f_1 + f_0) / 2 \}$
- \bar{f}_n/m : 内, 外球の平均回転周波数で無次元化したかく乱の回転周波数(位相速度)
- n : かく乱の波数(表 1 参照)
- $P(f)$: 発光ダイオードの散乱光パワースペクトル
- R_i : 内球の回転レイノルズ数 = $2 \pi R_1^2 f_1 / \nu$
- R_i^* : 内球の回転レイノルズ数比 = R_i / R_{ic}
- R_{ic} : 外球静止時のテイラー不安定の臨界レイノルズ数
- R_o : 外球の回転レイノルズ数 = $2 \pi R_2^2 f_o / \nu$
- R_o^* : 外球の回転レイノルズ数比 = R_o / R_{ic}
- R_1, R_2 : 内, 外球半径
- θ : 天頂角(余緯度)
- β : すきま比 = $(R_2 - R_1) / R_1$

2. 実験装置および方法

図 1 は実験装置を示す。作動流体は、水またはグリセリン水溶液(質量濃度 50%)である。本研究では、準静的なレイノルズ数の履歴経路が流れモードに及ぼす影響について考察するため、内, 外球の回転レイノルズ数 R_i, R_o の変化率とともに 0.5 1/s 以下の微小量に抑えて準静的遷移過程を実現させた。なお、外球を静止させた状態で内球を準静的に加速した場合にテイラー不安定が現れる内球の回転レイノルズ数の臨界値 R_{ic} は 880 である。かく乱の波数, 基本周波数, 回転周波数は、トレーサ粒子(アルミニウム粉末)を用いた可視化および散乱光の同時測定によるかく乱解析法⁷⁾により求めた。

3. 実験結果および考察

3.1 流れモード遷移 図 2 は、外球を静止させた状態($R_o^* = 0$)でまず内球を静止状態から $R_i^* (> 0)$ に対応する回転数まで準静的に加速し、その後、 R_i^* を一定に保ったまま外球を R_o^* の回転数まで準静的に加速したときに得られる流れモードを、 R_i^* と R_o^* に対して示したものである。図中の CT, CWT 等の流れモードを表すラベルは、流れモードを構成するかく乱のラベル(表 1 参照)を組み合わせて作られている。内, 外球が同方向に回転する $R_o^* > 0$ の場合、 $R_i^* < 4$ では、 R_o^* の増大による流れモードの遷移は、外球静止での

表 1 本研究で観察されたかく乱 (L. : Label; n: Wavenumber; f_n : Fundamental frequency; * : Similar to CCF⁽¹⁾⁽²⁾)

L.	Kind of disturbance	n	f_n
B	Basic flow	-	-
C	Chaos	-	-
H	Herring-bone waves	H_B	f_{HB}
M	Modulation of azimuthal waves	k	f_M *
S	Spiral TG vortices	S_P	f_S
S _h	Shear waves	S_H	f_H
S _v	Spiral vortices at the equator	S_V	f_{SV} *
S _{wh}	Wavy shear waves	S_{WH}	f_{WH}
T	Toroidal TV vortices	N	- *
T _w	Twisted toroidal TV vortices	T_W	f_T *
W	Traveling azimuthal waves	m	f_W *
W _i	Traveling azimuthal waves on an inflow boundary	m	f_{WI} *

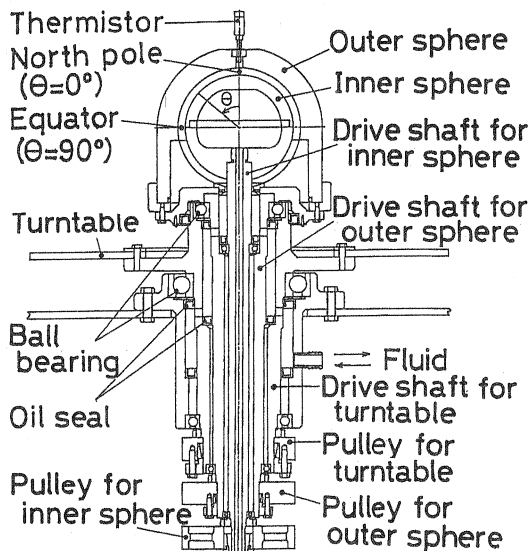


図 1 実験装置

R_i^* の増大に伴う遷移とは逆の方向に進み、外球回転による安定効果が明らかである。しかしながら、 $R_i^* > 4$ では、そのような形の遷移とはならない。それは、外球静止の場合には生じない新たなかく乱、H(ヘリングボーン波動)、W_i(環状 TG 渦の内向き渦境界にのみ生じる進行波動)および S_{wh}(波状せん断波動)が発生するからである。

