

No.17

線形安定解析とDNSによる
超音速ジェットにおけるマッハ波放射の研究
渡辺大輔 (電通大院) 前川 博 (電通大)

Study of Mach Wave Noise emission in a supersonic plane jet
using Linear Stability analysis and DNS

D. Watanabe* and H. Maekawa**

* Dept. of Mech. and Control Eng., the University of Electro-Communications

** Dept. of Mech. Eng. and Intelligent Systems, the University of Electro-Communications

ABSTRACT

Results from viscous linear stability analysis and DNS are presented for $Mc=1.17$ and $Mc=1.55$ plane jets. The linear stability analysis shows that there are A1 modes (antisymmetric modes) that the phase velocities are higher than the ambient sound speed including most unstable two-dimensional one. On the other hand, the phase velocity of most unstable A1 3-D mode is less than the ambient speed of sound. The result of 2-D DNS shows that the amplification of a 2-D A1 mode generates strong Mach waves. In the 3-D DNS with A1 oblique modes that have a crucial effect of flow three-dimensionality, but without A1 2-D mode, the strong Mach waves disappear. These results suggest that early decrease of the jet centerline velocity caused by a A1 3-D mode restrained the strong Mach wave emission.

Key Words: supersonic plane jet, DNS, linear stability analysis, Mach Wave Noise emission

1. まえがき 超音速ジェットにおける騒音問題の要因として、ジェットノズル付近に形成される衝撃波により生み出される音とマッハ波の放射がある。前者はスクリーチ音や broadband shock noise であり、これらの抑制にはジェットノズル形状を変化させることにより衝撃波を弱める又は衝撃波と攪乱との干渉によるフィードバックループを崩壊させることで抑制出来ることが知られている。一方、マッハ波の放射を抑える又は取り除く方法も模索されており、Papamoschou¹⁾らは、coflow ジェットの速度差を、ジェット中を運ばれる乱流渦の位相速度 (U_c) が周囲の音速 (a_∞) 以下になるように設定する ($U_c - U_\infty < a_\infty$) ことによりマッハ波を抑えることを提案した。本研究では、線形不安定性解析と直接数値シミュレーション (DNS) を用い超音速平面ジェットにおいてマッハ波を形成する不安定モード及びモード間の相互作用による Mach 波への影響について調べた。

2. 計算方法 線形安定解析において線形攪乱は平面波とし

$$d(x, y) = \text{Real}[A_0 \hat{d}(y) \exp\{i(\alpha x + \beta z - \omega t)\}] \quad (1)$$

と表される。ただし、 $\hat{d}(y)$ は固有値 (α, β, ω) に対応する固有関数である。ジェット (top-hat jet) の層流速度分布は次式で与えた。

$$\bar{u}(y) = \frac{U_j}{2} \left[1 - \tanh \left\{ \frac{12.5}{4} \left(\frac{y}{y_j} - \frac{y_j}{y} \right) \right\} \right] \quad (2)$$

また、温度分布はプラントル数 $Pr=1$ として Crocco-Busemann の関係式を用いた。

$\bar{T}(y) =$

$$M_\infty^2 \frac{\gamma - 1}{2} \frac{(u_j \bar{u}(y) - u_j^2)}{\bar{u}(y)} + \frac{\bar{T}_j u_j}{\bar{u}(y)} + \frac{\bar{T}_\infty (\bar{u}(y) - u_j)}{\bar{u}(y)}. \quad (3)$$

ここで $M_\infty = u_j / c_\infty$ であり c_∞ はジェット周囲の音速である。またジェット中心のマッハ数 ($M_j = u_j / c_j$)

は $M_j = M_\infty \times c_\infty / c_j$ により与えられる。本研究では $c_j^2 / c_\infty^2 = T_j / T_\infty = 1.12$ とした。この速度分布と温度分布を線形攪乱方程式に代入し一様ディリクレ条件を境界条件としスペクトル法により固有値及び固有関数を計算する。またジェットの移流マッハ数は次式で定義される。

$$Mc = \frac{M_j \sqrt{T_j / T_\infty}}{1 + \sqrt{T_j / T_\infty}} \quad (4)$$

支配方程式はデカルト座標系で記述された圧縮性ナビエ・ストークス方程式である。ただし、支配方程式はジェットの中心速度 U_j 、速度の半値半幅 y_j 、中心密度 ρ_j および粘性係数 μ_j によって無次元化する。DNS の初期流れ場は、平均流 (top-hat jet) に線形安定解析より求めた不安定攪乱²⁾ (x-方向波数 α , z-方向波数 β) を加え初期条件とした DNS の空間微分には 6 次精度コンパクトスキーム、時間発展に 4 次のルンゲ・クッタ法を用いた。

