

極低温キャビテーション流れにおける熱的効果

谷 直樹*1、長島 利夫*2

Thermal Effect on Cryogenic Cavitating Flow

by

Naoki TANI*1, Toshio NAGASHIMA*2

ABSTRACT

In cryogenic fluid, such as rocket propellants, thermal effect has to be properly treated, which is usually neglected in common fluids. In the present study, a cavitating flow solver, which is based on bubble two-phase flow model including energy equation, was constructed and flow calculation was carried out around 2D NACA0015 airfoil. Comparison between water and liquid nitrogen reveals that cavitating pattern between these two fluids are completely different and this difference was raised from thermal effect of cryogenic fluid. The effect of numerical dissipation was also discussed to reveal that excess numerical dissipation affected the cavitation very much, consequently, cavitation performance became completely different from that due to the higher-order calculation.

1. 緒言

宇宙空間の商用利用が盛んになるにつれて、ロケットエンジンに対する要求も、小型、高性能化だけではなく高信頼性も重要となってきた。近年の高性能ロケットエンジンの燃焼室圧力は数百気圧程度と非常に高いため、ターボポンプによって推進剤を昇圧する方法が一般的であり、そのメインポンプにはインデューサ付遠心ポンプが広く用いられている。しかし、インデューサに発生するキャビテーションは様々な不安定現象を引き起こし、ロケットエンジン開発の上で大きな問題となっている^{1, 4}。これら不安定現象のメカニズム解明や予測のための実験は現在も盛んに行われているが、実験から得られる情報には限りがあり、それを補うために数値解析は有効な手段である。

キャビテーションは古くから船用プロペラや汎用ポンプで問題になっており、その数値解析の研究も盛んに行われている。しかし、ロケット推進剤のような極低温流体においてはキャビテーション発生時に潜熱が吸収されることで流体の温度が下がり、キャビテーションが抑制されることが知られている。図 1 に、液体窒素を用いたインデューサ単体の試験において、温度を変えた際のポンプ揚程係数の NPSH に対する変化を示す。NPSH とは入口圧力を密度と重力加速度で割ったもので、ほぼ非圧縮の流体では入口圧力レベルを表す重要なパラメータである。これを見ると、温度が低い状態ではある程度圧力を下げるとキャビテーションが発生して揚程が低下するのに対し、温度を上げてゆくと揚程低下が起こりにくくなっているのが分かる。このように、極低温流体では温度は重要なパラメータとなるが、既存の多くのキャビテーション数値解析手法は水などの常温流体を対象としているため温度を一定と仮定したものがほとんどであり、極低温流体にそのまま適用することが出来ない。また、極低温流体を対象としたキャビテーション解析手法も存在するが²、多次元解析の困難性などのため実用的なレベルには達していないのが現状である。

本研究においては、キャビテーションモデルに Kubota³によって開発された BTF モデル(Bubble Two-phase Flow モデル)を採用し、さらにエネルギー方程式を追加することで潜熱吸収の効果を考慮した。計算スキームには高次精度解析の一種である CCUP 法を用いた。本計算コードを用いて、

水での実験データが豊富な NACA0015 翼型周りに発生するキャビテーションの様子を、常温流体である水と、極低温流体である液体窒素とで比較検討した。また、キャビテーション解析は、強い密度差の存在などにより不安定になりやすく、しばしば数値散逸の強いスキームが用いられる。このような数値粘性がキャビテーション流れに及ぼす影響も同時に調べた。

2. 数値解析手法

2.1 キャビテーションモデル

キャビテーションモデルには現在までに様々なものが発表されているが^{4, 5}、本研究においては、キャビテーションはすべて微細な球形の気泡で構成されていると仮定する Bubble Two-phase Flow モデルを用いた。BTF モデルは流れの方程式と同時に球形気泡の膨張収縮方程式を連立させて解くことでキャビテーション流れを計算するもので、他のモデルと違い人為定数を必要としない利点がある。具体的には、式(1)に示される球形気泡の膨張収縮を表す Rayleigh-Plesset 方程式を、流れの方程式と連立させる事で気泡半径の変化を計算する。

$$R \cdot \frac{D^2 R}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{DR}{Dt} \right)^2 = \frac{P_{sat} - P}{\rho_l} \quad (1)$$

ここで、 R 、 P 、 ρ 、 t はそれぞれ気泡半径、圧力、密度、時間を表し、添え字 sat、 l はそれぞれ飽和状態、液相状態を表す。また、(1)式はラグランジュ的表記であるため、 D/Dt は次のようになる。

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \quad (2)$$

ここで、 u 、 v はそれぞれ x 方向流速、 y 方向流速を表す。(1)式は時間 2 回微分項が存在するため、次に示すように 2 つの式に分解することで時間発展的に解いてゆく。

$$\frac{DR}{Dt} = S \quad (3)$$

$$\frac{DS}{Dt} = \frac{1}{R} \left(-\frac{3}{2} S^2 + \frac{P_{sat} - P_l}{\rho_l} \right) \quad (4)$$

