

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1266

デルタ翼のウイングブロックと相平面法による解析

楯 篤 志 ・ 野 田 順 一 ・ 吉 永 崇

1995年 4 月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

デルタ翼のウイングロックと相平面法による解析*

楯 篤 志^{*1} 野 田 順 一^{*1} 吉 永 崇^{*1}

Wing Rock of Delta Wings with an Analysis by the Phase Plane Method

Atsushi TATE^{*1}, Junichi NODA^{*1} and Takashi YOSHINAGA^{*1}

ABSTRACT

Experimental investigation of the rolling motion of thin delta wings with varying sweep angles, using a free-to-roll method was conducted. The boundaries of dynamically stable and unstable regions of the delta wings were obtained and compared with vortex symmetry and vortex burst curves on a plane of angle of attack of the roll axis vs. delta wing sweep angle. An analytical expression of the rolling moment using a phase plane method was found to be satisfactory for generating the limit cycle similar to the one experimentally obtained. Using this expression, energy transfer in the unsteady motion was calculated.

Key words : Aerodynamics, Wing rock, Delta wing,
Phase plane method, High angles of attack

概 要

異なる後退角(55°~85°)を持つ13枚の薄いデルタ翼のロール運動の実験を、自由回転法を用いて行った。一連の実験で、ロール機軸の迎角の変化に対して、デルタ翼が動的に安定、あるいは不安定になる領域を調べた。一方、デルタ翼のロール角を0°に保ったままデルタ翼の機軸の迎角を増加させた場合に、デルタ翼面上に非対称渦が発生する領域と、渦が崩壊する領域が実験的に調べられており、これらの静的実験の結果と、ここでの動的なロール不安定の実験結果とを比較した。その結果、静的な不安定領域は、動的に不安定な領域にほぼ平行して存在することが分かった。また、デルタ翼が一様流中で静止の状態からウイングロックに入る角運動の角度の時間的変化の測定を行い、ウイングロックの現象を支配する非線形なローリングモーメントを相平面法を用いて解析的に表現した。このローリングモーメントの解析的表現を用いて運動方程式を解くと、デルタ翼のウイングロックの実験から得られた角運動やリミットサイクルと一致する結果が得られた。このことは、この解析表現が実際に作用したモーメントをかなり忠実に表していることを示している。さらに、この解析的な表現を用いて、ウイングロックの力学的な特性、エネルギーの変化を明らかにすることが出来た。

1. はじめに

デルタやオジャイブ形状をした翼を持つ飛行体が、飛

行中に遭遇する大きな障害の一つにウイングロックがある。ウイングロックは、飛行体胴体の長さ方向に機体軸回りの回転振動であり、通常は亜音速飛行中に起こる。この現象は、これらの形状の翼を持つ飛行体が大迎角で飛行する際に発生する。これらの飛行体のウイングロックの現象は簡単なメカニズムでは説明できない¹⁾。

ウイングロックの現象を解明するため Nguyen 等²⁾は、

* 平成6年12月19日受付(received 19, December 1994)

*1 空気力学部(Aerodynamics Division)

簡単なデルタ翼あるいは飛行体に似た形状の一自由度模型を自由に振動させ³⁻⁶⁾、また、新保等^{7,8)}はそれらの模型を強制的に振動させて模型に作用する力、モーメント、表面圧力を測定した。また、ウイングロックを支配する流れのメカニズムを解明するために、模型の後縁側に発生する渦の挙動、あるいは渦の崩壊を明らかにする流れの可視化実験が行われている⁹⁻¹³⁾。また、渦格子法¹⁴⁾、オイラー法¹⁵⁾、ディスクリット渦法¹⁶⁾などを用いて、デルタ翼と流れ場を結び付けたウイングロックの数値シミュレーションの研究が行われている。

ウイングロックにおいて作用するモーメントを取り扱うのに、いくつかの解析的な手法が試みられている。それらの手法として、ローリングモーメントの解析的な表現や^{2,17,18)}、リミットサイクルの振幅の解析的な概算^{19,20)}等が行われている。

Nguyen等²¹⁾は、物体が静止の状態からウイングロックを始め、次第にその振幅を増加し、やがてリミットサイクルへと移行する過程の角度の時間変化を用いることにより、ローリングモーメントを ϕ と ϕ' の多項式の級数に展開した^{17,18,21)}。それによって得られたローリングモーメント係数の角運動の2次の微分方程式を積分した結果は、実験で得られた時間的な角度変化を定性的に再現した。

この論文では、主として二つのことを行った。一つは、前縁後退角が 55° から 85° を持つ薄い13枚のデルタ翼が、一様流中において大迎角を取るとき、そのデルタ翼のロール角振動や回転運動の限界について調べた。デルタ翼の迎角を変えたときの動的に不安定な領域を自由回転の実験によって測定し、これらの結果を、Polhamus²⁴⁾やWentz²⁵⁾によって示された静的に不安定な領域と比較した。

さらに、筆者らは、デルタ翼の中で大振幅の典型的なウイングロックを示した翼について、軸対称または二次元的な物体の回転を含む非線形なピッチング、あるいはタンブリング運動の解析^{22,23)}に用いた場合と同様の相平面法を適用してモーメントを解析した。この方法により、広い範囲のロール角運動を支配するローリングモーメント係数の解析的な表現を導いた。フーリエ級数を係数とするモーメントの解析的な表現式を積分することにより、実験から得られた角運動やリミットサイクルと良く一致する角運動が再現できた。さらに、この解析的表現を用いて、ウイングロックの力学的な特性を明らかにした。

なお、本論文の一部は文献26にも述べられているが、それに記述されていない部分も含めて、本論文で詳細に述べた。

2. 記号

- b : デルタ翼の翼幅(mm)
- C_l : ローリングモーメント係数
 $= M_l / (1/2 \rho_\infty V_\infty^2 S b)$
- c : デルタ翼の翼根弦長(mm)
- E : 全エネルギー, $(1/I_m) (180/\pi)^2 E \text{ (deg}^2/\text{s}^2)$
- f : 周波数(Hz)
- I_m : 慣性モーメント ($191 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$)
- K : 運動エネルギー,
 $(1/I_m) (180/\pi)^2 E = \phi''^2 \text{ (deg}^2/\text{s}^2)$
- M_l : ローリングモーメント $= I_m \phi''$
- q : 動圧 $= 1/2 \rho_\infty V_\infty^2$
- Re : レイノルズ数(翼根弦長, 一様流速度基準)
- S : 参照面積 $= 1/2 bc$
- t : 時間(s), 厚さ(mm)
- U : ポテンシャルエネルギー,
 $(1/I_m) (180/\pi)^2 U \text{ (deg}^2/\text{s}^2)$
- V_∞ : 一様流速度(m/s)
- α : デルタ翼の機体軸迎角(deg)
- Λ : デルタ翼の前縁後退角(deg)
- ρ_∞ : 空気密度
- ϕ : ロール角(deg), (フーリエ級数を扱うときには rad)
- ϕ_A : 最大のロール角振幅
- ϕ' : 角速度(deg/s), (rad/s)
- ϕ'' : 角加速度(deg/s²), (rad/s²)
- Ω : 無次元周波数 $= \pi b f / V_\infty$

3. デルタ翼模型と実験装置

図1に、実験に使用したデルタ翼の模型を示す。デルタ翼模型は、翼根弦長が $c=150\text{mm}$, 200mm , 300mm の3種類で、厚さが $t=2\text{mm}$ の高力アルミ製(YH75)である。デルタ翼の前縁後退角 Λ は 55° から 85° まで 2.5° 間隔の13種類である。デルタ翼の翼根弦長 c を3種類に固定し

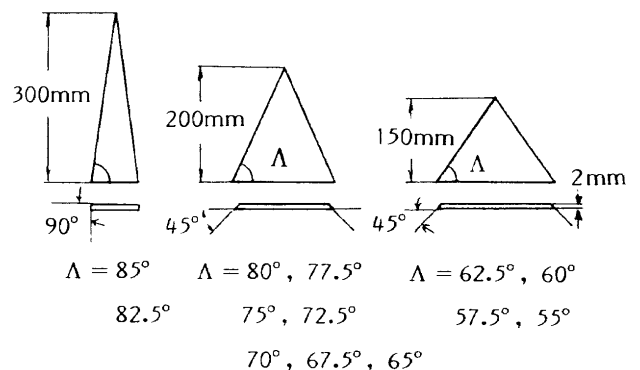


図1 デルタ翼模型

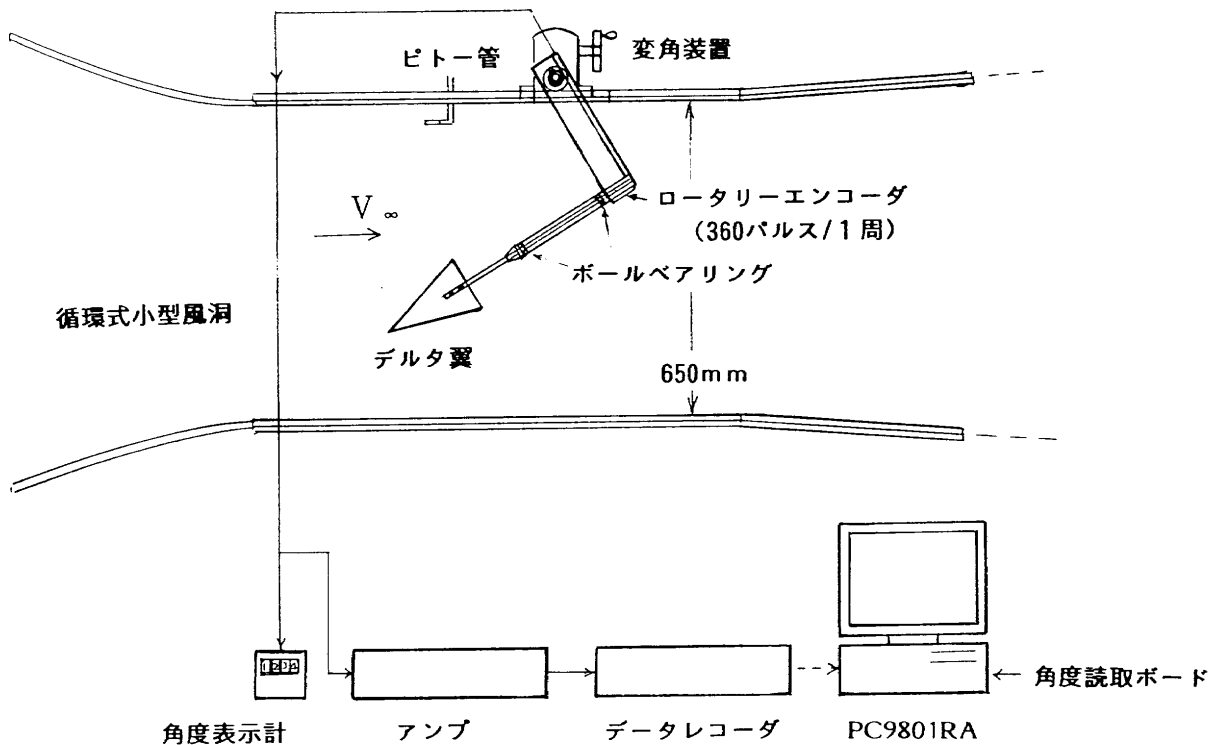


図2 実験装置の概略とデータ解析までの手順

たため、前縁後退角によって翼幅の長さ b は異なる。翼端は前縁後退角 $\Lambda=82.5^\circ$ と 85° を除いて片面から 45° に切断されている。 $\Lambda=82.5^\circ$ と 85° の細長いデルタ翼は、製作上の困難から翼端は 90° に切断しなければならなかった。この2枚のデルタ翼の場合、先端付近では翼幅が小さくなるため、厚み(2 mm)と翼幅との比は大きくなる。その結果、この2枚のデルタ翼先端付近の断面は縦長の長方形となっている。図2に実験装置の概略図と、データ収録から解析までの手順を示す。

デルタ翼機体軸の迎角を $\alpha=0^\circ$ から 48° まで連続的に変角できるウイングロック模型支持装置を製作し、これにデルタ翼模型を取り付けて実験を行った。デルタ翼模型を、直径8 mmの自由に回転出来るスティングに模型左右のバランスを調節して固定した。デルタ翼模型の取り替えは2つのボルトで容易に行うことが出来る。スティングは二重構造になっており、内側の直径8 mmのスティングは、自由に回転できるように2個のミニチュアベアリングで外側のスティング内に支持されている。ベアリングの摩擦力を軽減するため、通常のベアリング内のグリースを取り除き、粘性の小さい軽質オイルに取り換えた。この結果、模型を装着しない状態での摩擦力モーメントは、通常のグリース使用の場合と比べ、 $5.0 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{cm}$ から $0.5 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{cm}$ 以下にすることが出来た。

