

ISSN 0452-2982

UDC 539.411

620.168

620.173

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1286

カーボン／ポリイミド複合材ステイフナの  
圧縮座屈強度

三本木 茂 夫 ・ 濱 口 泰 正

1996年4月

航空宇宙技術研究所  
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# カーボン／ポリイミド複合材スティフナの 圧縮座屈強度\*

三本木 茂 夫\*<sup>1</sup> 濱 口 泰 正\*<sup>2</sup>

## Buckling and Final Failure of Carbon/Polyimide Stiffeners

Shigeo SANBONGI\*<sup>1</sup>, Yasumasa HAMAGUCHI\*<sup>2</sup>

### ABSTRACT

The buckling and final failure (crippling) characteristics of carbon/polyimide (T-800H/PMR-15) laminated composite stiffeners, which are one of the candidates for spaceplane structural components, were investigated.

The angle section and the T-section stiffeners were tested at room temperature and at 300°C. For the angle section stiffeners, the drop in the buckling strength at 300°C was less than 5% compared with the room temperature test results when the aspect ratio is greater than four, and the drop in the final failure strength was less than 15%.

The predicted buckling strengths of the specimen with the mechanical fixture were close to the test results.

For the T-section stiffeners, the primary objective of this study was to evaluate the effect of the corner radius at a flange-web junction on buckling and on final failure strength. The buckling strengths predicted with the analytical model including an actual corner shape coincide with the experimental test results, and a significant increase in buckling strength due to the increase in the corner radius was shown.

**Keywords :** Stiffener, Buckling, Carbon-polyimide, Composite

### 概 要

宇宙往還機の機体構造用候補材料であるカーボン／ポリイミド耐熱複合材料(T-800H/PMR-15)の強度特性評価の一環として、室温および300°C環境におけるスティフナの圧縮座屈強度および最終破壊強度(クリッピング強度)を調べた。L型断面スティフナに関しては、細長比をパラメータとして室温強度に対する高温強度の低下率を求めた。通常試験が行われている細長比の範囲では、座屈強度の低下が5%以下であり、最終破壊強度の低下が15%以下であった。今回の試験では高温環境に適した耐熱金属製の端末固定金具をポッティング方式の代わりに採用したので、この影響を調べるために固定金具を含めた座屈解析を実施した。この結果、金具で固定した場合は完全固定条件の場合と比べて、細長比が小さいほど座屈強度が下がり、試験結果は金具を含めた解析結果に近いことが示された。T型断面スティフナに関しては、フランジとウェブの交叉部のコーナー半径寸法と座屈強度の関係を調べた。断面形状を忠実に取り入れた解析結果は試験結果と良好な一致を示し、コーナー半径を或程度大きくすると座屈強度が顕著に増加することが確認された。

\* 平成8年2月28日 受付 (received 28 February 1996)

\*<sup>1</sup> 構造力学部 (Structural Mechanics Division)

\*<sup>2</sup> 機体部 (Airframe Division)

## 1. はじめに

宇宙から大気圏への再突入時に機体表面が超高温環境に曝される宇宙往還機は機体構造の外部および内部に熱防護材と断熱材を装着し、構造材料および乗員と機器類の許容温度環境を保持する断熱構造が採用されている。

この方式の機体構造の重量軽減を図るためには、熱防護材、断熱材、および構造材の総重量が最小になるように材料を選択することが必要である。現在、運用されているスペースシャトルは開発当時の技術水準の範囲で構造材料としてアルミニウム合金の使用が選択された。

その後、新しい構造材料の開発にともない、アルミニウム合金製の機体よりも重量軽減が図れる可能性があることが検討されてきた。筆者らの研究結果では候補材料の内、カーボン/ポリイミド耐熱複合材を主構造に適用した場合が最も軽量化が図れる結果を得た<sup>1) 2)</sup>。

この材料は米国のNASAが開発を進めたものであり、文献も発行されているが、製法に関する技術情報は限られている。複合材の強度特性は製造技術と密接な関係があるため、まず、国産技術で製作した試験片を用いた基本強度特性評価試験から研究を開始した<sup>3)</sup>。この結果、等方積層板の弾性率および引張破壊強度は室温環境下と高温環境下の違いは小さいが、この材料の使用温度限界である300℃では圧縮破壊強度の低下が大きいことが示された。

構造部材としての強度特性評価では、機体構造の大部分に薄板とスティフナで構成される補強板が使用されるため、一般に座屈強度がクリティカルになる。

構造効率の高い補強板を設計する上で、スティフナの座屈強度および座屈後の最終破壊強度（クリッピング強度）の特性を把握しておくことが必要であり、通常の複合材製スティフナに関しては多くの試験が行われている<sup>4) 8)</sup>。これらのスティフナ単体の試験では代表的なL型断面あるいはT型断面の供試体を用いることが多い。

今回も新材料であるカーボン/ポリイミド製スティフナの強度評価として、この両者について試作試験を行った。L型断面スティフナは製作が比較的容易であり、且つ、自由縁を持つ他の部材の評価にも適用できる。通常は板幅/板厚比をパラメータとして強度評価が行われているが、今回は経費を節減するために同一のL型断面材を使用し、標定長/板幅比をパラメータとした。

T型断面スティフナに関しては、フランジとウェブの交叉部に充填されるフィラーの寸法と強度の関係を調べた。成型時にフィラーに亀裂が生じやすいため、通常はフィラー寸法を小さくしているが、解析による予測では或程度大きくすると座屈強度が顕著に増加する。I型断面のカーボン/エポキシ複合材製スティフナの試験結果

ではこの傾向が示されている<sup>6)</sup>。エポキシ系材料よりも成型加工が難しいカーボン/ポリイミド材料の場合にも、同様な効果が得られるか否かが注目点である。

材料の基本強度特性評価試験結果では、カーボン/ポリイミド複合材の繊維方向弾性率が高温環境下においても低下していないから、材料破壊応力よりも十分に低い応力で座屈する場合は、室温下の座屈強度と高温下の座屈強度が同程度と予測される。一方、最終破壊強度はこの材料の使用温度限界である300℃環境下では室温強度に対する低下が大きいと予測される。

本研究では、これらを調べるために室温環境下および高温環境下で圧縮座屈試験を行い、解析と併せて構造部材としての評価を行った。

## 2. 供試体および試験法

### 供試体

L型断面およびT型断面スティフナ共に、カーボン/ポリイミド耐熱複合材（繊維：T-800H、樹脂：PMP-15、一方向シート材、公称プライ厚=0.134mm）を使用し、オートクレーブ加工（約300℃、1.4 MPa）されたものであり、繊維含有率は約60%であった。

L型断面スティフナの形状寸法および積層構成を図1に示す。供試体は、断面寸法および積層構成が全て同じであり、標定長 $L$ が55、75、100、150mmの4種類である。

T型断面スティフナの形状寸法および積層構成を図2および表1に示す。幅（40mm）、高さ（20mm）および標定長（ $L=150$ mm）は共通であるが、コーナー半径 $R$ と積層構成が異なる3種類である。8P3R 供試体は8プライ疑似等方積層で $R=3$ mm、8P6R 供試体は8プライ疑似等方積層で $R=6$ mm、10P3R 供試体は $R=3$ mmであるが $0^\circ$ 層の含有量を8P6R 供試体とほぼ等し