つまり、気泡壁の運動速度 S の移流方程式(3)とその運動方程式(4)とに分けたことになる。

2.2 支配方程式と解析手法

*1 東大院 *2 東大工

今回の計算においては、キャビテーションを構成する個々の気泡は計算セルよりも十分に小さいと考えることが出来るので、各計算セルにおいては気相と液相が均質に混ざり合った擬似単相流体として扱う均質流モデルを用いた。このため、支配方程式は通常の単相流体と同様の形式で表すことが出来る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u \\ P + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (\rho e + P)u \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ P + \rho v^2 \\ (\rho e + P)v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ここで、 ρ 、 e はそれぞれ平均密度、単位質量あたりの平均全エネルギーである。これらは、それぞれ気相の質量割合 χ を用いて次の様に平均化することが出来る。

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\chi}{\rho_g} + \frac{1-\chi}{\rho_l} \quad (6)$$

$$e = \chi \{ E_{cg} + C_{vg}(T - T_{cl}) \} + (1-\chi) \{ E_{cl} + C_{vl}(T - T_{cl}) \} + \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 \quad (7)$$

ここで、 E 、 C_v 、 T 、 \mathbf{u} はそれぞれ単位質量あたりの内部エネルギー、定積比熱、温度、流速ベクトルを表し、添え字 cl 、 g はそれぞれ基準状態と気相状態を表す。また、(3)、(4)式から求められた気泡半径 R と気相質量割合 χ との関係は次の様になる。

$$\chi = \frac{4}{3} \pi R^3 N_b \frac{\rho_g}{\rho} \quad (8)$$

ここで、 N_b は気泡数密度を表す。最後に、温度、圧力、密度の関係を表す状態方程式が導出されればこの方程式系を閉じることが出来る。均質二相流の状態方程式には奥田ら^[6]が導出したものを使用した。

$$\frac{1}{\rho} = \chi \frac{RT}{P} + (1-\chi) \frac{K(T+T_c)}{P+P_c} \quad (9)$$

ここで、 R 、 K 、 P_c 、 T_c はそれぞれ気体定数、液体定数、圧力定数、温度定数で、 K 、 P_c 、 T_c は物性表から導出することが可能である。

以上で方程式を閉じることが出来たのだが、実際に解析を行う際には、さらに音速を導出する必要がある。一般に流れが二相流状態になると音速が大きく低下することが知られている。相変化の影響は小さいとして無視すると、均質二相流状態での音速、 c は次の様になることが知られている。

$$\frac{1}{c^2} = \chi \frac{\rho^2}{\rho_g^2 c_g^2} + (1-\chi) \frac{\rho^2}{\rho_l^2 c_l^2} \quad (10)$$

気相、液相それぞれの音速は次の様になる。

$$\frac{1}{c_g^2} = \frac{1}{\gamma RT}, \quad \frac{1}{c_l^2} = \frac{\rho_l}{P} - \frac{1}{T(C_{vl} + K)} \quad (11)$$

ここで、 γ は気相の比熱比である。均質二相状態の音速を気相の体積割合(ボイド率) α に関してプロットすると図2のようになり、気相がわずかでも生じると大きく音速が低下することが分かる。このため、流れはたとえ流速が遅くとも超音速になる可能性があり、圧縮性を考慮する必要があることが分かる。

解析手法は、近年、二相流解析に大きな成果をあげつつある Thermo-CCUP 法^[7]を用いた。CCUP 法は強い圧縮性を示す領域とほぼ非圧縮の領域の両方を解くことが可能な手法であるため、キャビテーションの解析には非常に適しているということが出来る。しかし通常の CCUP 法は独立変数が、 ρ 、 P 、 \mathbf{u} であるが、この場合温度が従属変数にな

ってしまい、今回のように温度が大切になるような解析においては数値誤差が蓄積してしまい望ましくない。これに対し、Thermo-CCUP 法では、独立変数を T 、 P 、 \mathbf{u} と変更し、温度を出来るだけ正確に導出可能としたものである。

また、今回は数値粘性の影響も同時に調べる。容易に導入できる数値粘性として、CCUP 法の移流項の計算において空間3次精度を有する CIP 法の代わりに1次精度風上差分に変更したものをを用いた。

3 計算結果および考察

3.1 キャビテーション数

具体的な計算結果を示す前に、キャビテーション数というパラメータについてここで説明しておく。キャビテーション数 σ とは次の様に、圧力係数と類似の形式で表される。

$$\sigma = \frac{P_{cl} - P_s}{\frac{1}{2} \rho_l |\mathbf{u}_{cl}|^2} \quad (12)$$

つまり、基準圧力と飽和圧力との差を動圧で無次元化したもので、この値が小さいと飽和圧力からの差が小さいため、キャビテーションが発生しやすく、逆に大きいとキャビテーションが発生しにくいことを表す。

3.2 計算対象

計算対象には NACA0015 翼型を採用し、迎角は8度とした。この翼型は過去から多くの実験が行われており^[3]、非常にデータが豊富である。計算格子は図3に示すようなC型で、格子点数は300×40点の合計12000点である。上下方向の幅は、実際の実験装置において上下とも翼コード長の2倍ずつの所にキャビテーショントンネルの壁があるので、それに合わせている。上流、下流側にはそれぞれ翼コード長の3倍、5倍の長さを取った。境界条件は入口に相当する個所では流速、温度を一定とし、流出個所で圧力を固定した。一樣流速は5m/s、一樣流温度は290Kとし、基準圧力は飽和蒸気圧力とキャビテーション数から求めた。それぞれの壁面は、今回は非粘性計算であるためスリップ壁条件を課している。