スティングの後端に接続した一周360分割のロータリーエンコーダにより、デルタ翼のロール角 ϕ の時間変化を検出した。ロータリーエンコーダからのA相とB相のパルス列の変化をデータレコーダで記録し、実験後に角

度の時間変化に変換し、解析を行った。コンピュータに組込まれた、パルス列から角度に変換するボードは1倍精度以外に、2倍精度と4倍精度で角度を検出できるため、ロータリーエンコーダの回転角度の測定精度は 0.25° 、 0.5° 、 1.0° のいずれかを選択できる。今回の実験では、主として 0.25° の精度で分析した。ロール角のサンプリング時間は5 msである。また、パルス列は実時間でアップダウンカウンタに送られ、実験中の模型のロール角が実時間で表示される。

外側のスティングは、図2に示すようにL字型のストラットに取り付けられ、ストラットは風洞測定部外の迎角変更用スタンド軸に固定されている。スタンドの軸をウォームギアによる回転減速機で回転することによって、模型機体軸の迎角を連続的に変化させることができる。

ウイングロックの実験に使用した風洞は、航空宇宙技術研究所の循環式小型低速風洞で、その測定部断面は高さ0.65m、幅0.55m、長さ1.50mである。一様流風速は $V_\infty=0 \sim 60 \text{ m/s}$ の範囲で変えられる。この風洞の平均の乱れは0.06%である²⁷⁾。実験はおもに風速20m/sで行った。デルタ翼模型の翼根弦長 c に基づくレイノルズ数は $2.1 \sim 4.2 \times 10^5$ に相当する。

4. 実験結果

4.1 後退角の異なるデルタ翼のロールモード

図3は、13枚の前縁後退角 Λ の異なるデルタ翼について、スティング(ロール機体軸)の迎角 α を 0° から増加して行き、どの範囲でロール角運動が起きるかを調べたも

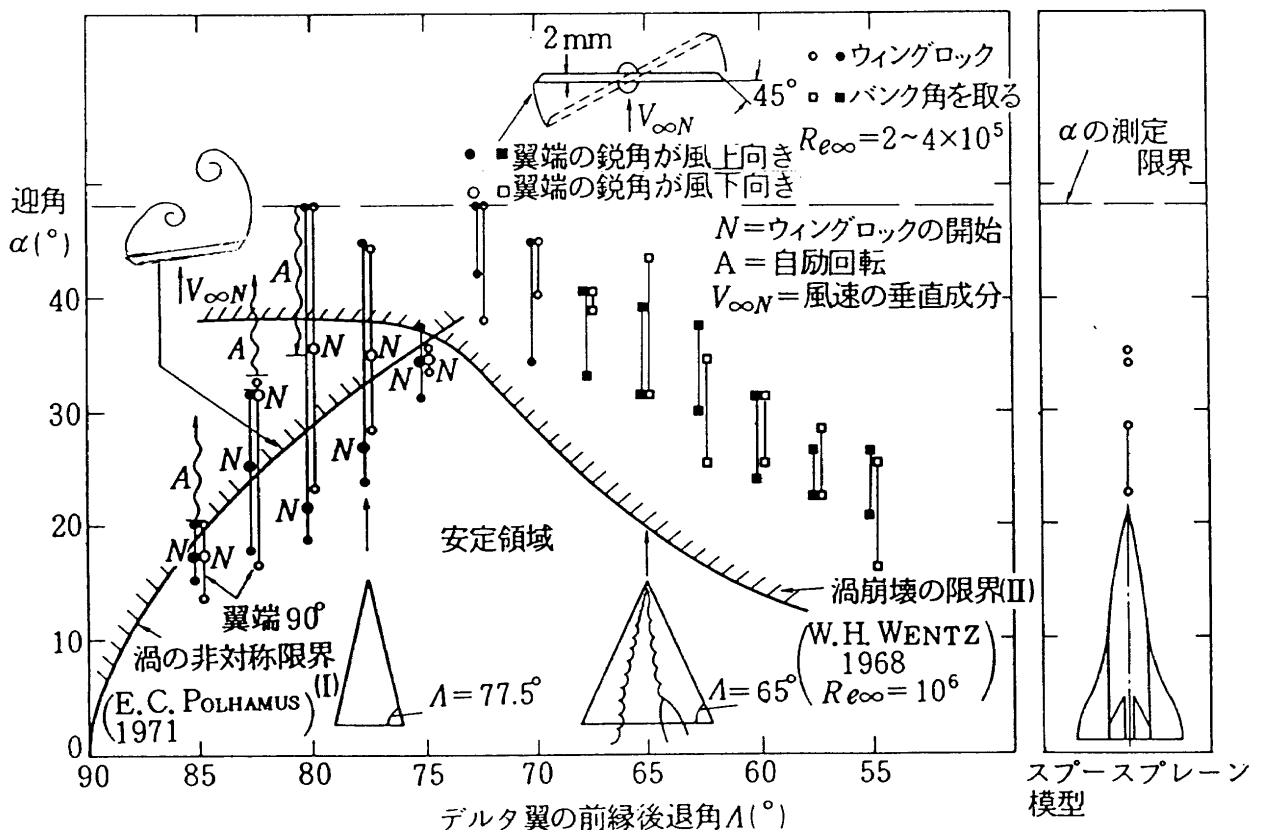


図3 デルタ翼の前縁後退角と横揺れを生じる迎角

のである。実験は風速 $V_{\infty}=20\text{m/s}$ で行った。デルタ翼模型の45°に切断された前縁の向きの影響を調べるため、それぞれのデルタ翼を180°裏返した測定も行った。図3の中央上側に示すように、45°に切断された鋭角の前縁が、気流の吹き上げ成分 $V_{\infty N}$ に対して風上側を向いている状態を風上側測定結果として●、■で示し、また、反対に風下側を向いている時を風下側測定結果として○、□で示す。

図3に示すように、デルタ翼の角運動は前縁後退角 Λ により $\Lambda=75^\circ$ を境界として概ね二種類に分けられる。

前縁後退角 $\Lambda \geq 75^\circ$ の場合は、デルタ翼(細長い翼)はウイングロックを行う。模型を支持するスティングの迎角 α を 0° から増加して行くと、デルタ翼は 10° まではほとんど角運動は行わないが、さらに迎角を増すと、角振幅 $\Delta\phi = \pm 2 \sim 5^\circ$ の不規則な角運動が起きる。引き続いて迎角を増すと、ある迎角を越えたところで急激に振幅が 20° を越える大振幅のウイングロックが始まる(N○, N●)。また後退角 Λ の大きい翼ほどその振幅は大きい。後退角が大きいデルタ翼は、翼端の45°に切断された前縁が風下側を向いている場合に比べて、風上側を向いている場合のほうが、小さい迎角でウイングロックを始める。しかしウイングロックが終了する迎角には大差がない²⁸⁾。

図3の左側の曲線(I)の斜線領域は、ロール角が 0° に

固定された、デルタ翼面上に一組の非対称な渦が発生する限界曲線を示す。これは、E. C. Polhamus (1971年)²⁴⁾ が、他の多くの研究者²⁹⁻³⁰⁾の実験結果に独自のサクション法を適用し、推定した曲線である。われわれの実験による大きな振幅のウイングロックは、ほぼこの曲線に沿う迎角で始まっている。しかし一度ウイングロックが始まると、スティングの迎角を限界曲線より小さくしてもウイングロックは持続し、ヒステレシスを示す場合がある。また、迎角を 1° 減らしただけでこれらの運動が止まる場合($\Lambda=82.5^\circ$)もあるが、 15° 減らさないと止まらない場合もある。 $\Lambda=82.5^\circ$ と 85° のデルタ翼(先の鋭い翼)は、ウイングロックが始まった後さらに迎角を大きくすると、翼は高速の回転(オートローテーション)に入る。 $\Lambda=80^\circ$ のデルタ翼は、迎角 48° (この実験装置が取れる最大の迎角)の時、手でわずかに回転を与えるとオートローテーションに移った。オートローテーションにもヒステレシスがあり、一度回転を始めると迎角を減らさないと回転は止まらない。現在のところ、これらのヒステレシスにベアリングの摩擦力がどの程度かかわっているか判断することは難しい。

前縁後退角が $70^\circ \leq \Lambda \leq 75^\circ$ のデルタ翼では、迎角を増しても典型的なウイングロックやオートローテーションは行わないで、不規則な小振幅の振動をする。この運動で

は、背面側の一組の渦が崩れてしまったものと推定される。

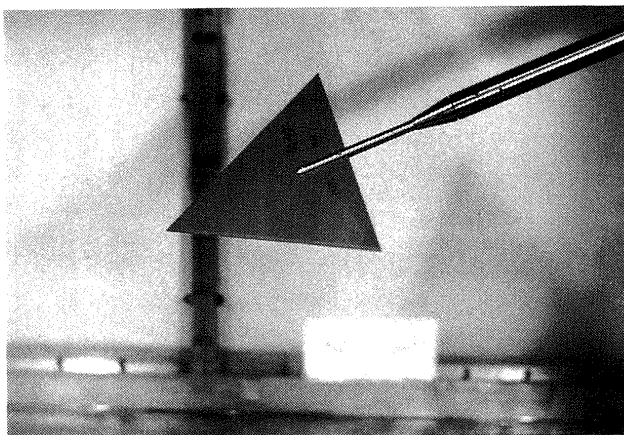
前縁後退角 Λ がさらに小さい $\Lambda < 67.7^\circ$ のデルタ翼は、ある迎角の範囲で小さな角振動を伴ってロール角の一方の側に傾いたまま安定する傾向を示す(図3の□, ■)。図4(a)は、 $\Lambda = 55^\circ$ のデルタ翼を自由回転ができるようにスティンに取り付け、 $\alpha = 26^\circ$ に設置した時、ロール角が約 $\phi = 30^\circ$ に傾いて安定している様子を、また図4(b)は、同じ条件で、デルタ翼が約 $\phi = -30^\circ$ に傾いて安定している様子を示す。実験装置の都合で迎角は下向きに取っている。 Λ の小さなデルタ翼は、ある迎角の範囲で、渦の非対称な崩壊が起きるものと思われる。またこれらのデルタ翼は、迎角によっては、傾いたまま振動したり、時々右側から左側への傾きに移るなどの現象も見られた。

W. H. Wentz (1968)²⁵⁾は、デルタ翼について静的な空気力の測定から、渦の崩壊する限界を推定した(図3の右半分の斜線領域で示す曲線II, $Re = 10^6$)。今回の実験で $\Lambda \leq 67.5^\circ$ のデルタ翼が傾き始める迎角は、この曲線より

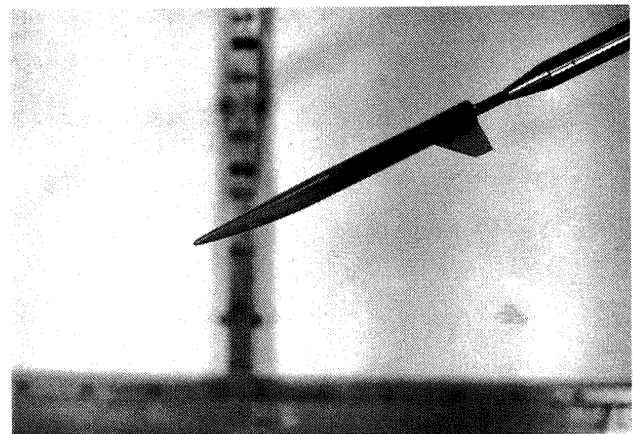
も $3 \sim 10^\circ$ ほど大きい方が、ほぼこの曲線に平行である。これはレイノルズ数の違いが大きく関係しているためと考えられる。(ここでの実験では、 $Re = 2.1 \sim 2.8 \times 10^5$)。また、 $\Lambda < 70^\circ$ の場合も、迎角 α を増加して行く場合、バンクを開始する迎角と、バンクをしなくなるさらに大きい迎角は、前縁鋭角の向きによって異なっている。

図3の二つの安定限界曲線は、後退角の異なる、静止したデルタ翼まわりの流れの特性について見いだされたものである。これらは、(1)デルタ翼の前縁後退角 Λ の違いによって、 $\Lambda \approx 75^\circ$ を境にしてデルタ翼に作用するロールモーメントの原因が異なっていること、(2)また、 $\Lambda \approx 75^\circ$ のデルタ翼は広い範囲の迎角 α に対してロール振動が起きにくく、安定であることを意味している。今回のデルタ翼の動的な実験の結果は、それらの静的な限界曲線から少しずれてはいるが、ほぼ平行な二つの領域で動的な安定の限界があることを示している。

