

ISSN 0389-4010
UDC 527.62
527.8
629.783
629.7.05

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1398

DGPS/INS 複合航法システムの 理論精度解析とその飛行実証

張 替 正 敏, 辻 井 利 昭, 村 田 正 秋
小 野 孝 次, 稲 垣 敏 治, 富 田 博 史

2000年1月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

目 次

概 要	1
記号表	2
1 . はじめに	4
2 . DGPS/INS 複合航法アルゴリズムの定式化	5
2 . 1 DGPS/INS 複合航法システムの構成	5
2 . 2 複合航法センサの定式化	6
2 . 2 . 1 GPS の定式化	6
2 . 2 . 2 DGPS の定式化	8
2 . 2 . 3 INS の定式化	9
2 . 3 航法フィルタの定式化	10
3 . DGPS/INS 複合航法システムの理論精度予測法	12
3 . 1 精度予測のための共分散解析アルゴリズム	12
3 . 2 提案する複合航法センサの誤差モデル	14
3 . 2 . 1 GPS 誤差モデル	14
3 . 2 . 2 DGPS 誤差モデル	21
3 . 2 . 3 INS 誤差モデル	22
3 . 3 本研究で提案する理論精度予測法	27
4 . 本研究で提案する理論精度予測法による航法精度予測	30
4 . 1 精度予測の意義	30
4 . 2 各誤差源の航法精度に対する感度評価	30
4 . 3 DGPS/INS 複合航法の精度予測	32
4 . 4 マルチアンテナ複合航法とランデブドッキング DGPS の精度予測	34
5 . 理論精度解析の飛行実証	39
5 . 1 DGPS/INS 複合航法飛行実験システム	39
5 . 2 飛行実験結果と理論精度解析の比較	41
6 . おわりに	46
6 . 1 結論	46
6 . 2 今後の課題	47
謝 辞	47
参考文献	47
付録 1 . GPS で用いられる時系と座標系	48
付録 2 . 放送暦と精密暦	50
付録 3 . 電離層遅延と対流圏遅延のモデル化	50
付録 4 . INS 座標系の定義	51

DGPS/INS 複合航法システムの 理論精度解析とその飛行実証

張 替 正 敏^{*1}, 辻 井 利 昭^{*1}, 村 田 正 秋^{*1}
小 野 孝 次^{*1}, 稲 垣 敏 治^{*1}, 富 田 博 史^{*2}

Error Analysis of the DGPS/INS Hybrid Navigation System and its Flight Evaluation

Masatoshi HARIGAE^{*1}, Toshiaki TSUJII^{*1}, Masaaki MURATA^{*1},
Takatsugu ONO^{*1}, Toshiharu INAGAKI^{*1} and Hiroshi TOMITA^{*2}

ABSTRACT

In this paper we propose a method for navigation error analysis, which is indispensable for the practical application of the DGPS/INS hybrid navigation system in the aerospace field, and then conduct flight tests to evaluate the results of error analysis using this method.

The proposed method is characterized by the application of the latest technical expertise to error models of GPS and INS sensors. This feature makes the method far more reliable than conventional methods. The method is also characterized by its capability to predict navigation performance of even the most advanced navigation algorithms, such as the DGPS navigation algorithm and the OTF ambiguity resolution algorithm.

The error analysis using the proposed method makes it possible not only to predict navigation performance attainable by the DGPS/INS hybrid navigation system but also to identify the error sources that affect performance. Once those error sources are identified, we can propose and evaluate a new algorithm to prevent them from affecting navigation performance. All these steps contribute to the creation of a more sophisticated DGPS/INS hybrid navigation system.

More specifically, we applied the method to predicting the performance and characteristics of the DGPS/INS hybrid navigation system, the multi-antenna DGPS/INS hybrid navigation system and the rendezvous and docking DGPS navigation system. Of these, the error analysis of the DGPS/INS hybrid navigation system was evaluated by flight tests. The flight test data demonstrated that the proposed method was highly accurate, confirming its reliability. The parameter values used in the error models also matched the data acquired at ground test facilities such as a 3-axis motion table.

As a result, this study successfully establishes a unique and highly reliable method for navigation error analysis of the DGPS/INS navigation system, thus contributing to progress in the practical application of the system.

Key words: DGPS/INS hybrid navigation, error analysis, Kalman filter, flight evaluation

平成 11 年 7 月 9 日受付 (received 9 July 1999)

* 1 飛行研究部 (Flight Division)

* 2 東芝 小向工場 (TOSHIBA Corporation, Komukai Works)

概 要

本報告では、航空宇宙分野においてDGPS/INS複合航法システムを実用化するために必要不可欠な理論精度予測法の提案を行い、あわせて飛行実験によるその検証を実施する。

本報告で提案する理論精度予測法の第一の特長は、システムの航法センサであるGPSおよびINSの誤差モデルについて、各センサの最新の技術知見を用いて、従来の研究に比べ信頼度の高いモデルをもつことである。第二の特長は、DGPS航法、搬送波位相アンビギュイティ解法など最新の航法アルゴリズムによる航法精度の予測が可能なことである。

提案する手法を使った精度解析を実施することで、DGPS/INS複合航法システムで到達可能な航法性能の予測ができるだけでなく、その性能を規定する誤差源の同定が可能になる。航法性能を規定する誤差源を明らかにするということは、その影響を回避する新しいアルゴリズムの提案と評価が可能ということであり、より性能の高いDGPS/INS複合航法システムの実現に役立つ。

具体的に本手法は、DGPS/INS複合航法システム、マルチアンテナDGPS/INS複合航法システム、ランデブッキングDGPS航法システムの精度解析に適用し、それぞれのシステムがもつ性能と特長を予測した。予測結果は、DGPS/INS複合航法システムについて飛行実験により検証した。飛行実験結果は、理論精度予測と非常によく整合性を示しており、本手法の信頼性を確認することができた。さらに解析で用いたパラメータ値も3軸テーブル等を使用した地上試験データと合致しており、誤差モデルも妥当であったことを明らかにした。

この結果、本研究では、従来研究にはなかった信頼性の高いDGPS/INS複合航法システムの理論精度予測法を確立することに成功し、その成果によりシステムの実用化の進展に寄与することが期待できる。

記号表

			クトル ($= (x, y, z)^T$)
r	シュードレンジ	d_{iono}	電波が伝播中に、電離層によって受ける遅延量
t_2	GPS衛星に搭載されている時計で測ったGPS信号送信時刻	d_{trop}	電波が伝播中に、対流圏によって受ける遅延量
t_3	受信機の時計で測ったGPS信号受信時刻	d_{sag}	Sagnac効果
c	光速	r_{sv}	放送暦を使って計算した送信アンテナ位置 ($= (x_{sv}, y_{sv}, z_{sv})^T$)
dr	受信機で伝播時間を測定するときのエラー(観測ノイズ)	Dt_2	放送暦を使って計算した衛星クロック誤差
T_2	送信アンテナの位相中心を信号が出た瞬間のGPSタイム	d_{SA}	SA誤差をレンジ誤差に変換した値
T_3	受信アンテナの位相中心に信号が到達した瞬間のGPSタイム	w_e	WGS84で採用している地球の平均自転速度
dt_2	衛星搭載時計のGPSタイムに対するオフセット ($= t_2 - T_2$)	φ_2	GPS信号の搬送波の位相
dt_3	受信機時計のGPSタイムに対するオフセット ($= t_3 - T_3$)	φ_3	受信機ローカルクロックの位相
R_A	送信アンテナの位相中心の慣性座標系に関する位置ベクトル	f	搬送波位相データ(観測量)
R	受信アンテナの位相中心の慣性座標系に関する位置ベクトル	df	受信機で搬送波位相を測定するとき生じるエラー(観測ノイズ)
r_A	WGS84座標系における送信アンテナの位置ベクトル	n	搬送波位相アンビギティ(整定数)
r	WGS84座標系における受信アンテナの位置ベ	f_L	GPS信号の送信周波数(L1...1575.42 MHz, L2...1227.6 MHz)
		φ_{20}	GPS信号の位相の初期値
		φ_{30}	受信機ローカルクロックの位相の初期値
		Df	デルタレンジ(観測量)
		di_2	GPS衛星搭載時計のドリフト
		di_3	受信機搭載時計のドリフト
		df	受信機でデルタレンジを測定するとき生じるエラー(観測ノイズ)

r_b	基準点の位置	k_k^*	航法フィルタで計算されたカルマンゲイン
r_b	基準点で受信したシュードレンジ	h_k^*	航法フィルタで用いる観測行列
t_{b3}	基準点での観測時刻	Dh_k	観測行列のモデル誤差
\bar{r}	DGPS で使用するシュードレンジ観測量	d_{SA_S}	短周期の SA レンジ誤差
dx_{dgps}	DGPS でのシュードレンジの観測ノイズ	d_{SA_L}	長周期の SA レンジ誤差
\bar{f}	DGPS で使用する搬送波位相観測量	T_{SA_S}	短周期の SA 誤差の時定数
n_{dgps}	DGPS での搬送波位相アンピグティ	T_{SA_L}	長周期の SA 誤差の時定数
df_{dgps}	DGPS での搬送波位相の観測ノイズ	w_{SA_S}	短周期の SA 誤差のプロセスノイズ
r^i	慣性空間における飛翔体の位置ベクトル	w_{SA_L}	長周期の SA 誤差のプロセスノイズ
a^i	加速度計などで計測される飛翔体の加速度ベクトル	d_{iono_i}	i 番目の GPS 衛星の電離層遅延
g^i	地球重力加速度	E_i	ユーザから i 番目の GPS 衛星を見たときの仰角
t_0	INS 計算開始時刻	A_i	ユーザから i 番目の GPS 衛星を見たときの方位角
r^e	地球固定座標系での飛翔体の位置ベクトル	d_{trop_z}	天頂方向の GPS 衛星の対流圏遅延
C_a^b	a 座標系から b 座標系への変換行列	d_{trop_i}	i 番目の GPS 衛星の対流圏遅延
w_{ie}^i	地球固定座標系の慣性座標系に対する回転を表す角速度ベクトル	dx_m	マルチパス誤差
w_{ie}^i	w_{ie}^i のスキュー・シンメトリック・フォーム	A	GPS 信号の振幅
v^n	航法座標系における対地速度	C_f	C/Aコードなどレンジ測定のためのコード信号
g^n	航法座標系における重力加速度	a	マルチパス信号の振幅を決めるスケール値
L	飛翔体の緯度	b	反射などによる信号の到達時間の遅れ
l	飛翔体の経度	d_m	マルチパス誤差の大きさ
h	飛翔体の高度	T_m	マルチパス誤差の時定数
r_m	現在地における地球の子午半径	w_m	マルチパス誤差を励起するプロセスノイズ
r_p	現在地における地球の大圏半径	s_{clk_short}	クロック短期安定度
x	航法状態ベクトル	\tilde{f}_k	正規化されたクロック周波数の時刻 k における t 秒間の平均値
F	システムダイナミクス行列	n_r	周波数ランダムウォーク
w	平均値 0 のシステムノイズベクトル	w_{nr}	ランダムウォークを励起するノイズ
F	遷移行列	n_{f1}, n_{f2}	フリッカーノイズ
P	共分散行列	w_{nf}	フリッカーノイズを励起するノイズ
Q	プロセスノイズ行列	C/N_0	GPS 信号の受信機における信号対雑音電力密度比
q	システムノイズの電力密度行列	D	PRN コードの 1 チップの長さ
z_{k+1}	時刻 t_{k+1} における観測データ	l	搬送波の 1 波長の長さ
h_{k+1}	時刻 t_{k+1} における観測行列	B_{IF}	受信機中間周波数部のバンド幅
v_{k+1}	時刻 t_{k+1} における観測ノイズ	B_D	ディレイロック・ループのバンド幅
k	カルマンゲイン	B_C	コストス・ループのバンド幅
r_{k+1}	観測ノイズの分散	s_x	シュードレンジの観測ノイズの標準偏差
x_k	DGPS/INS 複合航法システムにおいてフィルタで推定される航法状態量	s_f	搬送波位相の観測ノイズの標準偏差
x_{s_err}	航法フィルタでは推定されないが、航法状態量の推定に影響を与える誤差源	x_{GPS_err}	GPS 誤差モデルの状態量
F^*	変数 x_k に関して航法フィルタで仮定している時間更新のための遷移行列	w_{GPS_err}	GPS 誤差モデルのプロセスノイズ
W	次元を変換するための行列	F_{GPS_err}	GPS 誤差モデルのシステム行列
DF	遷移行列のモデル誤差	x_{err}	シュードレンジの観測量誤差
V	真値と航法誤差の相関値	f_{err}	搬送波位相の観測量誤差
U	真値の共分散	M_{SA}	DGPS における SA の影響度
		M_{iono}	DGPS における電離層遅延の影響度
		a_{solar}	太陽活動の強弱を示すスケール値
		M_{iono_dgps}	DGPS における対流圏遅延の影響度
		x_{err_dgps}	DGPS におけるシュードレンジの観測量誤差

f_{err_dgps}	DGPS における搬送波位相の観測量誤差
δa	加速度計誤差
δw	ジャイロ誤差
m	IMU のアライメント誤差
s	IMU のスケールファクタ
b	IMU のバイアス (ゼロ点オフセット)
w	IMU の出力ノイズ
x_{INS_err}	INS 誤差モデルの状態量
w_{INS_err}	INS 誤差モデルのプロセスノイズ
F_{INS_err}	INS 誤差モデルのシステム行列
δ^d	緯度, 経度, 高度誤差 (= $\delta L, \delta \lambda, \delta h$) ^T)
δv^n	北方向速度, 東方向速度, 下方向速度誤差 (= $\delta v_N, \delta v_E, \delta v_D$) ^T)
δe^n	ロール, ピッチ, ヨー角誤差 (= $\delta \phi, \delta \theta, \delta \psi$) ^T)
$x_{GPS/INS}^*$	GPS/INS 複合航法搭載モデルの状態量
$w_{GPS/INS}^*$	GPS/INS 複合航法搭載モデルのプロセスノイズ
$F_{GPS/INS}^*$	GPS/INS 複合航法搭載モデルのシステム行列
	GPS/INS 複合航法の現在の出力値
$h^*()$	GPS/INS 複合航法搭載モデルの観測方程式
$T_d^e()$	緯度・経度・高度から地球中心・地球固定座標系へ変換する関数
h_i^*	GPS/INS 複合航法搭載モデルのヤコビ行列
$h_{n,i}$	i 番目の衛星の搬送波位相アンビギティに関するヤコビ行列
r_i^b	i 番目のアンテナの基準アンテナからの位置
r_b	地球固定座標系における基準アンテナの位置
f	アンテナ間の搬送波位相の差分値
δw_1	翼の変形表す変数

1. はじめに

GPS (Global Positioning System, 全地球測位システム) の利用技術に関して, ディファレンシャル GPS (Differential GPS, DGPS) 航法や搬送波位相データの利用の分野で大きな技術革新がなされ, その測位精度が飛躍的に向上した。これを受けて GPS を航空機の精密進入着陸など, 厳しい航法精度要件を要求される飛行フェーズにも応用する試みが広く行われている。たとえば米国では, FAA (Federal Aviation Administration, 連邦航空局) の下にオハイオ大学を中心としたチームが結成され, 搬送波位相で平滑化したシュートレンジによる DGPS 航法システムを開発し, カテゴリー C の精密進入着陸に適応可能か検証を続けている¹⁾。

一方, GPS 単独航法 (GPS sole means) による精密進入着陸は, その信頼度に関する問題点から成立性を疑問視する意見もある。これは, 表 1 - 1 で示すように, 精密進入着陸の航法精度要件は, 測位精度だけではなく, 利用性 (availability, 所定の精度で航法可能な確率がある値以上), 完全性 (integrity, 無警告で故障等により要求精度を逸脱する確率がある値以下), 連続性 (continuity, ある一定時間, 連続して要求精度を維持することができない確率がある値以下) も含めた仕様になっており, 衛星からの微弱な電波を利用する GPS では達成が難しいためである²⁾。

そこで GPS 単独ではなく, 航空機の航法システムとして実績のある INS (Inertial Navigation System, 慣性航法システム) と複合化させて, 測位精度と信頼性に関する要求の双方を満足するシステムを開発する研究が行われている。GPS と INS の複合航法システムは, GPS からの高

表 1 - 1 航法精度要件の例

Operation	Accuracy (95%)	Integrity			Availability			Continuity (Loss of Nav.)
		Time-to-Alert	Alert Limit	Probability of MI	Thres.	Obj.	FAA**	
Oceanic En route & Remote	12.4 nmi	2 min	12.4 nmi+	10 ⁻⁷ /hr	0.99	.99999	.999	1x10 ⁻⁵ /hr
Domestic En route	2.0 nmi	1 min	2.0 nmi+	10 ⁻⁷ /hr*	0.999	.99999	.99999	1x10 ⁻⁶ /hr
Terminal	0.4 nmi	30 sec	1.0 nmi+	10 ⁻⁷ /hr*	0.999	.99999	.99999	1x10 ⁻⁶ /hr
Non-precision	220 m	10 sec	0.3 nmi+	10 ⁻⁷ /hr*	0.99	.99999	.99999	1x10 ⁻⁵ /hr
Cat.I Precision	H - 16 m V - 7.7 m	6 sec	H-40 m** V-10-15 m**	2x10 ⁻⁷ / approach*	0.99	.99999	.99999	5x10 ⁻⁵ / approach
Cat.II Precision	H - 6.9 m V - 2.0 m	2 sec	H-17.3 m** V-5.3 m**	2x10 ⁻⁹ / approach* *	0.99	.99999	.99999	4x10 ⁻⁶ / 15 sec
Cat.III Precision	H - 6.1 m V - 2.0 m	2 sec** 1 sec (goal)	H-15.5 m** V-5.3 m**	2x10 ⁻⁹ / approach* *	0.99	.99999	.99999	2x10 ⁻⁶ /last 15 sec 1x10 ⁻⁷ /last 15 sec (vertical)

*FAA-E-2892C (draft)
+RTCA/DO-208

**RTCA/DO-245
++B. DeCleene

精度な観測データにより、時間とともに増大するINSのドリフト誤差を推定、除去しようとするものである。この結果、外部からの妨害に強いINSによる自律航法の特長を生かしたまま、GPSによる高精度測位と同等の精度を長時間維持することが可能な航法システムが実現できる。

DGPSとINSの複合航法に関する飛行実験が最初に実施されたのは1987年にブランシュバイク工科大学においてであり、電波高度計も併用して、縦方向はカテゴリーを、横方向はカテゴリーを満足する測位精度が得られた³⁾。その後、1990年にNASAラングレー研究センターがハネウェル社と共同で同様のシステムを構築して飛行実験を延べ120回以上繰り返し、横方向5.7 m、縦方向9.6 m(いずれも2σ)の測位精度を得た⁴⁾。1991年にはオフライン解析ではあるが、カルガリー大学が搬送波位相を用いたキネマティックGPSとINSの複合航法で、縦方向85 cm、横方向60 cm(いずれも最大誤差)の測位精度が得られたとの飛行実験結果を報告している⁵⁾。航空宇宙技術研究所においても、DGPS/INS複合航法による精密進入着陸をめざし、システムの開発と実験用航空機ドローンによる飛行実験を行っている^{6)~9)}。

このように、DGPS/INS複合航法の実験的研究が広く行われているが、従来の研究では実験データを客観的に評価する手段が十分ではなかった。たとえば、測位精度はレーザトラッカなどの高精度な軌道生成装置を用いて評価することができるが、飛行制御にとって重要な航法情報である速度、姿勢角、姿勢レート、加速度の精度評価はできなかった。また、測位精度にどの誤差源が大き

な影響を及ぼすかの感度評価や、新しいアルゴリズムを導入したときの精度予測なども飛行実験だけでは十分にできない。すなわち、システムを設計したり、実験データを評価する設計ツールが十分でなかった。そこで本研究では、DGPS/INS複合航法の航法精度を理論的に予測するための理論精度解析手法の提案とその飛行実験による検証を行う。この研究により、DGPS/INS複合航法システムに関する設計ツールが確立され、航空宇宙分野におけるGPSの実用化を推進することができる。

2. DGPS/INS 複合航法アルゴリズムの定式化

2.1 DGPS/INS 複合航法システムの構成

DGPS/INS複合航法システムの入出力関係と、アルゴリズムの構成を示したブロックダイアグラムを図2-1に示す。ダイナミックレンジが広く、情報内容が豊富なINS航法の特性を生かすために、本システムではGPSデータを測位には用いず、INSにおける時間とともに増加するドリフト誤差を推定するための観測データとして用いる。図中、上半分はジャイロと加速度計の出力を積分するストラップダウンINS航法演算の部分で、本研究では64 Hzのレートで計算している。この結果、INS航法は、航空機のダイナミクスにも十分対応できるダイナミックレンジを持つことになる。図中、下半分はGPSデータを利用してINSのドリフト誤差を推定するフィルタ部分である。本研究では0.5~1 Hzで入力されるGPSデータに同期したINS航法データを取り込み、両者を比較することでINS航法データに含まれるドリフト誤差とその原因

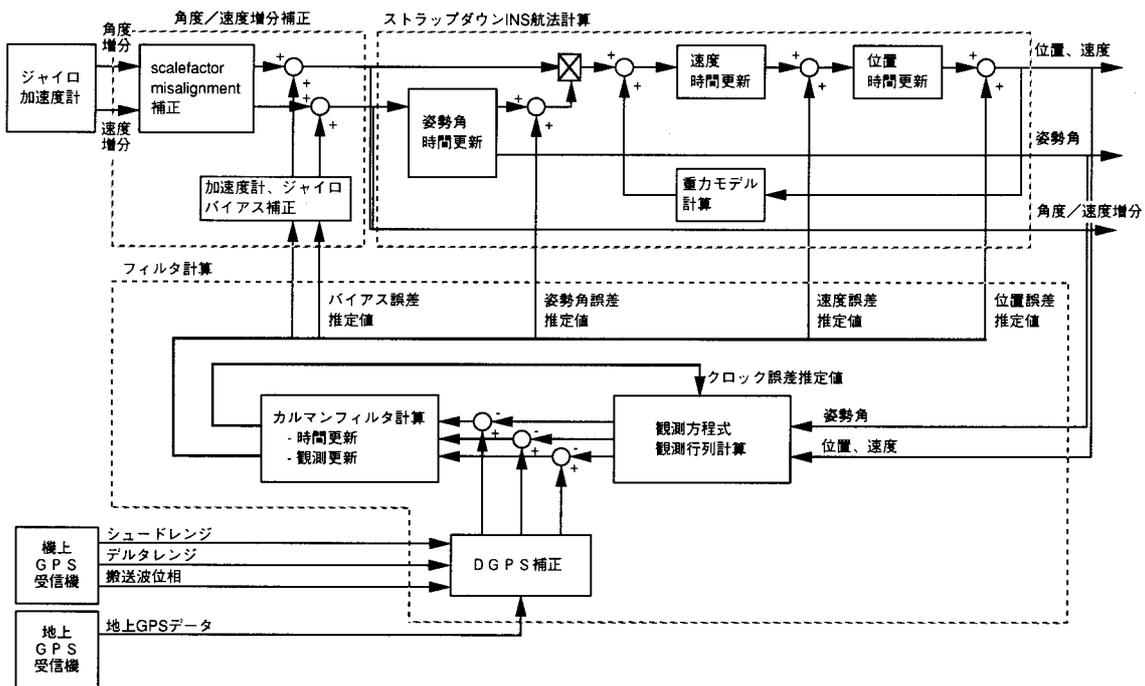


図2-1 DGPS/INS複合航法システムのブロックダイアグラム

となるセンサ誤差を推定している。推定されたこれらの誤差は、ストラップダウン INS 航法演算にフィードバックされそれぞれの状態量の更正に用いられる。この結果、DGPS/INS 複合航法では、INS のオープンループによる計算が GPS データを使ったフィードバックループに変わり、安定した航法情報を出力できるようになる。

2.2 複合航法センサの定式化

ここでは、DGPS/INS 複合航法システムを構成する各センサについて、計測の原理とその定式化、誤差源についての簡単な説明を示す。それぞれの誤差源のモデル化は、本研究の目的である理論精度解析に必要なため、第3章で議論することとし、ここでは詳しく触れない。

2.2.1 GPS の定式化^{10),11)}

GPS は、米国国防総省が開発した人工衛星をベースとする電波航法システムである。1995 年に FOC (Full Operational Capability) 段階に入ったその宇宙部分は、それぞれの昇交点が 60 間隔の 6 軌道面に 4 機づつ配置された合計 24 機の GPS 衛星からなる。軌道の傾斜角は 55°、高度は 20,200 km で低軌道衛星のユーザも含めて全世界のどこからでも、常時 4 衛星以上が利用でき航法が可能となっている。

GPS 衛星からは、2 つの周波数 (L1...1575.42 MHz, L2...1227.6 MHz) を使って GPS 信号が送信されている。これらの信号は、C/A (Clear Acquisition) コードまたは P (Precise) コードと呼ばれる疑似ランダム符号 (PRN コード, Pseudo Random Noise code) で位相変調されている。C/A コードは、一周期 1 ミリ秒のコードが 1.023 MHz のレートで送信されているもので、民間に開放された GPS による標準的な測位サービス SPS (Standard Positioning Service) では、これを使用する。一方、P コードは C/A コードの 10 倍の周波数をもつ軍用に用意されたコードで、1993 年からはさらにもう一段階、暗号符号 (W コード) がこの上に変調され、Y コードという名前で送信されている。こちらは精密な測位サービス PPS (Precise Positioning Service) を受けることを認められたユーザだけが利用できる。

測位精度は、PPS ユーザでは水平面で 15 ~ 25 m、高度方向 20 ~ 30 m (95%) が保証されている。一方、C/A コードしか利用できない SPS ユーザの場合、GPS システム側が精度劣化のために故意に混入させている誤差源の SA (Selective Availability, 選択利用性) により、水平面で 100 m、高度方向で 150 m (95%) の精度となる。SA は米国国防総省が安全保障上、民間利用者の精度を故意に劣化させるため、GPS 衛星の位置や時刻をユーザに伝えるために送信されてくる GPS メッセージ (放送暦) のパラメー

タに誤差を入れたもので、衛星の位置情報に含まれる誤差を e タイプ、時刻に含まれる誤差を d タイプと呼ぶ。

GPS では観測量として、シュドレンジとデルタレンジあるいは搬送波位相が得られる。シュドレンジ r は、GPS 受信機で GPS 衛星から受信機までの電波の伝播時間を測定し、これに光速を掛けたものである。ある GPS 衛星からそれに搭載されている時計で測って時刻 t_2 に発射された信号が、受信機の時計で測って時刻 t_3 に受信されたとすれば、 c を光速として、

$$r(t_3) = c(t_3 - t_2) + dx \quad (2.2-1)$$

と書ける。ここで dx は、受信機で伝播時間を測定するときのエラー (観測ノイズ) である。これを共通の時系である GPS タイム (付録 1 を参照) で表すと、(2.2-1) 式は送信アンテナの位相中心を信号が出た瞬間の GPS タイム T_2 と、受信アンテナの位相中心に信号が到達した瞬間の GPS タイム T_3 を用いて次のように書ける。

$$r(t_3) = c(T_3 - T_2 + dt_3 - dt_2) + dx \quad (2.2-2)$$

ここで、

dt_2 = 衛星搭載時計の GPS タイムに対するオフセット (= $t_2 - T_2$)

dt_3 = 受信機時計の GPS タイムに対するオフセット (= $t_3 - T_3$)

とする。それぞれのオフセットには、衛星と受信機におけるアンテナまでの回路遅延も含む。さて、(2.2-2) 式右辺の $(T_3 - T_2)$ は、電波が送信アンテナの位相中心から受信アンテナの位相中心まで慣性空間を伝播した経路長に等しくなる。そこで送受信アンテナの位相中心の慣性座標系に関する位置ベクトルを、それぞれ $R_A(T_2)$ 、 $R_R(T_3)$ とすれば、(2.2-2) 式は、

$$r(t_3) = |R_R(T_3) - R_A(T_2)| + d_{iono} + d_{trop} + c(dt_3 - dt_2) + dx \quad (2.2-3)$$

とユーザの位置情報 $R_R(T_3)$ を含んだ形で書くことができる。ここで d_{iono} および d_{trop} はそれぞれ電波が伝播中に、電離層および対流層によって受ける大気遅延量である。さらにこれを地球とともに回転する地球固定座標系 (GPS では WGS84 を使用する。付録 1 を参照) で表すと、送受信アンテナの位置ベクトルをそれぞれ $r_A(T_2)$ 、 $r_R(T_3)$ とし、

$$r(t_3) = |r_R(T_3) - r_A(T_2)| + d_{sag} + d_{iono} + d_{trop} + c(dt_3 - dt_2) + dx \quad (2.2-4)$$

となる。ここで d_{sag} は、電波が衛星から受信機まで伝播する間に地球が回転する分だけ伝播距離が変化する特殊相対論的効果で、Sagnac 効果と呼ばれている。

GPS 単独航法では、(2.2-4) 式における未知数を、受信アンテナの位置ベクトル $r(T_3)$ と受信機のクロック誤差 dt_3 の合計 4 つと考え、その他の変数は以下に述べるようなモデル式であらかじめ計算しておく。そして 4 つの GPS 衛星とのシュードレンジデータから、連立方程式を解くことにより未知数である受信アンテナの位置ベクトル $r(T_3)$ と受信機のクロック誤差 dt_3 を求める。

(2.2-4) 式において送信アンテナの位置ベクトル $r_A(T_2)$ と衛星クロック誤差 dt_2 は、航法を行う際にあらかじめモデル式で計算しておく必要があるが、これには GPS 信号から復調した放送暦 (付録 2 を参照) を使って計算するのが一般的である。放送暦を使って計算した送信アンテナ位置を $r_{sk}(T_2)$ 、衛星クロック誤差を Dt_2 とすると (2.2-4) 式は、

$$r(t_3) = |r(T_3) - r_{sv}(T_2)| + d_{SA} + d_{sag} + d_{iono} + d_{trop} + c(dt_3 - Dt_2) + \Delta r \quad (2.2-5)$$

と書ける。放送暦から求めた $r_{sv}(T_2)$ と Dt_2 は SA により誤差を含んでおり、真値である $r_A(T_2)$ と dt_2 とは異なる。 d_{SA} はその影響をまとめてレンジ誤差の形で表したもので、その大きさは約 30 m (1 s) とされている。

Sagnac 効果 d_{sag} は、相対論に基づいて正確に計算することができる。(2.2-6) 式は Sagnac 効果を計算するための近似式であるが、 $0(c^{-2})$ 以下を無視する近似を行っており、精度的にはここで考える航法に十分なものである¹²⁾。

$$d_{sag} = \frac{w_e}{c} \{ (x_{sv} - x)y_{sv} - (y_{sv} - y)x_{sv} \} \quad (2.2-6)$$

ここで w_e は WGS84 で採用している地球の平均自転速度、 $r_{sv} = (x_{sv}, y_{sv}, z_{sv})^T$ 、 $r = (x, y, z)^T$ である。

電離層遅延 d_{iono} と対流圏遅延 d_{trop} は、地球大気の状態によって時々刻々変化するので精密にモデル化するのが難しい。GPS 単独航法では電離層遅延を、放送暦に含まれる 8 つのパラメータを使うベント (Bent) の 8 パラメー

タモデルによって計算するのが一般的である。このモデルによる電離層遅延の推定精度は 50% 程度といわれている。対流圏遅延の計算には、気温、気圧、湿度データを用いたザースタモイネン (Saastamoinen) のモデルを使用するのが一般的である (付録 3 を参照)。

上記のモデルでの補正誤差も含めて、(2.2-5) 式に基づいて GPS 単独航法計算をするときに考えなければならないシュードレンジの誤差を表 2.2-1 にまとめた。これによると、誤差源で一番大きいのが SA で、これが航法精度を規定することになる。

