

ISSN 0389-4010

UDC 519.23

519.245

620.178.3

620.184

620.187

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1225

モンテカルロ・シミュレーションによる  
ロッド・エンド・ハウジングの疲労破面解析

下河利行・角田義秋

1994年2月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

# モンテカルロ・シミュレーションによる ロッド・エンド・ハウジングの疲労破面解析\*

下河利行\*<sup>1</sup> 角田義秋\*<sup>1</sup>

## Analysis of Fatigue Fractographic Data of a Rod End Housing Using a Monte Carlo Simulation\*

Toshiyuki SHIMOKAWA\*<sup>1</sup> and Yoshiaki KAKUTA\*<sup>1</sup>

### ABSTRACT

This paper presents a new method using a Monte Carlo simulation to estimate a life distribution of fatigue crack propagation on the basis of crack length versus striation spacing data. This simulation is based on the distributions of two parameter estimates of a regression line and the reasonable correlation of the two parameter estimates. One cycle of the Monte Carlo scheme generates a set of parameter estimates which give a life of fatigue crack propagation. The analyzed data were obtained by SEM observation of a fatigue fracture surface of the rod end housing of a hydraulic actuator, which was used for a main landing gear in transport aircraft. A conventional regression analysis provides a set of two deterministic-parameter estimates, a life estimate of fatigue crack propagation, and the statistical properties of striation spacing. Stochastic-process models of crack growth and practical probabilistic methods including the proposed method are used to estimate the life distributions of fatigue crack propagation on the basis of the results of the regression analysis. The obtained results are discussed and compared. The proposed method approximates the fatigue life of the rod end housing as the B-allowable life when the initial crack length is assumed to be 0 mm.

**Key words:** Fractography, SEM observation, Fatigue crack propagation, Regression analysis, Monte Carlo simulation, Stochastic process models, Life distribution, Reliability analysis, B-allowable life.

### 概 要

本研究は、き裂長さとストライエーション幅のデータをもとに、き裂進展寿命分布を推定するためのモンテカルロ・シミュレーションを使用する新しい方法を提案する。このシミュレーションは、回帰直線の2個のパラメータ推定値における分布と推定値間の適切な相関に基づく。1回のモンテカルロ・シミュレーションは1組の二つのパラメータ推定値を発生し、これらは一つのき裂進展寿命を与える。解析したデータは、輸送機主脚用油圧アクチュエータのロッド・エンド・ハウジングに現れた疲労破面に対してSEM観察により得られたものである。まず通常の回帰分析により、1組のパラメータ推定値、き裂進展寿命の推定値、およびストライエ

---

\* 平成5年11月19日受付  
(Received 9 November 1993)

\*1 機体部  
(Airframe Division)

ーション幅の統計的性質を与える。次にこの回帰分析結果を使い、き裂進展の確率過程モデルおよび提案した方法を含む実用的な確率的方法によりき裂進展寿命分布を推定し、得られた結果について議論し比較する。さらに、提案した方法によれば、ロッド・エンド・ハウジングの疲労寿命を初期き裂長さを0 mmとした場合のB許容値として近似することを示す。

**キーワード：**破面解析，SEM観察，疲労き裂進展，回帰分析，モンテカルロ・シミュレーション，確率過程モデル，寿命分布，信頼性解析，B許容寿命。

## 1. 緒言

電子顕微鏡により観測される疲労破面上のストライエーション幅それぞれは、1回毎の荷重繰返しによるき裂進展量を示すものとして認識されている。ただし、これらの観測値は広い疲労破面上における点観測に過ぎない。また、一定荷重繰返しによる一つの破面から得られた観測データであっても、き裂発生点からのき裂長さ $a$ とストライエーション幅 $b$ をグラフに整理してみると、両者の関係は1本の線上にはなく、かなり広い帯の中に測定点が分布する。これはき裂長さ $a$ と1回のき裂進展量の関係が少なくとも局部的には確定的な関係にないことを示している。なお、実構造に生じた疲労破面に対してストライエーション幅を計測する目的は、き裂長さ $a$ と荷重繰返し数の関係、き裂進展寿命、および任意のき裂長さにおける応力拡大係数に関する情報等を得るためである。

以上のような目的のために、通常は帯状に分布する $a$ と $b$ の関係を巨視的には確定的関係にあるとし、両対数座標上における直線回帰等で近似している。一方、このようなデータは確率統計的な取り扱いが可能であり、確率統計的情報を得ることができる。なお、実用的解析方法として次のような方法が考えられる。すなわち、(1) $b$ は任意の $a$ において確率的に出現する、および(2)両者の関係を回帰直線で表した際に、パラメータが分布を持つとするような考え方である。後者の場合には、2種類の考え方が成立し、(a)勾配を表すパラメータはばらつきが小さく確定値であるとし、切片を表すパラメータのみ分布する。(b)勾配と切片を表す2個のパラメータそれぞれがばらつきを持つとする考え方である。

上記した(1)の方法は、確率過程論によるき裂進展モデルとして提案されており、Virklerら<sup>1)2)</sup>、Yangら<sup>3)4)</sup>、Artley<sup>5)</sup>の研究等があり、その特徴もある程度知られている。一方、(2)の(a)については、応力拡大係数とき裂進展速度との関係を議論の対象として、Besunerら<sup>6)</sup>、Harrisら<sup>7)</sup>、著者ら<sup>8)9)</sup>の研究がある。また、上記のYangら<sup>3)4)</sup>の研究もこの立場が含まれている。(2)の(b)については、著者らの知りこの観点からの研究は見当たらないので、著者らの新しい提案であると考えられる。なお上記の方法の中で、(1)の方法と(2)の(b)の方法によるき裂進展寿命は解析的に導くことができないので、モンテカルロ・シミュレーシ

ンを使用する必要がある。

本研究の対象は、輸送機主脚の油圧アクチュエータ部品であるロッド・エンド・ハウジングに現れた疲労破面のストライエーション観測データとした。まずこのデータに対する確率統計的解析方法として、著者らが提案する(2)の(b)の方法を含め、上記した手法を提示する。また、データを確定論により解析するとともに、この結果を使い提示した確率統計的方法によりき裂進展寿命分布を導き、得られた結果について議論し比較する。さらに、上記(2)の(a)、(b)の解析方法を用いて、初期き裂長さを0 mmと仮定し、寿命のB許容値を導き、実際の寿命と比較する。

## 2. き裂長さ $a$ とストライエーション幅 $b$ の関係

いま、き裂発生箇所からのき裂長さ $a$ とストライエーション幅 $b$ の関係は、経験的に

$$b = C \cdot a^m \quad (1)$$

と表される。ここで、 $C$ と $m$ は確定論で議論する場合には定数である。両辺の対数を取れば、

$$\log b = \log C + m \log a \quad (2)$$

となる。すなわち、両対数座標上で $b$ と $a$ は直線関係にある。なお、 $b$ をき裂進展速度に等しいとすれば、式(1)は破壊力学的に無限平板中央き裂に対するParis-Erdogan則に対応する関係式となる。これについての詳細は付録で説明するが、式(1)あるいは(2)による議論はParis-Erdogan則を別な形で論じていることになる。

## 3. ロッド・エンド・ハウジングの疲労破面観測

本研究で用いたロッド・エンド・ハウジング疲労破損の詳細と疲労破面解析の一部は、すでに著者ら<sup>9)</sup>が紹介しているので、概略のみを以下に示す。図1に主脚用油圧アク

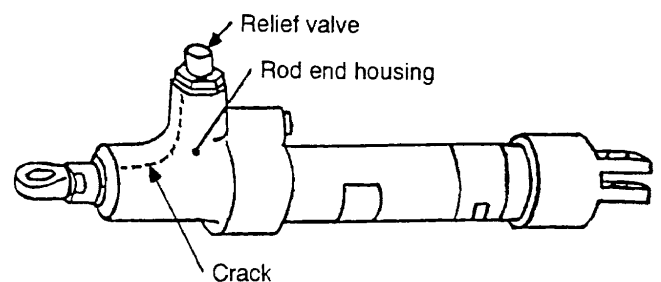


図1 輸送機主脚用油圧アクチュエータ

チュエータとロッド・エンド・ハウジングの外観を示す。図2は疲労破面の位置を示す。図3はロッド・エンド・ハウジングに作用すると考えられる1飛行サイクルにおける内圧変化の大略を示している。これらの他に、油圧の脈動