この翼型のキャビテーション性能には特徴があり、図4に示すように、キャビテーション数を下げ、キャビテーションが発生してもしばらくは揚力を保持している。この理由は後に考察するが、この特徴は現在まで数値計算で捕らえられたことが無く、キャビテーションのシミュレーションには難しい翼型であるといわれている。

3.3 水での実験結果との比較

まず、水で行われた実験と今回の数値計算結果との比較を行い、本解析手法の検証を行った。図4には実験結果との比較も示している。計算結果では、キャビテーション数を下げると、キャビテーションが発生した後にわずかに揚力が低下するがその後はほぼ一定に保たれているのが確認でき、実験結果の特徴を捉えることが出来ている。さらにキャビテーション数を下げると、実験結果ほど急激ではないもののキャビテーション数低下にともなって揚力も低下しているのが見て取れる。このように、本解析手法を用いることで、この翼型のキャビテーション状態の特徴を数値計算上でも捉えることが出来た。図5にキャビテーション発生時($\sigma=1.5$)と非キャビテーション時($\sigma=3.5$)の翼表面上圧力係数分布を示している。キャビテーション領域では飽和蒸気圧で一定となり、翼前縁部では $\sigma=1.5$ の時の方が高い圧力を示すが、キャビティ後部では局所的に非キャビテーション状態よりも低い圧力になっている。この両者がつり合い、キャビテーションが発生してもしばらくは高い揚力を維持できたものと考えられる。

また、図 6 にはキャビテーション数が 1.5 の時のキャビテーション発生の様子を実験結果と計算結果で比較したものを示している。両者を比較すると良い一致が見られることが分かる。キャビテーション発生時のキャビテーション数が実験結果と異なるが、キャビテーション数が大きい状態ではキャビティは微細であるため、実験では視認出来ない程度であったと考えられる。また、揚力係数低下が小さく見積もられたのは、非定常キャビテーションを捉えられなかったためであると思われる。すなわち、実験においてはキャビテーション数が 1.3 付近から周期的なクラウドキャビテーションの放出が観測されているが、数値計算では非定常現象は確認出来なかった。キャビテーションは物体表面から発生するため、境界層の影響を受けやすいが、今回は粘性を考慮していないため、干渉の影響が存在しない。このために非定常キャビテーションを捉えることが出来ないわけである。このように、揚力低下点付近では未だ実験結果との差異が認められるが、NACA0015 翼型のキャビテーション性能の特徴を捉えることが出来たことで、本解析コードは定常的なキャビテーションが発生する場合は良い結果を与えると言うことが出来る。

3. 4 数値粘性の影響

図 4 には、キャビテーション数が 1.5 の時に 1 次風上(1st order upwind)差分法で計算した時の揚力係数の計算結果も 1 点のみ例示している。これを実験結果、CCUP 法での計算結果と比較すると、強い数値散逸のために揚力係数が大きく低下していることが分かる。この時の翼表面の圧力係数分布を図 7 に示す。参考のために、キャビテーションが発生していない時($\sigma=3.5$)の圧力係数も同時にプロットしている。これを見ると、数値粘性が強い場合、キャビティ長が短く評価されていることが分かる。キャビテーションは崩壊する際に非常に急激に崩壊するため、キャビティ崩壊部では大きな圧力上昇が見られるのが普通である。しかし、数値粘性が強いと、その急激な圧力上昇を空間的に散逸させるため、キャビティ領域内部でも圧力が高くなり、崩壊が促進され、キャビティ長が短く評価されたものと思われる(図 8)。キャビティ長が短くなった影響はその後流での圧力分布にも現れており、翼負圧面側の圧力は全体的に高く評価されているのが分かる。従って、数値散逸の強いスキームはキャビテーション自体にも影響を及ぼすため、その導入には注意が必要であろう。

3. 5 常温流体と極低温流体の比較

常温流体と極低温流体のキャビテーションの比較を行う際の作動流体には、常温流体には水を、極低温流体には、その取り扱いの簡便さからしばしば用いられる液体窒素を選んだ。本計算では非粘性計算のため、キャビテーション数をそろえて水と液体窒素の比較を行うことにする。具体的には、一様流速を水と液体窒素で同じ 5m/s とし、一様流温度を水で 290K、液体窒素は 77K とした。基準圧力は飽和蒸気圧力とキャビテーション数から求めた。

図 9 にキャビテーションパターンの比較を示す。液体窒素の場合、水と比較するとキャビテーション領域はより分厚くなっているが、長さは短くなっており、両者は全く異なる結果を示すことが分かる。また、図 10 には温度降下量を示すが、これを見ると、液体窒素の場合はキャビテーション領域で最大約 1K 程度の温度低下が見られる。これは一般に熱力学的温度降下と呼ばれているもので、極低温流体のキャビテーションに特有のものである。このメカニズムは、模式図 11 に説明される。図には水と液体窒素のそれぞれの飽和曲線を示してある。飽和曲線同士の傾きを比較すると、水に比べ液体窒素のほうが大きい。キャビテーション

