

No.25

角柱列を過ぎる後流の非線形相互作用

秋永剛, 水島二郎 (同志社大工)

Nonlinear interaction of wakes in a flow past a row of square bars

T. Akinaga and J. Mizushima

Department of Mechanical Engineering, Doshisha University

ABSTRACT

Interactions between wakes in a flow past a row of square bars, which is placed across a uniform flow, are investigated by numerical simulations on the assumption of two-dimensional incompressible flow. The flow is steady and symmetric along both streamwise centerlines through the center of each square bar and the center between two adjacent square bars at small Reynolds numbers. However, the flow becomes asymmetric along the centerlines between two adjacent square bars at the Reynolds numbers larger than a critical value in some cases, where couplings of two adjacent wakes are observed. Otherwise, the flow becomes periodic in time at the Reynolds numbers larger than another critical value, where the wakes behind the square bars are oscillatory. It is found by numerical simulations that vortices are shed synchronously from every couple of adjacent square bars in the same phase or in the anti-phase depending upon the distance between the bars when the flow is periodic in time. It is confirmed that the coupling of two adjacent wakes occurs due to the pitchfork bifurcation, while the synchronous shedding of vortices occurs due to the Hopf bifurcation. The critical Reynolds numbers of the transitions are evaluated numerically and the bifurcation diagram of the flow is obtained.

Key Words : A row of square bars, Coupling of wakes, Synchronous shedding of vortices, Bifurcations

1. はじめに

円柱列を過ぎる流れは、工学の分野でよく見られる流れである。その代表例として、風洞実験装置において流れを整流するために用いられる整流格子や乱流を生成するために用いられる乱流格子を過ぎる流れがある。また、熱交換器においては流路内に円柱列(ピン)が設置され、円柱列により生成される渦が高温壁面および高温円柱列と流体との間の熱交換を促進する役割を果たしている。流体物理学においても、柱列を過ぎる流れは基本的な周期流としても研究され、エネルギーの逆カスケードや流れのカオス的振る舞いなど乱流への遷移について、多くの新しい物理的な現象が発見されている。

レイノルズ数が小さいとき、一様流中におかれた円柱列を過ぎる流れは円柱列の周期と同じ周期をもつ定常流であるが、レイノルズ数が大きくなると各円柱間隙から流れ出るジェット流が相互作用をして、円柱列がもつ周期の2倍、3倍、4倍等の周期をもつ流れとなることが見いだされてきた。これまでの研究は主に実験によるものでありおよそ数1000のレイノルズ数で実験が行われてきた。このとき、円柱列後方では流れはほぼ乱流

状態であり、円柱間隔比(=円柱間隔/円柱直径)がおよそ2.1-2.2よりも小さいとき円柱間隙から出るジェットは相互作用をして、円柱列の周期の2倍、3倍等の流れのパターンが出現することが示された[1, 2, 3]。しかし、ジェットの合流機構についてはまだわかっていない。

最近、もっと小さいレイノルズ数においても円柱列(角柱列)を過ぎる流れにおいて合流現象が生じることが報告された[5, 6, 7]。このとき、円柱列(角柱列)と同じ周期をもつ対称定常流から合流した非対称定常流に遷移する場合と振動流に遷移する2つの場合がある。合流した非対称定常流に遷移する場合については Mizushima & Takemoto[5] および Mizushima & Kawaguchi[6] が微分方程式の解の分岐理論を用いて調べ、この遷移がピッチフォーク分岐によることを明らかにした。一方、振動流に遷移する機構についてはまだ詳しく調べられていない。

ここでは、一様流中に角柱列が流れと垂直におかれているときに生じる流れの合流現象について、数値シミュレーションと解の分岐解析により、2つの角柱後流が相互作用する2合流にのみ限定して詳しく調べる。