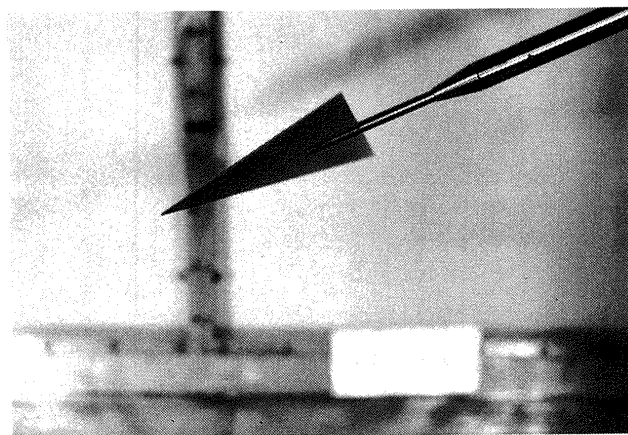
実際の飛行体には、主翼、胴体、尾翼などがあり、背面の流れは複雑になる。図3の右側にスペースプレーン



(a)



(c)



(b)

図4(a) 安定したバンク角を取るデルタ翼、バンク角約 30°
 (b) 安定したバンク角を取るデルタ翼、バンク角約 -30°
 (c) ウイングロックをするスペースプレーン模型

の0次模型について測定した結果を示す。迎角 α を変えると $\alpha=23\sim28^\circ$ と $34\sim35^\circ$ の二つの領域でウイングロックが起きる。 $28^\circ<\alpha<34^\circ$ では、一時ウイングロックがなくなる現象を示す。これはデルタ翼には見られない現象である。この原因はまだ解明していない。図4(c)はスペースプレーンの0次模型がウイングロックしている写真である。このスペースプレーンの亜音速での空気力の測定からは、 $-8^\circ<\alpha<30^\circ$ の範囲でロール角 $\phi=0^\circ$ 付近で $C_{l\beta}<0$ であり、復元力が作用してウイングロックが起きないように見える³¹⁾。しかし、自由に角振動の出来るこの機体模型は、流れとのエネルギーのやりとりを行って振幅を増大し、最終的には一周期のエネルギーの収支が0となるリミットサイクルとしてのウイングロックを行う。実際の航空機が傾くと、横滑りが加わって角振動は緩和されるが、このような領域は避けて飛行する必要がある。

4.2 後退角 $\Lambda=82.5^\circ$ のデルタ翼の振動

13種類のデルタ翼模型すべてについてロール安定の実験を行った。その結果では、 Λ が大きい模型ほど大きな振幅のウイングロックを行う。 $\Lambda=82.5^\circ$ のデルタ翼が典型的な大振幅($\phi_A \approx 60^\circ$)の角振動を行ったので、この場合のデータを用いて非線形角運動の解析を行う。

図5は、自由に回転できるスティングに支えられた $\Lambda=82.5^\circ$ のデルタ翼が $V_\infty=20\text{m/s}$ の一樣流中に置かれたときの、最大の角振幅 ϕ_A とスティングの迎角 α の関係を示す。迎角 α を 0° から 30° 付近まで少しずつ増加して行くと、この間ではデルタ翼はほとんど振動しない。しか

し、デルタ翼を $18^\circ<\alpha<30^\circ$ の範囲で軽く押すと、翼は大振幅のウイングロックへ入って行く。迎角を $\alpha=30^\circ$ 付近に近づけると、デルタ翼は自然に大振幅のウイングロックに入る。また、この角度付近で別の興味深い現象が見られた。迎角 α を急速に変化させて $\alpha=30^\circ$ 付近を通過させてしまうと、このデルタ翼は図6に示すような $31^\circ<\alpha<32.5^\circ$ の範囲で、振幅が $\phi_A \approx 5^\circ$ の非対称なウイングロックを行う。さらに迎角を $\alpha>32.5^\circ$ に増すと、このデルタ翼は高速度のオートローテーション(自励回転)に入る。しかし、このオートローテーションを行っている状態から迎角を 30.5° に減じるとオートローテーションは抑制され、振幅 $\phi_A \approx 75^\circ$ のウイングロックに導かれる(図5のA)。この付近のウイングロックは、わずかの角度変化でオートローテーションに入るのが不安定であるが、 $\alpha=28.5^\circ$ まで下げると振幅は約 $\phi_A \approx 60^\circ$ のウイングロックに入り(図5のB)、さらに α を減じると $20^\circ<\alpha<28.5^\circ$ の範囲では、ほぼ α に比例した振幅のウイングロックを示す。図7に、 $\alpha=28.5^\circ$ での大振幅($\phi_A \approx 60^\circ$)のウイングロックを示す。さらに迎角をゆっくり 18° 付近まで下げて来ても大振幅のウイングロックは持続し、 $\alpha \approx 16.5^\circ$ ではじめて振動が止まる。このように、 $\alpha=30^\circ$ で一度大きなウイングロックが起きると、 $\alpha \approx 16^\circ$ に迎角を下げるまでウイングロックが持続する。図5は一樣流の風速が一定のとき、ウイングロックを行う迎角の範囲に大きなヒステシスが存在することを示している。

前縁後退角 $\Lambda=82.5^\circ$ のデルタ翼は、端面が 90° に切断されているため、模型を 180° 回転させ裏返しに取り付けて

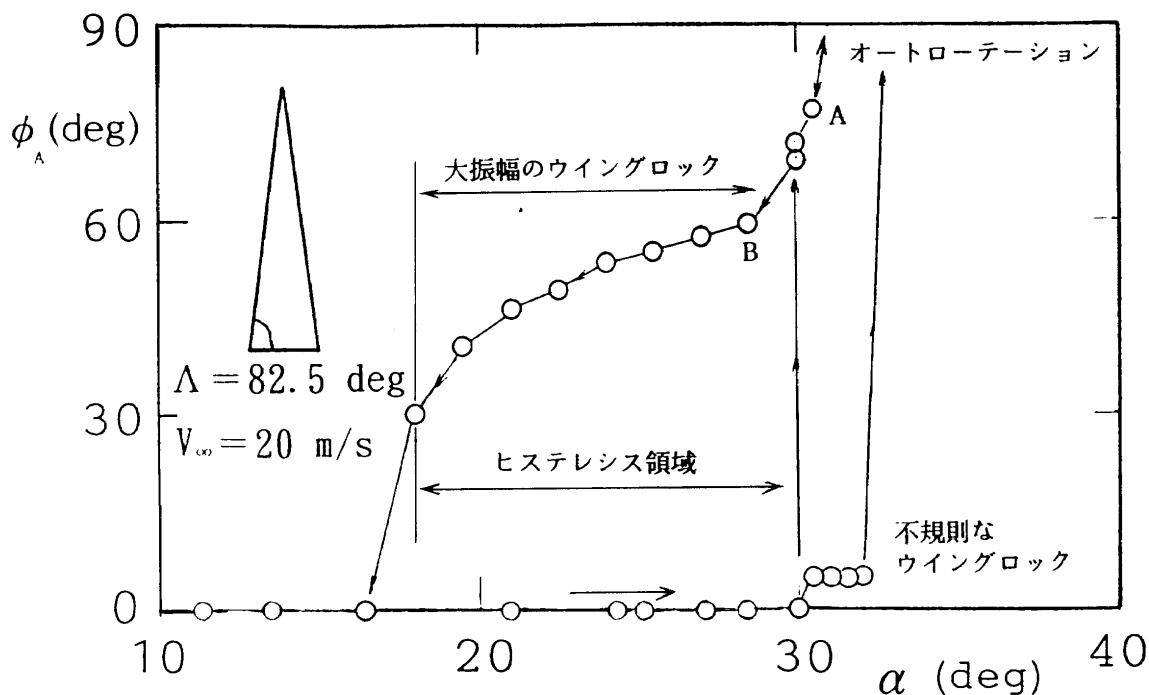


図5 ウイングロックの最大振幅と迎角

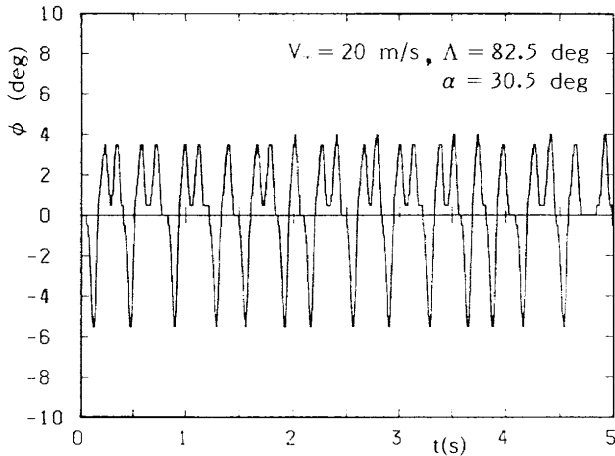


図6 小振幅の不規則なウイングロック

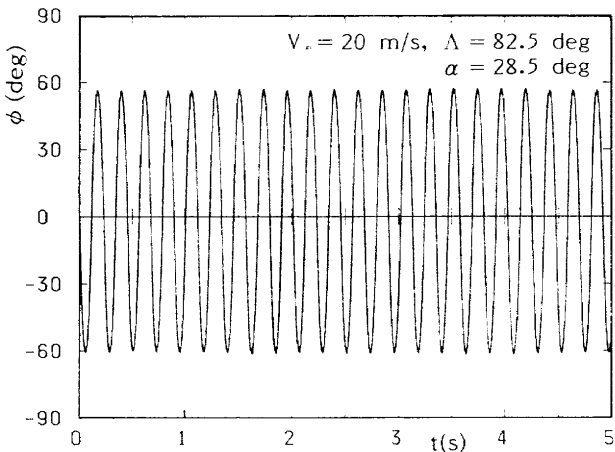


図7 大振幅のウイングロック

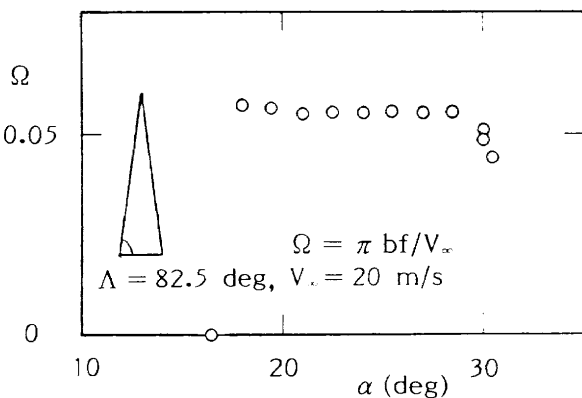


図8 無次元振動数と迎角

実験しても同じような結果が得られるものと期待される。ところが我々の実験によると、裏返した場合は迎角は $\alpha \geq 25^\circ$ の領域でウイングロックが始まった。このように一見同じ形をした二つの模型のウイングロックが始まる角度が異なる原因は、ベアリングの摩擦力の差に起因するものではないと思われる。このデルタ翼は端面が 90° に

切断されているため先端は非常に鋭く、先端に近づくにつれて模型の断面は横長の長方形から縦長の長方形へ変る。この付近では模型の対称性は十分満足されているとは言えない。このことから、模型の先端付近のわずかな非対称性が原因で、ウイングロックの起こる迎角 α の差が生じるものと思われる。以下に示すウイングロックの解析には、 $\alpha \geq 25^\circ$ で自然にウイングロックを行う側に模型を配置した場合のデータを用いている。

図8は、図5に対応するデルタ翼の迎角 α に対するリミットサイクルの無次元振動数の関係を示す。無次元振動数 Ω は、振動周波数 f 、デルタ翼の翼幅 b 、一様流速度 V_∞ を用いて、 $\Omega = \pi bf / V_\infty$ で表わされる。図から明らかなように、 $\Lambda = 82.5^\circ$ のデルタ翼が $V_\infty = 20 \text{ m/s}$ で行うウイングロックの無次元振動数は迎角 α に対してほぼ一定である。

4.3 ロール角 ϕ とその微分 ϕ' 、 ϕ'' の時間的变化

後退角 $\Lambda = 82.5^\circ$ のデルタ翼は、 $V_\infty = 20 \text{ m/s}$ の一様流中で迎角 $\alpha = 30^\circ$ を取る時、どちらの面を上にしても大振幅のウイングロックを行う。

図9(a)には、このデルタ翼がロール角 $\phi = 0^\circ$ で静止している状態から、ウイングロックを始め、しだいにその振幅を増し、やがてリミットサイクルへと移って行くまでの典型的な角度変化の過程を示す。このデルタ翼の慣性モーメントは $I_m = 191 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ で、デルタ翼は10回から12回の振動を繰り返した後、または振動を開始してから約2.5秒経過した後、 $\phi \approx 60^\circ$ の大振幅のリミットサイクルに入る。