3. 計算結果および考察 これまでの安定解析の結果²⁾ から、 $Mc=1.55, Re=1000$ の条件において Fig.1 に示すように複数の不安定モードが存在することを確認しており、また 2-D DNS の結果から A1 モード以外はジェット外側に伝播する音波は認められていない。Fig.1(a,b) より、A1 2-D モード ($\theta = 0$) の位相速度は高波数になるに連れ増加することが判る。 $Mc=1.55$ では周囲の音速 a_∞ は $a_\infty = 0.3125$ であり、A1 2-D モードの位相速度が $c_r > a_\infty$ となる波数 α はほぼ最大成長率付近以上の波数 $\alpha \geq 0.4$ の範囲である。

Fig.2 の等高線は三次元モードの成長率を示し、点線は位相速度 $c_r(\alpha, \theta)$ が $c_r = a_\infty$ となる α, θ を示す。 $c_r > a_\infty$ となるモードの範囲は Fig.2 の破線曲線の右下の領域である。よって三次元モード A1 3-D の成長率が最大になる $(\alpha, \theta) = (0.55, 1.05)$ 付近でのモードの位相速度は音速以下であることが判る。この傾向は調査した $Mc=1.17 \sim 2.03$ に渡り同様であった。これらの結果に対し Papamoschou¹⁾ らの Mach 波除去の条件 $c_r < a_\infty$ を考慮すると、超音速平面ジェットにおける成長率が高い A1 3-D モードの多く

は強い Mach 波を形成しにくく、逆に二次元的な不安定波は強い Mach 波を形成する性質を持つことが予想される。

Fig.3 は 2-D 空間発展 DNS の結果である ($Mc=1.55$, $Re=1000$). Fig.3(a,b,c) はそれぞれ上流からランダム (a) 及び $\alpha = 0.4$ (b), $\alpha = 0.7$ (c) の安定解析から求めた固有関数を主流速度に対し固有関数主流方向速度成分が 1% になるように与えた際の $divu$ の等高線である。Fig.3(a) を見ると上流において $divu$ の等高線は、一定の角度で傾いている。この上流部 (図左側) の $divu$ は、等高線のジェット軸との成す角度及び遠方での減衰から上流から加えたランダム攪乱の一部がジェットの速度で輸送された結果と思われる。また図右側においては下流に向かい $divu$ が増幅している様子が判る。しかし、この時の等高線の傾きは線形安定解析が予測する最大成長率付近の波数 $\alpha = 4.0$ のケース (Fig.3(b)) よりも勾配が大きい。一方、位相速度の異なる ($b < c$) 不安定波を加えた DNS Fig.3(b,c) から、高波数モードは低波数モードと比べ角度の大きなマッハ波を形成し、高波数 $\alpha = 0.7$ の上流部付近の $divu$ は最大成長率付近の数 $\alpha = 0.4$ の $divu$ より大きな値を示している。このことは高波数モードは低波数モードに比べより早く dilatation 場に増幅の影響を反映していることになる。このためランダム攪乱のケースでは最大成長率のモードよりも角度の大きなマッハ波が dilatation 場に現れると予想される。

Fig.4 は時間発展 DNS の結果であり、初期攪乱として 2-D A1 モードの振幅を初期ジェット中心速度の 1% で加えた 2-D DNS と 2-D A1 モード及び一組の 3-D A1 モード ($\theta = \pm 51^\circ$, 最大成長率) をそれぞれ 1% 加えた 3-D DNS の結果の比較である ($Mc=1.17$, $Re=1000$)。ジェット中心速度 u_j は 3-D DNS では $t=50$ 付近から急速に減少していることが判る (Fig.4(a))。この時刻は流れ場の可視化及び各モードのエネルギー変化から三次元化が顕著になる時刻に相当する。また Fig.4(b) は、それぞれの DNS において $y=10$ の圧力変動 rms 値 ($x-z$ 面) が最大になった時刻での圧力変動 rms 値の主流垂直方向 (y -方向) 分布である。この図から圧力変動は 3-D A1 モードなしの 2-D DNS と比較し 3-D DNS の結果の方が低く抑えられていることが判る。