積層構成 [45/0/-45/0/90/0]<sub>s</sub>; 18プライ

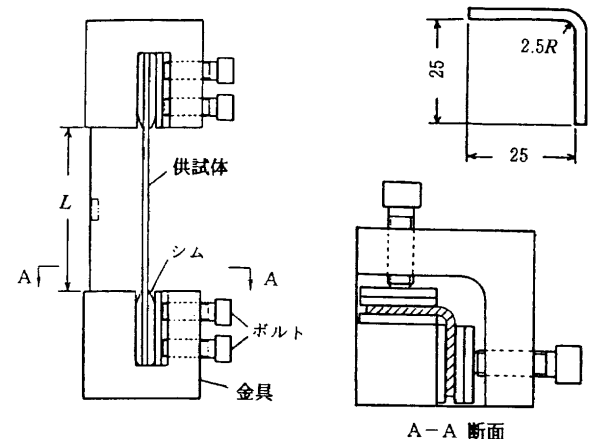


図1 L型断面スティフナ供試体および端末固定金具

表1 T型断面スティフナの寸法と積層構成

供試体	B(mm)	H(mm)	R(mm)	L(mm)	積層構成
8P3R	40	20	3	150	[45/-45/90/0] <sub>s</sub>
8P6R	40	20	6	150	[45/-45/90/0] <sub>s</sub>
10P3R	40	20	3	150	[45/-45/0/90/0] <sub>s</sub>

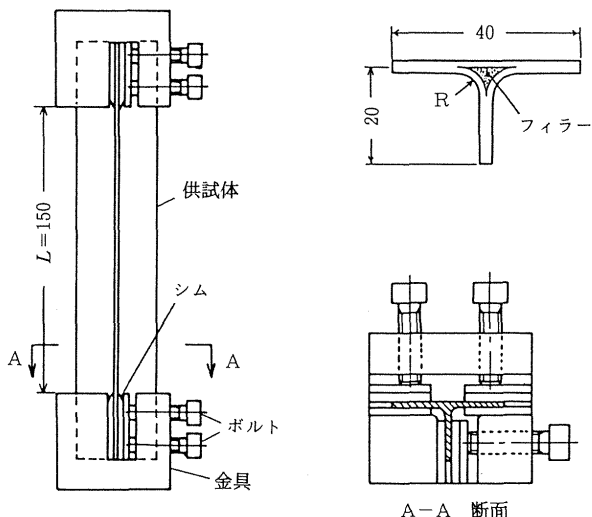


図2 T型断面スティフナ供試体および末端固定金具

くするために、疑似等方積層に0°層を2層追加して10プライにしたものである。試験前の検査において、全てのT形スティフナのコーナーフィラー部には亀裂が生じていることが観察された。各供試体は室温試験用2個、高温試験用2個を製作した。

試験方法

圧縮座屈試験においては、供試体荷重端部の保護および変位拘束条件を明確にすることが重要であり、通常行われている室温環境下の試験では、末端固定金具内に樹脂等を注入して供試体端部を固定する方法が採用されている。当初、この方法を用いて耐熱樹脂で供試体端部を固定し、高温環境下の試験を試みたが満足できる結果は得られなかった。そこで、平板の圧縮試験法の応用として、L型またはT型の溝を切った耐熱鋼ブロック内に供試体を差し込み、シムとボルトで固定する方法を採用した(図1および図2を参照)。

試験はインストロン万能試験機8502型に恒温槽を取り付けた装置を使用して行った。温度環境以外の試験条件を同一にするために、室温試験および高温試験共に、恒温槽内を貫通するロッドの端面間で末端金具付き供試体を圧縮させた(図3参照)。高温試験の温度は公称300°Cとしたが、恒温槽の設定温度と供試体温度に差があるため、以下の手順で試験を行った。温度を305°Cに設定し、供試体を槽内に入れる前に定常状態になるまで予熱する。

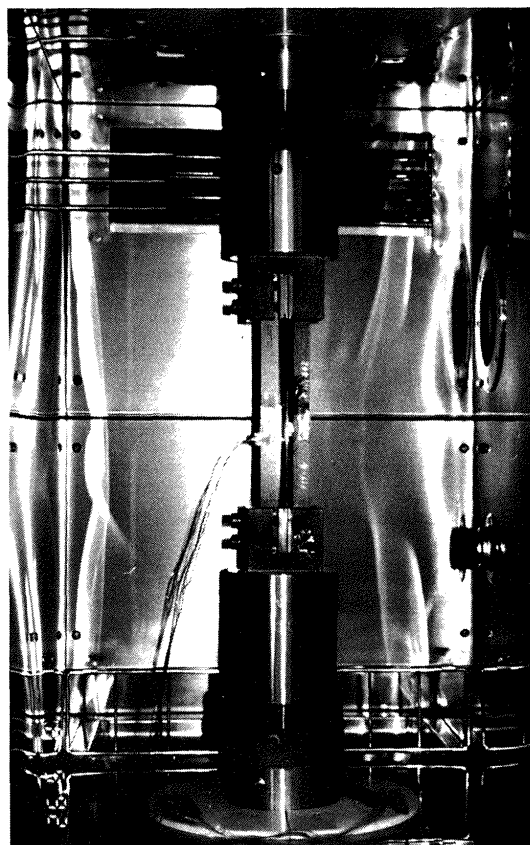


図3 試験状況

次に、供試体を槽内にセットし、供試体中央部に取り付けた熱電対の温度が定常状態になるまで保持した後、供試体への負荷を開始する(保持時間約30分、供試体温度295~297°C)。供試体中央部自由縁近くの表裏に貼った歪みゲージ出力と荷重の関係をXYレコーダーおよびデジタル記録計の両者を用いて計測した。

3. 試験結果

3.1 L型断面スティフナ

試験で得られた座屈荷重および最高荷重を公称断面積によって応力に変換した座屈応力および最終破壊応力を表2に示す。実験によって座屈荷重を求める方法としては、座屈後の板の面外変位の二乗と荷重が線形関係にある性質を用いたδ<sup>2</sup>法が一般的であるが、高温環境の試験のため今回は面外変形の代わりに供試体の表裏の歪み測定値を使用する方法を用いた。すなわち、曲げ歪み(ε<sub>B</sub>)を表裏の歪みの差として表示すると、これは面外

表 2 L型断面スティフナの試験結果

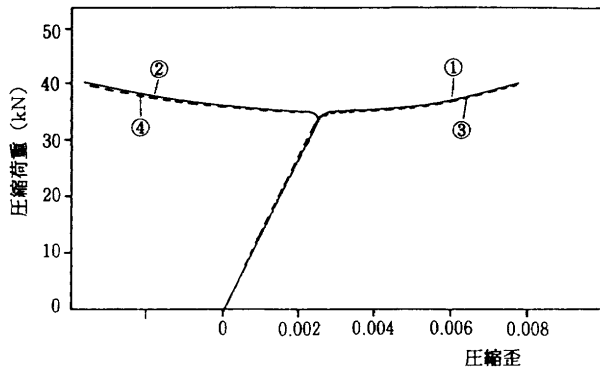
標定長 (mm)	室温環境		300℃環境	
	座屈応力 (MPa)	最終破壊応力 (MPa)	座屈応力 (MPa)	最終破壊応力 (MPa)
55	500	517	433	445
55	507	510	396	413
75	364	378	331	339
75	349	392	345	354
100	290	332	273	281
100	287	332	273	295
150	195	264	199	237
150	200	260	198	262