ヘリングボーン波動 H は Yavorskaya ら⁴⁾により赤道付近で発見された矢はず模様のかく乱で、極から赤道におよぶ二次流れ領域の、赤道で内球に外接する円筒付近に発達するせん断層の不安定によって生じ、内, 外球の回転方向に一定の位相速度で移動するかく乱である。Yavorskaya らは H の

波数 H_B や位相速度 f_{HB}/H_B を明らかにしていないが、本研究では $H_B = 20-25$, $f_{HB}/H_B = 0.71-0.82$ の値を得た。

W_i は環状 TG 渦 ($N=2$) の内向き渦境界にのみ生じる進行波動であり、このとき外向き渦境界には進行波動が生じないという点で、 W_i は内向きおよび外向き渦境界の両方に生じる進行波動 W とは明らかに相違する。なお、 W_i は回転二円筒間流れで報告されている WIB (wavy inflow boundary)²⁾ に類似のかく乱である。

波状せん断波動 S_{wh} は外球静止の場合に二次流れ領域に観察されるせん断波動 S_h ⁸⁾ が波状となったもので、せん断波動と同様に外球近くの二次流れによるねじれ境界層に生じる粘性型不安定に基づく T-S 波のようなもの⁹⁾ と考えられる。

一方、内、外球が逆方向に回転する $R_o^* < 0$ の場合は、 $R_i^* < 1.7$ では前述の同方向回転での低レイノルズ数での逆の方向に進む遷移と同様の遷移が見られるが、 $R_i^* > 1.7$ ではそのような形の遷移とはならない。これは、 $|R_o^*|$ の増大に伴うせん断作用の増加により流れ状態が明確に規定できない流れモード (indefinite regime) となるためである。しかしながら、 $R_i^* = 2$ 付近では、 $|R_o^*| > 1.8$ で再び明確な流れモードのスパイラル渦 S_v が現れる。 S_v は、渦軸まわりの自転方向の点で、スパイラル TG 渦 S とは明らかに異なる。すなわち、 S_v の自転方向は各半球上のすべての渦で同じであるのに対し、 S のそれは隣り合う渦で反対方向である。なお、 S_v は回転二円筒間流れの SPI (spiral vortices)²⁾ に類似したかく乱である。

上述の indefinite regime が出現する前の流れモードについて、 $1.7 < R_i^* < 4$ では $|R_o^*|$ の増大によりまず環状 TG 渦が消滅する ($WTS \rightarrow WS$) が、 $4 < R_i^* < 6.7$ では環状 TG 渦よりも先にスパイラル TG 渦が消滅するため ($WTS \rightarrow WT$)、この R_i^* の範囲では、 $|R_o^*|$ のさらなる増大により、環状 TG 渦 ($N=2$) の進行波動に波動変調 M が生じる ($WT \rightarrow MWT$)。この M は、外球静止の場合に R_i^* の加速率を上げてスパイラル TG 渦を発生させないようにして作った環状 TG 渦 ($N=4$) に生じる波動変調¹⁰⁾ に類似のものであり、回転二円筒間流れの MWV (modulated wavy vortices)²⁾ に対応したかく乱である。他方、 $6.7 < R_i^* < 10$ では、 $|R_o^*|$ の増大により環状 TG 渦 ($N=2$) 内に縄目模様のかく乱であるツイスト T_w が発生する。これは、外球静止の場合に R_i^* の加速率を上げて作った環状 TG 渦 ($N=4$) に生じるツイスト¹⁰⁾ に類似のもので、回転二円筒間流れの TWI (twisted vortices)²⁾ に対応したかく乱である。

