

航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1256

風洞内の複要素翼型空力計算

中村正義・鈴木弘一
半沢麻雄・桑野尚明

1995年1月

航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

風洞内の複要素翼型空力計算*

中村正義*¹ 鈴木弘一*¹
半沢麻雄*¹ 桑野尚明*¹

Computations of Flow past Multi-Element Airfoils in Wind Tunnel

Masayoshi NAKAMURA, Kouichi SUZUKI,
Asao HANZAWA, Naoaki KUWANO

Abstract

This paper presents an overview of numerical flow analyses past arbitrarily designed multi-element airfoils. Compressible unsteady inviscid flows around airfoils are analyzed by integrations of time-dependent Euler equations using finite difference techniques. Numerical solutions are obtained through an explicit upwind scheme with local time steps using a locally refined, boundary modified square grid of Cartesian coordinates. In this grid, the boundary conditions at curved airfoil surfaces are precisely defined by the finite difference. Numerically calculated results demonstrate two-dimensional applications for a transonic flow around a symmetrical airfoil in a free-flight condition. Other calculations for a low-speed flow around a large thickness airfoil and variations with flap and spoiler were made in a wind tunnel boundary condition. Comparisons of pressure distributions and lift coefficients were also made with other calculated solutions and with experimental data.

Keywords : Numerical flow analysis, Multi-element airfoil

概要

これは風洞内における任意形状の複要素翼型を過ぎる流れの数値解析法に関する報告である。流れを粘性がなく非定常で圧縮性があるものとする。この流れを支配する連続、オイラーの運動、およびエネルギーの各保存条件を満たす方程式を差分法により数値的に解く。それは任意形状の翼型境界と接合する物理座標の正方格子において、差分方程式を上流型差分法を用いて陽的に時間および空間積分するものである。外周境界において翼の自由空間飛翔または風洞内飛翔の境界条件を与え、断熱等の翼境界条件を方程式に組み込んで扱った。解法の適用例として、低速から遷音速におけるいくつかの翼型に関する計算を試みた。それは自由飛翔の標準的な対称翼および風洞内飛翔の厚み比が比較的大きいスポイラーおよびフラップ付きの翼型に関する空力計算である。その結果の翼面圧力係数および揚力係数に関して他の計算および実験値との比較検証を行った。

まえがき

この報告書は、物理座標正方格子を用いて任意形状の翼型を過ぎる非定常で圧縮性がある流れの数値解析法に関するものである。その解法は、風洞測定部内に設置されたフラップ等が付いた任意形状の複要素翼型を過ぎる

流れの模擬計算を可能にし、さらに側壁形状を変化させる適応壁風洞内の流れの模擬計算につながるものである。

この数値解析法の特徴の一つは計算格子であり、それは任意形状かつ複数に分かれた要素からなる翼型に対応できる物理座標正方格子¹⁾を基にし、しかも非定常解析にも配慮したものである。この格子の軸は互いに直交し、

* 平成6年11月28日 受付 (received 28 November 1994)

*¹ 空力性能部 (Aircraft Aerodynamics Division)

また格子間隔は必要に応じて段階的に変えられ、格子密度を局所的に違えた格子配分が可能である。格子間隔の境目は重なりがなく接合し、また正方格子点と境界点も接合して共に差分式に取り入れられる。翼等の境界と正方格子が交わって格子の微小切片が生じる場合は、非定常計算の不安定原因になる微小間隔をもつ格子点を除去した。

流れの支配式は、時間変数が入った連続、運動、およびエネルギーの各保存条件から得られる密度、速度成分および総エネルギーを独立変数とする方程式である。これを物理座標正方格子を用いた差分逐次式にして、固体壁の条件を組み込み、翼型の自由飛翔あるいは風洞内飛翔の境界条件の下に数値的にその方程式の定常解を求める。計算は各計算点毎に陽的に行い、時間刻みおよび計算繰返し回数は格子間隔によって異なる。ただし領域全体の時間の同時性は、最小公倍時間刻み幅ごとに確保される。計算の安定のために従属変数の2階および4階微分の計算安定項を方程式に加えた。また差分形は、一部に常に上流型差分を適用し、局所流速度が超音速の場合、計算安定項を除いて全てを上流型差分にした。