変位  $\delta$  に比例するから  $\delta^2$  の代わりに  $\epsilon_B^2$  を用いる方法である。

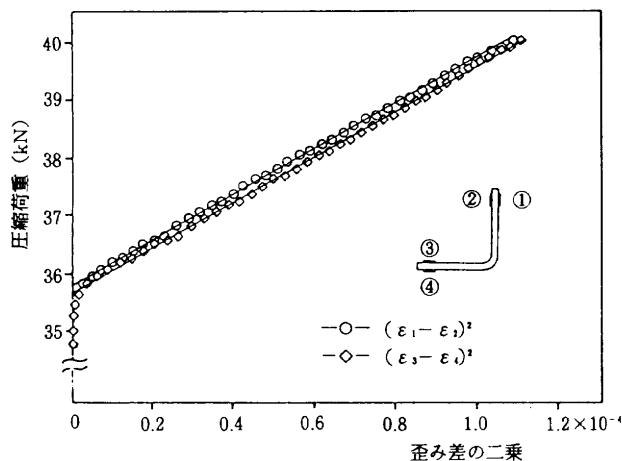
図 4 (a) および図 5 (a) に  $L=100\text{mm}$  の供試体の荷重-歪み曲線を室温および高温の場合について示す。また、図 4 (b) および図 5 (b) には座屈荷重を求める際に用いた  $\epsilon_B^2$  と荷重との関係の例を示す。図 4 は座屈が生じる直前まで曲げ変形が発生しなかった理想的な試験の場合であり、L型を構成する二枚のフランジに対応する二本の曲線はほとんど一致している。図 5 は初期の時

点から若干の曲げ変形が生じた場合であるが、二枚のフランジの座屈荷重の値の違いは極わずかである。このような傾向は高温試験結果に多く見られた。図 6 および図 7 に座屈変形および最終破壊状況を示す。

高温環境における座屈強度および最終破壊強度が室温強度と比べてどの程度低下するかを見るために、高温強度/室温強度の比と標定長/板幅比 ( $L/b$ ) の関係を図 8 に示す。この図から、一般的に試験が行われている  $L/b$  が 4 以上の細長比の場合では、座屈応力の低下は

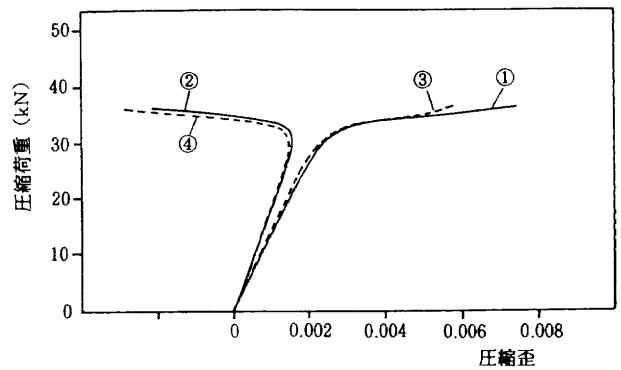


(a) 荷重-歪み曲線

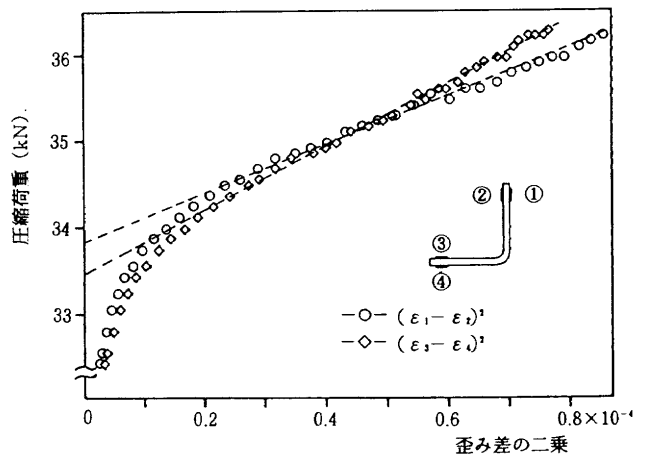


(b) 荷重と歪み差の二乗の関係

図 4 荷重と歪みの測定結果 (室温 :  $L = 100\text{mm}$ )



(a) 荷重-歪み曲線



(b) 荷重と歪み差の二乗の関係

図 5 荷重と歪みの測定結果 (300℃ :  $L = 100\text{mm}$ )

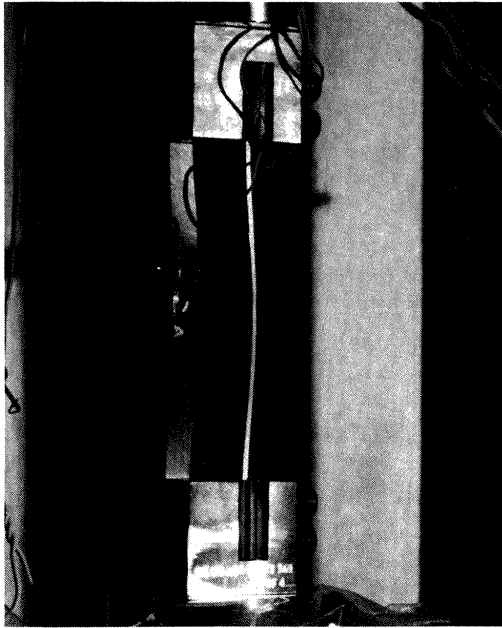


図6 L型断面スティフナの座屈変形

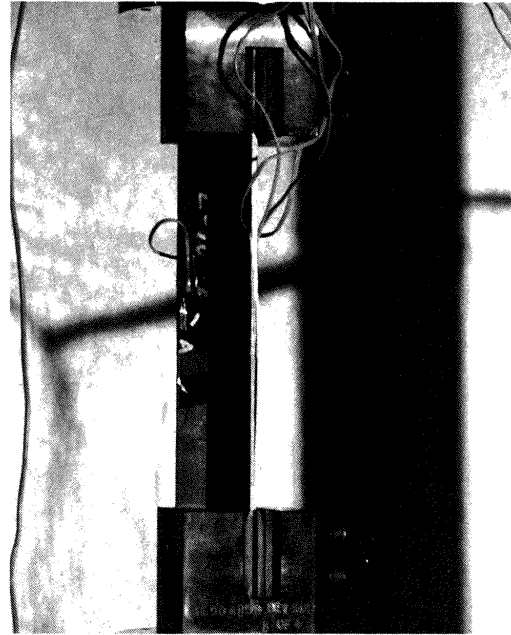


図7 L型断面スティフナの破壊後の状況

5%以下であり、最終破壊応力の低下は15%以下であることが分かる。材料の圧縮破壊応力は高温環境では40~50%低下するから、これと比べて強度低下は少ないと言える。一方、 $L/b$  が小さいほど高温下の座屈応力の低下が大きくなる傾向が見られる。板厚に比べて標定長が短いほど面外剪断変形の影響を受けるが、高温下では樹脂の弾性係数の低下が大きく、面外剪断剛性も低下することが座屈応力の低下の原因と考えられる。

### 3.2 T型断面スティフナ

座屈応力および最終破壊応力の試験結果を表3に示す。三種類のスティフナ(8P3R, 8P6R, 10P3R)ごとに、室温試験結果の平均値と高温試験結果の平均値を対比して図9に示す。高温環境における座屈応力の低下は、8P3Rではほとんど無く、8P6Rが約8%, 10P3Rが約16%である。また、最終破壊応力の低下は、8P3Rが約22%, 8P6Rが約18%, 10P3Rが約40%である。0°層を多く含むL型断面スティフナの場合よりも低下が大きい。

通常のコーナー半径 $R=3\text{mm}$ の供試体(8P3R)の強度と他の供試体の強度との関係について以下に述べる。8P3R供試体と同じ積層構成でコーナー半径が6mmである8P6R供試体については、座屈応力は室温および高温共に約2倍である。最終破壊応力は室温で約1.3倍、高温で約1.4倍である。次に、コーナー半径は3mmであるがコーナー半径を大きくする代わりに、フランジとウェブに0°層を追加して断面積を8P6Rと同程度にした10P3R供試体について同じく8P3R供試体と比較すると、座屈応力は室温で約1.3倍、高温で約1.2倍、最

