

熱的非平衡モデルによるソニックブーム Rise time 予測に関する数値的研究

山下礼 (東大院), 鈴木宏二郎 (東大新領域)

Numerical Study on Rise Time Prediction of Sonic Boom with Thermal Nonequilibrium

by

Rei Yamashita and Kojiro Suzuki (The University of Tokyo)

ABSTRACT

In order to investigate a formation process of rise time in the sonic boom propagation, axi-symmetric Euler analyses with thermal nonequilibrium have been numerically conducted. In the thermal nonequilibrium model, the harmonic oscillation is assumed and the Landau-Teller relaxation model is used to take into account the effect of molecular relaxation with respect to molecules of O₂ and N₂. The flowfield around an axi-symmetric paraboloid is solved in the computational domain extending from the near field around the body to the normal distance of 1000 times larger than its length from the body axis. The solution adaptive grid is constructed to align the grid lines to both the front and rear shock waves generated from the body. The atmospheric conditions are set as the geometric mean of the atmospheric properties at an altitude of 25 km and at the ground. The freestream Mach numbers are 2 and 5. The results show that the configuration of the shock wave is mainly changed by the effect of the attenuation with the sound absorption of N₂. The pressure rise of the shock wave in the nonequilibrium case is lower than that in the equilibrium case. Moreover, the rise time at the far field increases in proportion to the normal distance from the body axis, though it does not change at the near field around the body. In case that the thermal nonequilibrium is assumed, the rise time depends on not the Mach number but the maximum pressure rise caused by the shock wave. Then, it is shown that the rise time at Mach 2 is longer than that at Mach 5 in the whole domain, when the radial distance from the body axis is the same in both cases.

1. はじめに

超音速飛行時に発生した衝撃波は、大気中の様々な効果を受けながら伝播し、地上では雷音に似た爆発音を発生させる。この現象はソニックブームと呼ばれ、次世代高速輸送機を導入する上で最も重要な課題の一つである。ソニックブームの Rise time は、人間が聞いた時、心理的に不快な音になるかを左右する重要なパラメータである。Rise time は、分子振動緩和により形成されると考えられているが、その形成メカニズムは十分に解明されていない¹⁾。そして現状では、適用するソニックブームの予測手法によって、Rise time が大きく異なる場合がある²⁾。

そこで本研究では、Rise time の形成メカニズムを検証するため、CFD 解析を行う。これまでに、分子振動緩和を考慮に入れた CFD 解析例は幾つか報告されているが、その対象は平面波あるいは球面波などであり、全て 1 次元、準 1 次元解析に限られていた^{3,4)}。これは 2 次元以上の多次元解析の場合、衝撃波に沿った格子を数 10 km に亘って形成した上で、膨大となる計算負荷を最小限に抑える必要があり、これが難しいためである。しかし、ソニックブームは円錐上に伝播する波動であり、多次元解析が不可欠である。そこで著者らは、2 次元軸対称、及び 3 次元 CFD 解析で長距離伝播する衝撃波を捉える手法を考案した⁵⁻⁷⁾。そのため、CFD の支配方程式に分子振動緩和モデルを組み込むことで、Rise time も予測できると考えられる。

以上を踏まえ、本研究では熱的非平衡を考慮した 2 次元軸対称解析を行い、Rise time の形成メカニズムを検証する。そして、Rise time と圧力上昇値の関係を明らかにし、マッハ数依存性も合わせて検証する。

2. 数値計算手法

2. 1 計算対象とその解法

本研究では、断面積分布 $S(x)$ が式(1)で与えられる回転放物面体まわりの流れ場を解析対象とした。

$$S(x) = 4\pi D^2 \left(\frac{x}{L}\right)^2 \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \quad (0 \leq x \leq L) \quad (1)$$

ここで、機体長を $L = 10$ m, 最大厚さを $D = 1$ m に設定し

た。座標系は、物体先端を原点とし、物体軸方向（流れ方向）を x , 物体軸からの距離を r とした。

支配方程式は 2 次元軸対称オイラー方程式に、熱的非平衡モデルを付加し、式(2)のように定式化した。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial r} + H = S_W \quad (2)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ e_{vO_2} \\ e_{vN_2} \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \\ e_{vO_2}u \\ e_{vN_2}u \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \\ e_{vO_2}v \\ e_{vN_2}v \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} \rho v / r \\ \rho uv / r \\ \rho v^2 / r \\ (e+p)v / r \\ e_{vO_2}v / r \\ e_{vN_2}v / r \end{pmatrix}, \quad S_W = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_{vO_2} \\ w_{vN_2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$e = \frac{\rho RT}{\gamma - 1} + e_{vO_2} + e_{vN_2} + \frac{\rho}{2}(u^2 + v^2) \quad (4)$$