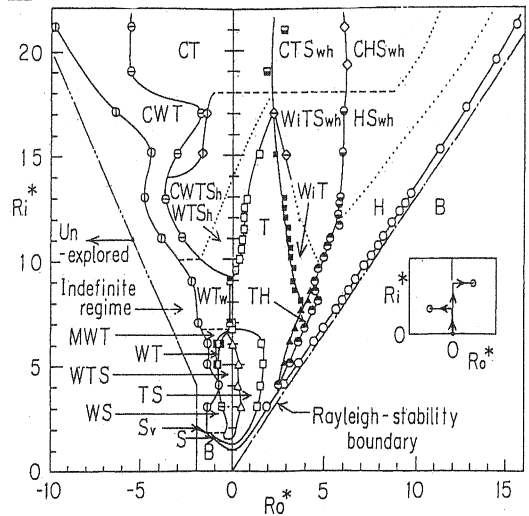


図 2 流れモード線図

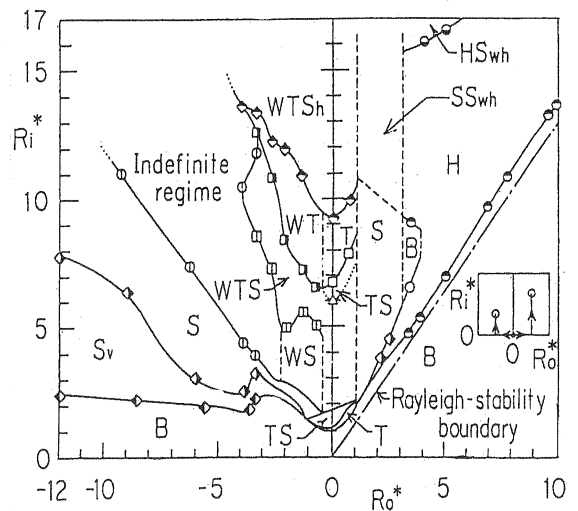


図 3 流れモード線図

3.2 レイノルズ数の履歴経路の影響 図 3 は、 R_i^* , R_o^* の履歴経路を図 2 とは逆にした場合に得られる流れモード線図を示す。図 2 と比較すると、環状 TG 渦を含む流れモードの領域が減少し、スパイラル TG 渦を含む流れモードの領域が増大している。これは、図 3 の場合、最初に設定する外球回転による境界層のねじれのために、スパイラル TG 渦が発生しやすいからではないかと考えられる。また、図 2 で見られた環状 TG 渦に生じるかく乱の M , T_w , W_i が図 3 で見られないのは、上述の環状 TG 渦の発生領域の減少によるものと考えられる。

図 3 と図 2 では、上述のように発生するかく乱のタイプおよびその発生領域に相違が見られるので、かく乱タイプによって分類される流れモード

にも当然レイノルズ数の履歴経路による相違が見られる. なお, 図 3 では特異現象として, $R_o^* = 3.3$ 付近において, R_i^* を増大させるとヘリングボーン波動が発生するが, さらに R_i^* を増大させるそれが消滅して基本流に戻り, さらに R_i^* を増大させる再びヘリングボーン波動が発生する現象が観察される.

3.3 かく乱の回転周波数 図 4 は, 図 2 の流れモードで測定されたかく乱の回転周波数 f_w/m (内, 外球の平均回転周波数による無次元値) と R_o^*/R_i^* の関係を示す. なお, $R_o^*/R_i^* = 0$ での内球回転による遠心力形不安定によって生じるかく乱に対し, $R_o^*/R_i^* > 0$ での内球回転と同方向の外球回転は流れを安定化させる方向に作用し, R_o^*/R_i^* の増大とともに回転効果が増大するが, $R_o^*/R_i^* < 0$ での内球回転と逆方向の外球回転は流れを不安定化させる方向に作用し, $|R_o^*/R_i^*|$ の増大とともにせん断効果が増大する. 図から分かるように, 環状 TG 渦の内向き渦境界にのみ生じる進行波動, 波状せん断波動およびヘリングボーン波動は, 回転効果の増大によって生じるかく乱であり, 特にヘリングボーン波動の発生には強い回転効果が必要である. また, ツイストおよびスパイラル渦はせん断効果の増大によって生じるかく乱であるが, 前者の発生には弱いせん断効果で十分であり, 後者では特に強いせん断効果が必要であることが分かる.