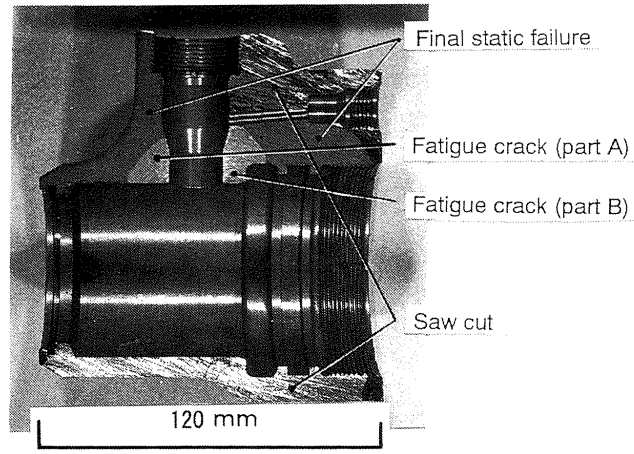


図2 ロッド・エンド・ハウジングの破断面

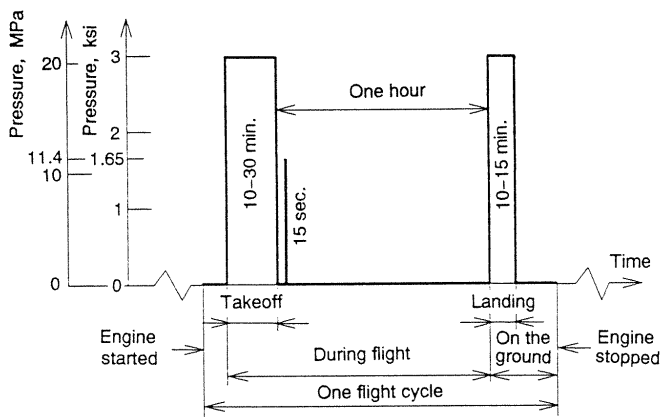


図3 油圧アクチュエータの1飛行サイクルにおける内圧変化

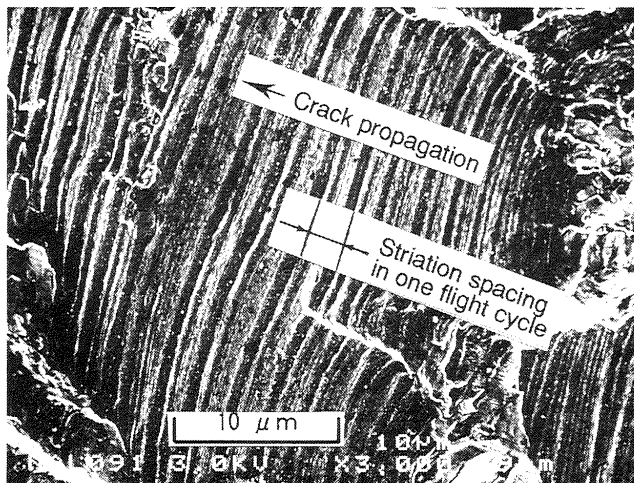


図4 SEMにより観察されたストライエーションの例

も考えられる。

図4に破面のSEM写真例を示す。図3の荷重履歴により、この写真の2本の大きなストライエーション1組の間

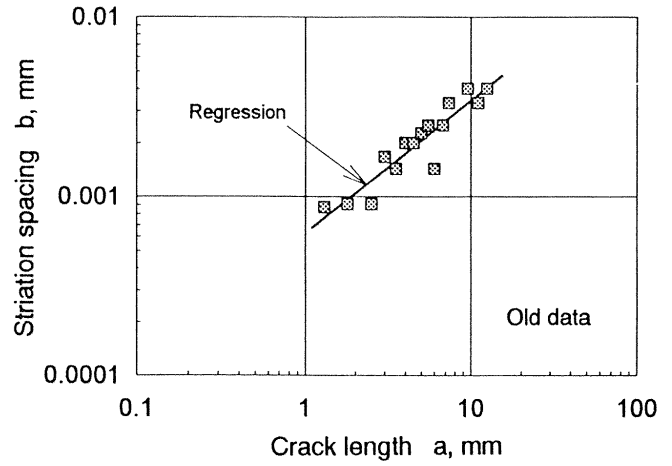


図5 き裂長さとストライエーション幅の関係(旧データ)

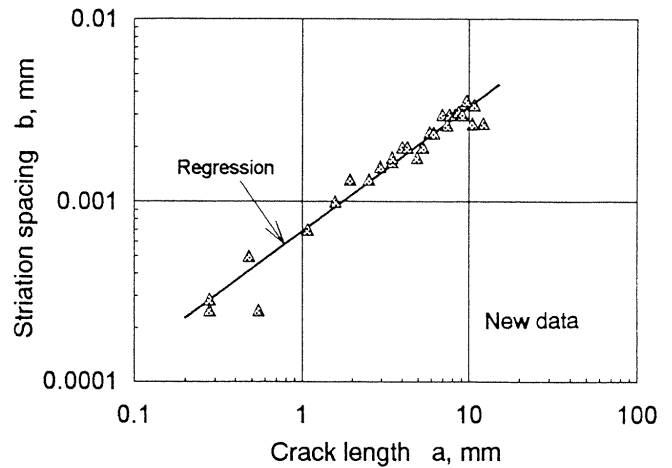


図6 き裂長さとストライエーション幅の関係(新データ)

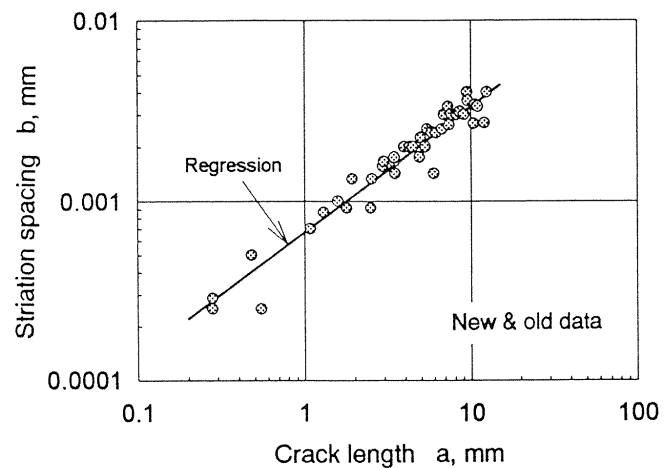


図7 き裂長さとストライエーション幅の関係(新旧混合データ)

隔を1飛行サイクルによるストライエーション幅として計測した。まず、前報<sup>9)</sup>で得られたaとbの関係を図5に示す。さらに、最近著者らの研究室に電界放射型SEMを導入したので、このSEMによる測定値を追加した。この追加したデータを図6に示す。特徴的なことは、前報で使用したSEMでは観測できなかった短い裂長さ範囲において、新たにストライエーションが観測されたことである。図5と6の観測点を合せたaとbの関係を図7に示す。これら図5, 6, 7により、aとbの関係を式(1)または(2)で近似することは妥当であると考えられる。なお、aとbとの近似関係を後記する回帰分析結果を用いて直線で示した。

#### 4. き裂長さとストライエーション幅の関係によるき裂進展寿命の推定

図5～図7によるaとbの関係が与えられれば、これらを解析しき裂進展寿命およびその分布を導くことができる。なお、原理的にはaとbの関係における内挿範囲でのみ両者の関係は有効である。ここで、初期き裂長さを $a_0$ 、破断する最終き裂長さを $a_r$ とする。

以下では議論を単純化するために、パラメータとその推定量や推定値における記号の使い分けを省略した。

##### 4.1 確定論による場合

確定論では、aとbの測定値を用いて、最小2乗法によりaとbの近似的関係式を導く。この場合、aを独立変数として扱う。いま、aとbの測定値はk組あるとして、任意の組をiで表す。m, Cの推定値は

$$m = \frac{\sum \log a_i \cdot \log b_i - k \overline{\log a} \cdot \overline{\log b}}{\sum (\log a_i)^2 - k (\overline{\log a})^2} \quad (3)$$

$$C = \exp_{10}(\overline{\log b} - m \overline{\log a}) \quad (4)$$

により計算できる。ここで、

$$\overline{\log a} = (\sum \log a_i) / k \quad (5)$$

$$\overline{\log b} = (\sum \log b_i) / k \quad (6)$$

を表す。また、 $\exp_{10}(X) = 10^X$ を意味する。

一方、荷重の繰返し数をnとして

$$b = da / dn \quad (7)$$

とおく。式(1)と(7)を用いてき裂進展寿命Nを導くと、

$$\left. \begin{aligned} N &= (a_r^{1-m} - a_0^{1-m}) / \{C(1-m)\}, & (m \neq 1) \\ &= \{\ln(a_r/a_0)\} / C, & (m = 1) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。ただし、以下では議論を複雑にしないため $m \neq 1$ の場合のみを取り扱う。

