NAL TR-1379

ISSN 0389-4010
UDC 629.7.017.2
629.782

NAL TR-1379

航空宇宙技術研究所報告 TR-1379

航空宇宙技術研究所報告
TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1379

スプリットエレボンを用いた有翼宇宙往環機の横／方向制御の検討

塚本太郎・柳原正明・水藤貴靖

1999年3月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目　次

スプリットエレボンを用いた有翼宇宙往還機の横 / 方向制御の検討*

塚 本 太 郎*1 柳 原 正 明*1 水 藤 貴 靖*2

Feasibility Study of Lateral/Directional Control of Winged Re-entry Vehicle with Split Elevons

Taro Tsukamoto*1 Masaaki Yanagihara*1 and Takanobu Suito*2

ABSTRACT

Recently, several aircraft which lack vertical tails have been developed, the so-called“ tailless aircraft ”. For directional stability, these aircraft are actively controlled using devices such as drag rudders. In the case of winged re-entry vehicles, it will be useful to apply this technology, especially from the structural viewpoint. In this paper, a tailless configuration of the HOPE-X (H-II Orbiting Plane Experimental), a winged re-entry vehicle being developed by the National Aerospace Laboratory and National Space Development Agency of Japan, was analyzed.

Lateral/directional control laws were designed for this configuration using the MDM/MDP approach. Though directional stability degenerated without fins, the vehicle was stabilized and controlled to a certain degree using split elevons.

Keywords : re-entry vehicle, control, split elevon

概　要

最近のいくつかの航空機では、垂直尾翼をなくし、ドラッグラダー等を用いた能動的制御によって方向安定を得る試みがなされている。宇宙往還機でもこのような形態にすれば、特に構造上有利である。ここでは、宇宙開発事業団と航空宇宙技術研究所が共同研究している無人有翼往還機からティップフィンを除き、スプリットエレボンを付加した形態での風洞試験結果を用いてMDM/MDP法によって横/方向の飛行制御則を設計し、その評価を行う。ティップフィンをなくすことにより、機体の方向安定は悪化するが、スプリットエレボンを用いた制御によりある程度の安定性、制御性を得ることができる。

記号・略語

δ_e	エレベータ舵角
δ_a	エルロン舵角（右舷下げ正）
δ_r	ラダー蛇角
δ_S	スピードブレーキ蛇角
δ_{eRU}	スプリットエレボン右上面蛇角
δ_{eLU}	スプリットエレボン左上面蛇角
δ_{eRL}	スプリットエレボン右下面蛇角
δ_{eLL}	スプリットエレボン左下面蛇角
T/F	ティップフィン
S/E	スプリットエレボン
β	横滑り角
C_L	揚力係数
C_D	抵抗係数
C_{D0}	有害抵抗係数
C_m	ピッチングモーメント係数
C_Y	横力係数
C_l	ローリングモーメント係数
C_n	ヨーイングモーメント係数
$C_{Y\beta}, C_{l\beta}, C_{n\beta}, etc$	安定微係数

＊　平成10年6月5日受付（received）

＊1　制御部(Control Systems Division)
＊2　宇宙開発事業団
(National Space Development Agency)

$C_{N\beta DYN}$	動的方向静安定（$C_{N\beta}$ -Dynamic）
AADP	Aileron Alone Departure Parameter
L/D	揚抗比
π	円周率
e	飛行機効率
AR	アスペクト比
MDM/MDP	多数遅れモデル / 多数設計点
LQR	線形 2 次最適レギュレータ
$x \in R^4$	横 / 方向状態量
$u \in R^2$	横 / 方向制御入力
$y \in R^4$	横 / 方向出力
K	フィードバックゲイン
Kw	フィードフォワードゲイン
A, B, C, D	横 / 方向状態行列
v	y 方向速度
p	ロールレート
ϕ	ロール角
r	ヨーレート
ε	コマンド誤差
w	重み因子
Q	重み行列
Kq	動圧補償ゲイン
$(\ )_c$	コマンド
M	マッハ数
T_d	遅れ時間
$ALFLEX$	小型自動着陸実験 (Automatic Landing Flight Experiment)
$HOPE\text{-}X$	往環技術試験機 (H-II Orbitting Plane Experimental)
EAS	等価対気速度
$EAS0$	等価対気速度基準値（動圧補償用）

1. まえがき

B-2, X-36[1] など、最近のいくつかの航空機では、垂直尾翼をなくし、ドラッグラダー等を用いた能動的制御によって方向安定を得る試みがなされている。ここでは最近の慣例に従い、このような航空機を無尾翼機と呼ぶこととする（従来、デルタ翼の超音速機のような水平尾翼の無い航空機を無尾翼機と呼んでいたようであるがここではそれとは異なる意味で用いている)。無尾翼にする利点として、抵抗低減、構造の単純化、またその結果としての重量の軽減といったことがあげられる。逆に欠点は垂直尾翼による方向安定が失われることであるが、ラダーに変わる適当な制御デバイスがあれば、制御によってこれを補う事ができる。スプリットエルロン、リアクションコントロールシステム (RCS)、スラストベクトルコントロール (TVC)、スポイラ、差動前縁フラップ、可動ウィングチップなどさまざまなデバイスの使用が検討されている[2),3)]。

宇宙往還機でも、無尾翼化によって、抵抗の減少、重量の軽減、尾翼前縁での空力加熱の低減といった利点が享受できる可能性がある。しかしながら、宇宙往還機の場合、飛行条件の変化が激しく、尾翼無しで、再突入から着陸までの広い飛行範囲で安定性を確保できるかどうかは明らかでない。そこで、ここでは、現在航空宇宙技術研究所と、宇宙開発事業団で開発を進めている、宇宙往還技術試験機 HOPE-X（H-Ⅱ Orbiting Plane Experimental）[4)] を例にとり、無尾翼化した場合に横 / 方向の安定化が可能であるかどうかを調べる。

図1-1にHOPE-Xの外観を示す。この機体は通常の意味での垂直尾翼を持たず、主翼端につけられたティップフィンによって方向安定を得ている。ティップフィンを採用した理由は次のようなことによる[5)]。胴体上につけた垂直尾翼は、再突入時の高迎角、高マッハ数の飛行条件では胴体の発生するウェーキに入ってしまい、ラダーが効かなくなってしまう。実際アメリカのスペースシャトルは高迎角で再突入する間 (M15～1.5) 常時ヨーコントロール用のRCSを働かせていた。これに対し、翼端につけたティップフィンは胴体のウェーキの影響を受け難いので高迎角、高マッハ数から空力的な制御を行うことができ、RCSの使用量を減らすことができる。また、胴体上の垂直尾翼を排除することによって、軌道上での宇宙ステーションへのアクセスが容易になることも利点の一つである。しかしながら、この方式は必ずしも最良のものであるとはいえず、ティップフィン付け根の翼の折れ曲がり部分の剛性、耐熱性を確保することが難しく、構造が複雑化すること、主翼 / ティップフィンの干渉が縦トリムに影響するなどの問題もある。もし、無尾翼化する（＝ティップフィンを無くす）ことができれば、これらの問題を解消できる可能性がある。

無尾翼化した場合のヨー方向の制御デバイスとしてはスプリットエレボンを採用することとした。これが高迎角時、高マッハ数時にどの程度効くかという問題はあるが、ここでは第一段階の解析として、風洞試験データに基づいて M=0.8 ～ 1.2 の遷音速の領域での安定性と制御性を議論する。

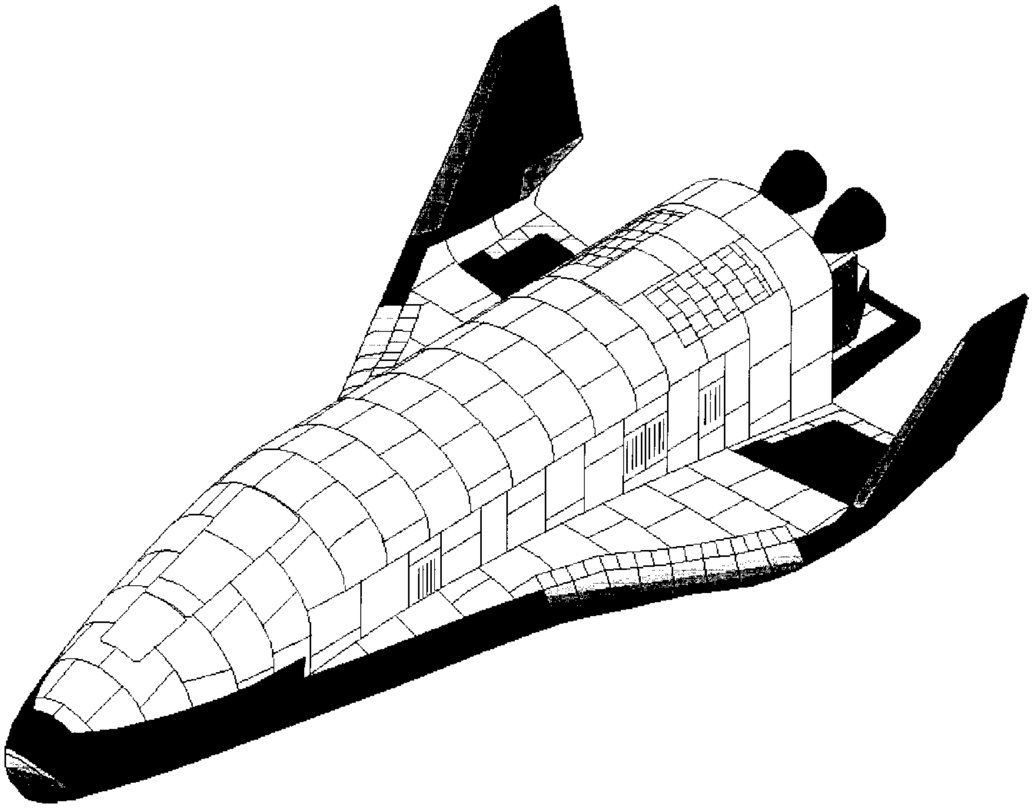

図 1-1　HOPE-X 外観

2.　S/E 形態風洞試験および空力特性

平成 9 年 5 月に航空宇宙技術研究所遷音速風洞にて HOPE04C 形状スプリットエレボン形態（以下 S/E 形態と略記）の風洞試験を実施した。写真 2-1 と図 2-1 に風洞模型の外観と三面図を示す。この模型は HOPE04C 形状の風洞模型からティップフィンを取り外し、またエレボンを上下に開くスプリットエレボンに付け替えたものである。即ち、この機体の舵面は右エレボン上面、右エレボン下面、左エレボン上面、左エレボン下面の 4 枚から構成され、エレベータ、エルロン、ラダー、スピードブレーキの操舵は全てこの 4 舵面の組み合わせによって、実現される。この場合の各舵角の定義は次式のようになる。

$$\delta_e := [(\delta_{eRU}+\delta_{eRL})/2+(\delta_{eLU}+\delta_{eLL})/2]/2$$
$$\delta_a := [(\delta_{eRU}+\delta_{eRL})/2-(\delta_{eLU}+\delta_{eLL})/2]/2$$
$$\delta_r := [(\delta_{eLU}-\delta_{eLL})/2-(\delta_{eRU}-\delta_{eRL})/2]/2$$
$$\delta_S := [(\delta_{eRU}-\delta_{eRL})/2+(\delta_{eLU}-\delta_{eLL})/2]/2$$

