# 宇宙開発事業団技術報告

小惑星周回軌道の研究

1996年3月

宇宙開発事業団

# 宇宙開発事業団技術報告

NASDA Technical Memorandum

小惑星周回軌道の研究 Study on Orbits of Spacecraft around Asteroids

> 歌島 昌由 Utashima, Masayoshi

技術研究本部システム技術研究部軌道上システム研究室 On-orbit Systems Laboratory, Systems Engineering Department, Office of Research and Development

# 宇宙開発事業団

National Space Development Agency of Japan

# === 和文抄録 ===

本論文では、小惑星を高精度に全球観測する事を目的にした小惑星周回軌道の研究の第一ステップをまとめた。 本研究は、特定の小惑星を対象とするのではなく、軌道半径が 1.5AU~3AU でサイズ (半径) が 100km 以下の小惑星全体を対象としている。小惑星の軌道は円と近似した。ここでは、小惑星の歪な形状から受ける摂動が探査機軌道を不安定にしない程度の高度を回す事を前提とする。

始めに、小惑星周回軌道に輻射圧のみが摂動源として作用する場合に特徴的な凍結軌道の適用範囲を調査した。 二種類の凍結軌道の内、公転面内軌道は20km~50km程度の半径の小惑星に対して適用可能であり、solar plane-of-sky 軌道は2、3km以下の半径の小惑星に対して適用可能である。公転面内凍結軌道は、軌道高度が高く高分解能の観測 には向かない。高度を下げると小惑星の偏平の影響が大きくなり、凍結軌道の前提が崩れる。偏平による軌道の変 化を燃料を使ってキャンセルする事で凍結軌道を保持すると、小惑星半径の3倍程度の長半径軌道においては、1年 間当たり約100m/sの増速量が必要となる。

小惑星の全球観測という要求から有望な極軌道の検討も行なった。極軌道では偏平の影響が基本的に無くなるというメリットもある。極軌道の保持においては、基本的には離心率をゼロに保持するだけで良く、1年間当たりの必要増速量も1m/s以下で良い。観測の面、燃料の面、保持運用の面で有利である。

輻射圧と偏平による極軌道の平均要素の変化率を数値積分し、極軌道の保持を検討した。 $C_p/(C_s e_{imit})$ ( $C_p$  は輻射圧による特性角速度、 $C_s$ は偏平による特性角速度、 $e_{imit}$ は離心率の保持限界)が約1より大きい軌道では、約50日~約150日間隔( $e_{imit}$ =0.1 の時)の離心率保持制御で小惑星の極軌道を保持でき、 $C_p/(C_s e_{imit})$ が約1より小さい軌道では、離心率の変化が小さく保持制御なしで良い。離心率制御の必要な場合、軌道面の $\Omega$ は次の保持制御の時には初期値に戻る様にする事も可能であるが、傾斜角は元には戻らず、何年も保持する場合、iのずれは累積して大きくなる。そして、1年程度の間隔での軌道面保持制御が必要となるかも知れない。離心率制御が不要な $C_p/(C_s e_{imit})$ が約1より小さい軌道では、1000日後の軌道面のずれは数度以下であり、面制御も不要である。結局、最大半径 100km 以下の小惑星の周回軌道を実現する際の指針は以下の様になる。

- (1)半径 2~3km 以下の小惑星では、solar plane-of-sky 凍結軌道を採用する。イメージャーの分解能は、cm~10cm のオーダーとなる。
- (2)それ以上の半径の小惑星では、極軌道を採用する。イメージャーの分解能は、10cm~1mのオーダーとなる。 半径 2~3km以下の小惑星では自転運動が安定軸回りの規則的なものでない可能性があるが、solar plane-of-sky 凍結 軌道はその影響を受けない。又、半径 10km以上の小惑星では安定軸回りの自転運動が期待されるので、極軌道の選 択に問題は無い。

#### キーワード

小惑星、周回軌道、凍結軌道、輻射圧、偏平、極軌道、特性角速度、軌道保持、自転運動

# === 英文抄録 ===

This paper presents the first step results of the study on orbits around asteroids, primary purpose of which is to observe asteroids globally with high resolution. In this paper, all the asteroids, whose sizes (maximum radii) are below 100km and whose orbit radii are between 1.5AU and 3AU, are the objects for the study. The orbits of asteroids are approximated to be circular. The altitude of the spacecraft's orbit is limited to be greater than 2 times of the radius of asteroids in order to avoid the significant instability due to the irregular shape of asteroids.

At first, the feasible region of the frozen orbit, which can be realized in case that the solar radiation pressure alone is the perturbation, was studied. There exist two kinds of the frozen orbits, one is the orbit in the orbital plane of the asteroid and feasible for the asteroid's radius of 20km - 50km, the other is the solar plane-of-sky orbit and feasible for the asteroid's radius below 2 or 3km. The orbit in the orbital plane is not adequate for the observation with high resolution because of the large altitude. To lessen the altitude makes the effects of the asteroid's oblateness large, and breaks the frozen orbit. It is possible to maintain the frozen orbit by cancelling the orbital change due to the oblateness by maneuvers. About 100m/s is necessary for the orbital maintenance during one year in the orbit with the semi-major axis of 3 times of the asteroid's radius.

The polar orbit which is adequate for the global observation of asteroids was studied. The polar orbit has the merit that the effects of the oblateness disappear. The maintenance of the polar orbit requires only making the eccentricity zero, and the necessary velocity increment for one year maintenance is less than 1m/s. The polar orbit is superior in the sense of observation, fuel cost, and operations.

The polar orbit maintenance was investigated by the numerical integrations of the variation rate of the averaged orbital elements due to the radiation pressure and the oblateness. When  $C_p/(C_s e_{limit})$  ( $C_p$  is the characteristic angular velocity by the radiation pressure,  $C_s$  is the characteristic angular velocity by the oblateness, and  $e_{limit}$  is the maintenance limit of the ecceptricity) is larger than about one, the eccentricity maneuvers whose intervals are about 50 - 150days (in case of  $e_{limit}=0.1$ ) can maintain the polar orbit. When  $C_p/(C_s e_{limit})$  is smaller than about one, the change of the eccentricity is small and the maintenance maneuvers are not necessary. When the eccentricity maneuvers are necessary, it is possible to realize that the ascending node returns to the initial value at the next maneuver time. The inclination, however, does not return and the deviation of the inclination will increase. The orbital plane maintenance of about one year interval may be required. When the eccentricity maneuvers are not necessary, the deviation of the orbital plane during 1000days is about several degrees and the orbital plane maintenance is not necessary.

Eventually, the guide line for realizing orbits around asteroids whose radii are less than 100km is as follows.

- (1) For asteroids whose radii are less than 2 or 3km, the solar plane-of-sky frozen orbit is the first candidate. The expected resolution is the order of cm 10cm.
- (2) For asteroids whose radii are larger than 2 or 3km, the polar orbit is the first candidate. The expected resolution is the order of 10cm 1m.

Though the rotation of the asteroids whose radii are less than 2 or 3km might not be regular motion around the stable axis, the solar plane-of-sky frozen orbit is not affected by that. Moreover, the rotation of the asteroids whose radii are larger than 10km is expected to be the regular motion around the stable axis. Then the selection of the polar orbit for those asteriods is adequate.

### KeyWords

Asteroids, Frozen Orbit, Radiation Pressure, Oblateness, Polar Orbit, Characteristic Angular Velocity, Orbital Maintenance, Rotational Motion

# 目 次

| 3     | 団、表リスト                                   |    |    |    |   |   |   |   |     |    |   |   |   |   |   |     |     |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |     |
|-------|--|----|----|----|---|---|---|---|-----|----|---|---|---|---|---|-----|-----|---|---|---|-----|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| ā     | 2号表                                      |    |    |    |   |   |   |   |     |    |   |   |   |   |   |     |     |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |     |
| 1. /: | はじめに・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・ |    |    |    |   | • | • |   | •   | ٠  | • |   | • | • | • |     | •   | 4 | • | • | •   | • | • | • | • | • | • | • | • 1 |
| 2. /  | >惑星近傍の加速度場の概要                            |    |    |    | • | • |   |   | •   | •  | • |   | • | • | • |     | •.  | : | • | • | • : | • |   | • | • | • | • | • | ٠ 1 |
| 3. ₺  | <b>食討の条件・・・・・・・</b>                      |    |    |    | • |   | • |   | •   | ٠. | • |   | • | • | • |     | •   | • | • | • | •   | • |   | • | • | • | • | • | ٠ 1 |
| 4. ‡  | 長動による平均要素の変化率                            | ٠. |    |    |   |   | • |   | . • |    | • |   | • | • | • | • • |     | • | • |   | •   | • |   | • | • | • | • | • | ٠2  |
| 4.1   | 輻射圧による平均要素の変                             | 化率 |    |    |   |   | ٠ | • | • • | •  | • | • |   | • | • | •   |     | • | ٠ | • | •   | • | • | • | • | • | • | • | • 2 |
| 4.2   | 偏平による平均要素の変化                             | 率・ |    | •  |   |   | • | • |     | •  | • |   |   | • | • | •   |     | • | • | • | •   | • | • |   |   | • | • | • | • 3 |
| 4.3   | 太陽潮汐力による平均要素                             | の変 | 化率 | ٠. |   | • |   | • |     | •  | • | • |   | ٠ | • | •   | • • | ٠ | • | • | •   | • | • | • |   | • | • | • | • 4 |
| 5. Z  | 東結軌道の適用範囲・・・・                            |    |    |    |   |   | • |   |     | •  | • |   |   | • |   |     |     | • | • | • | •   | • |   | • | • |   | • | • | • 4 |
| 5.1   | 凍結軌道の条件・・・・・                             |    |    | •  |   | • |   | ٠ |     | •  | • | • |   | ٠ | • | •   |     |   | • | • | •   | • | • |   |   | • | • | • | • 4 |
| 5.2   | 凍結軌道の解析結果・・・                             |    |    |    |   |   |   |   |     |    |   |   |   |   |   |     |     |   |   |   |     |   |   |   |   |   |   |   |     |
| 5.3   | 公転面内凍結軌道の保持の                             | 検討 |    | •  |   | • |   |   |     |    | • |   |   |   |   | •   |     | • |   | • | •   | • | • |   |   | • | • | • | 11  |
| 6. 4  | 小惑星の極軌道・・・・・                             |    |    |    | • |   |   |   |     |    |   |   | · | • |   | ٠,  | •   |   |   | • |     |   | • | • | • |   |   |   | • 1 |
| 7. /  | 小惑星極軌道の輻射圧と偏平                            | によ | る変 | 化· |   |   |   |   |     |    |   |   | • | • | • |     | •   |   | • | • | •   |   | • |   | • |   | • | • | ٠ 1 |
| 7.1   | 平均要素の変化率・・・・                             |    |    | •  |   |   | • | • |     | •  | • |   |   | • |   | •   |     |   | • | • | •   | • |   |   | • | • |   | • | 14  |
| 7.2   | 平均要素の変化の解析・・                             |    |    | •  |   |   |   |   |     | •  |   | • |   |   |   |     |     |   |   | • |     | • | • |   |   |   | • | • | 15  |
|       |  |    |    |    |   |   |   |   |     |    |   |   |   |   |   |     |     |   |   |   |     |   |   |   | _ | _ | _ |   | - 2 |