##### 4.2 確率過程論による場合

確率過程論によるき裂進展として、本研究では次のような単純なモデルに従う場合を考える。すなわち、(a)き裂先端におけるストライエーション幅bは荷重の繰返し1回(本研究では1フライト)毎に独立に確率的に出現する、(b)

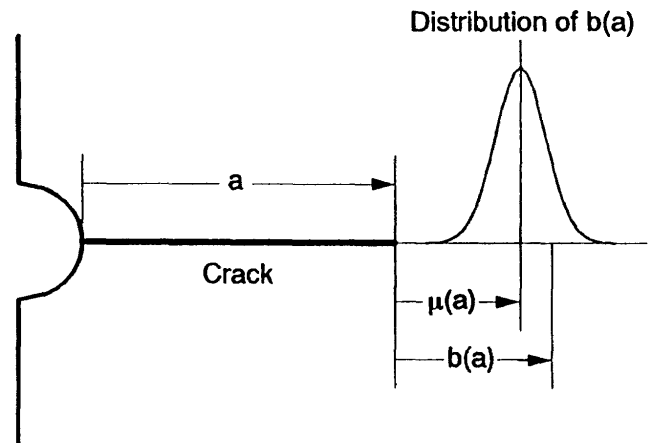


図8 確率過程モデルによるき裂進展の概念図

bの分布は正規分布、対数正規分布、極値分布(最小値の2重指数分布)、あるいは2母数ワイブル分布に従うとし、4種類の分布形を考える、(c) bの中央値はaの値と確定論によるCとmを用いて計算されるbの値 $\mu(a)$ とする、(d) bのばらつきは、基本的に変動係数 $\eta$ 一定とする。したがって、対数正規分布では対数標準偏差 $\sigma_L$ が一定となる。また、極値分布では後記する変動係数相当量 $\eta_E$ を一定とし、2母数ワイブル分布では変動係数が一定であることに対応する形状母数 $\alpha$ を一定とする。図8に確率過程モデルによるき裂進展の概念図を示す。なお、正規系分布とワイブル系分布の対応としては、正規分布と極値分布、対数正規分布と2母数ワイブル分布がそれぞれ対応する<sup>10)</sup>。したがって、下記のようにbの分布形に極値分布や2母数ワイブル分布を仮定する場合には、それぞれ正規分布と対数正規分布の場合に対応する取り扱いとなる。

##### 4.2.1 正規過程の場合

正規過程の場合、任意のき裂長さaにおけるbの確率密度関数は

$$f(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(a)} \exp\left[-\frac{\{b - \mu(a)\}^2}{2\sigma^2(a)}\right] \quad (9)$$

で与えられる。ここで、 $\mu(a)$ と $\sigma(a)$ はそれぞれaにおけるbの平均と標準偏差である。なお、正規分布では中央値と平均値が一致するので、回帰分析により導かれるaとbの関係をそのまま $\mu(a)$ とする。変動係数 $\eta$ は

$$\eta = \sigma(a) / \mu(a) \quad (10)$$

であり、これをaによらず一定とする。

ここで、任意の荷重繰返し数jによりき裂長さ $a_j$ に達したとする。正規過程の場合、次の1サイクルによって進展するき裂長さを $b(a_j)$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} b(a_j) &= \mu(a_j) \cdot (1 + u_{j+1} \cdot \eta), & (1 + u_{j+1} \cdot \eta > 0) \\ &= 0, & (1 + u_{j+1} \cdot \eta \leq 0) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

で与えられる。ここで、式(1)により、 $\mu(a_j) = Ca_j^m$ であ

る。また  $1+u_{j+1} \cdot \eta \leq 0$  の場合は、き裂進展が起きないとする。ただし、寿命の積算には加えることにする。モンテカルロ・シミュレーションによって、 $u_{j+1}$  に正規乱数を与えれば上記のモデルに従うき裂進展が得られる。これにより、 $a_{j-1}$  と  $a_j$  との関係式は

$$a_j = a_{j-1} + (1 + u_j \cdot \eta) C a_{j-1}^m \quad (12)$$

となる。き裂長さと荷重繰返し数の関係は、 $a_0$  の値から順次積算することで与えられる。また、 $a_j$  が  $a_1$  を初めて越えたときの  $j$  がき裂進展寿命  $N$  となる。

#### 4.2.2 対数正規過程の場合

対数正規過程の場合、 $\log b$  の確率密度関数は式(9)において、 $b$  の代りに  $\log b$  とおき、平均  $\mu_L(a)$ 、標準偏差  $\sigma_L(a)$  として得られる。すると、 $\mu_L(a)$  の真数が  $\mu(a)$  となる。また、 $\sigma_L(a)$  は  $a$  によらないとする。

以上より、この場合の  $b(a_j)$  は

$$b(a_j) = \mu(a_j) \cdot \exp_{10}(u_{j+1} \cdot \sigma_L) \quad (13)$$

のように与えられる。したがって、

$$a_j = a_{j-1} + C a_{j-1}^m \cdot \exp_{10}(u_j \cdot \sigma_L) \quad (14)$$

となる。この式を使って、き裂長さと荷重繰返し数の関係や寿命を計算することができる。

式(14)は、表現が異なるが Yang<sup>ら</sup><sup>34)</sup> の提案式と一致している。

#### 4.2.3 極値過程の場合

極値(最小値の2重指数)過程の場合、任意のき裂長さ  $a$  における  $b$  の分布関数は

$$F(b) = 1 - \exp\left[-\exp\left\{\frac{b - b_c(a)}{q(a)}\right\}\right] \quad (15)$$

で与えられる。ここで、 $b_c(a)$  と  $q(a)$  はそれぞれ  $a$  における位置母数と尺度母数である。回帰分析による  $a$  と  $b$  の関係を中央値関係であるとみなすと、

$$b_c(a) = \mu(a) - q(a) \cdot \ln(\ln 2) \quad (16)$$

となる。ここで、極値分布における変動係数相当量  $\eta_E$  は

$$\eta_E = q(a) / \mu(a) \quad (17)$$

と定義し、これが  $a$  によらず一定であるとする。

いま、

$$E_{j+1} = \ln\{\ln(1/R_{j+1})\} - \ln(\ln 2) \quad (18)$$

とおく。すると  $b(a_j)$  は、

$$b(a_j) = \mu(a_j) \cdot \left. \begin{aligned} &(1 + \eta_E \cdot E_{j+1}), \quad (1 + \eta_E \cdot E_{j+1} > 0) \\ &= 0, \quad (1 + \eta_E \cdot E_{j+1} \leq 0) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

と与えられる。なお、 $1 + \eta_E \cdot E_{j+1} \leq 0$  の場合は、正規過程の場合と同様にき裂進展が起きないとする。これから、

$$a_j = a_{j-1} + C a_{j-1}^m (1 + \eta_E \cdot E_j) \quad (20)$$

となる。ここで、 $R_j$  はモンテカルロ・シミュレーションによって一様乱数を発生させることにより与え、式(18)により  $E_j$  を計算する。したがって、式(20)によりき裂長さと荷重

繰返し数の関係や寿命を導くことができる。

なお、正規過程の場合と比較すると、 $\eta$  と  $\eta_E$ 、 $u_j$  と  $E_j$  が対応していることがわかる。

#### 4.2.4 ワイブル過程の場合

ワイブル(2母数)過程の場合、任意のき裂長さ  $a$  における  $b$  の分布関数は

$$F(b) = 1 - \exp\left[-\left\{b/b_c(a)\right\}^{\alpha(a)}\right] \quad (21)$$

で与えられる。ここで、 $b_c(a)$  と  $\alpha(a)$  はそれぞれ  $a$  における尺度母数と形状母数である。ここで、 $\alpha$  は  $a$  によらず一定であるとする。

回帰分析による  $a$  と  $b$  の関係を中央値関係であるとみなすと、

$$b_c(a) = \mu(a) \cdot \exp\left\{-\frac{1}{\alpha} \ln(\ln 2)\right\} \quad (22)$$