角速度 $\phi'(t)$ 、角加速度 $\phi''(t)$ は、 $\phi(t)$ の測定点 t を中心とする等間隔の前後5点のデータを用いて、中心差分法により数値的に求めた。それぞれのデータは角度の測定誤差を含んでいるため、差分を行うとき隣接するデータを用いると精度が悪くなる。また、差分を用いることによって生じる誤差をできるだけ小さくするため、最適のデータ間隔を選定する必要がある。この角運動に類似した三角関数の曲線に、実験と同程度の角度誤差を含ませた階段曲線を作り、この曲線と同じ差分法で微分し、三角関数の微分値と比較することにより誤差が最も小さくなるデータの間の間隔を選んだ。主として、15msおきの5個のデータを用いた中心差分で微分を行った。

図9(b)は、差分によって求めた角速度 ϕ' の時間的变化を示す。この図では、今までのタンブリングやオートローテーションの実験^{22,23)}では見られなかった鋭いピークが現れている。

図9(c)は、角加速度 ϕ'' (摩擦による負のモーメントは非常に小さいとすると $I\phi'' = M$ であるから、 ϕ'' はローリングモーメントに対応する。)の時間的变化を示す。図9

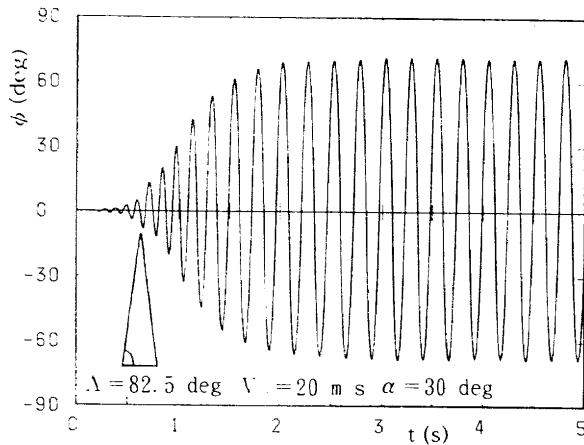
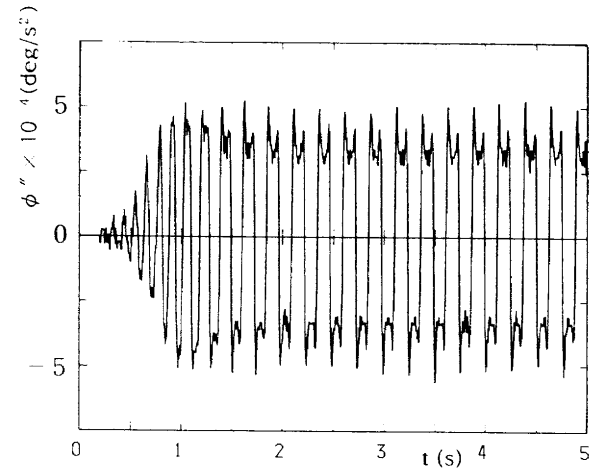
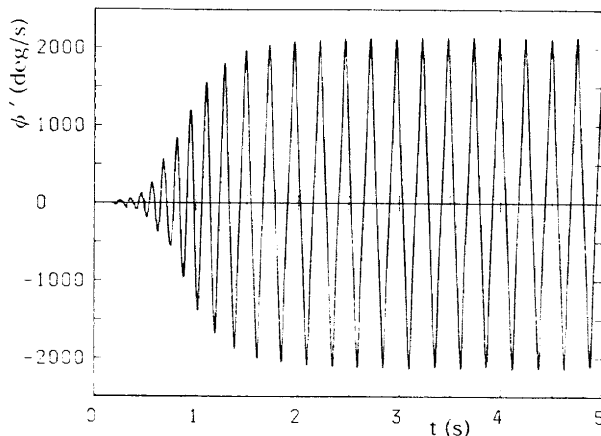
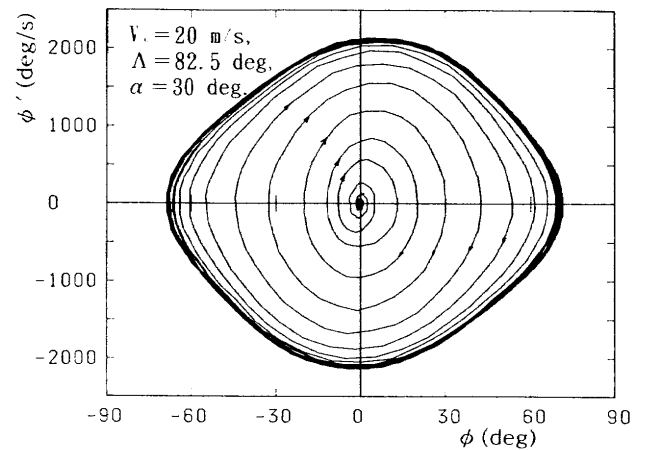
図9(a) ロール角の時間的変化、 $\phi(t)$ 図9(c) ロール角加速度の時間的変化、 $\phi''(t)$ 図9(b) ロール角速度の時間的変化、 $\phi'(t)$ 

図10 相平面上のウイングロックの軌跡

(a)と図9(c)を比較すると、振幅が増加している範囲では、1回の振動の中に2つの鋭いピークが見られる。一方、スタートから数回振動を繰り返した後では、そのピークはさらに2つのスパイクに分割され、 ϕ'' は極大(極小)値から一度減少するがすぐ極大(極小)値に達したあとと反対符号の値に急激に変化する。この ϕ'' のグラフから、1サイクルの中には4つのスパイクが存在することが分かる。このスパイクは差分の際の誤差ではなく、ウイングロックの1周期の中で、流れに2回の大きな変化と2つの小さな緩やかな変化が存在することを示している。

図10は、デルタ翼のウイングロックの運動を図9(a)と図9(b)から時間 t をパラメータとして、 (ϕ, ϕ') 相平面上に運動の軌跡を描いたものである。同図には、デルタ翼が静止の状態からウイングロックを始め、次第にその振幅を増しリミットサイクルへと至るまでの軌跡が表現されている。この表現法によると、リミットサイクルは歪んだ楕円形で表現されている。図10上では軌跡は交差することなく原点から出発し、滑らかにリミットサイクルに近づいている。

5. ウイングロックを支配するモーメント

模型が一自由度の角運動を行う場合、ロール角の運動方程式は、 $I_m \phi'' = M_l = M_{AERO} + M_{FRIC} + M_{GRAV}$ で表される。ここで M_{AERO} は空気力によるモーメント、 M_{FRIC} は摩擦力モーメント、 M_{GRAV} は重力によるモーメントである。動圧 q を用いて方程式を無次元化すると、 $C_l = I_m \phi'' / qSb = M_l / qSb$ となる。 b はデルタ翼の翼幅である。一般的には、一自由度の角運動のモーメント係数 C_l は回転のロール角 ϕ とその微係数 ϕ' 、 ϕ'' 、……の関数として決定される。たとえば、線型な微小振動の場合には、静的あるいは動的なモーメント係数は多くて3次の微係数の項まで議論される。しかしながら、デルタ翼に作用する非線形な回転のモーメントの場合は、それを ϕ とその微分 ϕ' 、 ϕ'' 、……の多項式展開で決定するには、これらの高次の微係数は複雑になる。実際に展開したとしても、時間が出発点から経過するにつれて、近似多項式を解いて得られる解と、測定された結果とが一致しなくなる。

ここで、図10の相平面上の軌跡をもう一度考える。も

し相平面上の軌跡が大きな角度で交錯するならば、その交錯する点では2つの異なる回転モーメントの値が存在することになる[付録1]。ところが、図10上の軌跡ではそのようなことは起きていない。したがって、この角運動を支配する回転モーメント M_1 は ϕ と ϕ' の一価関数 $M_1(\phi, \phi')$ として図10の相平面 (ϕ, ϕ') 上に与えられていると考えることができる。

$-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ の広い範囲でこのデルタ翼の角運動の特性を見いだすために、我々はこの運動に相平面法^{22,23)}を適用してモーメントの解析表現を求めた。この相平面法は、非対称模型や二次元模型の非線形振動あるいはタンプリングの角運動の回転モーメント係数 C_1 を決定するのに用いられた方法である。この方法を用いて、ウイングロックの運動を支配するモーメントを、物理的な対称性を考慮することなしに、角度 $\phi(t)$ の時間変化の実験値を使って解析的表現を導いた。以下の解析では微分を (\cdot) で表し、角度 ϕ はラディアンを用いている。しかし実際の計算では $\phi(^{\circ})$ を用いている。

5.1 モーメントの解析的な表現

前節で、ウイングロックのローリングモーメントが (ϕ, ϕ') 相平面上で一価関数として与えられることについて述べた。ここでは、ウイングロックの角度の測定値を用いてモーメントの解析表現を得る方法について述べる。

図11は、 $\Lambda = 82.5^\circ$ のデルタ翼模型が $\alpha = 30^\circ$ で、 $V_\infty = 20$ m/s の気流中で自由に回転できるように支持した時、(1) 模型が静止 ($\phi = 0^\circ$, $\phi' = 0$) している状態からウイングロックを始め、リミットサイクルに至るまでの軌跡(図中央付近から出発)、(2) 模型をわざと手で時計回りに回転させた場合に、減速してウイングロックに移り、リミットサイクルに入っていく軌跡(図上側)、および(3) 反時計回りに回転させた場合に減速しリミットサイクルに至る軌

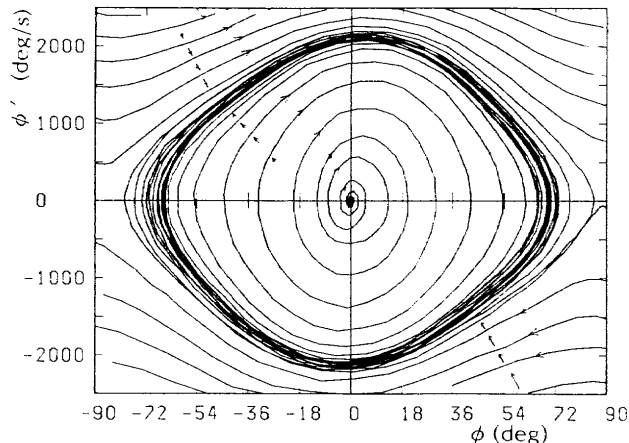


図11 リミットサイクルに入る3種類の角運動の軌跡

跡(図下側)の3種類の運動の軌跡を示している。ここで重要なのは、それぞれの軌跡上には ϕ'' またはローリングモーメント $M_1 (= I_m \phi'')$ の値が存在することである。この図から明らかなように、それぞれの軌跡は大きな角度では交わっていないため、先に述べたように、モーメント M_1 は ϕ と ϕ' の一価関数 $M_1(\phi, \phi')$ として扱うことができる。すなわち、この (ϕ, ϕ') 平面上に立体的に回転モーメント $I_m \phi''(\phi, \phi')$ の曲面が存在し、軌跡はその曲面上を動いていると考えることができる。言い換えれば、 (ϕ, ϕ', C_1) 相空間内の一つの曲面 $C_1(\phi, \phi')$ の解析的表現を、実験値を用いて決定することができれば、それに基づいて角運動の性質を解析的に調べることができる。ここで C_1 軸は図11の紙面に垂直な方向である。

一般的には、このモーメント係数 $C_1(\phi, \phi')$ を ϕ' の M 次の多項式で表現し、多項式のそれぞれの係数を ϕ の関数として N 階のフーリエ級数 $A_m(\phi)$ で表現できると考えられる^{22,23)}。ここでは、 $M = 4$, $N = 5$ として、ローリングモーメントは次のように解析的に表現する。 (ϕ) の積分範囲は $-\pi/2 \leq \phi \leq \pi/2$ である)

$$I_m \phi'' = C_1(\phi, \phi') q S b \quad (1)$$

ここで両辺を I_m で割って、

$$\phi'' = C_1(\phi, \phi') q S b / I_m \quad (1')$$

改めて右辺全体を $\phi''(\phi, \phi')$ とおく

$$\phi'' = \phi''(\phi, \phi') \quad (1'')$$

$$= A_0 + A_1 \phi' + A_2 \phi'^2 + A_3 \phi'^3 + A_4 \phi'^4 \quad (2)$$

$$= \sum_{m=0}^4 \left[a_{m0}/2 + \sum_{n=1}^5 (a_{mn} \cos 2n\phi + b_{mn} \sin 2n\phi) \right] \phi'^m \quad (3)$$