解法の適用例として、自由飛翔条件における標準的な対称翼について亜音速および超音速の計算を行った。また風洞内飛翔条件において、厚み比が比較的大きい翼型およびそれを部分変更した主翼にフラップやスポイラーが付いた複要素翼型の低速時の空力計算も行った。そしてそれらの計算結果の空力係数等に関して実験値等と比較検証を行った。その結果、本解法の有効性がほぼ確かめられた。

最後に本解法の応用例として壁形状を変えて適応壁風洞を模擬した計算を試み、さらに一様流速度が超音速の場合の計算も試みた。

方程式

二次元空間における流れの支配式を、粘性が無く時間変動を入れた連続、運動（オイラー）およびエネルギーの各保存条件から得られる次の式とする。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0$$

ただし t は時間、 x と y は物理座標軸であり、 Q は状態、 E と F は x 軸、 y 軸方向の流動をそれぞれ表す次のベクトルである。

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e+p)u \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ (e+p)v \end{bmatrix}$$

ここの記号 ρ 、 u 、 v および e は密度、 x 軸、 y 軸方向の速度成分および単位質量当りの総エネルギーをそれぞれ表す。また静圧 p は $p = (\gamma - 1) \{ e - \rho(u^2 + v^2) / 2 \}$

で与えられる。ただし γ は比熱比を表す。なお、時間、密度、速度成分、総エネルギーの各変数、および圧力、座標軸を表す変数は、次のとおり一様流における音速 a_∞ 、同密度 ρ_∞ 、および翼弦長 c により無次元量にして同じ記号を用いた。

$$\begin{aligned} t/(c/a_\infty) &\rightarrow t, & \rho/\rho_\infty &\rightarrow \rho, & u/a_\infty &\rightarrow u, \\ v/a_\infty &\rightarrow v, & e/(\rho_\infty a_\infty^2) &\rightarrow e, \\ p/(\rho_\infty a_\infty^2) &\rightarrow p, & x/c &\rightarrow x, & y/c &\rightarrow y \end{aligned}$$

演算の便宜上、支配式を下の(1)式に書き改めて以後に用いる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

この式の左辺第1項は状態ベクトルの時間微分であり、第2および第3項は係数行列に係る同空間微分である。なお係数 $\partial E/\partial Q$ および $\partial F/\partial Q$ は4次の正方行列である。そのうち $\partial E/\partial Q$ の固有値の符号は、 $u=0$ のとき正符号の数が2、 $0 < u < 1$ のとき3、 $1 < u$ のとき4である。これらの数は境界条件の与え方の目安になる。

境界

支配式を適用する空間領域は、図1に示すように領域の外周を縁取る矩形境界と内周を縁取る翼境界等に囲まれた部分とする。これらの境界のうち矩形境界は上流、下流、上側、および下側境界から成り、翼境界から有限の距離とする。翼境界はその形状が任意であり離れた場所に独立して複数あってもかまわない。この他に翼後方の格子節約上翼境界の延長として人工の航跡（Wake）境界を領域内に設ける場合がある。また時間区域は初期境界の時刻ゼロから支配式の解が定常に近い状態に至る時刻までとし、後者の時間境界は定めない。

流れ現象に見合った支配式の解を定めるために各境界に従属変数に関する条件を設ける。矩形境界には、翼型が置かれる環境に応じて、周辺に障害物が無い自由飛翔条件または翼型の上側と下側に平行な固体壁がある風洞