が発生した場合、潜熱吸収の影響で温度が低下する(図 11、矢印①)。すると、水の場合は傾きがほとんど無いため、飽和圧力はほとんど変化しないが、液体窒素の場合、傾きが大きいいため、飽和状態になるにはさらに圧力を下げる必要がある(図 11、矢印②)。つまり、キャビテーションが発生し温度が低下する、というプロセスを繰り返すことでキャビテーション領域の温度が低下し、同時に圧力も低下してゆることが分かる。図 12 には翼近傍の圧力分布と翼表面圧力係数分布を示す。また、参考のために一様流温度 T_{∞} での飽和蒸気圧力係数もプロットしてある。水ではキャビテーション領域では飽和蒸気圧とほぼ等しくなっているのに対し、液体窒素のキャビテーション領域では飽和蒸気圧以下まで圧力が低下しており、極低温流体キャビテーションに特徴的な分布となっている。

以上のように、本計算モデルの下に、極低温流体と常温流体ではキャビテーションの様子が大きく異なることが分かった。また、一般に熱力学的効果によって生じるとされるキャビティ内部の温度低下、圧力低下も捕らえることが出来た。

4 結論

潜熱吸収による温度低下の影響を考慮したキャビテーション流れの数値解析を二次元 NACA0015 翼型に対して行い、次の様な知見を得ることが出来た。

- ・ 極低温流体では、キャビティ内部での温度変化、圧力変化によって、常温流体とは全く異なるキャビテーションの様子を示す。
- ・ 数値粘性はキャビテーション領域に大きな影響を及ぼし、揚力を著しく低く見積もる可能性があり、注意を必要とする。

参考文献

- [1] 上條ら, "ロケット用インデューサの不安定キャビテーションの観察", NAL TR-598, 1980
- [2] Deshpande, M., et al. "Numerical Modeling of the Thermodynamic Effects of Cavitation", J. of Fluids Engineering, Vol.119, pp.420-427, 1997
- [3] Kubota, A., "A New Modeling of Cavitating Flows: A Numerical Study of Unsteady Cavitation on a Hydrofoil Section", J. of Fluid Mech., Vol.240, pp.59-96, 1992
- [4] Senocak, I. and Shyy, W., "A Pressure-Based Method for Turbulent Cavitating Flow Computations", 31st AIAA Fluid Dynamics Conference & Exhibit, Anaheim, CA, AIAA 2001-2907, 2001
- [5] Reboud, J.L. and Delannoy, Y., "Two-Phase Flow Modelling of Unsteady Cavitation", Proceedings of The Second International Symposium on Cavitation, Tokyo, pp.39-44, 1994
- [6] 奥田,井小菰 "気泡雲の崩壊挙動の数値シミュレーション", 日本機械学会論文集(B編), 62 巻 603 号, pp3792-3797, 1996
- [7] Himeno, T., et al., "Numerical Analysis for Propellant Management in Liquid Rocket Tank", 31st AIAA Fluid Dynamics Conference & Exhibit, Anaheim, CA, AIAA 2001-3822, 2001

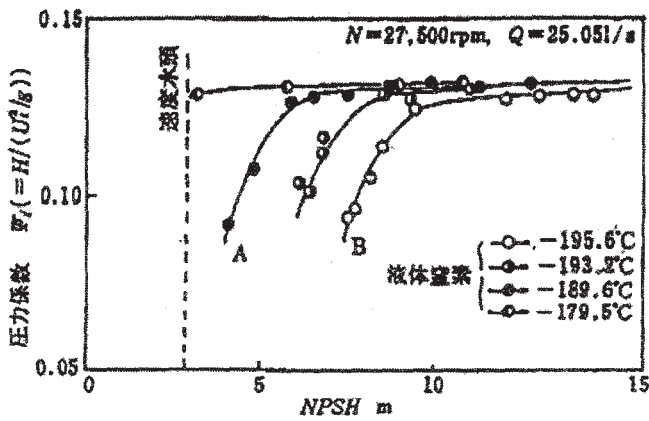


図 1 インデューサ性能の温度依存性

$$\left(NPSH = \frac{P_{inlet}}{\rho_{inlet} \cdot g}, \Psi = \frac{(P_{outlet} - P_{inlet}) \cdot g}{\rho_{inlet} \cdot u^2} \right)$$