ここで、 u, v は x, r 方向の速度、 ρ は密度、 p は圧力、 T は温度、 e は全エネルギー、 e_{vO_2}, e_{vN_2} は O₂, N₂ の振動エネルギー、 w_{vO_2}, w_{vN_2} は O₂, N₂ の並進-振動エネルギーの緩和項である。また、空気を想定し、気体定数は $R = 287$ J/(K·kg), 比熱比は $\gamma = 1.4$ とした。本研究では、支配方程式に粘性項を入れていないが、Rise time の形成において粘性の影響は重要である。そのため、粘性を考慮した解析へと展開していく事は今後の課題である。

分子振動は、式(5), (6)の調和振動を仮定し、並進-振動エネルギー緩和には、式(7)で表される Landau-Teller 型の緩和式を用いた。

$$e_{vs} = \frac{\varepsilon_s \rho R \theta_s}{\exp(\theta_s / T_{vs}) - 1} \quad (s = O_2, N_2) \quad (5)$$

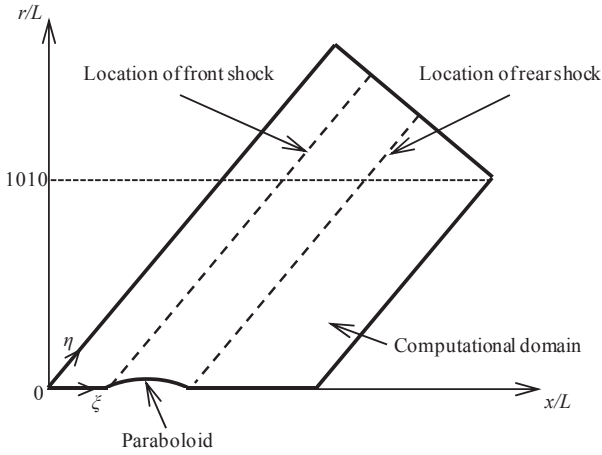


図1 計算格子の概略図

$$e_{vs}^* = \frac{\varepsilon_s \rho R \theta_s}{\exp(\theta_s/T) - 1} \quad (s = O_2, N_2) \quad (6)$$

$$w_{vs} = \frac{e_{vs}^* - e_{vs}}{\tau_s} \quad (s = O_2, N_2) \quad (7)$$

ここで、 T_v は振動温度である。また、 O_2 、 N_2 の振動特性温度は $\theta_{O_2} = 2273.0$ K、 $\theta_{N_2} = 3393.0$ K、空気 1 mol に対するモル比は $\varepsilon_{O_2} = 0.233$ 、 $\varepsilon_{N_2} = 0.767$ である。

振動緩和時間 τ [sec]は、式(8)、(9)のような音波の吸収から導出された、Bassらによる半経験式⁸⁾を用いた。

$$\frac{1}{\tau_{O_2}} = \frac{2\pi p}{p_0} \left(24 + 4.04 \times 10^4 h \frac{0.02 + h}{0.391 + h} \right) \quad (8)$$

$$\frac{1}{\tau_{N_2}} = \frac{2\pi p}{p_0} \left\{ \left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{2}} \left[9 + 280h \right] \times \exp \left(-4.17 \left[\left(\frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] \right) \right\} \quad (9)$$

ここで、基準大気温度は $T_0 = 293.15$ K、基準大気圧は $p_0 = 1.013 \times 10^5$ Paである。また、 h は%表示の絶対湿度であり、相対湿度 h_r と以下のような関係にある。

$$h = h_r \frac{p_{sat}/p_0}{p/p_0} = p_0 \left(\frac{h_r}{p} \right) \left(\frac{p_{sat}}{p_0} \right) \% \quad (10)$$

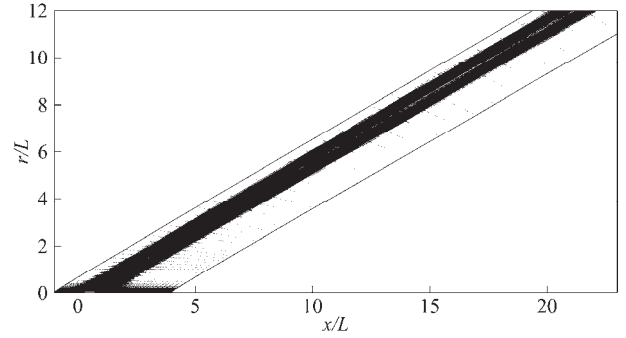
ただし、飽和蒸気圧 p_{sat} は以下の式より導出される（三重点温度は $T_{01} = 273.16$ Kである）。

$$\log_{10}(p_{sat}/p_0) = -6.8346(T_{01}/T)^{1.261} + 4.6151 \quad (11)$$

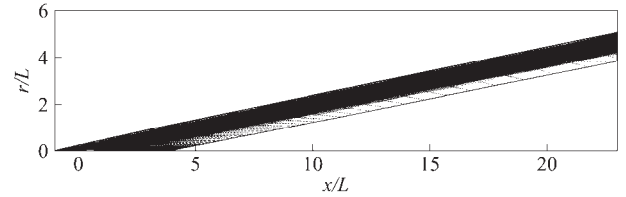
移流項の離散化は、AUSM系のスキームであるSHUS⁹⁾を、3次精度MUSCL法¹⁰⁾により高次精度化したものを用いた。ここで、制限関数はvan Albadaらのslope limiter¹¹⁾を適用した。時間発展は、MFGS陰解法¹²⁾で行い、並進-振動エネルギー緩和項の評価には、対角陰解法(diagonal implicit method)¹³⁾を適用した。