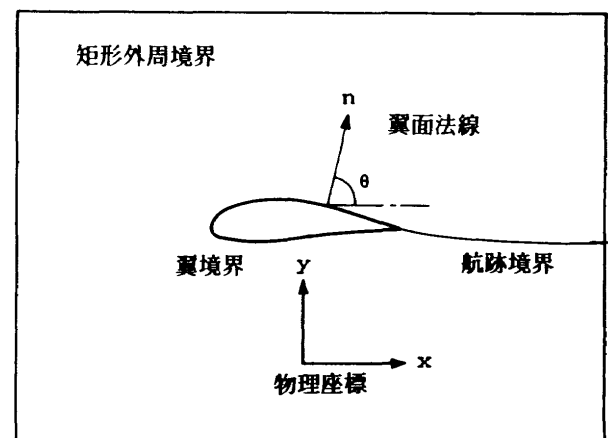


図1 計算領域と境界

内飛行条件が設けられる。同境界の部分ごとに一様流や固体壁の境界条件が与えられる。翼境界においてはそこを固体壁として断熱と流れ方向の規制が支配式の中に組み入れられる。航跡境界では、そこを横切って圧力と流れ方向が連続となる条件が与えられる。また時間の初期境界には乱れが無い一様流状態の条件が与えられる。

自由飛行条件は、外周境界において上側および下側境界が翼境界から十分離れている前提の下に、そこに次の一様流における密度、速度成分および総エネルギーを与える。それは $\rho_\infty=1$, $u_\infty=M_\infty \cos \alpha$, $v_\infty=M_\infty \sin \alpha$, および $e_\infty=p_\infty/(\gamma-1)+M_\infty^2/2$ である。ただし α は翼の迎角を示し、一様流圧力は $p_\infty=1/\gamma$ である。上流および下流境界においては、一様流が亜音速と超音速の場合で図 2(1)に示すように条件が異なる。上流境界では、後述の風洞内飛行条件との兼ね合いで境界を十分遠方にとれない場合を考慮して、一様流が亜音速の場合上記の一様流条件から総エネルギーを除いた条件を与えた。ただし超音速の場合一様流条件が与えられる。下流境界においては一様流が亜音速の場合、一様流圧力 p_∞ が与えられ、総エネルギーが規制される。ただし超音速の場合は境界条件が与えられない。なお翼迎角は外周境界条件

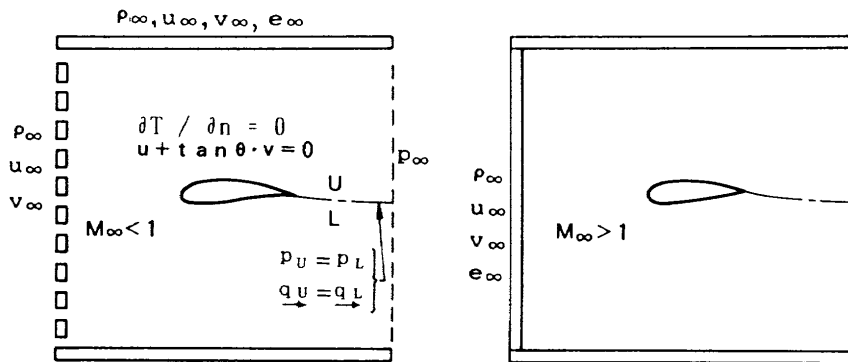
の中でも与えることが出来る。

風洞内飛行条件は、図 2(2)に示すように上側および下側境界において下述の固体壁条件を与え、他は自由飛行条件と同じである。ただし上流境界条件の速度成分は $u_\infty=M_\infty$ および $v_\infty=0$ ととり、翼の迎角は翼自体でとる。また矩形外周境界の隅においては境界条件が重複する。例えば同図●印においては、下述条件 $\partial T/\partial y=0$, $v=0$ に加えて p_∞ が条件として課せられる。

