# 超音速流における主翼前縁および後縁の後退角の空力特性への影響の CFD 解析

竹内和也,直井健悟,松島紀佐 富山大学

# CFD Analysis on Sweep Angles of the Leading and Trailing Edges of a Wing in a Supersonic Flow.

by Kazuya Takeuchi, Kengo Naoi and Kisa Matsushima(Univ. of Toyama)

# **ABSTRACT**

To systematically investigate the aerodynamic characteristics of wings with 30, 45 and 60 degree swept-back angle, and different taper ratio, Navier-Stokes simulations for flows over a wing have been conducted. The Mach numbers of the flows are from 0.8 to 2.8. The planforms of wings are in various shapes whose half span aspect ratio is 2. The simulation and investigation has revealed new knowledge on the relation between swept-back angles and aerodynamic characteristics of a wing in a supersonic flow. Not only the swept-back angle of a leading edge but also that of a trailing edge take important role on aerodynamics of a wing.

# 1. はじめに

超音速航空機の主翼平面形は、前縁後退角が大きいデルタ翼類似の形状が主流である。その他の平面形状に対してはあまり注意が向けられてこなかったと思われる。そのためか、平面形については系統的な調査は線形理論若しくは薄翼理論による解析が主流であった 1960 年あたりを境に近年には行われていない。[1]

本研究を始めるに当たり著者らが興味を持ったのは、次世代型超音速機実用化に向け一歩先んじた存在である、米エアリオン社のビジネスジェット「Aerion-SSBJ」である。自然層流化を意識したという理由もあり、翼の平面形は、Concorde で採用され超音速主翼の典型となった、大きな前縁後退角の付いたデルタ翼形状ではなく、小さなテーパー比を持つ矩形翼に近い形状であった。このような翼平面形の違いに興味を持ち、我々は、この40年間で急速に発展した CFD シミュレーション数値手法を用い超音速における翼形状の系統的な空力性能解析を行うこととした。

最近の研究として岸によって矩形翼や後退角を持たせた翼に対する Euler シミュレーション[2]、続いて、著者らによる Navier-Stokes シミュレーションがある[3][4]。これにより、薄翼理論による予測の限界の詳細や、超音速流れにおける翼の空力特性(抵抗係数)は、前縁のみならず後縁の後退角並びに翼断面の前縁角・後縁角に依存することが明らかになった。参考文献[2][3]では、迎角 0°の揚力を持たない場合の議論が行われた。また[4]では主に前縁と後縁が平行な後退翼について揚力を持つ場合が検討された。

本稿ではこれらの成果をふまえ、6種の翼平面形に対し超音速の CFD (Navier -Stokes) シミュレーションを行い、 $C_D$ - $M_\infty$ 曲線における、薄翼理論との違いや後縁後退角の影響及び重要性、揚力を持った場合の後退角の影響について考察する。

### 2. 翼形状

計算に用いた 6 種類の翼について Fig.1 に示す。Fig.1 の  $I \sim VI$ は X 軸を対称面とし、半スパン平面形状で半スパン 長は 2.0、アスペクト比は 4.0、半裁面積は 2.0 である。  $I \sim III$ は前縁と後縁が平行(テーパーなし)で、 $IV \sim VI$ はテーパーつきである。前縁,後縁の後退角をそれぞれ $\Lambda_{LE}$ 、 $\Lambda_{TE}$  とし、Table 1 に各翼のパラメータを示す。翼型は厚み比 5%の複円弧(レンズ)翼型である。

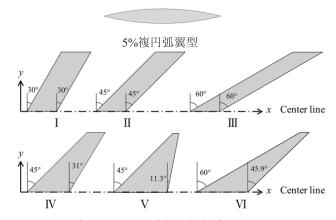


Fig.1 Section Airfoil and Planforms.

Table 1 Parameters for planforms.