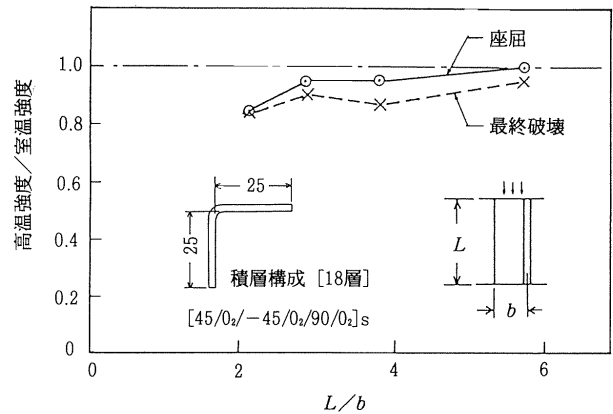


図8 高温強度/室温強度の比と細長比( $L/b$ )の関係

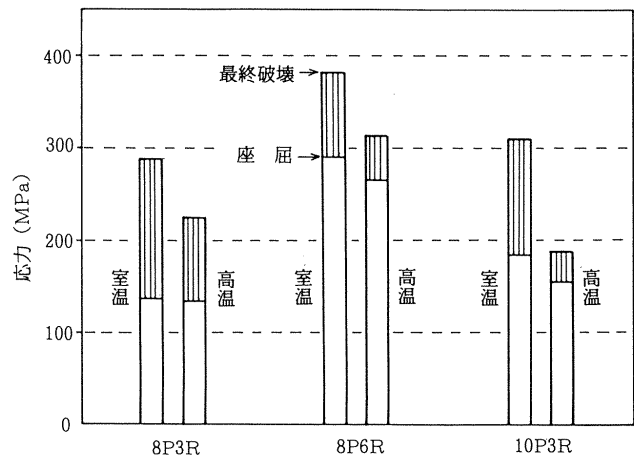
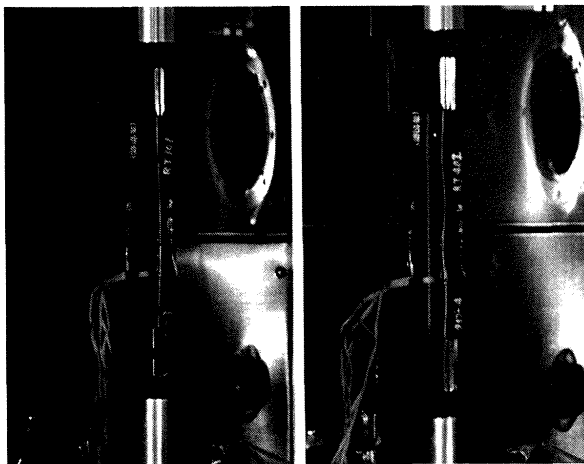


図9 T型断面スティフナの座屈および最終破壊応力の比較

表3 T型断面スティフナの試験結果

供試体 記号	室温環境		300℃環境	
	座屈応力 (MPa)	最終破壊応力 (MPa)	座屈応力 (MPa)	最終破壊応力 (MPa)
8P3R-1	137	281	131	214
8P3R-2	138	295	136	237
8P6R-1	292	363	275	321
8P6R-2	289	402	257	308
10P3R-1	183	304	152	185
10P3R-2	188	316	159	189



コーナー半径 = 3 mm      コーナー半径 = 6 mm  
図10 T型断面スティフナの座屈変形

終破壊応力は室温で約 1.1 倍、高温で約 0.84 倍である。すなわち、断面積が同程度でもコーナー半径が大きい方が、コーナーフィラー部に亀裂が生じていても、座屈応力および最終破壊応力共に大幅に増加することを示している。図10にコーナー半径 3mm および 6 mm の供試体の座屈変形の写真を示す。

コーナー半径が小さいスティフナは弓形の変形であるが、コーナー半径が大きいスティフナでは幾つかの座屈波が生じており、変形に対するコーナー部の拘束が強いことを示している。

#### 4. 座屈強度の検討

補強板やスティフナの座屈試験結果を薄板理論に基づく解析値と比較している文献が多いが<sup>(5)(6)(7)(9)</sup>、積層板のスティフナは面外剪断剛性が低いこと、および板幅/板厚比が比較的小さいことから、実際よりも高い座屈応力が計算される。また、面外剪断変形を考慮した積層板理論に基づく解析は板構造に対して有効であるが、T型スティフナのコーナー部を含めた解析を行う場合、積層板モデルでは限界がある。

ここでは、二種類の三次元モデルによる解析結果を試

験結果と比較した。一つは有限帯板法と同様に、軸方向に沿った変位分布を三角関数で表示した角柱要素を用いてスティフナの断面形状を忠実に取り扱う方法である<sup>10)</sup>(付録A参照)。もう一つは立体要素を用いた有限要素解析である<sup>11)</sup>。試験における端末の拘束条件は必ずしも完全固定条件になっているとは限らないから、端末固定金具を含めた解析モデルを用いて拘束条件の影響を調べた。

一方、実験結果と解析結果を比較する場合には解析法とは別の問題がある。一つは解析に使用する弾性係数と個々の供試体の弾性係数の違いがどの程度かということである。もう一つは公称板厚と実際の板厚の違いである。特に、板厚は座屈応力の解析値に大きな影響を与える。成型加工技術の経験が浅い新材料ほど個体間のバラツキが大きいのと思われる。成型品の繊維含有率が同じであれば板厚も理論上は同じはずであるが、実際には含有率が同じであっても板厚が異なっている場合もある。これまでの経験では、板厚および弾性係数を供試体ごとにきめ細かく補正して解析結果と比較すれば、解析値と実験値との差をかなり縮めることができたが、今回は実用的見地から、これまでに国内の各機関で測定された弾性係数の平均値、および繊維含有率60%に対応する公称板厚を座屈解析に使用した。

表4に室温および高温環境下の弾性係数を示す。引張試験で求めた弾性係数と圧縮試験で求めた弾性係数は一般に若干の相違がある。従って、本来は梁の弾塑性座屈解析における Reduced Modulus<sup>12)</sup>と同様に、曲げ剛性の計算において引張側と圧縮側の違いを考慮することが必要と思われる。しかしながら、積層板の座屈解析でそ

表4 カーボン/ポリイミド (T800H/PMR-15) の材料特性

特 性	室 温	300℃
$E_1$ (GPa)	142	142
$E_2$ (GPa)	10.4	6.27
$G_{12}$ (GPa)	4.83	2.90
$\nu_{12}$	0.32	0.32
プライ厚 (mm)	0.134	0.134

のような扱いをした例を見ないこと、および種々の原因によって多くの場合に実験値が解析値よりも低く得られることから、今回の解析では圧縮弾性係数を使用した。

4.1 L型断面スティフナ

よく知られているように、L型断面スティフナの座屈解析では、コーナー部の曲率半径がフランジ幅に対して或程度小さければ、コーナー部を切り放した一枚のフランジについて、一つの側縁を単純支持、他の縁を自由とした解析結果が良い近似を与える。今回は、座屈試験における端末支持金具の影響を調べるために、図11に示すような立体要素から成る解析モデルを用い、対称性を仮定して一つのフランジの下半分の領域について有限要素解析を行った。固定金具無しの場合のフランジの全長について事前に解析した結果では、±45°層の影響により座屈モードが完全には上下対称ではないが、下半分の領域の解析結果と比べて座屈応力は殆ど同じであった。積層板、シ