ここに、δ_e, δ_a, δ_r, δ_S はそれぞれエレベータ舵角、エルロン舵角、ラダー舵角、スピードブレーキ舵角である。また右辺の δ_{eRU}, δ_{eRL}, δ_{eLU}, δ_{eLL} はそれぞれ、スプリット

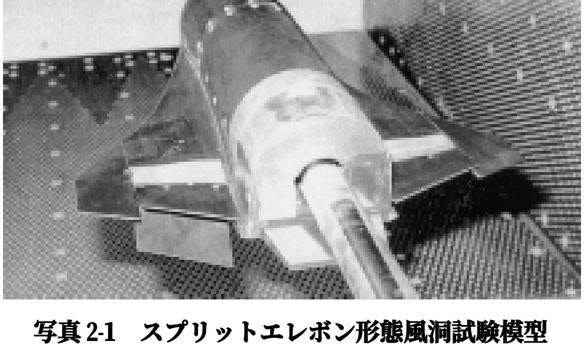

写真 2-1　スプリットエレボン形態風洞試験模型

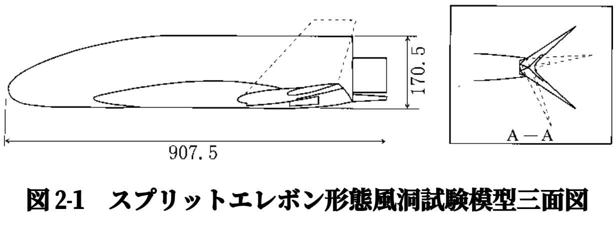

図 2-1　スプリットエレボン形態風洞試験模型三面図

表 2-1　試験ケース一覧（このほかにαスイープ（0～12)、βスイープ（－6～＋6）を数ケース実施）

番号	試験形態	舵角(deg)				姿勢角(deg)		マッハ数
		エレボン舵角		スプリット角		迎角	横滑角	
		左	右	左	右			
1	基本形態	0	0	0	0	-2～16	0,+5	0.6～1.2
2	ブレーキ操舵 1	0	0	40	40	-2～16	0,+5	0.6～1.2
3	ブレーキ操舵 2	0	0	80	80	-2～16	0,+5	0.6～1.2
4	ラダー操舵 1	0	0	0	80	-2～16	0,±5	0.6～1.2
5	ラダー操舵 2	0	0	0	40	-2～16	0,±5	0.6～1.2
6	ラダー操舵 3	0	0	0	40	-2～16	0,±5	0.6～1.2
7	ラダー操舵 4	0	0	40	20	-2～16	0,±5	0.6～1.2
8	エレベータ操舵 1	10	10	0	0	-2～16	0,+5	0.6～1.2
9	エレベータ操舵 2	-10	-10	0	0	-2～16	0,+5	0.6～1.2
10	エルロン操舵	10	-10	0	0	-2～16	0,+5	0.6～1.2
11	エレベータ+ラダー操舵 1	10	10	0	40	-2～16	0,±5	0.6～1.2
12	エレベータ+ラダー操舵 2	-10	-10	0	40	-2～16	0,±5	0.6～1.2
13	エレベータ+ブレーキ操舵 1	10	10	40	40	-2～16	0,+5	0.6～1.2
14	エレベータ+ブレーキ操舵 2	-10	-10	40	40	-2～16	0,+5	0.6～1.2
15	エルロン+ラダー操舵 1	10	-10	0	40	-2～16	0,±5	0.6～1.2
16	エルロン+ラダー操舵 2	10	-10	40	0	-2～16	0,±5	0.6～1.2

エレボン舵面の右上、右下、左上、左下の舵角を示している。右辺に現れる $(\delta_{eRU}+\delta_{eRL})/2$, $(\delta_{eLU}+\delta_{eLL})/2$ は各々右と左のエレボン舵角に相当する量である。なお、エルロンは右翼の舵面を下に、左翼の舵面を上に切った場合を正方向にとっている。また、ラダー舵角についてはノミナルの状態で両弦の舵を同じ角度だけスプリットしておき、その状態から一方を狭め、他方を広げた場合のスプリット角の差で定義している。これは、ラダー操舵によって生ずる抵抗の変化が縦の運動に影響しないようにするためである。後述の舵効きの検討や、シミュレーション解析では、このノミナルのスプリット角を20deg にとっている。

風洞試験ではスプリット角を0, 20, 40, 80deg に固定した4種類の舵面パーツを用意し、左右のエレボンにスプリット角の異なるパーツを使用することで両舷の抵抗を変えてヨーイングモーメントを発生させる。表2-1に試験ケースの一覧を示す。試験ケースはスプリット角を開いた場合のデータを中心に形態の対称性を考慮して最小限のケースを設定した[脚注]。

脚注）試験ケース節約のため、βについても対称性を考慮して多くの場合、正負片側のケースしか設定していない。なお、今回の解析ではβ＝0での線形解析が主眼であり、βをとった場合のデータについては網羅していない。実際、表2-1をよく見ると、β＞0, δa＜0に相当するデータは対称性を考慮してもでてこない事がわかる。しかし、βとエルロンの干渉効果はあまり大きくなく、本報告の解析の範囲では問題とならない。また取得したデータからもこの効果は十分小さいと判断した。

以下に風洞試験の結果得られた空力特性について記述する。

図2-2以下に縦及び横・方向の空力特性のプロットを示す。比較のため04Cティップフィン形態（以下T/F形態と略記）についてのデータも同時に示している。舵効き以外の空力特性はスプリット角0の状態で比較している。

まず、縦の空力係数であるがC_Lについては超音速ではT/F形態とS/E形態でほとんど差がないが、亜音速でT/Fの揚力がやや大きい。T/Fの翼端板効果により有効揚力が増加しているためと推測される。

C_Dについては図2-3aによるとS/E形態のほうがバイアス的に0.02ほど抵抗係数が小さい。ティップフィンをな

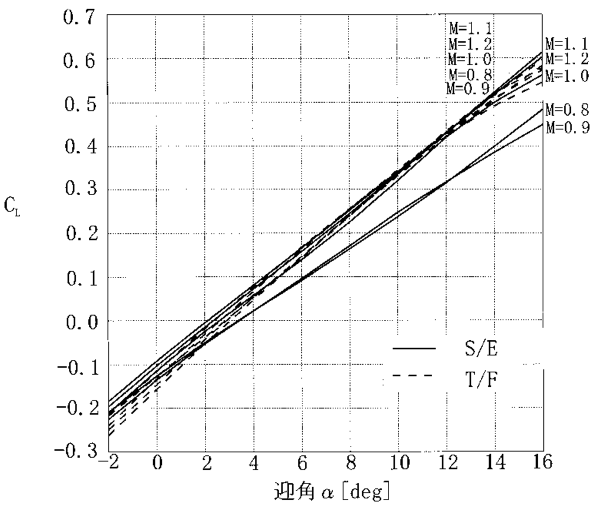

図 2-2　縦の空力係数（揚力係数 C_L）

くすことによる抵抗低減の効果がでていることがわかる。なお、この図はスプリット角0の場合であるが、図2-3bにスプリット角20degの場合をプロットしており、スプリット角があっても抵抗減少の効果が認められる。

C_MはT/F形態とS/E形態でかなり傾向が異なっている。特に亜音速の領域ではS/E形態ではモーメントの傾斜が正になっており、迎角静安定が無いことがわかる(図2-4)。L/Dは抵抗が減った効果でS/E形態の方が大きくなっている（図2-5）

ポーラー曲線（図2-6）を描くとT/Fに比べS/Eでは全体に抵抗の小さい側にシフトしているが、それだけではなく亜音速ではC_Lの変化に伴うC_Dの変化がS/Eの方が大きい。一般にC_Dは