2. 2 計算条件

主流マッハ数は、マッハ2（超音速）とマッハ5（極超音速）の2ケースとし、 $r/L = 0 \sim 1000$ ($r = 10$ km)まで解析を行った。ここで、計算領域は十分遠方($r/L = 0 \sim 1010$)まで取り、遠方流出境界の影響を除外した。大気の状態は、ISOで規格化されている国際標準大気(ISA: International Standard Atmosphere)¹⁴⁾を基に、高度25 kmと地上における物理量の幾何平均とした。また、相対湿度は全領域で $h_r =$



(a) マッハ2



(b) マッハ5

図2 物体近傍の計算格子

表1 計算条件と格子数

マッハ数	計算モデル/格子	ξ 方向	η 方向	格子数
2	熱的平衡	221	1091	約24万点
	熱的非平衡/Grid(A)	221	1091	約24万点
	熱的非平衡/Grid(B)	441	1091	約48万点
	熱的非平衡/Grid(C)	221	2181	約48万点
5	熱的平衡	241	1091	約26万点
	熱的非平衡	241	1091	約26万点

50%とした。上記の一様大気条件で振動緩和時間を算出すると、酸素が $\tau_{O_2} = 0.13$ msec、窒素が $\tau_{N_2} = 9.90$ msecとなる。従って、本解析では窒素の振動緩和時間の方が2桁程度長くなっている。なお、熱的非平衡の影響を検証するため、熱的平衡を仮定した通常のオイラー解析も行った。

2. 3 計算格子

図1に計算格子の概略を示し、図2に物体近傍の計算格子を示す。計算格子は、物体から発生する先端衝撃波と後端衝撃波に沿った適合格子である。本解析では、格子数を最小限に抑えるため、予備計算を行い、2つの衝撃波部(ξ 方向の圧力勾配が極大値を取る位置)のみで格子が十分寄るように設定した。 η 方向の格子は物体近傍から徐々に格子間隔を増大させていき、 $r/L \geq 20$ では $\Delta r/L = 1$ に設定した。ここで、物体近傍の最小格子幅は、 x 方向、 r 方向共に10 mmとした。表1に、計算条件とその格子数を示す。ここで、格子収束性を確認するため、マッハ2の熱的非平衡を考慮した解析を3つの異なる格子数で実施した(結果は、3.4節参照)。なお、Grid(B)、Grid(C)は、Grid(A)の格子を基準とし、 ξ 、 η 方向に対してそれぞれ内分点を取り、形成したものである。そのため、Grid(B)の場合 x 方向の最小格子幅は5 mm、Grid(C)の場合 r 方向の最小格子幅は5 mmであり、Grid(A)の最小格子幅の1/2である。

3. 数値計算結果

評価パラメータは、ソニックブームの重要な評価指標である衝撃波による圧力上昇値 Δp とRise timeを用いて検証を行う。なお、マッハ2の熱的非平衡の解析結果は、3.4節を