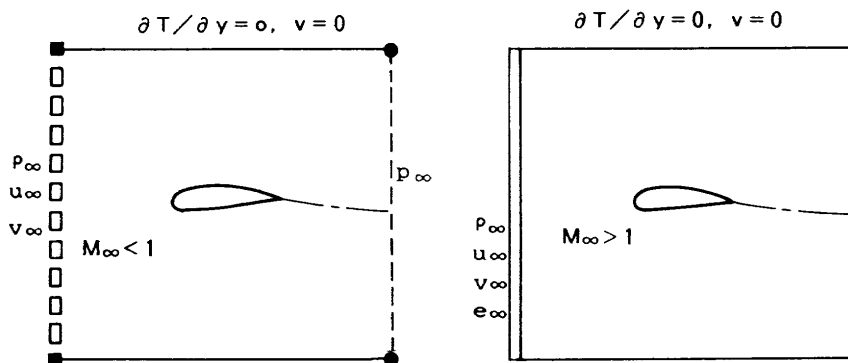
翼境界および風洞測定部側壁は固体壁と見做し、そこにおける境界条件は、流れが固体壁に沿い、かつ固体壁と流体間に熱の授受がないことである。流れが沿う条件は二次元の場合 $u+v \cdot \tan \theta=0$ である。ただし θ は固体壁法線と x 軸のなす角とする。また断熱条件は、絶対温度を T とし法線方向を n とすると $\partial T/\partial n=0$ である。ただし温度を一様流温度 T_∞ で無次元化すると $T = a^2 = \gamma p/\rho$ と表される。この断熱条件は物理座標では次式に書き改められる。

$$\frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \tan \theta \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \right) = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} + \tan \theta \cdot \frac{\partial \rho}{\partial y} \right)$$

先の沿い条件と共にこの式中の $\tan \theta$ は法線方向によっては大きな値になり計算に支障が生じる。そこでここで



(1) 自由飛行条件



■ ● --- 条件重複

(2) 風洞内飛行条件

図 2 境界条件 (2 種類)

は固体壁条件の扱いを $|\tan \theta| < 1$ の場合と $|\tan \theta| > 1$ の場合に分けた。まず $|\tan \theta| < 1$ の場合、

$\partial E / \partial Q$, $\partial F / \partial Q$ および下述の行列 W の各要素に $u = -\tan \theta \cdot v$ を代入して u を消去する。またこれとは別に先の断熱条件の式を p に関してさらに整理して、 $\partial e / \partial x$ を消去する形で(1)式に組み込むと次の式になる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q'}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q'}{\partial y} = 0$$

ただし $W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ w & u & v & 0 \end{pmatrix}$ とし、 I を単位行列とすると

$$\frac{\partial Q'}{\partial x} = W \frac{\partial Q}{\partial x} + \tan \theta \cdot (W - I) \cdot \frac{\partial Q}{\partial y}, \quad \frac{\partial Q'}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial y}$$

となる。行列 W 中の記号 w は $w = e/\rho - u^2 - v^2$ である。

次に $|\tan \theta| > 1$ の場合、 $\partial E / \partial Q$, $\partial F / \partial Q$ および W の各要素に $v = -1/\tan \theta \cdot u$ を代入して v を消去し、上記の場合と同様に断熱条件から $\partial e / \partial y$ を他の微分で表して(1)式に組み入れる。そのときの空間微分は次のように置き換えられる。

$$\frac{\partial Q'}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial x}, \quad \frac{\partial Q'}{\partial y} = \frac{1}{\tan \theta} \cdot (W - I) \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} + W \frac{\partial Q}{\partial y}$$

風洞内飛翔条件の上側および下側境界においては $|\theta| = \pi/2$ であるからこの置き換えによる固体壁条件が用いられる。

航跡境界は、翼の上下面をそれぞれ沿う流れが翼後縁を離れた後につくる速度等の物理量の不連続を模擬するために設ける人工の境界であり、その形状および位置は本来あるべき後流渦面のそれらとは一致しない。そこでこの航跡境界の条件は、その境界を横切って圧力が連続であることに加えて、流れの方向に不連続がないものとした。すなわち流れは一般にここで設けた航跡境界を貫通し、速度の絶対値は不連続になるがその方向を同じにした。なお後述の計算においては、複要素翼の場合、全体の循環を大きく左右すると思われるフラップに航跡境