デルタレンジは、GPS 受信機において測定される、ある一定時間 Δt の搬送波位相の変化量 (増分値) を計測したものである。受信機で測定される搬送波位相とは、GPS 衛星から電波の発射された時刻 t_2 における GPS 信号の搬送波の位相 $\varphi_2(t_2)$ と、それを受信機で受信した時刻 t_3 における受信機ローカルクロックの位相 $\varphi_3(t_3)$ の差を取ったものである。すなわち、観測量である搬送波位相 $\Delta r(t_3)$ は、

$$\Delta r(t_3) = \varphi_3(t_3) - \varphi_2(t_2) + n + \Delta f \quad (2.2-7)$$

と書ける。(2.2-7) 式において n は、受信機で最初に搬送波を捕捉したとき、その位相の中に衛星からユーザまでの距離に対応した波数がどれだけあるか分からないために生じるアンビギュイティ (単位はサイクル) である。したがって n は整数で、搬送波を捕捉し続けている間は一定である。また Δf は受信機で搬送波位相を測定するとき生じるエラー (観測ノイズ) である。

送信側と受信側では、搬送波とローカルクロックの位相をそれぞれ (2.2-8) 式と (2.2-9) 式のように定義して生成する。

$$\varphi_2(t_2) = f_L t_2 + \varphi_{20} \quad (2.2-8)$$

$$\varphi_3(t_3) = f_L t_3 + \varphi_{30} \quad (2.2-9)$$

ここで、 f_L は送信周波数である。GPS では、位相の初期値 φ_{20} と φ_{30} を 0 になるように定義しているのので、これらを (2.2-7) 式に代入して、さらに (2.2-5) 式と比較す

表 2.2-1 シュードレンジの誤差源とその大きさ (モデル式で補正した後の値)

誤差源	誤差量 (3σ)	備考
SA による誤差 (d_{SA})	90 m	放送暦に含まれる誤差
Sagnac 効果による誤差 (d_{sag})	0 m	モデルで正確に計算できる
電離層遅延による誤差 (d_{iono})	8 m	衛星仰角 10° において
対流圏遅延による誤差 (d_{trop})	2 m	衛星仰角 10° において
受信機の観測ノイズ ($\delta\rho$)	3 m	マルチパス、熱雑音など
総計 (RSS)	90.4 m	

ると、

$$\begin{aligned} f(t_3) &= f_L(t_3 - t_2) + n + df \\ &= \frac{f_L}{c} \left\{ \begin{aligned} &|r(T_3) - r_{sv}(T_2)| \\ &+ d_{SA} + d_{sag} - d_{iono} + d_{trop} \\ &+ c(dt_3 - Dt_2) \end{aligned} \right\} + n + df \quad (2.2-10) \end{aligned}$$

となり、搬送波位相はアンビギュイティを含むもの、やはりユーザとGPS衛星の距離を表すデータであることが分かる¹³⁾。したがって、もしアンビギュイティが何らかの方法で決定できれば、シュードレンジと同じように搬送波位相で測位ができることになる。なお搬送波位相で電離層遅延が負になっているのは、電離層の中で群速度と位相速度の変化が正負反対になっているからで、位相速度は見かけ上、光速より大きくなる。

アンビギュイティは位相を連続的に観測している限りは一定であり、またSA誤差、Sagnac効果、電離層遅延や対流圏遅延も短い時間なら変化しないと考えてよい。したがって、搬送波位相の差分を取ったデルタレンジには、GPS衛星とユーザ間の距離の変化量に関する情報が残る。すなわち、

$$\begin{aligned} Df(t_3) &= f(t_3) - f(t_3 - Dt) \\ &= \frac{f_L}{c} \left\{ \begin{aligned} &|r(T_3) - r_{sv}(T_2)| \\ &- |r(T_3 - Dt) - r_{sv}(T_2 - Dt)| \\ &+ cDt(dt_3 - Di_2) \end{aligned} \right\} + df \quad (2.2-11) \end{aligned}$$

である。ここで Di_2 、 di_3 は、それぞれGPS衛星、受信機搭載時計のドリフトで、時計誤差を1次近似した。また df は差分を取ったときの観測ノイズによる誤差を表している。デルタレンジの観測ノイズの大きさは、通常の受信機で4.5 cm (3 s)程度である。デルタレンジは距離の変化量と相関があるので、これからユーザの速度を推定することができる。

2.2.2 DGPSの定式化¹⁴⁾

GPS単独航法では、GPS信号に変調された放送暦を用いて、モデルにより大気遅延などの誤差をシュードレンジから除去して航法を行っている。しかし、前述したように大気の状態などにより遅延量は変化し、モデルでは十分な精度で誤差を除去することができない。さらに(2.2-5)式のうち、SAはまったく補正できないのですべて観測誤差と扱われ、これが航法精度を大きく悪化させる。

DGPS航法では、測量であらかじめ位置を精密に決めておいた基準点 (base station) で同時にGPS信号を受信

し、機上 (ユーザ) の受信データと引き算をすることで観測データに含まれる共通の大気遅延量やSAを消去することができる。これによりGPS単独航法に比べ大きく精度を上げることができる。今、基準点の位置を r_b とし、そこで受信したシュードレンジを $r_b(t_{b3})$ とすると、(2.2-5)式と同様に観測データを以下のように定式化できる。

$$\begin{aligned} r_b(t_{b3}) &= |r_b - r_{sv}(T_{b2})| + d_{SA} + d_{bsag} + d_{iono} + d_{trop} \\ &+ c(dt_{b3} - Dt_2) + \dot{c}x_b \quad (2.2-12) \end{aligned}$$

ここで、観測時刻は機上と基準点でできるだけ一致させるもの (t_3 、 t_{b3}) として、SAによる誤差 (d_{SA}) とGPS衛星クロックのオフセット (Dt_2) は等しいとした。したがって、(2.2-5)式と(2.2-12)式の差を取ると空間相関のある誤差だけが残り、

$$\begin{aligned} r(t_3) - r_b(t_{b3}) &= |r(t_3) - r_{sv}(T_2)| - |r_b - r_{sv}(T_{b2})| \\ &+ d_{sag} - d_{bsag} + d_{iono} - d_{iono} + d_{trop} - d_{trop} \\ &+ c(dt_3 - dt_{b3}) + \dot{c}x - \dot{c}x_b \quad (2.2-13) \end{aligned}$$

となる。Sagnac効果は(2.2-6)式に基づき正確に計算できるので、(2.2-13)式において未知数以外で残った誤差は、2地点での電離層遅延の差 ($d_{iono} - d_{iono}$)、対流圏遅延の差 ($d_{trop} - d_{trop}$) と観測ノイズ ($\dot{c}x - \dot{c}x_b$) だけである。もし、機上の受信機と基準点が十分近ければ、それぞれのシュードレンジに含まれる電離層遅延と対流圏遅延の値は等しいと考えてよく、(2.2-13)式から消去できる。その結果、DGPSで位置推定に用いるシュードレンジは、2つのシュードレンジの引き算と既知の距離情報とsagnac効果の補正を含めて以下ようになる。

$$\begin{aligned} \tilde{r}(t_3) &= r(t_3) - r_b(t_{b3}) + |r_b - r_{sv}(T_{b2})| - (d_{sag} - d_{bsag}) \\ &= |r(t_3) - r_{sv}(T_2)| + c(dt_3 - dt_{b3}) + \dot{c}x - \dot{c}x_b \\ &= |r(t_3) - r_{sv}(T_2)| + c(dt_3 - dt_{b3}) + \dot{c}x_{dgps} \quad (2.2-14) \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{c}x_{dgps}$ はDGPSにおけるシュードレンジの観測誤差であるが、これにはSA誤差も大気遅延量のモデル誤差も含まれず、機上と基準点の受信機で発生する観測ノイズのみからなる。したがって、GPSで航法精度を悪化させていた大部分の誤差源は、DGPSでは考慮する必要がなく測位精度が向上する。なお(2.2-14)式において、DGPSで推定する時計誤差は、機上の受信機と基準点の

受信機との時計誤差の差 ($dt_3 - dt_{b3}$) である。

なお、上記ではシュドレンジを観測量として定式化した¹⁴⁾が、これは搬送波位相を観測量とする場合でもまったく同様である。すなわち、

$$\begin{aligned} \tilde{r}(t_3) &= \tilde{r}(t_3) - \tilde{r}_b(t_{b3}) + \frac{f_c}{c} \{ |r_b - r_{sv}(T_{b2})| - (d_{sag} - d_{bsag}) \} \\ &= \frac{f_c}{c} \{ |r(t_3) - r_{sv}(T_2)| + c(dt_3 - dt_{b3}) \} + (n - n_b) + \tilde{\Delta f} - \tilde{\Delta f}_b \\ &= \frac{f_c}{c} \{ |r(t_3) - r_{sv}(T_2)| + c(dt_3 - dt_{b3}) \} + n_{dgps} + \tilde{\Delta f}_{dgps} \end{aligned} \quad (2.2-15)$$

となる。このとき、搬送波位相アンビギュイティ n_{dgps} は、機上と基準点の受信機におけるそれぞれのアンビギュイティの引き算になるが、整数である性質は変わらない。

2.2.3 INSの定式化¹⁵⁾

INSの基本原理は、ニュートンの運動方程式が成立する古典力学に基づいている。すなわち、ニュートンの運動則は、地球近傍において以下のように表される。

$$\ddot{r}^i = a^i + g^i \quad (2.2-16)$$

ここで、 r^i は飛翔体の位置ベクトル、 a^i は加速度計などで計測される飛翔体の加速度ベクトル、 g^i は地球重力加速度である。添字 i は(2.2-16)式が慣性空間で表現されていることを示す。

INSでは、 a^i を飛翔体に搭載した加速度計で測定し、 g^i を現在の位置情報から数学モデルを用いて推定する。ジャイロは、加速度計をジンバル機構により慣性空間で固定するために使用する場合(プラットフォーム方式)と、計算機内で仮定の慣性空間を構築し、機体に固定した加速度計の座標から慣性座標への変換行列を計算するのに使用する場合(ストラップダウン方式)の2種類の用いられ方がある。

時刻 t における飛翔体の位置、速度情報は、(2.2-16)式を以下のように積分することによって得られる。

$$v^i(t) = v^i(t_0) + \int_{t_0}^t (a^i(t) + g^i(t)) dt \quad (2.2-17)$$

$$r^i(t) = r^i(t_0) + \int_{t_0}^t v^i(t) dt \quad (2.2-18)$$

ここで、 $v^i(t_0)$ 、 $r^i(t_0)$ はそれぞれ計算開始時刻 t_0 における飛翔体の速度、位置ベクトルである。

かつてのH-Iロケットの誘導制御系では、慣性空間に固定したプラットフォームに搭載された加速度計の出力を(2.2-17)式と(2.2-18)式を用いて積分し、位置、速度情報を求めていた。2つの積分計算だけで済むため、計算機に負荷を掛けないという利点がある。一方、航空分野では、必要なのは対地速度であり、局所的な姿勢角であり、地球固定座標系で表された空港位置との相対関係である。このため、航空機搭載のINSでは、現在位置での局所的な座標系で飛翔体の位置、速度、姿勢角を計算する機会が多い。そのため、慣性空間に固定されたプラットフォーム方式より、自由に座標系が構築できるストラップダウン方式の方が適している。近年の計算機の能力向上により、宇宙分野でもH-IIロケットではストラップダウン方式を採用するなど、この方式が一般的になってきた。以下では、局所的な座標系として航法座標系(North, East, Down座標系)を選び、この座標系でのストラップダウンINS計算の定式化を行う。

航法座標系は飛翔体の位置を原点として地球に固定された座標系である(付録4参照)。したがって運動方程式は、地球中心地球固定座標系で表した飛翔体の位置ベクトル r^e を時間微分し、その結果を座標変換して求める。すなわち、

$$\begin{aligned} v^n &= C_e^n \frac{dr^e}{dt} \\ &= C_e^n \frac{d(C_e^i r^i)}{dt} \\ &= C_e^n \frac{dr^i}{dt} + C_e^n \frac{dC_e^i}{dt} r^i \end{aligned} \quad (2.2-19)$$

が航法座標系における速度ベクトルである。ここで、 C_a^b は a 座標系から b 座標系への変換行列を表し、添字 e と n はそれぞれ、地球中心地球固定座標系、航法座標系を示している。(2.2-19)式において、

$$\frac{dC_e^n}{dt} = -C_e^n W_{ie}^i \quad (2.2-20)$$

である。 W_{ie}^i は、地球固定座標系の慣性座標系に対する回転を表す角速度ベクトル w_{ie}^i のスキュー・シンメトリック・フォームである。この結果(2.2-19)式は、

$$v^n = C_e^n \frac{dr^i}{dt} - C_e^n W_{ie}^i r^i \quad (2.2-21)$$

となる(2.2-21)式をもう一度時間微分することにより、航法座標系における運動方程式が導かれる。すなわち、

$$\begin{aligned}
\frac{d\mathbf{v}^n}{dt} &= C_i^n \frac{d^2 \mathbf{r}^i}{dt^2} - C_i^n \mathbf{W}_{in}^i \frac{d\mathbf{r}^i}{dt} + C_i^n \mathbf{W}_{in}^i \mathbf{W}_{ie}^i \mathbf{r}^i - C_i^n \mathbf{W}_{ie}^i \frac{d\mathbf{r}^i}{dt} \\
&= C_i^n \left\{ \frac{d^2 \mathbf{r}^i}{dt^2} - (\mathbf{W}_{in}^i + \mathbf{W}_{ie}^i) \frac{d\mathbf{r}^i}{dt} + (\mathbf{W}_{en}^i + \mathbf{W}_{ie}^i) \mathbf{W}_{ie}^i \mathbf{r}^i \right\} \\
&= C_i^n \left\{ \frac{d^2 \mathbf{r}^i}{dt^2} - (\mathbf{W}_{en}^i + 2\mathbf{W}_{ie}^i) C_n^i \mathbf{v}^n - \mathbf{W}_{ie}^i \mathbf{W}_{ie}^i \mathbf{r}^i \right\}
\end{aligned} \tag{2.2-22}$$

である．ここで (2.2-16) 式を代入すると，

$$\frac{d\mathbf{v}^n}{dt} = C_i^n \{ \mathbf{a}^i + \mathbf{g}^i - (\mathbf{W}_{en}^i + 2\mathbf{W}_{ie}^i) C_n^i \mathbf{v}^n - \mathbf{W}_{ie}^i \mathbf{W}_{ie}^i \mathbf{r}^i \} \tag{2.2-23}$$

となり，これが航法座標系での運動方程式である．なお，(2.2-23)式において重力加速度と右辺最終項の遠心力は合わせて，航法座標系における重力加速度 \mathbf{g}^n として扱われる．またストラップダウン方式の場合，加速度計は機体に固定されている．すなわち，(2.2-23) 式は，

$$\frac{d\mathbf{v}^n}{dt} = C_b^n \mathbf{a}^b - (\mathbf{W}_{en}^i + 2\mathbf{W}_{ie}^i) \mathbf{v}^n + \mathbf{g}^n \tag{2.2-24}$$

となる．なお，右辺第 2 項のコリオリ力を計算するときにはスキュー・シンメトリック・フォームで使われる角速度ベクトルは，

$$\mathbf{w}_{en}^n + 2\mathbf{w}_{ie}^n = [(\dot{L} + 2\omega_e) \cos L, -\dot{L}, -(\dot{L} + 2\omega_e) \sin L]^T \tag{2.2-25}$$

$$\begin{aligned}
\dot{L} &= v_N / (r_m + h) \\
\dot{l} &= v_E / (r_p + h) \cos L \\
\mathbf{v}^n &= (v_N, v_E, v_D)^T \\
r_m &= \frac{a_e (1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 L)^{3/2}} \\
r_p &= \frac{a_e}{(1 - e^2 \sin^2 L)^{1/2}}
\end{aligned} \tag{2.2-26}$$

で計算される．ここで， $(L, l, h)^T$ は飛翔体の緯度，経度，高度， r_m は現在地における地球の子午半径， r_p は大圏半径である．また， ω_e は地球の自転速度である．地球の形状パラメータ a_e ， e については WGS84 の値を採用した (付録 1 参照)．

最後に，(2.2-24) 式において機体座標系から航法座標系への変換行列 C_b^n に関して時間更新の定式化を行う．

(2.2-20) 式と同様に，

$$\frac{dC_b^n}{dt} = -C_b^n \mathbf{w}_{bn}^b \tag{2.2-27}$$

である．右辺 \mathbf{w}_{bn}^b の計算に用いられる角速度ベクトル \mathbf{w}_{bn}^b は，

$$\mathbf{w}_{bn}^b = -\mathbf{w}_{ib}^b + C_n^b \mathbf{w}_{in}^n \tag{2.2-28}$$

と分解できる．右辺第 1 項は，ジャイロの角速度出力であり，第 2 項は現在位置と速度情報から次のように計算できる．

$$\mathbf{w}_{in}^n = \left(\frac{v_E}{r_p + h} + \omega_e \cos L, -\frac{v_N}{r_m + h}, -\frac{v_E}{r_p + h} \tan L - \omega_e \sin L \right)^T \tag{2.2-29}$$

2.3 航法フィルタの定式化¹⁶⁾

飛翔体の位置や速度，姿勢角など航法状態量を決めるためには，2.2 節で定式化した観測データと航法状態量との幾何学的な関係から，観測データの数だけ連立方程式を構築し，解を計算すればよい．しかし，複合航法システムのように航法センサが複数で，数多くの観測データから観測ノイズの影響をできるだけ除去し，最適に解を求めたいときには，単純な方程式ではなく航法フィルタを用いて解を求めるのが一般的である．航法フィルタのアルゴリズムとしては，

最小 2 乗フィルタ (バッチ型フィルタ)

カルマンフィルタ (逐次型フィルタ)

の 2 種類ある．最小 2 乗フィルタは，観測データの残差の 2 乗和が最小になるようにパラメータを決定するもので解の収束性は高い．カルマンフィルタは，航法状態量に選んだ変数のダイナミクスも考慮して残差の 2 乗和が最小になるように解を推定するもので，時間的に連続したデータの取り扱いが容易で精度も高い．ただし，解の収束性はダイナミクスモデルの精度に依存している．

カルマンフィルタは逐次的に解くことができるので，航法システムの機能として重要な実時間でデータ出力に適している．本研究では，多数の航法センサから航法解を推定する手法としてカルマンフィルタを考え，そのうえでの精度予測の理論を展開する．

カルマンフィルタでは，航法状態量のダイナミクスを次式のように状態空間における 1 次の常微分方程式で定義する．

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = F(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{w}(t) \tag{2.3-1}$$

ここで、

- x ... $n \times 1$ 次元の航法状態量ベクトル
- F ... $n \times n$ 次元のシステムダイナミクス行列
- w ... $n \times 1$ 次元の平均値 0 のシステムノイズベクトル

である。(2.3-1) 式は線形であるので、航法状態量が非線形のダイナミクスに従う場合には、基準軌道まわりで線形化する必要がある。

このダイナミクスを下記のように遷移行列を用いて表すとすると、

$$x(t) = F(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t F(t, t)w(t)dt \quad (2.3-2)$$

遷移行列 F は、以下の微分方程式を満足する。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}F(t, t_0) &= F(t)F(t, t_0) \\ F(t_0, t_0) &= I \end{aligned} \quad (2.3-3)$$

今、 $F(t)$ が t_0 から t の間、一定であると仮定すると、

$$\begin{aligned} F(t, t_0) &= F(t - t_0) \\ &= I + F(t - t_0) + \frac{1}{2!}F^2(t - t_0)^2 + \dots \end{aligned} \quad (2.3-4)$$

となる。

(2.3-2) 式は、航法状態量 x の t から t_0 までの遷移を表しているが、そのときの共分散行列 P は以下ようになる。

$$P(t, t_0) = F(t, t_0)P(t_0)F(t, t_0)^T + Q(t, t_0) \quad (2.3-5)$$

ここでプロセスノイズ行列 Q は、システムノイズの電力密度行列 q を積分して以下の式で求められる。

$$Q(t, t_0) = \int_{t_0}^t F(t, t)q(t)F(t, t)^T dt \quad (2.3-6)$$

$q(t)$ も t_0 から t の間、一定であると仮定すると(2.3-6)式は、

$$\begin{aligned} Q(t, t_0) &= Q(t - t_0) \\ &= \int_0^{t-t_0} F(t)qF(t)^T dt \end{aligned} \quad (2.3-7)$$

となる。

カルマンフィルタでは、時刻 t_k から t_{k+1} まで時間更新したときの最適推定値として(2.3-2)式の平均値をとる。すなわち、

$$\hat{x}_{k+1}(-) = F(t_{k+1}, t_k)\hat{x}_k \quad (2.3-8)$$

である。ここで $\hat{}$ は、推定値であることを示し、 $(-)$ はそれが観測データの入る前の推定値であることを表している。誤差共分散行列は(2.3-5)式より以下ようになる。

$$P_{k+1}(-) = F(t_{k+1}, t_k)P_k F(t_{k+1}, t_k)^T + Q(t_{k+1}, t_k) \quad (2.3-9)$$

観測データが次の観測方程式で表されるとする。

$$z_{k+1} = h_{k+1}^T x_{k+1}(-) + v_{k+1} \quad (2.3-10)$$

ここで、

- z_{k+1} ... 時刻 t_{k+1} における観測データ
- h_{k+1} ... $n \times 1$ 次元の観測行列
- v_{k+1} ... 観測ノイズ

である。

カルマンフィルタにおける観測更新は、時刻 t_{k+1} における観測データを使って次のように表される。

$$\begin{aligned} k &= P_{k+1}(-)h_{k+1} / a \\ a &= h_{k+1}^T P_{k+1}(-)h_{k+1} + r_{k+1} \\ P_{k+1} &= P_{k+1}(-) - kh_{k+1}^T P_{k+1}(-) \\ \hat{x}_{k+1} &= \hat{x}_{k+1}(-) + k(P_{k+1} - h_{k+1}^T \hat{x}_{k+1}(-)) \end{aligned} \quad (2.3-11)$$

ここで、 k はカルマンゲイン、 r_{k+1} は観測ノイズの分散である。

DGPS/INS 複合航法におけるカルマンフィルタは、ストラップダウン INS 航法の出力を基準軌道とし、そのまわりでの INS ドリフト誤差、GPS 受信機のクロック誤差、搬送波位相アンビギュイティ、等を推定する。観測量として、シュードレンジ、デルタレンジ、搬送波位相の GPS データを用い、(2.3-8)式および(2.3-11)式にしたがって時間更新、観測更新を繰り返しながら誤差を推定する。推定された誤差量は、INS 航法計算にフィードバックされ、INS のドリフト誤差の増大を抑え、安定した高精度の航法データを出力するのに用いられる。

3. DGPS/INS 複合航法システムの理論精度予測法

3.1 精度予測のための共分散解析アルゴリズム

DGPS/INS 複合航法システムでは、GPS データを測位ではなく、時間とともに増加する INS のドリフト誤差を推定するための観測データとして用いる。これは、ダイナミックレンジが広く情報内容が豊富な INS データの特性を生かすためである。また INS のドリフト誤差は、ダイナミクスが小さく（時定数が大きい）、微小なので、そのダイナミクスを表す線形のシステムモデルを精度よく作ることができる。この結果、複合航法システムにおいては、カルマンフィルタでドリフト誤差を推定し、それを INS 計算から除去することで、高い航法精度を維持した長時間の航法が可能となる。

精度予測においても同様に、INS 誤差の推定精度を予測することで、線形の枠組み内で理論精度を計算することができる。カルマンフィルタを誤差推定のツールとして用いる場合、その推定精度はリカッチ方程式に従う誤差共分散行列の要素として現れる。線形化されたフィルタのシステムモデル、観測モデルが現実のダイナミクス、キネマティクスを正確にモデル化していれば、誤差共分散行列から求められる推定精度も、現実の精度の統計値を正確に表している。この方法で精度予測することを一般に共分散解析と呼ぶ。共分散解析により DGPS/INS 複合航法システムの理論精度を正確に求められるかは、推定される誤差（INS のドリフト誤差と観測データとして用いられる GPS の誤差）のシステムモデルと観測モデルをいかに正確に構築するかによっている。

システムモデル、観測モデルの正確さには 2 つの観点がある。1 つは線形近似の精度、1 つは線形化後のモデル記述の精度である。DGPS/INS 複合航法の場合、微小な INS 誤差（例えば 500 海里飛行する間に、1 海里的誤差が出たとしてもその比率は 1/500 である）を推定するので線形近似の精度は高い。したがって、本研究では線形の枠組み内でのモデルの高精度化を問題とし、線形近似の精度は問わない。

モデル記述の精度は、その誤差を表す状態量を細かく分割していけばいくほど精度が向上する。本研究では、誤差モデルの構築に関して、最新の技術成果を用い、明かでないものは実験データでそれを補い、信頼性の高い理論精度解析の手法を提案することを目的とする。したがって、誤差を表す状態量もそれなりの次元を持つことが予想される。しかし、オンボードで実時間の航法計算を行うといった観点からは、ドリフト誤差を正確に推定するためといってもモデル化できる状態量の数には必ずから制限がある。そこで共分散解析を行う場合には、不

十分な誤差モデルを持つ搭載カルマンフィルタ（オンボードで動作）で INS のドリフト誤差などを推定したとき、できるだけ正確にモデル化された誤差モデルからみると、その推定精度を表す誤差共分散行列はどのようにして計算されるか一般的なアルゴリズムを導出しておく必要がある。

第 2 章で定式化したカルマンフィルタのアルゴリズムに従って、状態量を推定するとしたときに、その推定誤差を以下の式で定義する。

$$\tilde{X}(t_k) = \hat{X}(t_k) - X(t_k) \quad (3.1-1)$$

ここで、 $\hat{X}(t_k)$ および $X(t_k)$ は

$$\hat{X}(t_k) = (\hat{x}_k, 0)^T \quad (3.1-2)$$

$$X(t_k) = (x_k, x_{s_err}(t_k))^T \quad (3.1-3)$$

と定義する。変数 x_k は DGPS/INS 複合航法システムにおいて搭載カルマンフィルタで推定される状態量であり、 x_{s_err} は搭載フィルタでは推定されないが、状態量 x_k の推定精度に影響を与える誤差源を表す。それぞれ、 $\hat{\cdot}$ は推定値を表し、 \cdot は真値である。また、(3.1-2) 式で定義された推定値において、 x_{s_err} に対応する量は航法フィルタで状態量として選択していないので、最適推定値を 0 と仮定する。

時刻 t_{k-1} から t_k まで時間更新したときの推定誤差は(2.3-8) 式より、

$$\begin{aligned} \tilde{X}(t_k)^- &= \hat{X}(t_k)^- - X(t_k) \\ &= W^T F^*(t_k, t_{k+1}) W \hat{X}(t_{k-1})^+ \\ &\quad - (F(t_k, t_{k+1}) X(t_{k+1}) + w(t_{k-1})) \end{aligned} \quad (3.1-4)$$

となる。ここで、観測データが入る前の推定値を $\hat{X}(t_k^-)$ とし、観測データを処理したあとの推定値を $\hat{X}(t_k^+)$ としている。また F^* は、変数 x_k に関して搭載フィルタで仮定している時間更新のための遷移行列であり、 F は x_{s_err} も含めた変数 $X(t_k)$ に関する遷移行列で、これは現実の誤差の伝播を正確にモデル化した真値である。変数 W は次元を変換するための行列で、フィルタで扱う状態量を m 次元、 x_{s_err} も含めた全体システムを n 次元とすると以下のように定義される。

$$W = \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \end{array} \right) \Bigg\}^m \quad (3.1-5)$$

したがって、時間更新時の誤差共分散行列は、

$$P(t_k)^- = E[\tilde{X}(t_k) \tilde{X}(t_k)^T] = E \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W \tilde{X}(t_{k-1})^+ \\ + DF(t_k, t_{k-1}) X(t_{k-1})^+ - w(t_{k-1}) \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W \tilde{X}(t_{k-1})^+ \\ + DF(t_k, t_{k-1}) X(t_{k-1})^+ - w(t_{k-1})^T \end{array} \right) \end{array} \right] \quad (3.1-6)$$

となる。ここで DF は以下のように定義する。

$$DF(t_k, t_{k-1}) = W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W - F(t_k, t_{k-1}) \quad (3.1-7)$$

今、

$$\begin{aligned} V(t_k) &= E[X(t_k) \tilde{X}(t_k)^T] \\ U(t_k) &= E[X(t_k) X(t_k)^T] \end{aligned} \quad (3.1-8)$$

とすると、(3.1-6) 式はこれらの変数を用いて、

$$P(t_k)^- = W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W P(t_{k-1})^+ (W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W)^T + W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W V(t_k)^+ DF(t_k, t_{k-1})^T + DF(t_k, t_{k-1}) V(t_k)^+ (W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W)^T + DF(t_k, t_{k-1}) U(t_k) DF(t_k, t_{k-1})^T + Q(t_k, t_{k-1}) \quad (3.1-9)$$

と表される。共分散行列 U, V の時間更新もその定義より、

$$V(t_k)^- = F(t_k, t_{k-1}) V(t_{k-1})^+ (W^T F^*(t_k, t_{k-1}) W)^T + F(t_k, t_{k-1}) U(t_{k-1}) DF(t_k, t_{k-1})^T - Q(t_k, t_{k-1}) \quad (3.1-10)$$

$$U(t_k) = F(t_k, t_{k-1}) U(t_{k-1}) F(t_k, t_{k-1})^T + Q(t_k, t_{k-1}) \quad (3.1-11)$$

と計算される。

なお、(3.1-4) 式において航法フィルタで仮定した遷移行列 F^* が、真の伝播モデル F の m 行 m 列部分の内容と等しいとき（すなわち、搭載フィルタのモデルと真のモデルの次元のみが違ふとき）、 $W^T F^* W$ を F と置き換えることができる。そのとき、

$$DF(t_k, t_{k-1}) = 0 \quad (3.1-12)$$

$$P(t_k)^- = F(t_k, t_{k-1}) P(t_{k-1})^+ F(t_k, t_{k-1})^T + Q(t_k, t_{k-1}) \quad (3.1-13)$$

と簡単化される。

観測データが入力された後、(2.3-11) 式にしたがって観測更新を行ったときの推定誤差は、(2.3-10) 式で定義された観測方程式を用いて、

$$\begin{aligned} \tilde{X}(t_k)^+ &= \hat{X}(t_k)^+ - X(t_k) \\ &= \hat{X}(t_k)^- + W^T k_k^* (z_k - h_k^{*T} W \hat{X}(t_k)^-) - X(t_k) \\ &= (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W) \hat{X}(t_k)^- \\ &\quad - (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W) X(t_k) + W^T k_k^* v_k \\ &= (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W) \hat{X}(t_k)^- \\ &\quad - W^T k_k^* D h_k^T X(t_k) + W^T k_k^* v_k \end{aligned} \quad (3.1-14)$$

となる。ここで k_k^* と h_k^* は、それぞれ搭載フィルタで用いるカルマンゲインと観測行列である。また h_k は、状態量 $x_{s, err}$ も考慮した真の観測行列である。 h_k^* と h_k には以下の関係がある。

$$D h_k = W^T h_k^* - h_k \quad (3.1-15)$$

このときの誤差共分散行列は、

$$P(t_k)^+ = E \left[\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W) \hat{X}(t_k)^- \\ - W^T k_k^* D h_k^T X(t_k) + W^T k_k^* v_k \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{l} (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W) \hat{X}(t_k)^- \\ - W^T k_k^* D h_k^T X(t_k) + W^T k_k^* v_k \end{array} \right)^T \end{array} \right] \quad (3.1-16)$$

と表される。(3.1-8) 式の定義を利用すると、

$$\begin{aligned} P(t_k)^+ &= (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W) P(t_k)^- (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W)^T \\ &\quad - (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W) V(t_k)^- DF(t_k, t_{k-1})^T W \\ &\quad - W^T k_k^* D h_k^T V(t_k)^- (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W)^T \\ &\quad + W^T k_k^* r_k h_k^{*T} W \end{aligned} \quad (3.1-17)$$