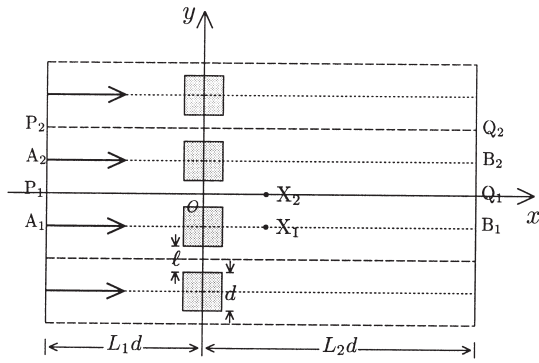


図 1: 管路形状と座標系

2. 定式化と数値計算法

2.1 基礎方程式と境界条件

一様流中に、流れと垂直に角柱列がおかれているものとする (図 1)。図 1 で、流体は左から右への流れている。角柱は断面が辺長 d の正方形であり、角柱間の間隔は ℓ であるとする。流れの向きに x 軸、角柱列の方向に y 軸をとる。角柱の辺長 d を代表長さ、上流における一様速度 U を代表速度とし、流れを特徴づけるパラメータとしてレイノルズ数 Re 、間隔比 γ をそれぞれ $Re \equiv Ud/\nu$ 、 $\gamma \equiv \ell/d$ で定義する。ただし、 ν は流体の動粘度である。

2次元非圧縮流れを仮定する。流れを支配する方程式は連続方程式、

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

とナビエ・ストークス方程式、

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} \quad (2)$$

である。

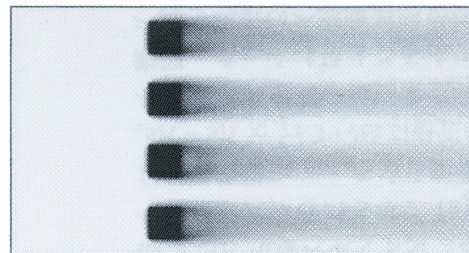
上流境界条件として、角柱列の十分上流で流れは一様流とし、下流境界条件として、角柱列の十分下流でゾンマーフェルトの流出条件 $\partial u / \partial t + c \partial u / \partial x = 0$ および $\partial v / \partial t + c \partial v / \partial x = 0$ が成り立つとする。ここで、位相速度 c としては出口での波の位相速度を評価してその値を用いる。角柱面上では滑りなしの条件を用いる。

2.2 数値計算法

流れの時間発展を調べるため、基礎方程式 (1) と (2) を初期値境界値問題として数値的に解く。数値シミュレーションには MAC 法を用いる。時間を有限間隔 Δt で離散化し、空間変数 x と y をそれぞれ Δx と Δy で離散化し、等間隔格子を作る。今回の数値シミュレーションでは時間間隔 $\Delta t = 1/400$ および空間間隔 $\Delta x = \Delta y = 1/20$ を用いた。偏微

分方程式 (1) と (2) を差分近似するにあたっては、時間微分について 2 次精度、空間微分については 4 次精度の差分近似を用いる。

ここでは、角柱列を過ぎる流れ場として、角柱が並ぶ周期と同周期および 2 倍周期の流れに限定して角柱列後流の相互作用を調べる。このとき、4 つの異なる流れパターンをもつ流れ場が可能である。それらは対称定常流、非対称定常流、同位相振動流および逆位相振動流である。対称定常流は、計算領域として図 1 における $A_1 B_1 Q_1 P_1$ をとり、 $A_1 B_1$ および $P_1 Q_1$ を対称軸とする対称性を課して数値シミュレーションを行うことにより求められる。非対称定常流とは各角柱の中心を通り流れと平行な対称軸には対称であるが、角柱間隙の中央を通る対称軸には対称でない定常流である。したがって、この非対称定常流を求めるためには、図 1 で $A_1 B_1 B_2 A_2$ の領域をとり、 $A_1 B_1$ および $A_2 B_2$ について対称である条件を課す。同位相振動流は、計算領域として図 1 で $A_1 B_1 B_2 A_2$ の領域をとり、 $A_1 B_1$ と $A_2 B_2$ で周期条件を課す。逆位相振動流は、図 1 で $P_1 Q_1 Q_2 P_2$ の領域をとり、 $P_1 Q_1$ と $P_2 Q_2$ に沿って対称条件を課す。