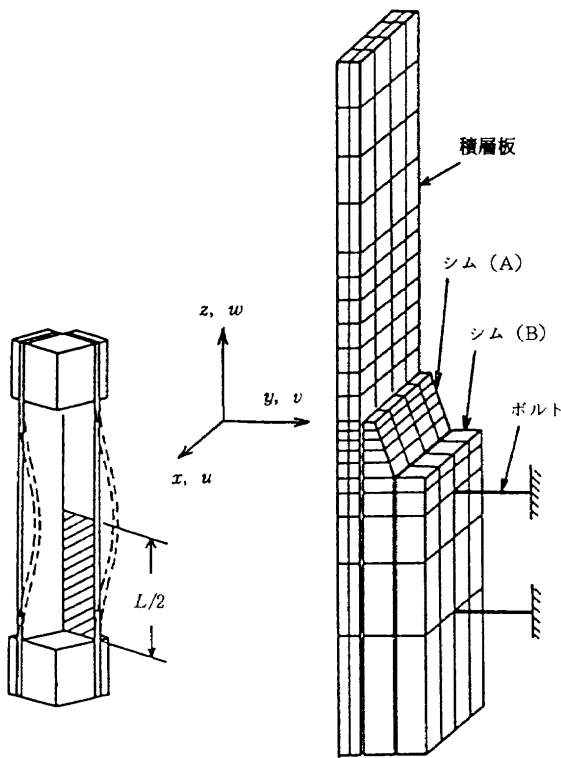


図11 端末固定金具を含めた座屈解析モデル

ム (A)、シム (B) 相互間の接触面では、面に垂直な方向の変位だけを連続とし、相互にスリップ可能にした。

端末における拘束条件と座屈応力の関係の解析結果を室温環境の場合について表5に示す。表中の'金具支持'は実際の試験を模擬した上述の解析モデルを用いた結果である。'撓み拘束'は端末固定金具(シムおよびボルト)の剛性が無限大であるが積層板との接触面のスリップを許容した場合、すなわち、標準長端部の面外剪断変形を許容した場合の結果である。'完全固定'は端末固定金具の剛性が無限大で、且つ接触面でスリップしない場合であって、理論解析における固定条件に対応する。これらの解析結果では'金具支持'と'撓み拘束'との

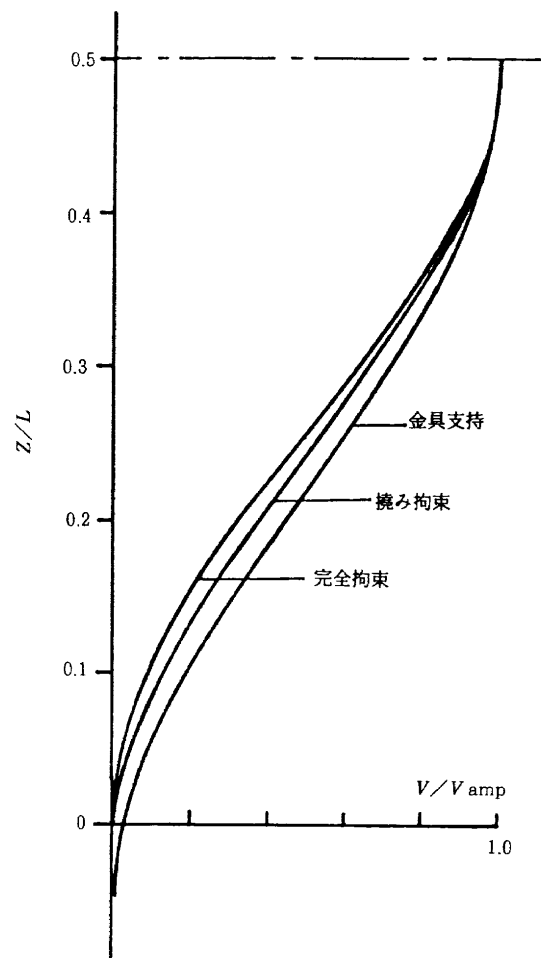


図12 拘束条件と座屈モード (L=100mm)

表5 各種の端末支持条件における座屈応力の解析結果 (L型断面, 室温環境)

標準長 (mm)	金具支持 (MPa)	撓み拘束 (MPa)	完全固定 (MPa)	付録Aによる解析結果 (MPa)
55	523	565	656	643
75	370	390	431	429
100	278	288	306	310
150	204	208	214	219



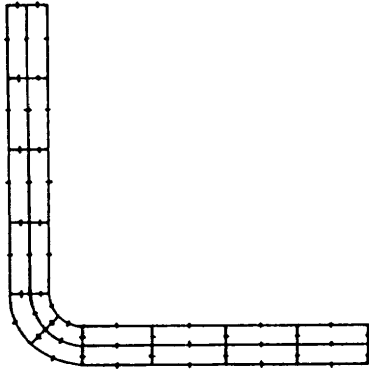


図13 角柱要素によるL型断面の分割図

差が小さく、'完全固定'の場合は標定長( $L$ )が短いほど'金具支持'との差が大きくなる傾向を示している。すなわち、板厚と比べて標定長が小さくなるほど端末部における面外剪断変形の拘束の有無が座屈応力に大きく影響することを示している。

図12には $L=100\text{mm}$ の場合について、積層板中央面の自由縁の座屈モードを示す。'完全固定'の座屈モードは正弦波曲線に近く、'撓み拘束'、'金具支持'の順に端末付近の撓みが大きくなっている。

付録Aに示す三角関数表示の角柱要素を用いてL型断面を忠実にモデル化した場合(図13参照)の座屈応力を比較のために表5の中に示す。この解析ではZ方向の座屈半波長の領域( $L/2$ )を対象としており、'完全固定'の場合に対応する。両者の座屈応力は同程度であり、一枚のフランジのみの解析が妥当であることを裏付けて

いる。

図14および図15には、それぞれ室温環境および高温環境について、座屈応力の解析結果を試験結果と共に示す。いずれも金具支持条件による解析結果が試験結果と良く対応している。

#### 4.2 T型断面スティフナ

フランジおよびウェブ幅がコーナー寸法に比べて十分に大きければ、L型断面スティフナと同様に積層板の解析モデルの適用が可能であるが、今回の供試体寸法程度になるとコーナー部の影響を無視できなくなる。コーナー部を等価な梁に置き換えて積層板モデルに組み込むことによって若干の改善が成されるが、この方法も適用に限界がある<sup>10)</sup>。ここでは、付録Aに示す角柱要素を用いてコーナー部を含むT型断面を忠実にモデル化する解析を行った。この解析では座屈波の半波長領域を対象にした三角級数表示の変位関数を用いるため、スティフナの標定長内に生じる座屈波数を順次仮定して解析を行い、最小の座屈応力を求める。端末拘束条件としては完全固定の場合に対応し、端末固定金具の影響は無視されるが、前述のL型断面スティフナに関する検討結果から見て、この供試体の寸法では影響が小さいと考えられる。

スティフナ断面の要素分割を図16に示す。コーナー半径が3mm(8P3Rおよび10P3P)の場合は、座屈波の半波長が標定長 $L$ の $1/2$ の時に最小座屈荷重が得られた。一方、コーナー半径が6mmのスティフナ(8P6R)の場合は、半波長が $L$ の $1/4$ の時に最小座屈荷重が得