# 図、表リスト

| 表 4.1  | 小窓星のパラメーター・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・3  |
|--------|---|
| 図 5.1  | 公転面内凍結軌道の領域(B $=$ 30kg/m $^2$ )・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・                                     |
| 図 5.2  | 公転面内凍結軌道の領域(B=60kg/m $^2$ )・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・   |
| 図 5.3  | Solar plane-of-sky 凍結軌道の領域(B=30kg/m²)・・・・・・・・・・・・・・・9   |
| 図 5.4  | Solar plane-of-sky 凍結軌道の領域(B=60kg/m²)・・・・・・・・・・・・・・10   |
| 図 5.5  | 公転面内凍結軌道の可能領域(B=30kg/m²)・・・・・・・・・・・・・・11  |
| 図 5.6  | 公転面内凍結軌道の可能領域(B $=$ 60kg/m $^2$ )・・・・・・・・・・・・・・・・11   |
| 図 5.7  | 小惑星の自転軸と赤道面・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・11  |
| 図 5.8  | 凍結軌道保持の増速量(B=30kg/m $^2$ )・・・・・・・・・・・・・・・・・12   |
| 図 5.9  | 凍結軌道保持の増速量(B=60kg/m²)・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・12  |
| 図 7.1  | 座標系の説明・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・14   |
| 表 7.1  | $\alpha$ = 20km、 $\alpha$ = 200km の場合の諸量・・・・・・・・・・・・・・・・・・16  |
| 表 7.2  | $\alpha$ = 20km、 $\alpha$ = 100km の場合の諸量・・・・・・・・・・・・・・16  |
| 表 7.3  | $\alpha=$ 50km、 $\alpha=$ 200km の場合の諸量・・・・・・・・・・・・・・17  |
| 表 7.4  | $\alpha=$ 100km、 $\alpha=$ 300km の場合の諸量・・・・・・・・・・・・・・・・17   |
| 図 7.2  | $\delta=0$ 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化 ( $\alpha=20$ km、 $\alpha=200$ km) · · · · · · · · · · 19     |
| 図 7.3  | $\delta$ =45 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化( $\alpha$ =20km、 $\alpha$ =200km)・・・・・・・20                  |
| 図 7.4  | $\delta$ =90 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化( $\alpha$ =20km、 $\alpha$ =200km)・・・・・・・21                  |
| 図 7.5  | $\delta$ = 0 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化 ( $\alpha$ = 20km、 $\alpha$ = 100km) ・・・・・・・22              |
| 図 7.6  | $\delta$ =45 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化( $\alpha$ =20km、 $\alpha$ =100km)・・・・・・・23                  |
| 図 7.7  | $\delta$ = 90 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化( $\alpha$ = 20km、 $\alpha$ = 100km)・・・・・・・24               |
| 図 7.8  | $\delta$ = 0 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化 ( $\alpha$ = 50km 、 $\alpha$ = 200km ) ・・・・・・・25            |
| 図 7.9  | $\delta$ =45 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化 ( $\alpha$ =50km 、 $\alpha$ =200km ) ・・・・・・・26              |
| 図 7.10 | $\delta$ =90 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化 ( $\alpha$ =50km 、 $\alpha$ =200km ) ・・・・・・・27              |
| 図 7.11 | $\delta=0$ 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化 ( $\alpha=100$ km 、 $\alpha=300$ km ) ・・・・・・・・28              |
| 図 7.12 | $\delta$ = 45 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化( $\alpha$ = 100km 、 $\alpha$ = 300km) · · · · · · · · · 29 |
| 図 7.13 | $\delta$ = 90 度の場合の離心率ベクトルと i , $\Omega$ の変化( $\alpha$ = 100km、 $\alpha$ = 300km)・・・・・・・30              |

# 記号表

A : 小惑星の赤道面座標系に基づく周回軌道の昇交点赤経

α : 小惑星周回軌道の平均軌道長半径

B : 探査機の質量断面積比 (=m/S)

C, :太陽輻射圧による摂動の特性角速度

C R :探査機の反射係数

C。: 小惑星の偏平による摂動の特性角速度

C<sub>t</sub> :太陽潮汐力による摂動の特性角速度

e limit:小惑星の極軌道の限界離心率

F<sub>R</sub>:探査機に作用する輻射圧による加速度ベクトル

G : 万有引力定数(6.672×10<sup>-11</sup>m³/(kg·s²))

 $G_1$  : 太陽定数 (1.0218×10<sup>17</sup>N,  $G_1 = P_E R_E^2$ )

I : 小惑星の赤道面座標系に基づく周回軌道の傾斜角

 $J_{\gamma}$ :小惑星の重力ポテンシャルの2次のZonal項係数( $=-C_{20}$ )

 $J_4$  : 小惑星の重力ポテンシャルの4次のZonal項係数( $=-C_{40}$ )

m :探査機の質量

n : 探査機軌道の平均運動

P : 小惑星の位置における輻射圧( $P = \frac{G_1}{R^2}$ )

P<sub>E</sub> : 地球軌道での太陽輻射圧 (4.566×10<sup>-6</sup>N/m²)

R<sub>E</sub> : 地球軌道の半径 (1.496×10<sup>11</sup>m)

R :太陽と小惑星の距離

S :探査機の断面積

T:小惑星周回軌道の周期

u。 : 小惑星中心を始点とし反太陽方向を向く単位ベクトル

Δ V N: 輻射圧による離心率ベクトルの変化をキャンセルするのに必要な増速量

 $\Delta V_p$ : 偏平による軌道面変化をキャンセルするのに必要な増速量

A V。: 偏平による近点方向の変化をキャンセルするのに必要な増速量

W:小惑星の赤道面座標系に基づく周回軌道の近点引数

α : 小惑星の最大半径

β : 小惑星の中間半径/α

γ : 小惑星の最小半径/α

δ : 小惑星の自転軸の傾き角

η : 小惑星周回軌道の離心率ベクトルの第一成分

θ : 小惑星中心からの反太陽方向

μs : 太陽の重力定数(1.3272×10<sup>20</sup>m³/s²)

ξ : 小惑星周回軌道の離心率ベクトルの第二成分

ρ : 小惑星の密度

#### 1. はじめに

近年は、太陽系探査として火星や木星などの惑星探査だけでなく、小惑星探査も注目されつつある。小惑星探査により、太陽系形成に関する貴重な情報が得られると考えられている。1996年冬には米国が NEAR(Near-Earth Asteroid Rendezvous)探査機を小惑星 Eros に向けて打ち上げる準備を進めており、国内では宇宙科学研究所が小惑星 Nereus 等からのサンプル・リターンを目的に、1996年度から本格的に開発を進める模様である。

本論文は、小惑星を高精度に全球観測する事を目的にした小惑星周回軌道の研究の第一ステップをまとめたものである。本研究では、特定の小惑星を対象とするのではなく、軌道半径が 1.5AU~3AU でサイズ (半径) が 100km 以下の小惑星全体を対象としている。簡単化のため、小惑星の軌道は円と近似する。小惑星周回軌道は、小惑星のサイズ・質量が地球、火星などの惑星に比べて桁違いに小さいため、惑星の周回軌道に比べて各摂動の影響が大きく異なる。ここでは、小惑星の歪な形状から受ける摂動が探査機軌道を不安定にしない程度の高度を回す事を前提とする。

# 2. 小惑星近傍の加速度場の概要

小惑星は小さいとは言え、近傍に大きな天体が存在しないため、自分の重力を中心力とした周回運動物体を持つ事が可能である。その事を示すため、小惑星の作用球の半径を計算してみると、前出の Eros と Nereus のサイズで以下の値が得られる。太陽との距離を共に 1.5AU とした場合である。

Eros の作用球半径 ≒ 500km (最大半径 約 20km の約 25 倍)

Nereus の作用球半径 = 14km (最大半径 約 1km の約 14 倍)

参考までに、火星の衛星フォボスは作用球半径がフォボスのサイズ以下であり、フォボス回りの軌道は小惑星周回 軌道とは太きく異なり、フォボス重力は摂動力として扱われる。

小惑星周回軌道の摂動源は、以下のものが主である。

- ①太陽輻射圧
- ②小惑星の歪な形状
- ③太陽潮汐力

小惑星半径の2~3倍以内では②が支配的となり、ずっと遠くでは③が支配的となるが、本研究で対象とする数倍~数十倍では、①が主な摂動源となり、高精度観測から望まれる数倍~10倍の軌道では②も無視できなくなると言った状況である。③は概念検討では無視して差し支えない。 $^{1)}$ 

本研究で小惑星半径の2~3倍以内の軌道を対象外とする訳は、小惑星の歪な形状の影響で探査機の軌道が大きな影響を受け、小惑星からESCAPEしたり衝突したりする可能性があるからである<sup>2)</sup>。この不安定現象を避けるには、小惑星の赤道面内の逆行軌道に近い軌道を採用すれば良いが、小惑星の全球観測の点からは望ましく無い。

#### 3. 検討の条件

本研究では、以下の条件を使って、小惑星周回軌道を検討する。

#### (1)小惑星に関するパラメーター

半径100km以下の小惑星を対象とする。小惑星の密度 ho は、3.5g/cm $^3$ とする。小惑星の軌道は、長半径が1.5AU $\sim$ 3AUの円軌道とする。

#### (2)探査機のパラメーター

探査機の質量断面積比Bとして、30kg/m²と60kg/m²を用いる。これは米国のディスカバリー・クラスの探査機の最小値、

最大値にほぼ対応している。米国のNEAR計画の探査機は、約41 kg/m²である。探査機の反射係数 $C_R$ は1.5とする。 (1の時、全吸収であり、2の時、全反射) 探査機搭載の(1-y')での分解能を1m/100km(100kmの距離から観測した時の分解能が1m)と仮定する。これは木星探査機ガリレオがGaspra, Idaを観測した時の分解能から設定した。その時、 $30\sim50$ mの分解能が実現されている。

## 4. 摂動による平均要素の変化率

この章では、太陽輻射圧、小惑星の歪な形状、太陽潮汐力による探査機軌道の平均要素の変化率を示す。

## 4.1 輻射圧による平均要素の変化率

小惑星周回軌道上の探査機に作用する輻射圧による加速度ベクトルをF。とすると

$$\mathbf{F}_{R} = F_{R}\mathbf{u}_{g}$$

$$F_{R} = P\frac{S}{m}C_{R} = P\frac{C_{R}}{B}$$
(4.1)

P:小惑星の位置における輻射圧  $P = \frac{G_1}{R^2}$ 

G,:太陽定数(1.0218×1017N)

 $G_1 = P_E R_E^2$   $P_E$ : 地球軌道での太陽輻射圧(4.566×10 $^{-6}$ N/m²)

RE: 地球軌道の半径 (1.496×10<sup>11</sup>m)

R:太陽と小惑星の距離

S:探査機の断面積

m:探査機の質量

B:探査機の質量断面積比(=m/S)

C<sub>R</sub>:探査機の反射係数(完全吸収の時=1、完全反射の時=2、ここでは1.5を用いる。)

u。:小惑星中心を始点とし反太陽方向を向く単位ベクトル

となる。この加速度を導くポテンシャルを平均近点離角で平均した平均ポテンシャルから、以下の平均要素変化率 が求められる。<sup>3)</sup>

$$\frac{da}{dt} = 0$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{1 - e^2}}{na} F_R \left\{ \sin \omega \cos(\Omega - \theta) + \cos i \cos \omega \sin(\Omega - \theta) \right\}$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{e}{na\sqrt{1 - e^2}} F_R \sin i \cos \omega \sin(\Omega - \theta)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{e}{na\sqrt{1 - e^2}} F_R \sin \omega \sin(\Omega - \theta)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{e}{na\sqrt{1 - e^2}} F_R \sin \omega \sin(\Omega - \theta)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{\sqrt{1 - e^2}}{nae} F_R \left\{ \cos \omega \cos(\Omega - \theta) - \cos i \sin \omega \sin(\Omega - \theta) \right\} - \cos i \frac{d\Omega}{dt}$$

n:探査機軌道の平均運動

θ:反太陽方向

座標系は、小惑星の公転面を基準面とし、小惑星の春分点方向(小惑星の赤道面と公転面とで定義)を基準方向と する慣性座標系を使用する。ここで、次式で表される太陽輻射圧による摂動の特性角速度を定義しておく。

$$C_p = \frac{3}{2} \frac{F_R}{na} \tag{4.3}$$

# 4.2 偏平による平均要素の変化率

本資料での偏平の影響とは、一様密度の三軸不等楕円体形状による影響を意味している。小惑星の赤道面座標系 に基づく周回軌道の傾斜角をI、昇交点赤経をA、近点引数をWとすると、偏平による永年変化率は以下の式で近 似できる。