	呼称	前縁の後退角 <i>A</i> LE	後縁の後退角 Are	翼根の 翼弦長	翼端の 翼弦長	体積
I	30°後退翼	$30^{\circ}$	<u>30°</u>	1.0	1.0	0.667
$\Pi$	45°後退翼	<u>45°</u>	<u>45°</u>	1.0	1.0	0.667
III	60°後退翼	<u>60°</u>	60°	1.0	1.0	0.667
IV	クリップドデルタ翼	<u>45°</u>	31.0°	1.4	0.6	0.702
V	クリップドデルタ翼	<u>45°</u>	11.3°	1.8	0.2	0.809
VI	クリップドデルタ翼	<u>60</u> °	<u>45.9</u> °	1.7	0.3	0.776

#### 3. 計算手法

本研究を行うにあたり用いた支配方程式は 3 次元圧縮性 薄層近似 Navier-Stokes 方程式である。空間離散化は、移流 項に対しては MUSCL を用い 3 次精度とした TVD 法を適用し、粘性項に対しては 2 次精度中心差分法を用いた。時間 積分は LU-SGS 法である。また、乱流モデルは Baldwin-Lomax モデルを用いた。

格子は C-H 型構造格子を用いて解析を行った。格子点数は 345 (主流方向断面翼型周り)  $\times 58$  (スパン方向)  $\times 73$  (翼面から離れる方向) で、翼面上に  $185\times42$  点配置した。物理座標系は主流方向を X 軸とし、スパン方向が Y 軸、翼面から遠方境界に向かって、X, Y に垂直に Z 軸を取った。原点は翼根断面の前縁である。シミュレーションとしてはレイノルズ数  $2.0\times10^7$ 、一様流マッハ数 0.8 から 2.8 までの流れを計算した。また、本稿では薄翼理論との比較のことを考え、粘性による寄与を除いた揚力/抗力係数を  $C_L$ ,  $C_D$  と記している。

# 4. C<sub>D</sub>-M<sub>∞</sub>曲線(翼平面形状 I Ⅱ Ⅲ)

Fig.2 に前縁と後縁の後退角をそれぞれで同じ角度としている翼平面形状  $I \ II \ III$  について、迎角 $\alpha$ =0°の時の抵抗係数  $C_D$  と一様流マッハ数  $M_\infty$ の関係を示す。図中の垂線は CFD(N-S)計算において  $C_D$  が最大となる一様流マッハ数を示す。このマッハ数を本論文では  $M_{max}$  と定義する。一般的に  $M_{max}$  は前縁の後退角により変化するとされており、Fig.2 でも確認することができる。

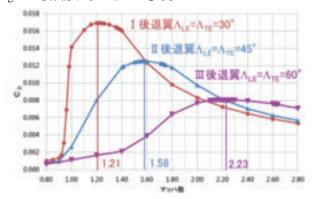


Fig.2  $C_D$ -Mach Curves. ( I II III,  $\alpha$ =0°)

# 5. 薄翼理論の近似の限界

Fig.3 に Robert T.Jones らの薄翼理論の計算による  $C_D$ - $M_\infty$  曲線[1]を示す。薄翼理論では後退角が  $45^\circ$  のとき、抵抗係数が最大となる一様流マッハ数( $M_\infty$ ) は 1.41 である。後退角が  $60^\circ$  のときは 2.00 である。これは翼前縁に垂直な流れ成分(Inflow マッハ数: Fig. 4 参照) が丁度音速になる時の一様流マッハ数である。つまり、(翼の後退角が $\Lambda$ の時の $M_{max}$ )× $\cos\Lambda$ =1.0 なる関係が成り立つ。また、以降後退角に応じて変わるこの  $M_{max}$ を  $M_{LE}$ とする。

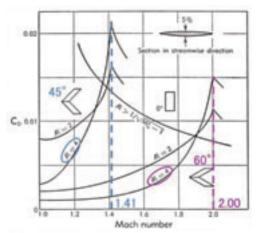


Fig.3 C<sub>D</sub>-Mach Curves by the Thin Airfoil Theory. [1]

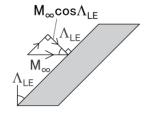


Fig.4 Inflow Mach Number.