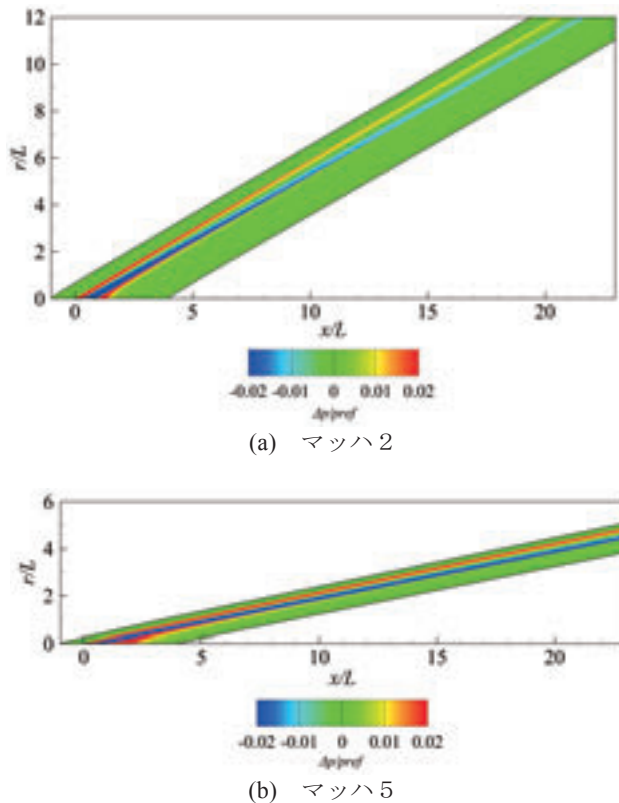


図3 物体近傍の圧力上昇値分布

除き全てGrid(A)の結果を示す。以下の図中では、熱的平衡をEquilibrium、熱的非平衡をNonequilibriumと略記する。

3. 1 圧力上昇値分布

図3に物体近傍の一樣流静圧 p_{ref} で無次元化した圧力上昇値 $\Delta p/p_{ref}$ 分布を示す。ここで、流れ場の形態は非平衡モデルの有無によらず同一である。そのため、マッハ2, 5共に熱的平衡時の解析結果を示している。図3より、回転放物面体まわりの流れ場は、物体前方及び後方から発生する衝撃波と、物体表面から生じる膨張波で形成されている。そして、マッハ5の方がマッハ2よりも衝撃波角が小さく、圧力変動は大きいことが分かる。

3. 2 圧力波形と温度波形

図4, 5に、 $r = 1, 10 \text{ km}$ ($r/L = 100, 1000$) における圧力波形をそれぞれ示す。ここで、横軸は先端衝撃波からの距離に一樣流速の逆数を掛けて導出した、時間変化 Δt である。まず、 $r = 1 \text{ km}$ から 10 km にかけての圧力波形の推移を見ると、熱的平衡、非平衡によらず、衝撃波による圧力変動は遠方にかけて小さくなり、衝撃波の間隔（持続時間）は長くなることが分かる。次に、熱的平衡と非平衡の違いを比較すると、図4より $r = 1 \text{ km}$ では、熱的非平衡の影響はほとんどなく、圧力波形がよく一致している。一方、図5より $r = 10 \text{ km}$ の圧力波形は、熱的非平衡の影響で衝撃波による圧力上昇値が少し低下している。そして、上記の特徴はマッハ数によらず同一であることが分かる。

図6, 7に $r = 1, 10 \text{ km}$ における温度波形をそれぞれ示す。横軸は圧力波形と同様に、先端衝撃波からの距離に一樣流速の逆数を掛けて導出した、時間変化 Δt である。まず、図6, 7より並進温度の波形は圧力波形と同じ形状であることが分かる。次に、並進温度と振動温度を比較すると、 O_2 の振動緩和時間は短いため、並進温度とほとんど同じ分布

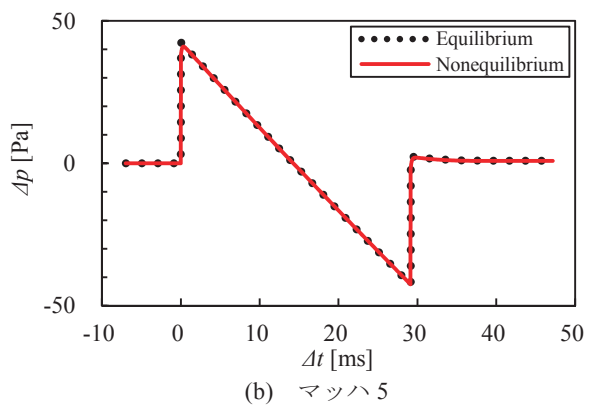
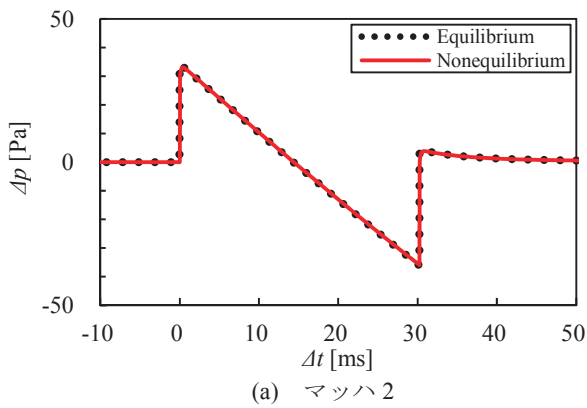