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e AR}$$

の様に近似することができて、第一項が有害抵抗、第二

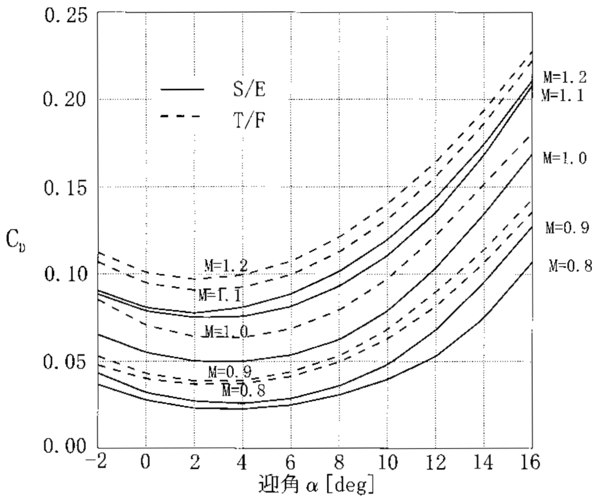

図2-3a　縦の空力係数（抗力係数C_D）

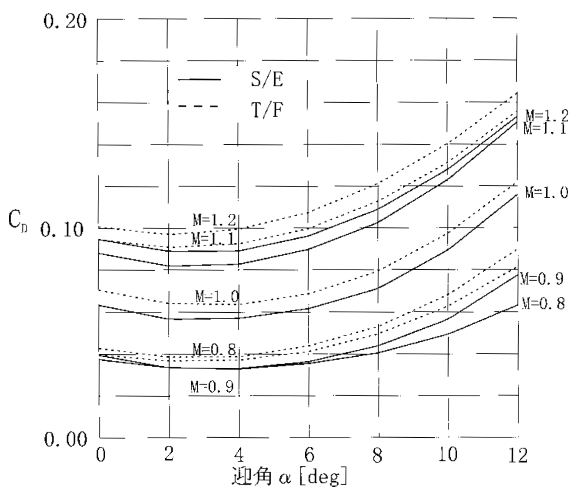

図2-3b　縦の空力係数（抗力係数C_D、スプリットバイアス有）

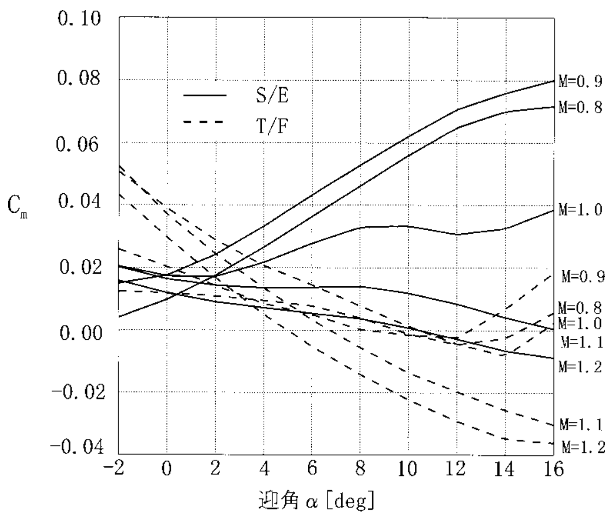

図2-4　縦の空力係数（ピッチングモーメント係数C_m）

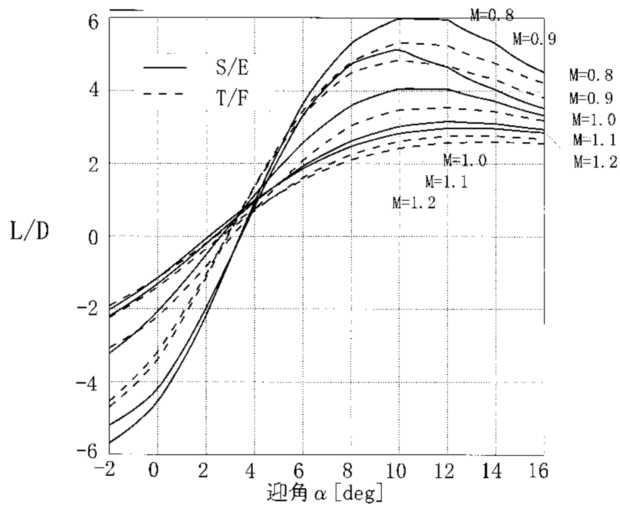

図2-5　縦の空力係数（揚抗比）

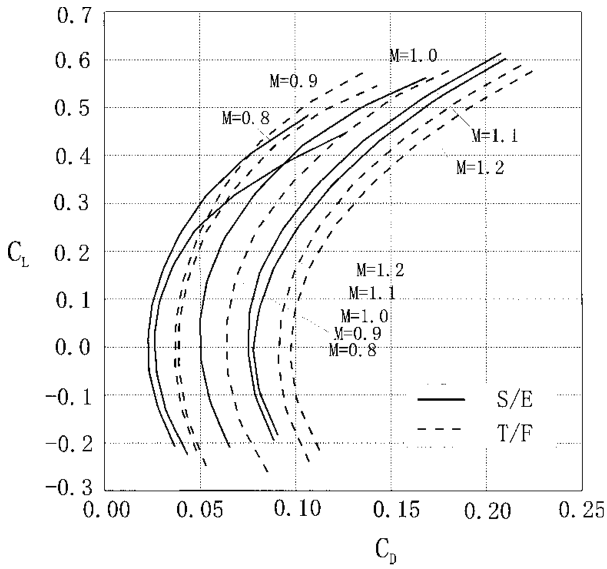

図2-6　ポーラー曲線（$C_D - C_L$）

項が誘導抵抗を表すが、S/E形態ではT/F形態に比較して全般に有害抵抗が小さく、亜音速では誘導抵抗が大きいといえる。これはティップフィンの翼端板効果により、T/F形態の誘導抵抗が減少しているためであろう。

次に横の空力係数についてであるが、機体は左右対称なため、C_Y,C_l,C_n は基準状態（β＝0）では0であるから割愛し、微係数のみについて述べる。

$C_{Y\beta}$（図2-7）はT/F形態の方が倍程度に大きく、ティップフィンの存在が横力に効いていることがわかる。

$C_{l\beta}$（図2-8）は横滑りに伴って発生するローリングモーメント即ち、上反角効果であるが、T/Fでは常に正（正のβに対し負のローリングモーメントが発生）であるのに対し、S/Eでは迎角の小さい範囲（4deg以下）で負の上反角効果（i.e.下半角効果）になっている。これは次のように考えられる。一般に低翼形状の機体では下反角効果の出る傾向がある。これがS/Eの低迎角で下反角効果となる理由であろう。一方、後退角は上反角効果を生じ、この傾向は迎角が大きいほど大きい。このため、迎角が大きくなると、上反角効果が回復してくる。また、T/F形態で、低迎角でも$C_{l\beta}$が負であることからティップフィンには上反角効果を増加する効果があることがわかる。

$C_{n\beta}$（図2-9）についてはβを正にとったときに正のヨーイングモーメントが発生する場合に方向静安定があることになるがT/F形態では方向静安定は中立ないしやや不安定である。一方S/E形態では方向の不安定性がT/F形態より大きくなっている。これは方向安定に寄与していたティップフィンが無くなったためであり、予想通りの結果といえる。

図2-10は$C_{n\beta DYN}$をプロットしている。これは安定軸周りの横滑りによるヨーイング角加速度で、迎角のある場

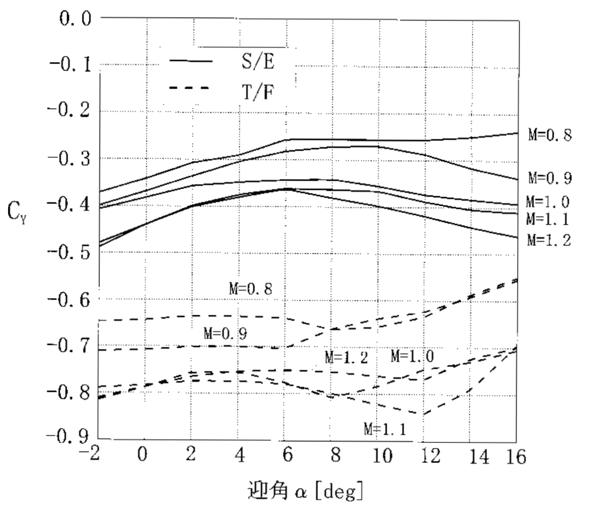

図2-7　横の空力微係数（$C_{DY\beta}$）

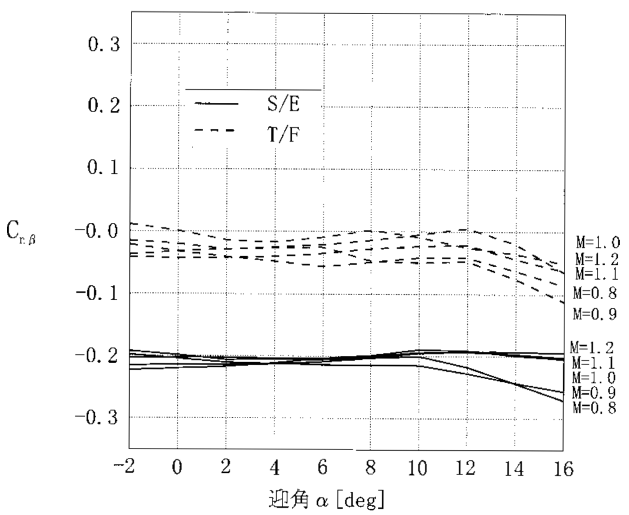

図2-9　横の空力微係数（風見安定・$C_{n\beta}$）

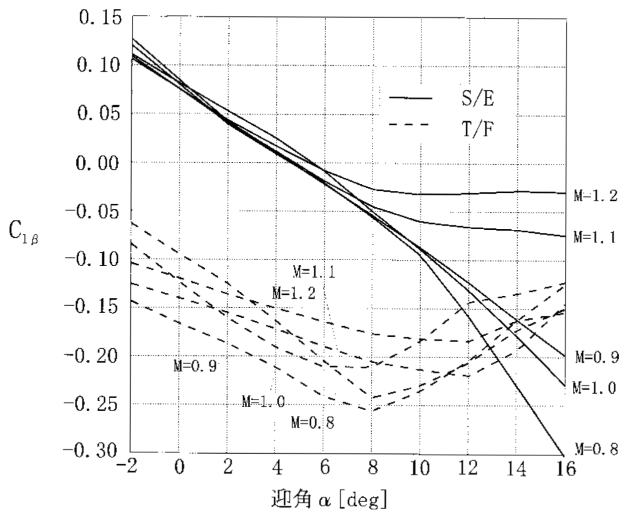

図2-8　横の空力微係数（上反角効果・$C_{l\beta}$）

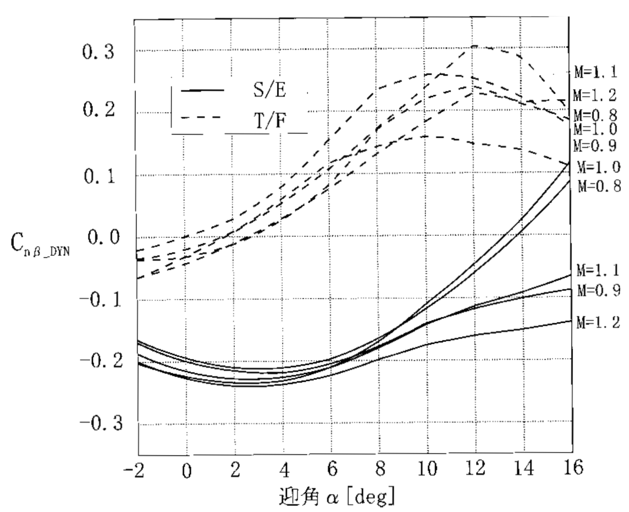

図2-10　横の安定性パラメタ（$C_{n\beta DYN}$）

合に上反角効果の影響と慣性干渉が入ってくるところが機体軸周りの $C_{n\beta}$ と異なり、次式で定義される。

$$C_{n\beta DYN}=C_{n\beta}\cos\alpha-\frac{I_Z}{I_X}C_{l\beta}\sin\alpha$$

図を見ると安定軸周りで見ても、全体に渡ってS/Eの方向安定が悪いことがわかる。ただし、後退角による上反角効果により高迎角では左右の翼に発生する誘導抵抗に差ができてヨーイングモーメントが発生するため、方向安定が回復する傾向がある。

図2-11は両者のAADP（Aileron Alone Departure Parameter）を比較したものである。AADPはエルロン操舵をしたとき、アドバース・ヨーにより生じる横滑りと上反角効果の組み合わせによって起こる操舵と逆向きのローリングモーメントの効果を表すパラメタで、これが負の値をとるとエルロンの逆効きが生じる。AADPは次式のように定義される[6]。

$$AADP=C_{n\beta}-\frac{C_{n\delta_a}}{C_{l\delta_a}}C_{l\beta}$$

図から両形態とも常にAADP<0であり、エルロン逆効きの状態であることがわかる。特にスプリットエレボン形態でこの傾向が強く、横の制御がしにくい特性を持っていることがわかる。