界を設けて、翼後方領域の格子点数を節約した。また後流の物理量の不連続を急激な連続的变化と数値的に見做して、フラップ付の主翼および後流不連続が顕著と推定できるスポイラーにはこの航跡境界を設けなかった。

格 子

任意境界に接合する物理座標正方格子の作成は次のとおりである。差分計算に用いる計算点は、正方格子の格子点および格子軸と翼境界または航跡境界が交わる境界点の二つである。外周境界には格子点が位置するものとする。

計算格子の作成の考え方は、まず必要とする最も細かい格子を全平面に想定する。そして外周境界より外側および内周境界すなわち翼境界より内側にあるすべての格子点を取り除く。次に翼境界から遠い場所で物理量の変化が小さいと見込まれる部分の細かい格子を除き粗い格子の格子点を残す。翼境界に近づくに従って次第に格子の間隔を小さくしてゆき、それより細かい格子を除く。翼境界近傍においても翼前縁付近や後縁後流部分そして衝撃波が予想される部分は別として、その他の場所の細かい格子を除去して格子密度を変えた配分をする。次に計算点間距離に最小限界を設けるために、格子点と翼境界点の距離がその場所の正方格子間隔の半分以下の場合その格子点を除く。ただしそれに隣接する翼境界点は除かない。最後にこの報告書で下記に定める基本格子形から外れる計算点を除去する。以上のとおり格子形成はここでは不要な格子点を除く作業が実情である。

個々の計算点において差分近似に必要な隣接する計算点の組を局所格子形と呼ぶことにする。その基本形をここでは二つに分けた。その一つは図3(1)に示すように、考える中心の計算点において2本の格子軸が交わり、それぞれの軸上に中心点を除いて二つの隣接する計算点がある場合である。同図の(2)は中心点が翼境界近傍にあり、(3)はそれが外周境界上にある例である。この5個の計算点から構成される計算点の組を格子基本形1と呼ぶことにする。そこでは一つの格子軸に多くとも一つだけ