図 2: 対称定常流。 $\gamma = 1$ 。 $Re = 20$ 。

3. 計算結果と実験結果

角柱列を過ぎる流れは、レイノルズ数が低いときは定常流であり、流れと平行に各角柱の中心を通る対称軸と角柱間の中央を通る対称軸に対称な流れである (対称定常流)。そのような対称定常流の典型的な例として、角柱間隔比が $\gamma = 1$ でレイノルズ数が $Re = 20$ の場合の流れ場を図 2 に示す。この図は適当な初期条件の下に行った数値シミュレーションの結果得られた流れ場である。流れ場の可視化を行うため、可視化実験を模して適当な可視化材の濃度 $c(x, y, t)$ を導入し、初期条件として全ての領域で $c = 0$ とおき、角柱での濃度を $c = 1$ とし、この濃度 c に関する移流拡散方程式を解いた結果得られた濃度分布を示したのが図 2 である。

対称定常流から非対称定常流、同位相振動流お

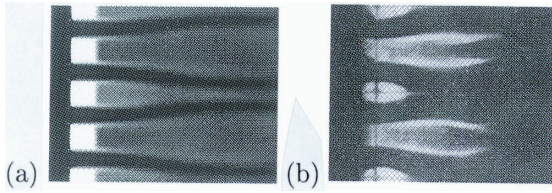


図3: 非対称定常流 (2合流). $\gamma = 0.9$, $Re = 110$.
(a) 数値シミュレーション結果, (b) 実験結果.

よび逆位相振動流への遷移を調べた. これら3種類の遷移を調べるために2.2節で説明した流れの対称性を考慮することによって数値シミュレーションを行った. 計算の結果得られた非対称定常流の例を図3(a)に示す. この図で表されているのは角柱間隔比が $\gamma = 0.9$ でレイノルズ数が $Re = 110$ の場合の流れ場である. 各角柱後方の後流の流れパターンが1つおきにほぼ同じであることがわかる. 比較のために同様の条件で可視化実験を行った結果を図3(b)に示す. 数値シミュレーションにより得られた流れ場と実験結果とはほぼ一致している.

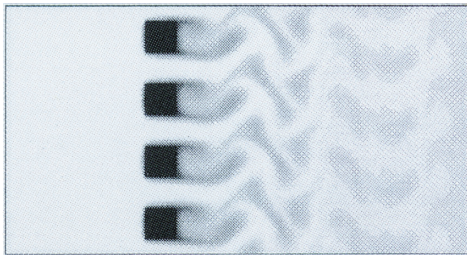


図4: 同位相振動流. $\gamma = 1$, $Re = 40$.

同位相振動流の流れ場の例を図4に示す. この図で表されているのは角柱間隔比 $\gamma = 1$ でレイノルズ数 $Re = 40$ の場合の流れ場である. この流れは角柱間の中央を通り流れと平行な対称軸についてだけでなく, 各角柱の中心を通り流れに平行な対称軸に対しても対称性を失っていることがわかる.

逆位相振動流の流れ場の例を図5(a)に示す. この図では角柱間隔比 $\gamma = 3$ でレイノルズ数 $Re = 200$ の場合の流れ場が表されている. この流れは角柱間の中央を通り流れと平行な対称軸について対称なパターンをもっている. 比較のため, 小林 [8] による可視化実験の結果を図5(b)に示す.