フーリエ級数 $A_m(\phi)$ の係数 a_{mn} , b_{mn} は直交関係を用い、次に示す数値積分によって求めた。

$$a_{mn} = (1/T) \sum_{t=1}^{2T} A_m((t-T)\pi/(2T)) \cos n\pi(t/T-1) \quad (4)$$

$$b_{mn} = (1/T) \sum_{t=1}^{2T} A_m((t-T)\pi/(2T)) \sin n\pi(t/T-1) \quad (5)$$

ここで t は積分領域 $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ 間を $2T$ に分割したときの和の順序を表わす。

これらの係数を得る方法を少し詳しく説明する。

(1) まず、図11の (ϕ, ϕ') 面の横軸を $T = 36$ として 72 に等分し、それぞれの点を通り縦軸に平行な線を引く。この線を含み図11に垂直で (ϕ', ϕ'') 面に平行な $\phi_1 = \phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_{73}$ の73枚の面で、 (ϕ, ϕ', ϕ'') 空間を等間隔に分割する。それぞれの面を $(\phi', \phi'')_i$ と名付ける。ここでは ϕ の範囲 $(-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ)$ を $2T$ ($\phi_{1=1} \sim \phi_{1=73}$, 72 等分, $T = 36$) に分割しているため、間隔は 2.5° になる。軌跡は、 $\phi_{1=1 \sim 73}$ の点での分割面 $(\phi', \phi'')_i$ を横断するため、そ

それぞれの (ϕ', ϕ'') 面に軌跡の多数の通過点 $(\phi', \phi'')_i$ がプロットされる。例として図12(a)~(e)に、 $\phi = 0^\circ, \pm 15^\circ, \pm 30^\circ, \pm 45^\circ$ および $\pm 60^\circ$ の5断面における軌跡の通過点を示す。

(2)これらの点を通過する曲線を最小二乗法によって $|\phi'| < 3000$ (deg/s)の範囲で ϕ'' を ϕ' の4次の多項式で近似し、同図に実線で示す。リミットサイクルの近くで

は多くのデータが存在するため、最小二乗法を用いる時データの重みに不均衡が生じる。したがって、この付近のデータの数を減らして多項式による近似を行った。全体として (ϕ', ϕ'') の73枚の断面について73の ϕ' の4次多項式が得られる。

(3) ϕ' のそれぞれの同じべき乗の項(0次~4次)の係数(73個ずつ)を、式(4)、(5)を用いてフーリエ級数に展開

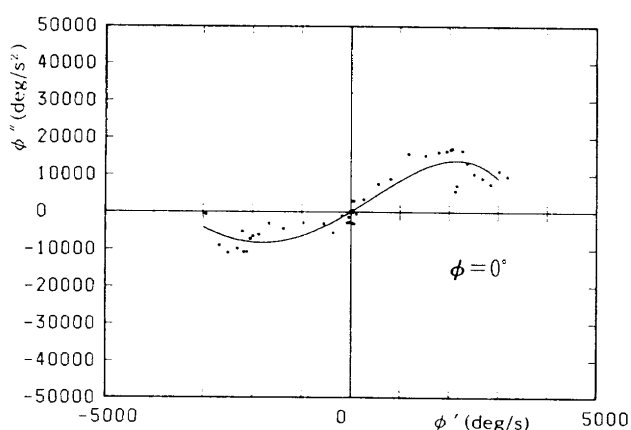


図12(a) 角加速度 ϕ'' の多項式近似, $\phi = 0^\circ$

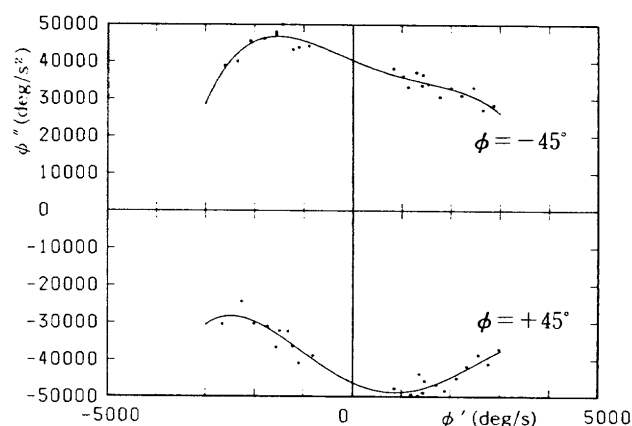


図12(d) 角加速度 ϕ'' の多項式近似, $\phi = \pm 45^\circ$

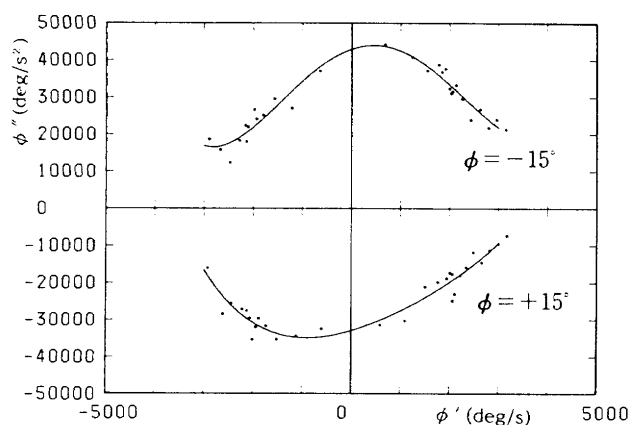


図12(b) 角加速度 ϕ'' の多項式近似, $\phi = \pm 15^\circ$

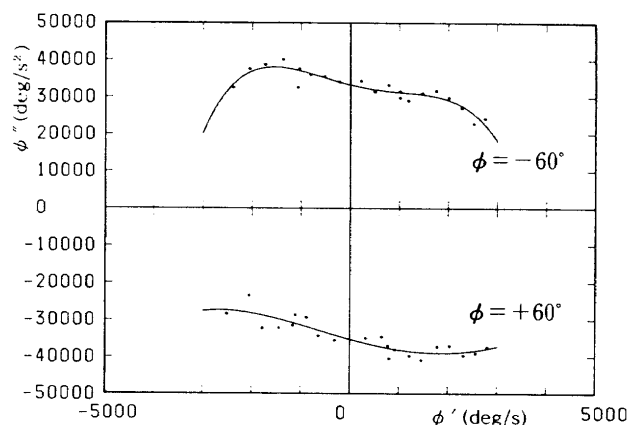


図12(e) 角加速度 ϕ'' の多項式近似, $\phi = \pm 60^\circ$

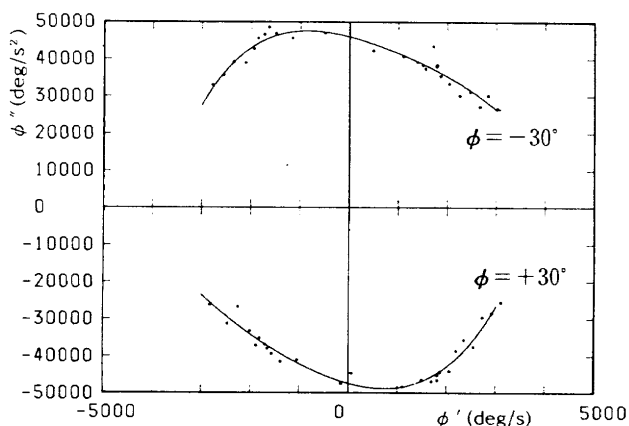


図12(c) 角加速度 ϕ'' の多項式近似, $\phi = \pm 30^\circ$

した結果を図13(a)~(e)に示す。 ϕ の積分の範囲は $-90^\circ < \phi < 90^\circ$ である。 ϕ' の低次の項の係数はフーリエ級数によってよく再現されている。 ϕ' の3次以上の項は、係数が極端に小さくなっている。これらのフーリエ級数を係数とする多項式(3)によって相平面 (ϕ, ϕ') 上の $\phi''(\phi,$

$\phi')$ の曲面が解析的に表現された。

(4) $\phi''(\phi, \phi')$ の解析的表現に qSb/I_m をかけることにより $C_l(\phi, \phi')$ が求まる。

図14は、 $C_l(\phi, \phi')$ の多項式が表わすローリングモーメントの等高線(等高線間隔は $\Delta C_l = 7.41 \times 10^{-3}$, $\Delta \phi'' =$