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{\alpha^2 J_2}{a^2 (1 - e^2)^2} n \cos I$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{3}{2} \frac{\alpha^2 J_2}{a^2 (1 - e^2)^2} n \left(2 - \frac{5}{2} \sin^2 I\right)$$
(4.4)

α:小惑星の最大半径

ここで、次式で表される偏平による摂動の特性角速度を定義しておく。

$$C_{s} = \frac{3}{2} \frac{\alpha^{2} J_{2}}{a^{2}} n \tag{4.5}$$

文献2)によると、 $\alpha/\alpha>3$ 程度の軌道であれば、 $C_{20}$ と $C_{40}$ のみ考慮した古在理論から解析的に求めたdA/dtの値は、 三軸不等楕円体として厳密に数値積分した値と、どの傾斜角でもほぼ一致している。

次に、 $\int_4 (=-C_{40})$ の影響は $\int_2 (=-C_{20})$ の1/100のオーダーである事を示す。表4.1に3つの小惑星の形状等を示 す。

|        |        |                             | 表4.1 小惑星の  | パラメーク | ター      |          |       |       |
|--------|--------|-----------------------------|------------|-------|---------|----------|-------|-------|
| 小惑星名   | 最大半径 α | 中間半径 $/\alpha(\hat{\beta})$ | 最小半径/α(γ̂) | J 2   | J 4     | J 4/ J 2 | 軌道長半径 | 離心率   |
|        | (km)   |                             |            |       |         |          | (AU)  |       |
| Ida    | 26.5   | 0.43                        | 0.34       | 0.096 | -0.0267 | 0.28     | 2.86  | 0.042 |
| Eros   | 20.0   | 0.35                        | 0.35       | 0.088 | -0.0248 | 0.28     | 1.46  | 0.223 |
| Gaspra | 9.5    | 0.63                        | 0.63       | 0.073 | -0.0152 | 0.21     | 2.21  | 0.174 |

本資料では、小惑星の形状を $\hat{\beta}$ =0.5、 $\hat{\gamma}$ =0.35に固定し、最大半径 $\alpha$ のみ変えて検討する。三軸不等楕円体の半径比 が $\mathbf{1}:\hat{\boldsymbol{\beta}}:\hat{\boldsymbol{\gamma}}$ の時、 $\mathbf{J}_{\mathbf{2}}$ と $\mathbf{J}_{\mathbf{4}}$ は以下の式で近似できる。 $^{\mathfrak{D}}$ 

$$J_{2} = \frac{1}{10} \left( 1 + \hat{\beta}^{2} - 2\hat{\gamma}^{2} \right)$$

$$J_{4} = -\frac{3}{280} \left\{ 3 \left( 1 + \hat{\beta}^{4} \right) + 8\hat{\gamma}^{4} + 2\hat{\beta}^{2} - 8 \left( 1 + \hat{\beta}^{2} \right) \hat{\gamma}^{2} \right\}$$
(4.6)

表4.1の $\int_2$ と $\int_4$ は(4.6)式で求めている。 $\hat{\beta}$  =0.5、 $\hat{\gamma}$  =0.35の場合は $\int_2$ =0.1005、 $\int_4$ =-0.02767となる。 $\int_2$ の影響に対 する」。の影響の比は、

Secular rate by 
$$J_4$$
  $\approx \frac{\left(\frac{\alpha}{a}\right)^4 J_4}{\left(\frac{\alpha}{a}\right)^2 J_2} = \left(\frac{\alpha}{a}\right)^2 \frac{J_4}{J_2}$  (4.7)

で近似でき、周回軌道の安定性を考えて、およそ

$$\frac{a}{\alpha} > 3 \tag{4.8}$$

を検討の対象としているので、J,の影響に対するJ,の影響の比の最大値は約3%となる。大きな偏平がある時の安 定限界は $\alpha/\alpha>$ 約2である $\alpha$ が、本検討では離心率 $\alpha$ 0.3の凍結軌道まで対象とするので、近点付近でより大きな影響 を受ける事を考えて3とした。以上の事から、偏平の影響の見積もりに J,の項だけを使用する。

#### 4.3 太陽潮汐力による平均要素の変化率

太陽潮汐力による要素変化の永年項は、昇交点赤経と近点引数にのみ生じ、以下の式で表される。4

$$\frac{d\Omega}{dt} = -C_t \frac{1+3e^2/2}{\sqrt{1-e^2}} \cos i \tag{4.9}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{C_t}{\sqrt{1 - e^2}} \left( 2 - \frac{5}{2} \sin^2 i + \frac{e^2}{2} \right) \tag{4.10}$$

ここで、

$$C_r = \frac{3\mu_s}{4nR^3} \tag{4.11}$$

 $\mu_{s}$ : 太陽の重力定数(1.3272×10 $^{20}$ m $^{3}$ /s $^{2}$ )

は、太陽潮汐力による摂動の特性角速度である。

## 5. 凍結軌道の適用範囲

小惑星半径の数倍~数十倍の軌道では、太陽輻射圧が主要な摂動となる。他の摂動が十分小さい場合には、離心率や軌道傾斜角などのケプラー要素が変化しない軌道(凍結軌道)が存在する事が分かっている <sup>1,4)</sup>。この章では、凍結軌道が可能な領域を、小惑星の最大半径と探査機軌道の長半径の平面上に描き、高精度の全球観測に適するかどうか等を検討する。

## 5.1 凍結軌道の条件

以下に、凍結軌道が実現されるための条件を述べる。

#### (A)平均化方程式の妥当な領域

摂動の影響を考える時、探査機軌道1周内の変化を平均した方程式を使用する。特に輻射圧の場合に、その影響があまりに大きい場合は探査機軌道の中心が小惑星中心からずれる(このずれをオフセットと呼ぶ)事になり、平均化方程式の適用に疑問が生じる。そこで、このオフセットが小惑星最大半径の1/10以下という制限を設ける。この制限は以下の式で与えられる。なお、1/10という値の妥当性は、今後の数値シミュレーションを待つ必要がある。

$$\frac{a}{\alpha} \le \left(\frac{2\pi G\rho \hat{\beta} \hat{\gamma}}{15G_1 C_R}\right)^{\frac{1}{3}} B^{\frac{1}{3}} R^{\frac{2}{3}} \alpha^{\frac{1}{3}}$$
(5.1)

ここで、

G:万有引力定数(6.672×10-11m3/(kg·s²))

ρ:小惑星の密度 (3.5g/cm<sup>3</sup>を使用)

である。

#### (B)凍結軌道の離心率

凍結軌道には、軌道面が小惑星の公転面に一致するものと、軌道面の法線ベクトルが太陽方向又は反太陽方向に一致するものとがある。ここでは、前者を公転面内軌道と言い、後者をsolar plane-of-sky軌道と呼ぶ。どちらの凍結軌道でも、次式で4/αが求められる。

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{16\pi G\mu_s \rho \hat{\beta} \hat{\gamma}}{27G_1^2 C_g^2} RB^2 \alpha^2 \Lambda^2 \tag{5.2}$$

(5.2)式中の $\Lambda$ は離心率の値で決まり、その関係は公転面内軌道とsolar plane-of-sky軌道とで異なる。以下に、これら 二つの軌道毎に $\Lambda$ と離心率の関係を記す。

# (B-1)公転面内軌道の場合

一定となる離心率を e, とすると、 Λ は次式で求められる。

$$\Lambda = \frac{e_f}{\sqrt{1 - e_f^2}} \tag{5.3}$$

e,が小さい程 $\Lambda$ も小さくなるので、 $\alpha/\alpha$ も小さくなる。

# (B-2)solar plane-of-sky軌道の場合

この場合の一定の離心率 e, と Aの関係は、次式で求められる。

$$\Lambda = \frac{\sqrt{1 - e_f^2}}{e_f} \tag{5.4}$$

e,が小さい程 $\Lambda$ は大きくなるので、 $\alpha/\alpha$ も大きくなる。

# (C)太陽輻射圧が主な摂動源となる領域

太陽潮汐力に比べて輻射圧が k 倍以上大きい領域と、偏平の影響に比べて輻射圧が k 倍以上大きい領域とに分けて考える。

# (C-1)太陽潮汐力に比べて輻射圧が k 倍以上大きい領域

太陽潮汐力の特性角速度が輻射圧のそれの1/k以下の条件より、

$$\frac{a}{\alpha} \le \frac{2}{k} \frac{C_R G_1}{\mu_S} \frac{R}{B\alpha} \tag{5.5}$$

となる。

# (C-2)偏平の影響に比べて輻射圧が k 倍以上大きい領域

上と同様に、二つの摂動の特性角速度の比を使って以下の条件が得られる。

$$\frac{a}{\alpha} \ge \left(\frac{4k\pi G\rho J_2 \hat{\beta} \hat{\gamma}}{3G_1 C_R}\right)^{\frac{1}{4}} B^{\frac{1}{4}} R^{\frac{1}{2}} \alpha^{\frac{1}{4}} \tag{5.6}$$

本資料では、 $J_2=0.1$ と仮定する。

### (D)最大高度の制限

遠くからの観測では $(M-Y)^*$  v-の分解能が低下し、周回軌道からの観測の価値が半減する。そこで最大高度 $H_{max}$ の制限を近似的に次式で設ける。

$$\frac{a}{\alpha} \le 1 + \frac{H_{\text{max}}}{\alpha} \tag{5.7}$$

#### 5.2 凍結軌道の解析結果

図5.1、図5.2に公転面内凍結軌道が可能な領域を示す。図5.3、図5.4にsolar plane-of-sky凍結軌道が可能な領域を示

#### (A)公転面内凍結軌道の領域について

図5.1、5.2では、以下の考えの下に凍結軌道の可能領域を選定した。

- (1)凍結軌道の離心率として、0.3以下を考える。
- (2)最大高度として、1000kmを考える。これは、イメージャー分解能10mに対応。
- (3)輻射圧の影響が、潮汐力の k 倍以上の k として、10を使用する。
- (4)輻射圧の影響が、偏平の影響の k 倍以上の k として、10を使用する。

各図において、全ての条件を満足する領域にハッチを入れた。

図5.1はB=30kg/m²の場合であり、Rを1.5AUから3AUまで変えている。凍結軌道を適用できる小惑星の半径は、40km~50km程度と非常に狭い。図5.2はB=60kg/m²の場合である。適用範囲は20km~50kmと多少広がっている。小さい小惑星への適用を制限しているのは、離心率=0.3であり、大きい小惑星への適用を制限しているのは最大高度の制限と潮汐力の大きさの制限である。

公転面内凍結軌道では、高度が350km~1000kmと大きく、高分解能の観測には向かない事が分かる。

## (B) solar plane-of-sky凍結軌道の領域について

図5.3、5.4では、以下の考えの下に凍結軌道の可能領域を選定した。

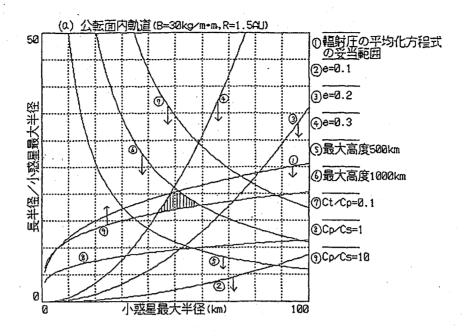
- (1)凍結軌道の離心率として、0.3以下を考える。
- (2)最大高度として30kmを考える。イメージャー分解能0.3mに対応する。これは単なる目安であり、最大高度が制限になる事はない。
- (3)輻射圧の影響が、偏平の影響の k 倍以上の k として、10を使用する。

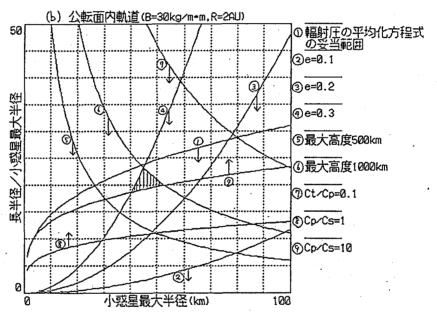
solar plane-of-sky凍結軌道の場合、潮汐力は制限にはならないので省いた。