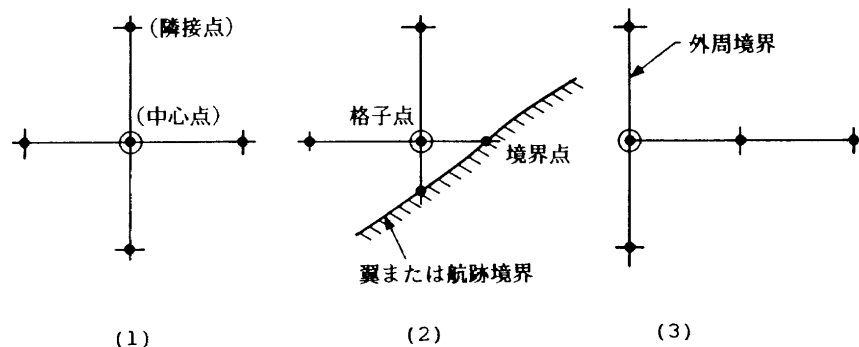


図3 格子基本形1

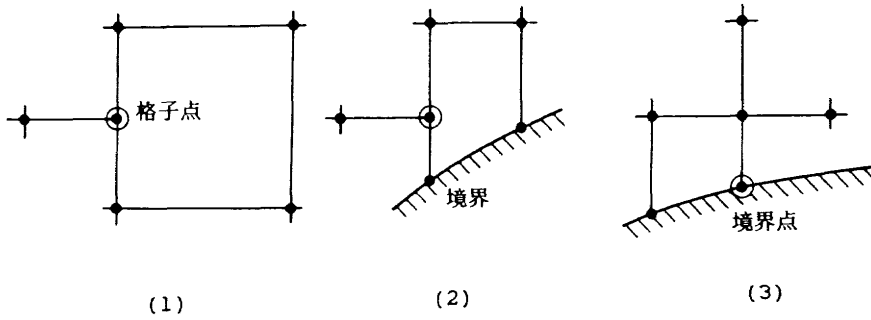


図4 格子基本形2

境界点が存在し得るとする制約を設ける。

もう一つの基本形は、図4(1)に示すように二つの隣接計算点を持つ格子軸が1本だけであり、他の軸は無いかあっても一つだけの隣接計算点を持つ場合である。この例は格子間隔が異なる境目にある格子形である。同図(2)は翼等境界付近の例であり、(3)は境界上に中心点がある場合である。境目上の中心点が二つ軸を持つ場合は一方を使用しない。このように一つの格子軸が不完全で6個の計算点からなる格子形を基本形2とする。その制約は基本形1と同じである。

計算に使用する実際の格子配分例を以下に示す。図5は風洞内に置かれたスロツティド・フラップ付き翼型が置かれた計算領域に物理座標正方格子を配置した一例である。この例の複要素翼型は、厚み比17%のGA(W)-1翼型²⁾の後部を部分変更して主翼とし、長さが29%翼弦

長のフラップを40°の角度で設置して全体の迎角を5°にとった場合である。計算領域と翼の大きさの割合は、後述の実験値に関わる風洞測定部と翼模型の大きさの割合と同じにとった。計算領域の高さが翼弦長の3.5倍、長さが6倍である。格子間隔は翼付近で小さくとり、翼から離れるに従って大きくとった。この例の場合、格子間隔は6段階あり、最小が0.0078 (1/128) 翼弦長、最大が0.25 翼弦長である。この場合の総計算点数は3174であり、そのうち翼面境界点数は234である。図6は同様に作った格子のフラップ付近を拡大したものであり、格子基本形1, 2の具体例を示した一例である。同図の記号Aで示した場所は計算点でなく、単に格子の軸が交叉するところである。これは最小限界距離を設けた結果生じたものである。