さらに, このような内, 外球の平均回転周波数で無次元されたかく乱の回転周波数は, R_o^*/R_i^* にはあまり依存しないことが分かる. ただし, その値はかく乱の種類によって相違し, 特に, スパイラル渦の値は際だって大きい. 前述のように波状せん断波動とせん断波動は類似したかく乱であるが, 回転周波数もほぼ同じ値をとる. 一方, 環状 TG 渦の内向き渦境界にのみ生じる進行波動 W_i と進行波動 W も類似のかく乱であるが, 回転周波数には差が見られる. 図中の $\bar{\omega}_w/m$ は回転二円筒間流れの進行波動 WVF (wavy vortex flow) の結果²⁾を示すが, これと対応する \bar{f}_w/m の値とは相違する.

4. 結論

テイラー不安定が生じるすきま比 β が 0.14 の場合において, 外球を内球の回転方向と同方向あるいは逆方向に回転させた場合の準静的な層流-乱流遷移過程について実験的に考察し, 以下の主な結論を得た.

(1) かく乱の位相速度はかく乱の種類によって相違するが, 両球の平均回転周波数で無次元化すれば, R_o^*/R_i^* にあまり依存しない.

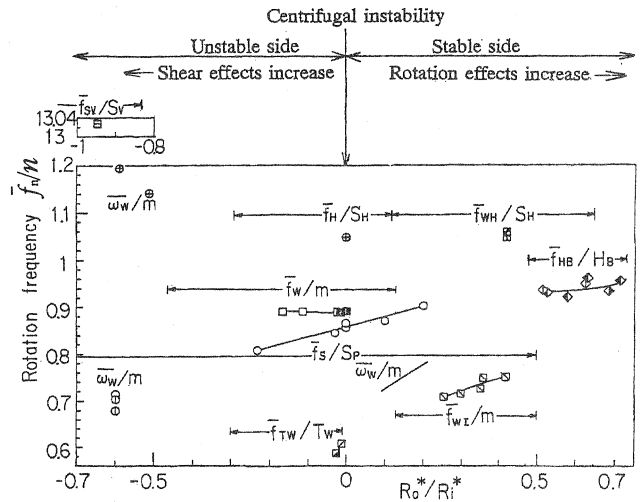


図 4 かく乱の回転周波数(位相速度)

(2) 内球のみ回転の 2 球間クエット流におけるかく乱と相違するモードとして, 次のものが発生する. 同方向の回転効果が強まると, 波状せん断波動とヘリングボーン波動が発生する. 逆方向回転では, スパイラル渦とツイストをもった環状 TG 渦が発生する.

(3) レイノルズ数の履歴経路(回転の上げ方)によって, 流れモードと流れモードの $R_o^*-R_i^*$ 面上での発生領域が相違する.

参考文献

- 1) Coles, D., *J. Fluid Mech.* **21** (1965), pp.385-425.
- 2) Andereck C. D., Liu, S. S., Swinney, H. L., *J. Fluid Mech.* **164** (1986), pp.155-183.
- 3) 中林・西田・大西, 機論, 47-414, B (1981), pp.297-306.
- 4) Yavorskaya, I. M., ほか 5 名, (1980), 1, Space Research Institute, Academy of Science, USSR.
- 5) Wimmer, M., *J. Fluid Mech.* **103** (1981), pp.117-335.
- 6) Zikanov, O. Yu., *J. Fluid Mech.* **310** (1996),
- 7) 土田・市川・中林, 可視化情報, **10-39** (1990), pp.40-48.
- 8) Nakabayashi, K. and Tsuchida, Y., *J. Fluid Mech.*, **194** (1988), pp.101-132.
- 9) Bühler, K., and Zierep, J. (Comte-Bellot, G. and Mathieu, J. eds.), *Advances in Turbulence, Proc. 1st European Turbulence Conference*, Springer, (1987), pp.16-26.
- 10) Nakabayashi, K. and Tsuchida, Y., *J. Fluid Mech.*, **295** (1995), pp.43-60.