となる。したがって  $b(a_j)$  は、

$$b(a_j) = \mu(a_j) \cdot \exp(E_{j+1}/\alpha) \quad (23)$$

のように与えられる。これから

$$a_j = a_{j-1} + C a_{j-1}^m \cdot \exp(E_j/\alpha) \quad (24)$$

となる。対数正規過程の場合と比較すると、 $\sigma_L$  が  $1/\alpha$  に対応し、 $u_j$  が  $E_j$  に対応する。この式を使って、き裂長さと荷重繰返し数の関係やき裂進展寿命を計算することができる。

### 4.3 回帰直線におけるパラメータ分布の応用

ここでは、最初に著者らによる提案を示し、その後この考え方の特殊ケースとして、従来の  $m$  を一定とする取り扱いについて論じる。なお、ここで論じているパラメータと寿命は推定値を意味する。

#### 4.3.1 $m$ と $C$ 両方の確率分布を考える場合

SEM観察により得られたデータを式(2)により近似した場合、回帰理論によりパラメータ  $m$  と  $\log C$  は確率的に取り扱うことができる。そこで、 $m$  と  $\log C$  の組合せの分布を導くことができれば、 $N$  の分布を導くことができる。ただし  $m$  と  $\log C$  の組合せ分布を導くために、モンテカルロ・シミュレーションを使う必要がある。

いま  $m$  と  $\log C$  の間には相関があるから、両者の組合せの分布を直接導くことは困難である。そこで、 $m$  と独立の関係にある  $\overline{\log b}$  を与え、これを介して  $m$  と  $\log C$  の組合せを導く。すると、点  $(\overline{\log a}, \overline{\log b})$  は回帰直線上に存在する。すなわち、 $m$  と  $C$  の関係は式(4)で与えられる。ここで、 $\overline{\log a}$  は計測の方法により決まる確定値である。一方、式(4)で明らかのように、 $C$  は2個の独立な確率変数  $m$  と  $\overline{\log b}$  により与えられる。また、式(4)は  $m$  と  $C$  の相関関係を示すものである。

回帰理論によると、実験データから得られる誤差分散の推定値は、

$$\sigma_E^2 = \{\Sigma(\log b_i - \log C - m \cdot \log a_i)^2\} / (k-2) \quad (25)$$

で計算される。ここで、 $\sigma_e^2$ は不偏推定量である。また、 $m$ と $\overline{\log b}$ それぞれの不偏分散 $\sigma^2[m]$ と $\sigma^2[\overline{\log b}]$ は、

$$\sigma^2[m] = \sigma_e^2 / \{ \Sigma(\log a_i)^2 - k \overline{\log a}^2 \} \quad (26)$$

$$\sigma^2[\overline{\log b}] = \sigma_e^2 / k \quad (27)$$

で与えられる。

ここで、観測値により得られる $m$ と $\overline{\log b}$ の分布は $t$ 分布に従うことが知られている。しかし、両者の母集団は無限度の値からなる正規母集団と考えてよいであろう。そこで、本研究におけるモンテカルロ・シミュレーションでは両者の分布を正規分布として取り扱う。 $m$ については平均を式(3)、分散を式(26)とする。また、 $\overline{\log b}$ については平均を式(6)、分散を式(27)とする。シミュレーションにより $(\overline{\log a}, \overline{\log b})$ の組合せを与えれば、 $C$ は式(4)により求められる。このように得られた $m$ と $C$ の一つの組合せから、式(8)により一つの $N$ を導くことができる。したがって、シミュレーションを繰り返すことにより $N$ の分布を導くことができる。

ただし、このように導かれる $N$ はあくまでも $k$ 個の測定値による回帰分析結果を使用した推定である。このために、データ数が増え、測定されるき裂長さの範囲が広がれば、式(26)と(27)により $m$ と $\overline{\log b}$ は $\sigma_e$ の大きさによらず、それぞれ母集団の平均に収束する。したがって、 $N$ も確定論による推定値に収束する。すなわち、ここで導かれる $N$ のばらつきはパラメータの推定精度に依存し、材料固有の寿命のばらつきを示すものではない。ただし、実際には測定値の個数やき裂長さ範囲について理想的なデータを揃えることは不可能である。このような意味で、本提案は測定の不十分さを補うための解析法であると言える。

#### 4.3.2 $m$ を確定値と考える場合

式(26)において、 $a$ の範囲を十分に広く測定点数も多くとれば、 $\sigma[m]$ は十分に小さくなるので、事実上 $m$ にはばらつきがないと考えることができる。すなわち、 $C$ だけにばらつきがあると考えることができる。ただし、 $m$ は回帰分析で導かれる値を使うものとする。この仮定によりき裂進展寿命 $N$ のばらつきを導くことができる。式(8)により、 $\log N$ の標準偏差 $\sigma[\log N]$ は、

$$\sigma[\log N] = \sigma[\log C] \quad (28)$$

と表される。すなわち、 $\log N$ の標準偏差は $\log C$ の標準偏差に一致する。さらに、 $\log C$ の分布形が正規分布に従えば、 $\log N$ の分布形も正規分布に従う。

一方、 $C$ については2種類の場合を考えることができる。すなわち、(1) $m$ を一定とする回帰分析で得られる $C$ 、および(2)式(1)で $m$ を一定とする場合の $C$ である。

##### (1) 回帰分析で得られる $C$ の場合

$\log C$ の分散は、式(4)と(28)により、

$$\sigma^2[\log C] = \sigma^2[\overline{\log b}] = \sigma^2[\log N] = \sigma_e^2 / k \quad (29)$$

となる。すなわち、 $\log C$ 、 $\overline{\log b}$ 、 $\log N$ の分散はそれぞれ等しくなる。また、式(25)による $\sigma_e^2$ はデータ数 $k$ によらず不偏推定量であるので、式(29)における各分散は巨視的な意味で $k$ に逆比例する。したがって、 $k$ が非常に大きくなると、寿命 $N$ は確定値として推定されることになる。

以上から、 $N$ の平均は式(8)に回帰分析による $m$ と $C$ の値を代入して得られ、 $\log N$ の分散は式(29)で与えられる。この場合は回帰分析で得られたパラメータにより推定される $N$ を論じていることになる。

##### (2) 式(1)で $m$ 一定とする場合

式(1)において、 $m$ と $C$ は材料定数であるとしたが、ここでは $m$ は確定値であり、 $C$ は材料固有のばらつきがあると考えてみよう。このとき、図5～図7のデータは母集団から得られたものと想定している。すると、式(2)により $\log C$ のばらつきは $\log b$ のばらつきと一致することになる。したがって、式(28)と合せて、

$$\sigma^2[\log N] = \sigma^2[\log C] = \sigma^2[\log b] = \sigma_e^2 \quad (30)$$

となる。また、 $\log N$ の平均は $m$ と $\log C$ の値によって計算される。なお、 $\sigma_e^2$ の期待値は $k$ に依存しないから、 $\sigma[\log N]$ は材料固有の値として推定される。この考え方は、緒言で触れた確率過程論において、1回毎の荷重の繰返しによるき裂の進展は完全に相関があるとする考え方に一致する<sup>3)4)</sup>。

緒言に挙げた $m$ を確定値とする研究は、全てここで述べた(2)の立場に立つものであり、(1)の立場からの検討はまだ行われていないと思われる。

## 5. 計算結果と考察

上記した方法により計算した結果を以下に示す。なお、供試体のロッド・エンド・ハウジングの寿命は9,176フライトであった。

### 5.1 測定データによるパラメータと確定論による寿命の推定

測定データを、旧データ、新データ、および新旧混合データの3種類に分類し、これらのデータから回帰分析により各種のパラメータと標準偏差を計算した。得られた結果を表1に示す。観測数に関係ない標準誤差の推定値 $\sigma_e$ は0.08前後である。

表1の $m$ と $C$ を使い、初期き裂長さを3種類想定し、最終き裂長さをストライエーションが測定された最大長さ $a_f = 12.58\text{mm}$ と想定して、き裂進展寿命の推定値を導いた。得られた結果を表2に示す。これらは確定論による寿命の推定値である。なお、初期き裂長さ $a_0 = 1.3\text{mm}$ と $0.28\text{mm}$ は、それぞれ旧データ及び新データにおいてストライエー

表1 試験結果から回帰分析により推定されたパラメータと標準偏差

Data	k*	m	C	$\sigma_E$	$\sigma$ [m]	$\sigma_E/\sqrt{k}$
Old	15	0.7408	0.0006234	0.08781	0.08310	0.02267
New	28	0.6866	0.0006801	0.07549	0.02878	0.01427
New+Old	43	0.6937	0.0006731	0.07829	0.02723	0.01194

\*number of observations.