図4 $r = 1 \text{ km}$ ($r/L = 100$) における圧力波形

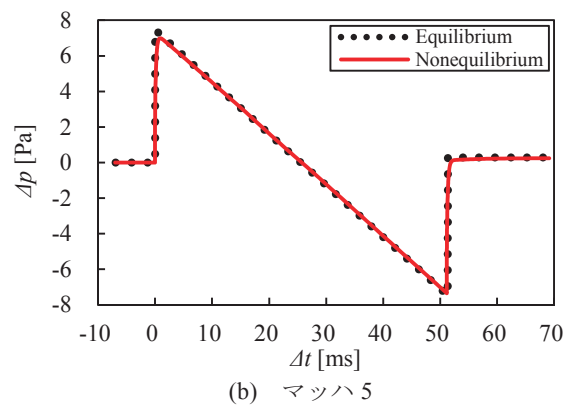
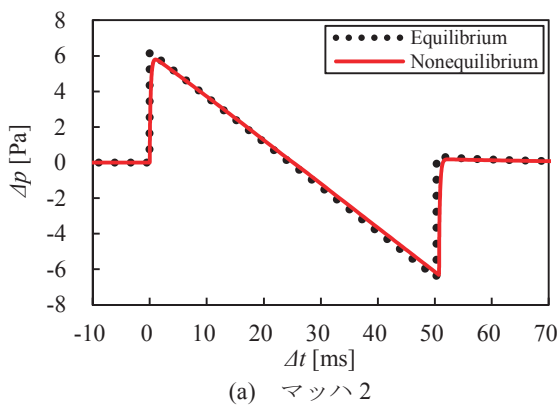
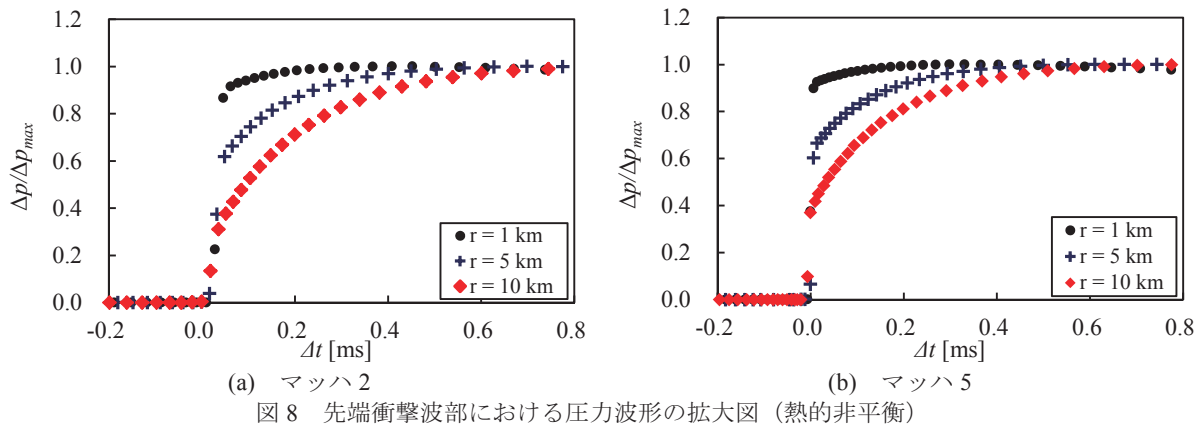
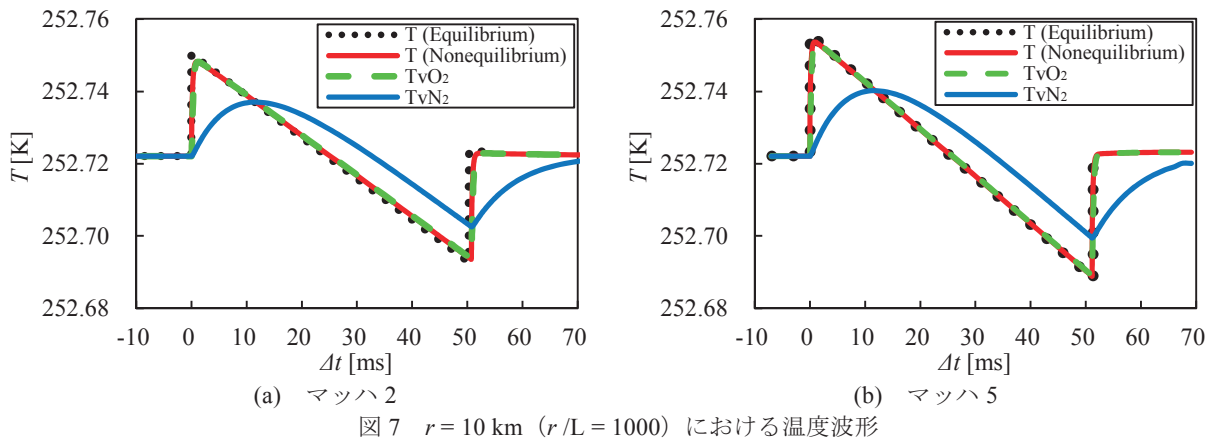
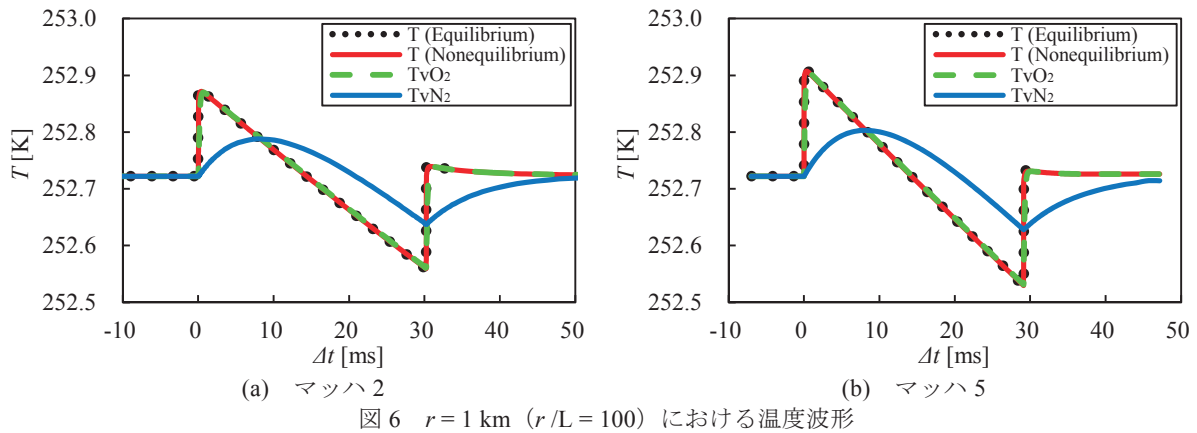