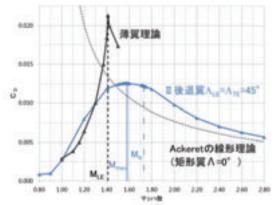


Fig.5 Comparison between N-S Simulation and the Thin Airfoil Theory in  $C_D$ -Mach Curves. ( II )

Fig.5 に後退角  $45^\circ$  (翼平面形状II)の Fig.3 の薄翼理論(アスペクト比 4)(黒実線)と Navier-Stokes (N-S) 計算結果(青実線)による  $C_D$ - $M_\odot$ 曲線を示す。また参考として矩形翼の場合の Ackeret の線形理論[5](黒点線)を表示した。Ackeret の線形理論は Fig.3 の後退角  $0^\circ$  のグラフと同じであることがわかる。次式に、用いた Ackeret の線形理論(複円弧翼型の場合)[5]の式を示す。

$$C_D^{Ackeret} = \frac{5.33(2/3)^2 \varphi}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \tag{1}$$

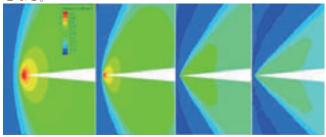
ここで、
$$\varphi$$
はAspect Ratio× $\sqrt{M_{\infty}^2-1}$  の函数

薄翼理論と N-S 計算の違いは  $M_{max}$  の前後、Fig.5 では  $M_{\infty}$ =1.4 から 1.75 付近で顕著である。薄翼理論では  $M_{max}$ の 1.41 辺りの前後で  $C_D$ が急激に変化している。N-S 計算では、  $M_{LE}$  辺りから  $M_{max}$  にかけてかなり緩やかに  $C_D$  が大きくな り、 $M_{max}$ を超えて  $M_{tr}$ (後述)までかなり緩やかに  $C_D$ が減 少する。この緩やかな変化は、翼前縁に生じる衝撃波が離 脱から付着衝撃波に変化することで説明できると考えてい る。超音速流において前縁の衝撃波は M∞を大きくすると 離脱から付着へと遷移する。その遷移過程を Fig. 6 に示す。 Fig.6 は 30°後退翼の翼根断面における前縁付近の C<sub>P</sub>等高 線図で、 $M_{\infty}$ はそれぞれ  $M_{\infty}$ = $M_{LE}$ 、 $M_{max}$ 、 $M_{tr}$ 、 $M_{\infty}$ > $M_{tr}$ であ る。M<sub>rr</sub>とは衝撃波が離脱から付着へと変化する境界の M<sub>∞</sub> である。離脱衝撃波は、翼前縁から衝撃波が離れており、 衝撃波を通して亜音速に減速され、衝撃波の前後で圧力比 が大きくなり、抗力が大きくなる。一方、付着衝撃波は翼 前縁に衝撃波が付着しており、衝撃波後流でも超音速であ るため、離脱衝撃波よりも圧力比が小さく、抗力も小さい。 前縁衝撃波が離脱になるか付着になるかは、翼断面前縁が 一様流方向となす先端角(OLE)と前縁に垂直な流れ成分の マッハ数  $(M_1=M_\infty\cdot\cos\Lambda_{LE})$  を与えることにより、次式で 計算できる[6]。

$$\tan \theta_{LE} = \frac{2 \cot \beta \left( M_1^2 \sin^2 \beta - 1 \right)}{M_1^2 \left( \gamma + \cos 2\beta \right) + 2} \tag{2}$$

与えられた $\theta_{LE}$  と  $M_1$  に対し衝撃波角 $\beta$ が解を持てば付着し、そうでなければ離脱する。この時の $\theta_{LE}$  を測る翼断面とは前縁に垂直方向の切断面である。例えば  $30^\circ$  後退翼(翼平面形状 I)では、 $\theta_{LE}$ =6.59 $^\circ$  であるため、 $M_1$ =1.18、これを一様流に直すと  $M_\infty$ =1.18/cos $30^\circ$ =1.37 で、この値が  $M_{tr}$ である。つまり、 $M_\infty$ が  $M_{tr}$ 以上になると付着衝撃波になる。薄翼理論では厚さは微小となるため離脱衝撃波は考慮されておらず  $M_{max}$ = $M_{LE}$ となる。N-S 計算では離脱衝撃波から付着衝撃波に変移する過程があるため  $C_D$  の変化が緩やか