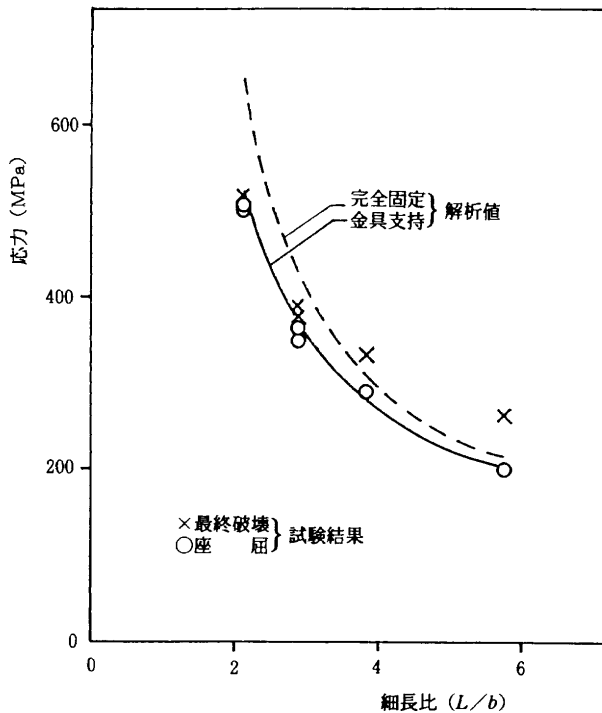


図14 L型断面スティフナの試験値と解析値(室温)

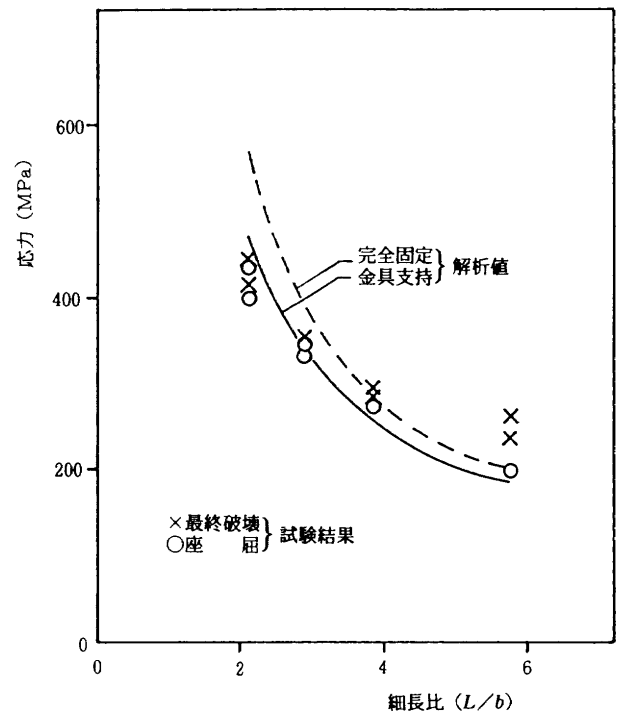


図15 L型断面スティフナの試験値と解析値(300°C)

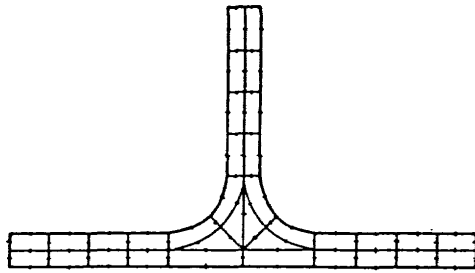


図16 角柱要素によるT型断面の分割図

表6 T型断面スティフナの座屈応力の解析結果

供試体 記号	座屈応力 (室温) (MPa)	座屈応力 (300℃) (MPa)
8P3R	145	138
8P6R	309	287
10P3R	187	177

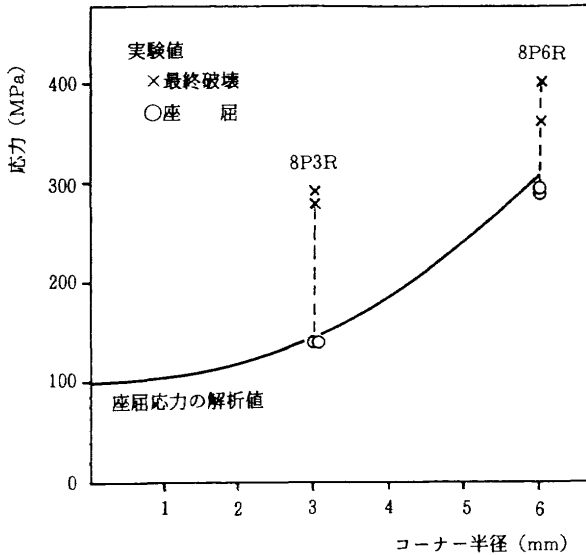


図17 T型断面スティフナの座屈応力とコーナー半径の関係 (室温)

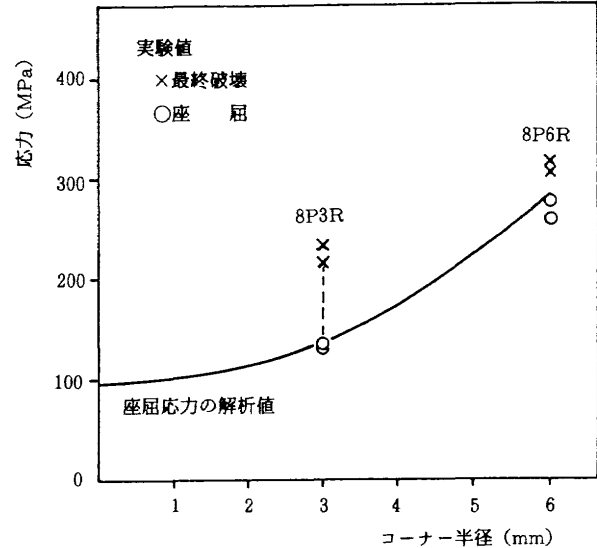


図18 T型断面スティフナの座屈応力とコーナー半径の関係 (300℃)

られた。これは、試験結果 (図10参照) と一致している。表6に解析値を示す。

図17および図18には、それぞれ室温環境および高温環境について、コーナー半径と座屈応力の関係の解析結果を試験結果 (8P3R, 8P6R) と共に示す。コーナー半径の増加にともない、座屈応力が顕著に増加する傾向が示されている。前に述べたように、コーナーのフィラー内には成型時に発生したと思われる亀裂が観察されているが、解析では特にこれを考慮していない。しかしながら、座屈応力の解析結果と試験結果の対応が良好であったことから、フィラー内に生じている亀裂は座屈応力にほとんど影響を与えなかったと考えられる。最終破壊応力に対する亀裂の影響については断定できないが、最終破壊応力と座屈応力の比が、カーボン/エポキシ製スティフナの場合<sup>6)</sup>と同程度であることから、この試験結果における影響は小さかったと考えられる。

### 5 むすび

宇宙往還機の主構造材料の候補であるカーボン/ポリイミド耐熱複合材料を使用したスティフナの圧縮座屈試験を実施した。この材料の成型加工は難しいので、スティ

フナのような部材レベルの成型品に関しても、単純なクーポン試験片の強度特性と同様な結果が得られるか否かが最大の注目点であった。解析結果と併せて強度特性の評価を行うことにより以下に示す結論を得た。

- (1) これまでに国内で取得された室温および高温(300℃)環境下の基本強度特性データの平均値を使用した座屈強度解析結果が、試験結果と良好な対応を示しており、部材レベルの成型品とクーポン試験片の弾性係数は同程度であったことが確認された。
- (2) 高温環境下における強度特性の低下は樹脂の影響が大きいため、積層構成および細長比に関係する。0°層の比率が比較的多いL型断面スティフナの場合は、細長比が極端に小さいもの以外は、座屈強度の低下は室温環境に対して5%、最終破壊強度の低下は15%程度であった。等方積層のT型断面スティフナの場合は、座屈強度の低下は0~16%、最終破壊強度の低下は18~40%であった。等方積層板の高温環境下の圧縮破壊強度の低下が約50%であるから、座屈強度の低下は比較的に小さいと言える。
- (3) L型断面スティフナに関する端末固定金具を含めた