表2 回帰分析により推定されたパラメータによるき裂進展寿命, 確定論による推定

Data	$a_0^*$	$a_f^*$	N
	0	12.58	11,930
Old	0.01566	12.58	9,823
	1.30	12.58	5,306
New	0	12.58	10,374
	0.01566	12.58	9,099
New+Old	0.28	12.58	7,226
	0	12.58	10,533
New+Old	0.01566	12.58	9,176
	0.28	12.58	7,250

\*indicated in mm.

ションが観測された最小き裂長さであり, 0.01566mmは新旧混合データによるmとCにより供試体の寿命と等しい寿命を導くために想定した初期き裂長さである。かなり小さいが0ではない。供試体の寿命は9,176フライトであるから,  $a_0=0$ mmとした場合の確定論によれば, どのデータを使用してもかなり過大な寿命推定になることがわかる。

5.2 ストライエーション幅の分布形

ここでは, 任意のき裂長さaにおけるストライエーション幅bの分布形を推定する。ただし, aによらずbの分布形は変わらず, 変動係数 $\eta$ も一定であると仮定する。 $\eta$ が一定であると言うことは,  $\log b$ の標準偏差 $\sigma$ , 極値分布の変動係数相当量 $\eta_E$ , および2母数ワイブル分布の形状母数 $\alpha$ がaによらず一定であると仮定したことになる。

この仮定に基づけば, 回帰分析による残差

$$\Delta(\log b)_i = \log b_i - \log(Ca_i^m) \tag{31}$$

はaによらず等分散性を有する。そこで,  $\Delta(\log b)_i$ の値を集めてこの分布形について検討してみる。

図9~11に新旧および両者の混合データから計算した $\Delta(\log b)$ の値を対数正規確率紙上にメジアンランクを使用してプロットした結果を示す。また, 4種類の分布形による近似曲線を描いて示す。これらの場合の母数推定は, 各確率紙上でメジアンランクによりデータをプロットし, 最小2乗法を適用して導く方法を使用した。これらの図によ

れば, いずれのデータに対しても極値分布が最も良く適合することがわかる。これに続いて, 2母数ワイブル分布, 正規分布, 対数正規分布の順とみなせる。したがって上記の仮定によれば, これらの図に示した残差の分布形が任意のき裂長さにおけるストライエーション幅の分布形と一致することになる。すなわち, 4.2で述べたき裂進展の確率過程モデル4種類の中では, 極値過程が最も現実性があることになる。

この結果は, ストライエーション観測データに基づくき裂進展速度の分布が対数正規分布に良く一致すると言うYangら<sup>4)</sup>の報告とは異なる事実である。

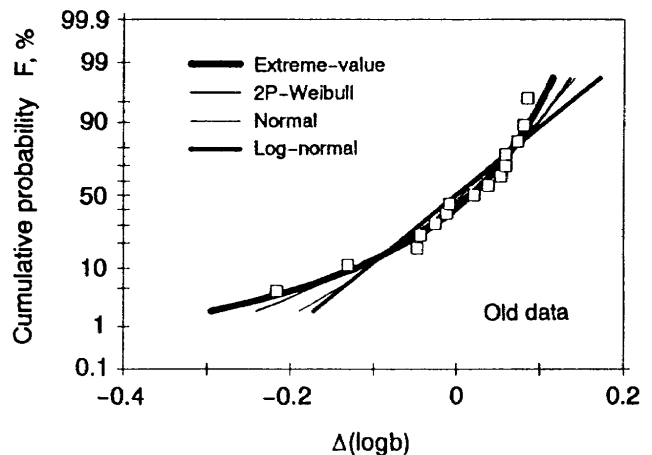


図9 旧データのストライエーション幅における残差の分布

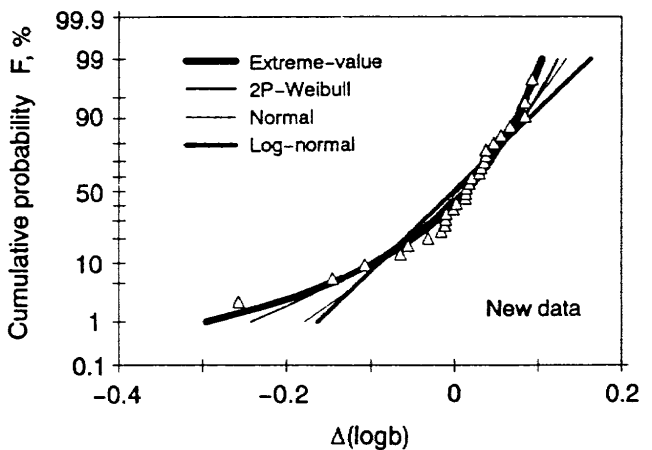


図10 新データのストライエーション幅における残差の分布



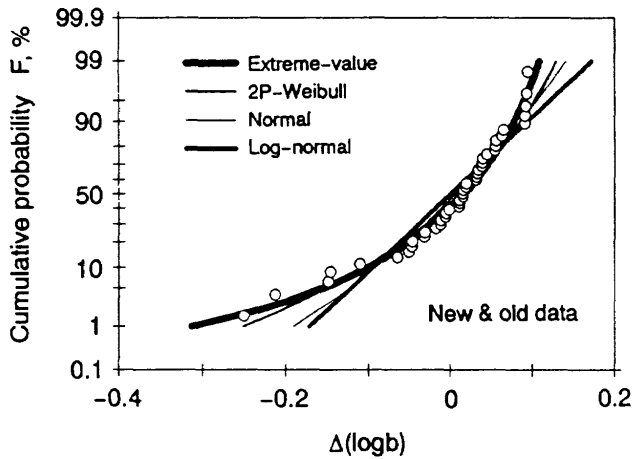


図11 新旧混合データのストライエーション幅における残差の分布

### 5.3 確率過程論による寿命の分布

旧データから導いたパラメータを使用し、4種類の確率過程モデルによるき裂進展のシミュレーションを行った。得られた結果を、正規系の確率過程モデルに対して表3に、ワイブル系の確率過程モデルに対して表4に示す。なお初期き裂長さは、0とすると計算できないので、0.001mmとした。なお、ストライエーション幅 $b$ のばらつきは、データから導いた値を\*で示しているが、ばらつきの大きさによる影響を調べるために大きく変化した範囲の値に対して計算した。シミュレーションの回数は、推定寿命のばらつきがいずれの場合も非常に小さかったため、各ケースについて50回とした。

これらの表から、き裂進展寿命 $N$ のばらつきは $b$ のばらつ

きに比べ、1桁から2桁は小さいことが判る。つまりストライエーション幅のばらつきを基にした確率過程モデルにより推定される寿命のばらつきは非常に小さいことが判る。このことは、特定のき裂長さに達するまでの荷重繰返し数についても同様であった。

$N$ の平均値または中央値については、正規過程の場合、確定論による推定値とよく一致している。ただし、変動係数が大きくなると、き裂進展が起きない無効繰返し数は増えるが、平均寿命は多少低下する傾向がある。以上はき裂進展速度分布の対称性によるものと考えられる。一方、対数正規過程の場合には、中央寿命(対数寿命の真数)は $b$ のばらつきが大きくなるほど小さくなる。ストライエーション幅のばらつきが小さくなると確定論による寿命の推定値に近づく。これはき裂進展速度分布の非対称性から説明できる。以上から対数正規過程では、ストライエーション幅のばらつきは寿命のばらつきでなく中央寿命の推定に大きく影響することが明らかである。一方、極値過程の場合は確定論による寿命に近いが、 $b$ のばらつきが大きくなるほど中央寿命も大きくなる傾向がある。ただし、無効繰返し数が大きくなると中央値も多少減少する傾向がある。ワイブル過程の場合は、形状母数の大小とばらつきの大小は逆の関係になるが、 $b$ の形状母数 $SP(b)$ が1の場合は中央寿命はかなり小さくなる。2以上では確定論による寿命に近いが、 $SP(b)$ が大きくなると一時増加し、その後減少する傾向がある。これらは、いずれも上記した対数正規過程の場合と同様に、き裂進展速度分布の中央値に対する非対称性によるものと考えられる。

以上により、確率過程論による寿命推定は、ストライエ

表3 旧データをもとに正規系の2種の確率過程き裂進展モデルとモンテカルロ・シミュレーションにより導いたき裂進展寿命の代表値とばらつき

Simulation conditions						
Initial crack length=0.001mm, Final crack length=12.58mm						
C=0.0006234, m=0.7408						
Sample size=50, Deterministic life=10897						
Normal random process				Log-normal random process		
CV [b] %	Mean life	CV [N] %	Mean invalid cycles	$\sigma$ [logb]	Median life	$\sigma$ [logN]
5	10903	0.0406	0	0.01	10899	0.0000825
10	10904	0.0833	0	0.05	10832	0.000473
20	10906	0.168	0	*0.0878	10685	0.000886
*20.4	10907	0.172	0	0.1	10622	0.00101
30	10909	0.263	4	0.3	8608	0.00341
50	10868	0.440	248	0.5	5634	0.00868
80	10496	0.735	1112	0.7	3049	0.0248

CV=coefficient of variation,

\*indicates the values calculated from the old data.