となる。また行列 V の観測更新は、

$$V(t_k)^+ = V(t_k)^- (I - W^T k_k^* h_k^{*T} W)^T - U(t_k) D h_k k_k^{*T} W \quad (3.1-18)$$

である。 U は、真値に関する共分散行列なので観測デー

タによる更新はない。

時間更新の時と同じく、搭載フィルタで仮定している観測行列が、真の観測行列の1行から m 行までの内容と等しいとき（すなわち、搭載フィルタのモデルと真のモデルの次元のみが違ふとき）、 $W^T \mathbf{h}_k^*$ は \mathbf{h}_k と置き換えてもよい。そのとき、

$$D\mathbf{h}_k = 0 \quad (3.1-19)$$

$$P(t_k)^+ = (I - W^T \mathbf{k}_k^* \mathbf{h}_k^T)^T P(t_k)^- (I - W^T \mathbf{k}_k^* \mathbf{h}_k^T) + W^T \mathbf{k}_k^* \mathbf{r}_k \mathbf{k}_k^{*T} W \quad (3.1-20)$$

と簡化される。また、(3.1-19)式が満たされなくても、観測更新で \mathbf{h}_k の $m+1$ から n 次の項が0に固定されていればやはり、(3.1-20)式が適用できる。

以上より、線形近似が成立する前提のもと、搭載フィルタの時間更新、観測更新それぞれについて、(3.1-9)式と(3.1-20)式を用いて推定精度を表す誤差共分散行列を計算することができる。その際、真の誤差モデルのダイナミクスを表す遷移行列 $F(t_k, t_{k-1})$ 、観測行列 \mathbf{h}_k 、プロセスノイズの共分散行列 $Q(t_k, t_{k-1})$ 、観測ノイズの共分散行列 \mathbf{r}_k を精度よくモデル化することが、複合航法システムの理論精度予測を正確に行うために重要である。これについては次節以降で述べる。

3.2 提案する複合航法センサの誤差モデル

3.2.1 GPS 誤差モデル¹⁷⁾

本研究では、観測データとしてシュードレンジ、デルタレンジ、搬送波位相を考慮する。ここでは、それぞれの観測データに含まれる誤差をモデル化する。

シュードレンジを観測データとして用いる場合、本研究では以下の誤差を考える。

SA による誤差 (d_{SA})

電離層遅延による誤差 (d_{iono})

対流圏遅延による誤差 (d_{trop})

受信機クロック誤差 (dt_3)

受信機の観測誤差 (dr)

ただし、() 内は、(2.2-5)式で用いた変数である。

さらに搬送波位相では、位相アンビギュイティも誤差としてモデル化する。

搬送波位相アンビギュイティ (n)

同様に () 内は、(2.2-10)式で用いた変数である。

SA モデル

SA は、放送層に含まれる GPS 衛星の位置情報とクロック誤差情報に、故意に誤差を入れたもので航法精度を悪化させる。したがって、SA を正確にモデル化するために

は真の GPS 衛星の位置、クロックの GPS タイムからのずれを推定し、それと放送層の値とを比較する必要がある。しかし、真の軌道層を推定するためには世界中に受信機を設置して、同時に GPS の観測を実施しなければならず容易ではない。また SA による誤差は、最終的にはレンジ誤差となって航法計算に現れるので、衛星位置、クロック個別にモデル化しても測位精度の予測には有効でない。ここでは、航法性能を予測するとの立場から、レンジ誤差となった SA をモデル化する。

SA によるレンジ誤差を実験的に観測するためには (2.2-5)式で示したシュードレンジに関する観測方程式のうち、SA によるレンジ誤差以外のすべてをもとめ、以下の計算をする。

$$d_{SA} = r(t_3) - |\mathbf{r}(t_3) - \mathbf{r}_{sv}(T_2)| - d_{sag} - d_{iono} - d_{trop} - c(dt_3 - Dt_2) \quad (3.2-1)$$

(3.2-1)式右辺において、 $r(t_3)$ は観測データ、第二項と d_{sag} は定点に設置された受信機の位置から正確に計算することができる。また、 Dt_2 も放送層から計算できる。その結果、 d_{SA} を計算する上での誤差源となるのは、大気遅延量と受信機のクロック誤差のみである。このうち大気遅延量は、あとに述べる GPS に関する最新の知見から得られたモデル式で計算する。一方、受信機のクロック誤差は、各衛星のシュードレンジに共通の誤差なので、航法計算で行うのと同様の観測残差の2乗和が最小になるよう推定する。

図3.2-1は、(3.2-1)式に基づき地上定点でSAを実験的にモニタした結果である。長時間データを取得できた4衛星 (PRN 1, PRN 5, PRN 6, PRN 20) について示した。横軸はGPSタイムであるが、3,600秒で割った剰余である。図中に、各衛星のSAの標準偏差を示したが、20.4 m ~ 34.8 m と公称値の30 m とほぼ対応がとれている。図3.2-2は、各衛星のSAを正規化して、その電力密度を計算したものである。どの周波数帯にSAが分布しているか分かる。これをみると、0.006 Hz までに一つの山があり、0.015 Hz までにもう一つの山があることが分かる。それぞれ1次のマルコフ過程で近似すると、対応する時定数は167秒と67秒となり、長周期と短周期の誤差が含まれていることが予測される。

その後も同様の方法で、継続的にSAの実験データを取得してモデル化を行った結果、SAを短周期と長周期の1次マルコフ過程の和として表すものとし、

$$d_{SA} = d_{SA_S} + d_{SA_L} \quad (3.2-2)$$

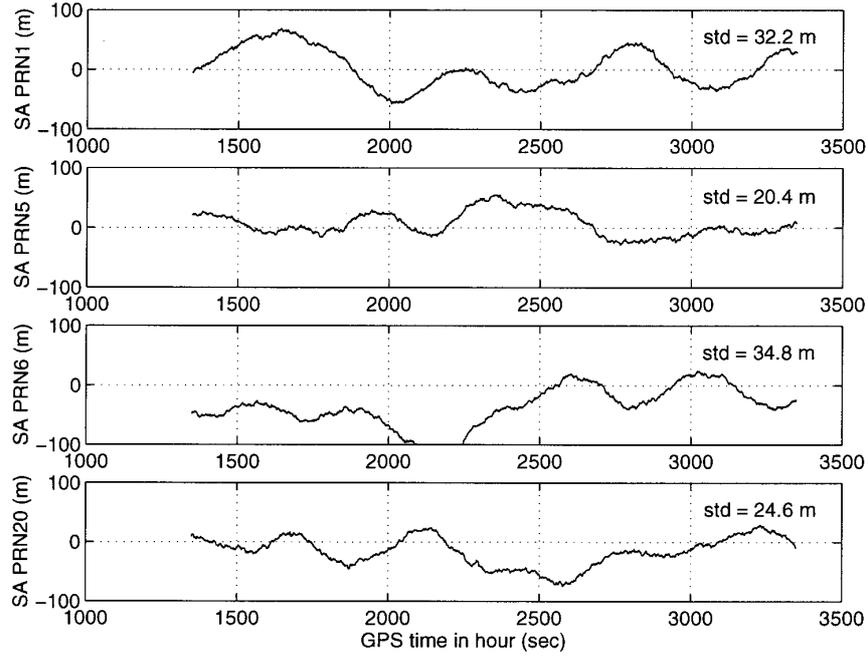


図 3 . 2 - 1 地上定点でモニタした SA

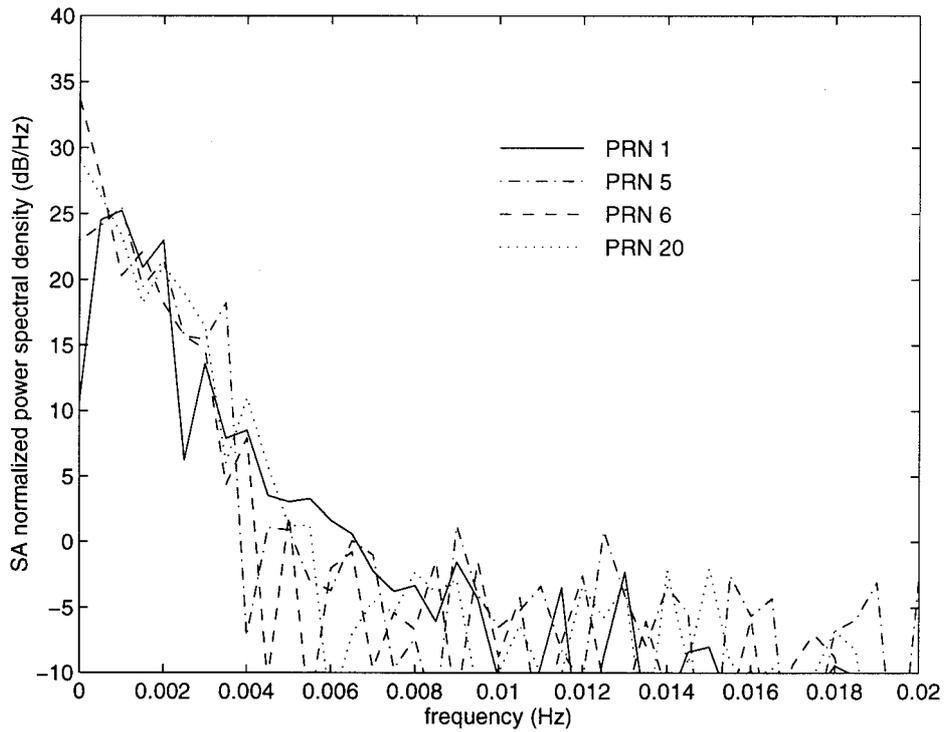


図 3 . 2 - 2 SA の電力密度

$$\dot{d}_{SA-S} = -\frac{1}{T_{SA-S}} d_{SA-L} + w_{SA-S} \quad (3.2-3)$$

とした．上記モデルのパラメータは実際の GPS 信号の受信実験から，表 3 . 2 - 1 で示す値を採用した．

$$\dot{d}_{SA-L} = -\frac{1}{T_{SA-L}} d_{SA-L} + w_{SA-L} \quad (3.2-4)$$

電離層遅延

電離層遅延とは，電離層を電波が通過する際にその群速度（変調波の速度）が遅くなることに起因するレンジ

表 3. 2 - 1 SA モデルで用いたパラメータ値

パラメータ	仕様値
初期値の分散 $E[d_{SA,S}(0)^2]$	$(10.6 \text{ m})^2$
初期値の分散 $E[d_{SA,L}(0)^2]$	$(28.3 \text{ m})^2$
時定数 $T_{SA,S}$	90 sec
時定数 $T_{SA,L}$	200 sec
プロセスノイズの電力密度 $P_S(w_{SA,S})$	$2E[d_{SA,S}(0)^2] / T_{SA,S}$
プロセスノイズの電力密度 $P_S(w_{SA,L})$	$2E[d_{SA,L}(0)^2] / T_{SA,L}$

測定の誤差である。ただし、搬送波位相データを使用する場合は、群速度ではなく搬送波の位相速度の電離層内における変化が問題になり、これは逆に電離層内で速くなる。その結果、シュドレンジと搬送波位相の遅延量は正負反対となる。それぞれのレンジ誤差の大きさは、電波の中心周波数と経路に沿った総電子量 (TEC, Total Electron Content) によって決まり、以下の式で計算される。

$$d_{iono} = \frac{40.3}{f^2} \int_0^R N_e dr \quad (3.2-5)$$

ここで、 N_e は局所電子密度で、伝搬経路に沿った積分値が TEC となる。

しかし、 N_e は位置、時間帯、太陽活動の周期によって様々に変化し、(3.2-5)式で計算できるよう表せない。そこで、実験的に GPS における d_{iono} の値を計測し、モデル化する必要がある。GPS の最新の知見によれば、Klobuchar のモデル¹⁸⁾ が扱いやすく比較的精度が高いとされている。これは、天頂方向の遅延量を、局所時刻の午後 2 時を最大とするサイン曲線でモデル化したもので、その周期と振幅は 3 次の多項式で計算される。GPS 衛星からの放送層にはこの多項式の係数が電離層遅延パラメータとして含まれているので計算に利用することができる。このモデルにより計算された遅延量は実際の値に対して 50% 程度の精度と言われている¹⁹⁾。これはパラメータが全世界同一であり、更新周期も数日以上と長いためである。

本研究では、60 秒ごとに Klobuchar のモデルを用いて電離層遅延を計算し、その間はコンスタント・バイアスとした。すなわち、

$$\dot{d}_{iono,i} = 0 \quad (3.2-6)$$

$$d_{iono,i}(t_k) = f_{iono}(E_i, A_i) \quad (3.2-7)$$

である。ここで、 $d_{iono,i}$ は i 番目の GPS 衛星の電離層遅延、 E_i, A_i はそれぞれ、ユーザから i 番目の GPS 衛星を見たと

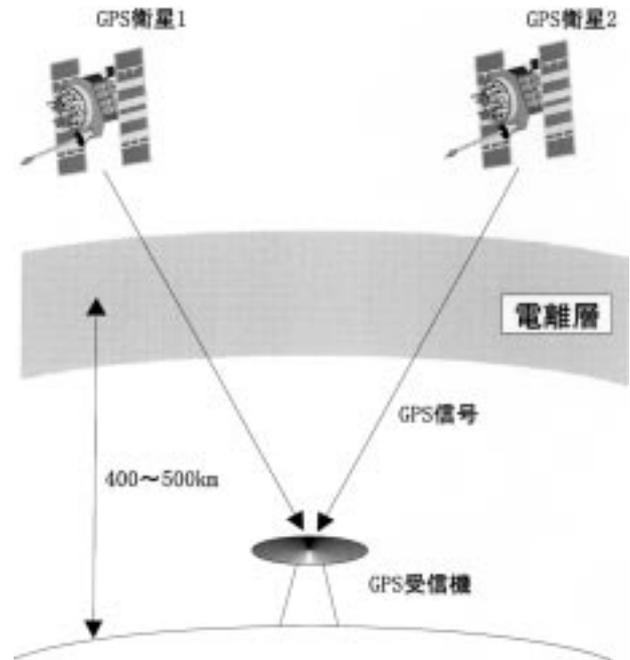


図 3. 2 - 3 電離層と GPS 信号の伝搬経路

きの仰角、方位角である。 f_{iono} は、Klobuchar のモデルに基づき電離層遅延量の大きさを計算するための関数で、天頂方向以外の遅延量の計算には、GPS 衛星の仰角をパラメータとするマッピング関数を使う。Klobuchar のモデルの詳細については付録 3 に示した。

本研究のモデルの特長は、衛星ごとに電離層遅延を状態量として定義することである。電離層はその局所電子密度からみると、高度 400 ~ 500 km にその中心がある。今、2 つの GPS 衛星が 30° 離れた方向に見えるとすると、それぞれの衛星から来る GPS 信号は、電離層では 200 ~ 300 km 離れた位置を通過することになる (図 3. 2 - 3)。この程度の距離が離れると電離層遅延は互いに無相関であるといつてよく、誤差モデルは各衛星との観測データごとに定義する必要がある。

対流圏遅延

対流圏遅延は、大気と真空中におけるマイクロ波の屈折率の違いから生じる電波経路長の変化によって引き起

こされる。この変化は、変調波、搬送波に依らないのでシュードレンジ、搬送波位相とも同じ遅延量を含む。

大気中の電波の屈折率 n は、20 GHz より低い周波数のマイクロ波に対して以下の式で与えられる。

$$n - 1 = \left(0.776 \frac{P}{T} + 3.73 \cdot 10^3 \frac{e}{T^2} \right) \cdot 10^{-6} \quad (3.2-8)$$

ここで、 P と e は Pa 単位で表した気圧及び水蒸気分圧である。 T は温度で K 単位で表されている。(3.2-8) 式のうち、右辺第 1 項は気圧と気温のみに依存する項であるからドライ項、第 2 項は水蒸気分圧に依存するからウェット項と呼ぶ。

屈折率 n ではなく、実際の GPS の遅延量 d_{trop} が計算できるモデルとして精度が高いものに、Saastamoinen のモデルがある²⁰⁾。これは(3.2-8)式のドライ項とウェット項の両方を含むもので、気圧、気温、水蒸気分圧をパラメータとする関数である。本研究では、電離層と同じく 60 秒ごとに計算されるコンスタント・バイアスであると仮定し、以下のモデルを使用する。

$$d_{trop,z} = 0 \quad (3.2-9)$$

$$d_{trop,z}(t_k) = f_{trop}(P, T, e) \quad (3.2-10)$$

$$d_{trop,i}(t_k) = M_{trop}(E_i) \cdot d_{trop,z}(t_k) \quad (3.2-11)$$

ここで、 $d_{trop,z}$ は天頂方向の対流圏遅延、 $d_{trop,i}$ は i 番目の GPS 衛星の対流圏遅延である。

本研究のモデルの特長は、対流圏遅延を計算するための状態量として、衛星数には関係なく天頂方向の遅延量のみの一状態量を考えていることである。これは、電波の屈折率に影響を与える大気層は、せいぜい数十 km までの高度であるから、電離層遅延とは異なり、それぞれの衛星の観測データに含まれる対流圏遅延量は、互いに強い相関をもっているためである(図3.2-4)。そして、各衛星ごとの対流圏遅延は、天頂方向に関するマッピング関数 M_{trop} を介して求める。マッピング関数 M_{trop} としては CfA-2.2 のマッピング関数を用いた²¹⁾。これらの詳細は付録 3 で述べる。

受信機クロック誤差

受信機クロックの GPS タイムからのオフセット dt_3 は、受信機の各チャンネルで共通の値をもつので、通常は未知変数として推定される対象となる。したがって、そのダイナミクスを正確にモデル化することは非常に重要で

ある。従来は、クロック誤差を時刻バイアスとドリフト(周波数のバイアス)の 2 次元でモデル化することが多かったが、本研究では実際のクロックのデータをもとに

こされる．この変化は，変調波，搬送波に依らないのでシュドレンジ，搬送波位相とも同じ遅延量を含む．

大気中の電波の屈折率 n は，20 GHz より低い周波数のマイクロ波に対して以下の式で与えられる．

$$n - 1 = \left(0.776 \frac{P}{T} + 3.73 \cdot 10^3 \frac{e}{T^2} \right) \cdot 10^{-6} \quad (3.2-8)$$

ここで， P と e は Pa 単位で表した気圧及び水蒸気の分圧である． T は温度で K 単位で表されている．(3.2-8) 式のうち，右辺第 1 項は気圧と気温のみに依存する項であるからドライ項，第 2 項は水蒸気分圧に依存するからウェット項と呼ぶ．

屈折率 n ではなく，実際の GPS の遅延量 d_{trop} が計算できるモデルとして精度が高いものに，Saastamoinen のモデルがある²⁰⁾．これは (3.2-8) 式のドライ項とウェット項の両方を含むもので，気圧，気温，水蒸気分圧をパラメータとする関数である．本研究では，電離層と同じく 60 秒ごとに計算されるコンスタント・バイアスであると仮定し，以下のモデルを使用する．

$$\dot{d}_{trop,z} = 0 \quad (3.2-9)$$

$$d_{trop,z}(t_k) = f_{trop}(P, T, e) \quad (3.2-10)$$

$$d_{trop,i}(t_k) = M_{trop}(E_i) \cdot d_{trop,z}(t_k) \quad (3.2-11)$$

ここで， $d_{trop,z}$ は天頂方向の対流圏遅延， $d_{trop,i}$ は i 番目の GPS 衛星の対流圏遅延である．

本研究のモデルの特長は，対流圏遅延を計算するための状態量として，衛星数には関係なく天頂方向の遅延量のみの一状態量を考えていることである．これは，電波の屈折率に影響を与える大気層は，せいぜい数十 km までの高度であるから，電離層遅延とは異なり，それぞれの衛星の観測データに含まれる対流圏遅延量は，互いに強い相関をもっているためである (図 3.2-4)．そして，各衛星ごとの対流圏遅延は，天頂方向に関するマッピング関数 M_{trop} を介して求める．マッピング関数 M_{trop} としては CfA-2.2 のマッピング関数を用いた²¹⁾．これらの詳細は付録 3 で述べる．

受信機クロック誤差

受信機クロックの GPS タイムからのオフセット dt_3 は，受信機の各チャンネルで共通の値をもつので，通常は未知変数として推定される対象となる．したがって，そのダイナミクスを正確にモデル化することは非常に重要である．従来は，クロック誤差を時刻バイアスとドリフト

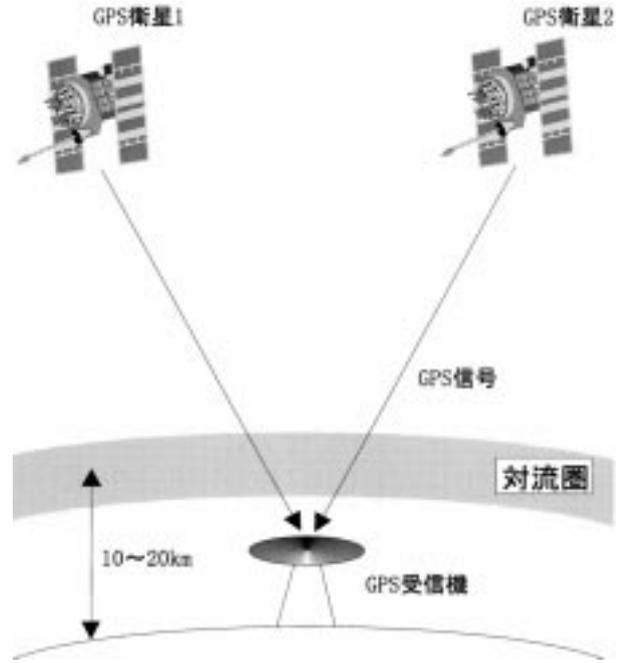


図 3.2-4 対流圏と GPS 信号の伝搬経路

(周波数のバイアス) の 2 次元でモデル化することが多かったが，本研究では実際のクロックのデータをもとにそのダイナミクスを同定する．

図 3.2-5 は，GPS 受信機で一般的に使用される温度制御型的水晶発振器 (TCXO, Temperature Controlled Crystal Oscillator) の短期安定度を計測し (図中，点，日本電波工業製，OREX 搭載 GPS 受信機で使用されたもの²²⁾)，それを実線で結んだものである．短期安定度は，以下の式で計算した．

$$s_{clk_short}(t) = \sqrt{\langle \bar{f}_{k+1} - \bar{f}_k \rangle^2 / 2} \quad (3.2-12)$$

ここで， $\langle \rangle$ は相平均を表す．また正規化されたクロック周波数 (クロック出力を中心周波数で割ったもの) の時刻 k における t 秒間の平均値を \bar{f}_k とする．さらに時刻 k と時刻 $k+1$ との時間差も t である．また，表 3.2-2 に短期安定度，周波数誤差電力密度，位相誤差電力密度の数学的関係を示す．

図 3.2-5 より，実際の TCXO 誤差は単に時刻バイアスとそのドリフトではなく，位相ホワイトノイズ，周波数ホワイトノイズ，周波数フリッカーノイズ，周波数ランダムウォークが合わさったものであることが分かる．そして，それぞれの誤差が顕著になる時定数は異なっている．実データより，通常の GPS 受信機で使用される TCXO では，受信機の追尾ループのバンド幅 (0.1 Hz ~ 10.0 Hz 程度) から考慮しなければならない誤差源は，周波数ランダムウォーク，フリッカーノイズの 2 種類であ

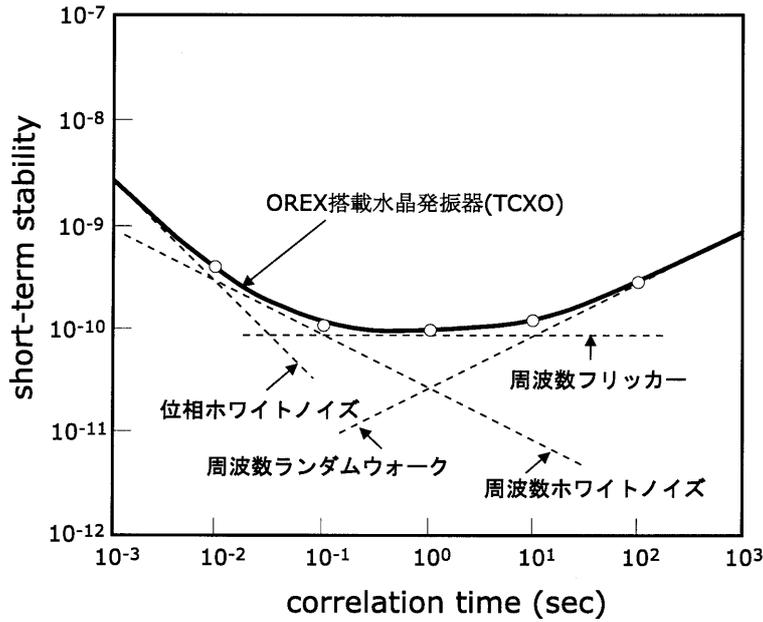


図 3 . 2 - 5 水晶発振器の短周期安定度

表 3 . 2 - 2 クロックの誤差源とその数学モデル

誤差モデル	短期安定度	周波数誤差電力密度	位相誤差電力密度
周波数ランダムウォーク	$2\pi\sqrt{\frac{h_2\tau}{6}}$	$\frac{h_2}{f^2}$	$\frac{h_2}{(2\pi)^2 f^4}$
フリッカーノイズ	$\sqrt{h_{-1} 2 \ln 2}$	$\frac{h_{-1}}{f}$	$\frac{h_{-1}}{(2\pi)^2 f^3}$
周波数ホワイトノイズ	$\sqrt{\frac{h_0}{2\tau}}$	h_0	$\frac{h_0}{(2\pi)^2 f^2}$
位相ホワイトノイズ	$\frac{\sqrt{h_2 3 f_h}}{2\pi\tau}$	$h_2 f^2$	$\frac{h_2}{(2\pi)^2}$

注： h_2, h_{-1}, h_0, h_2 はそれぞれ誤差の大きさを示す係数。 f_h は位相ホワイトノイズのカットオフ周波数。

ることが分かる。

本研究で用いる受信機クロック誤差のダイナミクスモデルを以下に示す。

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} dt_3 \\ n_r \\ n_{f1} \\ n_{f2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & k_f & k_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/T_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dt_3 \\ n_r \\ n_{f1} \\ n_{f2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ w_{nr} \\ k_1 w_{nf} \\ k_2 w_{nf} \end{pmatrix} \tag{3.2-13}$$

ここで、 n_r は周波数ランダムウォーク、 w_{nr} はランダム

ウォークを励起するノイズ、 n_{f1}, n_{f2} はフリッカーノイズ、そして w_{nf} はフリッカーノイズを励起するノイズである。また、(3.2-13) 式で定義された 4 つの変数をまとめて、

$$d_{clk} = (dt_3, n_r, n_{f1}, n_{f2})^T \tag{3.2-14}$$

とする。

受信機の観測誤差

GPS 信号が受信機アンテナに到達してから生じる誤差として、受信機の観測誤差がある。観測誤差は大きくマルチパス誤差 dx_m, df_m 、受信機バイアス dx_0, df_0 、受信

機ノイズ dx_n, df_n に分けられる。すなわち、

$$\begin{aligned} \text{シュードレンジ} : dx &= dx_m + dx_b + dx_n \\ \text{搬送波位相} : df &= df_m + df_b + df_n \end{aligned} \quad (3.2-15)$$

である。このうち、受信機ノイズはスムージング技術で小さくすることができるが、それ以外は除去できずに残る。

a. マルチパス誤差 (dx_m, df_m)

マルチパス誤差は、GPS 信号が地面や構造物に反射してからアンテナに到達したものと、ダイレクトに受信されたものとが混じりあって受信機内で処理されるために生じる誤差である。マルチパスを含んだ GPS 信号は以下のように書くことができる。

$$S_m(t) = AC_f(t) \cos(w_L t + f) + aAC_f(t-d) \cos[w_L(t-d) + f] \quad (3.2-16)$$

ここで、 A は信号の振幅、 $C_f(t)$ は C/A コードなどレンジ測定のためのコード信号、 w_L は搬送波の周波数、 f は搬送波の位相である。 a はマルチパス信号の振幅を決めるスケール値、 d は反射などによる信号の到達時間の遅れである(3.2-16)式ではマルチパス信号は 1 つしかないが、実際は様々な経路で混入してくるので複数の信号の和となる。 a は通常 1 よりも小さい。これは、反射波は直線偏波となり右旋偏波用の GPS アンテナではゲインが 3 dB 下がること、通常反射波はアンテナの下面方向から入射するがこの方向のアンテナ・ゲインが低いこと、などによる。

マルチパスが存在するときの誤差は、そのマルチパスの振幅 aA 、時間遅れ d 、レンジ測定に使用するコード $C_f(t)$ と、そのときの信号処理の方法によって異なってくる。周波数 w_L は、通常の信号処理ではノンコヒーレント (non-coherent) で動作するよう設計されるので影響ない。マルチパスの振幅 aA は、アンテナの性能、設置環境等によって変わる。時間遅れ d は、いろいろな信号の到達経路が考えられるので、ダイレクトの信号と相互相関のなくなるまで (PRN コードの場合、1.5 チップ遅れ) すべてのケースを考えなければならない。信号処理で影響を与えるのは、追尾ループの位相誤差検出器 (discriminator) の構成で、これをどう設計するかで出力誤差が変わる。例えば、従来の C/A コード受信機では最大 60 m 程度のマルチパス誤差もありえたのが、同じ条件でも狭域相関器 (narrow correlator) 付きの受信機では最大 10 m、さらにマルチパス除去機能を付加すると最大 3 m 程度と、受信機技術の進歩で性能が向上した²³⁾。

以上のように、信号環境、受信機の設計によってマルチパス誤差は変わるので、全ての実データに通用するモデルの作成は不可能である。本研究では、マルチパス誤差のモデルとして、誤差の大きさ s_m と時定数 T_m で決まる 1 次マルコフ過程を採用する。すなわち、 i 番目の衛星のマルチパス誤差 $dx_{m,i}$ ($df_{m,i}$ についても同じ) は、

$$\begin{aligned} dx_{m,i} &= -\frac{1}{T_m} dx_{m,i} + w_{m,i} \\ Ps(w_{m,i}) &= 2s_m^2 / T_m \end{aligned} \quad (3.2-17)$$

と表される。ここで Ps は、プロセスノイズの電力密度 (各衛星共通とした) である。 s_m としては、実データから、シュードレンジの場合は 0.3 m ~ 60 m 程度、搬送波位相の場合は 0.3 cm ~ 1.0 cm 程度であると考えられる。また、 T_m としては数十秒から数百秒を考える。

このモデルの特長は、全ての衛星についてマルチパス誤差の状態量を定義することである。これは、受信衛星の方向により、マルチパスの値がまったく異なるという実データに基づくものである。

b. 受信機バイアス (dx_b, df_b)

各 GPS 衛星までの測定レンジに含まれるバイアスで、その値がそれぞれ異なり、クロックバイアスのなかに入れないものに受信機のチャンネル間バイアスと、搬送波位相のアンビギュイティがある。チャンネル間バイアスは、GPS 信号が受信機のなかで各チャンネルごとに分けられた後に生じるバイアス誤差であるが、近年の受信機では分割したあとの処理がすべてデジタルで行われるため、その大きさは無視できるほど小さい。したがって、本研究ではモデル化していない。

c. 受信機ノイズ (dx_n, df_n)

観測量に含まれるノイズは、信号処理の過程で生じる熱雑音によって励起されるもので、平均値 0 のランダム雑音である。その生成要因が明らかなため、大きさも理論的に計算できる。すなわち、受信機の追尾ループのパラメータを用いて以下のように計算できる²⁴⁾。

$$s_x = D \sqrt{\frac{B_D N_0 d}{2C} \left(1 + \frac{2B_{IF} N_0}{C(2-d)} \right)} \quad (3.2-18)$$

搬送波位相の場合は、

$$s_f = 1 \sqrt{\frac{B_C N_0}{2C} \left(1 + \frac{B_{IF} N_0}{4C} \right)} \quad (3.2-19)$$

ここで, C/N_0 は GPS 信号の受信機における信号対雑音電力密度比, D は PRN コード (測距のための C/A コードなど) の 1 チップの長さ, λ は搬送波の一波長の長さ, B_{IF} は受信機中間周波数部のバンド幅, B_D はディレイロック・ループのバンド幅, B_C はコスタス・ループのバンド幅である. また, (3.2-18) 式において d は, ディレイロック・ループの相関器において, 受信機時計より位相を進めて PRN コードを作成した Early 信号と位相を遅らせて PRN コードを生成した Late 信号の位相差 (単位はコードの 1 チップ) を示したもので, その値は 1 ~ 0.1 程度の値を取り, 受信機的设计方法によって異なる.