図5 $r = 10 \text{ km}$ ($r/L = 1000$) における圧力波形



を示している。一方、 N_2 の振動緩和時間は O_2 より遅く、振動温度の変化が並進温度より大幅に遅れる。そのため、主に N_2 による吸音減衰効果が作用し、衝撃波による急峻な変化を徐々に緩和していると考えられる。また、 $r = 1 \text{ km}$ と $r = 10 \text{ km}$ の結果を比較すると、 N_2 の振動温度の変化のみ遅れるという同じ傾向を示している。そして、マッハ数が異なる場合も O_2 、 N_2 の振動温度の傾向は変わらない。

ここで、衝撃波の遷移過程を詳しく検証するため、図 8 に先端衝撃波部における圧力波形の拡大図を示す。なお、縦軸の圧力上昇値 Δp は先端衝撃波による最大圧力上昇値 Δp_{\max} で無次元化している。まず、図 8 よりマッハ 2, 5 共に衝撃波の急峻な変化を 2, 3 点の格子で捉えていることが確認できる。次に、先端衝撃波の遷移過程を見ると、衝撃波による急峻な変化は、遠方にかけて滑らかな変化へと推移し、Rise time が長くなっていく様子が確認できる。これが熱的非平衡による効果であり、ソニックブームの Rise

time を形成する重要な要因の一つである。そして、本解析結果では、図 6, 7 より主に N_2 による吸音減衰効果の影響で衝撃波の形状が変化していると考えられる。また、マッハ 2 の方がマッハ 5 よりも Rise time の形成が早い、変形の過程は同じことが確認できる。

3.3 圧力上昇値とRise time

図 9 に、先端衝撃波による最大圧力上昇値 Δp_{\max} の推移を示す。まず、物体近傍では衝撃波の減衰が早く、遠方にかけて減衰が遅くなるのが分かる。本解析で衝撃波が減衰する主な要因は、衝撃波が円錐状に伝播することで生じる拡散効果と、分子振動緩和効果の二つである。そして、物体近傍では幾何的な広がりによる拡散効果が強いので、減衰が早いと考えられる。次に、熱的平衡と非平衡の場合を比較すると、減衰傾向に大きな違いは見られない。しかし、 $r = 10 \text{ km}$ での最大圧力上昇値は、熱的非平衡の方がマッハ 2 で約 7%、マッハ 5 で約 6% 低くなる。また、マ