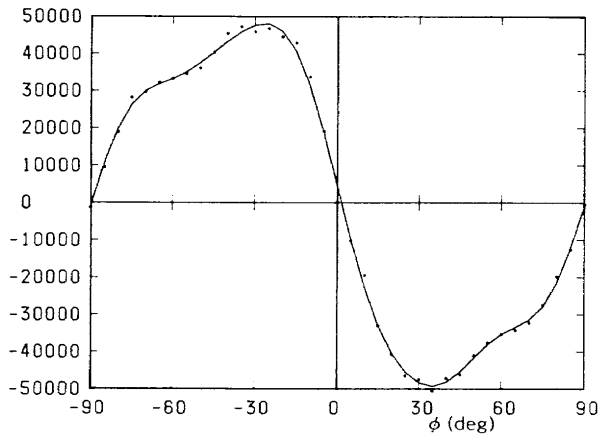


図13(a) 多項式の係数のフーリエ級数展開, ϕ^0 の係数

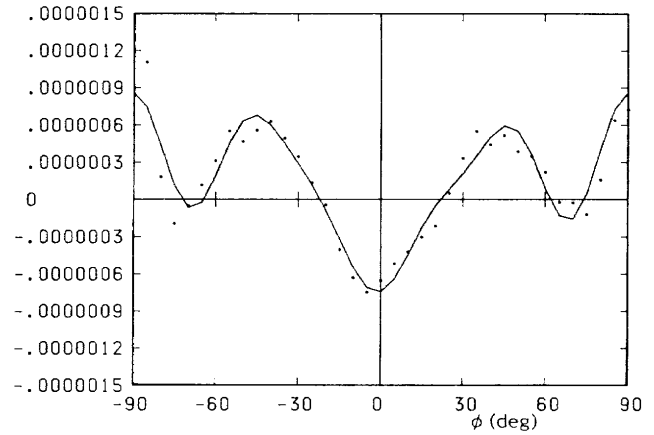


図13(d) 多項式の係数のフーリエ級数展開, ϕ^3 の係数

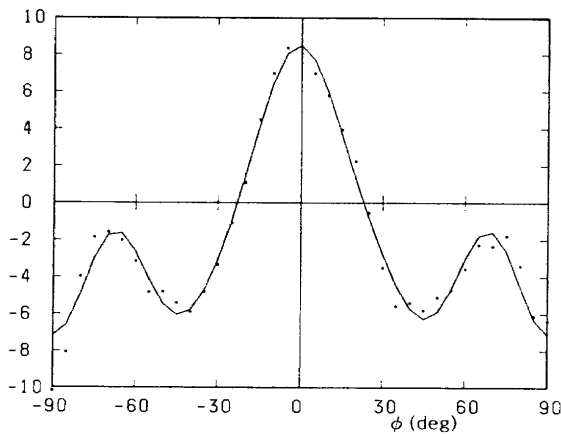


図13(b) 多項式の係数のフーリエ級数展開, ϕ' の係数

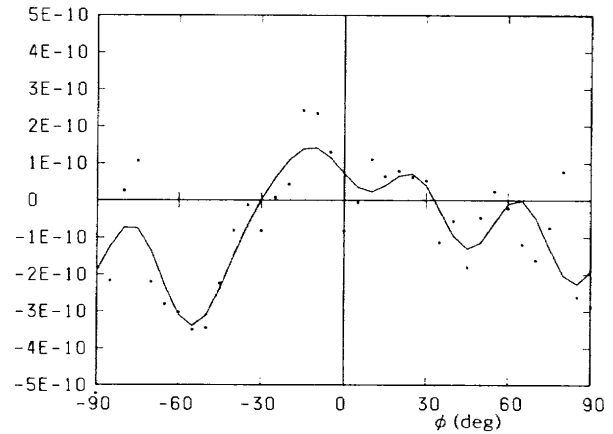


図13(e) 多項式の係数のフーリエ級数展開, ϕ^4 の係数

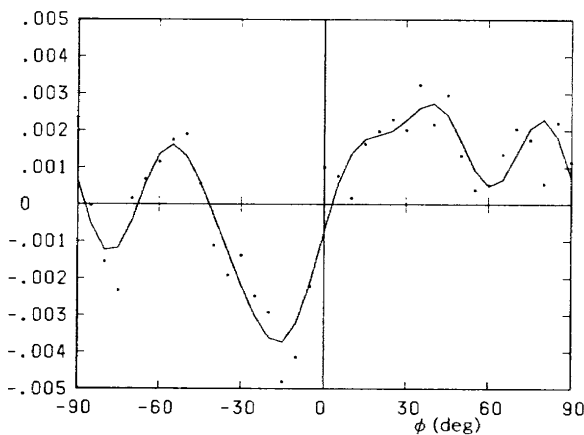


図13(c) 多項式の係数のフーリエ級数展開, ϕ^2 の係数

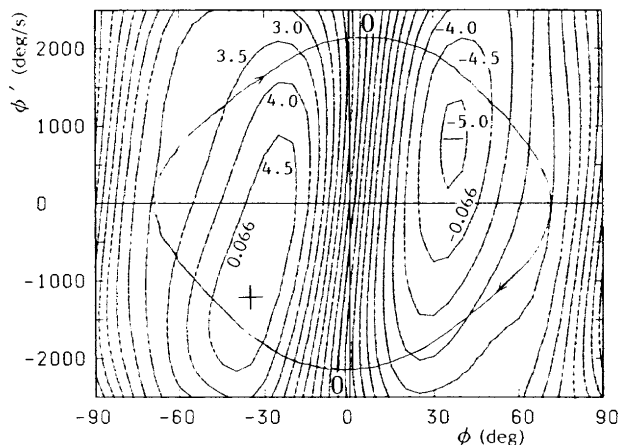


図14 相平面上の C_1 の等高線とリミットサイクル,
 $\Delta C_1 = 7.41 \times 10^{-3}$

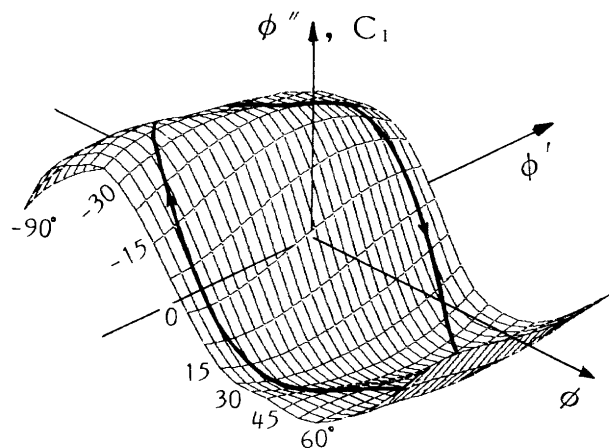


図15 3次元相空間とリミットサイクル

$0.5 \times 10^4 (\text{deg/s}^2)$), および実験から得られたリミットサイクルを示す。等高線は、模型が回転からウイングロックへと減速する領域も含んで計算されている。図から分かるように、等高線は相平面の原点に関して必ずしも対称的ではない。これは模型の先端付近の小さな非対称性などが原因と考えられる。またこの図から、斜面の右上側領域($\phi > 0, \phi' > 0$)にモーメントの谷があり、斜面の左下側領域($\phi < 0, \phi' < 0$)には丘が存在する。原点付近では $\partial C_1 / \partial \phi < 0, \partial C_1 / \partial \phi' > 0$ である。このことは、この付近でローリングモーメントは静的には安定であるが動的には不安定であることを示す。デルタ翼は静止の状態から一度小さな振動を始めると次第にその振幅を増加する。またこの図から、線形振動の範囲は広く見えるが、これは解析的表現を得る途中の段階で自然にフェアリングが行われているため、実際には $\phi = 0^\circ$ 付近ではさらに急激な変化をしている(図12(a)参照)。リミットサイクルに入った振動では $\phi = \pm 40^\circ$ 付近でモーメントは極値を取り、さらに大きい ϕ の値に対して ϕ'' は小さくなる。

また、振幅が最大値に向かう場合に ϕ'' の極値を取る ϕ の値と、最大値から $\phi = 0^\circ$ に向かう場合の ϕ' の極値を取る ϕ の値とは異なることが分かる。

図15は、ロール角 $\phi(t)$ 、角速度 $\phi'(t)$ 、角加速度 $\phi''(t)$ またはローリングモーメント係数 C_1 を直交する軸とする三次元の相空間内のローリングモーメント C_1 あるいは ϕ'' の曲面とリミットサイクルを示している。原点付近から $\phi(t)$ の正の方向へロール角が増えるにしたがって C_1 は減少し、 $\phi'(t)$ の正の方向に角速度 ϕ' が増加すると C_1 が増えている様子が描かれている。ウイングロックの運動は、この相空間の原点から振動を始め次第にその振幅を増しながら、やがてリミットサイクルへ入る。

5.2 解析的な表現を用いた非線型振動の再現

次に、 C_1 あるいは ϕ'' の解析的な表現が、どの程度実際的な非線型振動を再現するかを調べる。(3)式は $\phi'' = F(\phi, \phi')$ という形式の表現になっている。この式をルンゲクッタの方法で積分すると、 $\phi(t)$ 、 $\phi'(t)$ 、 $\phi''(t)$ が求まる。(パーソナルコンピュータPC9801RAで約2時間を要した。)

図16(a), (b), (c)は、ローリングモーメントの解析的表現を積分して求めたロール角 ϕ 、角速度 ϕ' 、角加速度 ϕ'' の時間的变化である。この場合、初期条件として、 $t = 0$ で $\phi = 2^\circ$ 、 $\phi' = 10.0 (^\circ/\text{s})$ として積分した。これらの結果は、実験での測定結果およびその微分の図9(a), (b), (c)をよく再現している。角加速度 ϕ'' に見られる二重の鋭いエッジも図16(c)に描かれているが、スパイクの高さは実験結果に比べて小さく、変化もゆるやかになっている。これは多項式およびフーリエ級数による係数の近似の結果、フェアリングが行われているからである。

図17は、積分によって求めた図16(a)のロール角 ϕ を横軸、図16(b)の角速度 ϕ' を縦軸として描いたもので、原点から振幅が増大しリミットサイクルに至るまでの軌跡である。積分によって求めた相平面上的軌跡は、実験結果(図10)をよく再現しているが、ウイングロックの出発する角度が少し右にずれている。これは、この解析ではわざとモーメントが原点に対して対称であるという条件を入れずに、どの程度もとの実験結果が再現できるかを見るために計算を行ったためである。この運動の対称性の条件を入れて計算すると原点から出発する。

図18にデルタ翼がウイングロックのリミットサイクル角運動をしている時の $\phi''(C_1, \text{モーメントに対応})$ と ϕ の関係を示す。ただし、ここでは左右の縦軸は (deg/s^2) の単位で表示し、中央の縦軸は C_1 を示している。実験結果(細線)と、計算から求めた軌跡(太線)とはほぼ類似した軌跡を描いており、いずれも大きなヒステリシスを示している。計算結果によると、 $-25^\circ \leq \phi \leq 25^\circ$ の範囲では ϕ が増

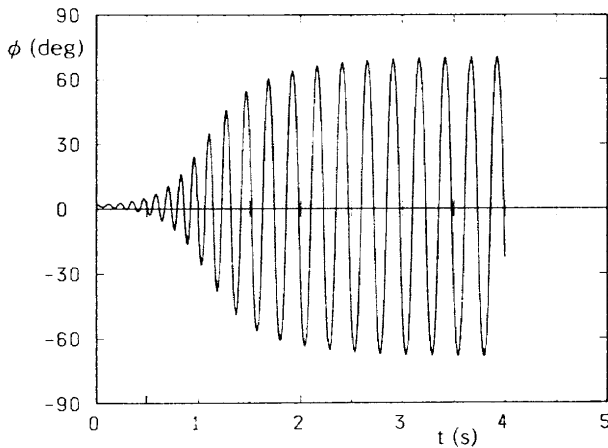


図16(a) 解析結果, ロール角の時間的変化

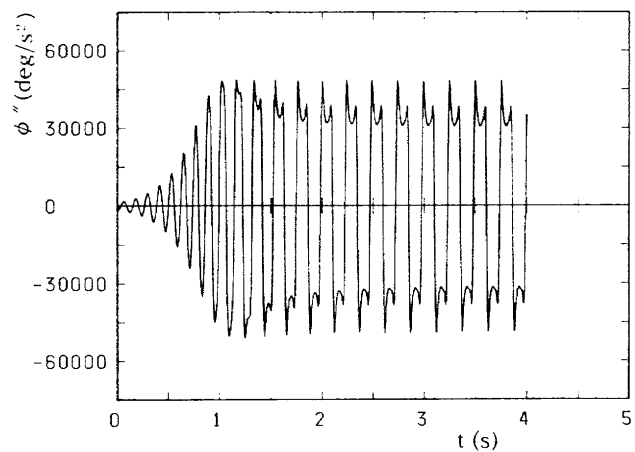


図16(c) ロール角加速度の時間的変化

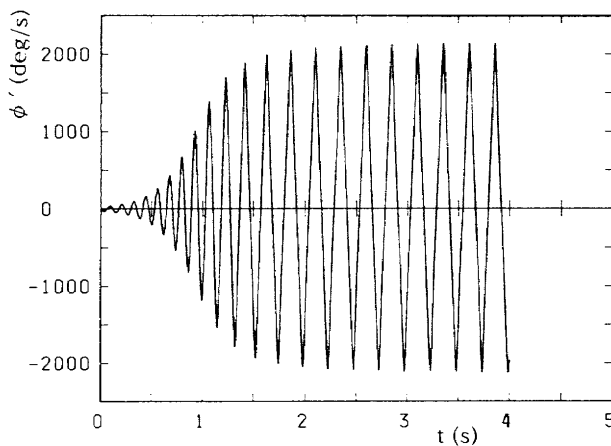


図16(b) ロール角速度の時間的変化

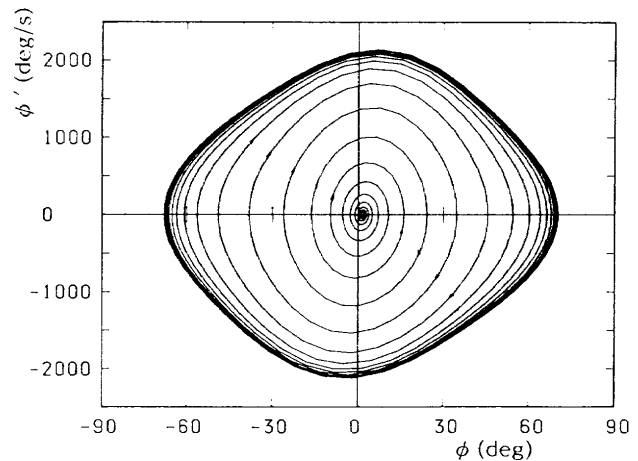
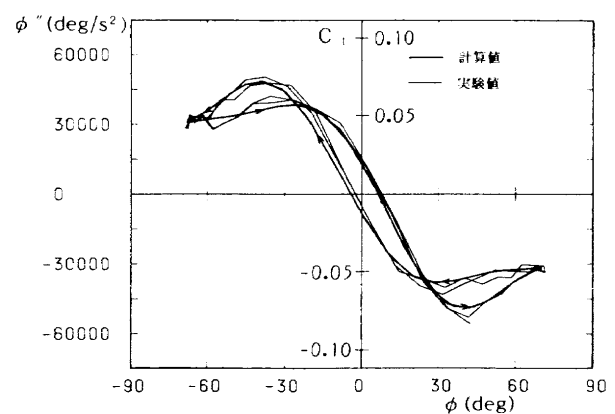