本節の場合は、輻射圧の平均化アプローチが妥当な領域(図中の①)が狭く、全ての条件を満足する領域が無い場合 もあるが、①と⑦はほぼ重なっているので、①と⑦で挟まれた領域も良しとした。

図5.3にB=30kg/m²の場合を示す。半径3km程度までの小惑星が適用対象となる事が分かる。離心率=0.3が制限となっている。図5.4にB=60kg/m²の場合を示す。適用範囲は半径1.5km程度以下の小惑星になっている。solar plane-of-sky凍結軌道の場合は、高度が低く、cm $\sim$ 10cmのオーダーの分解能が期待できる。

solar plane-of-sky凍結軌道では、輻射圧の平均化アプローチが妥当な領域が制約になっており、(5.1)式に用いた輻射圧によるオフセットが小惑星半径の1/10以下という条件の妥当性を数値シミュレーションによって検討する必要がある。





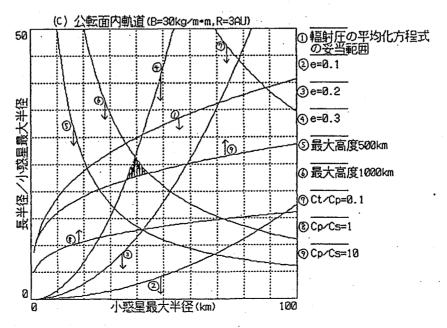


図 5.1 公転面内凍結軌道の領域 (B=30 kg/m²)

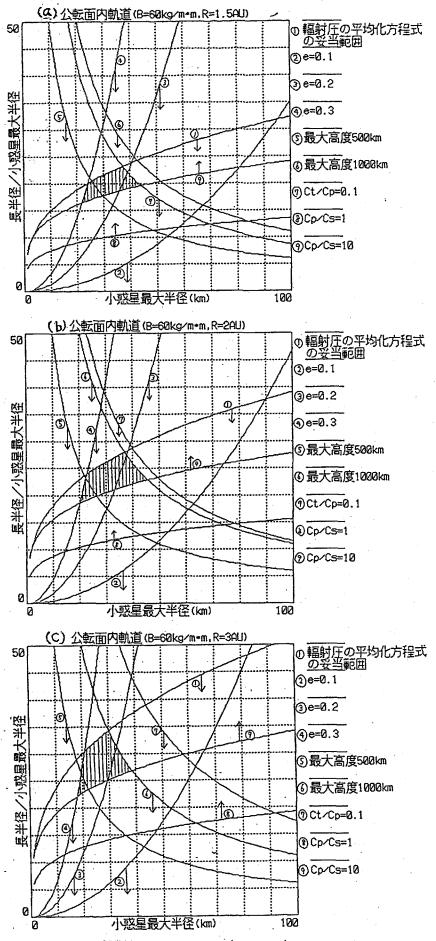


図 5.2 公転面内凍結軌道の領域 (B=60円/m²)

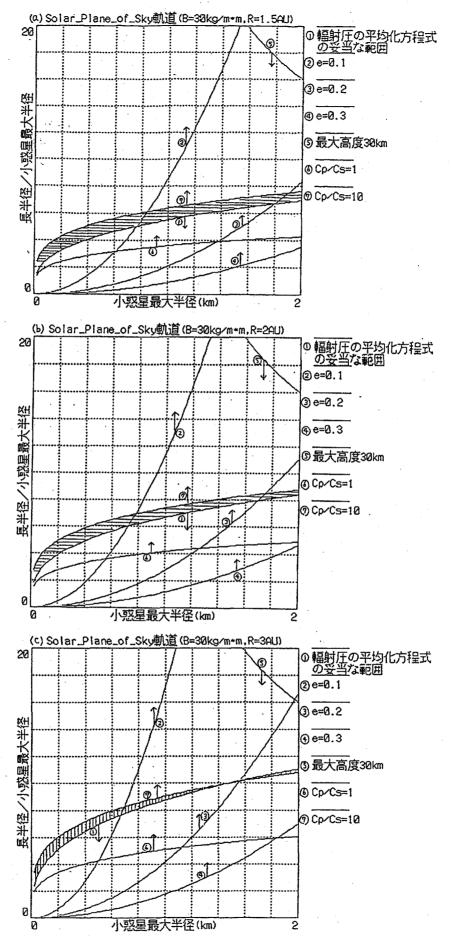


図5.3 Solar plane-of-sky 凍結軌道の領域(B=30は/m²)

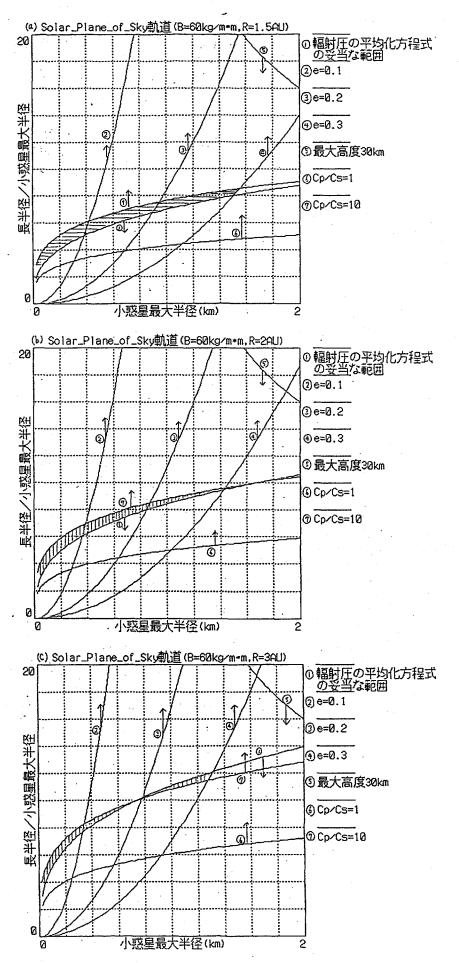


図5.4 Solar plane-of-sky凍結軌道の領域(B=60㎏/m²)

#### 5.3 公転面内凍結軌道の保持の検討

前節までの検討で、solar plane-of-sky 凍結軌道は高分解能が可能な軌道である事、公転面内凍結軌道は小惑星から遠すぎて分解能が不十分である事が分かった。公転面内凍結軌道において高度が高度が高度を下げた公転のは、小惑星の偏平の影響を強けるためである。高度を下げた公転面内凍結軌道を実現するには、偏平の影響による軌道変化を燃料を使ってキャンセルしてやる必要がある。本節では、およそ 10km~100kmのサイズの小惑星を対象に、燃料を使って公転面内凍結軌道を保持する事を考える。

図 5.5、5.6 に軌道半径が2AUの小惑星の公転面内凍結軌道の可能領域を再度、掲載する。(縦軸のスケールが前図と異なる事に注意)横線の領域が凍結軌道の領域である。縦線の領域は、離心率0.3以下で且つ高度500km以下の領域であり、光学観測の分解能の観点から望ましい領域である。

凍結軌道の保持という観点から 考えると、望ましくない軌道要素

図 5.5 公転面内凍結軌道の可能領域 (B=30kg/m²)

- ①輻射圧の平均化方程式の 妥当な範囲
- ② e=0.1
- ③ e=0.2
- (4) e = 0.3
- ⑤最大高度=500km
- ⑥最大高度=1000km
- ⑦潮汐力/輻射圧=0.1
- ⑧偏平効果/輻射圧=1
- ⑨偏平効果/輻射圧=0.1

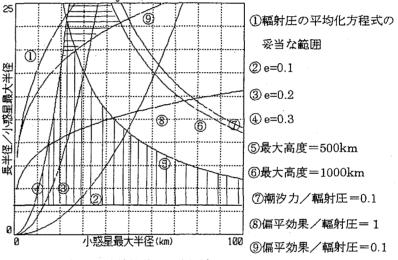


図 5.6 公転面内凍結軌道の可能領域 (B=60kg/m²)

の変化は小惑星の偏平による軌道面と近点方向の回転である。こ こでは、偏平によるこれらの回転をオンボードにて常時修正する と近似して増速量を検討する。(図 5.7 を参照)

# (A)軌道面の制御について

Δt当たりの軌道面変化量 Δi は、

$$\left|\Delta \mathbf{i}\right| = \frac{|dA|}{dt} \sin \delta \left|\Delta t\right| \tag{5.8}$$

であり、(4.4)式を代入して整理すると、

$$|\Delta \mathbf{i}| = \frac{3}{4} \frac{\alpha^2}{a^2 (1 - e^2)^2} J_2 n |\sin 2\delta| \Delta t$$
 (5.9)

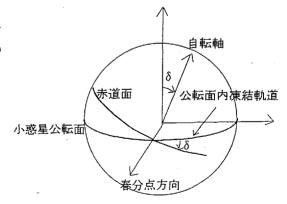


図 5.7 小惑星の自転軸と赤道面

となる。  $\delta$  は小惑星の自転軸の傾き角である(図 5.7 を参照)。この  $|\Delta i|$  をキャンセルするための増速量  $\Delta V$  を次式で

近似する。

$$\Delta V_n = na|\Delta \mathbf{i}| \tag{5.10}$$

楕円軌道の場合は、制御点が遠地点になっていて(5.10)式よりも少ない増速量で済む場合もあるが平均的には(5.10) 式で見積もれる。よって、軌道面の制御に必要な増速量は、次式で計算できる。

$$\Delta V_p = \frac{3}{4} \frac{aJ_1 n^2}{\left(\frac{a}{\alpha}\right)^2 \left(1 - e^2\right)^2} |\sin 2\delta| \Delta t$$

$$n^2 = \frac{4}{3} \pi \rho \frac{\hat{\beta} \hat{\gamma} G}{\left(\frac{a}{\alpha}\right)^3}$$
(5.11)

# (B)近点方向の制御について

 $\Delta$  t 当たりの近点方向の変化量  $\Delta$   $\omega$  は、

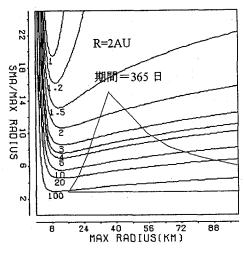
$$\begin{vmatrix} \Delta \omega \end{vmatrix} = |\vec{W} + A \cos \delta - \dot{\theta}| \Delta t \qquad (i = 0 \text{ の場合})$$

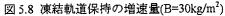
$$|\Delta \omega| = |\vec{W} - A \cos \delta + \dot{\theta}| \Delta t \qquad (i = \pi \text{ の場合})$$
(5.12)

で表わされ、これをキャンセルするには以下の増速量が必要となる。

なお、(5.13)式は円軌道の場合の $\Delta$  V の式を使っている。(この近似の誤差は、<math>e=0.3 の場合で約5%である。)

# (C)公転面内凍結軌道の保持に要する増速量の最大値





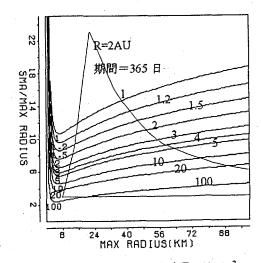


図 5.9 凍結軌道保持の増速量(60kg/m²)

は衝突による影響を受けていると言われており、いろんな  $\delta$  を持つ小惑星が存在すると考えられる。そこで、ここでは保持に要する増速量の最大値を求める事にする。  $\delta$  を 9 度刻みで計算して増速量の最大値を求めた。この刻みによる誤差は 1%以下である。図 5.8 に公転面に対する傾斜角 0 度、B =  $\delta$  30kg/m² の場合を、図 5.9 に同じ傾斜角でB =  $\delta$  60kg/m² の場合を示す。共に、横軸は小惑星の最大半径を、縦軸は探査機軌道の長半径を小惑星の最大半径で割った値を表わす。図中の多角形で囲んだ領域は、図 5.5 及び 5.6 で縦線マークを付けた領域である。図 5.8 の場合は、

この領域内の軌道の保持に 1.7m/s~100m/s 以上の増速量が必要である。図 5.9 の場合は増速量が少ない方向に多角 形領域が広がっており、0m/s~100m/s の増速量となっている。