であると考えられる。そして  $C_D$  はその変移過程中に最大となる。



(a)  $M_{\infty} = 1.15$  (b)  $M_{\infty} = 1.22$  (c)  $M_{\infty} = 1.37$  (d)  $M_{\infty} = 1.60$  Fig. 6 Shockwaves in the Vicinity of Leading Ege. ( I, y=0.0)

#### 6. 後縁後退角の影響

# 6. 1 前縁の後退角を一定とした各種平面形 (翼平面形状 I IV V, Ⅲ VI)

各種翼平面形周りの流れの N-S 計算を幾つか行った結果、後縁の後退角 $\Lambda_{TE}$ の変化に伴って、 $M_{max}$ が変化しているのではないかと推察し、系統的に計算結果を纏めてみた。

前縁の後退角 $\Lambda_{LE}$ がそれぞれ 45° と 60° で等しい時の抵抗係数  $C_D$ と一様流マッハ数  $M_\infty$ の関係を Fig.7 と Fig.8 に示す。迎角 $\alpha$ =0° であり、図中の垂線は  $M_{max}$  である。Fig.7 と Fig.8 でわかる通り、 $\Lambda_{LE}$  が等しくても後縁の後退角 $\Lambda_{TE}$  により  $M_{max}$  が異なることがわかる。つまり、 $M_\infty$ は $\Lambda_{LE}$  だけで決まるのではないといえる。前縁後退角は異なるが、後縁の後退角 $\Lambda_{TE}$  がそれぞれ 30° と 45° にほぼ等しい Fig.9 と Fig.10 では  $M_{max}$  がほぼ等しいことがわかる。したがって、詳細には翼断面形状の影響も考慮しなければならないが、本条件の前後対称の翼断面形状の複円弧翼型では  $M_{max}$  は  $\Lambda_{LE}$  よりも $\Lambda_{TE}$  による影響の方が大きいといえる。

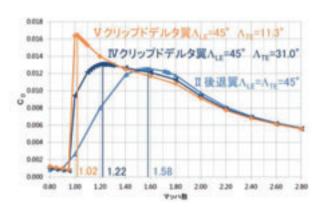


Fig. 7 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (II IV V,  $\alpha=0^{\circ}$ )

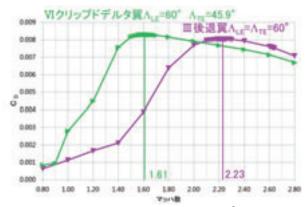


Fig.8 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (III VI,  $\alpha=0^{\circ}$ )

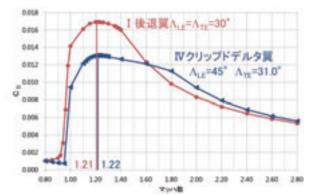


Fig.9 C<sub>D</sub>-Mach Curves. ( I IV,  $\alpha=0^{\circ}$  )

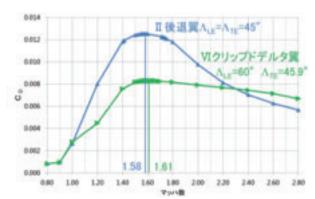


Fig.10  $C_D$ -Mach Curves. ( II VI,  $\alpha=0^{\circ}$  )