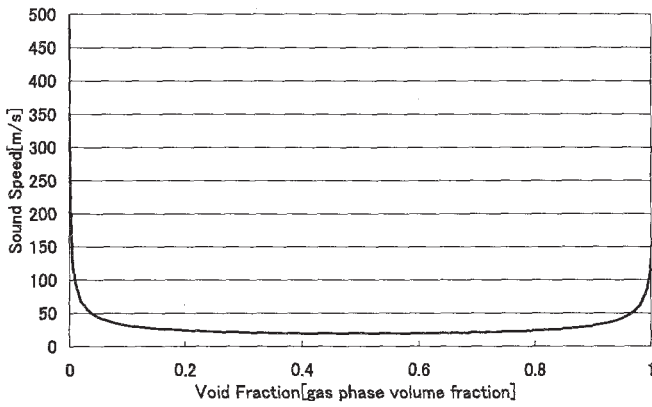


図 2 二相流時音速分布 液体窒素、77K での飽和状態

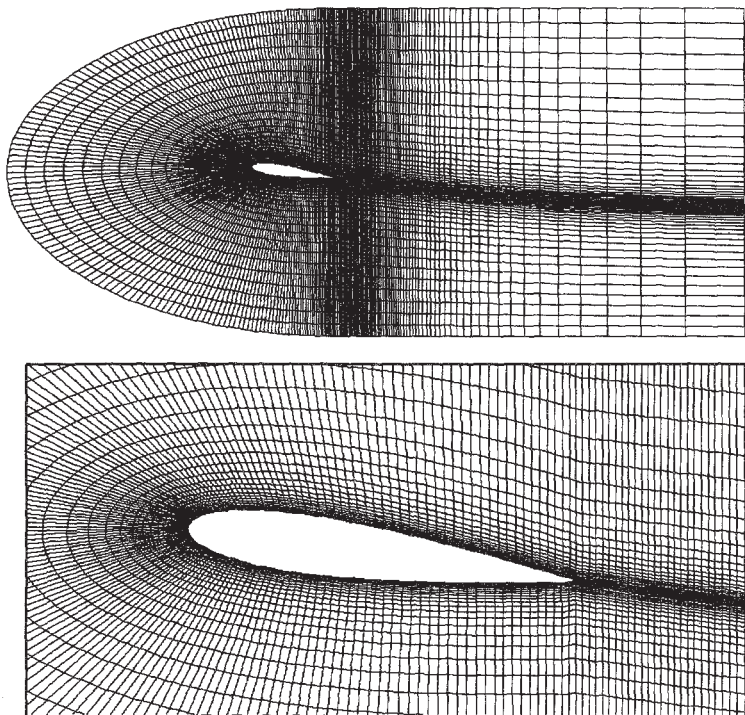


図 3 NACA0015 翼型計算格子(格子点数: 300×40)
上: 全体格子 下: 翼近傍

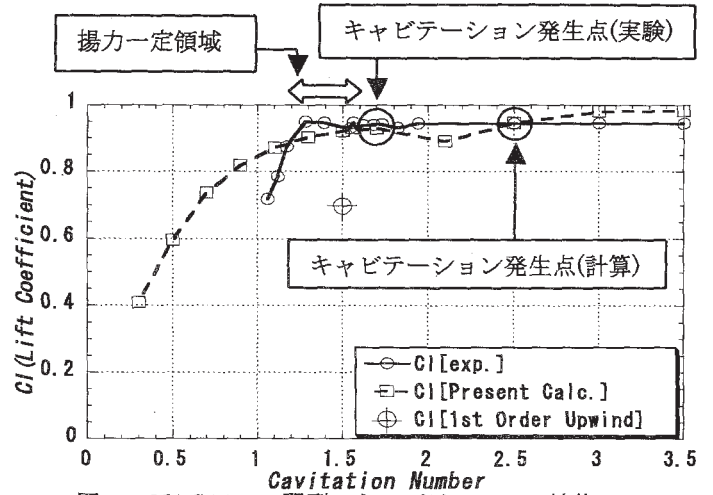


図 4 NACA0015 翼型のキャビテーション性能
水での実験結果^[3]と計算結果の比較

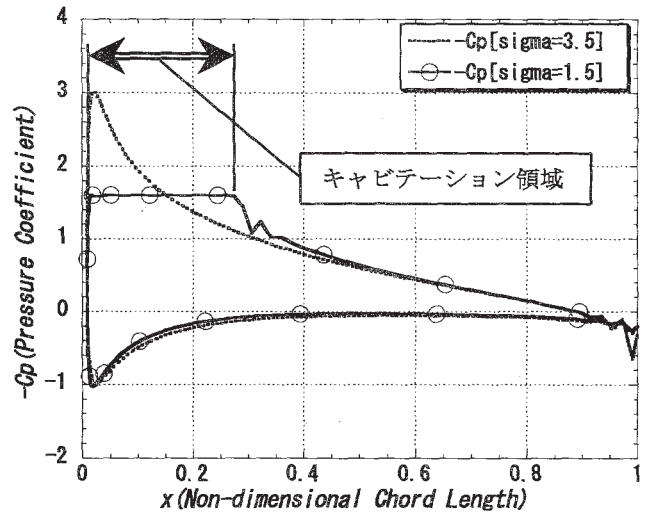


図 5 NACA0015 翼型キャビテーション性能