表4 旧データをもとにワイブル系の2種の確率過程き裂進展モデルとモンテカルロ・シミュレーションにより導いたき裂進展寿命の代表値とばらつき

Simulation conditions						
Initial crack length=0.001mm, Final crack length=12.58mm						
C=0.0006234, m=0.7408						
Sample size=50, Deterministic life=10897						
Type-I extreme value random process				2-P Weibull random process		
ECV[b] %	Median life	ECV[N] %	Mean invalid cycles	SP[b]	Median life	SP[N]
2.5	10960	0.0256	0	1	7574	98
5	11018	0.0485	0	2	10249	235
*9.1	11116	0.0838	0	4	10979	432
10	11137	0.0873	0	6	11057	699
20	11373	0.181	52	*6.073	11058	726
40	11627	0.335	642	10	11048	1180
60	11491	0.453	1407	20	10996	1916

ECV=equivalent coefficient of variation in the type-I extreme value distribution,  
 SP=shape parameter,  
 \*indicates the values calculated from the old data.

ーション幅分布の非対称性が確定論による寿命からの差に及ぼす影響を調べているに過ぎないと言える。このため、ここで示したような確率過程モデルは、実用的にあまり意味が無いと言える。

なお、Virklerら<sup>12)</sup>の対数正規確率過程き裂進展モデルは本モデルと多少異なるが、Nのばらつきが小さいこと、およびNが確定論による推定値とほぼ一致すること等は同様である。

#### 5.4 回帰直線のパラメータ分布を応用する場合

##### 5.4.1 mを確定値とする場合

前記した4.3.2の(1)および(2)の考え方によると、対数寿命の標準偏差はそれぞれ式(29)、(30)であるから、これらの値は表1に与えられている。式(30)による値はストライエーションの測定点数kが大きくなるほど、小さい値となり推定範囲が狭められることがわかる。一方、式(29)による値はkによらず0.08近傍であることがわかる。

##### 5.4.2 mとCの確率分布を考える場合

モンテカルロ・シミュレーションにより、それぞれの場合について200組のmとCの組合せを発生させた。なお、シミュレーションの乱数列は各ケース同一のものを使用している。したがって、mとCの組合せは3種類のデータ毎に異なるが、同一データ内では初期き裂長さの違いがあっても同じ組合せとなっている。表5に200組のmとCの組合せから計算されたき裂進展寿命の中央値(対数平均の真数)と対数標準偏差の値を示す。中央値は確定論による表2のNと

よく合っている。ただし、旧データをもとにして、初期き裂長さを0とした場合は少し差が大きい。これについては後で述べる。き裂進展寿命のばらつきを表す対数標準偏差は、各データ別の $a_0=1.3, 0.28\text{mm}$ の場合がデータの内挿範囲となるが、式(29)による表1の $\sigma_e/\sqrt{k}$ の値よりもわずかに大きくなっている。これはmにもばらつきを考慮したためである。なお、 $a_0=0.01566\text{mm}$ および0の場合のように外挿範囲が含まれると、特にき裂の短い範囲に外挿範囲が広がるほど、対数寿命の標準偏差は大きくなる。

図12に新旧混合データをもとに導いたmとCの組合せ200組をプロットして示す。両者の相関の様子がわかる。図上に示した太線は式(4)により描いたものであるが、両者の平均的関係をよく表している。また細線は、mを独立変数としてこの図上で最小2乗法により導いた関係である。式(4)はこの細線にもほぼ一致している。

図13~15には、それぞれ旧データ、新データ、新旧混合データを基にしたき裂進展寿命分布を対数正規確率紙上にプロットして示す。いずれの場合もデータの内挿範囲で導いた寿命分布は対数正規分布によくあてはまる。外挿範囲が含まれると、この確率紙上で上に凸の分布形となる。すなわち、寿命の短い側には広がらず寿命の長い側に尾をひく分布形となる。旧データの $a_0=0$ の場合はこの傾向が特に著しい。これは $\sigma_e$ が大きくてkが小さい上に、外挿範囲もき裂の短い範囲に大きくしたためである。また以上により、表5の中央寿命は正確には対数平均の真数であるから表2の確定論による値との違いが現れた理由を説明できる。ラ

表5 モンテカルロ・シミュレーションにより与えた200組のmとCの組合せから計算されたき裂進展寿命の中央値と対数標準偏差の値

Data	h*	a <sub>0</sub> **	a <sub>f</sub> **	N <sub>M</sub> ***	N <sub>MR</sub> ****	σ[logN]
		0	12.58	12,880	11,786	0.18157
Old	200	0.01566	12.58	9,873	9,818	0.06211
		1.30	12.58	5,295	5,280	0.02339
New	200	0.01566	12.58	10,383	10,354	0.02920
		0.28	12.58	9,082	9,057	0.01877
New+Old	200	0.01566	12.58	10,541	10,525	0.02932
		0.28	12.58	9,160	9,144	0.01798
				7,237	7,232	0.01281

\*sample size, \*\*in mm, \*\*\*median life from averaged log-life, and \*\*\*\*median life by ranking.

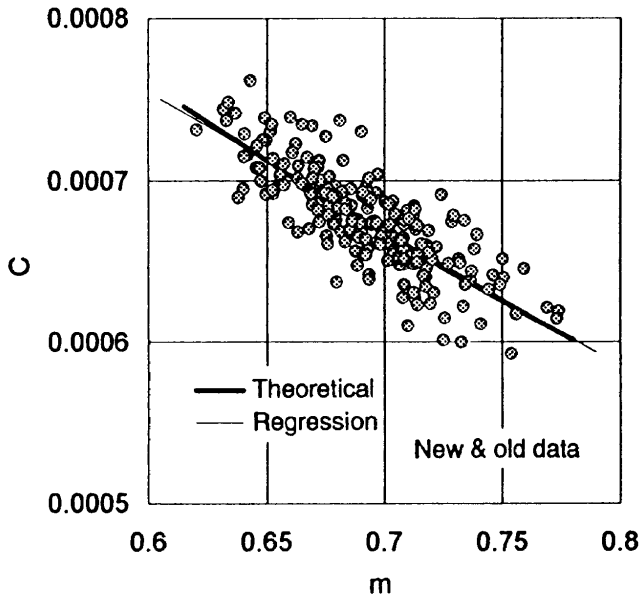


図12 新旧混合データを基にモンテカルロ・シミュレーションにより導いたmとCの関係、および理論式と最小2乗法による両者の平均的関係

リンク付けによる中央値を使うとこの関係は大きく改善される。

図16には新旧混合データによるき裂長さaとストライエーション幅bの関係と最小2乗法により導いた両者の近似関係、およびa<sub>0</sub>=0mmとした場合の200個のき裂進展寿命のなかで、最小と最大の寿命を与えたmとCの組合せにより描いたaとbの関係を示す。最大寿命を与える組合せはき裂の短い範囲でbが小さいことがわかる。最小寿命を与える関係はその逆の関係となっている。なお、a<sub>0</sub>を変えると最小および最大の寿命を与えるmとCの組合せも変化する。