角柱列を過ぎる流れが対称定常流から非対称定常流へ遷移する現象はピッチフォーク分岐によることは既に Mizushima & Takemoto [5] により明らかにされており, その臨界条件についても詳しく調べられている [5, 6]. したがって, ここでは流れの対称定常流から同位相振動流および逆位相振動

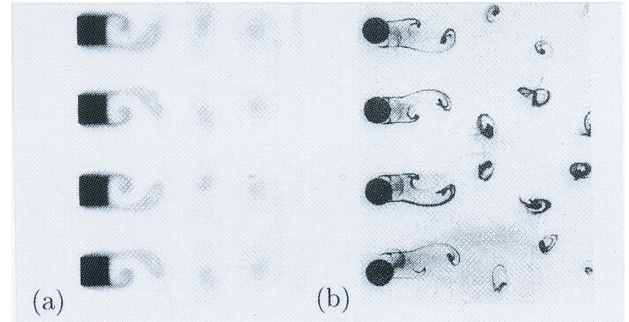


図5: 逆位相振動流. $\gamma = 3$, $Re = 200$. (a) 数値計算, (b) 実験 [8].

流への遷移について調べる. 対称定常流から同位相振動流への遷移を調べるために, 各角柱の中心を通り流れと平行な軸上の点 X_1 (図1参照) における y 方向速度 v_1 を数値的に評価した. 図6(a)は間隔比 $\gamma = 1$ のときの, 点 X_1 における y 方向速度 v_1 の振動最大値および最小値とレイノルズ数 Re の関係を示す. この図で, レイノルズ数が臨界レイノルズ数 $Re_c = 27.6$ 以下では速度 v_1 は振動せず常に0, すなわち $v_1 = 0$ であり, 流れが対称定常流であることを表している. レイノルズ数が Re_c を超えると速度 v_1 は図6(a)で示される最大値と最小値の間で振動し, 振動流となる. v_1 の振動振幅は Re_c よりも少し大きい近傍において $v_1^2 \propto Re - Re_c$ なる関係があり, 対称定常流から同位相振動流への遷移はホップ分岐であることがわかった. 同様に, 対称定常流から逆位相振動流への遷移を調べるため, 図1における角柱間の中央を通り流れに平行な軸 A_1B_1 上の X_1 点における速度 v_1 を数値的に評価し, グラフに描いた図が図6(b)である. この図は, 角柱間隔比 $\gamma = 3$ の場合の分岐図であり, 対称定常流は臨界レイノルズ数 $Re_c = 40.5$ でホップ分岐により逆位相振動流へと遷移することがわかった.

いろいろな角柱間隔比 γ について対称定常流から非対称定常流, 同位相振動流および逆位相振動流への遷移の臨界レイノルズ数を求め, グラフにすると図7のようになる. 間隔比 $\gamma \leq 5$ で, 対称定常流は, 非対称定常流, 同位相振動流, 逆位相振動流のいずれにも遷移することが確認でき, 流れの遷移の仕方が間隔比に依存していることが見て取れる. 対称定常流はまず振動流へ遷移するが, $\gamma < 1.7$ では同位相, $\gamma > 1.7$ では逆位相の振動パターンへの遷移が最も小さなレイノルズ数で起こることがわかった.