翼表面圧力係数分布

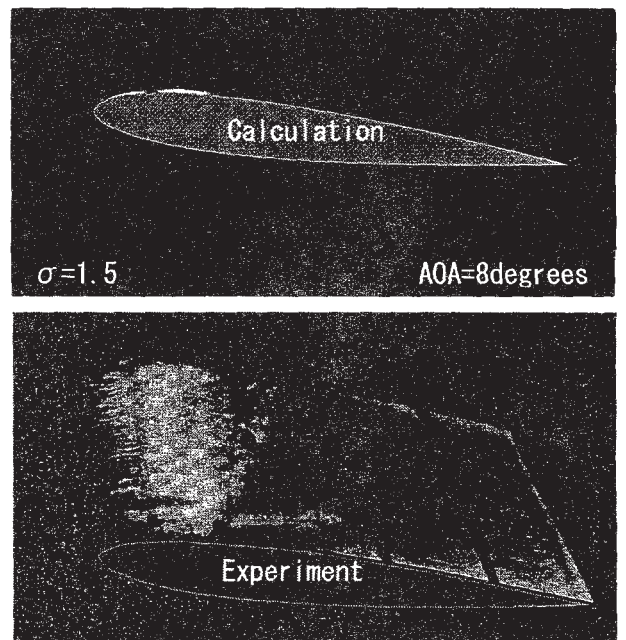


図 6 キャビテーションパターンの実験結果^[3]との比較
キャビテーション数: 1.5

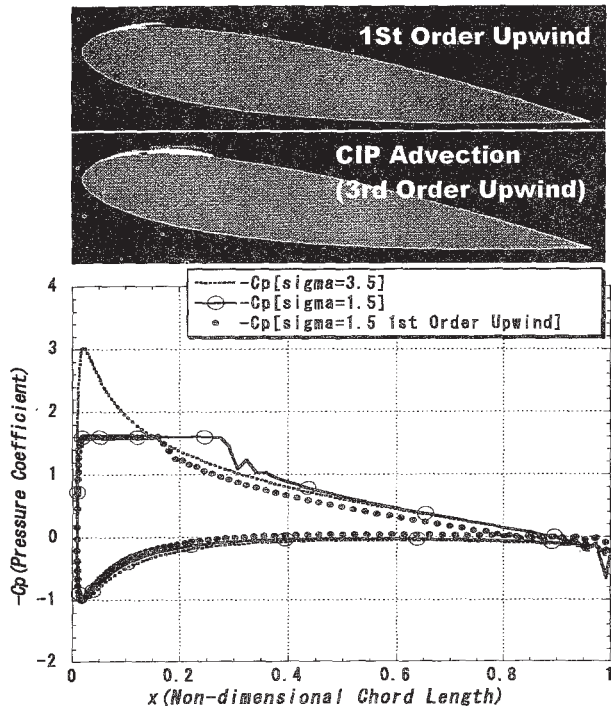


図 7 数値粘性の影響

上: キャビテーションパターン 下: 翼表面上圧力係数分布

$$C_p = \frac{P - P_{ct}}{\frac{1}{2} \rho_{ct} u_{ct}^2}$$

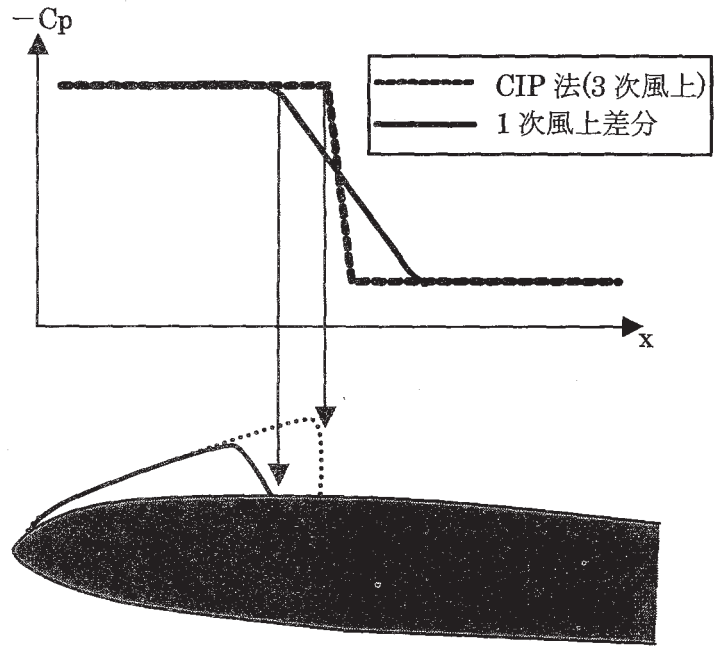


図 8 キャビテーションに対する数値粘性の影響(模式図)