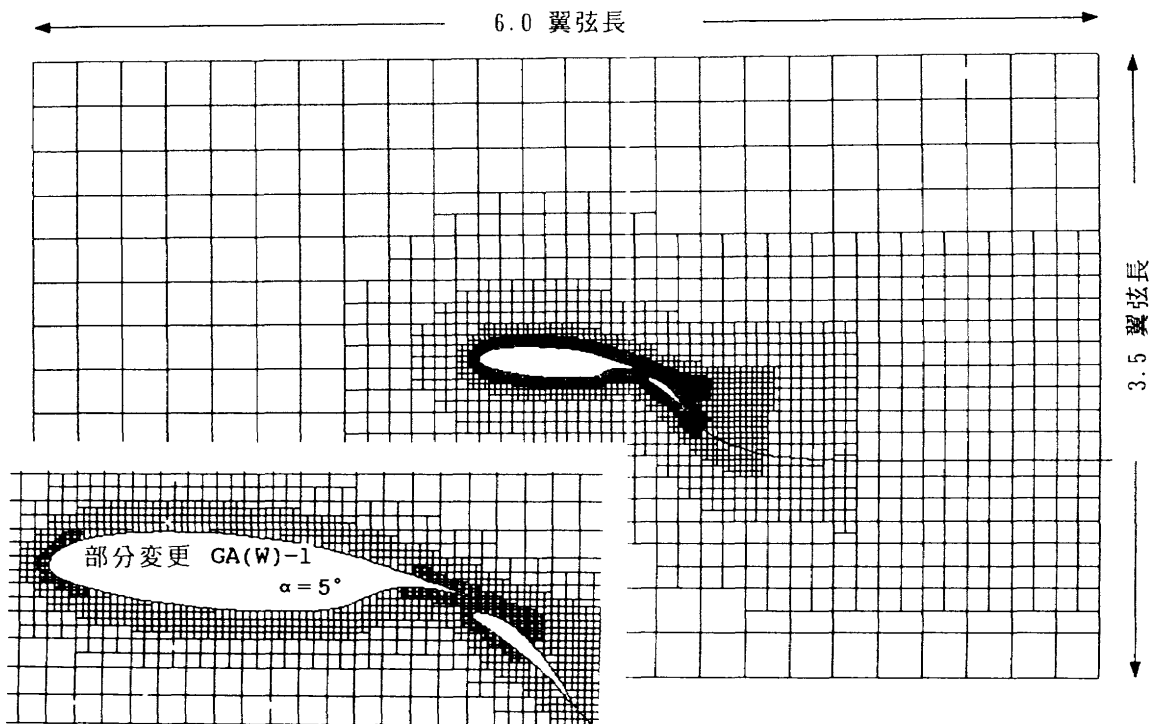


図5 風洞測定部領域の格子例

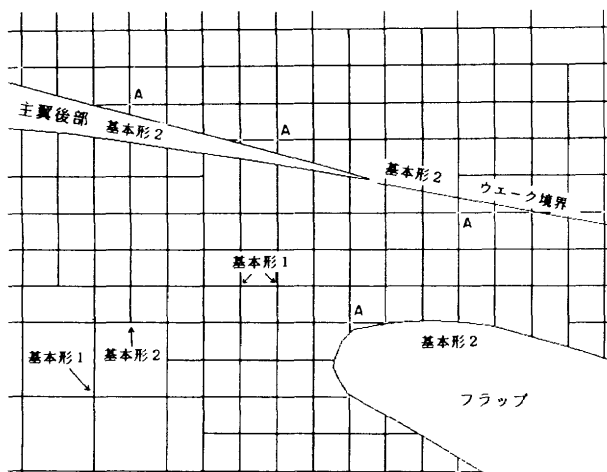


図6 翼型付近の格子例

差分

支配式の差分近似式を作るための基本は以下のとおりである。初めに支配式(1)の左辺第一項の時間微分は $\partial Q / \partial t = (Q^{(n+1)} - Q^{(n)}) / \Delta t + o(\Delta t)$ と前進差分で表す。ここで Δt を局所時刻刻みとすると、 $Q^{(n)}$ は、逐次計算の局所繰返し回数 n 、すなわち初期時刻をゼロとして現在時刻 $n \cdot \Delta t$ における状態ベクトルである。 $Q^{(n+1)}$ はそれより Δt 後の未来時刻における値である。

空間差分は、格子基本形1と2を分けて考える。基本形1の場合、一つの軸、例えば x 方向の軸上に図7(1)に示すように中心点0とそこからの距離が Δx_1 および Δx_2 の隣接する計算点1と2を考える。このときこの2点における状態ベクトルは点0における値を用いて次のとおりテイラー級数で表される。

$$Q_1 = Q_0 + \Delta x_1 \cdot (\partial Q / \partial x)_0 + \Delta x_1^2 / 2 \cdot (\partial^2 Q / \partial x^2)_0 + \dots$$

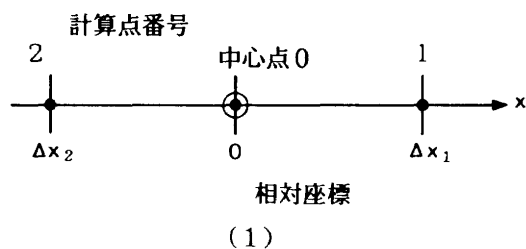
$$Q_2 = Q_0 + \Delta x_2 \cdot (\partial Q / \partial x)_0 + \Delta x_2^2 / 2 \cdot (\partial^2 Q / \partial x^2)_0 + \dots$$