4. まとめ

ここでは角柱列を過ぎる流れの対称定常流から,

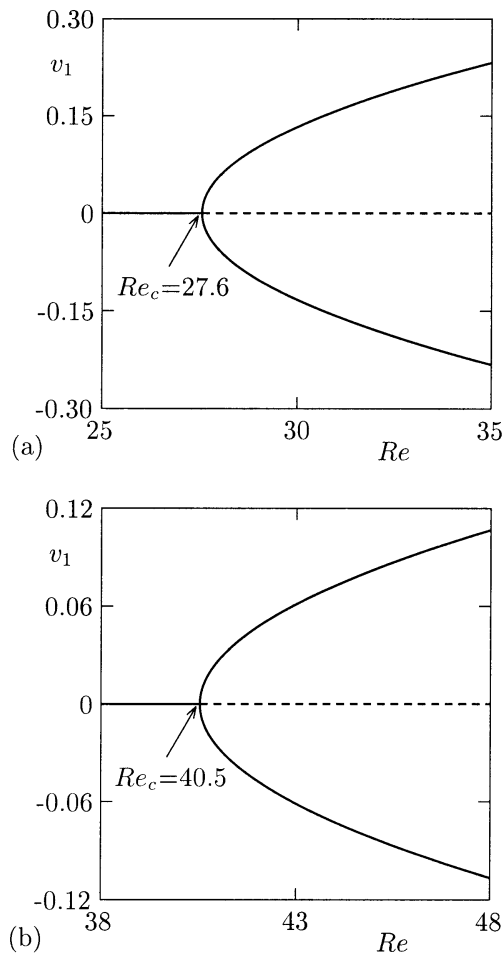


図 6: 振幅による分岐図 (a) 同位相振動 ($\gamma = 1$), (b) 逆位相振動 ($\gamma = 3$).

非対称定常流, 同位相振動流, 逆位相振動流への遷移について角柱周期の 2 倍周期に限定して数値シミュレーションにより調べた. その結果, 角柱間隔比が $\gamma < 1.7$ のときは同位相振動流への遷移が起こり, 角柱間隔比が $\gamma > 1.7$ であるときは逆位相振動流への遷移がより低いレイノルズ数で起こることがわかった. ここでは, 対称定常流から, 非対称定常流, 同位相振動流, 逆位相振動流への遷移をそれぞれ個別に調べたため, 角柱間隔比とレイノルズ数のパラメータ空間において解がただ一つ存在するときには, 実現する流れに対する説明は可能であるが, 解が 2 つ以上存在する領域においてはどの流れが実現するのかという疑問には答えていない. この問いに答えるにはそれぞれの流れの安定性を調べる必要がある.

参考文献

- [1] J. G. von Bohl: Das verhalten pralleler Luftstrahlen. *Ing.-Arch.* **11** (1940) 295-314.
- [2] P. Bradshaw: The effect of wind-tunnel screens on nominally two-dimensional

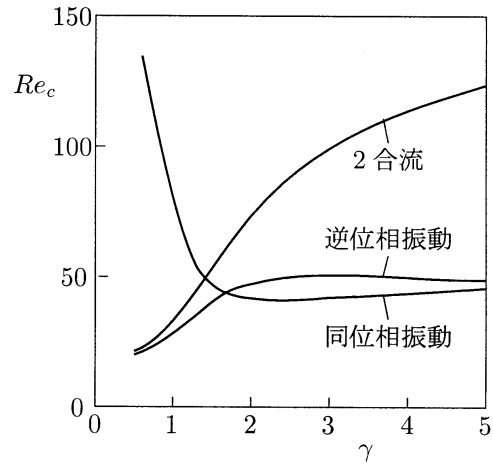


図 7: 流れの遷移図. 臨界レイノルズ数 Re_c .

boundary layers. *J. Fluid Mech.* **22** (1965) 679-687.

- [3] P. M. Moretti: Flow-induced vibrations in arrays of cylinders. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **25** (1993) 99-114.
- [4] T. Matsui: Proc. 1975 Joint JSME-ASME Applied Mechanics Western Conference (1975, Honolulu, Japan Soc. Mech. Engr.), pp. 415-421.
- [5] J. Mizushima & Y. Takemoto: Stability of the flow past a row of square bars. *J. Phys. Soc. Japan* **65** (1996) 1673-1685.
- [6] J. Mizushima & Y. Kawaguchi: Transitions of flow past a row of square bars. *J. Fluid Mech.* **405** (2000) 305-323.
- [7] J. F. Ravoux & P. Le Gal: Biorthogonal decomposition analysis and reconstruction of spatiotemporal chaos generated by coupled wakes. *Phys. Rev. E* **588** (1998) 5233-5236.
- [8] 日本機学会編: 写真集流れ, 丸善 (1984), p. 43 (小林).