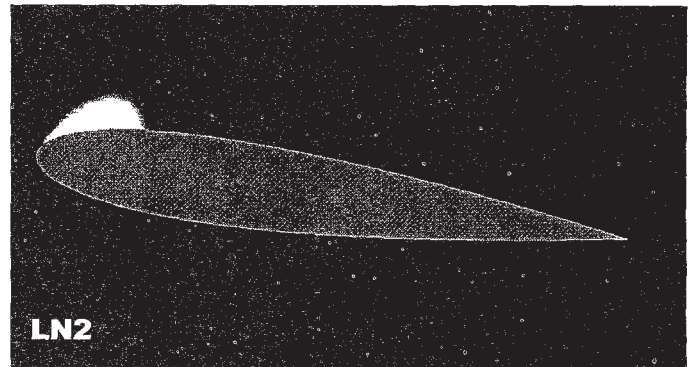
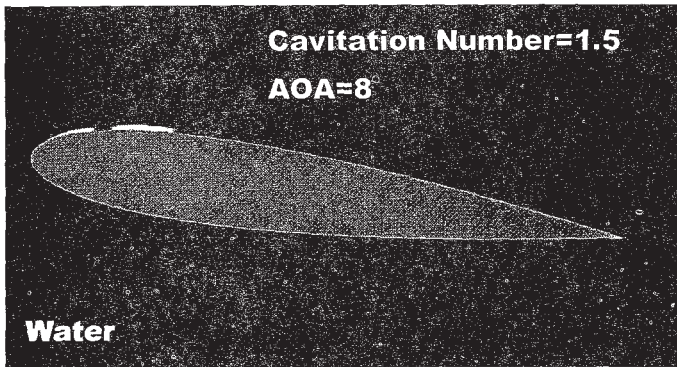