図2-12から16には舵効きデータのプロットを示す。この場合はノミナルでスプリット角を開いた状態で比較しているので注意を要する。

エレベータの舵効き $C_{m\delta_e}$ は亜音速ではS/Eの舵効きは

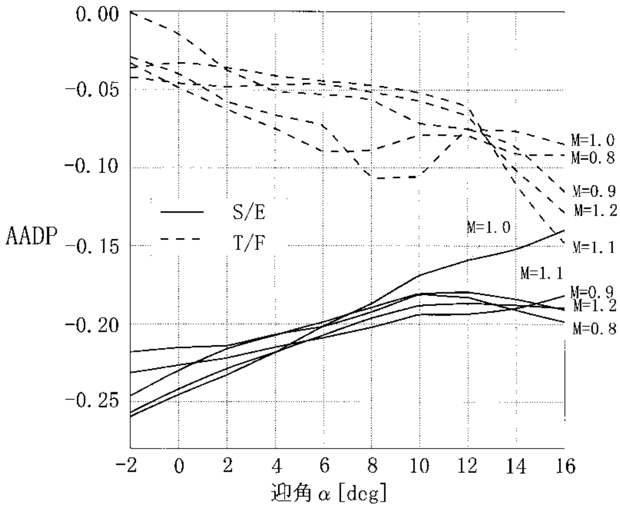

図2-11 横の安定性パラメタ（$AADP$）

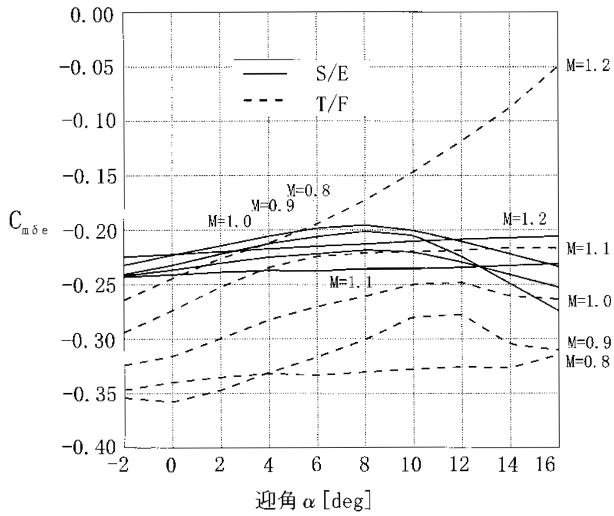

図2-12 エレベータ舵効き係数（$C_{m\delta_e}$）

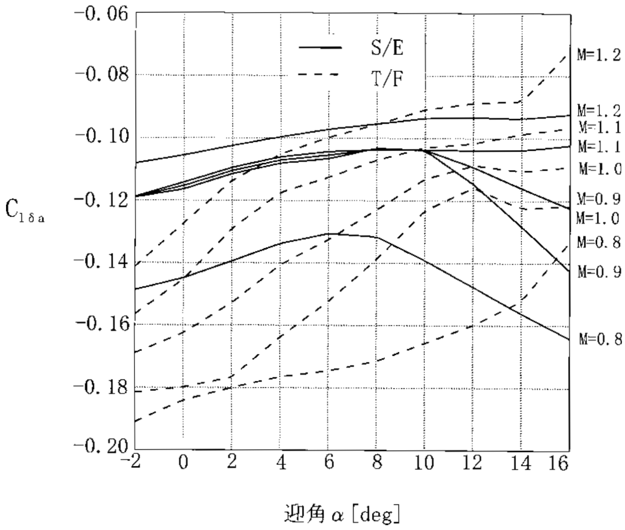

図2-13 エルロン舵効き係数（$C_{l\delta_a}$）

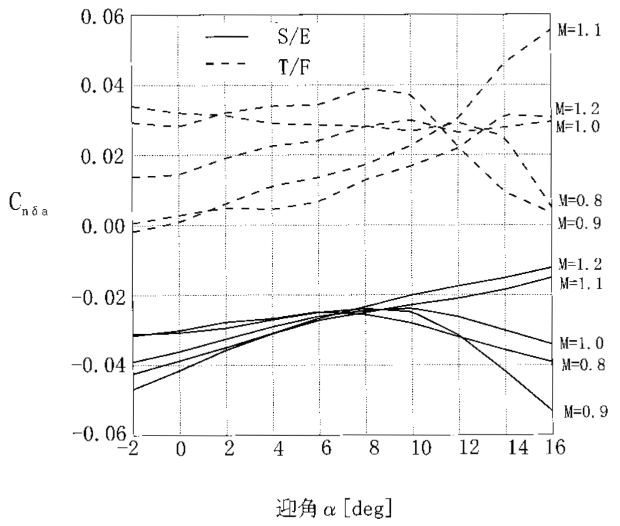

図2-14 エルロン舵効き係数（$C_{n\delta_a}$）

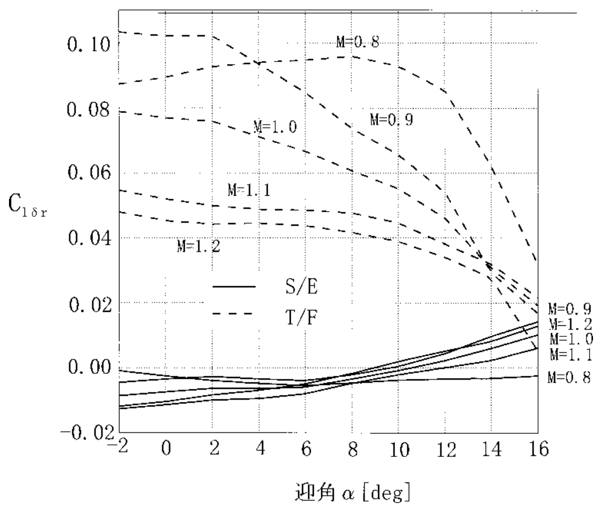

図 2-15　ラダー舵効き係数（$C_{l\delta_r}$）

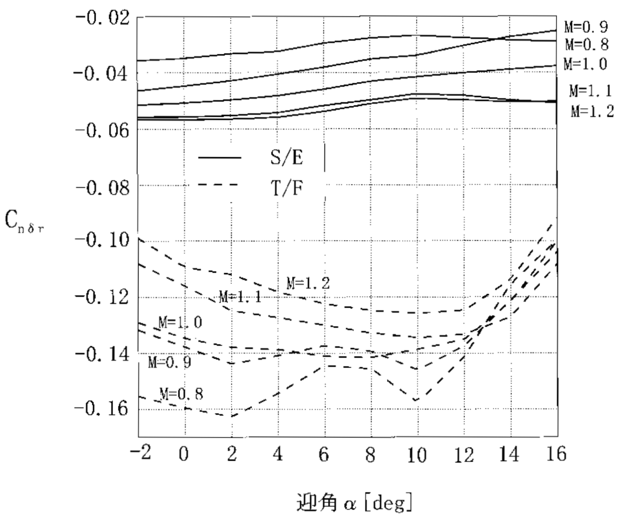

図 2-16　ラダー舵効き係数（$C_{n\delta_r}$）

T/F の 2/3 程度に落ちている。しかし、T/F 形態では迎角やマッハ数に伴って舵効きがかなり大きく変化しているのに対し、S/E ほぼ一定の値となっており、超音速ではむしろ S/E のほうが舵効きがよい。

$C_{l\delta_a}$ はエルロンの舵効きである。これも亜音速では T/F の方が舵効きがよく、超音速では同程度か S/E の方が効きがよい。

$C_{n\delta_a}$ はエルロン操舵のヨーイングに対する干渉で、これは T/F と S/E で傾向が逆になっている。T/F では右翼舵面下げ、左翼舵面上げの状態で、右翼側即ち下げ舵側の抵抗が大きく、右向きのヨーイングモーメントが発生する（アドバース・ヨー）。一方 S/E では逆に上げ舵側（左翼側）の抵抗が大きくなり、左周りのモーメントが発生する（プロバース・ヨー）。これは、S/E ではノミナルで舵がスプリットしていること、及び、T/F の有無が翼上面の気流に影響している事による差異と考えられる。

次にラダーの舵効き $C_{n\delta_r}$ であるが S/E 形態では T/F 形態に比較して舵効きが（同じ舵角で比較して）1/2 から 1/5 程度である。本検討ではラダーのフル舵角は S/E 形態で ±20deg であって T/F 形態の ±35deg に比べて狭いのでさらに厳しいことになる。T/F 形態ではマッハ数があがると舵効きが減少するのに対し、S/E 形態では逆に効きが増加する。この違いは T/F 形態ではティップフィンに発生する横力でヨーイングモーメントを発生するのに対し、S/E 形態では主翼に発生する抵抗でモーメントを発生するという違いによる。

ラダーからロールへの干渉 $C_{l\delta_r}$ については、T/F 形態ではラダーによってかなりのローリングモーメントが発生するのに対し、S/E 形態ではほとんどローリングモーメントは発生しない。

3.　制御系の設計

T/F、S/E 両形態の横 / 方向の制御可能性を調べるため、実際に制御系を設計して応答特性を調べる。この際用いる設計方法について記述する。

3.1　MDM/MDP 法

評価用の制御則は MDM/MDP 法（Multiple Delay Model and Multiple Design Point Approach, 多数遅れモデル / 多数設計点法）[7] により設計した。これは LQR (Linear Quadratic Regulator) を拡張したもので、制御対象の特性をいくつかのモデルで代表させ、その全てのモデルを評価することにより、実際の制御問題でより有効な解を求めようとするもので、詳細は付録 A に示す。いまの場合横 / 方向の制御則の設計を考えており、具体的には、次の様なサーボ問題を考える。機体の横 / 方向の状態方程式が次の形で表されるものとする。

$$\dot{x}=Ax+Bu$$
$$y=Cx+Du$$
$$x=\begin{bmatrix} v \\ p \\ \phi \\ r \end{bmatrix} \quad y=\begin{bmatrix} \phi \\ \beta \\ p \\ r \end{bmatrix} \quad u=\begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix}$$

ここで、図 3-1 のブロック図に示したようなフィードバックゲイン K, フィードフォワードゲイン Kw をもつ制御系を考える。delay と書いたブロックは、1 次のパデー近似で表した無駄時間のモデルで、複数の遅れモデルを考えることで制御対象の高周波の不確かさを代表させる

ために導入したものである。また、プラントのモデルは飛行条件の異なる複数のポイントでのモデルを考慮することによって、飛行特性の変化に対するロバスト性を持たせせようとしている。ここで、コマンドycにステップ入力を入れた場合の制御量とコマンドの誤差εの2次形式の積分で定義される次の評価関数を最小にするゲインを求める。

$$J=\sum_{models} w\int_0^{\infty}\varepsilon^T Q\varepsilon dt$$

但し、Σは複数の設計点と複数の遅れモデルの組み合わせにより生ずるモデルの集合についての重み付きの和をとることを意味する。wは各モデルに対する重みで、Qは適当な正定な行列である。なお、図中のKqは動圧補償ゲインで、速度/高度の変化による動圧の変化を補償するため舵角コマンドに動圧に逆比例するゲインをかけている。

3.2　線形モデル・設計パラメタ

設計に使用したプラントのモデル、設計パラメタの設定について述べる。プラントとしては、2章で記述した空力モデルから計算した横/方向の4次の線形モデルを用いた（付録B）。設計点としてM＝0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2の5点をとり、超音速（M＝1.1, 1.2）、音速（M＝1.0）、亜音速（M＝0.8, 0.9）に対応した3種類の制御則をMDM/MDP法により設計した（表3-1）。

遅れモデルについてはδ_a、δ_rの各ループについてT_d＝0.35[sec]の遅れがある場合とない場合の4通りの組み合わせを考えた。0.35secという値は*ALFLEX*[8]（形状としては*HOPE-X*の37%のスケール）で用いていた値0.2secを相似則に従って変換したもので、*ALFLEX*での実績から、遅れに対しこの程度までは余有をとることができるだろうという判断である。また、*HOPE-X*での実際の遅れは最大0.2sec程度（センサ・アクチュエータの遅れを含む）と見積もられており、この程度の余有を見込んでおけば十分であると考えた。

次に動圧補償ゲインの値であるが、速度による動圧の変化を補償するため舵角コマンドに次のゲインをかける。

$$Kq=(EAS0/EAS)^2$$

ここで$EAS0$は適当な定数をとればよい。今回は$EAS0$＝120[m/s]とした。

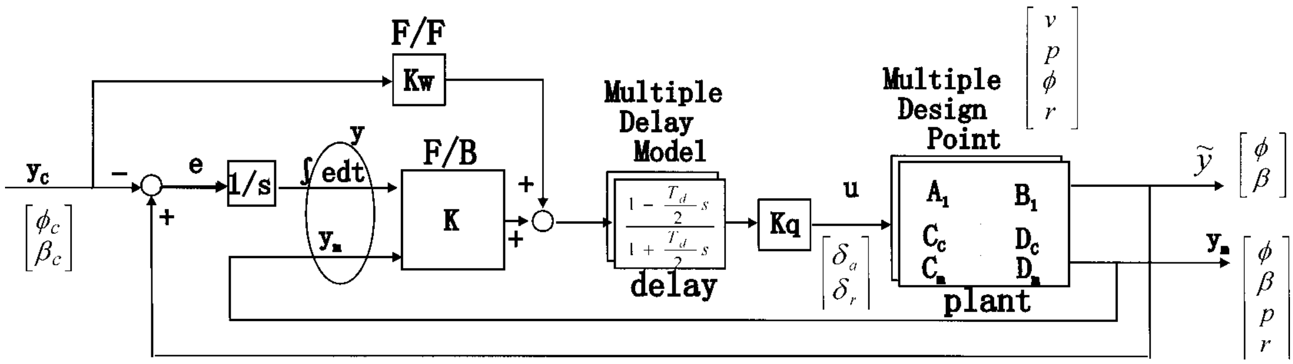

図3-1　横/方向制御則ブロック図

表3-1　設計点と制御則

設計点	Mach	EAS [m/s]	迎角 [deg]	高度 [m]	制御則 (T/F)	制御則 (S/E)
1	0.8	128.6	6.16	11000	TF1	SE1
2	0.9	122.9	6.73	13100		
3	1.0	108.0	7.49	16100	TF2	SE2
4	1.1	108.0	7.59	17300	TF3	SE3
5	1.2	109.0	7.52	18300		