年間で最大 100m/s の増速量を使えば、10km~100km のサイズの小惑星を公転面内凍結軌道に保持できる事が分かる。近点方向の制御と軌道面の制御の両方を行なう必要がある。傾斜角が 180 度の場合も、図 5.8、5.9 と大きな違いはない。

#### 6. 小惑星の極軌道

公転面内凍結軌道の保持には、図 5.8、5.9 から、周回軌道の長半径が小さくなると、かなりの増速量(年間 100m/s 近い)が必要である事が分かる。更に、近点方向の制御と軌道面の制御という二種類の制御を行なう必要がある。

この章では、偏平の影響を基本的に受けない軌道、極軌道を考える。小惑星の自転軸を面内に含む軌道である。 小惑星の自転をフルに利用して全球観測を行なえる利点を有している。極軌道を採用する事で偏平による軌道面の 回転は無くなる((4.4)式を参照)。更に、離心率をゼロにすれば、輻射圧による面の変化も生じない((4.2)式を参照)。 但し、離心率は輻射圧によって変化する。これは燃料を使って制御する。離心率を常時ゼロにする増速量が少なく て済めば、有望である。凍結軌道の保持では、軌道面と近点方向の両方を制御する必要があるが、極軌道では離心 率をゼロにするだけで良い。

常時、離心率をゼロにするための増速量を見積もる。以下の定義の離心率ベクトルを使う。

$$\begin{cases} \xi = e \cos \omega \\ \eta = e \sin \omega \end{cases} \tag{6.1}$$

e=0の条件で $\xi$ 、 $\eta$ の変化率を求めると、(4.2)式を使って

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{de}{dt}\cos\omega - \frac{d\omega}{dt}e\sin\omega = -\frac{3}{2}\frac{F_R}{na}\cos i\sin(\Omega - \theta)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{de}{dt}\sin\omega + \frac{d\omega}{dt}e\cos\omega = -\frac{3}{2}\frac{F_R}{na}\cos(\Omega - \theta)$$
(6.2)

となる。よって、

$$|\dot{\mathbf{e}}| = \frac{3}{2} \frac{F_R}{na} \sqrt{\cos^2(\Omega - \theta) + \cos^2 i \sin^2(\Omega - \theta)} \le \frac{3}{2} \frac{F_R}{na}$$
(6.3)

となる。  $\Delta$  t 当たりの増速量  $\Delta$  V  $_{N}$  は、次式で得られる。

$$\Delta V_N = \frac{na}{2} |\dot{\mathbf{e}}| \Delta t \le \frac{3}{4} F_R \Delta t = \frac{3}{4} P \frac{S}{m} \Delta t \tag{6.4}$$

 $\Delta$  t = 365 日、R = 2 AU、m/S=30kg/m<sup>2</sup>, 60kg/m<sup>2</sup>とすると

$$\begin{cases} \Delta V_N = 0.9 \,\text{m/s} & (\text{m/S} = 30 \,\text{kg/m}^2) \\ \Delta V_N = 0.45 \,\text{m/s} & (\text{m/S} = 60 \,\text{kg/m}^2) \end{cases}$$
(6.5)

となる。これらの値は、図5.8、5.9の全領域に対して一定であり、また、両図の多角形領域に対して、凍結軌道の保持に要する値より小さい。つまり、小惑星最大半径の数倍程度の周回軌道長半径の場合でも、年間1m/s以下の増速量で観測軌道を保持できる。

小惑星の極軌道は燃料面で有利であるだけでなく、以下の利点もある。

- ①離心率の検出は高度計を搭載していれば比較的容易と考えられ、軌道保持の自律化が容易である。
- ②極軌道からの観測なので自転を利用した小惑星の全球観測が可能である。
- ③小惑星のサイズ $\alpha$ 及び $\alpha/\alpha$ の平面内で、 $\alpha/\alpha>3$ を満足すればどこでも適用可能である。

ところで、極軌道を考える上で、小惑星の自転運動が安定軸(最大慣性主軸)回りの単純な回転運動である必要がある。小惑星は衝突によって自転運動が乱された後、内部摩擦の影響で安定軸回りの回転に移行する。この移行に要する時間(自転軸の緩和時間)は、小さい天体ほど又ゆっくり自転している程長い事が分かっている。半径1km

で自転周期 8 時間の小惑星でも緩和時間は約 1 億年 $^{9}$ であり、半径  $^{10km}$  以上の小惑星では、安定軸回りの自転と言う仮定は妥当であろう。

# 7. 小惑星極軌道の輻射圧と偏平による変化

本章では、およそ 10km~100km 半径の小惑星の極軌道に対して、輻射圧と偏平による平均要素の変化を計算し、 離心率制御の間隔を検討すると共に、その間の軌道面の変化を調査する。

ここでは、輻射圧と偏平による平均要素の変化率を数値積分する事で解析する。

# 7.1 平均要素の変化率

座標系は、第4.1 節に述べた、小惑星の公転面を基準平面とし春分点方向(図 7.1 参照)を基準方向とする慣性座標系(以下、公転面座標系と呼ぶ)を使用する。なお、周回軌道の平均

長半径には変化は生じない。離心率はゼロ近傍を扱うので、(6.1)式で 定義した離心率ベクトルを使用する。

# (A)輻射圧による変化率

(4.2)式の輻射圧による平均要素の変化率を、離心率ベクトル $\xi$ 、 $\eta$ で書き換えると、以下の様になる。

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{F_R}{na} \sqrt{1 - e^2} \cos i \sin(\Omega - \theta) 
-\frac{3}{2} \frac{F_R}{na\sqrt{1 - e^2}} \eta^2 \cos i \sin(\Omega - \theta)$$
(7.1)

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{F_R}{na} \sqrt{1 - e^2} \cos(\Omega - \theta) 
+ \frac{3}{2} \frac{F_R}{na\sqrt{1 - e^2}} \xi \eta \cos i \sin(\Omega - \theta)$$
(7.2)

$$\frac{di}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{F_R}{na\sqrt{1 - e^2}} \xi \sin i \sin(\Omega - \theta)$$
 (7.3)

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{F_R}{na\sqrt{1-e^2}} \eta \sin(\Omega - \theta)$$
 (7.4)

# (B)小惑星の偏平による変化率

偏平による変化は、赤道面座標系における昇交点赤経Aと近点引数Wに生じ、(4.4)式で表される。離心率 e 及び傾斜角 I は不変である。これらの変化率を、離心率ベクトルを導入した公転面座標系での要素変化率に変換する。 図 7.1 において、余弦定理より、

$$\cos i = \cos \delta \cos I + \sin \delta \sin I \cos A \tag{7.5}$$

となる。(7.5)式を時間で微分し(但し、 I は偏平では変化しない)、以下の正弦定理

$$\sin i \sin \Omega = \sin A \sin I \tag{7.6}$$

を使用すると、次式が得られる。

$$\frac{di}{dt} = \sin\delta\sin\Omega\frac{dA}{dt} \tag{7.7}$$

なお、dA/dt 中の cos I は、余弦定理より、次式で求められる。

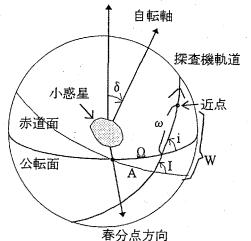


図 7.1 座標系の説明

$$\cos I = \cos i \cos \delta - \sin i \sin \delta \cos \Omega \tag{7.8}$$

次に、d Ω/dt を求める。(7.8)式を t で微分すると、

$$\frac{d\Omega}{dt} = \left(\cos\delta + \frac{\cos i}{\sin i}\sin\delta\cos\Omega\right)\frac{dA}{dt} \tag{7.9}$$

が得られる。

(6.1)式の ξ、 η の定義より、

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{de}{dt}\cos\omega - e\sin\omega \frac{d\omega}{dt} = -\eta \frac{d\omega}{dt} \quad (e は偏平では変化しない)$$
 (7.10)

$$\frac{d\eta}{dt} = \frac{de}{dt}\sin\omega + e\cos\omega\frac{d\omega}{dt} = \xi\frac{d\omega}{dt}$$
 (7.11)

となる。正弦定理より、

$$\frac{\sin\delta}{\sin(W-\omega)} = \frac{\sin I}{\sin\Omega} \tag{7.12}$$

が得られ、これをtで微分して次式を得る。

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{dW}{dt} - \frac{\sin\delta\cos\Omega}{\cos(W - \omega)\sin I} \frac{d\Omega}{dt}$$
(7.13)

ここで、余弦定理より、

$$\cos(W - \omega) = \cos\Omega\cos A + \sin\Omega\sin A\cos\delta \tag{7.14}$$

であり、sin A は(7.6)式より求められ、sin I 及び cos A は次式で計算する。

$$\sin I = \sqrt{1 - \cos^2 I} \tag{7.15}$$

$$\cos A = \frac{\cos i - \cos \delta \cos I}{\sin \delta \sin I}$$
 ((7.5)式を変形したもの) (7.16)

#### 7.2 平均要素の変化の解析

平均要素の変化を知るために、前節の変化率の式を固定ステップサイズの 4 次のルンゲクッタ法で 1 日刻みで数値積分する。小惑星の自転軸を含む極軌道面にはその自転軸回りの自由度が有り、ミッション毎の固有の制約から望ましい面は異なる事が考えられるが、この解析では、i=I=A=Q=90 度となる軌道面をノミナル軌道面とする。この面を選んだ理由は、以下の通り。

① δ がどんな値であっても実現できる。

②タイミングを巧く選べば、軌道面法線方向を太陽又は地球方向に向ける事ができる。これは、探査機の電力確保、地球との通信の点で利点となる。

本節では、図 5.5 に示した 4 点 ((a)、(b)、(c)、(d)) を解析の対象とする。それらに共通な条件を掲げる。

- ・小惑星の軌道半径 R=2AU・・・・・ θ = 0.35 deg / 日
- ・探査機の質量断面積比B=30kg/m² (NEAR 探査機では約41 kg/m²)

次に、結果の考察時に使用するため、近似した要素変化式を以下に掲げる。

$$\frac{d\xi}{dt} = C_p \Delta i \cos \theta + \frac{1}{2} C_s \eta \tag{7.17}$$

$$\frac{d\eta}{dt} = -C_p \sin\theta - \frac{1}{2}C_s \xi \tag{7.18}$$

$$\frac{di}{dt} = -C_p \xi \cos \theta + C_s \sin \delta \left( \Delta i \cos \delta - \Delta \Omega \sin \delta \right) \tag{7.19}$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -C_p \eta \cos\theta + C_s \cos\delta(\Delta i \cos\delta - \Delta\Omega \sin\delta)$$
 (7.20)

ここで、 $\Delta$ の付いた量は、90度からのずれを示す。 $C_p$ 、 $C_s$ は輻射圧及び偏平による摂動の特性角速度である。

# $(A)\alpha = 20$ km、 $\alpha = 200$ km の場合( $\alpha/\alpha = 10$ 、図 5.5 の点(a))

この軌道の場合の平均運

動、軌道周期、摂動による特性角速度等を表7.1 に掲げる。 この軌道では、輻射圧の影響 が偏平の影響より多少大きい事が分かる。

|         | 表 7.1 | $\alpha = 20 \text{km}$ | α =200km の場合の諸量   |
|---------|-------|-------------------------|---|
| Eによる加速度 | :     | $F_R$                   | $5.708 \times 10^{-8} \mathrm{m/s^2}$                   |
| 運動      |       | n                       | $1.308 \times 10^{-5} \text{ rad/s} = 1.130 \text{ ra}$ |

| 平均運動        | n              | $1.308 \times 10^{-5} \text{ rad/s} = 1.130 \text{ rad/} \exists$ |
|-------------|----------------|---|
| 軌道周期        | Τ              | 5.56 日  |
| 輻射圧による特性角速度 | $C_p$          | 0.002828 rad/日  |
| 偏平による特性角速度  | C <sub>s</sub> | 0.001695 rad/日  |