4. まとめ 超音速平面ジェットの線形安定解析と DNS を行い以下の事を確認した。1) Mach wave は線形安定解析から予測される $c_r > a_\infty$ を満たす A1 モードの成長により形成され、A1 3-D モードの最大成長率付近では強い Mach 波は形成されない。2) Mach wave の放出角度は線形安定論が予測する不安定波の位相速度と伴に増加し、高波数になるにつれ角度が増大する。3) 最大成長率示す波数より高い波数を持つ不安定波は、より強い音響成分をもち、時間的、空間的に低波数モードと比較し早く強い dilatation 場を形成しジェット出口付近での Mach wave を形成する。4) A1 3-D モードの増幅によるジェット中心速度の早い低下 (混合が早い) は放出されるマッハ波の強さを減少させる。

参考文献

- 1) Papamoschou, D., *AIAA 97-0147* (1997)
- 2) Watanabe, D. and Maekawa, H., *TSFP2 Vol.1* (2001), 419-424.

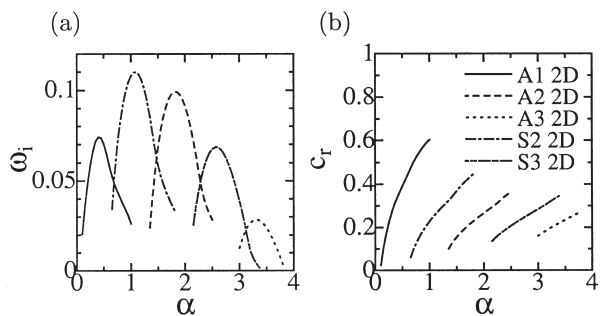


Fig. 1: Mode's linear growth rate and phase velocity of 2-D modes for $Mc=1.55$ ($Mj=3.2$) and $Re=1000$.

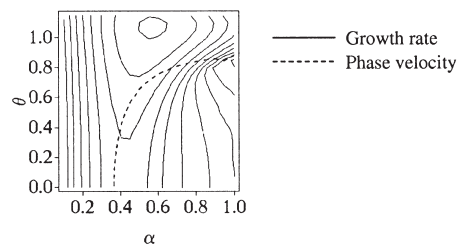


Fig. 2: Contourplots of linear growth rate and phase velocity of A1 3-D for $Mc=1.55$ ($Mj=3.2$) and $Re=1000$.

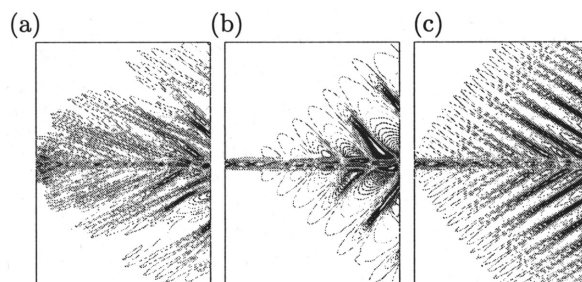


Fig. 3: Contour plots of dilatation; a) random S2 and A1 modes, b) maximum growth rate A1 mode ($\alpha = 0.4$) and c) A1 mode ($\alpha = 0.7$) for $Re=1000$ and $Mc=1.55$.

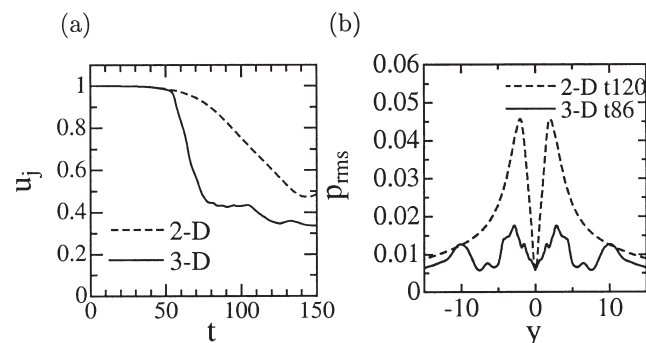


Fig. 4: Comparison of 2-D DNS and 3-D DNS for $Mc=1.17$ ($Mj=2.4$) and $Re=1000$; a) Jet Centerline velocity, b) pressure rms.