実際の観測雑音の大きさは, 受信機の性能 (C/N_0), 処理方式の違い (B_{IF} , B_D , d) により異なるが, 現在市販されている受信機では,

$$s_x \gg 0.5 \text{ m} \quad (3.2-20)$$

$$s_f \gg 5 \text{ mm} \quad (3.2-21)$$

程度の性能がある.

本研究では, 観測雑音をガウス性の白色雑音として, シュードレンジに関して,

$$dx_n = N(0, s_x) \quad (3.2-22)$$

搬送波位相に関して,

$$df_n = N(0, s_f) \quad (3.2-23)$$

でモデル化した.

搬送波位相アンビギュイティ

搬送波位相を観測量として使う場合は, 整数倍波長分の位相のアンビギュイティを考慮しなければならない. アンビギュイティは, 搬送波の追尾ループが連続的に GPS 信号を受信している間は一定である. したがって, ここではコンスタント・バイアスとしてモデル化した. すなわち, i 番目の衛星データのアンビギュイティは,

$$\dot{n}_i = 0 \quad (3.2-24)$$

ただし, 追尾ループが信号捕捉を失敗した場合 (ロックロスまたはサイクルスリップ) は, アンビギュイティの値は変化するため, バイアス値を再設定する.

以上 ~ をまとめ, GPS 誤差モデルを, (2.3-1) 式の形で表現すると, 次のようになる.

$$\dot{x}_{GPS_err} = F_{GPS_err} x_{GPS_err} + w_{GPS_err} \quad (3.2-25)$$

ただし,

$$x_{GPS_err} = (d_{clk}, d_{SA_S}, d_{SA_L}, d_{iono}, d_{trop,z}, dx_m, n)^T \quad (3.2-26)$$

$$d_{SA_S} = (d_{SA_S,1}, d_{SA_S,2}, \dots, d_{SA_S,nc})^T \quad (3.2-27)$$

$$d_{SA_L} = (d_{SA_L,1}, d_{SA_L,2}, \dots, d_{SA_L,nc})^T \quad (3.2-28)$$

$$d_{iono} = (d_{iono,1}, d_{iono,2}, \dots, d_{iono,nc})^T \quad (3.2-29)$$

$$dx_m = (dx_{m,1}, dx_{m,2}, \dots, dx_{m,nc})^T \quad (3.2-30)$$

$$n = (n_1, n_2, \dots, n_{nc})^T \quad (3.2-31)$$

である. ここで nc は受信機のチャンネル数を示している. また, w_{GPS_err} の詳細は, 各誤差源の説明で述べたとおりである.

また, システム行列 F_{GPS_err} は,

$$F_{GPS_err} = \begin{pmatrix} F_{clk} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_{SA_S} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_{SA_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2-32)$$

ただし,

$$F_{clk} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & k_f & k_f \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/T_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/T_2 \end{pmatrix} \quad (3.2-33)$$

$$F_{SA_S} = \left(\begin{array}{cccc} -\frac{1}{T_{SA_S}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{T_{SA_S}} \end{array} \right) \Bigg\}^{nc} \quad (3.2-34)$$

$$F_{SA_L} = \left(\begin{array}{cccc} -\frac{1}{T_{SA_L}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{T_{SA_L}} \end{array} \right) \Bigg\}^{nc} \quad (3.2-35)$$

$$F_m = \left(\begin{array}{cccc} -\frac{1}{T_m} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -\frac{1}{T_m} \end{array} \right) \Bigg\}^{nc} \quad (3.2-36)$$

である。

(3.2-26)式で定義された状態量を用いて、GPS観測量の誤差をまとめると、 i 番目のGPS衛星とのシュードレンジに関しては、

$$r_{err} = cdt_3 + d_{SA_S_i} + d_{SA_L_i} + d_{iono_i} + M_{trop}(E_i) d_{trop_z} + dx_{m_i} + dx_{n_i} \quad (3.2-37)$$

搬送波位相に関しては、

$$f_{err} = \frac{f_L}{c} \left\{ cdt_3 + d_{SA_S_i} + d_{SA_L_i} - d_{iono_i} + M_{trop}(E_i) d_{trop_z} + df_{m_i} + df_{n_i} \right\} + n_i \quad (3.2-38)$$

となる(ノイズは大きさを距離の単位で表したので{ }内に入ることに注意)。

3.2.2 DGPS 誤差モデル

第2章のDGPSの定式化において、(2.2-14)式および(2.2-15)式では簡単化のため、主な誤差源は2つの観測量を引き算することで完全に消去されると仮定した。しかし、実際は完全に消去されるわけではなく、残った誤差源がDGPSの航法精度を左右する重要な要因になる。したがって、正確に航法精度を予測するためにはそれぞれの誤差源がどの程度残るか見通すことのできる誤差モデルを作る必要がある。

誤差が完全に消去されない原因は、2つの観測量が同一地点で、同一時刻に取得されたデータではないからである。したがって、DGPSで残る誤差源の大きさは、2つのデータを取得する2地点間の距離と2つのデータの取得時刻差の関数となる。

DGPSにおけるSA

SAは、(3.2-3)式と(3.2-4)式で示すように時間の関数である。したがって異なる時刻でのSAは違う値をもつ(SAには、GPS衛星の軌道位置誤差の成分も含まれており、2地点間の距離が長いと同一時刻でもSAは違う値をもつ。しかし、その影響は時刻差によるものと比較して小さいのでここでは考えない)。DGPSのように2地点以上のGPSデータの差分をとる場合、時刻同期ができていないと完全にSAの効果を取り去ることができない。

そこで本研究では、DGPSの精度を予測する際には、差分をとる2局でのデータの時間差 Dt を関数とするマッピング関数を定義し、DGPSにおける誤差源の影響度(除去されずに誤差が残る割合)をもとめる。これにより、より精密な航法精度予測ができる。

マッピング関数は、SAの詳細が公開されていないので、実データを使って実験的に決める。ここでは、3.3.1節 項と同様の方法でRTCM(Radio Technical Commission for Maritime Services)の104委員会が実験的に求めた、以下のモデルを使用する。

$$M_{SA} = 6.1 \cdot 10^{-5} Dt^2 + 1.1 \cdot 10^{-5} Dt \quad (3.2-39)$$

DGPSにおける電離層遅延

DGPSでは、電離層遅延量の値そのものより、基準局とユーザとの2点間での遅延量の差が精度に影響する。この空間相関を表すマッピング関数を本研究では、Klobucharが北米で行った電離層遅延量計測の実験結果²⁵⁾から読みとり、以下のようにモデル化する。

$$M_{iono} = a_{solar} \cdot 0.0011d \quad (3.2-40)$$

ここで、 d は2点間の距離(km)、 a_{solar} は太陽活動の強弱を示すスケール値で通常は1、最大活動期には2とする。

対流圏遅延

対流圏遅延も同様にDGPSでは絶対値そのものより、基準局とユーザとの2点間での遅延量の差が精度に影響する。ただし、対流圏遅延量の差は電離層遅延と違って、単純な距離の関数というより、それぞれの地点での気圧、温度、水蒸気分圧の差と考えた方がよい。これは、本研究の一環で実施した飛行実験で、高度方向の遅延量の差が水平方向よりも大きかったことから予測できる。

したがって、本研究ではDGPSにおいて単純にGPS観測量の差を取るのではなく、対流圏遅延を(3.2-11)式に基づいて補正してから差分を取るアルゴリズムを提案する。その際、とくに高度方向は、気圧、気温、水蒸気分圧が急激に変わるので、その変動を対流圏遅延の補正で考慮しなければならない。高度方向の気圧、気温、水蒸気分圧の変動モデルの詳細については付録3に示す。

本研究で用いる誤差モデルも上記の航法アルゴリズムと対応をとる必要がある。ここでは、対流圏遅延の補正後は距離とは関係ない一律の補正誤差が残るとし、その値を実験結果²⁶⁾で得たデータより、遅延量の0.5%とした。その結果、DGPSでの対流圏遅延のマッピング関数は、

$$M_{trop_dgps} = 0.005 M_{trop}(E_i) \quad (3.2-41)$$

となる。

DGPSにおける受信機クロック誤差

(2.2-14) および (2.2-15) 式より, DGPS では独立な 2 局の受信機クロックの差を新たなクロック誤差とおい て推定する。したがって, クロック誤差のモデルは統計 的に 2 つの誤差を足しあわせたもの, すなわち倍になる。 ただし, 基準局のクロックとして, 水晶ではなく原子時 計を使う場合は, 図 3. 2 - 5 で示した安定度が 2 桁程 度下がるので, ユーザのクロック誤差が支配的と考え てよい。その場合は, マッピング関数は 1 のままである。

DGPSにおける受信機の観測誤差

同様に 2 局の受信機誤差の足し合わせであるが, 基準 局は地上の定点にあるのでデータのスムージングが容易 である。また, 設置地点を慎重に選ぶことで, マルチパ スの影響も軽減される。そのため, 受信機誤差もユーザ の受信機によるものが支配的であると考え, マッピング 関数は 1 とする。

DGPSにおける搬送波位相アンビギュイティ

(2.2-15) 式より, 2 つのアンビギュイティの足し算と なるが, 整数定数である点は変わらない。したがってマッ ピング関数は 1 とする。

以上 ~ をまとめて, DGPS における観測量の誤差 を以下のように表す。シュドレンジに関しては,

$$\begin{aligned} r_{err_dgps} = & cdt_3 + M_{SA} (d_{SA_S_i} + d_{SA_L_i}) + M_{iono} d_{iono_i} \\ & + M_{trop_dgps} d_{trop_z} + dr_{m_i} + dr_{n_i} \end{aligned} \quad (3.2-42)$$

搬送波位相に関しては,

$$f_{err_dgps} = \frac{f}{c} \left\{ \begin{array}{l} cdt_3 + M_{SA} (d_{SA_S_i} + d_{SA_L_i}) \\ - M_{iono} d_{iono_i} + M_{trop_dgps} d_{trop_z} \\ + df_{m_i} + df_{n_i} \end{array} \right\} + n_{dgps_i} \quad (3.2-43)$$

となる。

3. 2. 3 INS 誤差モデル

INS の構成は, ここで考えるストラップダウン型の場 合, 加速度計とジャイロからなる慣性センサ (IMU, Inertial Measurement Unit) と, INS 航法計算のためのアルゴリズム

ムに分かれる。ここでは, それぞれについて誤差モデル を考える。

慣性センサ誤差モデル

慣性センサの誤差を考える場合, センサ・ハードウェ アの特性を考慮しなければならない。本研究ではジャイ ロとしてリングレーザ・ジャイロを前提に誤差モデルを 構築する。

リングレーザ・ジャイロは, リング・レーザ共振器内 のレーザの振動数が, 回転中は右回りと左回りで異なる ことから回転速度を計測する。その構造から, 従来の機 械式ジャイロと異なり, G 感誤差がないことが特長であ る。

本研究では慣性センサの誤差として, センサ軸のアライメント誤差, スケールファクタ誤差, ゼロ点オフセッ ト (バイアス), ノイズのみを考え, G 感誤差や G² 感誤差 は考慮しない。これを数学モデルで表すと以下のように なる。

$$d\mathbf{a} = \begin{pmatrix} s_{ax} & m_{axy} & m_{axz} \\ m_{ayx} & s_{ay} & m_{ayz} \\ m_{azx} & m_{azy} & s_{az} \end{pmatrix} \mathbf{a} + \mathbf{b}_{acc} + \mathbf{w}_{acc} \quad (3.2-44)$$

$$d\mathbf{w} = \begin{pmatrix} s_{gx} & m_{gxy} & m_{gxz} \\ m_{gyx} & s_{gy} & m_{gyz} \\ m_{gzx} & m_{gzy} & s_{gz} \end{pmatrix} \mathbf{w} + \mathbf{b}_{gyro} + \mathbf{w}_{gyro} \quad (3.2-45)$$

ここで, (3.2-44) 式は加速度計誤差, (3.2-45) 式はジャ イロ誤差を表す。それぞれの式において, m はアライメ ント誤差を, s はスケールファクタを, b はバイアスを, w は出力ノイズを表す。(3.2-44) ~ (3.2-45) 式を图示 すると図 3. 2 - 6 のようになる。

それぞれの誤差のダイナミクスモデルを以下に示す。 ここでは, アライメント誤差, スケールファクタをコン スタント・バイアスとし, バイアス誤差を一次マルコフ 過程で近似している。すなわち,

$$\frac{dm.}{dt} = 0 \quad (3.2-46)$$

$$\frac{ds.}{dt} = 0 \quad (3.2-47)$$

$$\frac{db.}{dt} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_b} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_b} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_b} \end{pmatrix} \mathbf{b} + \mathbf{w}_b. \quad (3.2-48)$$

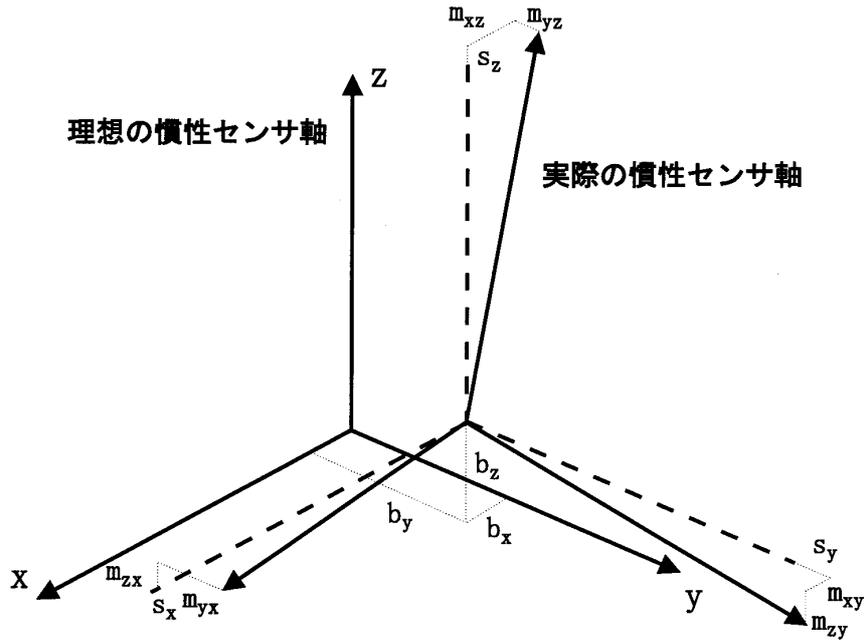


図 3 . 2 - 6 慣性センサの誤差モデル

表 3 . 2 - 3 3 軸テーブル試験におけるセンサ入力と入力誤差

センサ	入力ダイナミクス	入力誤差 (入力との比)	入力誤差の内容
ジャイロ	0 deg/sec	0.0225 deg/h (-)	地球自転レートの混入
	±10 deg/sec	0.0225 deg/h (6.25×10^{-7})	
	±20 deg/sec	0.0225 deg/h (3.13×10^{-7})	
	±30 deg/sec	0.0225 deg/h (2.08×10^{-7})	
加速度計	0 g	$1.43 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ (-)	重力の混入
	±0.25 g	$2.63 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ (1.07×10^{-4})	
	±0.5 g	$3.74 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ (7.63×10^{-5})	
	±0.75 g	$4.70 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ (6.39×10^{-5})	
	±1 g	$5.00 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ (5.10×10^{-5})	

注：加速度計の入力誤差は重力異常 $\beta=50 \text{ mgal}$ ($5 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$)の場合を示す。

である。また、出力ノイズ w はホワイトノイズでモデル化する。

それぞれの誤差の大きさとして以降の理論精度解析では、加速度計は各軸とも、ミスアライメント 1×10^{-5} 、スケールファクタ 7×10^{-5} 、バイアス $5 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ 、バイアスの時定数 600 秒とし、ジャイロは各軸とも、ミスアライメント 1×10^{-5} 、スケールファクタ 7×10^{-5} 、バイアス 0.05 deg/h、バイアスの時定数 600 秒をノミナル値として使用している。これらの値はすべて、現状の慣性センサの技術レベルからみた典型的な値である。

本研究の飛行実験で使用した INS センサは、リットン社製の LTN - 92 の同等品であり、慣性航法用としての性能を有するリングレーザジャイロを使用している。センサの精度は、これを DGPS/INS 複合航法システムに組み込む前に、地上で 3 軸テーブルを用いて測定した。実験

では、表 3 . 2 - 3 に示すように、ジャイロに関しては各軸それぞれ 0 deg/sec、± 10 deg/sec、± 20 deg/sec、± 30 deg/sec の一定の角速度を入力し、加速度計に関しては各軸それぞれ 0 g、± 0.25 g、± 0.5 g、± 0.75 g、± 1 g の一定の加速度を入力した。それぞれのケースとも 5 分間、センサのデータを収集している。3 軸テーブルはコントラパス社製の電気モータ式のもので、その姿勢精度は 3 秒角 (約 1 mrad) である。

テーブルの姿勢角誤差により、センサには所定外の入力がある。ジャイロの場合は、地球自転速度の混入とテーブルの実験中でのドリフトである。一方、加速度計には重力の混入がある。また加速度計に関しては、試験において加速度を入力する方法として地球重力を利用しているため、試験地での局所重力異常も入力誤差となる。その結果、入力角速度、入力加速度に表 3.2-3 で示すような

誤差が含まれる可能性があり、センサの精度を計測するときの誤差源となる。これをみると、ジャイロに関しては、ゼロ入力時のゼロ点オフセットとその安定度を精度解析で用いている数値と同レベルで同定できることがわかる。また、スケールファクタに関しても、精度解析のパラメータより2桁程度よい精度で同定できる。一方、加速度計に関してはゼロ入力時のゼロ点オフセットとその安定度は同定可能だが、スケールファクタに関しては誤差が大きいことが示されている。とくに試験地での局所重力異常の値はどの程度かわからないため、この表で示した数値以上の誤差になる可能性がある。本研究ではこれを受けて、ジャイロのスケールファクタとバイアス、加速度計のバイアスに関して精度解析パラメータの評価を行った。

a. ジャイロのパラメータ同定

図3.2-7は各軸ジャイロに10 deg/sec ~ 30 deg/secの角速度を入力し、そのときの出力を入力角速度で割っ

たもので、スケールファクタの値を示している。出力角速度は300秒間の平均である。その結果、本実験で用いたリングレーザジャイロのスケールファクタ誤差は、表3.2-4のようになる。この表より、理論精度解析で用いたスケールファクタ誤差の値 7.0×10^{-5} は妥当な値であったことが確認された。

図3.2-8は各軸ジャイロがゼロ入力であったときの短期安定度を示したものである。短期安定度の計算は(3.2-12)式に基づき行った。安定度の計算の際、300秒間の平均値(すなわちゼロ点オフセットのコンスタント成分)を出力から引いている。図より、各軸とも相関時間 t のルートの反比例するホワイトノイズ成分が誤差の主要なものであることがわかる。INS計算においては積分していけば消えるホワイトノイズよりも、平均時間をいくら大きくしても消えないバイアスの揺らぎ(ランダムウォークなど)が重要である。実験では相平均のデータ数を確保する上から平均時間を長くとれなかったが、長くしていくとどこかで安定度の下限となるはずである。

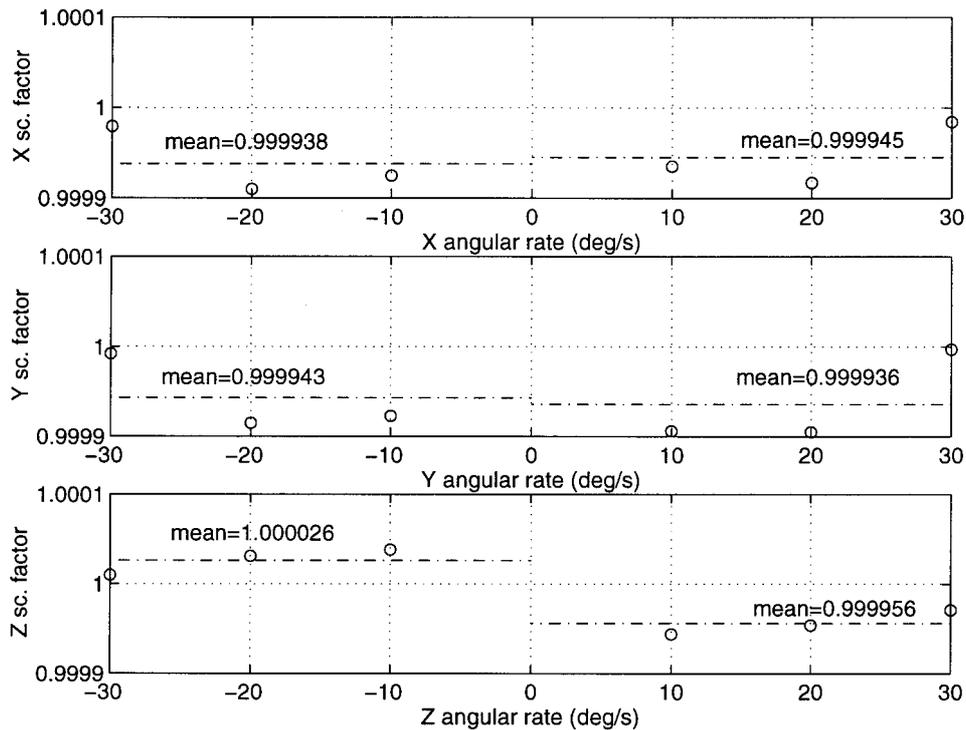


図3.2-7 ジャイロのスケールファクタ

表3.2-4 ジャイロのスケールファクタ誤差

ジャイロ軸	正入力	負入力
X軸	-5.5×10^{-5}	-6.2×10^{-5}
Y軸	-6.4×10^{-5}	-5.7×10^{-5}
Z軸	4.4×10^{-5}	-2.9×10^{-5}

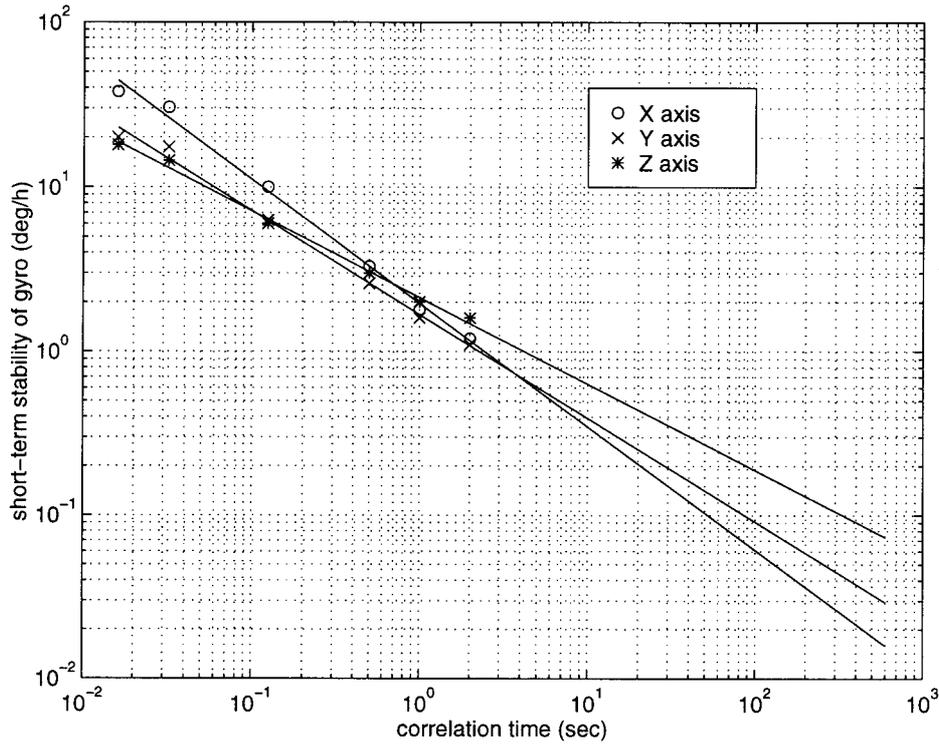


図 3 . 2 - 8 ジャイロのバイアス短期安定度

表 3 . 2 - 5 ジャイロバイアスの安定度 (相関時間 600 秒での値)

ジャイロ軸	X 軸	Y 軸	Z 軸
バイアス安定度	0.016 deg/h	0.029 deg/h	0.073 deg/h

通常,INSでは初期アライメントの時間を10分間とる.これは10分間以上だとかえてランダムウォークなどの誤差源が顕著になり,平滑化する効果がなくなるからである.ここでも,同様に600秒までは平均時間を増やせば安定度はよくなると考えて,ここでのジャイロバイアスの値を求めた.その結果,ジャイロバイアスは表3.2-5で示す値となった.この表より,精度解析においてジャイロバイアスを大きさが0.05 deg/hで600秒の時定数をもつ一次マルコフ過程でモデル化したことの妥当性が確認された.

b. 加速度計のパラメータ同定

加速度計ではスケールファクタが正確に同定できないので,そのバイアスのみを評価する.図3.2-9は各軸加速度計がゼロ入力であったときの短期安定度を示したものである.計算方法はジャイロの場合と全く同様である.やはり相関時間 t_c のルートに反比例するホワイトノイズが誤差の主要な成分であることがわかる.ただし,Z軸だけがノイズの大きさが小さい.INSの取扱説明書によると,Z軸のみ高周波ノイズを除去するフィルタを挿

入しているとのことなのでその影響と考えられる.

ジャイロと同様に,相関時間600秒での加速度バイアスの安定度を求めると表3.2-6のようになる.相関時間が長くなるとZ軸の高周波ノイズをカットするフィルタの影響が消え,各軸ともほぼ同じ安定度となる.その結果,精度解析において加速度バイアスを大きさが $5.0 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$ で600秒の時定数をもつ一次マルコフ過程でモデル化したことは,若干大きめの数値であるがオーダー的には誤りではないことが確認された.

航法演算誤差モデル

慣性センサの誤差源として前項の4つを考えたとき,(2.2-24)~(2.2-27)式にしたがって航法演算を行った結果生じるINS誤差をモデル化する.3.1節でも述べたように,INS誤差は微小であるので2次以上の誤差は消去する線形化を行うとし,ダイナミクスモデルを以下のように表す.

$$\dot{\mathbf{x}}_{INS_err} = \mathbf{F}_{INS_err} \mathbf{x}_{INS_err} + \mathbf{w}_{INS_err} \tag{3.2-49}$$

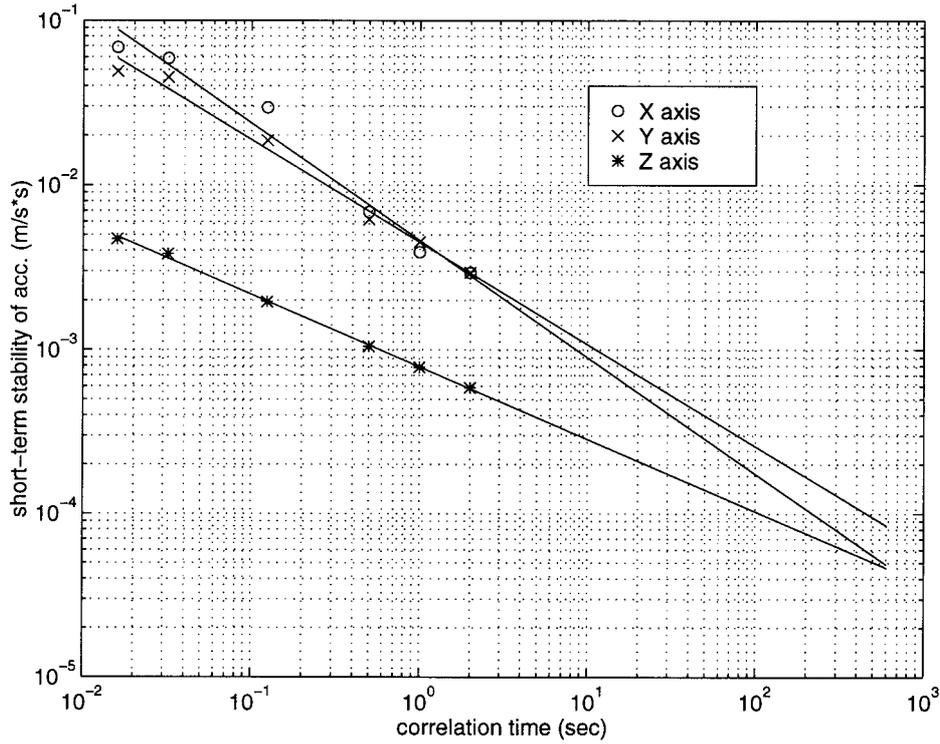


図 3 . 2 - 9 加速度計のバイアス短期安定度

表 3 . 2 - 6 加速度バイアスの安定度 (相関時間 600 秒での値)

加速度計軸	X 軸	Y 軸	Z 軸
バイアス安定度	$4.8 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$	$5.0 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$	$8.3 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$

ただし ,

$$\mathbf{x}_{INS_err} = (\mathbf{dr}^d, \mathbf{dv}^n, \mathbf{de}^n, \mathbf{b}_{acc}, \mathbf{b}_{gyro}, \mathbf{s}_{acc}, \mathbf{s}_{gyro}, \mathbf{m}_{acc}, \mathbf{m}_{gyro})^T \quad (3.2-50)$$

である . ここで $\mathbf{dr}^d, \mathbf{dv}^n, \mathbf{de}^n$ は INS 出力誤差を表し , それぞれ ,

$$\mathbf{dr}^d = (dL, dl, dh)^T \quad (3.2-51)$$

$$\mathbf{dv}^n = (dv_N, dv_E, dv_D)^T \quad (3.2-52)$$

$$\mathbf{de}^n = (dE, d\alpha, d\gamma)^T \quad (3.2-53)$$

である . (3.2-51) 式は緯度 , 経度 , 高度誤差を , (3.2-53) 式はロール , ピッチ , ヨー角誤差を表している . また , 慣性センサ誤差はそれぞれ ,

$$\mathbf{b}_{acc} = (b_{ax}, b_{ay}, b_{az})^T \quad (3.2-54)$$

$$\mathbf{b}_{gyro} = (b_{gx}, b_{gy}, b_{gz})^T \quad (3.2-55)$$

$$\mathbf{s}_{acc} = (s_{ax}, s_{ay}, s_{az})^T \quad (3.2-56)$$

$$\mathbf{s}_{gyro} = (s_{gx}, s_{gy}, s_{gz})^T \quad (3.2-57)$$

$$\mathbf{m}_{acc} = (m_{axy}, m_{axz}, m_{ayx}, m_{ayz}, m_{azx}, m_{azy})^T \quad (3.2-58)$$

$$\mathbf{m}_{gyro} = (m_{gxy}, m_{gxz}, m_{gyx}, m_{gyz}, m_{gzx}, m_{gzy})^T \quad (3.2-59)$$