4. シミュレーションによる検討

4.1 ステップ応答

(a) バンク角ステップ応答

まず、T/F 形態と S/E 形態の応答特性を比較するためにバンク角のステップ応答の線形シミュレーションを実施した。今回の解析では、スプリットエレボンを左右とも 20deg 開いた状態をノミナルとし、ラダー操舵をする場合はその状態から片方のエレボンを開き、もう一方を閉じるということにしている。したがってラダー及びエルロン舵角の可動範囲は各々± 20deg ということになる。図 4-1 ～図 4-3 に遅れ 0.2 秒のケースについて各マッハ数についてステップ応答のシミュレーションを行った結果を示す。時歴をみると、スプリットエレボン形態ではティップフィン形態より若干応答が遅いものの、1 秒程度でコマンドに追従しており、十分な応答特性が得られている。但し、スプリットエレボン形態の方が舵効きが悪く、ラダーの操舵量が大きくなる傾向がある。

(b) 横滑り角ステップ応答

図 4-4 ～ 4-6 にやはり遅れ 0.2 秒のケースについて横滑り角 2deg のステップ応答を示す。S/E 形態の場合、応答の時定数は 1.5 秒程度であり、応答特性はまずまずであるが、2deg ステップでもラダー舵角は 10deg 程度に達しており、操舵量が大きすぎる。一方 T/F 形態ではエルロンが S/E 形態に比較して大きく動いている。これは上反角効果によるローリングモーメントを相殺していると考えられる。

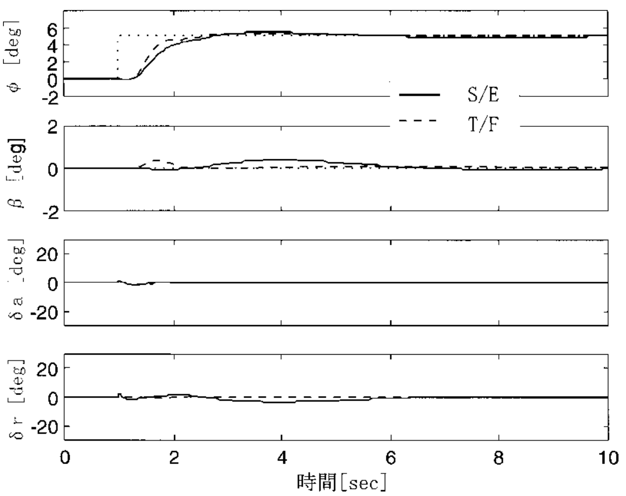

図 4-1 φコマンドステップ応答（M = 0.8）

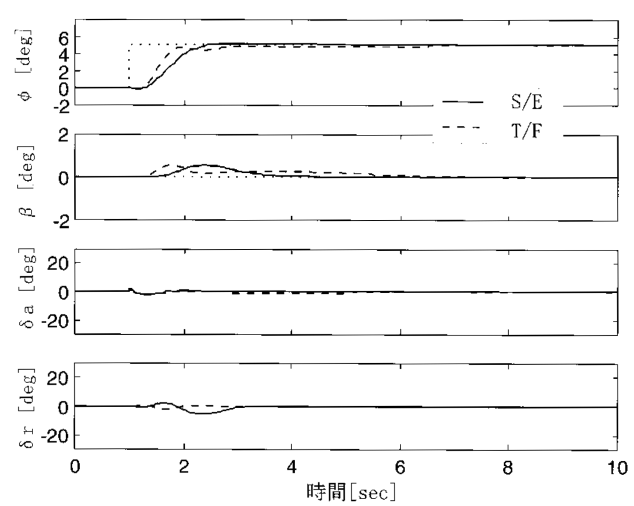

図 4-2 φコマンドステップ応答（M = 1.0）

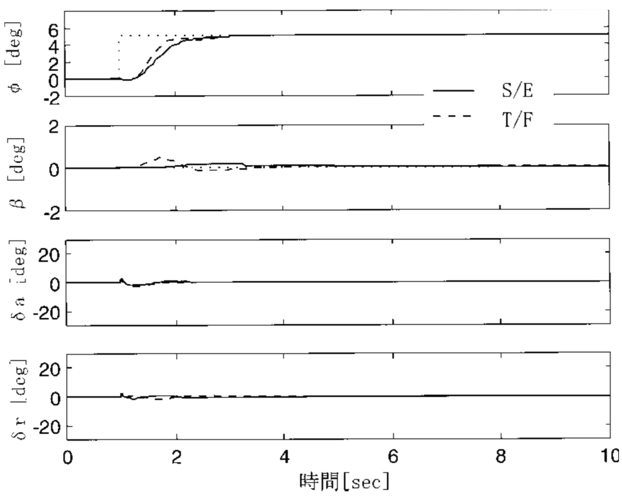

図 4-3 φコマンドステップ応答（M = 1.2）

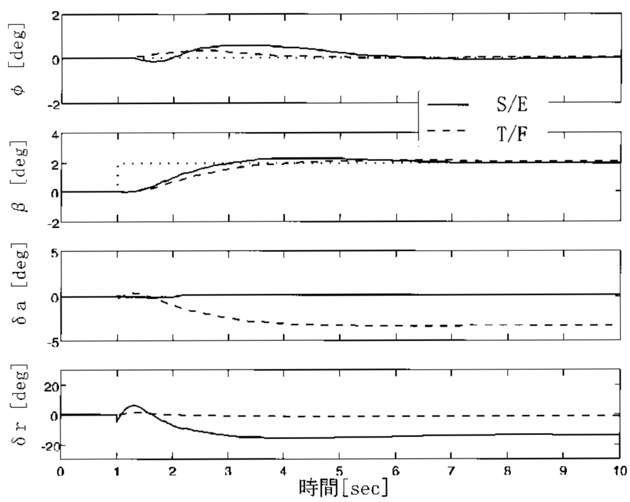

図 4-4 βコマンドステップ応答（M = 0.8）

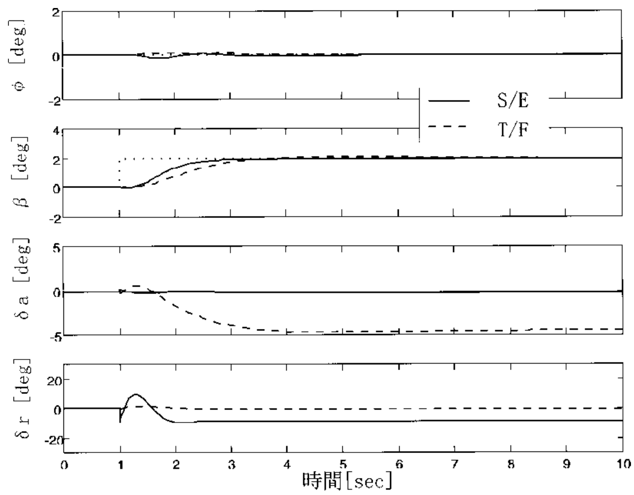

図4-5　βコマンドステップ応答（M＝1.0）

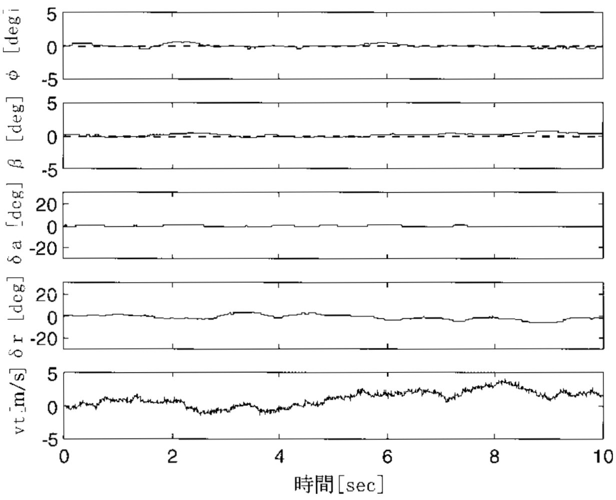

図4-8　連続突風応答（M＝1.0）

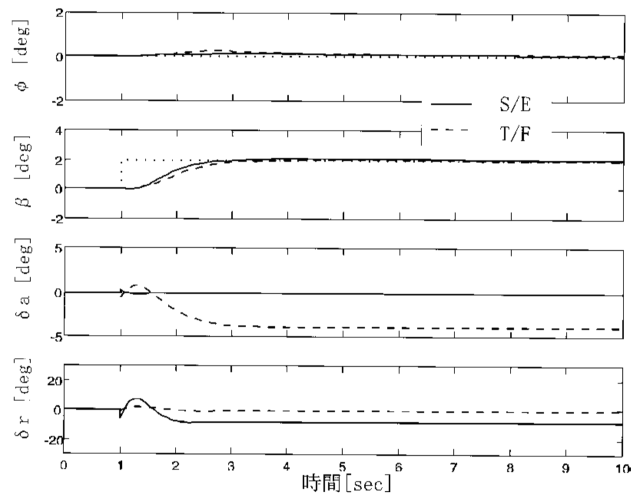

図4-6　βコマンドステップ応答（M＝1.2）

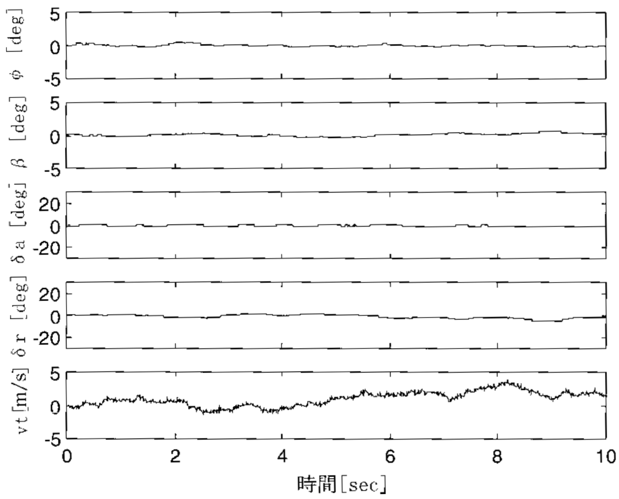

図4-9　連続突風応答（M＝1.2）

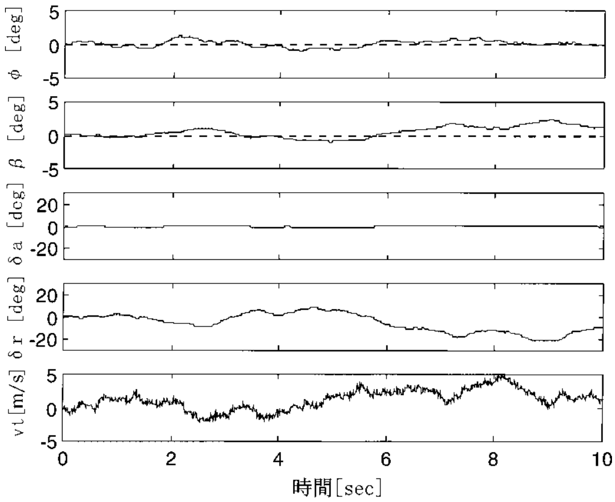

図4-7　連続突風応答（M＝0.8）

4. 2　突風応答

ステップ応答ではスプリットエレボン形態ではラダー舵角が大きくでるという結果であったので、想定している外乱に対して舵面がどの程度振れるのかを遅れ0.2秒の場合についてシミュレーションして評価した。外乱としては*HOPE-X*の設計条件の乱気流モデル（付録C）を用いた。図4-7から4-9に結果の時歴を示す。高速の領域ではエルロン、ラダーとも舵角は十分に小さい。しかし低速では舵効きが悪化するため、ラダーの操舵量が大きく、M=0.8の場合はラダー舵角の可動範囲±20degを越えてしまっている。