図 9 キャビテーションパターンの比較 左: 水 右: 液体窒素

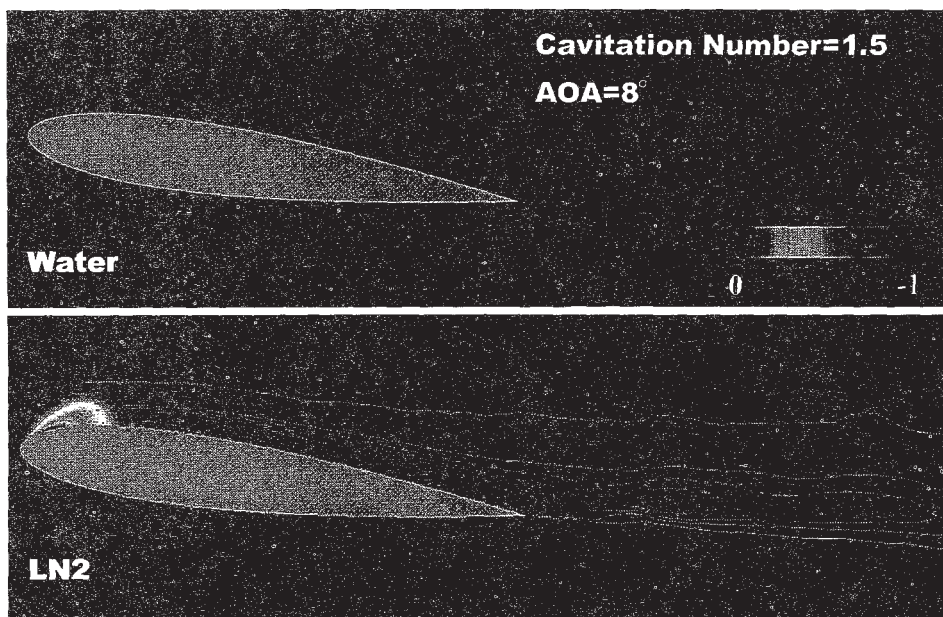


図 10 温度降下量の比較(T-T_{ct}) 上: 水 下: 液体窒素

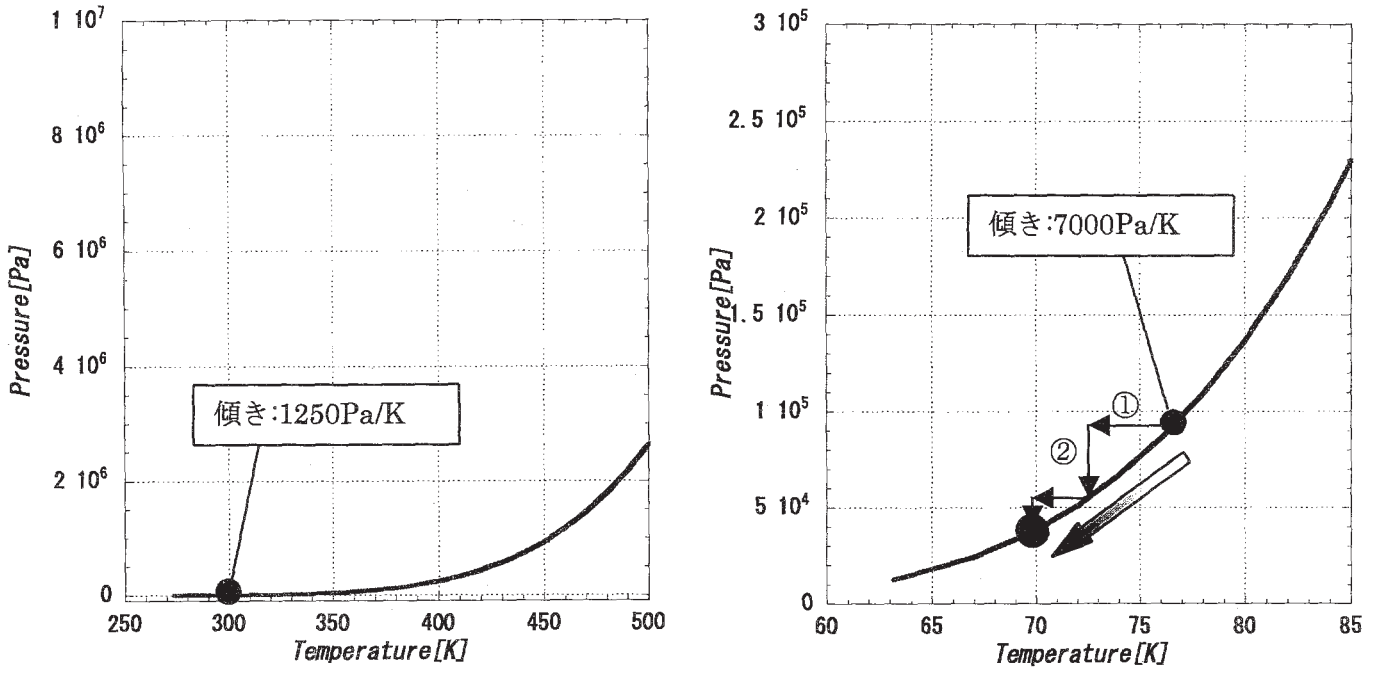


図 11 熱力学的温度降下 飽和曲線
左：水 右：液体窒素

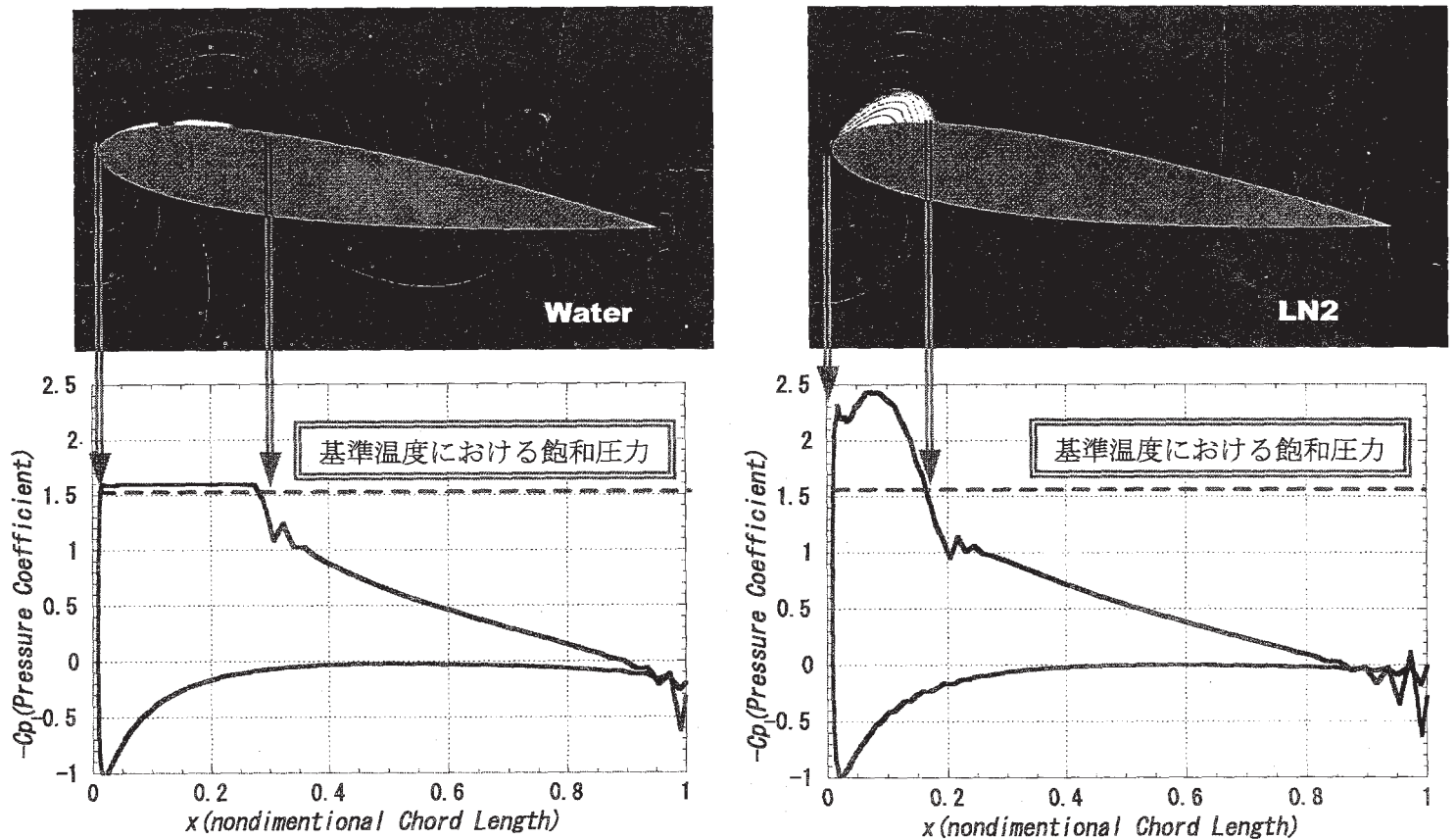


図 12 翼回りの圧力分布比較 上：圧力分布とキャビティ領域 下：翼周り圧力係数分布