(7.17)~(7.20)式から、 $d_{\eta}/dt$  の第 1 項のみが特性角速度以外の微小量を含んでおらず、 $\eta$  が最大の変化を受ける事が分かる。離心率の保持限界をここでは取り敢えず 0.1 とすると $(\eta$  を $\pm 0.1$  の範囲に保持する)、約 70 日毎に離心率 $(\eta)$ 制御が必要となる事が予測できる。次に大きな変化を生じるのは $\Omega$  である。(7.20)式の第 1 項に $\eta$  が入っているからである。70 日間の $\Omega$  の最大のずれは 0.002828 rad/日×35 日×0.1/2×180 度 $/\pi$   $\approx 0.3$  度である。(7.20)式から、 $\eta$  の符号が変わると $\Omega$ の変化の向きも変わるので約 35 日後が最大のずれとなるからである。(7.19)、(7.20)式の偏平による項は軌道面の回転によるものであり、70 日間の変化量は約 0.02 度である。

図 7.2~7.4 に、自転軸傾き角  $\delta$  と初期の  $\theta$  をそれぞれ 0, 45, 90 度と変えた場合の数値積分結果を図示する。 i と  $\Omega$  の初期値を 90 度とし、 $\eta$  を  $\pm$  0.1 以内に保持しながら、次の保持制御の時には $\Omega$  が元の値に戻るという条件で、制御間隔がほぼ最大になる様にした。軌道面の表現は、軌道面法線ベクトルの変化を表現する事を狙って、 $\Omega$  -90(度) と 90-i (度)を各軸に採用した。

図 7.2~図 7.4 を見ると、

- ①離心率ベクトルは殆ど $\eta$ 方向のみに生じる。なお、向きは $\theta$ の値によっては逆になる。((7.18)式を参照)
- ②軌道面の変化はΩが支配的である。
- ③自転軸傾き角δの影響は非常に小さい。

等が分かる。η制御を 50~125 日間隔で繰り返す事で、極軌道の保持が可能である。

#### $(B)\alpha = 20$ km、 $\alpha = 100$ km の場合( $\alpha/\alpha = 5$ 、図 5.5 の点(b))

この軌道の場合の平均運動、軌道周期、摂動による特性角速度等を表 7.2 に掲げる。この軌道では偏平の影響が輻射圧の影響の約 10 倍である。離心率の保持限界を前節と同様に 0.1 とすると、概算で約 100 日毎の離心率( $\eta$ )制御が必要となる。100 日間の $\Omega$ の最大ずれは約 0.3 度である。(7.19)、(7.20)式の偏平による i ,  $\Omega$ の変化は 100 日間で約 0.3 度であり、前節の場合の約 10 倍となる。図 7.5~7.7 に、自転軸傾き角  $\delta$  と初期の  $\theta$  をそれぞれ 0, 45, 90 度と変えた場合の数値積分結果を図示する。

| 表 7.2       | $\alpha = 20 \text{km}, \alpha =$ | =100km の場合の諸量  |
|-------------|-----------------------------------|--|
| 輻射圧による加速度   | $F_R$                             | $5.708 \times 10^{-8} \mathrm{m/s^2}$                      |
| 平均運動        | n                                 | $3.701 \times 10^{-5} \text{ rad/s} = 3.197 \text{ rad/} $ |
| 軌道周期        | T                                 | 1.97 日   |
| 輻射圧による特性角速度 | $C_p$                             | 0.001999 rad/日   |
| 偏平による特性角速度  | Cs                                | 0.01919 rad/日  |

図 7.5~図 7.7 を、図 7.2~図 7.4 と比較すると、

- ①離心率ベクトルのを成分の変化も大きくなった。(7.17)式の第2項による変化である。
- ②軌道面の i の変化も大きくなった。(7.19)式において第 l 項の  $\xi$  が大きくなった事と、第 2 項の C  $_s$  が 10 倍になった事が原因。
- ③自転軸傾き角δの影響は前節よりは大きいが支配的という程では無い。

等が分かる。 $\eta$  制御を 70 日~150 日間隔で繰り返す事で極軌道を保持できる。図のように $\Omega$ はほぼ元に戻る様に制御できるが、i のずれがかなり残る。何年も保持する場合は、年単位程度の間隔で軌道面の保持が必要になるかも知れない。

## $(C)\alpha = 50$ km、 $\alpha = 200$ km の場合( $\alpha/\alpha = 4$ 、図 5.5 の点(c))

この軌道の場合の平均運

動、軌道周期、摂動による特性角速度等を表 7.3 に掲げる。この軌道では偏平の影響が輻射圧の影響の約 60 倍である。図  $7.8\sim7.10$  に、自転軸傾き角  $\delta$  と初期の  $\theta$  をそれ・

| 表 7.3       | $\alpha = 50 \text{km}$ | a =200km の場合の諸量  |
|-------------|-------------------------|--|
| 輻射圧による加速度   | $F_R$                   | $5.708 \times 10^{-8} \mathrm{m/s^2}$                              |
| 平均運動        | n                       | $5.172 \times 10^{-5} \text{ rad/s} = 4.468 \text{ rad/}  \exists$ |
| 軌道周期        | T                       | 1.406 日  |
| 輻射圧による特性角速度 | Cp                      | 0.0007152 rad/日  |
| 偏平による特性角速度  | Cs                      | 0.04189 rad/日  |

ぞれ 0, 45, 90 度と変えて 1000 日間軌道を数値積分した結果を図示する。離心率の初期値はゼロとしている。離心率は制御なしでも 0.1 以内に留まっており、保持制御は不要である。(7.17)、(7.18)式において、 $\Delta$  i は 0.01rad のオーダーであり、 $\xi$ 、 $\eta$  は 0.1 のオーダーなので、第 2 項が支配的となり、離心率ベクトルは単振動的な運動となる。角速度は  $C_8/2$  である。

軌道面の変化も大きくないので、保持制御は不要であろう。変化の方向は、(7.19)、(7.20)式の第 2 項により、自転軸傾き角 $\delta$ に依存している。

#### $(D)\alpha = 100$ km、 $\alpha = 300$ km の場合( $\alpha/\alpha = 3$ 、図 5.5 の点(d))

この軌道の場合の平均運

動、軌道周期、摂動による特性角速度等を表 7.4 に掲げる。 この軌道では偏平の影響が輻射圧の影響の約 370 倍である。図  $7.11\sim7.13$  に、自転軸傾き角  $\delta$  と初期の  $\theta$  をそれ

|   | 表 7.4       | $\alpha = 100 \text{km}$ | a =300km の場合の諸量   |
|---|-------------|--------------------------|---|
| • | 輻射圧による加速度   | $F_R$                    | $5.708 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$                                |
| • | 平均運動        | n                        | $7.962 \times 10^{-5} \text{ rad/s} = 6.880 \text{ rad/} \boxminus$ |
| į | 軌道周期        | Т                        | 0.913 日   |
| i | 輻射圧による特性角速度 | · C <sub>p</sub>         | 0.0003097 rad/日   |
| 1 | 偏平による特性角速度  | C <sub>s</sub>           | 0.1147 rad/日  |

ぞれ 0,45,90 度と変えて 1000 日間軌道を数値積分した結果を図示する。離心率の初期値はゼロである。離心率は制御なしでも 0.01 程度に留まっており、保持制御は不要である。

軌道面の変化も小さく、0.5度以内に留まっており、保持制御は不要である。

# (E)まとめ

離心率の制御に関しては、図 5.5 の点(a)、(b)では数十日~百数十日間隔の制御が必要であるが、点(c)、(d)では、

離心率の変化が周期的で振幅が十分小さいため、制御の必要が無い事が分かった。 $C_p/(C_s\,e_{limit})$ がおよそ1より小さくなると、離心率ベクトルの保持制御が不要となる。 $e_{limit}$ は離心率保持の限界値である。傾斜角については、数度程度のずれは問題ではないと考えられるため、基本的には制御不要と考えられる。

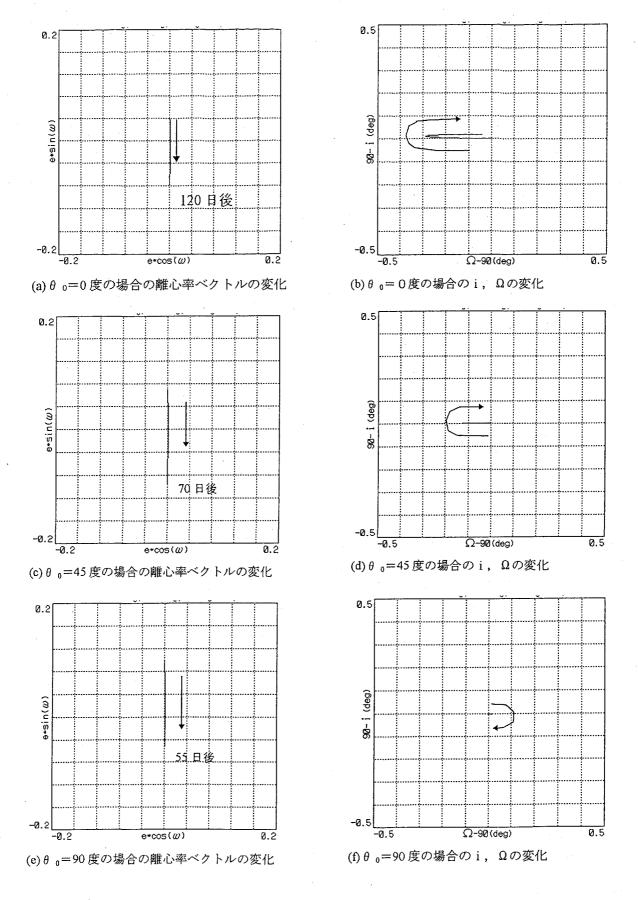


図 7.2  $\delta=0$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$  の変化 ( $\alpha=20$ km、 $\alpha=200$ km)

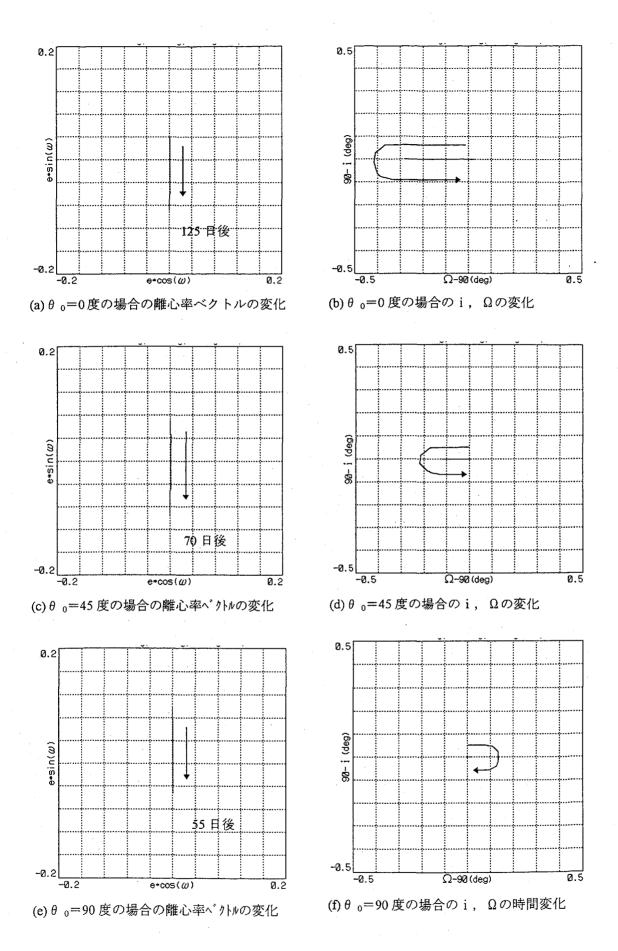


図 7.3  $\delta$  =45 度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha$  =20km)