5. 結　論

宇宙往還機の無尾翼化の検討例として、*HOPE-X*とスプリットエレボンの組み合わせを取り上げ、遷音速域での安定性、制御性を評価した。

ステップ入力に対する線形シミュレーションの結果は、スプリットエレボンによってティップフィンと同程度の制御性が得られる事を示しており、スプリットエレボンによる、横/方向の能動的な安定化の可能性を示している。一方で、突風応答で舵角がリミットにかかってしまったことは、舵効きの大きさが不足していることを伺わせる。この結果は制御則の特性に依存しているが、今回の制御則はMDM/MDP法で遅れ余裕を十分にとって設計しており、比較的帯域も低くゲインも高くないと考えられるので、機体の形状をそのままにして制御則を変えても、同程度の応答性能を要求する限り最大舵角に対して大きな改善は期待できないと思える。したがって、この結果は、或程度の機体形状の変更、あるいは応答性への要求の緩和が必要であることを示唆している。機体形状の変更については、例えば舵面の取り付け位置を変えてモーメントアームを稼ぐとか、ヨー軸周りの慣性モーメントを減少させる、あるいは胴体の発生する空力モーメントの小さい形状に変更することが考えられる。また、翼に上反角をつけて上反角効果による$C_{n\beta DYN}$の改善をはかるなどして方向安定性をかせぐのも一法であろう。応答性要求の緩和については誘導則を含めた検討が必要である。

謝　辞

本研究のための風洞試験データ取得にあたり、富士重工業及び、当所空力性能部遷音速風洞計測研究室の方々の御協力をいただいた。また、飛行実験部宮沢与和操縦特性研究室長、石川和敏主任研究官には、MDMMDP法に関する御助言およびソフトウェアの提供をしていただいた。ここに感謝致します。

参考文献

1) Aviation Week, Mar25, 1996, p20
2) Aviation Week, Nov11, 1996, p62
3) W.J.Gillard,K.M.Dorsett, 'DIERECTIONAL CONTROL FOR TAILLESS AIRCRAFT....', AIAA-97-3487, 1997
4) NAL/NASDA HOPE研究共同チーム:宇宙往還技術試験機の基本構想, 航技研特別資料 SP-23, NASDA-SPP-94001,1994.2
5) 穂積弘一, 'HOPE 空力設計の課題', HOPE ワークショップ講演集, 宇宙開発事業団,1989
6) 荻野, 三浦, 松尾,'小型高性能器の大迎角域における飛行性とその評価法', 日本航空宇宙学会誌, 第30巻, 第340号（1982年5月）
7) Y.Miyazawa, 'Design with Multiple-Delay-Model and Multiple-Design-Point Approach', J.Guidance, Control and Dynamics, vol18, no3, pp508-515, May-June, 1995
8) NAL/NASDA HOPE チーム ALFLEX サブグループ: 小型自動着陸実験機の飛行シミュレーションモデル（その1, 基本設計時の自由飛行および地上走行数学モデル）, 航空宇宙技術研究所報告 TR-1252（1994）

付録A　MDM/MDP 法について

MDM/MDP 法）（Multiple Delay Model and Multiple Design Point Approach：多数遅れモデル多数設計点法）はLQR (Linear Quadratic Regulator)を拡張したもので、制御対象の特性をいくつかのモデルで代表させ、その全てのモデルを評価することにより、実際の制御問題でより有効な解を求めようとするものである。とくに1次のパデー近似で表した多数遅れモデルを考えることで制御対象の高周波の不確かさを代表させるところに特徴がある。また、飛行条件の異なる複数のポイントでの制御対象のモデルを考慮することによって、飛行特性の変化に対するロバスト性を持たせることができる。以下MDM/MDP 法によるレギュレータ問題およびサーボ問題についてまとめる。

1.　レギュレータ問題

制御対象としてモデル1からnのn個のモデルを考え、それぞれの状態方程式が次式で表されるものとする。

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i \qquad (i=1, 2, \ldots\ldots\ldots n : \text{モデルの番号}) \tag{A1.1}$$
$$y_i = C_i x_i + D_i u_i$$

これに対し次のような固定ゲインの出力フィードバックによるレギュレータ問題を考える。

$$u_i = K y_i$$

ここで、閉ループの状態方程式は

$$\therefore \dot{x}_i = [A_i + B_i(I-KD_i)^{-1}KC_i]x_i = A_{ci}x_i \qquad (A_{ci} \equiv A_i + B_i(I-KD_i)^{-1}KC_i) \tag{A1.2}$$

である。このとき、次の評価関数を最小にするゲインKを求める。

$$J=\sum_i \int_0^\infty (x_i^T Q x_i + u_i^T R u_i)dt = \sum_i \int_0^\infty x_i^T [Q + C_i^T K^T (I-D_iK)^{-T} RK(I-D_iK)^{-1}C_i] x_i dt$$
$$= \sum_i \int_0^\infty x_i^T Q_{ci} x_i dt = \sum_i \int_0^\infty tr[Q_{ci}(x_i x_i^T)]dt = \sum_i tr\,[Q_{ci} \int_0^\infty x_i x_i^T dt] \tag{A1.3}$$
$$= \sum_i tr[Q_{ci} x_i]$$

（メモ2）

ここで、$Q_{ci} \equiv Q + C_i^T K^T (I-D_iK)^{-T} RK(I-D_iK)^{-1}C_i$、また$X_i \equiv \int_0^\infty x_i x_i^T dt$とおいた。
このとき、X_iは次のリアプノフ方程式を満たす。

$$A_{ci}X_i + X_i A_{ci}^T + W_i = 0 \tag{A1.4}$$

但し、$W_i = x_i(0)x_i^T(0)$である。このことは以下の様に示される。
$\dot{x}_i = A_{ci}x_i$より、この両辺に右からx_i^Tを掛けると、

$$\dot{x}_i x_i^T = A_{ci} x_i x_i^T$$

両辺の転置をとると

$$x_i \dot{x}_i^T = x_i x_i^T A_{ci}^T$$

上の2つの式の和をとると

$$\frac{d}{dt}(x_i x_i^T) = \dot{x}_i x_i^T + x_i \dot{x}_i^T = A_{ci} x_i x_i^T + x_i x_i^T A_{ci}^T$$

両辺を区間$[0,\infty)$で積分すると、

$$[x_i x_i^T]_0^\infty = A_{ci} \int_0^\infty x_i x_i^T dt + \int_0^\infty x_i x_i^T dt A_{ci}^T$$

系が漸近安定な場合$x_i(\infty)=0$**であるから、**$W \equiv x_i(0) x_i^T(0)$, $X_i \equiv \int_0^\infty x_i x_i^T dt$ **とおくと、**

$$A_{ci} X_i + X_i A_{ci}^T + W_i = 0$$

まとめると、

$$J = \sum_i tr[Q_{ci} X_i] \qquad \text{(A1.3)}$$

但し、$A_{ci} X_i + X_i A_{ci}^T + W_i = 0$

$$\begin{aligned} &A_{ci} \equiv A_i - B_i (I - KD_i)^{-1} KC_i \\ &Q_{ci} \equiv Q + C_i^T K^T (I - KD_i)^{-T} R (I - KD_i)^{-1} KC_i \\ &W_i \equiv x_i(0) x_i^T(0) \qquad \text{(メモ3)} \end{aligned} \qquad \text{(A1.4)}$$

であり、(A1.4) 式の条件のもとに (A1.3) 式を最小にするゲインK**を求めることになる。**

(メモ 1) (A1.2) 式の導出

$$y_i = C_i x_i + D_i u_i = C_i x_i + D_i K y_i$$
$$\therefore y_i = (I - D_i K_i)^{-1} C_i x_i$$
$$\therefore \dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i = A_i x_i + B_i K y_i = [A_i + B_i K (I - D_i K)^{-1} C_i] x_i$$
$$= [A_i + B_i (I - KD_i)^{-1} KC_i] x_i$$
$$(\because (I - KD_i) K (I - D_i K)^{-1} = (K - KD_i K)(I - D_i K)^{-1} = K (I - D_i K)(I - D_i K)^{-1} = K$$

より $K(I - D_i K)^{-1} = (I - DK_i)^{-1} K)$

(メモ 2) (A1.3) 式の導出

$$J = \sum_i \int_0^\infty (x_i^T Q x_i + u_i^T R u_i) dt = \sum_i \int_0^\infty (x_i^T Q x_i + y_i^T K^T R K y_i) dt$$
$$= \sum_i \int_0^\infty (x_i^T Q x_i + x_i^T C_i^T (I - D_i K)^{-T} K^T R K (I - D_i K)^{-1} C_i x_i) dt$$
$$= \sum_i \int_0^\infty x_i^T [Q + C_i^T (I - K^T D_i^T)^{-1} K^T R K (I - D_i K)^{-1} C_i] x_i dt$$
$$= \sum_i \int_0^\infty x_i^T [Q + C_i^T K^T (I - D_i^T K^T)^{-1} R (I - DK_i)^{-1} KC_i] x_i dt$$
$$= \sum_i \int_0^\infty x_i^T [Q + C_i^T K^T (I - KD_i)^{-T} R (I - KD_i)^{-1} KC_i] x_i dt$$
$$= \sum_i \int_0^\infty x_i^T Q_{ci} x_i dx \qquad (Q_{ci} \equiv Q + C_i^T K^T (I - KD_i)^{-T} R (I - KD_i)^{-1} KC_i)$$

(メモ 3) $W_i \equiv x_i(0) x_i^T(0)$ **の選び方としては例えば状態の次元が 2 の場合を考え、**$x_i = [x_i^1, x_i^2]^T$ **とすると、状態**x_i^1**の単位初期値応答を評価する場合、**

$$W_i \equiv x_i(0)x_i^T(0)=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$$

ととることができる。一方、状態x_i^2の単位初期値応答に対しては

$$W_i \equiv x_i(0)x_i^T(0)=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$$

とかける。リアプノフ方程式（A1.4）の線形性により、これらに対する解x_i^1, x_i^2の和は、W_iとして、上の2つの和をとった場合の（A1.4）の解に一致する。そこで、例えば、

$$W_i=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$$

ととっておけば、各状態に単独に初期値があった場合の応答の評価を網羅できる。次節のサーボ問題におけるW_{0i}の選び方も同様で、この場合は各コマンドに単独にステップ入力が入った場合を評価していることになる。