図17にはき裂進展曲線が交差する様子を示すために、乱

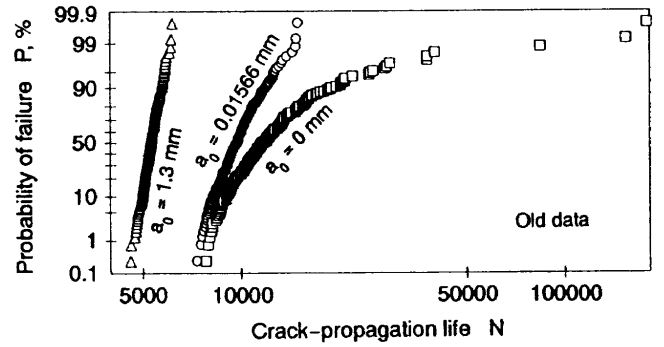


図13 対数正規確率紙上にプロットした旧データから導いたき裂進展寿命の分布

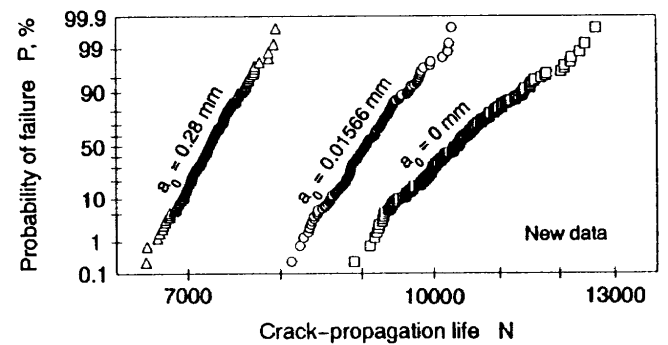


図14 対数正規確率紙上にプロットした新データから導いたき裂進展寿命の分布

数列の最初の30組によるき裂進展曲線を示す。あまり多くの曲線を一度に描くと、各々の曲線の区別がつかなくなるため30本に限定した。かなりの回数で交差が起きていることがわかる。もちろん、前記したようにmにばらつきがないと仮定した場合には、き裂の進展曲線には交差が起きず、末広がり形状を示すことになる。

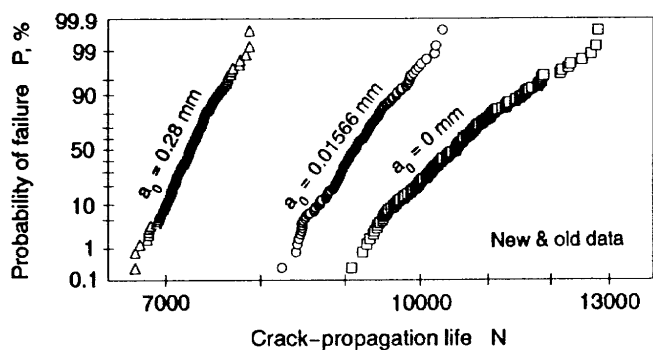


図15 対数正規確率紙上にプロットした新旧混合データから導いたき裂進展寿命の分布

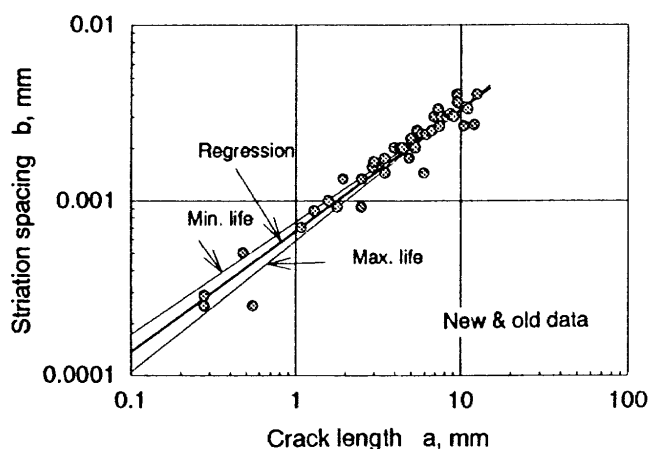


図16 き裂進展寿命200例の中で、最小と最大の寿命を与えるmとCの組合せにより描いたき裂長さとストライエーション幅の関係(初期き裂長さ=0 mm、新旧混合データの場合)

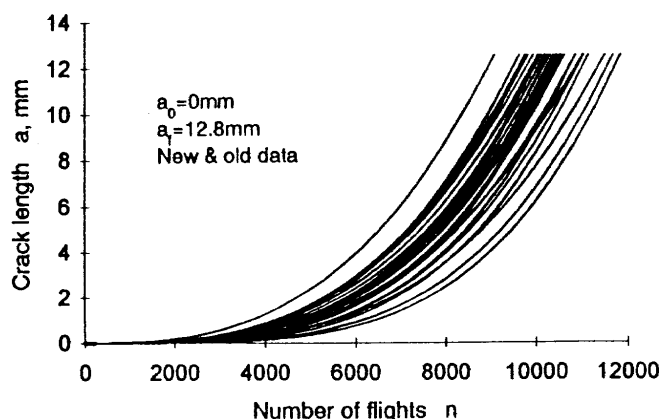


図17 乱数列最初の30組のmとCによるき裂進展曲線(初期き裂長さ=0 mm、新旧混合データの場合)

### 5.4.3 B許容値

通常、き裂発生部分に初期欠陥等が見当たらない場合には、初期き裂長さを決めることは困難である。このため、

初期き裂長さを0とした解析結果を使用して、供試体の寿命が推定あるいはこれに近い数値でかつ安全側に推定できれば、実用的には大きな価値がある。そこで、MIL-HDBK-5F<sup>(11)</sup>によるB許容値(非破壊確率=0.9, 信頼水準=0.95)でこの目的を達成できないかを調べた計算結果を表6に示す。なお、正規分布に対する片側許容限係数は統計数値表<sup>(12)</sup>による数値を内挿して導いた。

表6(a)はm一定、Cは回帰分析の公式から導かれる分布を使用した場合である。この場合のCのB許容値は平均値の信頼限界を使用している。したがって、この場合はNの信頼限界とでも言うべきであろう。この値は供試体の寿命に比べて危険側に少し大きく外れている。

表6(b)の場合は、m一定とした場合で、Cのばらつきには材料固有の値と考えたばらつきを用いた。この場合のB許容値は、安全側であるが供試体の寿命に比べて小さすぎる値と考えられる。

表6(c)はモンテカルロ・シミュレーションによって導いた寿命のB許容値を示す。2種類の値があり、一方はNの分布に対数正規分布を仮定して導いた場合である。図13をみると、旧データの初期き裂長さa<sub>0</sub>=0の場合はこの分布形を仮定するのは無理である。そこで、もう一つの方法で導いてみた。すなわち、未知の分布形に対するノンパラメトリ

表6 き裂進展寿命のB許容値と90パーセント信頼限界

(a) m=constant,  $\sigma[\log C] = \sqrt{\text{Eq. (29)}}$

$N_B = 90\% \text{ confidence value}$				
Data	DOF	$a_0$	$a_f$	$N_B$
Old	13	0	12.58	11118
New	26	0	12.58	9936
New+Old	41	0	12.58	10163

(b) m=constant,  $\sigma[\log C] = \sqrt{\text{Eq. (30)}}$

$N_B = B \text{ value}$				
Data	DOF	$a_0$	$a_f$	$N_B$
Old	13	0	12.58	7789
New	26	0	12.58	7572
New+Old	41	0	12.58	7774

(c) Monte-Carlo simulation

Data	DOF	$a_0$	$a_f$	$N_B^*$	$N_B^{**}$
Old		0	12.58		8699
New	199	0	12.58	9414	9384
New+Old	199	0	12.58	9554	9529

DOF=degree of freedom,

$a_0, a_f$ =initial, final crack length (mm),

\*B value for the log-normal distribution,

\*\*B value from 13/200 (rank/observations) for unknown distribution.

ックな手法を用いた。標本の大きさ200の場合は小さい方から13番目の寿命がB許容値に相当する<sup>11)</sup>ことを利用する。新データと新旧混合データの場合、2種の方法によるB許容値はよく合っている。これらの値に対し、旧データによるB許容値はわずかに小さい値であった。またこれらの値は供試体の寿命9,176フライトにかなり近いことがわかる。

前記したように表6(a)と(c)の方法は、測定点数を増やせば基本的にばらつきが減少して、最小2乗法により推定されたパラメータにより導かれる値(確定論)に近づくはずである。しかも、供試体の寿命にも近づくはずである。ただし、実際の寿命と一致する推定値を得るためには、さらにき裂の短い範囲におけるストライエーション幅のデータが必要になる。ただし、これらはSEMの能力等から実際には困難である。すなわち、ストライエーションの測定から供試体の寿命を推定するという命題には、明確に議論することが難しいき裂の発生あるいは初期欠陥の大きさ、き裂の短い範囲での進展挙動等が大きく左右している。

一方、上記のような解析結果は、き裂がある程度伸びてからの挙動としては確からしいので、航空機の整備における点検時期の決定等には有益である。

## 6. 結 言

疲労破面を観測して得られたき裂長さとストライエーション幅データを基に、モンテカルロ・シミュレーションを利用してき裂進展寿命分布を導く新しい手法を提案するとともに、ロッド・エンド・ハウジングに現れた疲労破面の観測データを例として、従来の方法も含めて確率統計解析を試みた。主な結論を以下に列挙する。