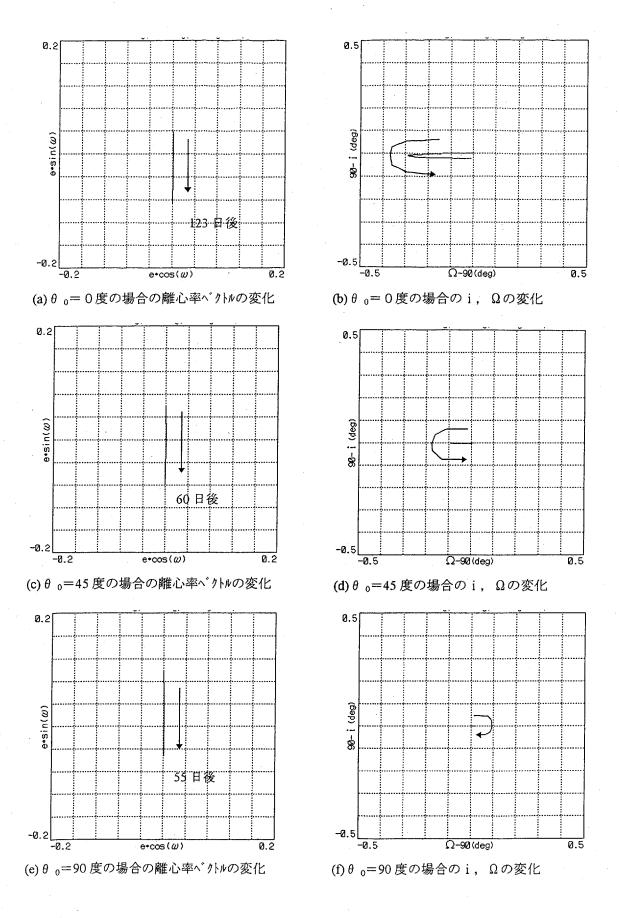
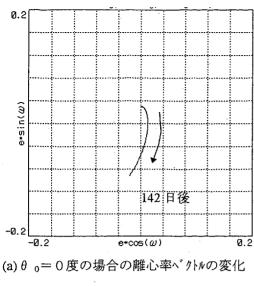
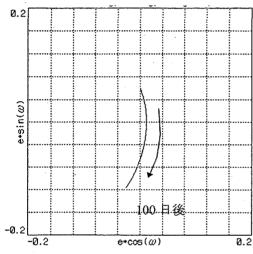
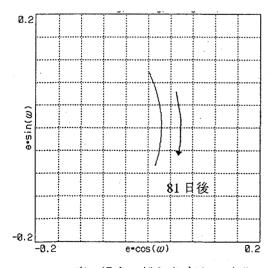


図 7.4  $\delta=90$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha=20 km$ 、 $\alpha=200 km$ )

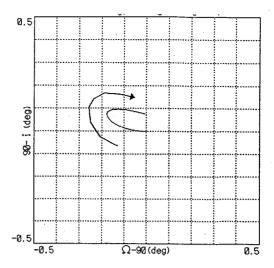




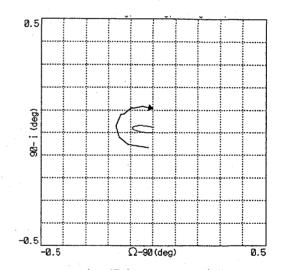
(c) θ <sub>0</sub>=45 度の場合の離心率ベクトルの変化



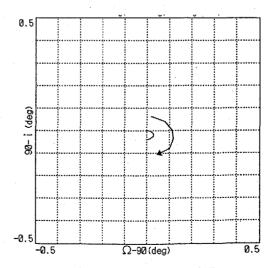
(e) θ<sub>0</sub>=90 度の場合の離心率ベクトルの変化



(b)  $\theta$  o= O 度の場合の i ,  $\Omega$ の変化



(d)  $\theta_0$ =45 度の場合の i ,  $\Omega$ の変化



 $(f)\theta_0=90$  度の場合の i ,  $\Omega$ の変化

図 7.5  $\delta=0$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha=20$ km、 $\alpha=100$ km)

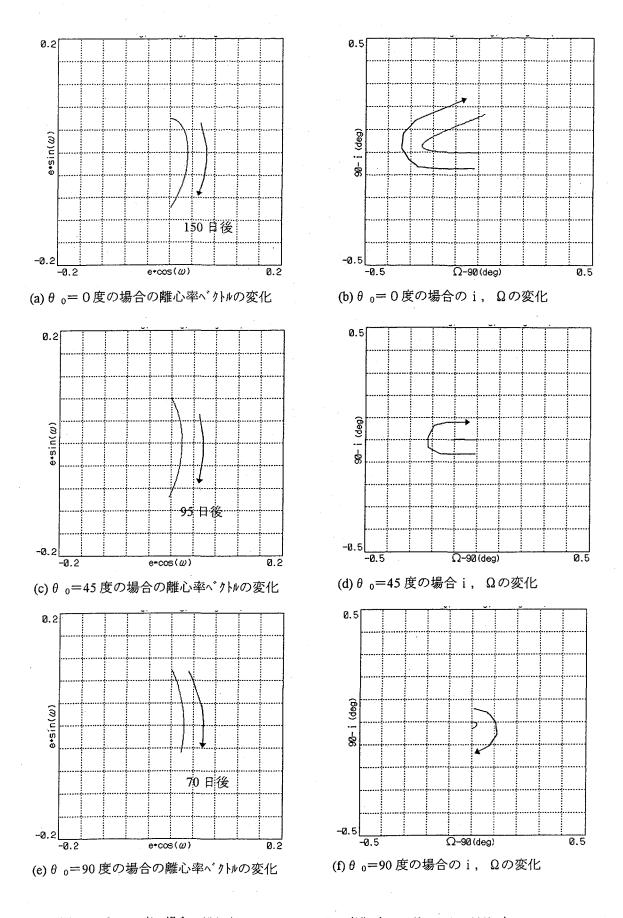


図 7.6  $\delta$  =45 度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha$  =20km、 $\alpha$  =100km)

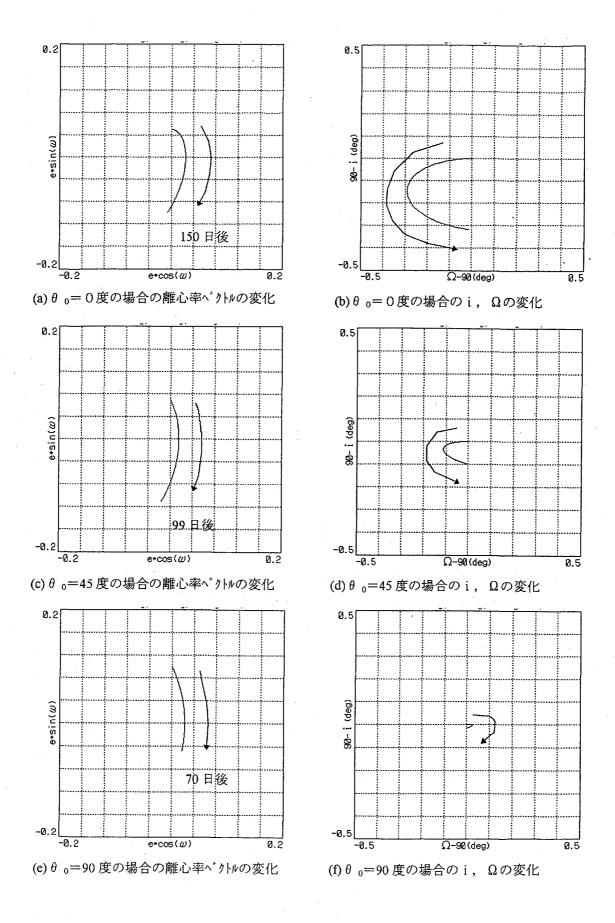


図7.7  $\delta=90$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha=20$ km、 $\alpha=100$ km)

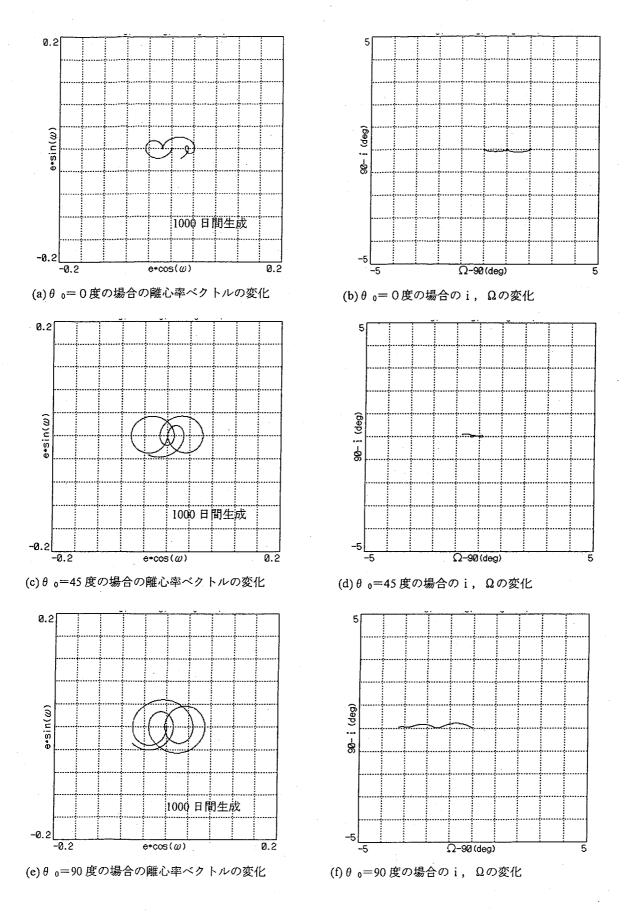
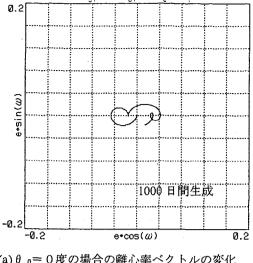
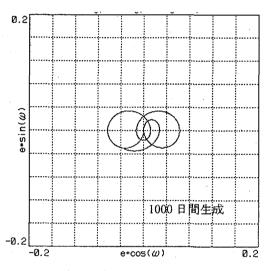


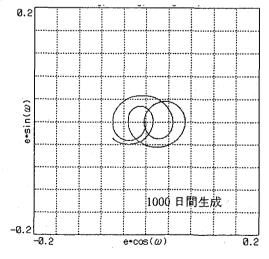
図 7.8  $\delta=0$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$  の変化 ( $\alpha=50$ km、 $\alpha=200$ km)



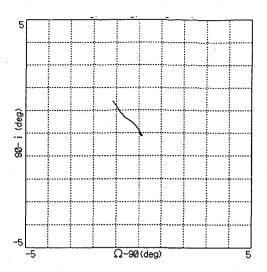
(a)  $\theta$   $_0$ = 0 度の場合の離心率ベクトルの変化



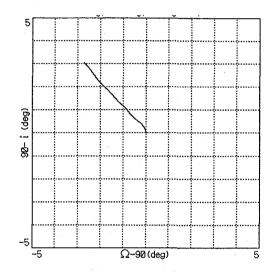
(c)  $\theta$  0=45 度の場合の離心率ベクトルの変化



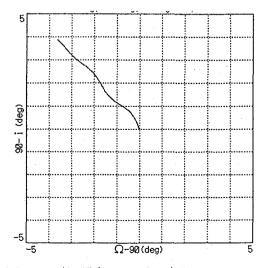
(e)  $\theta$   $_0$ =90 度の場合の離心率ベクトルの変化



 $(b)\theta_0 = 0$ 度の場合の i,  $\Omega$ の変化



(d) θ<sub>0</sub>=45 度の場合の i , Ωの変化



(f) θ <sub>0</sub>=90 度の場合の i , Ωの変化

図 7.9  $\delta$  =45 度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha$  =50km、 $\alpha$  =200km)