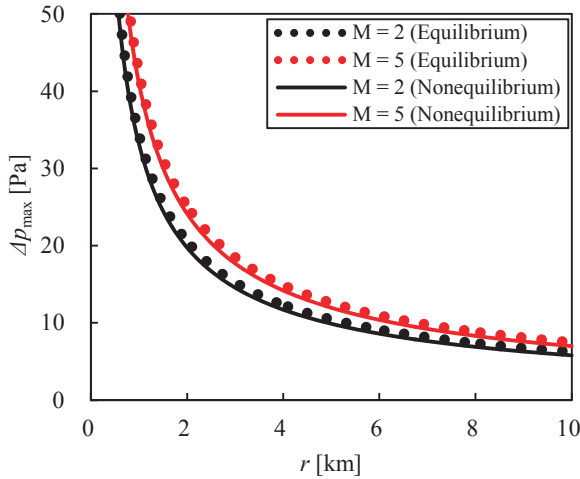


図9 先端衝撃波による最大圧力上昇値の推移

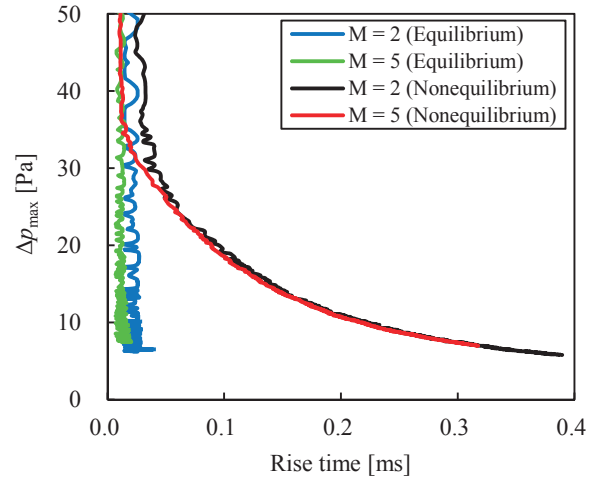


図11 先端衝撃波による最大圧力上昇値とRise timeの関係

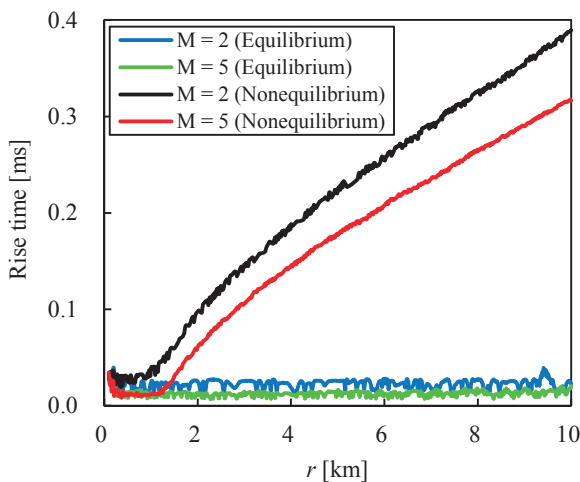


図10 先端衝撃波によるRise timeの推移

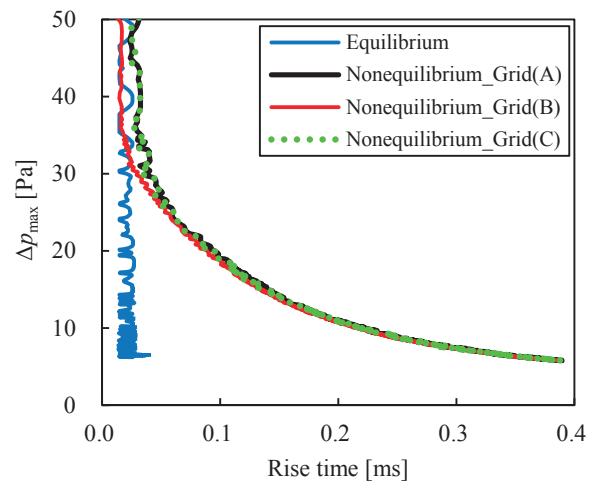


図12 格子数の違いによる先端衝撃波の最大圧力上昇値とRise timeの変化 (マッハ2)

マッハ2とマッハ5の結果を比較すると、減衰傾向はほとんど変化しないが、全ての領域でマッハ5の衝撃波の方が強いことが確認できる。そして、 $r = 10 \text{ km}$ での最大圧力上昇値を比較すると、熱的平衡、非平衡共に、マッハ5の方が約20%高くなっている。

図10に、先端衝撃波のRise timeの推移を示す。ここで、Rise timeは、圧力上昇値が Δp_{max} の10%から90%まで上昇する間にかかる時間と定義した。なお、熱的平衡を仮定した通常のオイラー解析の場合、理論的にはRise timeが零になる。しかし、CFDでは計算格子を用いて衝撃波を捉え、かつ数値粘性の影響も効いている。そのため、熱的平衡を仮定した場合も、最大で0.03 ms (マッハ2)、0.02 ms (マッハ5)程度のRise timeを持っている。なお、マッハ2, 5共に計算格子の最小格子幅は同じであるが、先端衝撃波からの距離に一樣流速の逆数をかけて時間変化 Δt に換算している。従って、一樣流速の速いマッハ5の方がRise timeの解像度が高い。また、Rise timeの数値振動は衝撃波部の格子幅に依存しており、格子幅を小さくすることで、より高精度な予測ができる(詳細は3.4節参照)。図10のように、 $r \approx 1 \text{ km}$ まではRise timeの変化がほとんど見られないが、 $r \approx 1 \text{ km}$ から遠方にかけては線形に近い形でRise timeが形成されていく。ここで、本解析で衝撃波が変形する主な要因は、波を急峻化する非線形効果と、波を平滑化する分子振動緩和効果の二つである。従って、物体近傍で衝撃波が強い時は、非線形効果の方が分

表2 Grid(A)を基準とした時の相対誤差(マッハ2, $r = 10 \text{ km}$)

	最大圧力上昇値	Rise time
Grid(A)とGrid(B)	0.03%	-0.79%
Grid(A)とGrid(C)	0.03%	0.22%

子振動緩和効果よりも卓越し、Rise timeはほとんど変化しないと考えられる。

図11に、最大圧力上昇値とRise timeの関係を示す。図11より、Rise timeは最大圧力上昇値の大きさに依存し、マッハ数に依存しないことが分かる。そして、最大圧力上昇値とRise timeには強い相関があることが確認できる。