2.　サーボ問題

次にサーボ問題を考える。

レギュレータ問題の場合と同様に制御対象としてモデル1からnのn個のモデルを考え、それぞれの状態方程式が次式で表されるものとする。

$$\dot{x}_i=A_{li}x_i+B_{li}u_i \qquad (i=1, 2, \ldots\ldots\ldots\, n：モデルの番号) \qquad (A2.1)$$

また、出力は次式で与えられるものとする。

$$\begin{bmatrix}y_{ci}\\y_{mi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{ci}\\C_{mi}\end{bmatrix}x_i+\begin{bmatrix}D_{ci}\\D_{mi}\end{bmatrix}u \qquad (A2.2)$$

ここで、$y_{ci}\in R^m$はコマンドに追従させたい被制御出力で制御入力と同じ大きさのベクトルであるとする。また、$y_{mi}\in R^{r_m}$は、フィードバックに使用できる観測出力である。

いま、y_{ci}をステップ状のコマンドy_{coi}に追従させる問題を考え、コマンドに対する誤差を次のように定義する。

$$\varepsilon_i(t)=y_{ci}(t)-y_{coi} \qquad (A2.3)$$

ここで、図A2-1のブロック図のような構造をもつ制御系を考え、誤差$\varepsilon_i(t)$の積分および観測出力のフィードバックとコマンドy_{coi}のフィードフォワードをかけて誤差の二次形式で与えられる評価関数

$$J=\sum_i\int_0^\infty \varepsilon_i^T Q \varepsilon_i dt$$

を最小にする制御問題を考える。

まず、誤差の積分と元の状態量とからなる拡大状態量を次のように定義する。

$$\xi_i(t)\equiv\begin{bmatrix}\int_0^t \varepsilon_i(\tau)d\tau\\ x_i(t)\end{bmatrix} \qquad (A2.4)$$

そうすると、この拡大状態量に対する状態方程式は

$$\boldsymbol{\xi}_i(t) \equiv \begin{bmatrix} \varepsilon_i(\tau) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{ci}(t) - y_{coi} \\ A_{li}x_i + B_{li}u_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ci}x_i + D_{ci}u_i - y_{coi} \\ A_{li}x_i + B_{li}u_i \end{bmatrix}$$
$$\equiv \begin{bmatrix} \mathbf{0}\,C_{ci} \\ \mathbf{0}\,A_{li} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_0^t \varepsilon_i(\tau)\,d\tau \\ x_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{ci} \\ B_{li} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -y_{coi} \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\equiv A_i \boldsymbol{\xi}_i(t) + B_i u_i + v_i$$

即ち、

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_i(t) = A_i \boldsymbol{\xi}_i(t) + B_i u_i + v_i \tag{A2.5}$$

ここに、

$$A_i \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{0}\,C_{ci} \\ \mathbf{0}\,A_{li} \end{bmatrix},\; B_i \equiv \begin{bmatrix} D_{ci} \\ B_{li} \end{bmatrix},\; v_i \equiv \begin{bmatrix} -y_{coi} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{A2.6}$$

である。

また、誤差 $\varepsilon_i(t)$ の積分と観測出力 $y_{mi}(t)$ を併せてフィードバックする出力 $y_i(t)$ とすると、

$$y_i(t) \equiv \begin{bmatrix} \int_0^t \varepsilon_i(\tau)\,d\tau \\ y_{mi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int_0^t \varepsilon_i(\tau)\,d\tau \\ C_{mi}x_i + D_{mi}u_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & C_{mi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \int_0^t \varepsilon_i(\tau)\,d\tau \\ x_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_{mi} \end{bmatrix} u_i$$

すなわち、

$$y_i(t) = C_i \boldsymbol{\xi}_i(t) + D_i u_i(t) \tag{A2.7}$$

ここに、

$$C_i \equiv \begin{bmatrix} I_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & C_{mi} \end{bmatrix},\; D_i \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ D_{mi} \end{bmatrix} \tag{A2.8}$$

である。

制御則は $y_i(t)$ のフィードバックとコマンド $y_{coi}(t)$ のフィードフォワードからなり、

$$u_i(t) = Ky_i(t) + K_W y_{coi}(t) = Ky_i(t) + K_W C_{Wi} v_i \tag{A2.9}$$

ただし、

$$C_{Wi} \equiv [-I_m \quad 0] \tag{A2.10}$$

よって閉ループ系の方程式は

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_i(t) = [A_i + B_i(I_m - KD_i)^{-1}KC_i]\boldsymbol{\xi}_i(t) + [I_{n+m} + B_i(I_m - KD_i)^{-1}K_W C_{Wi}]v_i(t) \tag{A2.11}$$

となる。

またこのとき、評価関数は

$$J=\sum_i\int_0^\infty \boldsymbol{\xi}_i^T(t)\,Q_{oi}\,\boldsymbol{\xi}_i(t)\,dt,\ Q_{oi}\equiv\begin{bmatrix}Q_i & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix} \tag{A2.12}$$

となる。

さて、(A2.5)，(A2.7)，(A2.9) の微分をとって

$\hat{x}_i(t)\equiv\dot{\boldsymbol{\xi}}_i(t),\ \hat{y}_i(t)\equiv\dot{y}_i(t),\ \hat{v}_i(t)\equiv\dot{v}_i(t)=\begin{bmatrix}-y_{coi}\\ 0\end{bmatrix}\boldsymbol{\delta}(t),\ \hat{u}_i(t)\equiv\dot{u}_i(t),\ \hat{y}_{wi}(t)\equiv y_{coi}\,\boldsymbol{\delta}(t)$とおくと、

$$\dot{\hat{x}}_i(t)=A_i\hat{x}_i(t)+B_i\hat{u}_i+\hat{v}_i \tag{A2.5)'$$

$$\hat{y}_i(t)=C_i\hat{x}_i(t)+D_i\hat{u}_i(t) \tag{A2.7)'$$

$$\hat{y}_{Wi}(t)=C_{Wi}\hat{v}_i \tag{A2.9a)'$$

$$\hat{u}_i(t)=K\hat{y}_i(t)+K_W\hat{y}_{Wi} \tag{A2.9b)'$$

であってこの微分した量の系はもとと同じ状態方程式と制御則を満たす。

一方、最適化すべき評価関数は

$$J=\sum_i\int_0^\infty \hat{x}_i^T(t)\,Q_{oi}\,\hat{x}_i(t)\,dt \tag{A2.12}$$

となって、結局、問題は

(A2.5)' (A2.7)' (A2.9a)' で与えられるダイナミクスをもつシステムに対し、評価関数 (A2.12) が最小となるように制御則 (A2.9b)' のフィードバックゲインK、フィードフォワードゲインK_Wを決めるレギュレータ問題

に帰着される。ただし、通常のLQRと異なり、インパルス入力$\hat{v}_i(t)$が含まれていることに注意を要する。通常のLQRでは評価関数に入力の二次の項の積分が入ってくるため、δ関数の入力があると発散してしまう（δ関数は二乗可積分でない)。いまの場合は評価関数が状態の二次の項のみから構成されているので、δ関数の入力が許される。

さて、この問題に対する閉ループの状態方程式は (A2.11) に対応して

$$\dot{\hat{x}}_i(t)=A_{oi}\hat{x}_i(t)+B_{oi}\hat{v}_i(t) \tag{A2.11)'$$

ただし、

$$A_{oi}\equiv A_i+B_i\,(I_m-KD_i)^{-1}KC_i,\ B_{oi}\equiv I_{n+m}+B_i\,(I_m-KD_i)^{-1}K_WC_{Wi}$$

である。

前節のレギュレータ問題の場合と同様に評価関数は

$$\begin{aligned}J&=\sum_i\int_0^\infty \hat{x}_i^TQ_{oi}\hat{x}_i\,dt=\sum_i\int_0^\infty tr[Q_{oi}(\hat{x}_i\hat{x}_i^T)]dt=\sum_i tr[Q_{oi}\int_0^\infty \hat{x}_i\hat{x}_i^Tdt]\\&=\sum_i tr[Q_{oi}X_i]\end{aligned} \tag{A2.13}$$

となる。ここで、$X_i\equiv\int_0^\infty \hat{x}_i\hat{x}_i^Tdt$ は次のリアプノフ方程式を満たす。

$$A_{oi}X_i+X_iA_{oi}^T+W_{oi}=0 \tag{A2.14}$$

但し、

$$W_{oi}=B_{oi}W_iB_{oi}^T$$
$$W_i=\begin{bmatrix} y_{coi}y_{coi}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

である。このことは以下の様に示される。

$\dot{\hat{x}}_i(t)A_{oi}\hat{x}_i(t)+B_{oi}\hat{v}_i(t)$より、この両辺に右から$\hat{x}_i^T$を掛けると、

$$\dot{\hat{x}}_i\hat{x}_i^T=A_{oi}\hat{x}_i\hat{x}_i^T+B_{oi}\hat{v}_i\hat{x}_i^T$$

両辺の転置をとると

$$\hat{x}_i\dot{\hat{x}}_i^T=\hat{x}_i\hat{x}_i^TA_{oi}+\hat{x}_i\hat{v}_i^TB_{oi}$$

上の 2 つの式の和をとると

$$\frac{d}{dt}(\hat{x}_i\hat{x}_i^T)=\dot{\hat{x}}_i\hat{x}_i^T+\hat{x}_i\dot{\hat{x}}_i^T=A_{oi}\hat{x}_i\hat{x}_i^T+\hat{x}_i\hat{x}_i^TA_{oi}+B_{oi}\hat{v}_i\hat{x}_i^T+\hat{x}_i\hat{v}_i^TB_{oi}^T$$

両辺を区間[0, ∞) で積分すると、

$$\int_0^\infty\frac{d}{dt}(\hat{x}_i\hat{x}_i^T)dt=A_{oi}\int_0^\infty\hat{x}_i\hat{x}_i^Tdt+\int_0^\infty\hat{x}_i\hat{x}_i^Tdt\cdot A_{oi}+B_{oi}\int_0^\infty\hat{v}_i\hat{x}_i^Tdt+\int_0^\infty\hat{x}_i\hat{v}_i^Tdt\cdot B_{oi}^T$$

さて、$\dot{\hat{x}}_i(t)=A_{oi}\hat{x}_i(t)+B_{oi}\hat{v}_i(t)$を解くと、

$$\begin{aligned}\hat{x}_i(t)&=\hat{x}_i(0)\exp[A_{oi}t]+\int_0^t\exp[A_{oi}(t-\tau)]B_{oi}\hat{v}_i(\tau)d\tau\\&=\hat{x}_i(0)\exp[A_{oi}t]+\int_0^t\exp[A_{oi}(t-\tau)]B_{oi}\bar{v}_i\delta(\tau)d\tau\\&=\begin{cases}\hat{x}_i(0)\exp[A_{oi}t]+\exp[A_{oi}t]\cdot B_{oi}\bar{v}_i & t>0\\ \hat{x}_i(0) & t=0\end{cases}\qquad \text{但し、}\bar{v}_i\equiv\begin{bmatrix}-y_{coi}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\\&=\begin{cases}\exp[A_{oi}t]\cdot B_{oi}\bar{v}_i & t>0\\ 0 & t=0\end{cases}\end{aligned}$$

である。ここで、$\hat{x}_i(0)=0$と仮定した。A_{oi}が安定な場合、

$$\hat{x}_i(\infty)=0$$

また、$t\to+0$のとき、$\hat{x}_i(\mathrm{t})=\exp[A_{oi}t]\cdot B_{oi}\bar{v}\to B_{oi}\bar{v}$ であるから、

$$\int_0^\infty\frac{d}{dt}(\hat{x}_i\hat{x}_i^T)dt=\lim_{t\to\infty}\hat{x}_i(t)\hat{x}_i^T(t)-\lim_{t\to+0}\hat{x}_i(t)\hat{x}_i^T(t)=-B_{oi}\hat{v}_i\hat{v}_i^TB_{oi}^T$$