## 6. 2 超音速後縁と亜音速後縁と C<sub>D</sub>値

一様流マッハ数M∞=1.2の時、後縁は翼平面形状ⅣVがマ ッハ円錐の外側である超音速後縁で、翼平面形状Ⅱはマッ ハ円錐の内側である亜音速後縁である(Fig.11)。Fig.12と Fig.13に迎角 $\alpha$ =0°、一様流マッハ数 $M_{\infty}$ =1.20、スパン方向 y=0.90での翼平面形状 II IV VのCp分布と各翼形状のCpコン ター図を示す。Fig.12から超音速後縁のIVVと亜音速後縁 のⅡでCp分布が異なっていることがわかる。Fig.12におい て前縁のCpはほぼ一致しているが、x/c≥0.8の後縁では亜 音速後縁のⅡの方が超音速後縁のⅣVよりCpが高くなって いる(後縁付近の $C_P$ 値は負であることに注意)。Fig.13の コンター図でもⅡの後縁部のCpが高くなっていることがわ かる。翼型のレンズ形状より、前縁の圧力は進行方向と逆 向きが正であり(抗力)、後縁では、正の圧力は進行方向 に加速する力(推力)である(Fig.14)。よって、(前縁  $\mathcal{O}C_P$ -後縁の $C_P$ )が抗力を表す。つまり、後縁近傍に発 生する抗力は後縁付近のCpが高いⅡ (亜音速後縁)の方が Cpの低いIVV(超音速後縁)より小さくなる。したがって、 翼全体の抗力  $(C_D)$  はIIの方がIVVより小さくなる。つま り、後縁が超音速後縁か亜音速後縁かにより、後縁のCp分 布が変化し、翼全体の抗力(Cp)が変わる。そのため後縁 の後退角も、Cpが最大となる一様流マッハ数Mmaxに影響を 及ぼす要因であるといえる。

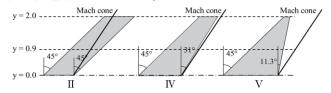


Fig.11 Trailing Edge and Mach cone. (  $M_{\infty}$ =1.2)

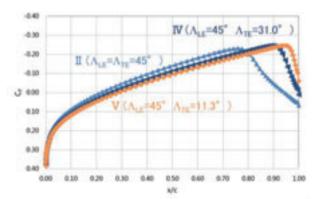


Fig.12  $C_P$  distribution. ( II IV V,  $\alpha=0^{\circ}$  ,  $M_{\infty}=1.20$ , y=0.90 )

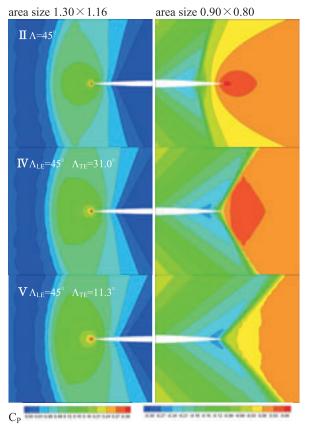


Fig.13  $C_P$  contour map of a Leading (left) and a Trailing (right) Edge. (  $\rm II~IV~V,~\alpha=0^{\circ}~,~M_{\infty}=1.20,~y=0.90$  )

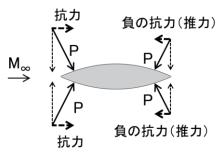


Fig.14 Decomposition of Pressure Force of Wing Section.

# 7. 迎角 2° (揚力を持つ場合)の C<sub>D</sub>-M<sub>∞</sub>曲線

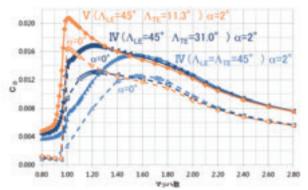


Fig. 15 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (II IV V,  $\alpha=0^{\circ}$  vs.  $\alpha=2^{\circ}$ )

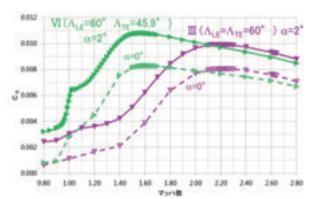


Fig.16 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (III VI,  $\alpha=0^{\circ}$  vs.  $\alpha=2^{\circ}$ )

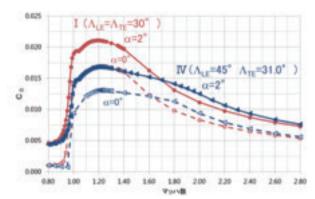


Fig. 17 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (I IV,  $\alpha=0^{\circ}$  vs.  $\alpha=2^{\circ}$ )

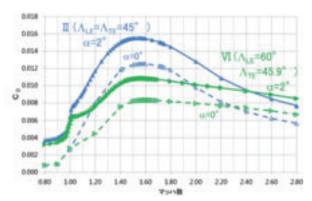


Fig.18 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (II VI,  $\alpha=0^{\circ}$  vs.  $\alpha=2^{\circ}$ )