である . このとき , システム行列 F_{INS_err} は ,

$$F_{INS_err} = \begin{pmatrix} F_{rr} & F_{rv} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_{vr} & F_{vv} & F_{ve} & F_{vb} & 0 & F_{vs} & 0 & F_{vm} & 0 \\ F_{er} & F_{ev} & F_{ee} & 0 & F_{eb} & 0 & F_{es} & 0 & F_{em} \\ 0 & 0 & 0 & F_{ba} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{bg} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2-60)$$

$$F_{rr} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_N}{r^2} \\ \frac{v_E \sin L}{r \cos^2 L} & 0 & -\frac{v_E}{r^2 \cos L} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2-61)$$

$$F_{ev} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{r} & 0 \\ \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\tan L}{r} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2-72)$$

$$F_{rv} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r \cos L} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (3.2-62)$$

$$F_{ee} = \begin{pmatrix} 0 & w_D - w_E \\ -w_D & 0 & w_N \\ w_E & -w_N & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2-73)$$

$$\mathbf{w}_{in}^n = (w_N, w_E, w_D)^T \quad (3.2-74)$$

$$F_{eb} = C_b^n \quad (3.2-75)$$

$$F_{vr} = \begin{pmatrix} -v_E \left(\frac{v_E}{r \cos^2 L} + 2w_e \cos L \right) - rw_e^2 \cos 2L & 0 & \frac{v_E \tan^2 L - v_N v_D - w_e^2 \sin 2L}{r^2} \\ v_N \left(\frac{v_E}{r \cos^2 L} + 2w_e \cos L \right) - 2v_D w_e \sin L & 0 & -\frac{v_N v_E \tan L + v_E v_D}{r^2} \\ 2v_E w_e \sin L + rw_e^2 \sin 2L & 0 & \frac{v_N^2 + v_E^2}{r^2} - w_e^2 \cos^2 L - 2\frac{m}{r^3} \end{pmatrix} \quad (3.2-63)$$

$$F_{es} = C_b^n \begin{pmatrix} w_x & 0 & 0 \\ 0 & w_y & 0 \\ 0 & 0 & w_z \end{pmatrix} \quad (3.2-76)$$

$$\mathbf{w}_{ib}^b = (w_x, w_y, w_z)^T \quad (3.2-77)$$

$$F_{vv} = \begin{pmatrix} \frac{v_D}{r} & -2 \left(\frac{v_E \tan L}{r} + w_e \sin L \right) & \frac{v_N}{r} \\ \frac{v_E \tan L}{r} + 2w_e \sin L & \frac{v_D + v_N \tan L}{r} & \frac{v_E}{r} + 2w_e \cos L \\ -\frac{2v_N}{r} & -2 \left(\frac{v_E}{r} + w_e \cos L \right) & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2-64)$$

$$F_{em} = C_b^n \begin{pmatrix} w_y & w_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_x & w_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_x & w_y \end{pmatrix} \quad (3.2-78)$$

$$F_{ve} = \begin{pmatrix} 0 & a_D & -a_E \\ -a_D & 0 & a_N \\ a_E & -a_N & 0 \end{pmatrix} \quad (3.2-65)$$

$$F_{ba} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{ba}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{ba}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{ba}} \end{pmatrix} \quad (3.2-79)$$

$$\mathbf{a}^n = (a_N, a_E, a_D)^T = C_b^n \mathbf{a}^b \quad (3.2-66)$$

$$F_{bg} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{T_{bg}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{bg}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{bg}} \end{pmatrix} \quad (3.2-80)$$

$$F_{vb} = C_b^n \quad (3.2-67)$$

$$F_{vs} = C_b^n \begin{pmatrix} a_x & 0 & 0 \\ 0 & a_y & 0 \\ 0 & 0 & a_z \end{pmatrix} \quad (3.2-68)$$

となる。また、

$$\mathbf{a}^b = (a_x, a_y, a_z)^T \quad (3.2-69)$$

$$\mathbf{w}_{INS_err} = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, w_{ba}, w_{bg}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})^T \quad (3.2-81)$$

である。

$$F_{vm} = C_b^n \begin{pmatrix} a_y & a_z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_x & a_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_x & a_y \end{pmatrix} \quad (3.2-70)$$

3.3 本研究で提案する理論精度予測法

GPSに関する最新の知見の反映と実データに基づく客観的な誤差同定、DGPS航法や搬送波位相の利用といった新しいアルゴリズムの適用、さらに慣性センサの現在のハードウェア技術、これら全てを考慮した誤差モデルを構築することは、DGPS/INS複合航法システムの航法精度を正確に予測するうえで非常に重要である。

$$F_{er} = \begin{pmatrix} w_e \sin L & 0 & \frac{v_E}{r^2} \\ 0 & 0 & \frac{v_N}{r^2} \\ \frac{v_E + v_E \tan^2 L}{r} + w_e \cos L & 0 & -\frac{v_E \tan^2 L}{r^2} \end{pmatrix} \quad (3.2-71)$$

一方、航法精度が良いか悪いか、性能を左右するのは複合航法システムにおける搭載フィルタのアルゴリズムの良否である。本研究で提案する理論精度解析の最大の特長は、単に航法精度を予測するだけでなく、精度を決める誤差要因は何であるか、さらに精度を上げるためにはどのようなアルゴリズムを組めばよいかを理論的に確認できることであり、その結果、本手法は DGPS/INS 複合システムの実際への応用を可能とする設計ツールとなる。

本研究で提案する理論精度解析では、種々の搭載フィルタ・アルゴリズムを仮定して、その航法精度を予測することができる。DGPS/INS 複合航法システムの搭載フィルタの主要な設計点は、推定する状態量として何を選ぶか、観測量として何をを選び観測方程式をどのように組むかである。理論精度解析の中でこの設計点をどう反映させるか、以下に定式化する。

今、搭載フィルタで推定する状態量のダイナミクスモデルを、

$$\dot{\mathbf{x}}_{GPS/INS}^* = \mathbf{F}_{GPS/INS}^* \mathbf{x}_{GPS/INS}^* + \mathbf{w}_{GPS/INS}^* \quad (3.3-1)$$

と定義する。

ここで状態量の例として、位置誤差、速度誤差、姿勢角誤差、加速度バイアス、ジャイロ・バイアス、搬送波位相アンビギティ、受信機クロック誤差を選ぶ。すなわち、

$$\mathbf{x}_{GPS/INS}^* = (\mathbf{d}^d, \mathbf{d}^v, \mathbf{d}^e, \mathbf{b}_{acc}, \mathbf{b}_{gyro}, \mathbf{n}, \mathbf{d}_{clk}^*)^T \quad (3.3-2)$$

$$\mathbf{w}_{GPS/INS}^* = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{w}_{ba}, \mathbf{w}_{bg}, \mathbf{w}_n, \mathbf{w}_{clk}^*)^T \quad (3.3-3)$$

である。その結果、システム行列 $\mathbf{F}_{GPS/INS}^*$ は、

$$\mathbf{F}_{GPS/INS}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{INS}^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{GPS}^* \end{pmatrix}^T \quad (3.3-4)$$

となる。ここで、受信機クロックに関する状態量は数を削減するため、周波数フリッカーノイズ以上、高周波の誤差源は無視し、周波数ランダムウォークのみをモデル化するものとする。すなわち、

$$\mathbf{d}_{clk}^* = (dt_3, n_r)^T \quad (3.3-5)$$

$$\mathbf{w}_{clk}^* = (\mathbf{0}, w_{nr})^T \quad (3.3-6)$$

$$\dot{\mathbf{d}}_{clk}^* = \mathbf{F}_{clk}^* \mathbf{d}_{clk}^* + \mathbf{w}_{clk}^* \quad (3.3-7)$$

$$\mathbf{F}_{clk}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (3.3-8)$$

となる。その結果、システム行列は以下ようになる。

$$\mathbf{F}_{INS}^* = \begin{pmatrix} F_{rr} & F_{rv} & 0 & 0 & 0 \\ F_{vr} & F_{vv} & F_{ve} & F_{vb} & 0 \\ F_{er} & F_{ev} & F_{ee} & 0 & F_{eb} \\ 0 & 0 & 0 & F_{ba} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{bg} \end{pmatrix} \quad (3.3-9)$$

$$\mathbf{F}_{GPS}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{F}_{clk}^* \end{pmatrix} \quad (3.3-10)$$

観測方程式は、使用するセンサの種類、数、配置や、観測データとして何を採用するかによって変わる。まずディファレンシャル航法ではなく GPS/INS 複合航法の場合を考える。この場合も GPS を観測センサとして扱うわけであるが、その観測データとしては、第 2 章で述べたように、シュードレンジ、搬送波位相、デルタレンジの 3 種類がある。それぞれの観測量について誤差の項を 1 次までテーラー展開して、

$$z_i = \mathbf{h}_i^*(\hat{\mathbf{X}}_{GPS/INS}^*) + \mathbf{h}_i^{*T} \mathbf{x}_{GPS/INS}^* + v_i^* \quad (3.3-11)$$

と表す。添字 i は、GPS 衛星ごとに付けられている番号で、 i 番目の衛星に関する観測データであることを表している。また $\hat{\mathbf{X}}_{GPS/INS}^*$ は、GPS/INS 複合航法の現在の出力値で、ストラップダウン INS 出力を複合航法の誤差推定値で補正したものである（すなわち、現時点での最適推定値となる）。

関数 $\mathbf{h}_i^*(\cdot)$ は、GPS/INS 複合航法でモデル化した観測方程式を表しており、シュードレンジに関しては、式 (2.2-5) より、

$$\mathbf{h}_i^*(\hat{\mathbf{X}}_{GPS/INS}^*) = |T_d^e(\hat{\mathbf{r}}^d(T_3)) - \mathbf{r}_{svi}(T_2)| - cDt_{2i} \quad (3.3-12)$$

である。ここで $T_d^e(\cdot)$ は、緯度・経度・高度から地球中心・地球固定座標系へ変換する関数で、

$$T_d^e(\mathbf{r}^d) = \begin{pmatrix} (N+h) \cos L \cos l \\ (N+h) \cos L \sin l \\ \{N(1-e^2)+h\} \sin L \end{pmatrix} \quad (3.3-13)$$

$$N = \frac{a_e}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 L}} \quad (3.3-14)$$

$$e^2 = f(2 - f) \quad (3.3-15)$$

である。ここで a_e, f はそれぞれ地球の平均赤道半径，扁平率であり，GPS では WGS84 (付録 1 参照) の値を採用する。またヤコビ行列 h_i^* は，

$$h_i^* = \begin{pmatrix} \left[\begin{array}{c} T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \quad \sqrt{T_d^e(\hat{r}^d(T_3))} \\ \left| T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \right| \quad \sqrt{r^d} \end{array} \right]^T \\ \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, c, 0 \end{pmatrix} \quad (3.3-16)$$

$$\frac{\sqrt{T_d^e(\hat{r}^d(T_3))}}{\sqrt{r^d}} = \begin{pmatrix} -(N+h) \sin L \cos l & -(N+h) \cos L \sin l & \cos L \cos l \\ -(N+h) \sin L \sin l & (N+h) \cos L \cos l & \cos L \sin l \\ N(1-e^2) + h & \cos l & 0 & \sin L \end{pmatrix} \quad (3.3-17)$$

となる。

搬送波位相に関しては，式(2.2-10)で示すように，基本的にシュードレンジと同じく距離を表すデータであるが，搬送波位相アンビギュイティが含まれている点が異なっている。したがって，観測方程式，ヤコビ行列はそれぞれ，

$$h_i^*(\hat{X}_{GPS/INS}) = \frac{f_L}{c} \{ |T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2)| - cDt_{2i} \} \quad (3.3-18)$$

$$h_i^* = \begin{pmatrix} \frac{f_L}{c} \left[\begin{array}{c} T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \quad \sqrt{T_d^e(\hat{r}^d(T_3))} \\ \left| T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \right| \quad \sqrt{r^d} \end{array} \right]^T \\ \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, h_{n,i}, f_L, 0 \end{pmatrix} \quad (3.3-19)$$

$$h_{n,i} = \underbrace{(0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)}_{> i} \quad (3.3-20)$$

である。ここで $h_{n,i}$ は， i 番目の衛星の搬送波位相アンビギュイティに関するヤコビ行列である。

観測量として搬送波位相の差分であるデルタレンジを用いる場合は，定値であるアンビギュイティが除去され，(2.2-11) 式にしたがって，観測方程式，ヤコビ行列はそれぞれ以下ようになる。

$$h_i^*(\hat{X}_{GPS/INS}) = \frac{f_L}{c} \left\{ \begin{array}{c} |T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2)| \\ - |T_d^e(\hat{r}^d(T_3 - Dt)) - r_{svi}(T_2 - Dt)| \\ - cDti_{2i} \end{array} \right\} \quad (3.3-21)$$

表 3.3-1 GPS/INS 複合航法における誤差空間

	真の誤差モデル	次元	搭載モデル
GPS	搬送波位相アンビギュイティ	1 2	×*
	クロックバイアス	1	×
	クロック周波数ランダムウォーク	1	×
	クロック周波数フリッカーノイズ	2	
	SA 長周期成分	1 2	
	SA 短周期成分	1 2	
	電離層遅延	1 2	
	対流圏遅延	1	
	マルチパス	1 2	
	受信機熱雑音**	—	×
INS	初期位置誤差	3	×
	初期速度誤差	3	×
	初期角度誤差	3	×
	加速度計バイアス	3	×
	加速度計スケールファクタ	3	
	加速度計ミスアライメント	6	
	ジャイロバイアス	3	×
	ジャイロスケールファクタ	3	
	ジャイロミスアライメント	6	
合計	9 8	1 7 (2 9*)	

備考：* 搬送波位相データを観測量として使用する場合のみ。
** ホワイトノイズでモデル化。

$$h_i^* = \begin{pmatrix} \left[\begin{array}{c} T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \\ \frac{f_L}{c} \left[\begin{array}{c} T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \\ \left| T_d^e(\hat{r}^d(T_3 - Dt)) - r_{svi}(T_2 - Dt) \right| \end{array} \right]^T \\ \sqrt{T_d^e(\hat{r}^d(T_3))} \\ \sqrt{r^d} \end{array} \right]^T \\ \frac{Dt f_L}{c} \left[\begin{array}{c} T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \quad \sqrt{T_d^e(\hat{r}^d(T_3))} \\ \left| T_d^e(\hat{r}^d(T_3)) - r_{svi}(T_2) \right| \quad \sqrt{r^d} \end{array} \right]^T \\ \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, 0, f_L Dt \end{pmatrix} \quad (3.3-22)$$

上記のアルゴリズムを用いた場合，真の誤差空間で仮定している GPS, INS に関する誤差状態量と，搭載アルゴリズムで仮定する誤差状態量は表 3.3-1 で示すようになる。

DGPS/INS 複合航法の精度予測をする場合も定式化は基本的に同じである。これは，観測方程式において DGPS 航法の場合，シュードレンジは (2.2-5) 式ではなく (2.2-14) 式で表されるので関数 $h_i^*()$ は異なるが，理論精度解析でその推定精度を求める INS 誤差にかかるヤコビ行列 h_i^* は変わらないからである。これは観測量として，搬送波位相，デルタレンジを用いた場合でも同じである。ただし，真の誤差モデルに関しては，GPS 誤差モデルではなく 3.2.2 節で定式化した DGPS 誤差モデルを使用しなければならない。

以上をまとめ，本研究で提案する理論精度予測法をフ

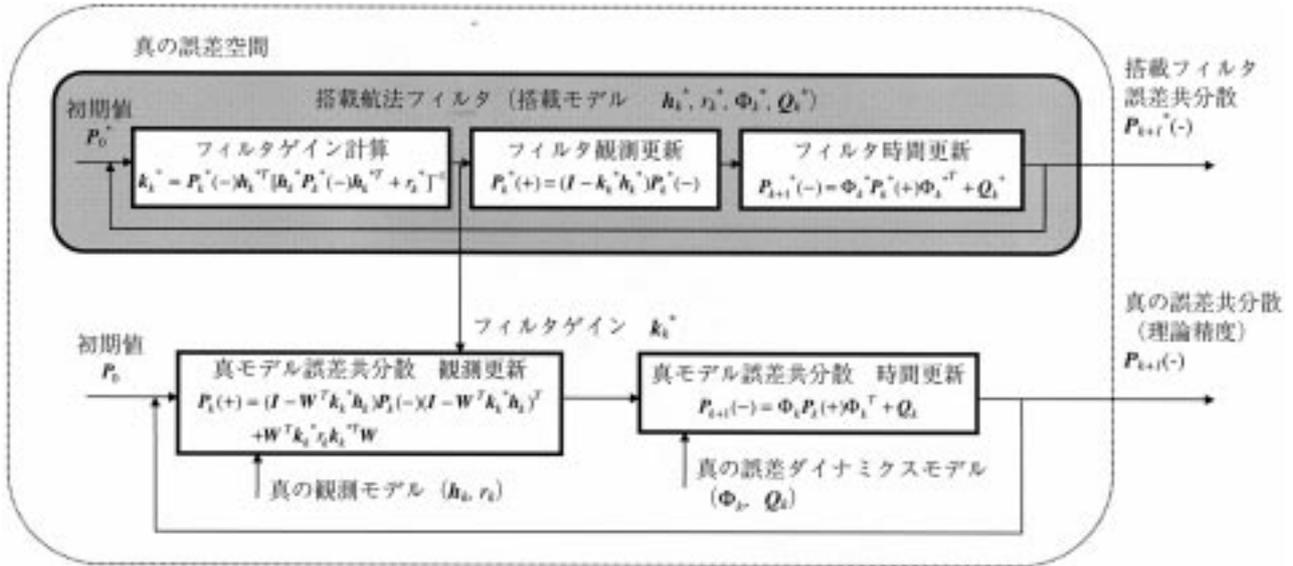


図 3.3-1 理論精度予測法のフローチャート

ローチャートで表すと、図 3.3-1 のようになる。図中、ハッチをした部分が搭載フィルタのアルゴリズムを表す部分で、アルゴリズムで使用する行列は本節で定式化した。ハッチングをした部分以外が、搭載フィルタでモデル化していない誤差源も考慮した場合に予測される航法精度を計算する部分で、式中で使用される行列は 3.2 節で定式化した。

4. 本研究で提案する理論精度予測法による航法精度予測

4.1 精度予測の意義

第 3 章までで定式化した精度予測法により、DGPS/INS 複合航法システムの設計ツールを確立することができた。このツールを利用することの意義として、下記の 3 つを上げることができる。

各種誤差源が航法精度に与える影響、すなわち感度評価を実施することができる。この結果、最終的な航法誤差を支配する要因が明らかになり、航法アルゴリズムの改善の指針を得ることができる。また、センサのグレードを変えたときに航法精度はどうなるか、コスト面からもシステムの評価を行うことができるようになる。

DGPS/INS 複合航法システムの飛行実験結果を総合的に評価することができる。すなわち、実験的に位置精度を評価するだけでなく、速度、姿勢角、加速度、角速度、の精度も予測することで、総合的な DGPS/INS 複合航法システムの性能を評価することができる。

実験が容易にできない航法アルゴリズムの性能を評

価することができる。例えば、センサの数を増やした場合の性能向上、宇宙空間のランデブー航法への応用など実験によるトライ・アンド・エラーで評価ができないものについても、理論的な精度予測により設計の見通しを得ることができる。

本章では、いくつかの理論精度解析の結果を述べるが、それぞれ上記の 3 つの意義に関連したものである。

4.2 各誤差源の航法精度に対する感度評価

精度予測の意義 にしたがって、感度評価を実施した結果について述べる。この精度予測では、各誤差源の影響を調べるため、全ての誤差源を含む GPS と INS による GPS/INS 複合航法システムの搭載アルゴリズムを動作させたときに予測される航法精度を計算した。

表 4.2-1 は、その解析結果を示したものである。航法精度を評価する状態量として位置、速度、姿勢角のおのの 3 軸誤差の RSS 値を用いた。それぞれ値は 95% (2σ で代用した) で表した。観測量としてはシュードレンジとデルタレンジを用いている。受信機熱雑音やマルチパスがより小さい搬送波位相を用いない理由は、ここでその影響を評価する SA など他の誤差の大きさが、シュードレンジの熱雑音などよりはるかに大きく、搬送波位相を用いても精度が変わらないこと、さらに搬送波位相を使うため必要なアンビギュイティの推定が他の誤差源の影響で不可能と予測されるからである。

計算のケースとして 12 通りを考えた。ケース 1 は、GPS と INS に関する誤差空間が、複合航法の搭載アルゴリズムで仮定しているモデルと同一の場合である。すなわち、第 3 章で述べた誤差源のうち、複合航法アルゴリズムで

表 4. 2 - 1 各誤差源が GPS/INS 複合航法に与える影響

ケース No.	誤差源	航法精度 (95%値)			備考
		位置誤差 (m)	速度誤差 (m/s)	姿勢角誤差 (deg)	
1	搭載モデルと同一	0.72	0.027	0.015	センサノイズ $5 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$, 0.05 deg/h , TCXO使用
2	ケース1 + S A 長周期	62.2	0.042	0.017	
3	ケース1 + S A 短周期	21.6	0.041	0.017	
4	ケース1 + S A	63.8	0.042	0.017	
5	ケース1 + 電離層遅延	11.7	0.041	0.017	モデル値の100%付加
6	ケース1 + 対流圏遅延	3.23	0.041	0.017	モデル値の10%付加
7	ケース1 + マルチパス	2.07	0.040	0.017	
8	スケールファクタ 7×10^{-5}	0.72	0.027	0.028	
9	スケールファクタ 1×10^{-4}	0.72	0.027	0.037	
10	ミスアライメント 7×10^{-5}	0.72	0.027	0.023	
11	ミスアライメント 1×10^{-4}	0.72	0.027	0.030	
12	トータル (GPS-INS)	64.4	0.042	0.028	スケールファクタ 7×10^{-5} , ミスアライメント 1×10^{-5}

備考：解析で使用した飛行パターンは進入着陸で、図 4.2-1 に示す。

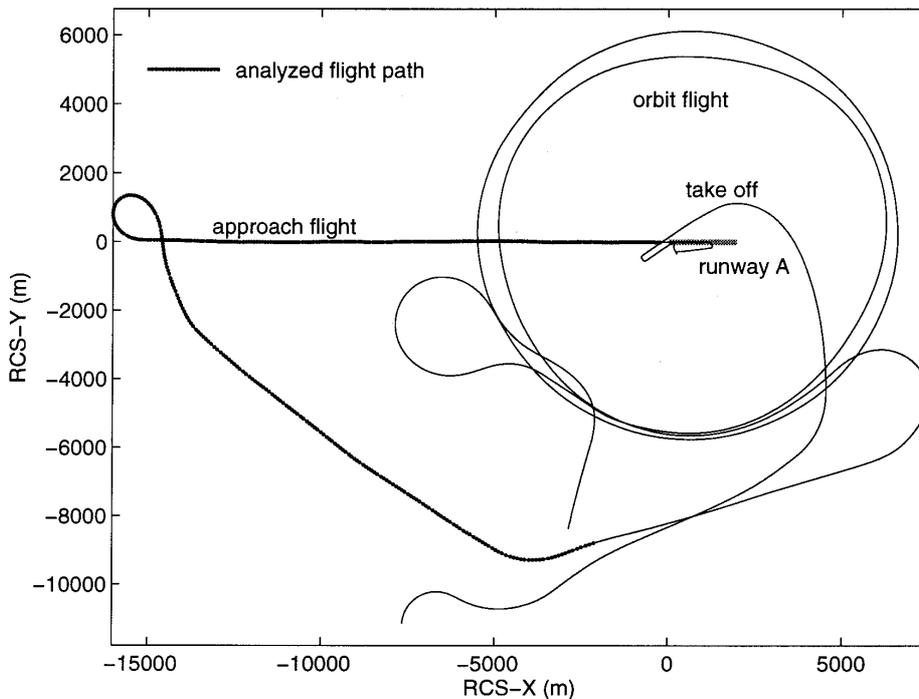


図 4. 2 - 1 飛行プロファイル (太線部が精度解析に用いた飛行軌道)

推定しない誤差源はその大きさを 0 (影響なし) と仮定している。このことは、カルマンフィルタの理論より、航法アルゴリズムは最適推定値を計算し、システムとしてもっともよい精度が得られていることになる。また、搭載フィルタでモデル化している誤差源の大きさは、GPS、INS それぞれとも第 3 章で述べた典型的な値を使用している。

一方、ケース 2 ~ ケース 11 は、搭載フィルタでモデル化していない誤差源が最終的にどの航法状態量に、どれ

くらいの誤差として現れるか評価するために、各誤差源を一つずつケース 1 に加えていった結果である。最後のケース 12 は、全ての誤差源を加えた場合の予測精度である。そしてこのケース 12 は、シュードレンジ、デルタレンジによる GPS/INS 航法を行ったときの予測精度でもある。また全てのケースで解析に用いた基準軌道は、航空機が滑走路に進入着陸する飛行(途中旋回あり、図 4.2-1 参照)を想定している。

表 4.2-1 のケース 1 より、GPS のシュードレンジ、デル

タレンジを観測量とし、高精度の慣性センサを用いた場合、GPS/INS 複合航法システムは、位置が 0.72 m、速度が 0.027 m/s、姿勢角が 0.015 °の精度の航法データを出力できることが分かる。しかし、現実には GPS には種々の誤差源があり、慣性センサもグレードによって、スケールファクタやミスアライメントが航法性能に影響する大きさに存在する場合があります、航法誤差はもっと大きくなる。したがって、ケース 1 の値は航法アルゴリズムを工夫したり、センサを改良したりする上での目標値といえる。

位置、速度誤差に大きな影響を与えるのは GPS データに含まれる種々の誤差源である。とくに SA は、GPS の精度を意図的に劣化させるために入れられる誤差であるが、その影響は他の誤差源と比べ非常に大きい。ついで電離層遅延の影響が大きい、これは電離層遅延を予測する数学モデルの精度が良くないためである。SA はそのモデルからも分かるように、時間相関が強く、時間的に近傍な 2 つの観測量を引き算するとその影響を除去することができる。一方、電離層遅延は空間相関が強く、距離的に近傍な 2 地点での観測量を引き算するとその影響を除去することができる。したがって、これら GPS データの誤差源の影響を軽減し、ケース 1 の精度を目指すためには、距離的に近い 2 地点で、ほぼ同時に観測された GPS データの引き算を使って航法を行う、いわゆる DGPS 航法が有効であることが予測される。

一方、姿勢角誤差に影響を与えるのは慣性センサの精度である。ケース 8、9 ではスケールファクタを、ケース 10、11 ではミスアライメントを仮定したが、スケールファクタの方が誤差の影響が強いことが分かる。ハードウェア的には、ミスアライメントは 3 軸のセンサを配置するセンサブロックの機械的精度、スケールファクタはダイナミクスを検知する部分の性能によっている。低価

格の慣性センサを想定した場合、ジャイロでは中精度光ファイバ・ジャイロが候補として考えられるが、このジャイロは光の干渉によって角速度の大きさを検知するために非線形部分があり、スケールファクタ誤差が大きい。したがって、中精度光ファイバジャイロを用いたとき、複合航法における姿勢角誤差の増大を抑えるアルゴリズムに工夫する必要があることがこの解析結果から分かる。

本節での理論精度予測により、各誤差源がどの航法データにどの程度の影響を与えるか明らかになった。位置、速度に関しては GPS の誤差源の影響が大きく、とくに SA と電離層遅延が支配的である。したがって、両者を除去できる DGPS 航法アルゴリズムの有効性が予想される。また、精度の悪いジャイロを使用したときでも、位置、速度に関してはほとんど影響がない。ただし、姿勢角精度に影響があり、要求精度によっては推定アルゴリズムの強化の必要性も予測された。

4.3 DGPS/INS 複合航法の精度予測

ここでは、DGPS/INS 複合航法アルゴリズムを採用したときに得られる航法性能を理論的に予測する。前節での理論解析により、DGPS 航法を行うことで位置、速度精度に関して航法性能の改善が見込まれる。

DGPS では、測量等によりあらかじめ位置を精密に決めておいた基準点で同時に GPS 信号を受信しておき、機上の受信データと引き算を取ることで観測データに含まれる共通の大気遅延量や SA を消去する。表 4.3-1 は、DGPS 航法時に GPS に関する誤差源がどこまで消去されるか、3.2.2 節で定式化した結果をあらためてまとめたものである。慣性センサに関してはスケールファクタが 7×10^{-5} 、ミスアライメントが 1×10^{-5} と、前節のケース 12 と同じ値を採用している。

上記の条件のもと、DGPS/INS 複合航法システムの精

表 4.3-1 DGPS 航法時の GPS 誤差源の影響度モデル

誤差源	DGPS 航法時の影響度	備考
搬送波位相アンビギュイティ	1.0	DGPS 航法では、地上局との single difference のアンビギュイティを推定する
SA	$6.1 \times 10^{-5} \Delta t^2 + 1.1 \times 10^{-5} \Delta t$	RTCM SC-104 モデル
電離層遅延	0.0011 <i>l</i>	Klobuchar の実験による
対流圏遅延	0.005	
マルチパス	1.0	地上局では、観測量をスムージングするとして、その影響を無視する
受信機熱雑音	1.0	地上局では、観測量をスムージングするとして、その影響を無視する

備考: Δt = DGPS 地上局とユーザとの観測時間の差 (秒)

l = DGPS 地上局とユーザとの距離 (km)

度予測を行い、結果を表4.3-2にまとめた。表4.2-1のケース1の場合と比較するとよく分かるように、DGPS航法を行うことで、GPSとINSを複合化させたときの最適推定値に精度的にかなり近い値まで性能が向上することが分かり、この航法方式の利点が理論的にも明らかにされた。第5章では、実ハードウェアを使ったDGPS/INS複合航法の飛行実験結果を述べるが、ここでの理論精度解析の値と比較しながらその妥当性を論じる。

DGPS航法を採用しても航法精度が最適値にならないのは表4.2-1から、位置に関しては影響度が1.0(表4.3-1参照)とDGPS航法でも誤差源としてそのまま残るマルチパスが主要因になっていることが分かる。一方姿勢角に関しては、慣性センサのスケールファクタが主要な影響を与える誤差源であることが分かる。したがって、DGPS/INS航法の精度をさらに向上させるためには、姿勢角に関してはスケールファクタ性能の良い慣性センサを使用すること、位置に関してはマルチパスの値が小さ

い観測量(搬送波位相)を使用することが望まれる。

ここで仮定した慣性センサの性能は、第5章で述べる実験ハードウェアを念頭に置いたもので、単独INS航法にも使用できる高精度なものである。したがって、これ以上の性能の良い慣性センサを使用することは実際には難しい。逆にコスト面からは性能の悪いセンサを使用することが要求される。近年の光ファイバ技術の進歩により、安価な光ファイバ・ジャイロが出現しているが、この方式のジャイロの場合、光の波の干渉を利用して回転を検出しているため、検出器の直線性がそれほど良くない。とくに安価な光ファイバ・ジャイロの場合、スケールファクタの誤差が $1 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-3}$ (1s)程度と表4.3-2の場合より一桁悪い。このような中精度の慣性センサを用いてDGPS/INS複合航法を行ったときに、予測される航法精度を理論的に求めた結果を表4.3-3に示す。位置精度に関しては、このような中精度の光ファイバ・ジャイロを用いても精度の劣化は見られない

表4.3-2 DGPS/INS複合航法の航法精度予測(高精度センサ使用)

航法状態量		精度予測(95%)	備考
位置	水平面	1.2 m	
	縦方向	1.7 m	
速度	水平面	0.025 m/s	直線飛行中
	縦方向	0.031 m/s	
姿勢角	ロール/ピッチ	0.0055°	直線飛行中
	ヨー	0.028°	
加速度	機体x, y軸	100 mgal	直線飛行中
	機体z軸	50 mgal	
ジャイロ	機体x, y軸	0.07 deg/h	直線飛行中
	機体z軸	0.1 deg/h	

表4.3-3 中精度光ファイバ・ジャイロを使用した場合のDGPS/INS複合航法精度*
(ゼロ点オフセット1 deg/h(1s), スケールファクタ 7×10^{-4} (1s))