また、

$$B_{oi}\int_0^\infty\hat{v}_i\hat{x}_i^Tdt=B_{oi}\int_0^\infty\bar{v}_i\delta(\tau)\hat{x}_i^T(t)dt=B_{oi}\bar{v}_i\hat{x}_i^T(0)=0$$

$$\int_0^{\infty} \hat{x}_i \hat{v}_i^T dt \cdot B_{oi}^T = \int_0^{\infty} \hat{x}_i(t) \bar{v}_i^T \delta(\tau) dt \cdot B_{oi}^T = \hat{x}_i(0) \bar{v}_i^T B_{oi}^T = 0$$

したがって、

$$-B_{oi} \bar{v}_i \bar{v}_i^T B_{oi}^T = A_{oi} X_i + X_i A_{oi}^T$$

即ち、

$$A_{oi} X_i + X_i A_{oi}^T + B_{oi} \bar{v}_i \bar{v}_i^T B_{oi}^T = 0$$

ここで、

$$W_i \equiv \hat{v}_i \hat{v}_i^T = \begin{bmatrix} y_{coi} y_{coi}^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad W_{oi} = B_{oi} W_i B_{oi}^T$$

と定義すれば、(A2.14) を得る。

以上をまとめると、

$$J = \sum_i tr[Q_{oi} X_i] \tag{A2.12}$$

$$A_{oi} X_i + X_i A_{oi}^T + W_{oi} = 0 \tag{A2.14}$$

但し、

$$A_{oi} \equiv A_i + B_i (I_m - KD_i)^{-1} KC_i, B_{oi} \equiv I_{n+m} + B_i (I_m - KD_i)^{-1} K_W C_{Wi}$$
$$W_{oi} \equiv B_{oi} W_i B_{oi}^T, W_i = \begin{bmatrix} y_{coi} y_{coi}^T & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

であり、(A2.14) の条件の下に評価関数 (A2.12) を最小にするフィードバックゲインK、フィードフォワードゲインK_Wを求めればよい。

付録 B　プラントの線形モデル

以下に制御系の設計 / 評価に使用した機体の横 / 方向ダイナミクスの線形モデルを示す。

これは、*HOPE-X* の基準軌道から M=0.8,0.9,1.0,1.1,1.2 のポイントをとり、各ポイントでのトリム状態からの微小変動に対する線形方程式を求めたものである。

1.　T/F 形態の線形モデル

・M=0.8

$$\begin{bmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0736 & 26.2 & 8.96 & -235. \\ -0.0256 & -0.980 & 0.0 & 0.307 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.437 \\ -0.0232 & 0.00826 & 0.0 & -0.216 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.54 & 3.78 \\ -22.1 & -1.070 \\ 0.0 & 0.0 \\ -1.503 & -0.792 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ dr \end{bmatrix}$$

・M = 0.9

$$\begin{bmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1578 & 31.0 & 9.04 & -264. \\ -0.1219 & -0.831 & 0.0 & 0.294 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.410 \\ -0.00768 & 0.00866 & 0.0 & -0.1761 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4.99 & 15.49 \\ -22.3 & 11.47 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.0346 & -2.92 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ dr \end{bmatrix}$$

・M = 1.0

$$\begin{bmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1271 & 38.4 & 9.20 & -293. \\ -0.1006 & -0.589 & 0.0 & 0.240 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.354 \\ -0.00396 & 0.00382 & 0.0 & -0.1203 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2.66 & 10.85 \\ -14.62 & 6.68 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.0874 & -2.23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ dr \end{bmatrix}$$

・M = 1.1

$$\begin{bmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.1150 & 42.8 & 9.31 & -322. \\ -0.0736 & -0.532 & 0.0 & 0.218 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.314 \\ -0.00373 & 0.00314 & 0.0 & -0.1094 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1.412 & 9.75 \\ -12.68 & 5.03 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.201 & -2.18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ dr \end{bmatrix}$$

・M = 1.2

$$\begin{vmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.1016 & 46.3 & 9.40 & -351. \\ -0.0590 & -0.492 & 0.0 & 0.1982 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.277 \\ -0.00381 & 0.00302 & 0.0 & -0.1021 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -0.870 & 9.03 \\ -11.53 & 4.47 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.243 & -2.10 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} da \\ dr \end{vmatrix}$$

2.S/E 形態の線形モデル

・M = 0.8

$$\begin{vmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.0736 & 26.2 & 8.96 & -235. \\ -0.0256 & -0.980 & 0.0 & 0.307 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.437 \\ -0.0232 & 0.00826 & 0.0 & -0.216 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8.54 & 3.78 \\ -22.1 & -1.070 \\ 0.0 & 0.0 \\ -1.503 & -0.792 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} da \\ dr \end{vmatrix}$$

・M = 0.9

$$\begin{vmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.0636 & 31.5 & 9.17 & -264. \\ -0.0252 & -0.801 & 0.0 & 0.275 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.368 \\ -0.01976 & 0.00423 & 0.0 & -0.1727 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 6.61 & 4.91 \\ -16.20 & -0.686 \\ 0.0 & 0.0 \\ -1.206 & -0.892 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} da \\ dr \end{vmatrix}$$

・M = 1.0

$$\begin{vmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.0557 & 37.3 & 9.19 & -293. \\ -0.01688 & -0.560 & 0.0 & 0.209 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.359 \\ -0.01286 & 0.001693 & 0.0 & -0.1187 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4.69 & 3.79 \\ -12.37 & -0.733 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.934 & -0.819 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} da \\ dr \end{vmatrix}$$

・M = 1.1

$$\begin{vmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.1150 & 42.8 & 9.31 & -322. \\ -0.0736 & -0.532 & 0.0 & 0.218 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.314 \\ -0.00373 & 0.00314 & 0.0 & -0.1094 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{vmatrix}$$

$$
+\begin{bmatrix} -1.412 & 9.75 \\ -12.68 & 5.03 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.201 & -2.18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ dr \end{bmatrix}
$$

・M = 1.2

$$
\begin{bmatrix} dv/dt \\ dp/dt \\ dphi/dt \\ dr/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0530 & 44.2 & 9.39 & -351. \\ -0.00921 & -0.473 & 0.0 & 0.1732 \\ 0.0 & 1.000 & 0.0 & -0.283 \\ -0.01098 & 0.001671 & 0.0 & -0.1011 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ phi \\ r \end{bmatrix}
$$

$$
+\begin{bmatrix} 4.18 & 3.16 \\ -11.65 & -0.604 \\ 0.0 & 0.0 \\ -0.909 & -0.949 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ dr \end{bmatrix}
$$

付録 C　突風を含んだ状態方程式と連続突風モデル

連続突風応答の計算に使用したモデルについて記述する。

1.　突風を含んだ状態モデル

突風を含んだ状態方程式は通常の状態方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u}$$

縦の場合：$\boldsymbol{x} = [u, w, q, \theta]^T \qquad \boldsymbol{u} = [\delta_e]$

横 / 方向の場合：$\boldsymbol{x} = [v, p, \phi, r]^T \qquad \boldsymbol{u} = [\delta_e, \delta_e]$

の右辺で

$$u \rightarrow u + u_t,\ v \rightarrow v + v_t,\ w \rightarrow w + w_t$$
$$p \rightarrow p + p_t,\ q \rightarrow q + q_t,\ r \rightarrow r + r_t$$

とする事によって得られ次のようになる。ここで添え字 t は突風外乱を示す。

1-1 縦の状態方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} + G\boldsymbol{r}$$

但し、

$$G = A\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{r} = [u_t, w_t, q_t]^T$$

1-2 横 / 方向の状態方程式

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + B\boldsymbol{u} + G\boldsymbol{r}$$

但し、

$$G = A\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{r} = [v_t, p_t, r_t]^T$$

あるいは、入力をまとめて、

$$\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + \widetilde{B}\widetilde{\boldsymbol{u}}$$

但し、

$$\widetilde{B} \equiv [B\ G] \qquad \widetilde{\boldsymbol{u}} \equiv \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{r} \end{bmatrix}$$

2.　連続突風モデル

連続突風は白色雑音を以下のドライデン形のフィルターに通すことによって発生する。

$$G_u(s) = \frac{K_u}{s+\lambda_u}, \qquad K_u = \sigma_u \sqrt{\frac{2V_T}{\pi K_u}}, \lambda_u = \frac{V_T}{L_u}$$

$$G_v(s) = \frac{K_v(s+\beta_v)}{(s+\lambda_v)^2}, \qquad K_v = \sigma_v \sqrt{\frac{3V_T}{\pi L_v}}, \lambda_v = \frac{V_T}{L_v}, \beta_v = \frac{V_T}{\sqrt{3}L_v}$$

$$G_w(s) = \frac{K_w(s+\beta_w)}{(s+\lambda_w)^2}, \qquad K_w = \sigma_w \sqrt{\frac{3V_w}{\pi L_w}}, \lambda_w = \frac{V_T}{L_w}, \beta_w = \frac{V_T}{\sqrt{3}L_w}$$

$$G_p(s) = \frac{K_p}{s+\lambda_p}, \qquad K_p = \sigma_w \sqrt{\frac{1}{L_w V_T}} \frac{\pi V_T}{4b} \sqrt{0.8\left(\frac{\pi L_w}{4b}\right)^{\frac{1}{3}}}, \lambda_p = \frac{\pi V_T}{4b}$$

$$G_q(s) = K_q K_w \frac{s(s+\beta_w)}{(s+\lambda_q)(s+\lambda_w)^2}, \quad K_q = \frac{\pi}{4b}, \lambda_q = \frac{\pi V_T}{4b}$$

$$G_r(s) = -K_r K_v \frac{s(s+\beta_v)}{(s+\lambda_r)(s+\lambda_v)^2}, \quad K_r = \frac{\pi}{3b}, \lambda_r = \frac{\pi V_T}{3b}$$

なお、ここでは*HOPE-X*の設計条件になっている遭遇確率3×10^{-3}の連続突風を用いて評価を行う。これはMIL-F9490Cで小中型機に要求される遭遇確率10^{-5}の連続突風にくらべて緩い要求であるが、*HOPE-X*の総飛行時間が短いことを勘案して設定された値である。高度1km以上でのスケール長L_i、強度σ_i（i=u,v,w）は下表の通りである。データ点間は線形補間する。今回の解析で用いたのは高度10km～20kmの間の部分である。

連続突風強度		
高度[km]	σ_u[m/s]	σ_v, σ_W[m/s]
120	36.0	10.0
90	28.0	10.0
60	7.0	3.0
30	1.8	1.2
20	1.2	1.0
10	1.8	1.4
1	2.8	2.3

連続突風スケール長		
高度[km]	L_u[m/s]	L_v,L_W[m/s]
120	200.0	16.0
50	58.0	5.0
30	25.0	9.0
20	6.0	4.0
10	1.2	1.1
1	0.8	0.6

航空宇宙技術研究所報告1379号

平 成 11 年 3 月 発 行

発 行 所　科学技術庁航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町 7－44－1
電話（0422）47－5911　〒182－8522

印 刷 所　株 式 会 社　実 業 公 報 社
東京都千代田区九段北 1－7－8

航空宇宙技術研究所報告

Printed in Japan