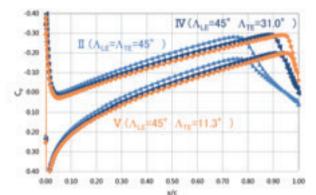


Fig.19 C<sub>P</sub> distribution. (II IV V,  $\alpha=2^{\circ}$  ,M<sub>\infty</sub>=1.20,y=0.90)

迎角が0°と2°のC<sub>D</sub>値の差は迎角があることによる揚力によるものだと考えられ、矩形翼についての数理モデルは教科書[5]等に載っており、次の式(3)で概算できる。ただし今回、後退翼に用いるため式(4)のようにマッハ数Mを翼前縁に垂直に流入するマッハ数とした。ちなみに式(3)は流入マッハ数1.0近辺の非線形効果が影響する速度領域では成立しない。

$$\Delta C_D = \frac{4\alpha^2}{\sqrt{M^2 - 1}} \left[ 1 - \frac{(1 - CA')}{2A\sqrt{M^2 - 1}} \right]$$
 (3)  
ここで、 $C = \left( yM^4 + M^2 - 2 \right)^2 / 2 \left( M^2 - 1 \right)^{\frac{2}{3}}$   
 $A' = 2/3^{(*)} \times \text{Thickness Ratio}$   
(\*) 複円弧翼型の場合の係数  
 $A = \text{Aspect Ratio}$   
 $M = M_{\infty} \cos \Lambda_{\text{LE}}$  (4)

Fig.20とFig.21に、30°後退翼(I)と45°後退翼(II)の場合の迎角 $\alpha$ =2°の $C_D$ と迎角 $\alpha$ =0°の値に式(2)の理論値を加えた $C_D$ の $M_\infty$ 変化の比較を示す。マーカー付き実線/破線が迎角 $\alpha$ =2°/0°の $C_D$ でマーカーなし破線が $\alpha$ =0°の曲線に理論値を加えた $C_D$ である。マッハ数 $M_\infty$ が I(Fig.20)では1.6( $M_\infty$ cos $\Lambda_{LE}$ =1.39)辺り、II(Fig.21)では2.0( $M_\infty$ cos $\Lambda_{LE}$ =1.41)辺り以上から、迎角 $\alpha$ =2°と理論値の曲線の傾きはほぼ等しくなっている。ただし、両者の間に一定の差がある。この差は翼対称面位置と翼端からのマッハ円錐の影響領域の算定が上手く考慮されていない事によるものだと考えられる。式(3)は矩形翼の数理モデルであり、第一項が2次元理論の $C_D$ で、第二項がマッハ円錐の影響についてのパラメータである。今回はマッハ数を翼前縁に垂直に流入するマッハ数にしただけのため、Fig.22の赤色部分に示すようなマッハ円錐の影響領域の違いが考慮されず、理

論値に差が生じたと考えられる。マッハ数が大きくなるとマッハ円錐の影響領域は小さくなるため、影響領域の違いによる差も小さくなると考えられる。従って、ある程度大きい速度域(Iでは $M_{\infty}>1.6$ , IIでは $M_{\infty}>2.0$ )では一定の差はあるものの曲線の傾きはほぼ等しくなったと考えられる。また、後退角が大きくなるとマッハ円錐の影響領域も大きくなるので、この速度域での迎角 $\alpha=2^{\circ}$ と理論値の差が I 後退角30°(Fig.20)より II 後退角45°(Fig.21)の方が大きくなっていると考えられる。

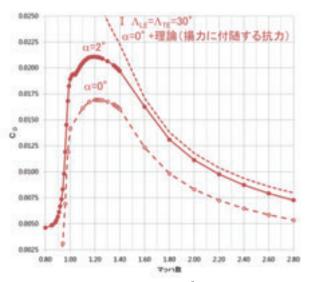


Fig.20 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (I,  $\alpha=2^{\circ}$  vs. approximation)

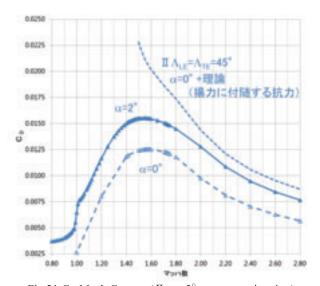
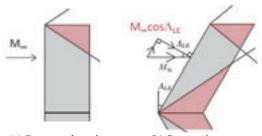


Fig.21 C<sub>D</sub>-Mach Curves. (II,  $\alpha$ =2° vs. approximation)



(a) Rectangular wing (b) Sweptwing Fig.22 Influence region of Mach cone.