航法状態量		精度予測(95%)	備考
位置	水平面	1.2 m	
	縦方向	1.7 m	
速度	水平面	0.051 m/s	直線飛行中
	縦方向	0.031 m/s	
姿勢角	ロール/ピッチ	0.022°	直線飛行中
	ヨー	0.21°	
加速度	機体x, y軸	100 mgal	直線飛行中
	機体z軸	50 mgal	
ジャイロ	機体x, y軸	3.0 deg/h	直線飛行中
	機体z軸	1.6 deg/h	

* 大きなスケールファクタによるモデルミスマッチの影響が、マヌーバの激しいロール軸を中心に見られ、搭載フィルタのチューニングが必要。

が、姿勢角、とくにヨー角の推定精度が悪化しており、それにより水平面内での速度精度も悪い。さらに、ロール軸のようにマヌーバの激しい軸では、搭載フィルタのロール・ジャイロバイアスを励起するプロセスノイズを大きくするチューニングを行わないと、モデル化していないスケールファクタとのモデルミスマッチングで、システムが発散してしまう場合があった。

マルチパスの小さい観測量を使用することは、シュドレンジではなく搬送波位相を利用することで実現できる。観測量として搬送波位相を用いる搬送波位相DGPS/INS 複合航法のアルゴリズムの実現によるさらなる測位性能の向上が理論的に予言されるわけであるが、本稿ではその可能性を言及するにとどめ、これについては稿をあらためて論じる。

4.4 マルチアンテナ複合航法とランデブドッキング DGPSの精度予測

精度予測の意義でも述べたように、実システムの構成を大幅に変更するような航法アルゴリズムの改良や宇宙機の航法など、実際にシステムを組み、トライ・アンド・エラーで設計を行うのが難しい場合がある。理論精度解析は、そのような設計に応用されたとき、計算のみで精度を正確に予測できるという特長がある。本節ではそのような例として、マルチアンテナ DGPS による複合航法システムの精度予測とランデブドッキングにおける DGPS 航法を取り上げる。

マルチアンテナ DGPS/INS 複合航法

これは、複数個のGPSアンテナを機体の各所に設置し、それぞれのGPSアンテナにおいて取得したデータを用いてINS誤差を推定する複合システムである。この方法では、(機体位置を示す)機体の原点からのGPSアンテナのオフセットを考慮して観測方程式を構築するので、そのレバーアーム効果(lever arm effect)の計算に姿勢角情報が含まれ、姿勢角を含む航法状態量と観測量が幾何学的に関係づけられる。その結果、姿勢角精度の向上が期待できる。INSとの複合化を考慮せずGPS単独で航法を行う場合は、マルチアンテナ航法は姿勢角を推定する上で効果があるとの報告がすでにある²⁷⁾。

実システムにおいて、効果がどれほどあるか分からない時点で、アンテナを機体各所(飛行機の場合、翼を含む)に設置するのは難しい。本研究で提案する理論精度予測法を用いれば、姿勢角推定精度がどれだけ向上するか事前に予測することができる。

マルチアンテナ DGPS/INS 複合航法において、観測方程式の作り方には2つの方法が考えられる。すなわち追加されたアンテナのGPSデータとディファレンシャル航

法するときの基準点として、地上の既知点に設置されたGPS地上局を選択するか、機体のももとのGPSアンテナを基準点とするかである。前者の場合、各点のGPSデータは、位置、速度に関しても通常通り観測更新に使われるので、数多くの観測データの効果で、これらの状態量に関してもさらに精度が向上する可能性がある。しかし、あとで述べるように姿勢角誤差に対する感度が十分ではない。

一方、機体上のももとのアンテナを基準点として、このデータとの間でディファレンシャル航法をする場合は、観測量が姿勢角のみをパラメータとして幾何学的に表されることになる。すなわち、基準となるアンテナに対する他のアンテナの位置関係が観測方程式の計算に用いられ、このデータからは機体の絶対位置は推定されない。

まず、後者の観測方程式から考える。今、機体座標系における*i*番目のアンテナの基準アンテナからの位置を r_i^b と表すと、

$$r_i^n = C_b^n r_i^b \quad (4.4-1)$$

となる。(4.4-1)式において、 r_i^b はあらかじめ測定しておくことができ、 r_i^n は、GPSの搬送波位相などレンジを表す観測データと正確に幾何学上の関係式を求めることができる。したがって、(4.4-1)式に基づく観測方程式をDGPS/INS複合航法アルゴリズムの処理のなかに含めれば、 C_b^n で表される姿勢角が直接的に推定できることになる。

いま、ある程度正確な姿勢角情報が分かっていると、基準値のまわりで(4.4-1)式を線形化することを考える。(3.2-53)式で定義された姿勢角誤差 α^n を使うと、

$$C_b^n = \tilde{C}_b^n (I + [\alpha^n \cdot]) \quad (4.4-2)$$

となる。ここで、 \sim は航法システムにおける計算値を表す。(4.4-2)式を(4.4-1)式に代入すると、

$$\begin{aligned} r_i^n &= \tilde{C}_b^n (I + [\alpha^n \cdot]) r_i^b \\ &= \tilde{C}_b^n r_i^b - \tilde{C}_b^n [r_i^b \cdot] \alpha^n \end{aligned} \quad (4.4-3)$$

となり、姿勢角誤差に関する観測方程式ができる。

今、姿勢角推定の観測データとしては、両アンテナ間の搬送波位相の差分値 $\phi(t_3)$ を用いるとする。基準アンテナの位置を r_b と考え、もう一つのアンテナの位置 r がGPS衛星までの距離に比べ十分近ければ、以下の近似が成り立つ。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(t_3) = \frac{f_L}{c} \left\{ \frac{\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_{sv}}{|\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_{sv}|} \mathbf{r}_i^e + c(dt_3 - dt_{3b}) \right\} \\ + (n - n_b) + d\mathbf{f} - d\mathbf{f}_b \end{aligned} \quad (4.4-4)$$

ただし、(4.4-4)式では、ごく近傍のアンテナ間の差分値ということで、SA以下のGPS誤差源が完全に消去されるとしている。また、

$$\begin{aligned} Dt = t_3 - t_3' \\ \sim 0 \end{aligned} \quad (4.4-5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i^e = \mathbf{r} - \mathbf{r}_b \\ = C_n^e \mathbf{r}_i^n \end{aligned} \quad (4.4-6)$$

である。(4.4-3)式と(4.4-4)式より、搬送波位相の差分値データを観測量として用いた時の観測方程式は、

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(t_3) = \frac{f_L}{c} \left\{ \frac{\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_{sv}}{|\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_{sv}|} (\tilde{C}_b^e \mathbf{r}_i^b - \tilde{C}_b^e [\mathbf{r}_i^b \cdot] \mathbf{a}^n) \right\} \\ + c(dt_3 - dt_{3b}) \\ + (n - n_b) + d\mathbf{f} - d\mathbf{f}_b \end{aligned} \quad (4.4-7)$$

となる。(4.4-7)式より、ロール、ピッチ、ヨーのそれぞれの姿勢角誤差に関する可観測性は、GPS衛星の配置($\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_{sv}$)が変わるか、機体の姿勢角(C_b^e)が変化することによって、その感度が変化することが分かる。このことは、航空機が空港内を滑走路まで走行する際に、方向を変える操作を頻繁に行えば、飛行前に姿勢角全てについて良好な可観測性が得られることを示している。

次に地上局とのディファレンシャル航法の場合を考える。(4.3-4)式において、 \mathbf{r}_b が地上局の位置で、 \mathbf{r} が機上の基準位置(機体原点)とする。このとき、機上アンテナ間の位相差を表した(4.4-4)式を用いれば、機体原点からオフセットをもつアンテナ*i*と地上局との搬送波位相に関する観測方程式は、

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(t_3) = \frac{f_L}{c} \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} |\mathbf{r}(T_3) - \mathbf{r}_{sv}(T_2)| + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sv}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{sv}|} C_b^e \mathbf{r}_i^b(T_3) \\ - |\mathbf{r}_b(T_3) - \mathbf{r}_{sv}(T_2)| \end{array} \right\} \\ + \{d_{SA}(T_3) - d_{SA}'(T_3)\} + \{d_{sag}(T_3) - d_{sag}'(T_3)\} \\ - \{d_{iono}(T_3) - d_{iono}'(T_3)\} + \{d_{trop}(T_3) - d_{trop}'(T_3)\} \\ + c(dt_3(T_3) - dt_{3b}(T_3)) \\ + (n - n_b) + d\mathbf{f} - d\mathbf{f}_b \end{array} \right] \end{aligned} \quad (4.4-8)$$

となる。(4.4-7)式と(4.4-8)式を比較すると、後者の方が観測方程式のなかに、機体の位置誤差、電離層遅延

などのGPS観測データ誤差、搬送波位相アンビギュイティなど誤差源を多数含んでいる。したがって、互いにオフセットをもつマルチアンテナのシステムで姿勢角誤差に関する感度を上げるという観点からは、(4.4-7)式の方がよいことが分かる。定量的にこのことを考察する。今、地上局との位相差アンビギュイティの推定精度を10cm程度であるとする。これを10mのレバーアーム($|\mathbf{r}_i^b| \sim 10\text{m}$)を持つアンテナと地上局との間の位相差推定精度とすると、(4.4-8)式の幾何学的関係(第2項)を介しての姿勢角誤差に関する感度は、0.01ラジアン(約0.6°)となり、4.3節のDGPS/INS複合航法の姿勢推定精度(0.0055°~0.028°)と比較して、何の効果もないことが分かる。姿勢角の感度を上げるには、もっとアンビギュイティを正確に推定しなければならないが、地上局と機上の長いベースラインでは誤差源が多数あり困難である。そこで、マルチアンテナの複合航法システムでは、機上アンテナ間の位相差から姿勢情報を導く(4.4-7)式を観測方程式として使用する。

(4.4-7)式は、他の観測方程式と同じ構造をしているので、DGPS/INS航法アルゴリズムのなかで一緒に解くことができる。ただし例えば3軸に関して姿勢角を解くため、基準アンテナの他にもう2つのアンテナを追加したとき、搬送波位相アンビギュイティが2×可視衛星数、クロックバイアスが2の、15~20の状態量が新たに加わることになりカルマンフィルタの計算量が膨大となる。そこで本研究では、姿勢角以下、ジャイロセンサバイアスまでを状態量としたフィルタをもう一つ構築し、DGPS/INS複合航法と並列に動作させることとする。

そのときのフィルタのシステム行列を、

$$F_{GPS/INS_att}^* = \begin{pmatrix} F_{INS_att}^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & F_{GPS_att}^* \end{pmatrix} \quad (4.4-9)$$

$$F_{INS_att}^* = \begin{pmatrix} F_{ee} & F_{eb} \\ \mathbf{0} & F_{bg} \end{pmatrix} \quad (4.4-10)$$

$$F_{GPS_att}^* = \begin{pmatrix} F_{clk_b}^* & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & F_{clk_1}^* & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & F_{clk_2}^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (4.4-11)$$

とする。ここで、GPSに関するシステム行列はアンテナの数だけ増えるものとして、位置、速度決定にも使用する基準アンテナを添字*b*で表し、その他のアンテナは順

に 1, 2, 3...と番号をつけるものとする。

真のシステム行列は変わらないが、GPS に関する部分はアンテナが増えた分だけクロック誤差と搬送波位相アンビギュイティの状態量が増える。これは、搭載フィルタのシステム行列と同様である。また、GPS 誤差源である SA, 大気遅延は、アンテナ間の距離が互いに数メートルしか離れていないことから、ディファレンシャル航法をすることで完全に消去されるとして、真の観測方程式でも考慮しない。

(4.4-7) 式においては、アンテナの機体座標系での位置は正確に測定されていると仮定した。しかし、アンテナを翼端に設置したときなど、飛行中ではその位置が事前の測定値と異なる場合もある。その際は、誤差源としてアンテナの位置誤差も、システム行列に反映する必要がある。例えば今、基準アンテナを剛体とみなせる胴体に設置し、アンテナ 1, 2 を両翼に設置したとする。今、翼の変形を一次モードのみと考えれば、アンテナ 1, 2 の位置誤差は一つの変数 δw_1 で表すことができる。このとき、(4.4-7) 式は、

$$f(t_3) = \frac{f_L}{c} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_{sv} \left(\tilde{\mathbf{C}}_b^e \mathbf{r}_i^b + \tilde{\mathbf{C}}_b^e \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta w_1 \end{pmatrix} \right) \\ |\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_{sv}| \left[-\tilde{\mathbf{C}}_b^e [\mathbf{r}_i^b \cdot] \right] \mathbf{a}^n \\ + c(dt_3 - dt_{3b}) \\ + (n - n_b) + \delta f - \delta f_b \end{array} \right\} \quad (4.4-12)$$

となる。ダイナミクスとしては、一次マルコフ過程で表し、

$$\dot{\delta w}_1 = -\frac{1}{T_{w1}} \delta w_1 + w_{w1} \quad (4.4-13)$$

とする。ここで、 T_{w1}, w_{w1} はそれぞれ、翼の剛性、マヌーバの程度等によって決まるパラメータである。図 4.4-1 に (4.4-12) 式の幾何学的関係を示した。

表 4.4-1 に精度解析の結果をまとめる。観測量としては 2 つのアンテナ間の位相差データを用いた。搬送波位相の観測精度は、受信機雑音に関しては 5.0 mm (1

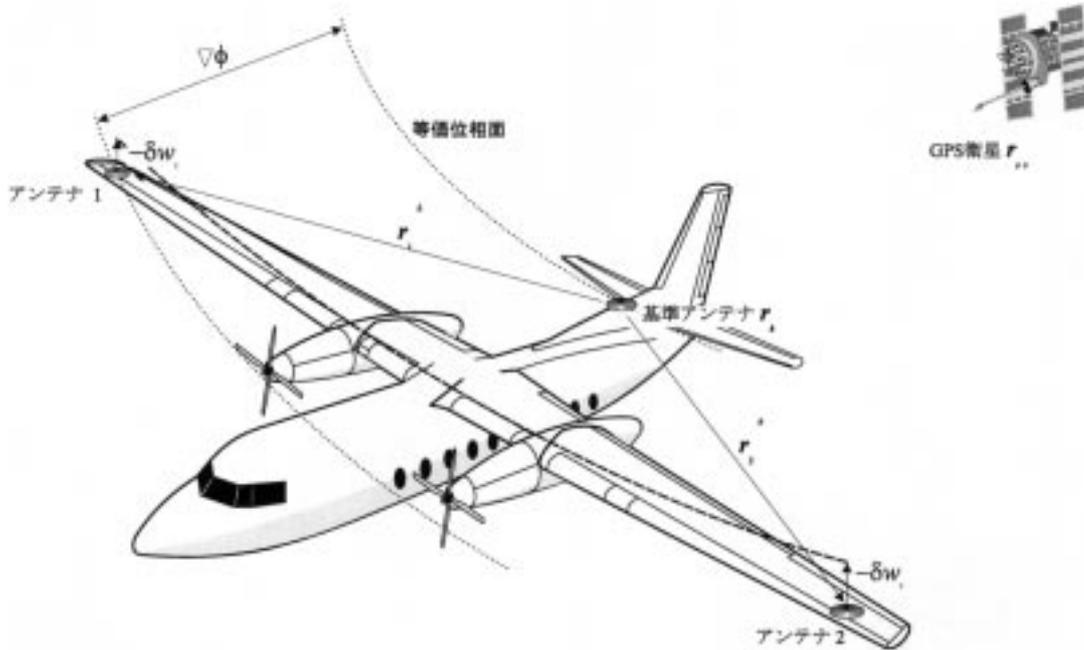


図 4.4-1 マルチアンテナ DGPS/INS 複合航法システムの幾何学的関係

表 4.4-1 マルチアンテナ DGPS/INS 複合航法の姿勢精度 (95%)

姿勢角とアンビギュイティ	DGPS/INS	マルチアンテナ DGPS/INS (レバ-アーム長 8m)
ロール/ピッチ	0.0055°	0.0046°
ヨー	0.028°	0.011°
アンテナ間搬送波位相アンビギュイティ	—	5.0 mm

s)としたが,マルチパスに関してはアンテナ間の距離が近いため,半分の2.5 mm ($1s$)としている.基準アンテナに対する他のアンテナの位置は,アンテナ1が,

$$r_1^b = (60 \text{ m}, 45 \text{ m}, 1.0 \text{ m}) \quad (4.4-14)$$

アンテナ2が,

$$r_2^b = (60 \text{ m}, -45 \text{ m}, 1.0 \text{ m}) \quad (4.4-15)$$

とした.これは小型航空機において,胴体尾部に基準アンテナがあり,その前方両翼上にアンテナ1,2が設置されている場合を想定したものである.また,解析においては,翼の柔軟性は考慮していない.

表4.4-1から分かるように,マルチアンテナによる姿勢精度向上の効果は,ロール/ピッチ角にはほとんど出ていない.ヨー角には若干の効果はあるが,実際のマルチパスが2.5 mm以内に収まるか,翼の柔軟性を考慮しなくてよいかなどを考えると大きな意味があるとは言えない.効果が出ない理由は,表4.4-1で示すそのときの搬送波位相アンビギュイティの推定精度をみるとよく理解できる.搬送波位相アンビギュイティの最終の予測推定精度は5.0 mm (95%)である.これは,搬送波位相データに含まれるマルチパスによる影響が残っているためと考えるとよい.その結果,(4.4-14)~(4.4-15)式で示すレバーアーム長の効果では,姿勢角誤差に関する感度は, 6.4×10^{-4} ラジアン(約0.036°)しかない.4.3節のDGPS/INS複合航法の結果では,可観測性の小さいヨー姿勢角でもこれ以上の精度を保持しており,幾何学的な関係から得られる姿勢角誤差に対する感度が十分でないことが分かる.

以上をまとめると,DGPS/INS複合航法システムに,あらたにアンテナを複数個搭載し,ロール/ピッチ姿勢角に関する可観測性を向上させる試みはそれほど効果がないことが分かった.ヨー姿勢角に関しては,性能改善することができるが,レバーアーム長が長くなると機体の柔軟性の影響なども考えなければならない.ここで示した理論解析精度がそのまま適用できるわけではない.したがって,マルチアンテナにするとしても剛体とみなせる胴体部に,前後にアンテナを取り付け,ヨー姿勢角の改善だけを目的とするのが妥当と考えられる.

ランデブドッキング DGPS 航法

GPSは,2機の宇宙機(チェイサとターゲット)が互いに遠く離れているところから,最終接近してドッキングするまで継続的に航法データを出力できるのでランデブドッキングの航法としては適当である.しかも,DGPS

による相対航法ではGPSのシステム誤差が除去されて航法精度が向上する.本項では,このDGPS航法にシュードレンジを使う場合と,搬送波位相を使用した場合の精度解析を実施し,航法性能の比較する.

搬送波位相データはシュードレンジに比べ精度が約百倍向上しており,相対航法にこれが使用できれば性能の大幅な向上が予想される.しかし,搬送波位相にはアンビギュイティと呼ばれる波長の整数倍分の未知量が含まれている.実時間の航法でこれをどう解くかが問題になるわけだが,実はランデブドッキングを行う2機の宇宙機の相対航法では,測量などで行われている手法が適用できる.

地上でGPSの搬送波位相を利用して測量を行う場合,アンビギュイティは長時間同一の衛星の位相データを連続に観測して,そのデータの差分を取ることで除去している.これは,アンビギュイティが連続受信中は一定であるという性質を利用している.この方法により航法を行う場合,次の2つの条件が必要である.すなわち,

差分データで航法を行うのでその間,ユーザは静止していなければならない.可観測性を得るために,その間GPS衛星までの視線ベクトルが大きく変化しなければならない.長時間静止して位置を求める測量の場合,上記の2つの条件は満たされていることは容易に分かるが,ランデブドッキングの相対航法の場合にはどうであろうか.

ランデブドッキングの相対航法の場合,2番目の条件は地上よりも満足しやすい.これは,人工衛星の場合,高速で地球を周回しているためユーザからGPS衛星までの視線ベクトルが速く変化するからである.可観測性を示す指標としてここでRDOPを導入する.RDOPは,搬送波位相の差分データから航法を行った場合の精度を示す指標で,小さいほど精度がよい.定義を以下に示す.

$$RDOP = \sqrt{\text{Trace}(H^T H)^{-1}} \quad (4.4-16)$$

$$H = \begin{pmatrix} \{(u_1^i - u_0^i) - (u_1^l - u_0^l)\}^T - \{(u_1^{i'} - u_0^{i'}) - (u_1^{l'} - u_0^{l'})\}^T \\ \{(u_1^j - u_0^j) - (u_1^l - u_0^l)\}^T - \{(u_1^{j'} - u_0^{j'}) - (u_1^{l'} - u_0^{l'})\}^T \\ \{(u_1^k - u_0^k) - (u_1^l - u_0^l)\}^T - \{(u_1^{k'} - u_0^{k'}) - (u_1^{l'} - u_0^{l'})\}^T \end{pmatrix} \quad (4.4-17)$$

n_n^i は, n 番目のGPS受信機から i 番目のGPS衛星への視線ベクトル, u_n^i は,同じ視線ベクトルで航法の終了時間での値である.これを地上の場合と宇宙空間の場合でプロットすると図4.4-2のようになる.地上では,RDOPの値が小さくなるのに1時間程度必要であるのに対して,宇宙空間では数分で可観測性が出ている.した

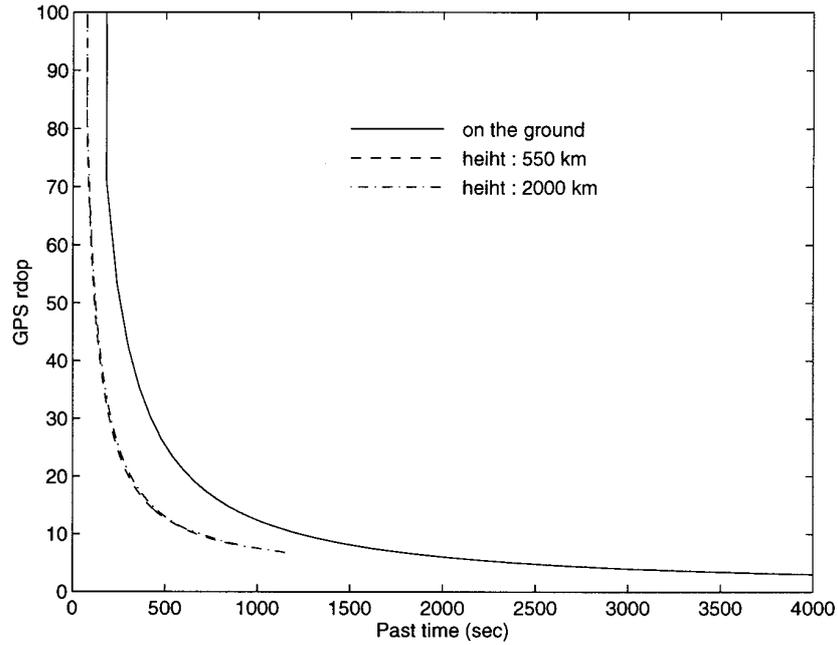


図 4 . 4 - 2 アンビグイティも含めた相対位置の可観測性

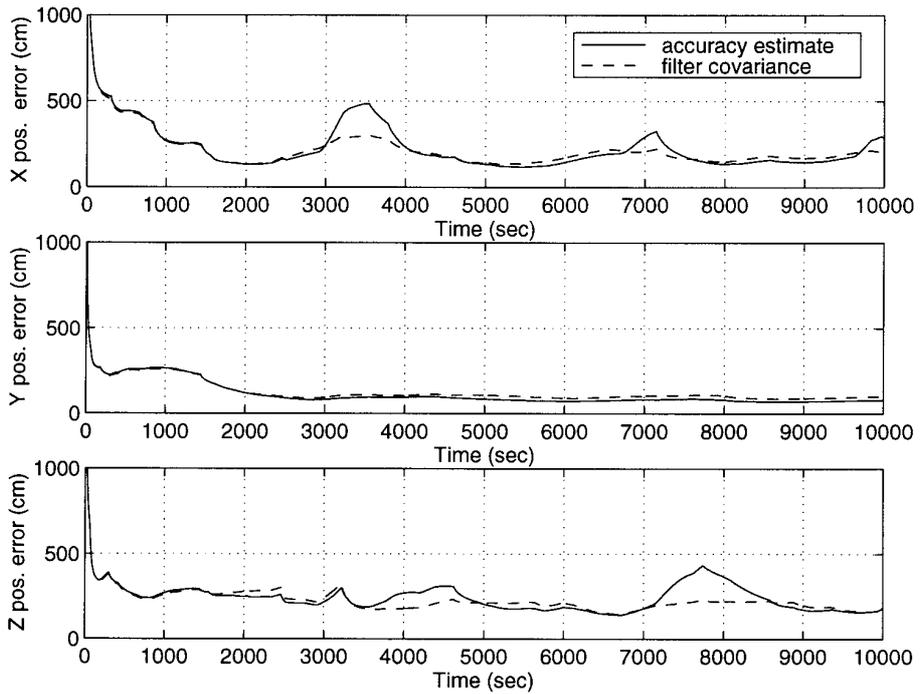


図 4 . 4 - 3 シュードレンジによる相対航法精度 (位置誤差)

がって、搬送波の差分データを用いる方法でも、数分で相対航法が収束し、それ以降高精度の航法ができる。

可観測性が得られ航法が収束するまでの数分間、ユーザが静止した状態を作ることができれば条件が満たされ、ランデブドッキングの相対航法としてこのアルゴリズムが使用できる。もちろん人工衛星は高速で移動しているが、ターゲットから見たチェイサの相対位置という

視点で見ればその運動は非常にゆっくりとしており、しかもヒル(Hill)の方程式と呼ばれるよく知られた微分方程式で表現できる。

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} - 2w\dot{y} &= F_x / m \\
 \ddot{y} + 2w\dot{x} - 3w^2y &= F_y / m \\
 \ddot{z} + w^2z &= F_z / m
 \end{aligned}
 \tag{4.4-18}$$

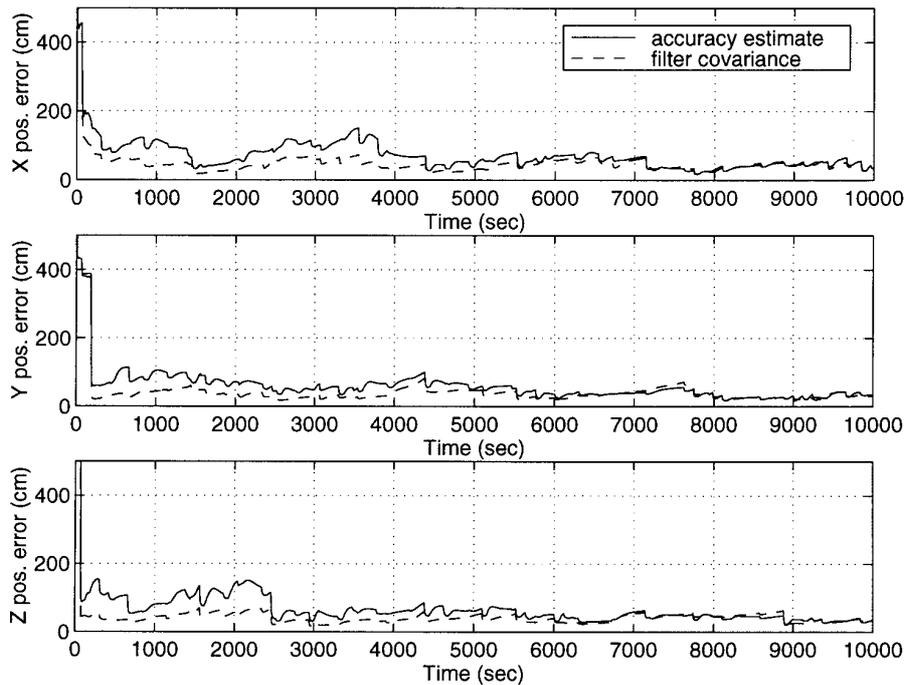


図 4.4-4 搬送波位相による相対航法精度（位置誤差）

ここで F は衛星にかかる外力, m は衛星質量である. これを基準軌道として, 外乱力によりこのまわりでチェイサが動く分を推定する相対航法を考えれば, 可観測性が得られる数分間の間, ほぼ静止した状態とみなせる. ランデブドッキングのための相対航法ではこのようにして, 搬送波位相を用いてアンビギュイティを推定しながら, 実時間の航法を行うことができる.

ここでは, (4.4-18) 式でそのダイナミクスを定義された基準軌道のまわりの位置誤差を航法状態量とにおいて, 第 3 章で述べた手法でその航法精度予測を行った. この場合, ヒルの方程式が複合航法における INS の代わりとなっており, 基本的には DGPS/INS 複合航法とアルゴリズムは同一である. したがって, 観測量としてシュードレンジを使うことも, アンビギュイティをさらに航法状態量として追加し, 搬送波位相を使うこともできる.

図 4.4-3 及び図 4.4-4 は, それぞれ観測量をシュードレンジ 搬送波位相としたときのチェイサ/ターゲット間の相対位置推定精度である. 明らかに搬送波位相を観測量とする方が精度は向上している.

宇宙機における航法のように地上ではその精度をなかなか検証するのが難しい場合でも, 理論精度解析により航法精度を予測し, アルゴリズムの改良を行うことができる.

5. 理論精度解析の飛行実証

5.1 DGPS/INS 複合航法飛行実験システム

ここでは, 前章の理論精度解析を検証するために, 実際に DGPS/INS 複合航法の実験システムを構築し飛行実験を行った結果をまとめる. 飛行実験は当所の実験用航空機 Do-228-200 (ドルニエ機) に, 図 5.1-1 で示すようなシステムを搭載して実施した. GPS 受信機はトリンプル社製の 4000SSE を使用した. これは 9 衛星分の GPS 信号を同時に受信でき, RS232C を介し 1 秒間隔でシュードレンジ, 搬送波位相, デルタレンジを出力する. また, 最新の GPS 放送暦のデータも航法計算機に送信する. さらに DGPS 補正情報が地上との UHF リンクを介して航法計算機に送られる. これは, 地上の定点で受信したデータから GPS 信号に含まれる誤差 (SA 誤差, 大気遅延誤差) を推定したもので, 1 秒に 1 回, RTCM104 というフォーマットで送信されてくる. INS からは, 速度増分, 角度増分のデータが ARINC429 バスを介して 64 Hz で出力され, 航法計算機でストラップダウン INS 航法演算に使用される.

航法計算機の演算結果はデータモニタを通じて搭乗計測員がチェックするとともに, 誘導計算機に 4 Hz のレートで送信されている. 誘導計算機は, この結果とあらかじめ入力された飛行経路との偏差を計算する機能を持っており, その値をコックピットの表示装置を介してパイロットに知らせることができる.