3.4 格子収束性

図12に格子数の違いによる先端衝撃波の最大圧力上昇値とRise timeの変化を示す。なお、図12の結果は、熱的非平衡を考慮し、主流マッハ数が2の条件で解析した結果である。まず、熱的平衡を仮定した場合のRise timeは、0.014~0.03 ms程度でほとんど一定の値を示していることが分かる。従って、0.03 ms以上のRise timeは、分子振動緩和による効果であると考えられる。次に、熱的非平衡の結果より格子数の違いを比較すると、Grid(A)とGrid(C)の結果はよく一致しており、 η 方向の格子収束性は十分である。一方、Grid(A)とGrid(B)の結果は、物体近傍でRise timeに違いが見られる。これは、Grid(B)はGrid(A)を基準

の格子とし、 ξ 方向に対して内分点を取って形成した格子である。そのため、Grid(B)は ξ 方向の最小格子幅が Grid(A)の 1/2 であり、衝撃波の解像度が高い。そして、物体近傍で、Rise time が格子解像度より短い位置ではその違いが見られる。しかし、最大圧力上昇値が高い物体近傍を除き、Grid(A)と Grid(B)の曲線はよく一致している。従って、ソニックブームは物体から数 10 km 以上離れた遠方で問題となる現象であることを考慮に入れると、Grid(A)の ξ 方向の格子収束性も十分であると考えられる。

表 2 に Grid(A)の解析結果を基準とした時の $r = 10$ km での相対誤差を示す。表 2 より、先端衝撃波の圧力上昇値は全ケースで 0.1 %以下、rise time は 1 %以下である。以上から、遠方場における格子収束性は定量的にも十分である。

4. 結論

本研究では、Rise time の形成メカニズムを検証するため、熱的非平衡を考慮した 2 次元軸対称オイラー解析を実施した。その結果、主に N_2 による吸音減衰効果が作用し、衝撃波による急峻な変化が徐々に緩和していく様子を確認した。また、Rise time は、物体近傍ではほとんど変化せず、物体遠方で衝撃波が弱くなった後、物体軸からの距離に比例して増大していくことを示した。そして、最大圧力上昇値と Rise time には強い相関があること、Rise time は最大圧力上昇値の大きさに依存し、マッハ数に依存しないことを明らかにした。

今後は、分子振動緩和に加え、大気の高高度依存性（層状性）や粘性など大気中の様々な効果を含めた解析へと展開することで、数 10 km に亘って伝播する衝撃波の減衰特性をより詳細に検証できると考えられる。

参考文献

- Alonso, J. J. and Colonno, M. R. : Multidisciplinary Optimization with Applications to Sonic-Boom Minimization, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 44(2012), pp.505-526
- 中右佑, 牧野好和, 橋本敦, 山本雅史, 山下博, 内田貴也, 大林茂 : D-SEND#1 データを用いたソニックブーム伝播解析手法検証, JAXA-SP-12, pp.95-99, 2012
- 本間弘樹, Glass, I. I., 積田佳満 : ランダム・チョイス法による弱い爆風の解析, 宇宙科学研究所報告特集, 3(1982), pp.121-136
- Sakai, T. : Real Gas Effects on Weak Shock Wave Propagation in an Atmosphere, AIAA paper 2010-1388, 2010
- 山下礼, 鈴木宏二郎 : 全空間シミュレーションによる極超音速飛行時のソニックブーム解析, 日本航空宇宙学会論文集, 62(2014), pp.77-84
- Yamashita, R. and Suzuki, K.: Full-Field Sonic Boom Simulation in Real Atmosphere, AIAA Paper 2014-2269, 2014
- Yamashita, R. and Suzuki, K.: Numerical Analysis of Sonic Boom Cutoff Phenomena by direct simulation in Whole Domain Extending to Ground Level [Peer-reviewed], APISAT2013, No. 02-05-3, 2013
- Bass, H. E., Sutherland, L. C., Zuckerwar, A. J., Blackstock, D. T. and Hester, D. M. : Atmospheric absorption of sound : Further developments, *J. Acoust. Soc. Am.*, 97 (1995), pp. 680-683
- Shima, E. and Jounouchi, T. : Role of CFD in Aeronautical Engineering (No.14) - AUSM Type Upwind Schemes -, 第 14 回航空機計算空気力学シンポジウム論文集, 1997, pp.7-12
- van Leer, B.: Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. IV. A New Approach to Numerical Convection, *Journal of Computational Physics*, 23(1977), pp. 276-299.
- van Albada, G. D., van Leer, B., and Roberts, Jr., W. W.: A Comparative Study of Computational Methods in Cosmic Gas Dynamics, *Astronomy and Astrophysics*, 108(1982), pp. 76-84
- 嶋英志: 構造/非構造格子 CFD のための簡単な陰解法, 第 29 回流体力学講演会論文集, 1997, pp.325-328
- Eberhardt, S. and Imlay, S. : A diagonal implicit scheme for computing flows with finite-rate chemistry, AIAA Paper 90-1577, 1990
- International Organization for Standardization : Standard Atmosphere, ISO 2533, 1975