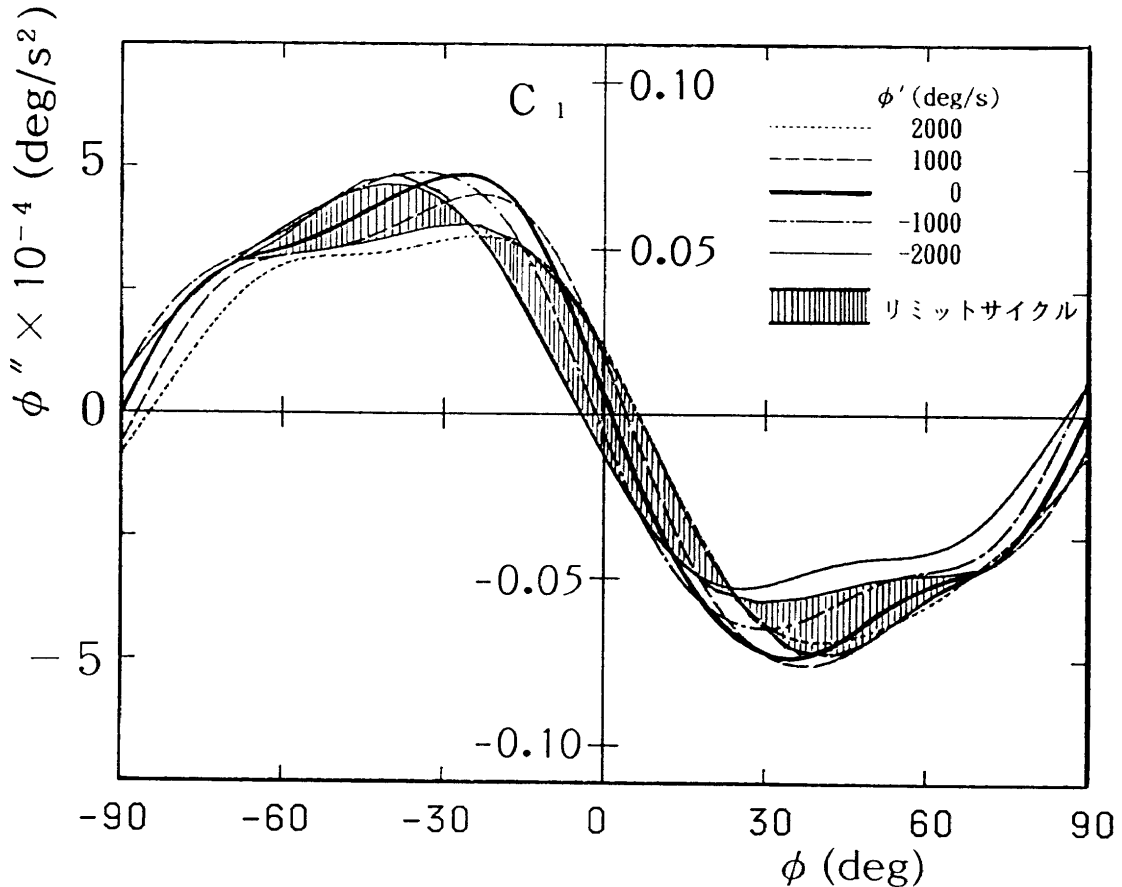
図17 解析結果, 相平面上のウイングロックの軌跡

加する場合には、 ϕ が減少する場合に比べて ϕ'' は正側に片寄っている。しかし $|\phi| > 25^\circ$ では、 $|\phi|$ が増大する場合には $|\phi|$ が減少する場合に比べて $|\phi''|$ は大きい。リミットサイクル上の一周期において $|\phi| \approx 25^\circ$ でモーメントの大きさが逆転することを表す。この図でリミットサイクル上を軌跡が変化する場合、軌跡の描く曲線と ϕ 軸に囲まれた面積はエネルギーの増加を表す。この図の外側の二つの口ばし状の部分の面積の和は、デルタ翼がリミットサイクル中に気流に失うエネルギーである。 $\phi = 0$ を含む内側の部分の面積は、デルタ翼が気流から受け取るエネルギーである。文献2でも指摘しているように、リミットサイクルの一周期での全エネルギーは保存されているから、外側の面積の和と内側の面積の和は等しくなければならない。

図19は、 $\phi''(\phi, \phi')$ あるいは $C_l(\phi, \phi')$ の解析表現を等高線で表した図14で、 $\phi' = 0, \pm 1000, \pm 2000$ の一定値を取るときの ϕ と ϕ'' ($\phi' = \text{一定}$)の関係を示す。図には、積分によって求めたリミットサイクルも示す。ロール角 ϕ が、 $\phi = 0$ から最大値または最小値に変化する過程で


 図18 リミットサイクル中の ϕ と $\phi''(C_l)$ の関係

は、リミットサイクルの軌跡は $\phi' = \pm 2000$ とほとんど一致している。しかし、リミットサイクルの最大あるいは最小値から $|\phi| \approx 20^\circ$ 付近に戻る過程では、ローリングモーメントの変化は小さく、平らな部分($20^\circ \leq |\phi| \leq 65^\circ$)を形成している。ここでは角速度 ϕ' は大きく変化することにかかわらずモーメント(ϕ'' に対応)の変化は小さいこと

図19 角速度 ϕ' =一定での ϕ と $\phi''(C_1)$ の関係

を表す。

5.3 ロール運動のエネルギーの変化

ウイングロックの測定値から導いたローリングモーメントの解析表現 $C_1(\phi, \phi')$ あるいは $\phi''(\phi, \phi')$ を用いてウイングロックの力学的性質を調べる。

(3)式の両辺に $I_m \phi'$ を乗じ、時間 t に関して積分すると次の運動エネルギー $K(t)$ が得られる。ただし、ここでの計算では ϕ はラジアンで表されているものとする。この式は、エネルギーの次元を持っている。

$$\begin{aligned}
 K(t) &= I_m (\phi'^2/2) = \int_0^t C_1(\phi, \phi') q S b \cdot \phi' dt \\
 &= \int_{\phi_0}^{\phi} \left[a_{00}/2 + \sum_{n=1}^5 (a_{0n} \cos 2n\phi + b_{0n} \sin 2n\phi) \right] d\phi \\
 &\quad + \int_0^t \sum_{m=1}^4 \left[a_{m0}/2 \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{n=1}^5 (a_{mn} \cos 2n\phi + b_{mn} \sin 2n\phi) \right] \phi'^{m+1} dt \quad (6)
 \end{aligned}$$

(6)式の右辺の第1項は ϕ だけの関数であり ϕ' には依存しない、この項の負の値をポテンシャルエネルギー $U(\phi)$ とする。

ポテンシャルエネルギー $U(\phi)$ は $\phi_0 = 0$ として積分す

ると、次のような結果が得られる。

$$U(\phi) = - \left[(a_{00}/2) \phi \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^5 (1/2n) \{ a_{0n} \sin 2n\phi + b_{0n} (1 - \cos 2n\phi) \} \right] \quad (7)$$

全エネルギー $E(t)$ は運動エネルギー $K(t)$ とポテンシャルエネルギー $U(\phi)$ の和であるから、(6)式に(7)式を代入し、 $U(\phi)$ を左辺に移行すると(6)式の第2, 3項が全エネルギー $E(t)$ となる。

$$E(t) = K(t) + U(\phi)$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^t \sum_{m=1}^4 \left[a_{m0}/2 + \sum_{n=1}^5 (a_{mn} \cos 2n\phi + b_{mn} \sin 2n\phi) \right] \\
 &\quad \phi'^{m+1} dt \quad (8)
 \end{aligned}$$

(8)式の右辺は(6)式に示すように、 $\int C_1(\phi, \phi') q S b \cdot \phi' dt$ に含まれるものである。もしもこの積分の C_1 が ϕ' に依存しなければ、(8)式の右辺は0で、 $E = K + U = \text{一定}$ であるから全エネルギーは保存されるが、今回の運動は C_1 は ϕ と ϕ' の関数であるため、全エネルギーは時間と共に変化し保存されない。

ここでポテンシャルエネルギーの値を適当に選ぶために、 $E_0 = U_0$ として(6)式の右辺に、 $-U_0 + E_0 = 0$ を加える。ここで、 $U_0 (= E_0)$ は初期条件で任意に設定できる。

$$\begin{aligned}
 K(t) &= I_m(\phi'^2/2) = \int_0^t C_1(\phi, \phi') q S b \cdot \phi' dt \\
 &= \int_{\phi_0}^{\phi} [a_{00}/2 + \sum_{n=1}^5 (a_{0n} \cos 2n\phi + b_{0n} \sin 2n\phi)] d\phi \\
 &+ \int_0^t \sum_{m=1}^4 [a_{m0}/2 \\
 &+ \sum_{n=1}^5 (a_{mn} \cos 2n\phi + b_{mn} \sin 2n\phi)] \phi'^{m+1} dt + E_0 \quad (9) \\
 U(\phi) &= -[(a_{00}/2)\phi \\
 &+ \sum_{n=1}^5 (1/2n) \{a_{0n} \sin 2n\phi + b_{0n} (1 - \cos 2n\phi)\}] + U_0 \quad (10)
 \end{aligned}$$

(8)式に(4), (5)式の係数と、積分した $\phi'(t)$ を代入し数値的に t に関して積分すると $E(t)$ の時間変化が求まる。すでに求まっている図16(a), (b)の $\phi(t)$, $\phi'(t)$ と(8)式を組み合わせると、時間 t をパラメータとして、角度 ϕ と全エネルギー E の変化が得られる。また、ポテンシャルエネルギーは(10)式から ϕ の関数として $U(\phi)$ が得られる。

図20は、ポテンシャルエネルギー $U(\phi)$ および全エネルギー $E(t)$ の変化を示す。これを描くには、まず $\phi = -$

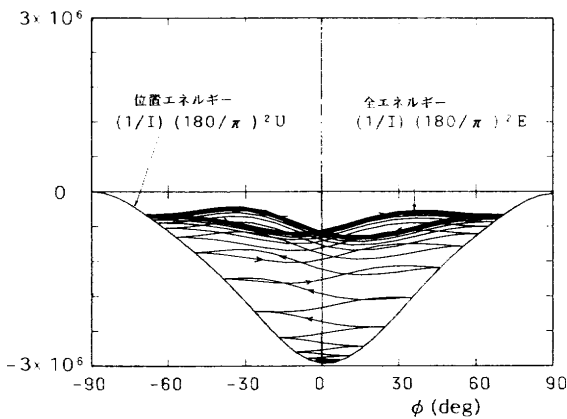


図20 全エネルギー E とポテンシャルエネルギーの変化

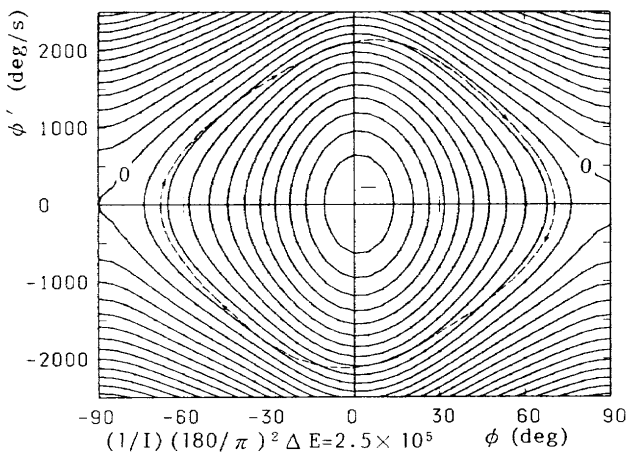


図21 全エネルギー E の等高線とリミットサイクル
 $\Delta E = 2.5 \times 10^5 / \{(1/I)(180/\pi)^2\}$

90°で、 $U(\phi) = 0$ となるように(9)式の定数 U_0 を選ぶ(これは任意に決めてよい)。ここを出発点に $U(\phi)$ を $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$ の範囲で描く。ポテンシャルエネルギーは全エネルギーの変化のエンベロープとして示されている。デルタ翼の全エネルギーは、最初 $\phi = 2.0^\circ$ 付近で静止している時にはポテンシャルエネルギー線の底にある。この点を基準にして、図16(a)と(8)式から全エネルギーの変化を示す図20を描く。模型が解き放たれ振動を始めると、数回の振動の間は全エネルギーは一方向的に増加する。その後振幅が増加すると、翼は $\phi = 0$ の中心付近ではエネルギーを取得し、ポテンシャル線から引き返す時には逆にエネルギーを失いながら振動を繰り返す。その振幅が増加するのに従い全エネルギーも増加する。リミットサイクルに入ると、翼は正側に振動する場合 -10° 付近で気流からエネルギーを受け取り始め、 $\phi = 40^\circ$ 付近で最大値を取る。そこからエネルギーを失いながら今度はポテンシャル線に至り、引返ししながらさらにエネルギーを失い、 $\phi = 10^\circ$ 付近でエネルギーは極小値を取る。 $\phi = 0^\circ$ では全エネルギーは増減なく元の値に回復する。負側に振動する場合も同様に考えられる。これによってリミットサイクルが保たれる。

図21に、計算から得られた全エネルギーを表す(10)式の左辺=一定とおいて(ϕ, ϕ')面に描いた全エネルギーの等高線、および実験から得られたリミットサイクル(破線)を示す。等高線の間隔 ΔE は $2.5 / \{(1/I)(180/\pi)\} \times 10^5$ である。

(8)式を時間 t で微分して次式を得る。

$$\begin{aligned}
 dE(t)/dt = E' &= \sum_{m=1}^m [a_{m0}/2 \\
 &+ \sum_{n=1}^n (a_{mn} \cos 2n\phi + b_{mn} \sin 2n\phi)] \phi'^{m+1} \quad (11)
 \end{aligned}$$

ここで $dE/dt = \text{一定}$ の等高線はエネルギーの増加率一定の線である。 $dE/dt = 0$ の線は全エネルギーが増加から減少へ、あるいは逆に移る境界線を示す。