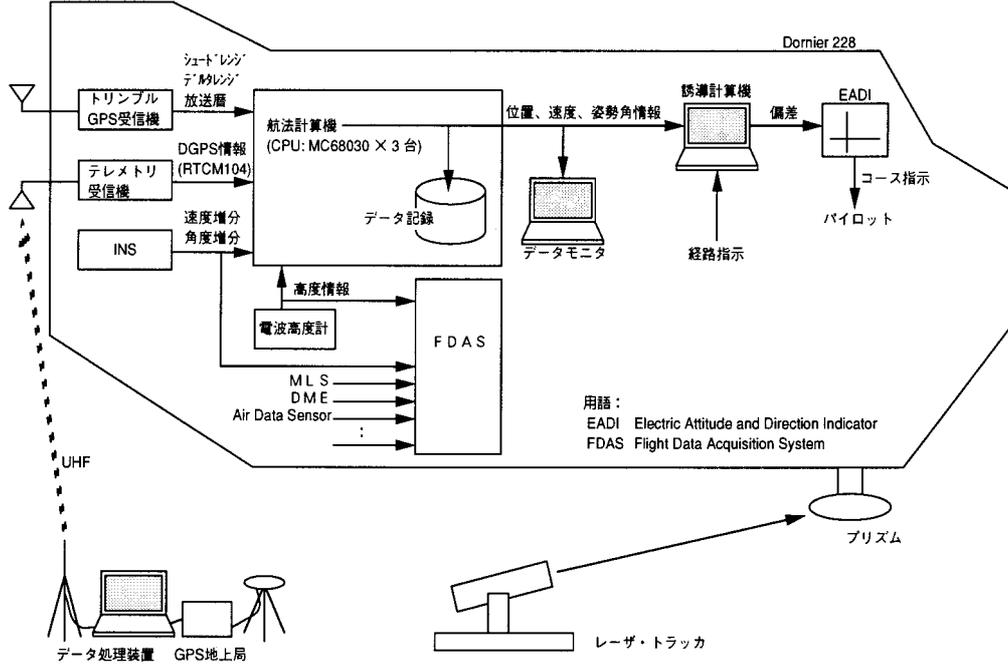


図 5 . 1 - 1 DGPS/INS 複合航法実験システムの全体図

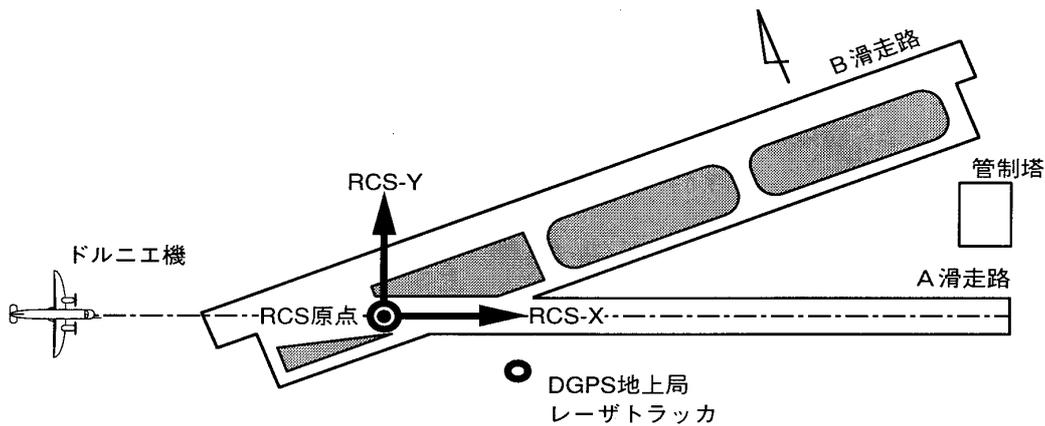


図 5 . 1 - 2 仙台空港と地上実験設備

搭載システムとしては他に、FDAS (Flight Data Acquisition System) と呼ぶデータ収集装置と地上のレーザートラッカからのレーザーを反射するためのミラーがある。FDAS は、ドルニエ機に搭載されている様々のセンサのデータを収集する装置で、MLS (Microwave Landing System) など他の航法センサのデータも記録している。ミラーは半球状にプリズムを配置したもので、地上からのレーザー光を反射する。レーザートラッカ出力は基準軌道としてキネマティック GPS とともに精度評価に使用した。

図 5 . 1 - 2 は、本報告で述べる実験を実施した仙台空港と地上施設を示したものである。実験はおもに A 滑走路を使用して行ったが、ここにデータ評価に使用する座標系として滑走路座標系 (RCS : Runway Coordinate

System) を構築した。これは原点を滑走路端に取り、滑走路の中心線に沿って X 軸、水平方向に Y 軸、右手系を成すように Z 軸 (ほぼ鉛直上方を向く) をとったものである。原点の位置座標は、筑波の国土地理院にある VLBI (Very Large Baseline Interferometry) で決めた基準点から GPS の静止測量技術によって算出した²⁸⁾。基準点は ITRF90 (International Earth Rotation Service (IERS) Terrestrial Reference Frame 1990) という座標系で記述されたものを、GPS で用いる WGS84 という座標系に変換した (付録 1 参照)。WGS84 は 1990 年以降、ITRF と合致するよう若干の修正がなされているがここで議論する精度には影響ないので無視している。

A 滑走路のわきにはレーザートラッカ (運輸省電子航法

研究所所有)とDGPSのための地上GPS受信機が設置されている。レーザトラックはコントラバス社製のものをを用いた。今回の場合、1局でドルニ工機的位置を推定するため角度測定の性能がレーザ基準軌道の精度を決定する最大の要因となる。仕様によれば測定精度は、20秒角(約0.1 mrad)で、レンジ精度(30 cm)と同等な3次元の測位精度が得られるのは測定距離3 kmまでということになる。これは滑走路の近傍のみであり、航法装置の性能を広く評価するためには不十分である。そのため本研究では、広い範囲の基準軌道を得るためにキネマティックGPSを用いている。ただし、複合航法システムの評価に使用するに当たり、同じGPS情報を使用しているという点で独立性が保てないので、あらためてキネマティックGPSを、滑走路近傍だけではあるが、レーザ基準軌道と比較してその精度を検証した。

地上GPS受信機も機上と同様にトリンプル社製の4000SSEを使用している。地上では、そのシュードレンジ、デルタレンジ出力を使ってGPS信号に含まれるシステム誤差を推定し、DGPS補正情報として機上に送信している。

5.2 飛行実験結果と理論精度解析の比較

実験では、滑走路への進入着陸、旋回飛行などさまざまな飛行パターンを含む約2時間の飛行のもとでの

DGPS/INS複合航法の性能評価を実施した。図5.2-1は、実験の飛行プロファイル(仙台空港)を滑走路座標XY平面に投影したものである。DGPS地上局から約25 kmの範囲で、滑走路への進入、待機のための旋回などを繰り返している。途中グラフが途切れているのは、ここで計算機のデータ収集容量が限界となったためである。

このときのGPS衛星の幾何学的な配置条件を示すDOP値(Dilution Of Precision value)を図5.2-2に示す。図5.2-2は、水平面内での幾何学的条件HDOP(Horizontal DOP)と高さ方向の幾何学的条件VDOP(Vertical DOP)を示しており、どちらも値が2前後と衛星の配置条件はよかったことが分かる。途中、グラフに段差が見られるが、これはこの時点で衛星切り替えがあったためで、これに応じて実際の航法性能(理論精度解析による航法精度予測も)が変化することが予測される。

図5.2-3は、そのときの航法性能を位置、速度、加速度バイアス、ジャイロバイアスについて示したものである。同時に、飛行実験と同一の飛行プロファイル、同一のGPS衛星配置、同一のDGPS地上局位置を用いて、前章で示したDGPS/INS複合航法の理論精度解析を実施し、95%理論値として点線で示した。

図5.2-3(a)は、位置誤差をN,E,D軸に関して示したものである。評価のための基準軌道は精度が約10 cmのキネマティックGPSを使用した。キネマティック

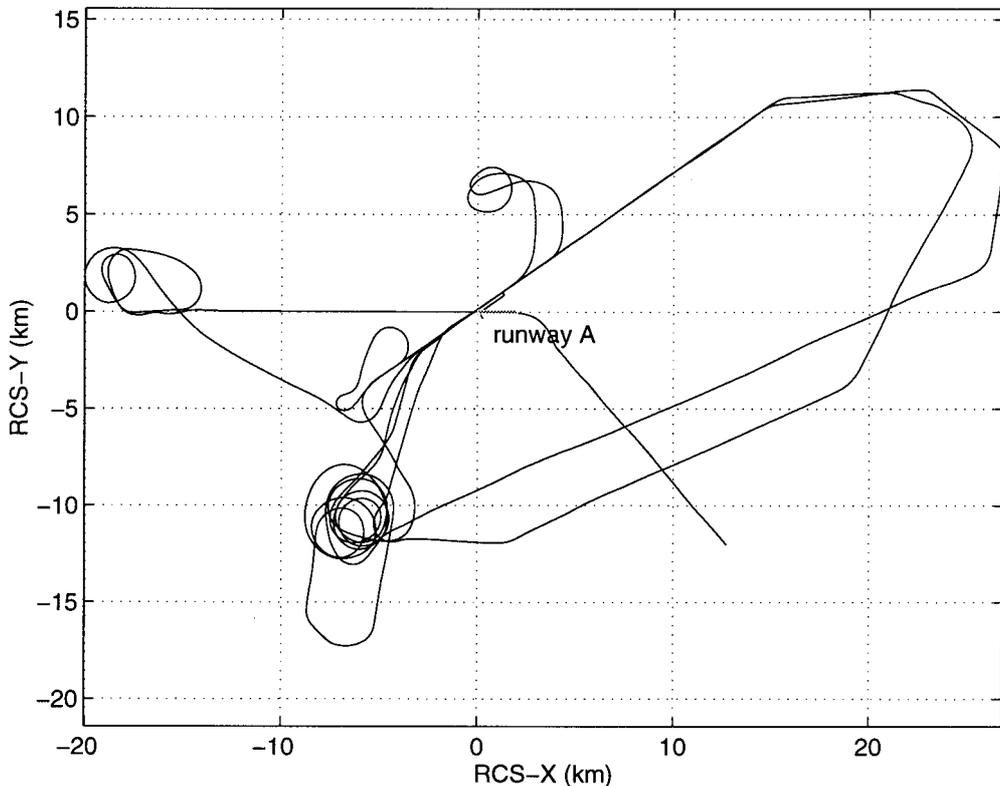


図5.2-1 飛行実験プロファイル(仙台空港)

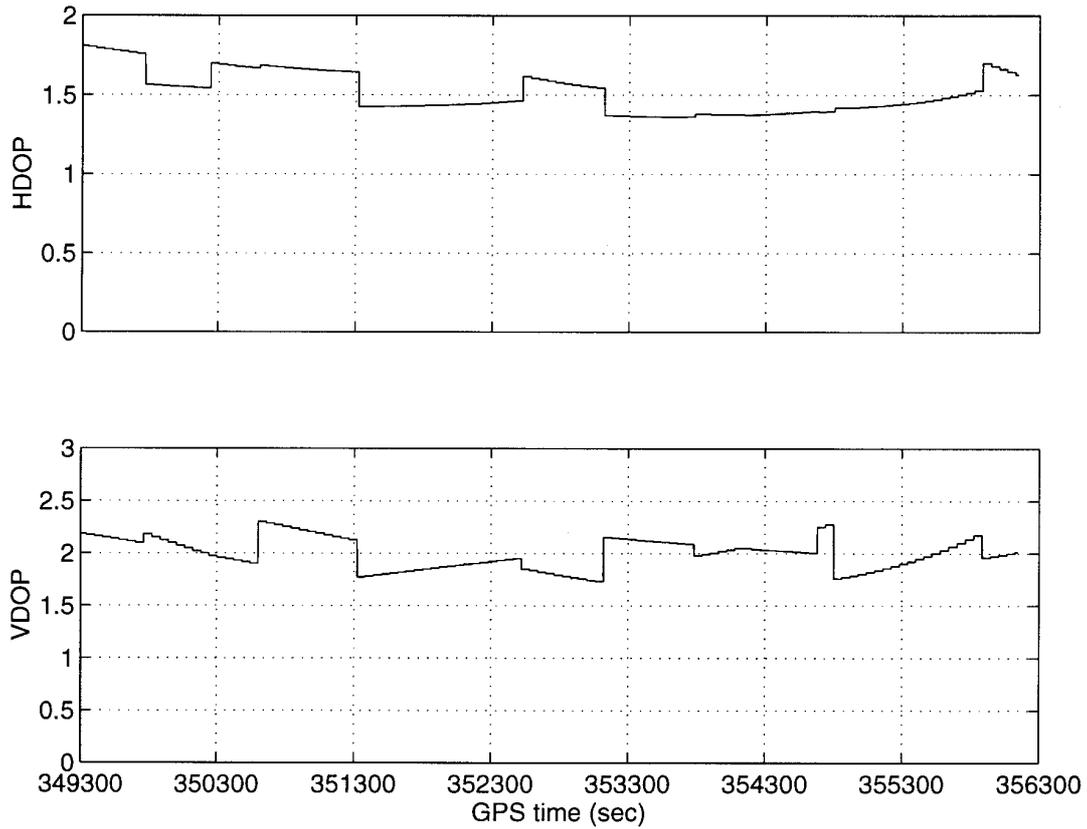


図 5 . 2 - 2 飛行実験時の GPS 衛星の幾何学的配置条件

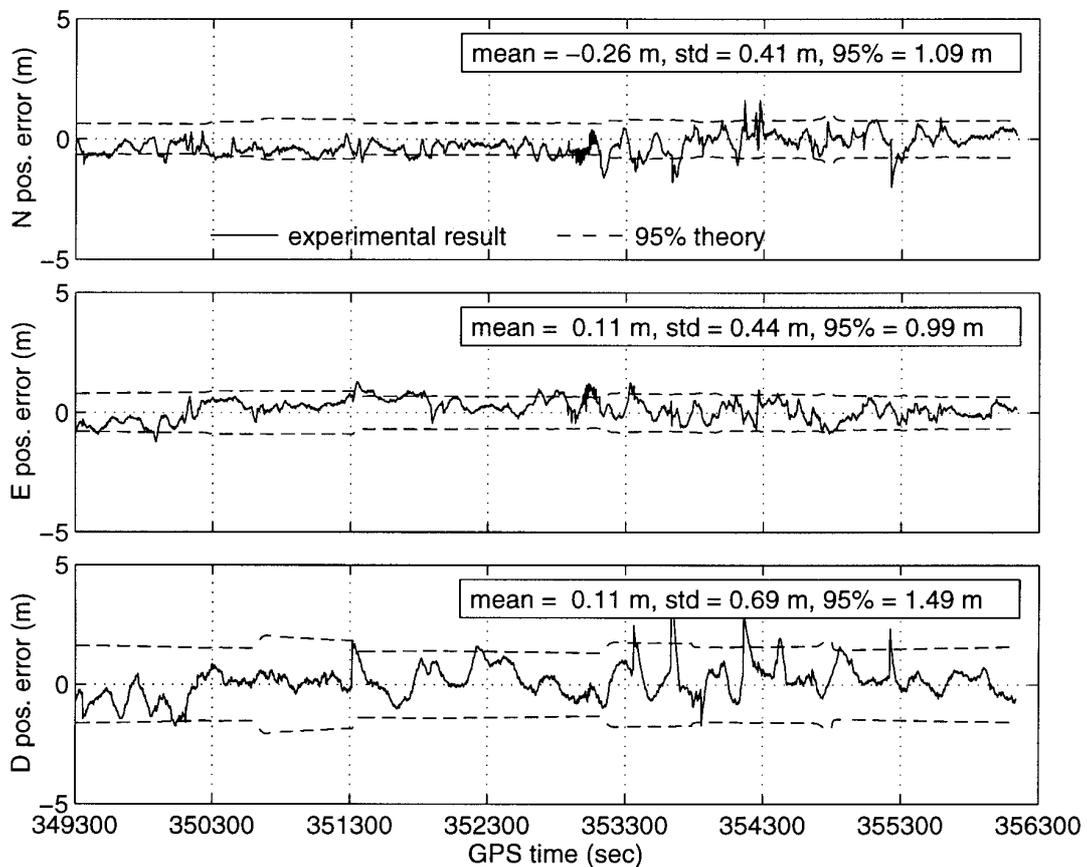


図 5 . 2 - 3 (a) DGPS/INS 複合航法の飛行実験結果と理論精度予測 (位置精度)

GPSを基準軌道として使用することは、同じGPSを使っているため独立の評価基準とはならないが、別途レーザトラックでキネマティックGPSを評価し、10 cm 台以下の精度が得られたことを確認しており、それについては後述する。図5.2-3(a)から、約2時間の飛行を経てもDGPS/INS複合航法はドリフト誤差を蓄積させることなく、1~1.5 mの安定した航法精度を維持していることが分かる。またその精度は、理論解析値とよく一致している。図中、D軸の航法精度が他の2軸に比べ劣るのは、GPS衛星が水平線から上にしかないという幾何学上の制約によるもので、GPS航法一般の傾向である。これは、理論精度解析でも予測されている。また、理論精度解析値のグラフの段差は、図5.2-2のVDOPとよく対応しており、GPS衛星の切り替えによるものであることが分かる。

図5.2-3(b)は、速度誤差をN,E,D軸に関して示したものである。誤差が8~12 cm/sと理論精度解析値と比べると非常に大きいことが分かる。じつは、このときの速度基準はキネマティック軌道の微分値である(実際は2次元のカルマンフィルタを組み、搬送波位相データから位置と速度の両方を同時に推定している。搬送波位相は位置とのみ幾何学的関係を持っているので、速度はシステムモデルを介して可観測性を得ている。シ

ステムモデルは位置の微分が速度、そして速度の微分にはホワイトノイズ(プロセスノイズ)が入るVDR(velocity dead reckoning)モデルである)。このとき、キネマティックGPSの速度推定値はカルマンフィルタのプロセスノイズの大きさに影響を強く受ける。プロセスノイズの値はここではフィルタが発散しないように試行錯誤で決めているが、本来はそのときの機体のマヌーバに適応した値を設定しなければならない。したがって、キネマティックGPSの速度推定値には、位置データの微分によるノイズとフィルタパラメータのマヌーバとのミスマッチによる誤差の両方が入っており精度はそれほど良くない。とくにその影響はマヌーバを行う水平面に関して顕著で、図5.2-3(b)のN,E軸の方が理論値との差が大きいこととよく対応している。また、駐機点でドルニエが停止していた最初の500秒間の速度誤差は理論値とよく合っていることから類推できる。したがって、図5.2-3(b)は、DGPS/INS複合航法の速度誤差というより、キネマティックGPSの速度誤差を示しているといつてよい。このように位置以外は実験だけでは十分な性能評価を行うのが難しく、理論精度解析を併用する必要があることが分かる。

図5.2-3(c)と図5.2-3(d)は、それぞれ加速度計とジャイロのバイアス推定値をプロットしたも

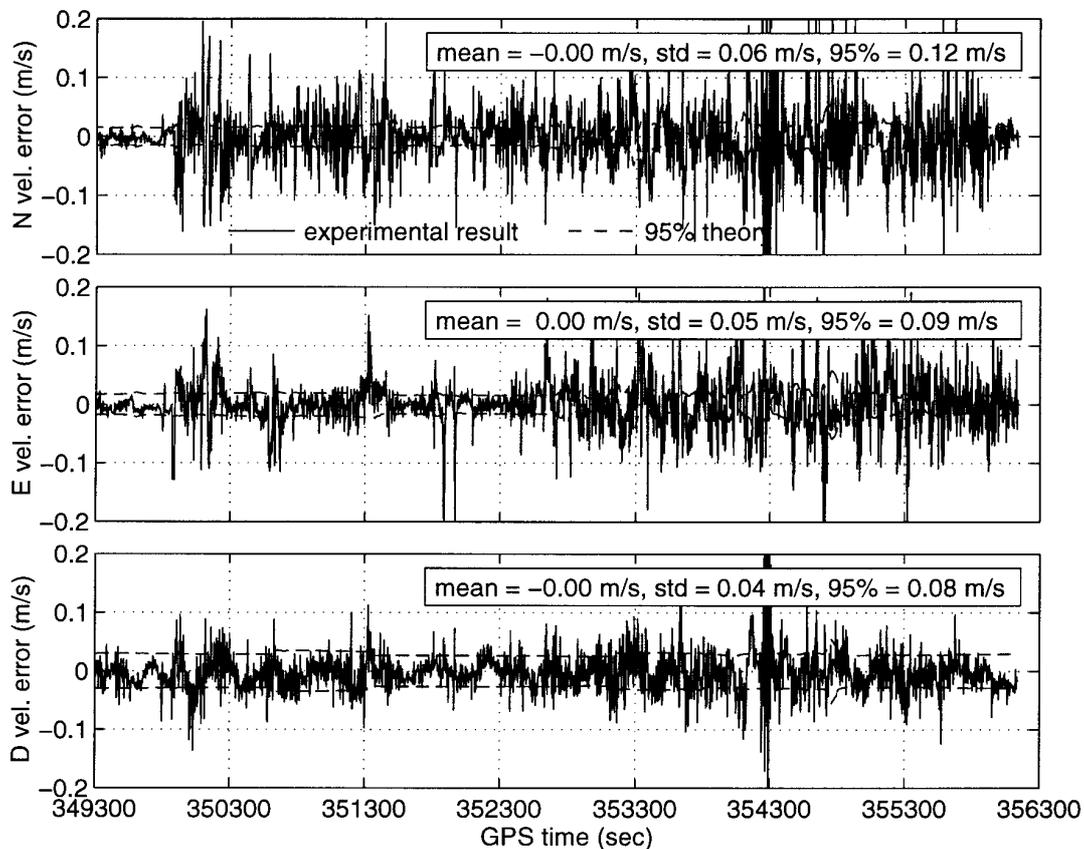


図5.2-3(b) DGPS/INS複合航法の飛行実験結果と理論精度予測(速度精度)

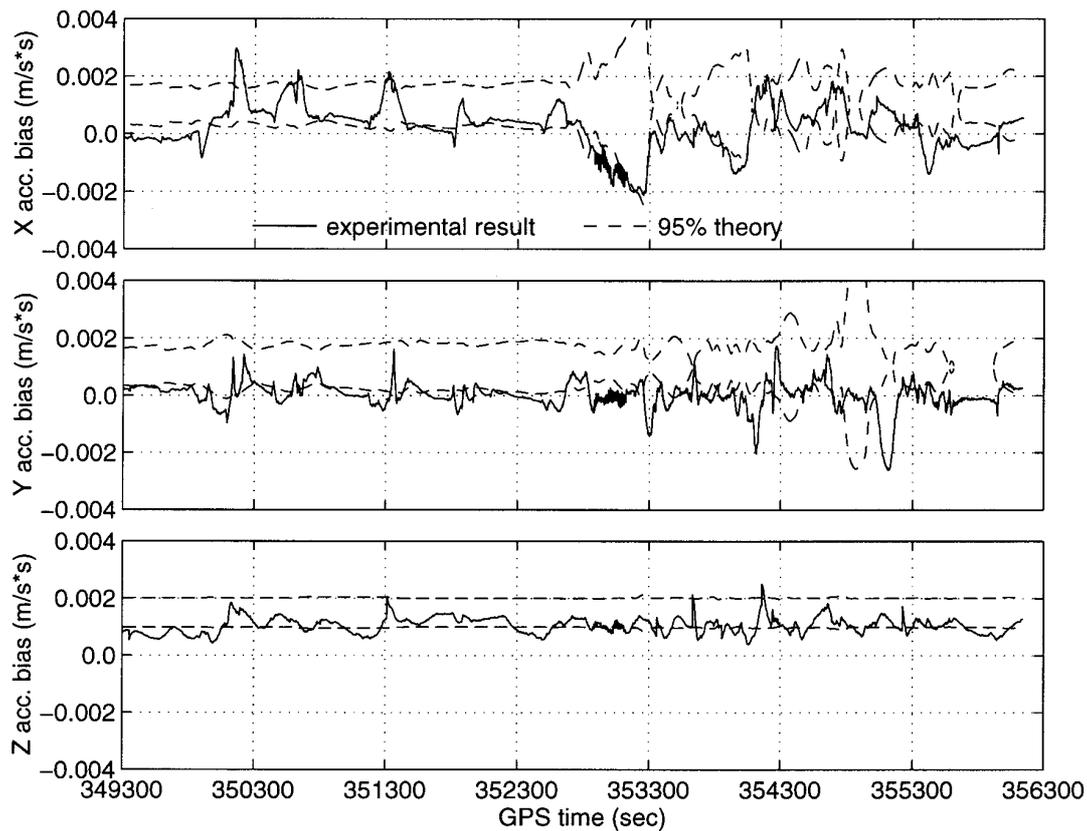


図 5 . 2 - 3 (c) DGPS/INS 複合航法の飛行実験結果と理論精度予測 (加速度バイアス)

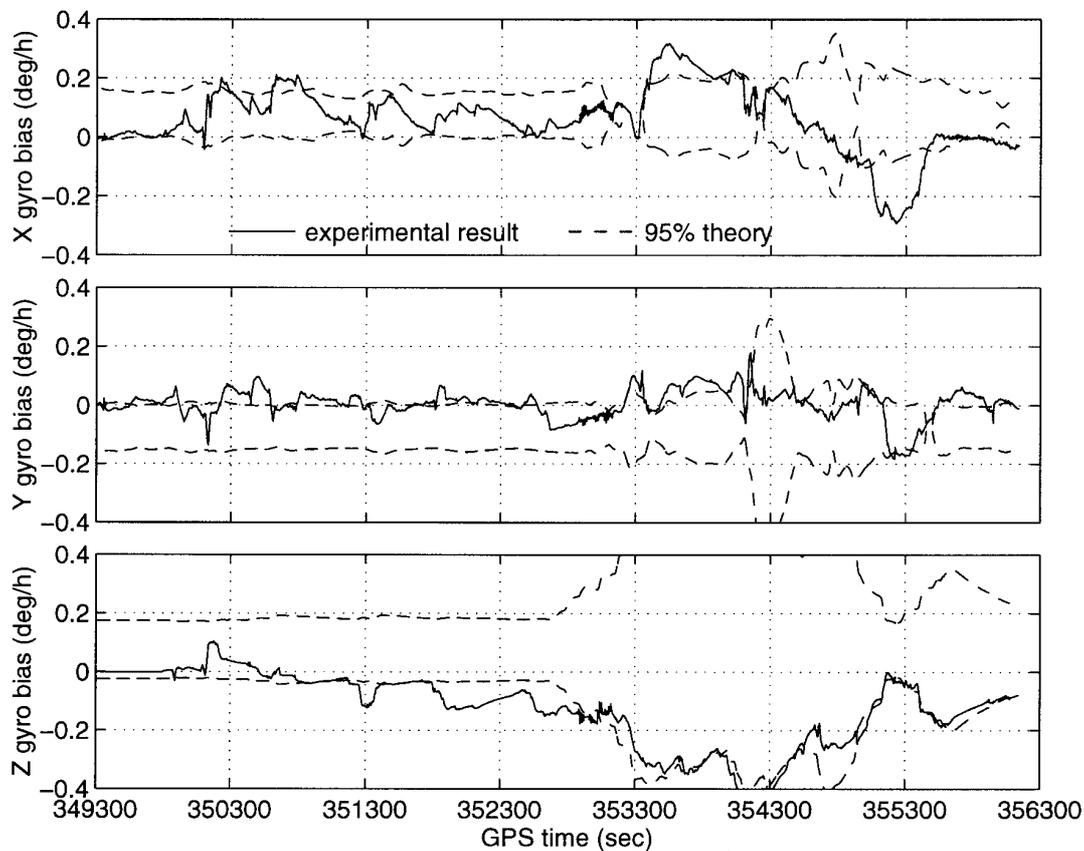


図 5 . 2 - 3 (d) DGPS/INS 複合航法の飛行実験結果と理論精度予測 (ジャイロバイアス)

のである。バイアスの真値は分からないが、その推定値の時間履歴は理論精度解析の結果とよく一致している。図 5.2-3(c)の加速度バイアス推定の場合、353,300 秒前後の繰り返し旋回の影響が X 軸と Y 軸にでると理論的に予測されているが、実験結果でもこの前後で推定値が大きく変動している。同じ現象が図 5.2-3(d)におけるジャイロバイアスの推定値でも言え、とくに Z 軸のジャイロバイアス推定値の大きな変動が実験でも理論解析でも見られる。これらの大きな推定値の変動は、旋回により Z 軸周りのジャイロ・スケールファクタ誤差が蓄積し、ヨー姿勢角誤差、つづいて X 軸と Y 軸の加速度誤差となって現れるというメカニズムに基づいており、不具合ではなく理論でも裏付けられた挙動である。スケールファクタまで考慮した正確なシステムモデルを作り精度解析を実施する本手法で予測される、設計通りの動作である。

つぎに、図 5.2-3(c)の Z 軸の加速度バイアスについて述べる。この軸は、水平面内のマヌーバの影響をほとんど受けず、大きな変動なしにバイアスが推定可能な軸であるが、図から分かるように一定のオフセットが見られる。オフセットの平均は 100 mgal である。Z 軸は重力方向の軸でもあり、この軸の加速度バイアスにはス

トラップダウン INS 計算に使われる重力モデルの誤差も含まれる。本実験システムにおける重力モデルは国際測地学地球物理連合が決めた測地標準系 1980 正規重力式に基づいている。この値と仙台における重力測定値との差（フリーエア異常）は理科年表によれば 96 mgal とされているので、もし Z 軸の加速度計バイアスが微小なら DGPS/INS 複合航法の Z 軸加速度バイアス推定値 100 mgal は、この重力異常を推定したものと考えられる。

以上より、製作した DGPS/INS 複合航法システムは外部からの妨害に強い INS による自律航法の特長を生かしたまま、2 時間の飛行実験中、INS のドリフト誤差を押さえ、GPS による高精度測位と同等の精度を長時間維持することが可能であると実証された。また、精度予測結果は、センサキャリブレーション値（バイアス推定値）の時間的な履歴まで飛行実験結果とよく一致していることが確認された。とくに、搭載フィルタの誤差モデルでは無視しているスケールファクタがマヌーバ時のバイアス推定値の変動に影響を与えており、これを予測できる理論精度解析の有効性が確認され、DGPS/INS 複合航法システムの設計ツールとしての信頼性が証明された。

最後に、測位精度評価の基準軌道として用いたキネマティック GPS の検証結果を示す。図 5.2-4 は、レー

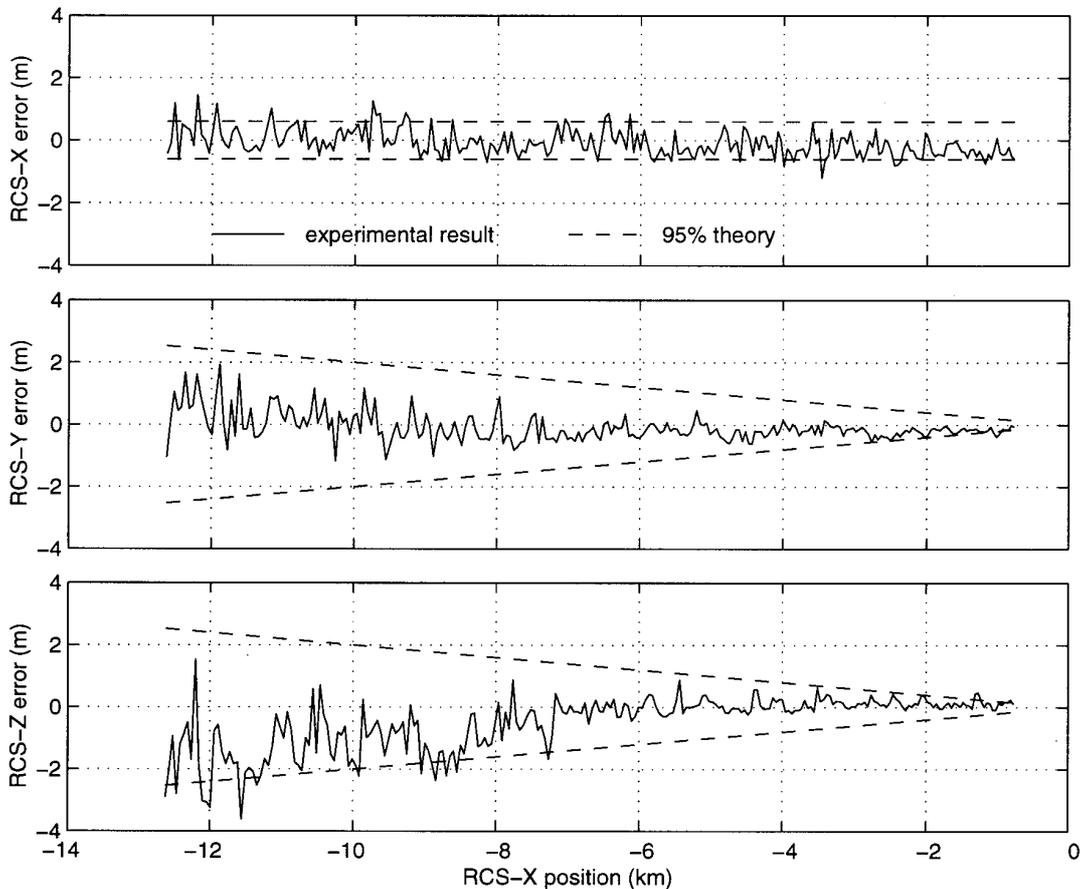


図 5.2-4 レーザ軌道とキネマティック GPS 軌道の差

表 5.2-1 レーザ軌道とキネマティック GPS 軌道の差 (レンジ 3 km 以下)