#### 8. 結論

前後対称形状である複円弧翼型を断面形状として持つ翼の平面形の前縁や後縁の後退角が空力特性、特に $C_D$ - $M_\infty$ 曲線に対して与える影響について、3次元N-Sシミュレーションを用いて調べた。また、得られたいくつかのの知見について、物理的要因の考察も行った。

得られた知見としては、まず、実際の物理現象を反映した $C_{D}$ - $M_{\infty}$ 曲線を示した事が上げられる。薄翼理論との比較において定量的・定性的に差異が出てくる $M_{max}$ なる一様流速度近辺の $C_{D}$ - $M_{\infty}$ に関する非線形現象について離脱衝撃波から付着衝撃波への変移過程が要因である事を解明した。

また、これまで、超音速飛行用の翼平面形において後縁後退角は重要視されていなかったが、後縁の後退角の与える影響も大きいことを示した。少なくとも翼断面形状が前後対象、つまり最大厚み位置が0.5コードにある場合, $M_{max}$ は前縁の後退角 $\Lambda_{LE}$ と共に、後縁の後退角 $\Lambda_{TE}$ の影響を受け、 $M_{max}$ なるマッハ数位置の決定は後縁後退角の影響が大きい。これは、超音速後縁であるか亜音速後縁であるかによって、翼にかかる力が大きく変わる事で説明できる。後縁に於いては、衝撃波の離脱から付着の変移の過程がないため、後縁後退角の影響が単独に近い場合は $M_{max}$ 近辺での $C_{D}$ - $M_{\infty}$ 曲線の変化は急激である。前縁の後退角と後縁の後退角が等しいか差が小さい場合は、両方の影響が重なって、 $C_{D}$ - $M_{\infty}$ 曲線の形状が決まる。

迎角がある場合について、抵抗係数 $C_D$ 値への迎角の影響はマッハ数に依らず、一定である。つまり、 $C_D$ と一様流マッハ数 $M_\infty$ の関係は迎角に関わらず同様で、迎角による増分値の分だけ平行移動したグラフになっている事が分かった。また、迎角による増分値 $\Delta C_D$ の数理モデル式は、薄翼理論によって矩形翼に於いては確立されており、これは、N-S計算結果とも良くあっている。しかし、後退翼の場合は、未だ確立出来ていない。モデル式確立のためには3次元性の影響を考慮するための後退翼の中央部の先端や翼端からのマッハ円錐の影響領域の特定が重要であると思われる。

# 参考文献

- Robert T.Jones , Doris Cohen : HIGH SPEED WING THEORY : PRINCETON UNIVERSITY PRESS (1960)
- 2) 岸祐希:超音速主翼における多点空力性能の平面形依存性:第51回飛行機シンポジウム1B08 (2013)
- 3) 直井,松島,楠瀬:超音速飛行の翼平面形の揚抗特性の研究:日本機械学会北陸信越支部第43回学生員卒業発表講演会0104 (2014)
- 4) 松島,直井,楠瀬:直線翼の超音速空力特性の Navier-Stokes シミュレーションによる考察: 日本航空宇宙学 会第 45 期年会講演会 C10 (2014)
- 5) 比良,瀧澤:流体力学の基礎と演習:廣川書店 (1969): § 6・3 (pp.221-236)
- 6) 松尾一泰: 圧縮性流体力学-内部流れの理論と解析 - : 理工学社(1994): pp.263-270

#### 謝辞

本研究を進めるにあたり、JAXA客員研究員の楠瀬氏および首都大学東京航空宇宙システムコースの金崎先生に有益な助言を頂きました。心より感謝致しております。