(1)本研究で解析対象としたき裂長さ $a$ とストライエーション幅 $b$ の関係は、両対数グラフ上で直線で近似できると見なせた。

(2)ストライエーション幅 $b$ の標準誤差の推定値(残差の標本標準偏差)は0.08前後であった。

(3)初期き裂長さを0 mmとして、確定論により推定した寿命 $N$ は供試体の $N$ よりかなり過大な推定であった。

(4)ストライエーション幅 $b$ の残差の分布形は極値分布(最小値の2重指数分布)に最も良く適合した。これにより任意のき裂長さ $a$ における $b$ の分布は極値分布に良く適合すると推定された。

(5)確率過程モデルによるき裂進展寿命 $N$ の中央値は、ストライエーション幅 $b$ のばらつきが大きい場合の対数正規およびワイブル過程の場合を除けば、確定論による推定値に近い。確定論からの偏りは、 $b$ の分布の中央値に対する非対称性に依存すると考えられた。ただし、 $N$ のばらつきは非常に小さく、 $b$ のばらつきに比べ、1~2桁小さいものであった。

(6) $m$ を一定とすれば、 $\log N$ と $\log C$ それぞれの分布形

と分散は互いに等しくなる。 $\log C$ の不偏分散を回帰分析で導く場合には、 $\overline{\log b}$  ( $\log b$ の平均)に対する分散、すなわち誤差分散 $\sigma_e^2$ をデータ数 $k$ で割った値に等しくなる。したがって、 $k$ が大きくなれば、誤差分散の大きさによらず $N$ は確定値に収束する。一方、 $\log C$ のばらつきを材料固有の値と考えれば、 $\log b$ の分散と等しくなり、誤差分散そのものとなる。

(7)本提案によるモンテカルロ・シミュレーションの基とした $m$ と $\overline{\log b}$ それぞれの分散は、観測領域と個数を大きくすると0に収束するから、シミュレーションによる寿命も確定値に収束する。

(8)モンテカルロ・シミュレーションによる $m$ と $C$ の組合せ分布から導いた中央寿命(対数平均の真数またはランク付けによる中央寿命)は確定論による寿命とほぼ一致した。また、き裂進展寿命のばらつきを表す対数標準偏差は、データの内挿範囲では $\sigma_e/\sqrt{k}$ の値よりもわずかに大きい程度であったが、き裂の短い範囲に外挿範囲が広がるほど大きくなった。寿命の分布形はデータの内挿範囲で導いた場合、対数正規分布によく適合した。き裂の短い範囲に外挿範囲が加わると対数正規確率紙上で上に凸の分布形となった。

(9)シミュレーションにより導かれた $m$ と $C$ の平均的關係は、ストライエーション・データから回帰分析により得られた両者の関係式で表すことができた。またこの関係は、両者のシミュレーション・データに対し、 $m$ を独立変数とする最小2乗法により導いた関係とよく一致した。

(10)シミュレーションで、寿命 $N$ の最小を与えたき裂長さ $a$ とストライエーション幅 $b$ の関係は $a$ の小さい範囲で $b$ が大きく、最大を与えた場合は $b$ が小さい関係であった。

(11)本提案によるシミュレーションで導いたき裂進展曲線は交差が起きる。

(12)初期き裂長さを0 mmとして、シミュレーションにより導いた寿命のB許容値は、供試体の寿命よりわずかに長めであったがほぼ近い値であった。

## 参考文献

- (1)Virkler, D. A., Hillberry, B. M., and Goel, P. K., "The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation," AFFDL-78-43, Airforce Flight Dynamics Laboratory, April 1978.
- (2)Virkler, D. A., Hillberry, B. M., and Goel, P. K., "The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation," *J. Engng. Mat. Tech., Trans. ASME*, Vol. 101, 1979, pp. 148-153.
- (3)Yang, J. N., and Donath, R. C., "Statistical Crack Propagation in Fastener Holes Under Spectrum Loading," *J. Aircraft*, Vol. 20, No. 12, 1983, pp. 1028-1032.

- (4) Yang, J. N., Manning, S. D., Hsi, W. H., and Rudd, J. L., "Stochastic Crack Growth Models for Applications to Aircraft Structures," *Probabilistic Fracture Mechanics and Reliability*, Provan, W., ed., Martinus Nijhoff Publishers, 1987, pp. 171-211.
- (5) Artley, M. E., "Probabilistic Damage Tolerance Method for Metallic Aerospace Structure," WRDC-TR-89-3093, WRDC/FIBEC, Wright-Patterson AFB, 1989.
- (6) Besuner, P. M., and Tetelman, A. S., "Probabilistic Fracture Mechanics," EPRI 217-1, Technical Report No. 4, 1975. (Electric Power Research Institute, U. S. A.)
- (7) Harris, D. O., and Lim, E. Y., "Applications of a Probabilistic Fracture Mechanics Model to the Influence of In-Service Inspection on Structural Reliability," *Probabilistic Fracture Mechanics and Fatigue Methods: Applications for Structural Design and Maintenance*, Bloom, J. M., and Ekvall, J. C., eds., ASTM STP 798, American Society for Testing and Materials, 1983, pp. 19-41.
- (8) 下河利行, 浜口泰正, "2024-T4アルミニウム合金の曲げ疲労試験におけるき裂進展速度のばらつきと疲労寿命のばらつき", 材料, Vol. 35, No. 393, 1986, pp. 564-570.
- (9) 角田義秋, 下河利行, "航空機用装備機器の疲労破面解析—ロッド・エンド・ハウジングとロッド・エンド・キャップの場合—", 航技研報告TR-1047, 1989.
- (10) Shimokawa, T., "Probabilistic Approach to the Certification for Fatigue Durability of Composite Structures," NAL TR-1029T, 1989, or *Aeronautical Fatigue in the Electronic Era*, Berkovits, A., ed., Proc. 15th ICAF Symp., 1989, pp. 471-495.
- (11) MIL-HDBK-5F, *Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures*, Department of Defense, U. S. A., 1990.
- (12) 山内二郎他編, 統計数値表, JSA-1972, 日本規格協会, 1972.

#### [付録] 式(1)がParis-Erdogan則に対応することの説明

ここでは、本文式(1)の破壊力学的な意味を明らかにしておく。いま、無限幅平板の中央き裂に対するParis-Erdogan則を考えてみると、

$$\begin{aligned} da/dn &= C_0 \cdot \Delta K^M \\ &= C_0 \Delta S^M \pi^{M/2} a^{M/2} \end{aligned} \quad (\text{付1})$$

となる。ここで、 $da/dn$ はき裂進展速度、 $\Delta S$ は応力の全振幅、 $\Delta K$ は応力拡大係数範囲、 $C_0$ と $M$ は定数として定義される。ここで、

$$b = da/dn \quad (\text{付2})$$

$$C = C_0 \Delta S^M \pi^{M/2} \quad (\text{付3})$$

$$m = M/2 \quad (\text{付4})$$

とおくと、式(付1)は

$$b = C \cdot a^m \quad (\text{付5})$$

となり、本文の式(1)と一致する。すなわち、本文の式(1)はParis-Erdogan則(無限平板)に対応する関係式であることがわかる。

また、以上の関係式を使うことにより次のことが可能になる。すなわち、破面解析によりき裂長さ $a$ とストライエーション幅 $b$ の関係を求め、 $C$ と $m$ を回帰分析により導く。すると、Paris-Erdogan則の $M$ は式(付4)により求めることができる。その上、 $C_0$ が材料定数として与えられるなら、式(付3)により応力の全振幅 $\Delta S$ を計算できることになる。すなわち、 $\Delta K$ を計算することができる。これがストライエーション・データから応力拡大係数に関する情報を得ることができるという内容である。逆に、 $\Delta S$ が既知であるなら $C_0$ を導くことができる。

## TR-1225号 正誤表

	誤	正
11頁の 図17の 図中	$a_f = 12.8\text{mm}$	$a_f = 12.58\text{mm}$

---

## 航空宇宙技術研究所報告1225号

平成6年2月発行

発行所 航空宇宙技術研究所  
東京都調布市深大寺東町7-44-1  
電話 三鷹(0422)47-5911(大代表) 〒182  
印刷所 株式会社実業公報社  
東京都千代田区九段北1-7-8

---



Printed in Japan