	平均	標準偏差
X 軸方向	0.32 m	0.27 m
Y 軸方向	0.21 m	0.12 m
Z 軸方向	-0.12 m	0.14 m

ザトラッカによる軌道とキネマティック GPS の軌道を比較したものである。また、レーザトラッカの仕様 (測距精度 (1 s) が 30 cm, 測角精度 (1 s) が 0.1 mrad) に基づくレーザ軌道の理論誤差 (95%) を合わせて点線で示した。レーザによる基準軌道がレーザトラッカ 1 局で生成されるため、測角情報も使用されており、Y, Z 軸は滑走路から遠ざかる (レーザトラッカから遠ざかる) とともに誤差が増大する。

実線のグラフの包絡線を見ると点線で示したレーザ軌道の理論誤差とよく一致していることが分かる。すなわち 図 5.2-4 はレーザ軌道の誤差を示していると言ってもよく、キネマティック GPS で推定した軌道にはレーザで測定することのできる有意の誤差は存在しなかったということが証明された。レーザとドルニエ機との距離が 3 km 以下になる時間帯 (レーザ軌道の精度は各軸 30 cm (1 s)) の誤差をみると、レーザ基準軌道に対するキネマティック GPS 軌道の差は表 5.2-1 のようになり、これからもキネマティック GPS はレーザを上回る精度で軌道決定が可能で、DGPS/INS 複合航法の基準軌道とするこの妥当性が分かる。

6. おわりに

6.1 結論

本研究では、DGPS/INS 複合航法システムの理論精度解析手法の導出と、その飛行実験による検証を行った。これにより、以下の結論が得られた。

まず、理論精度解析に関しては、

1. DGPS/INS 複合航法システムの理論精度予測の結果は、実際のハードウェアを用いた航法実験の結果と、位置、センサ・バイアス推定値にいたるまでよく一致していた。このとき、航法誤差の大きさの予測はもちろんのこと、ユーザのダイナミクスによる精度の変化も正確に予測することができた。
2. 理論精度解析を行うことで、飛行実験データからだけでは分からない、DGPS/INS 複合航法システムで達成可能な航法性能の予測、その性能を規定する誤差源の判別などが可能になり、DGPS/INS 複合航法システムを実用化するための設計ツールとすることができた。

3. 理論精度解析でセンサのグレードを変えたときの航法精度への影響を予測することで、実際に種々のセンサを用意してシステムを構築することなしにシステムの性能評価ができる。これにより、DGPS/INS 複合航法システムの実用化に際して、コスト面から検討することが可能になった。本研究では、中精度光ファイバジャイロを使用する場合を考え、位置、速度に関しては、それほど悪影響を受けないことを確認した。

4. 理論精度解析で性能を規定する誤差要因を同定することで、その誤差の影響を小さくするアルゴリズムを考案し、システムの精度を向上させることができる。本研究では、精度予測からマルチパスが複合航法システムの測位精度を決定していることを明らかにし、マルチパス誤差の小さい搬送波位相データを観測量として使用するアルゴリズムによる性能向上を示唆することができた。これについては、稿をあらためて論じる。

5. 大幅なシステム変更を伴うようなアルゴリズムの改修は、実システムを使って実験的に検証することが難しい。理論精度解析では、事前にそのアルゴリズムの改修の効果を予測することができる。本研究では、航空機の機体に複数の GPS アンテナを取り付け、姿勢推定に関して精度が向上するか予測した。その結果、DGPS/INS 複合航法システムにおいてはマルチアンテナの効果は少なく、ヨー姿勢角誤差の増大を抑える目的にしか意味がないことを明らかにした。また、精密な相対位置情報を必要とするランデブドッキングに DGPS を応用した精度解析結果も実施し、搬送波位相データを利用した場合の性能向上を予測した。

この結論が得られた。

次に飛行実験結果からは、

6. 理論精度予測値を飛行実験データと比較しその整合性を確認することで、本研究で製作した複合航法システムが正常に動作していることが明らかになった。また解析パラメータの一部は、地上実験のデータとも比較し、整合性を確認することでモデルの正確さを明らかにした。
7. DGPS/INS 複合航法システムの測位精度は他の飛行実験結果も含め、水平面内で 1.4 m ~ 1.7 m, 高度方向で 1.2 m ~ 2.1 m (95%) との結果が得られた。これは航空機の着陸航法という応用面からみた場合、最新のトンネルコンセプトによるカテゴリー を満足する値である。
8. DGPS/INS 複合航法システムの出力データ内容の豊富さを確認した。速度、姿勢角、加速度、姿勢レ

トといった情報をリアルタイムで誘導・制御系に出力することができる。

9. 今回、位置精度の確認にはキネマティック GPS を用いたが、その精度はレーザトラックのそれを上回っていた。

の結論が得られた。

6. 2 今後の課題

本研究は、理論精度予測法を提案しそれを実験的に検証することで、従来研究では十分でなかった理論解析の信頼性を高めることを目的としている。その意味において、さらに本手法を検証する必要がある。DGPS/INS 複合航法の場合、位置、速度に関してはダイナミクスの影響をそれほど受けないので今回の飛行ケースで問題ないが、センサバイアス推定値などは第 5 章の結果でもみられたように飛行プロファイルに強く依存している。さらに実験を重ね、慣性センサのスケールファクタ誤差やミスアライメントの影響を確認しなければならない。

本研究で展開した理論では、航法フィルタの安定性について予測できない。しかし、中精度光ファイバジャイロを用いた場合のロール角誤差の発散を抑える目的など、精度解析においていわゆる試行錯誤でチューニング値を決めていた。将来的にはセンサ誤差の見込み値を用いて解析的に安定なフィルタが設計できることが望ましい。航法フィルタのロバスト化も今後の検討課題として重要である。

本研究では基準軌道の生成に用いたキネマティック GPS を用いている。本研究でも確かにキネマティック GPS はレーザトラックを上回る性能を発揮し、DGPS/INS 複合航法の評価に役立った。しかし、本文でも述べたように、GPS 単独航法であるキネマティック GPS は、自律性、完全性、連続性、利用性、出力データ内容といった、測位精度以外の指標で複合航法に劣っている。本研究で提案した理論精度予測法では、これらの性能に関して定量的に予測値を出すことができない。しかし、飛行安全を確保する上からも上記の指標は非常に重要なものである。精度以外にシステムの信頼性を予測する理論の構築も必要である。

謝 辞

本研究で実施した飛行実験は、運輸省電子航法研究所との共同研究協定に基づき仙台空港で実施させていただいた。電子航法研究所の岩沼分室、仙台空港の関係各位には施設の提供など、さまざまな便宜を図っていただいた。ここにあらためて感謝の意を表します。

また、飛行実験に際しては当所の飛行研究部飛行統括室の全面的な協力を得ました。

参考文献

- 1) F. van Graas, et. al., "Ohio University/FAA Flight Test Demonstration Results of the Local Area Augmentation System (LAAS)", Proceedings of ION GPS-97, pp. 1623-1629.
- 2) T. M. Corrigan, et. al., GPS Risk Assessment Study Final Report, The Johns Hopkins University/Applied Physics Laboratory, VS-99-007, January 1999.
- 3) 村田 正秋, 小野 孝次, 「GPS 応用 - 着陸複合航法システムの研究 - 」, 航空宇宙技術研究所 第 33 回研究発表会前刷集, 1995 年, pp.11-20.
- 4) L. Vallot, A. Snyder, B. Schipper, N. Parker, C. Spitzer, "Design and Flight Test of a Differential GPS/Inertial Navigation System for Approach/Landign Guidance", NAVIGATION, Vol. 38, No. 2, Summer 1991, pp. 103-122.
- 5) M. E. Cannon, "Airborne GPS/INS with an Application to Aerotriangulation", Ph. D Thesis, April 1991, University of Calgary.
- 6) M. Harigae, et. al., "Flight Evaluation of the DGPS-INS Hybrid Navigation System for Category III Automatic Landing", Advances in Astronautical Sciences, Vol. 91, AAS 95-622, 1995, pp. 771-785.
- 7) 張替 正敏, 「自動着陸のための GPS 航法システムの研究」, 日本航海学会誌 NAVIGATION, 第 125 号, 1995 年, pp. 39-48.
- 8) 張替 正敏, 他, 「DGPS/INS 複合航法 (その 1, その 2)」, 第 12 回誘導制御シンポジウム, 1995 年, pp.9-24.
- 9) 張替 正敏, 「着陸進入のための DGPS/INS 複合航法システム」, 第 34 回飛行機シンポジウム, 1996 年.
- 10) 村田 正秋, 張替 正敏, 「GPS におけるセレクトティブ・アベイラビリティ (選択利用性) の観測と評価解析」, NAL TR-1105, 1991 年.
- 11) 村田 正秋, 張替 正敏, 「GPS の基礎と航空航法への応用」, 計測自動制御学会誌「計測と制御」, vol. 33, No. 5, 1994, pp. 406-414.
- 12) 藤本 真克, 「GPS による時刻同期」, 計測自動制御学会誌「計測と制御」, vol. 27, No. 7, 1988, pp. 47-52.
- 13) B.W. Remondi, Global Positioning System Carrier Phase: Description and Use, Bulletin Geodesique 59, pp. 361-377.
- 14) 張替 正敏, 他, 「GPS による軌道再突入実験機 (OREX) の軌道決定」, NAL TR-1280, 1995 年.
- 15) K. R. Britting, Inertial Navigation Systems Analysis, John Eiley & Sons, Inc. 1971.

- 16) A. Gelb, Applied Optimal Estimation, The M.I.T. Press, 1974.
- 17) B.W. Parkinson and J.J. Spilker Jr., Global Positioning System: Theory and Applications, Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 164, 1996.
- 18) J.A. Klobuchar, " Ionospheric Time-Delay Algorithm for Single-Frequency GPS Users ", IEEE transactions on AES, Vol. 23, No. 3, May 1987, pp. 325-331.
- 19) W.A. Feess and S.G. Stephens, " Evaluation of GPS Ionospheric Time-Delay Model ", IEEE transactions on AES, Vol. 23, No. 3, May 1987, pp. 332-338.
- 20) 日本測地学会編著, 「GPS - 人工衛星による精密測位システム - (新訂版)」, 1989年.
- 21) Department of Earth, Atmospheric and Planetary Sciences, MIT, Documentation for the GAMIT GPS Analysis Software, Release 9.40, November 1995.
- 22) 張替 正敏, 他, 「GPS による軌道再突入実験機 (OREX) の軌道決定」, NAL TR-1280, 1995年.
- 23) B. Townsend and P. Fenton, " A Practical Approach to the Reduction of Pseudorange Multipath Errors in a L1 GPS Receiver ", Proceedings of ION GPS-94, 1994, pp.143-148.
- 24) J.J. Spilker, Digital Communications by Satellite, Prentice Hall, 1977.
- 25) J.A. Klobuchar, et. al., " Potential Ionospheric Limitations to GPS Wide-Area Augmentation System (WAAS) ", NAVIGATION, Vol. 42, No. 2, Summer 1995, pp. 353-370.
- 26) Harigae, et. al., " Flight Experiment Results for Aircraft Position with Carrier Phases ", Proceedings of ION GPS-94, pp. 1519-1526.
- 27) C.E. Cohen, et. al., " Flight Tests of Attitude Determination Using GPS Compared Against an Inertial Navigation Unit ", NAVIGATION, vol. 41, No. 1, Spring 1994, pp.83-97.
- 28) M. Murata, et. al., " A GPS Sureveying Method Applied to Terminal Area Navigation Flight Experiments ", NAL TR-1994T, March 1993.
- 29) S. Malys and J. Slater, " Maintenance and Enhancement of the World Geodetic System 1984 ", Proceedings of ION GPS-94, 1994, pp. 17-24.
- 30) J. Kouba and J. Popelar, " Modern geodetic reference frames for precise satellite positioning and navigation ", International Symposium on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (KIS94), 1994, pp. 79-86.
- 31) J.A. Klobuchar, " Ionospheric Time-Delay Algorithm for

Single-Frequency GPS Users ", IEEE transactions on AES, Vol. 23, No. 3, May 1987, pp. 325-331.

付録 1 . GPS で用いられる時系と座標系

地球を周回運動する人工衛星からの電波を受信して, 利用者の時々刻々の位置 (および速度) を計算し, 結果を表示するために, 基準となる時刻と座標系が必要である. GPS では, GPS 時 (GPS time) と呼ばれる時系と, 世界測地系 WGS84 (World Geodetic System 1984) という準拠座標系を用いることになっている.

GPS 時は, 主制御局 MCS (Master Control Station) のセシウム原子時計によって管理される時系で, GPS におけるすべての時刻基準であり, また GPS 衛星の軌道暦と搭載時計の (GPS 時に対する) 誤差は, GPS 時をパラメータとする 2 次多項式によって計算できるようになっている. さらに GPS 時は, 国際原子時 TAI および協定世界時 UTC と同じ 1 秒を単位とし, 1980 年 1 月 6 日 0 時 UTC を 0 時 (GPS 時) とし, それ以後 (閏秒の調整をせずに) 完全に連続するものと定義されている. このように定義される GPS 時は, 非常に大きな数字になるから, 実際上は, GPS 時の元期から形式的に起算した週を GPS ウィーク (GPS Week) とし, GPS ウィークの始まる日曜日 0 時 (GPS 時) から起算した経過秒を, データ取得や測位計算の基準時刻として使う.

TAI との差は, 常に一定で

$$\text{TAI} - \text{GPS 時} = 19 \text{ 秒} + \text{CO}$$

となるよう保持されている. ここで CO (誤差分) は高々 100 ns である.

地球の形状は回転楕円体として, よく近似できる. このような回転楕円体は数学的には次式で書ける.

$$\frac{x^2 + y^2}{a_e^2} + \frac{z^2}{b_e^2} = 1 \quad (\text{付 1-1})$$

ここで回転軸 (z 軸) を (地球の) 形状軸と呼ぶ. 形状軸を含む面との交わりは楕円で, 長軸, すなわち, 平均赤道面半径を a_e , 短軸を b_e とする. 測地学では, この楕円体の特徴づけるパラメータとして, 通常, 平均赤道面半径 (a_e) と偏平率 (f) を使う. 偏平率は,

$$f = \frac{a_e - b_e}{a_e} \quad (\text{付 1-2})$$

という関係で定義される.

WGS84 系は, 座標原点を地球重心に, 地球の平均赤道面を x-y 面とし, 平均極が形状軸に一致するように z 軸

をとり、 z 軸周りに一定速度(平均自転速度)で回転する地心・地球固定座標系であると定義する。 x 軸は平均赤道面内で経度ゼロの方向(その子午線がほぼグリニッジ天文台を過る)とする。米国防総省は米海軍航海衛星 NNSS (Navy Navigation Satellite System) 以来、種々の衛星に対する主に電波追跡データの解析によって、独自の測地基準座標系、地球形状モデル、重力場モデルを構築してきたが、その最新版が WGS84 である。

このような座標が定義されていると、地表または空間の位置(及び速度)をこの座標系に関して表現できる。その方法としては、直交座標 $\{x, y, z\}$ または測地座標 $\{\text{経度}(l), \text{緯度}(f), \text{高度}(h)\}$ の 2 つがあり、次式により容易に相互変換できる。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+h)\cos l \cos f \\ (N+h)\cos l \sin f \\ \{N(1-e^2)+h\}\sin f \end{pmatrix} \quad (\text{付 1-3})$$

ここで、

$$N = a_e / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 f} \quad (\text{付 1-4})$$

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (\text{付 1-5})$$

(e は離心率) とする。WGS84 で使用されるパラメータを表付 1 - 1 にまとめる。

GPS 受信機では、例外なく、WGS84 という地心・地球固定座標系に関して測位航法演算を行うから、その内部

解は上に述べた直交座標及び測地座標表示になっている。したがって測量用の受信機では、そのまま準拠楕円体からの高度(楕円体高)が出力される場合が多い。しかし航法用受信機の出力は、楕円体高よりも標高、すなわち海面高度が望ましい。そのために WGS84 対応の簡略化したジオイドモデルを搭載し、標高に変換している。

WGS84 座標系から他の座標系への変換は、座標原点の平行移動と、座標軸の回転によって実現される。ただし、座標系の定義自体が、地表各地点間での観測値に基づき内部整合を取るために年ごとに変更されている場合があり、何を基準にした変換式が確認しておく必要がある。例えば、WGS84 に関する以下のバージョンがある²⁹⁾。

WGS : ドップラーデータ(NNSS)で決められた最初の WGS84

WGS84 (GPS) : GPS による現行の WGS84

WGS84 (G730) : IGS の観測点と IERS standards の GM を用いて決定した新しい WGS84 系で、しかも NUVEL-1 のプレート速度モデルを使用し、ITRF と 10 cm のレベルで consistent だといわれている。

最新の変換パラメータを表付 1 - 2 に示した³⁰⁾。このパラメータの基準となっているのは ITRF92 (International Terrestrial Reference frame 92) で、測地、地球物理学の分野で標準となっている座標系である。表付 1 - 2 のパラメータを使って座標変換は以下の式で表される。

$$x_{ITRF92} = (1 + SCL) \begin{pmatrix} 1 & -RZ & RY \\ RZ & 1 & -RX \\ -RY & RX & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} DX \\ DY \\ DZ \end{pmatrix} \quad (\text{付 1-6})$$

表付 1 - 1 座標系パラメータ

パラメータ	記号 (単位)	ベッセル	WGS 7 2	WGS 8 4
平均赤道面半径	a_e (m)	6377397.155	6378135	6378137
扁平率	f	1/299.152812	1/298.26	1/298.257223563
平均自転速度	ω ($\times 10^{-11}$ rad)		7292115.147	7292115.1467
重力定数	GM (m^3/s^2)		3986008×10^8	3986005×10^8
光速度	c (m/s)		299792458	299792458

表付 1 - 2 座標変換パラメータ (ITRF92 に対して)

Ref. Frame	DX (cm)	DY (cm)	DZ (cm)	RX (mas)	RY (mas)	RZ (mas)	SCL (ppm)	RMS (cm)
NAD83	-94	198	54	27.5	15.5	10.7	-0.005	2
WGS84	-6	52	22	-18.4	-0.3	-7.0	0.011	<200
WGS84(GPS)	-4	-1	-28	4.2	-4.0	-15.6	-0.218	94
WGS84(G730)	0	-3	4	-2.6	-2.5	-0.4	0.000	6
ITRF93	0.2	0.7	0.7	-0.39	0.80	-0.96	-0.0012	<1

付録 2 . 放送暦と精密暦

人工衛星の軌道，すなわち位置・速度を，時刻をパラメータとしてあらわした表を衛星暦または軌道暦，あるいは単に暦 (ephemeris) と言う。一般に衛星軌道は，カルテシアン要素 (直交座標) またはケプラー要素の 2 通りで表わせるが，GPS では，修正ケプラー要素と呼ばれるパラメータが航法メッセージとして送られる。すなわち，衛星軌道の予測精度を上げるため，地球の偏平による重力，月・太陽の引力，太陽輻射圧などの摂動力を考慮したもので，滑らかな楕円軌道を与える 6 要素以外に，それらの時間変化率など，合わせて 16 個のパラメータを含んでいる。これらから計算される予測軌道を放送暦 (broadcast ephemeris) と言う。

衛星が送信する航法メッセージのもとになる軌道は，5 つのモニター局で観測した追跡データをもとに主制御局 MCS において軌道決定した結果を軌道伝播した予測値である。最新の予測軌道情報が 1 日数回程度，世界に配置された 3 つの地上アンテナを介して衛星にアップロードされ，メモリーを更新する。衛星はメモリーからデータを読み出して利用者に放送する。航法メッセージは各衛星ともほぼ 1 時間毎に更新される。それまでは同じデータが繰り返して送信される。

MCS における軌道決定の精度は，開発の初期には 40 ~ 100 m であったが，近年は 5 ~ 10 m まで改良されてきている。しかし，これらを予測軌道に変換し，衛星にアップロードする段階で，SA と呼ばれる，測距誤差に換算して約 30 m の人工的な誤差が挿入される。これは平面内の測位精度で約 100 m (95%) に相当する。

相対測位では，2 受信機間の距離 (基線長) とともに，測位精度が変る。その関係は，近似的に次式で表わされる。

$$db/b = dr/r \quad (\text{付 2-1})$$

ここで db : 基線誤差， b : 基線長， dr : 衛星の位置誤差， r : 衛星までの距離 (約 20,000 km)。

したがって， $dr = 20$ m は，1 ppm (parts-per-million) に相当し，これはまた 100 km の基線長を 10 cm の精度で決定できることを意味する。SA オンの場合には，これ以上の精度劣化となる。一方，地殻変動観測への利用では，1 ppb (parts-per-billion) 台の精度が要求されている。これは言い換えれば，数 10 cm 台の精度の軌道暦に相当し，放送暦では絶対に達成できない。

そこで，国際測地学協会 (IAG) は，民間の世界的な GPS 追跡ネットワークを構築し，民間の機関で GPS 衛星の精

密軌道決定を行い，精密暦 (precise ephemeris) をタイムリーに測地利用者に配付するサービスを開始した。これを，国際 GPS 地球力学事業 IGS (International GPS Service for Geodynamics) と呼んでいる。IGS は，1992 年の試験キャンペーンを経て，1994 年 1 月から実運用に入っており，精密暦は 1 週間程度の遅れでインターネットを介して入手できる状況にある。その精度は，デシメートル程度となっている。

付録 3 . 電離層遅延と対流圏遅延のモデル化

GPS では，L1 と L2 の 2 波の電波を使用して，電離層による遅延が周波数に逆比例するという性質を用いて高精度に補正できる。しかし，SPS ユーザには L1 だけしか開放されていないので，何らかの方法で電離層遅延を補正する必要がある。以下は，GPS が採用している電離層遅延モデルで，式中使用されるパラメータは航法メッセージのなかに含まれている³¹⁾。

L1 周波数に対する電離層遅延量は，

$$\begin{aligned} d_{iono} &= ct_{iono} \\ t_{iono} &= F \left[5.0 \cdot 10^{-9} + AMP \left(1 - \frac{X^2}{2} + \frac{X^2}{24} \right) \right], \dots |X| < 1.57 \\ &= F [5.0 \cdot 10^{-9}], \dots |X| > 1.57 \end{aligned} \quad (\text{付 3-1})$$

ここで，

$$X = \frac{(t - 50400)}{PER} \cdot 2\pi (\text{rad}) \quad (\text{付 3-2})$$

$$F = 1.0 + 16.0 [0.53 - E]^2 \quad (\text{付 3-3})$$

$$\begin{aligned} AMP &= \sum_{n=0}^3 a_n f_m^n, \dots AMP > 0 (\text{sec}) \\ &= 0, \dots AMP < 0 \end{aligned} \quad (\text{付 3-4})$$

$$\begin{aligned} PER &= \sum_{n=0}^3 b_n f_m^n, \dots PER > 72,000 (\text{sec}) \\ &= 0, \dots PER < 72,000 \end{aligned} \quad (\text{付 3-5})$$

なお， a_n ， b_n ($n = 0, 1, 2, 3$) は航法メッセージに含まれるパラメータである。他の諸量として，

$$f_m = f_i + 0.064 \cos (L_i - 1.617) (\text{semi-circles}) \quad (\text{付 3-6})$$

$$L_i = L_u + \frac{y \sin A}{\cos f_i} (\text{semi-circles}) \quad (\text{付 3-7})$$

$$\begin{aligned} f_i &= f_u + y \cos A(\text{semi-circles}), \dots |f_i| < 0.416 \\ &= +0.416, \dots f_i > 0.416 \\ &= -0.416, \dots f_i < -0.416 \end{aligned} \quad (\text{付 3-8})$$

$$y = \frac{0.0137}{E + 0.11} - 0.022(\text{semi-circles}) \quad (\text{付 3-9})$$

ただし, E はユーザから見た GPS 衛星の仰角, A は方位角, f_u はユーザの測地学的緯度, l_u は測地学的経度で, それぞれ単位は semi-circles である. また,

$$t = 4.32 \cdot 10^4 l_i + \text{GPS time(sec)} \quad (\text{付 3-10})$$

であり, ここで GPS time とは, GPS データの取得時刻である.

対流圏遅延は以下によりモデル化される.

マイクロ波が大気中を伝播する際, 空気屈折率伝播経路長が変化する. これが対流圏遅延と呼ばれるものである. 30 GHz より低い周波数のマイクロ波に対して, 空気屈折率を表す n は E. K. Simith Jr. と S. Weintraub により,

$$n - 1 = \left(77.6 \frac{P}{T} + 3.73 \cdot 10^5 \frac{e}{T^2} \right) \cdot 10^{-6} \quad (\text{付 3-11})$$

と与えられている. ここで P と e は mbar 単位で表した気圧及び水蒸気分圧, T は温度でケルビン単位で表されている. 上式のうち, 右辺第 1 項は気圧と気温のみに依存する項であるからドライ項, 第 2 項は水蒸気分圧に依存するからウェット項と呼ぶ. これをもとに, J. Saastamoinen は 1973 年に実際のマイクロ波の伝搬遅延を, 天頂方向 (仰角 90°) についてそれぞれ以下のように表した.

$$d_{dry} = \frac{0.2277 P}{1 - 0.0026 \cos(2L) - 0.00028 h} (\text{cm}) \quad (\text{付 3-12})$$

$$d_{wet} = \frac{0.2277 e(0.05 + 1225/T)}{1 - 0.0026 \cos(2L) - 0.00028 h} (\text{cm}) \quad (\text{付 3-13})$$

ここで, L は緯度, h は高度 (km) である.

この値を, 任意の仰角の GPS 衛星に適用するためのマッピング関数として以下の式が提唱されている.

$$M = \frac{1}{\sin(el) + a / (\tan(el) + b / (\sin(el) + c))} \quad (\text{付 3-14})$$

ここで, el はユーザから見た GPS 衛星の仰角である. パラメータ a, b, c としては, Davis らが 1985 年に CfA-2.2 のマッピング関数と称して以下の式を与えている.

$$\begin{aligned} a &= 0.001185 \left(\begin{aligned} &1 + 0.6071 \cdot 10^{-4}(P - 1000) - 0.1471 \\ &\cdot 10^{-3}e + 0.3072 \cdot 10^{-2}(T - 293.15) \end{aligned} \right) \\ b &= 0.001144 \left(\begin{aligned} &1 + 0.1164 \cdot 10^{-4}(P - 1000) - 0.2795 \\ &\cdot 10^{-3}e + 0.3109 \cdot 10^{-2}(T - 293.15) \end{aligned} \right) \\ c &= 0.0090 \end{aligned} \quad (\text{付 3-15})$$

以上をまとめて, 任意の仰角の GPS 衛星に対する対流圏遅延は, 以下の式で表される.

$$d_{trop} = M(d_{dry} + d_{wet}) \quad (\text{付 3-16})$$

上式で使用する気圧, 温度, 水蒸気分圧はユーザの高度により変化する. 本研究では, 以下の式でモデル化した. 水蒸気分圧

$$e = e_0 \exp\{-(h - h_0) / H_0\} \quad (\text{付 3-17})$$

ここで, e_0 は地表での水蒸気分圧 (mbar), h_0 は地表高度 (km), H_0 はスケール高度でその値は 2.7 km である. 温度

$$T = T_0 - a(h - h_0) \quad (\text{付 3-18})$$

ここで, T_0 は地表での温度 (K), a は温度勾配でその値は 6.0 K/km である.

気圧

$$P = P_0 \exp\{-(h - h_0) / H_p\} \quad (\text{付 3-19})$$

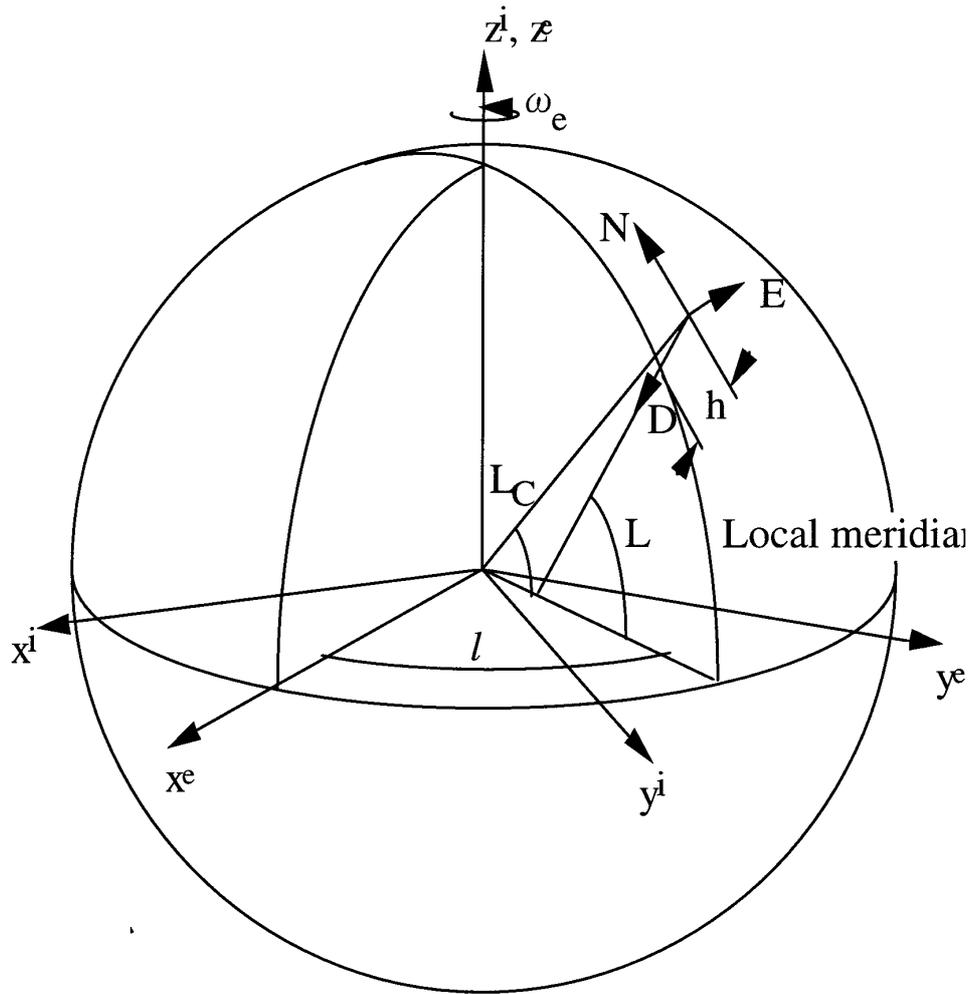
ここで, P_0 は地表での気圧 (mbar), H_p はスケール高度でその値は 7.0 km である.

付録 4 . INS 座標系の定義

本報告で使用した INS に関する座標系を図付 4 - 1 に示す. ここで,

- (x^e, y^e, z^e) 地球中心地球固定座標系 (WGS84)
- (x^i, y^i, z^i) 慣性座標系
- (N, E, D) 航法座標系
- L_C 地心緯度
- L 地理的緯度
- l 経度
- w_e 自転速度

である.



図付 4 - 1 INS における座標系の定義

航空宇宙技術研究所報告 1398号

平成12年1月発行

発行所 科学技術庁航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7丁目44番地1
電話(0422)40-3075 ㊦182-8522
印刷所 株式会社 東京プレス
東京都板橋区桜川2-27-12

禁無断複写転載

本書(誌)からの複写,転載を希望される場合は,研究支援課資料係にご連絡ください。

Printed in Japan