座屈解析結果と試験結果が良好な対応を示し、細長比が小さくなるほど端末を完全固定と見なした解析結果よりも座屈応力が低くなる傾向が示された。

- (4) T型断面スティフナの座屈試験結果は、断面形状を忠実にモデル化した解析結果と良好な一致を示しており、コーナー半径を或程度大きくすることによる座屈応力の顕著な増加が確認された。供試体のコーナーフィラー部には、成型加工時の残留応力による亀裂が生じていたが、これを無視した解析結果と試験結果が一致していることから、座屈強度に対する亀裂の影響はほとんど無かったものと考えられる。

### 参考文献

- 1) 三本木茂夫; 宇宙輸送系, 日本複合材料学会誌, 16巻1号(1990), pp.7-10.
- 2) 三本木茂夫, 森野美樹; 宇宙往還機 HOPE 構造の概念設計, 日本設計工学会誌, 28巻2号(1993), pp.12-16.
- 3) 角田義秋 他; カーボン/ポリイミド(T800H/PMR-15)複合材料の室温および300°Cにおける静強度評価, 航空宇宙技術研究所報告 TR-1254(1994).
- 4) Spier, E.E.; Postbuckling Fatigue Behavior of Graphite-Epoxy Stiffeners, Proceedings of AIAA/ASME/ASCE/AHS 23st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (1982), pp.511-527.
- 5) Causbie, S.M. and Lagace, P.A.; Buckling and Final Failure of Graphite/PEEK Stiffener Sections, AIAA Journal, Vol.26, No.9 (1988), pp.1100-1106.
- 6) Bonanni, D.L. and Johnson, E.R.; Local Crippling of Thin-Walled Graphite-Epoxy Stiffeners, Proceedings of AIAA/ASME/ASCE/AHS 29st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference(1988), pp.313-323.
- 7) Wieland, T.M. and Morton, J.; Scale Effects in Buckling, Postbuckling, and Crippling of Graphite-Epoxy Z-section Stiffeners, AIAA Journal, Vol.30, No.11 (1992), pp.2750-2757.
- 8) Minguet, P.J.A.; Postbuckling Behavior and Crippling Failure of Laminated Composite Stiffeners, Proceedings of AIAA/ASME/ASCE/AHS 35st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (1994), pp.458-465.
- 9) Romeo, G.; Experimental Investigation on Advanced Composite Stiffened Structures Under Uniaxial Compression and Bending, AIAA Jour-

nal, Vol.24, No.11 (1986), pp.1823-1830.

- 10) 三本木茂夫; 複合材スティフナの座屈強度に対するコーナー部の影響, 第33回構造強度に関する講演会講演集(1991), pp.58-61.
- 11) 三本木茂夫; 複合材スティフナの座屈強度に及ぼす端末支持金具の影響, 第36回構造強度に関する講演会講演集(1994), pp.261-264.
- 12) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.; Theory of Elastic Stability, 2nd edition, pp.175-178.

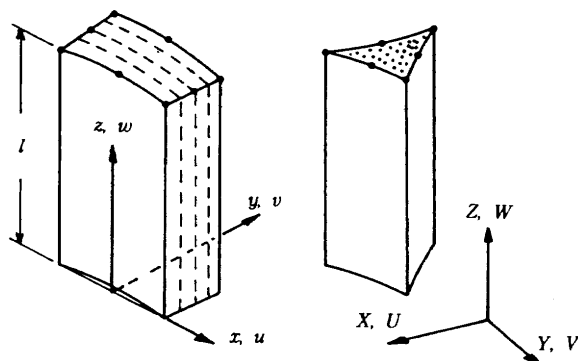
### 付録A 角柱要素による座屈解析

有限帯板法における帯板を角柱に置き換えて、板によるモデル化が困難な断面形状のスティフナの座屈解析用に考案した方法である。図A1に示すように、積層板部を四辺形断面の角柱、フィラー部を三角形断面の角柱で分割する。圧縮座屈解析で使用する角柱要素の剛性マトリックスおよび幾何剛性マトリックスの計算式を以下に示す。図A1に示すように、積層板から成る四角柱要素は積層面を基準にとった局所座標系  $(x, y, z)$  を用い、一方向材から成る三角柱要素は全体座標系  $(X, Y, Z)$  を局所座標系として扱う。

$z$  方向の長さ  $l$  の両端が単純支持されている帯板の場合と同様に、座屈変形で生じる変位  $u, v, w$  を  $z$  方向に沿って三角関数で表す。断面内の変位分布は通常のアイソパラメトリック要素と同様に、四辺形断面には8節点平面要素の形状関数、三角形断面には6節点平面要素の形状関数を用いて表す。

$$\begin{aligned} u &= \sum_{k=1}^n [N] \{\delta_u\}_k \sin(k\pi z/l) \\ v &= \sum_{k=1}^n [N] \{\delta_v\}_k \sin(k\pi z/l) \\ w &= \sum_{k=1}^n [N] \{\delta_w\}_k \cos(k\pi z/l) \end{aligned} \quad (A1)$$

ここで、 $[N]$  は形状関数、 $\{\delta_u\}_k$  などは波数  $k$  に対応する節点パラメータである。積層板理論における曲げ



図A-1 要素と座標系

と捻りの連成項 ( $D_{16}$ ,  $D_{26}$ ) の影響が無視できるような積層構成の場合は  $n=1$  の項のみで十分であるが、この

影響がある場合は最小限  $n=2$  までは必要である。

歪み-変位関係式

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_k & & & & & \\ & S_k & & & & \\ & & S_k & & & \\ & & & S_k & & \\ & & & & C_k & \\ & & & & & C_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [B_1] & 0 & 0 \\ 0 & [B_2] & 0 \\ 0 & 0 & -k[B_3] \\ [B_2] & [B_1] & 0 \\ 0 & k[B_3] & [B_2] \\ k[B_3] & 0 & [B_1] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\delta_u\}_k \\ \{\delta_v\}_k \\ \{\delta_w\}_k \end{Bmatrix} \quad (A2a)$$

あるいは  $\{\varepsilon\}_k = [S]_k [B]_k \{\delta\}_k$  (A2b)

ここで

$S_k = \sin(k\pi z/l)$ ,  $C_k = \cos(k\pi z/l)$   
 $[B_1] = [\partial N/\partial x]$ ,  $[B_2] = [\partial N/\partial y]$ ,  $[B_3] = \pi/l [N]$  (A3)

材料主軸系における応力-歪み関係式

図A2に示すように、繊維方向を1軸、これと直交した方向を2軸と3軸とし、 $E_3=E_2$ ,  $G_{13}=G_{12}$ ,  $\nu_{13}=\nu_{12}$  と置くと次式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 & 0 \\ d_{12} & d_{22} & d_{23} & 0 & 0 & 0 \\ d_{13} & d_{23} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \end{Bmatrix} \quad (A4a)$$

あるいは  $\{\sigma\} = [D_0] \{\varepsilon\}$  (A4b)

ここで

$$\begin{aligned} d_{11} &= E_1(1-\nu_{23}^2)/c \\ d_{12} &= E_2\nu_{12}(1+\nu_{23})/c \\ d_{22} &= d_{33} = E_2[1-\nu_{12}^2(E_2/E_1)]/c \\ d_{23} &= E_2[\nu_{23}+\nu_{23}^2(E_2/E_1)]/c \\ d_{44} &= d_{66} = G_{12} \\ d_{55} &= G_{23} \\ c &= [1-2\nu_{12}^2(1+\nu_{23})(E_2/E_1)-\nu_{12}^2] \end{aligned} \quad (A5)$$