図22に、 $E' = \text{一定}$ の等高線およびリミットサイクルを示す。リミットサイクルと $E' = 0$ との交点は、全エネルギーが最小あるいは最大であることを示す。リミットサイクル上で、角速度 ϕ' の大きいところでは E' の変化は大きい。 ϕ 軸に平行な $\phi' = 0$ 付近のベルト領域では逆に E' の変化は小さい。この図が示すように $\phi = 0^\circ$ 付近で $E' > 0$ で翼はエネルギーを得る。逆に $|\phi| > 30^\circ$ でエネルギーを失うことが分かる。

図23は、全エネルギーの等高線とエネルギー変化の境界線 $E' = 0$ 、およびウイングロックが 0° 付近から始まりリミットサイクルに至る角運動の軌跡を示している。振幅が小さいところではデルタ翼はエネルギーを一様流中から得るため、そこでの軌跡は全エネルギー等高線の外

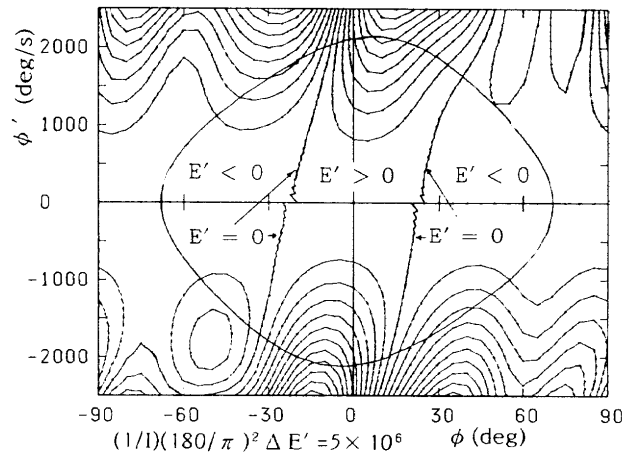


図22 全エネルギー増加率 E' ＝一定の等高線とリミットサイクル

$$\Delta E' = 5.0 \times 10^6 / \{ (1/I) (180/\pi)^2 \}$$

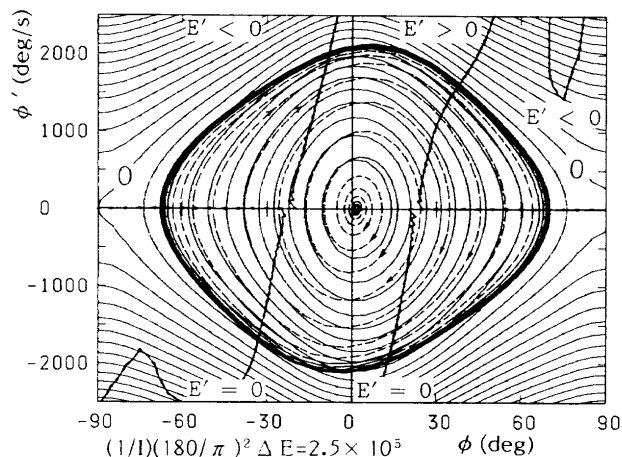


図23 全エネルギー E の等高線とエネルギー不変線 $E' = 0$ ，およびリミットサイクルと運動の軌跡， $\Delta E = 2.5 \times 10^5 / \{ (1/I) (180/\pi)^2 \}$

側に向かって回っている。振幅が大きくなると、一樣流とデルタ翼模型の間でエネルギーの授受が行われる。 $E' > 0$ 領域では、デルタ翼は一樣流からエネルギーを得るため、軌跡は等高線の外側に向かって動く。 $E' < 0$ 領域では、デルタ翼は一樣流中でエネルギーを失い、軌跡は等高線の内側に向かって動く。軌跡がリミットサイクルに近づくにつれて、全エネルギーの増加量と減少量のそれぞれは大きくなるが、最終的にリミットサイクルの上ではデルタ翼が一樣流から得るエネルギーと、一樣流に失うエネルギーとが等しくなる。

6. 結論

- (1) 前縁後退角 Λ が 55° から 85° まで 2.5° おきの13種類のデルタ翼を用いて、スティング迎角 α とロール角運動の範囲を調べた。後退角 $\Lambda < 70^\circ$ のデルタ翼はバン

ク(ロール傾斜)したり、バンクした状態で傾いたまま小振動をしたりする現象が見られた。また、 $\Lambda > 70^\circ$ のデルタ翼ではウイングロックやオートローテーションが観察された。

- (2) 前縁後退角 $\Lambda = 82.5^\circ$ のデルタ翼のウイングロックの実験結果を用いて、相平面法により非線形なロールモーメントの解析的な表現が得られた。これによりウイングロックが生成される過程、リミットサイクルやモーメントのヒステシスを再現することが出来る。この解析表現を用いることによって、静止の状態からリミットサイクルにいたるウイングロックのエネルギーの変化の特性を調べることが出来た。

7. 謝辞

空気力学部、渡辺光則氏にはスペースプレーンの模型を製作していただいた。

多くの非定常な角運動に適用出来る相平面法について御教示と助言をいただいた、福井大学工学部井上建二教授に深く感謝します。

8. 文献

1. Ericsson, L. E.; "Various Sources of Wing Rock," J. Aircraft, Vol. 27, No. 6, 1990, pp. 488-494.
2. Nguyen, L. T., Yip, L. and Chambers, J. R.; "Self-Induced Wing Rock of Slender Delta Wings," AIAA 81-1883, August 19-21, 1981.
3. Levin, D. and Katz, J.; "Dynamic Load Measurements with Delta Wings Undergoing Self-Induced Roll Oscillations," J. Aircraft, Vol. 21, No. 1, January 1984, pp. 30-36.
4. Nguyen, L. T., Whipple, R. D. and Brandon, J. M.; "Recent Experiences of Unsteady Aerodynamic Effects on Aircraft Flight Dynamics at High Angle of Attack," AGARD CP-386, 1985.
5. Arena, A. S. and Nelson, R. C.; "Unsteady Surface Pressure Measurements on a Slender Delta Wing Undergoing Limit Cycle Wing Rock," AIAA 91-0434, January 1991.
6. Nelson, R. C. and Arena, A. S.; "An Experimental Investigation of Wing Rock of Slender Wings and Aircraft Configurations," IUTAM Symposium on Fluid Dynamics of High Angle of Attack, September 1992.
7. 新保雄一, 佐藤淳造, "大迎角デルタ翼のロール非定常空気力", 日本航空宇宙学会誌, 37巻, No. 429, 1989年10月, pp. 476-484.
8. Sato, J., Fujii, K., Umezawa, D. and Sunada, Y.;

- "Experimental Aerodynamics on Rolling Delta Wings at High Angles of Attack," IUTAM Symposium on Fluid Dynamics of High Angle of Attack, September 1992.
9. Jun, Y-W, and Nelson, R. C.; "Leading-Edge Vortex Dynamics on a Slender Oscillating Wing," J. Aircraft, Vol. 25, No. 9, September 1988, pp. 815-819.
 10. Arena, A. S. and Nelson, R. C.; "The Effect of Asymmetric Vortex Wake Characteristics on a Slender Delta Wing undergoing Wing Rock Motion," AIAA 89-3348, August 1989.
 11. Morris, S. L. and Ward, D. T.; "A Video-Based Experimental Investigation of Wing Rock," AIAA 89-3349.
 12. Arena, A. S. and Nelson, R. S.; "An Experimental Study of the Nonlinear Dynamic Phenomenon known as Wing Rock," AIAA 90-2812, August 1990.
 13. Ng, T. T., Malcolm, G. N. and Lewis, L. C.; "Experimental Study of Vortex Flows over Delta Wings in Wing-Rock Motion," J. Aircraft, Vol. 29, No. 4, July-Aug. 1992, pp. 598-603.
 14. Konstadinopoulos, P., Mook, D. T. and Nayfeh, A. H.; "Subsonic Wing Rock of Slender Delta Wings," J. Aircraft, Vol. 22, No. 3, March 1985, pp. 223-228.
 15. Lee, E. M. and Batina, J. T.; "Conical Euler Simulation of Wing Rock for a Delta Wing Planform," Aircraft, Vol. 28, No. 1, January 1991, pp. 94-96.
 16. Arena, A. S. and Nelson, R. C.; "A Discrete Vortex Model for Predicting Wing Rock of Slender Wings," AIAA 92-4497, August 10-12, 1992.
 17. Hsu, C-H, and Lan, C. E.; "Theory of Wing Rock," AIAA 85-0199, January 1985.
 18. Ross A. J. and Nguyen L. T.; "Some Observations Regarding Wing Rock Oscillations at High Angles of Attack," AIAA 88-4371, August 1988.
 19. Ericsson, L. E.; "Analytic Prediction of the Maximum Amplitude of Slender Wing Rock," J. Aircraft, Vol. 26, No. 1, January 1989, pp. 35-39.
 20. Ericsson, L. E.; "The Fluid Mechanics of Slender Wing Rock," J. Aircraft, Vol. 21, No. 5, May 1984, pp. 322-328.
 21. Hanff, E. S.; "Dynamic Nonlinear Airloads and Representation Measurement," AGARD CP-386, 1985, pp. 27.1-12.
 22. Yoshinaga, T., Inoue, K. and Tate, A.; "Determination of the Pitching Characteristics of Tumbling Bodies by the Free-Rotation Method," J. Spacecraft, Vol. 21, No. 1, March 1984, pp. 21-28.
 23. Yoshinaga, T., Tate, A. and Inoue, K.; "Phase Plane Analysis for Nonlinear Oscillation of Bodies at High Angles of Attack," IUTAM Symposium of Fluid Dynamics of High Angle of Attack, September 1992.
 24. Polhamus, E. C.; "Predictions of Vortex-Lift Characteristics by a Leading-Edge-Suction Analogy," J. Aircraft, Vol. 8, No. 4, April 1971, pp. 193-199.
 25. Wentz, W. H. and Kohlman, D. L.; "Vortex Breakdown on Slender Sharp-Edged Delta Wings," AIAA 69-778, July 1969.
 26. Yoshinaga, T., Tate, A. and Noda, J.; "Wing Rock of Delta Wings with an Analysis by the Phase Plane Method," AIAA 93-3684, August 1993.
 27. 高木正平; "レーザ流速計校正風洞の残留乱れと騒音測定及びその評価", 航空宇宙技術研究所報告, TR-1054, 1990年。
 28. "デルタ翼のウイングロックの実験", 航技研ニュース1988-10, No. 354.
 29. Bartlette, G. E. and Vidal, R. J.; "Experimental Investigations of Influence of Edge Shape on the Aerodynamic Characteristics of Low Aspect Ratio Wings at Low Speeds," Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 22, No. 8, Aug. 1955, pp. 517-533, 538.
 30. Peckham, D. H.; "Low-Speed Wind-Tunnel Tests on a Series of Uncambered Slender Pointed Wings with Sharp Edges," R. & M. No. 3186, 1961, British Aeronautical Research Council, England.
 31. Miyamoto, Y.; "Wind Tunnel Studies of SSTO Vehicle at Low Speed," NAL Research Progress, 1993, pp. 18-19.
- 【付録 1】
 $\phi = \phi_1$, $\phi' = \phi_1'$ において交差する二つの軌跡 I と II に対して,
 軌跡 I 上では勾配は,

$$\frac{d\phi'}{d\phi} \Big|_I = \frac{(d\phi'/dt)}{(d\phi/dt)} \\ = \phi''/\phi \Big|_{\phi=\phi_1, \phi'=\phi_1'}$$

軌跡 II 上では勾配は、

$$d'\phi/d\phi|_{II} = (d'\phi/dt)/(d\phi/dt)$$

$$= \phi''/\phi|_{\phi=\phi_1, \phi'=\phi_1'}$$

曲線 I と II の勾配が、 $\phi=\phi_1$, $\phi'=\phi_1'$ で一致しないことは

$$\phi''/\phi|_{I, \phi=\phi_1, \phi'=\phi_1'} \neq \phi''/\phi|_{II, \phi=\phi_1, \phi'=\phi_1'}$$

であり、 $\phi''_I \neq \phi''_{II}$ となる。すなわち

$I\phi''_I = M_I$, $II\phi''_{II} = M_{II}$ とすると、 $\phi=\phi_1$, $\phi'=\phi_1'$ で、 $M_I \neq M_{II}$ を意味する。

航空宇宙技術研究所報告1266号

平成 7 年 4 月 発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町 7 - 44 - 1
電話 三鷹(0422)47-5911(大代表) 〒182
印刷所 株式会社実業公報社
東京都千代田区九段北 1 - 7 - 8

Printed in Japan