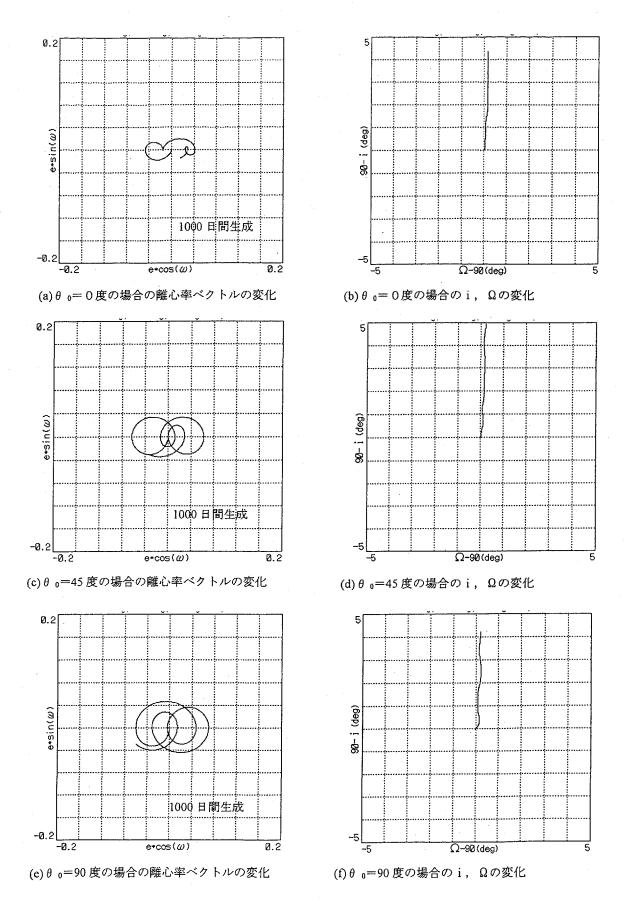


図 7.10  $\delta = 90$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha = 50$ km、 $\alpha = 200$ km)

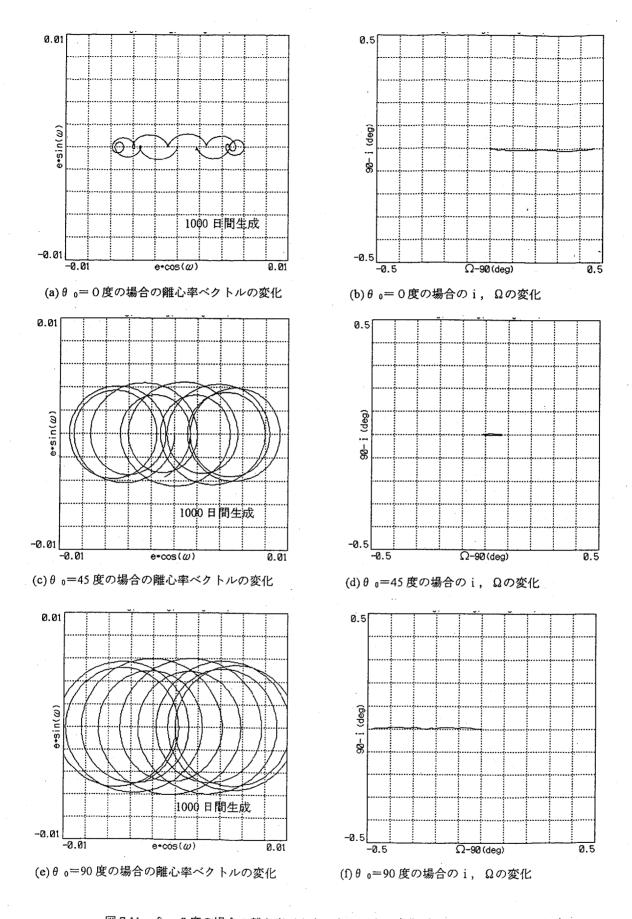


図 7.11  $\delta=0$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化  $(\alpha=100 {
m km}, \alpha=300 {
m km})$ 

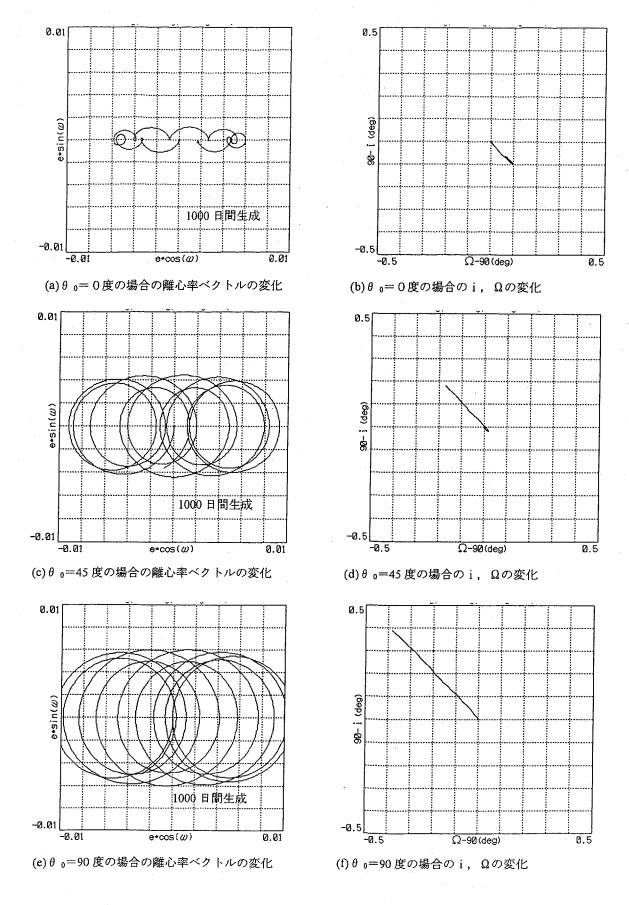


図 7.12  $\delta$  =45 度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$ の変化 ( $\alpha$  =100km、 $\alpha$  =300km)

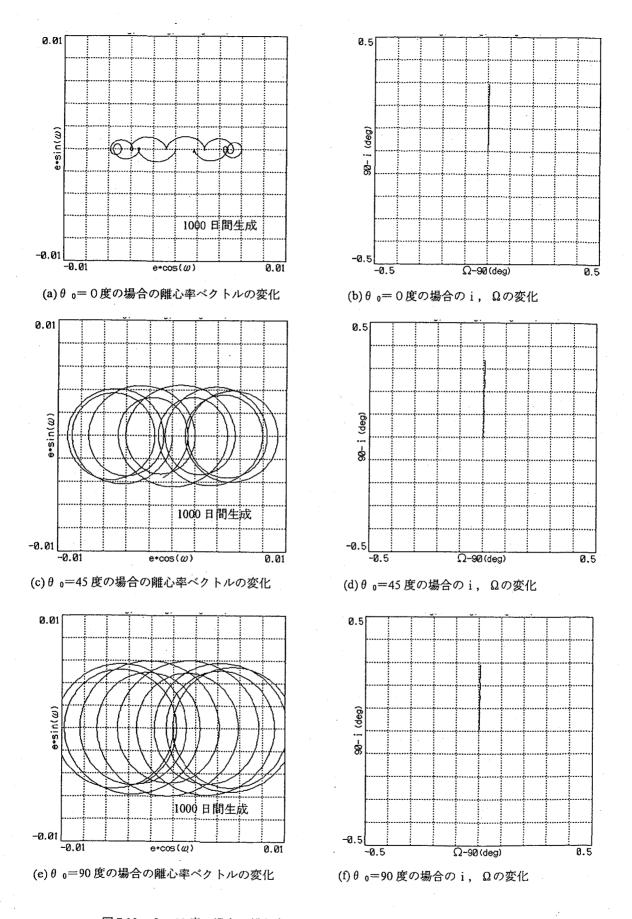


図 7.13  $\delta=90$  度の場合の離心率ベクトルと i ,  $\Omega$  の変化 (  $\alpha=100$ km、  $\alpha=300$ km)

#### 8. おわりに

始めに、小惑星周回軌道に輻射圧のみが摂動源として作用する場合に特徴的な凍結軌道の適用範囲を調査した。 二種類の凍結軌道の内、公転面内軌道は20km~50km程度の半径の小惑星に対して適用可能であり、solar plane-of-sky 軌道は2、3km以下の半径の小惑星に対して適用可能である事が分かった。公転面内凍結軌道は、軌道高度が高く高 分解能の観測には向かない事も分かった。高度を下げると小惑星の偏平の影響が大きくなり、凍結軌道の前提が崩 れるが、偏平による軌道の変化を燃料を使ってキャンセルする事で凍結軌道を保持する検討も行なった。その結果、 小惑星半径の3倍程度の長半径軌道においては、1年間当たりの必要な増速量は100m/sとなった。

小惑星の全球観測という要求から考えられる極軌道の検討も行なった。極軌道では偏平の影響が基本的に無くなるというメリットもある。極軌道の保持においては、基本的には離心率をゼロに保持するだけで良く、1年間当たりの必要増速量も1m/s以下で良い。観測の面、燃料の面、保持運用の面で有利であると分かった。

極軌道の保持を検討するため、輻射圧と偏平による平均要素の変化を、その変化率を数値積分する事で検討した。極軌道の中でも公転面にも垂直な軌道を扱った。 $C_p/(C_s e_{imit})$ が約1より大きい軌道では、約50日~約150日間隔( $e_{imit}=0.1$  の時)の離心率保持制御( $\eta$  制御)で小惑星の極軌道を保持でき、 $C_p/(C_s e_{imit})$ が約1より小さい軌道では、離心率保持制御なしで良い事が分かった。離心率制御の必要な場合、軌道面の $\Omega$ は、次の保持制御の時には初期値の90度に戻る様にする事も可能である。しかし、傾斜角は元には戻らず、何年も保持する場合、iのずれは累積して大きくなり得る。そして、年単位程度の間隔で軌道面の保持制御が必要となるかも知れない。離心率制御が不要な、 $C_p/(C_s e_{imit})$ が約1より小さい軌道では、1000日後の軌道面のずれは数度程度であり、面制御も不要である。

最大半径 100km 以下の小惑星の周回軌道を実現する際に、以下の様に考えるのが妥当であろう。

- (1)半径 2~3km 以下の小惑星では、solar plane-of-sky 凍結軌道を採用する。
- (2)それ以上の半径の小惑星では、極軌道を採用する。

半径 2~3km 以下の小惑星では自転運動が安定軸回りの規則的なものでない可能性があるが、solar plane-of-sky 凍結 軌道では問題ない。又、半径 10km 以上の小惑星では安定軸回りの自転運動が期待されるので、極軌道を選択しても 良い。

本検討は平均要素を使った検討であり、平均要素の変化が接触要素の変化の平均と良く一致しているかを今後、 接触要素の数値積分にて検討する必要がある。

### 9. 参考文献

- 1)D.J.Scheeres, "SATELLITE DYNAMICS ABOUT ASTEROIDS", AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, AAS 94-112, Cocoa Beach, Florida, February 14-16, 1994
- 2)D.J.Scheeres, "Dynamics About Uniformly Rotating Tri-Axial Ellipsoids. Application to Asteroids", Icarus 110, 1994
- 3)広田正夫, "一般摂動法による静止衛星の軌道面及び離心率の長周期解", 宇宙開発事業団技術報告 TR-16, 1983 年
- 4)歌島, "SATELLITE DYNAMICS ABOUT ASTEROIDS (by D.J.Scheeres)の全訳と解説(改訂版)", 地球観測センター資料 NCX-000013, 1994 年 6 月
- 5)柳澤正久、矢守 章、"レールガンによる超高速度衝突実験"、日本惑星科学会誌 第4巻 第1号、1995年3月
- 6)J. Watanabe, "Rotation of Comets and Asteroids in Families", Seventy-Five Years of Hirayama Asteroid Families, ASP Conference Series, Vol.63, pp.150-153, 1994

# 宇宙開発事業団技術報告 NASDA-TMR-960002

発 行 日 1996年3月25日

編集・発行 宇宙開発事業団

 $\mp 105-60$ 

東京都港区浜松町2丁目4番1号 世界貿易センタービル22階 TEL 03-5470-4111(代表)

© 1 9 9 6 NASDA

無断複写、転載を禁ずる

<本資料に関するお問い合わせ先> 宇宙開発事業団調査国際部技術情報課 TEL 03-5470-4276 ~ 4279