積層板座標系への変換

図A2の $\zeta$ 軸と1軸(繊維方向)との角 $\theta$ を用いて積層板座標系( $\xi, \eta, \zeta$ )へ $[D_0]$ を変換する。

$$[\bar{D}] = [T]^T [D_0] [T] \quad (A6)$$

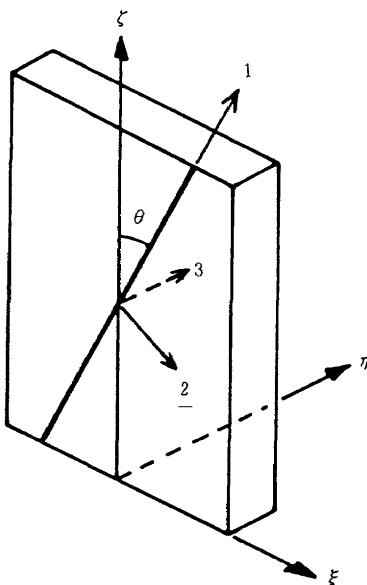
ただし

$$[T] = \begin{bmatrix} s^2 & 0 & c^2 & 0 & 0 & sc \\ c^2 & 0 & s^2 & 0 & 0 & -sc \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2sc & 0 & -2sc & 0 & 0 & c^2-s^2 \\ 0 & 0 & 0 & c & -s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s & c & 0 \end{bmatrix} \quad (A7)$$

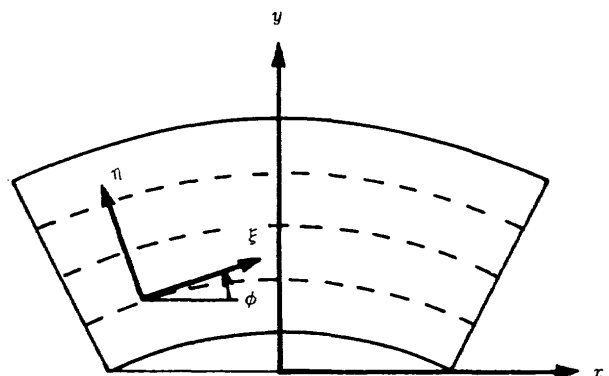
$$s = \sin(\theta), \quad c = \cos(\theta)$$

局所座標系への変換

積層曲面板で構成されている場合は、 $[\bar{D}]$ が曲面板



図A-2 積層板の座標系



図A-3 局所座標系と積層板座標系

に沿った座標系 (図 A 3 の  $\xi, \eta, \zeta$  系) に関するものと見なされるから、剛性マトリックス等の数値積分を実行する際に、各積分点において局所座標系へ変換する。すなわち、

$$[D^*] = [H]^T [\bar{D}] [H] \quad (\text{A8a})$$

ここで

$$[H] = \begin{bmatrix} l^2 & m^2 & 0 & lm & 0 & 0 \\ m^2 & l^2 & 0 & -lm & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2lm & 2lm & 0 & l^2 - m^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & l & -m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m & l \end{bmatrix} \quad (\text{A8b})$$

$$l = \cos(\phi), \quad m = \sin(\phi)$$

### 剛性マトリックス

波数  $k=p$  と  $q$  に関する局所座標系における剛性マトリックスは、式 (A2) と (A8a) を用いて次式で表さ

$$\begin{aligned} I_A &= \int_0^l \sin(p\pi z/l) \sin(q\pi z/l) dz \begin{cases} = 0.5l & (p=q) \\ = 0 & (p \neq q) \end{cases} \\ I_B &= \int_0^l \sin(p\pi z/l) \cos(q\pi z/l) dz \begin{cases} = 0 & (p \pm q \text{ is even}) \\ = 2pl/[\pi(p^2 - q^2)] & (p \pm q \text{ is odd}) \end{cases} \\ I_C &= \int_0^l \cos(p\pi z/l) \sin(q\pi z/l) dz \begin{cases} = 0 & (p \pm q \text{ is even}) \\ = 2pl/[\pi(q^2 - p^2)] & (p \pm q \text{ is odd}) \end{cases} \\ I_D &= \int_0^l \cos(p\pi z/l) \cos(q\pi z/l) dz \begin{cases} = 0.5l & (p=q) \\ = 0 & (p \neq q) \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

### 幾何剛性マトリックス

初期応力を  $\{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}$  とすると、波数  $k=p$  と  $q$  に対応する幾何剛性マトリックスが次式で得られる。

$$[K_G]_{pq} = \begin{bmatrix} [K_G]_{pq}^{uu} & 0 & 0 \\ 0 & [K_G]_{pq}^{vv} & 0 \\ 0 & 0 & [K_G]_{pq}^{ww} \end{bmatrix} \quad (\text{A13})$$

ただし、 $p=q$  の場合は

$$\begin{aligned} [K_G]_{pq}^{uu} &= [K_G]_{pq}^{vv} = [K_G]_{pq}^{ww} \\ &= 0.5l \{ [A_{xx}] + [A_{yy}] + (p\pi/l)^2 [A_{zz}] \\ &\quad + [A_{xy}] + [A_{xy}]^T \} \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

$p \neq q$  で  $p \pm q$  が偶数の場合は、 $[K_G]_{pq} = 0$

れる。

$$\begin{aligned} [K]_{pq} &= \iiint [B]_p^T [S]_p^T [\bar{D}] [S]_q [B]_q dV \\ &= \iint [B]_p^T [W]_{pq} [B]_q dx dy \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

ここで、 $[W]_{pq}$  の各成分  $W_{pqij}$  は  $[\bar{D}]$  の各成分  $\bar{D}_{ij}$  と下記の三角関数の積分値マトリックス  $[R_{pq}]$  の各成分  $R_{pqij}$  との積である。

$$W_{pqij} = \bar{D}_{ij} \cdot R_{pqij} \quad (\text{A10})$$

$$\begin{aligned} [R]_{pq} &= \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \\ [A] &= I_A \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad [B] = I_B \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ [C] &= I_C \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad [D] = I_D \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

$p \neq q$  で  $p \pm q$  が奇数の場合は

$$\begin{aligned} [K_G]_{pq}^{uu} &= [K_G]_{pq}^{vv} = 2pq/(p^2 - q^2) \\ &\quad \times \{ [A_{yz}] + [A_{zx}] - [A_{xy}] + [A_{xy}]^T \} \\ [K_G]_{pq}^{ww} &= 2q^2/(p^2 - q^2) \{ [A_{yz}] + [A_{zx}] \} \\ &\quad - 2p^2/(p^2 - q^2) \{ [A_{yz}] + [A_{zx}] \} \end{aligned} \quad (\text{A15})$$

ここで

$$\begin{aligned} [A_{xy}] &= \iint \sigma_x [\partial N / \partial x]^T [\partial N / \partial x] dx dy \\ [A_{yy}] &= \iint \sigma_y [\partial N / \partial y]^T [\partial N / \partial y] dx dy \\ [A_{zz}] &= \iint \sigma_z [N]^T [N] dx dy \\ [A_{xy}] &= \iint \tau_{xy} [\partial N / \partial x]^T [\partial N / \partial x] dx dy \\ [A_{yz}] &= \iint \tau_{yz} [\partial N / \partial y]^T [N] dx dy \\ [A_{zx}] &= \iint \tau_{zx} [\partial N / \partial x]^T [N] dx dy \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

---

## 航空宇宙技術研究所報告1286号

平成8年4月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺東町7-44-1  
電話 三鷹(0422)47-5911(大代表) ㊦182  
印刷所 株式会社 共 進  
東京都杉並区久我山5-6-17

---

Printed in Japan