これらの式から $\partial^2 Q / \partial x^2$ を消去すると次の x 軸方向の空間微分の差分形が得られる。

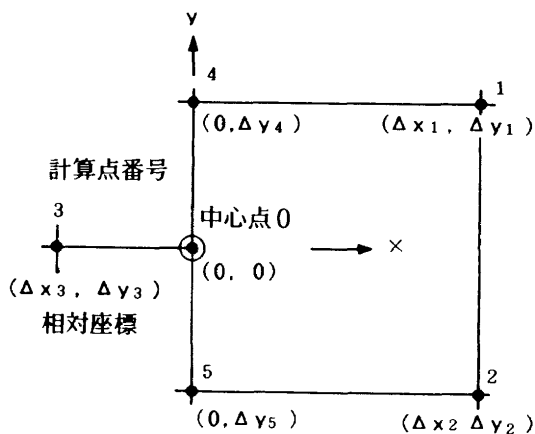
$$\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta x_1 \Delta x_2} \cdot Q_0 + \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1 (\Delta x_2 - \Delta x_1)} \cdot Q_1 + \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2 (\Delta x_1 - \Delta x_2)} \cdot Q_2 + o(\Delta x_1^2, \Delta x_2^2)$$

ただし計算点間の距離には格子形成で述べたとおり局所格子間隔ごとに最小値があり、それを δ_{min} で表すと上の差分式には次の間隔の制限がある。

$|\Delta x_1| > \delta_{min}$, $|\Delta x_2| > \delta_{min}$ および $|\Delta x_2 - \Delta x_1| > \delta_{min}$,
 そして Δx_1 および Δx_2 の符号によって後退、中心、または前進のそれぞれの差分形になる。例えばその場所



(1)



(2)

図7 計算点の配置例

基本になる正方格子の間隔を δ として $\Delta x_1 = -\Delta x_2 = \delta$ の場合、中心差分 $(\partial Q / \partial x)_0 = (Q_1 - Q_2) / 2\delta$ が得られ、また $\Delta x_1 = \Delta x_2 / 2 = \delta$ の場合、 $(\partial Q / \partial x)_0 = (-1.5 Q_0 + 2 Q_1 - 0.5 Q_2) / \delta$ で表される前進差分が得られる。基本形1の他の y 軸方向の差分も同様であり、また下述の基本形2の隣接計算点が二つある格子軸に関しても扱いは同じである。

格子基本形2の場合、例えば図7(2)に示すように x 軸方向の計算点配置が不完全のとき、任意位置の計算点1, 2と各格子軸上の計算点3, 4の四つの点における状態ベクトルは次の2次元級数で表される。

$$Q_i = Q_0 + \Delta x_i \left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)_0 + \Delta y_i \left(\frac{\partial Q}{\partial y}\right)_0 + \frac{\Delta x_i^2}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}\right)_0 + \Delta x_i \Delta y_i \cdot \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial xy}\right)_0 + \frac{\Delta y_i^2}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial y^2}\right)_0 + \dots$$

ただし $i = 1, 2, 3, 4$ である。この四つの式から $\partial^2 Q / \partial x^2$, $\partial^2 Q / \partial xy$ および $\partial^2 Q / \partial y^2$ を消去すると $\partial Q / \partial x$ が Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 および $\partial Q / \partial y$ の関数として得られる。 $\partial Q / \partial y$ の差分の算出は基本形1と同様である。例えば図7(2)において、 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = -\Delta x_3 = \delta$, $\Delta y_1 = -\Delta y_2 = \delta$, $\Delta y_3 = 0$ および y 軸上で $\Delta y_4 = -\Delta y_5 = \delta$ とすると、点0における x 軸方向の微分の中心差分は、 $(\partial Q / \partial x)_0 = (Q_1 + Q_2 - 2 Q_3) / 4\delta$ になる。計算点間の距離は基本形1と同様に最小限界がある。

解 法

非粘性の非定常数値計算の常としてここでも計算安定のために状態ベクトルに関する2階および4階の微分値を計算安定項として次のとおり(1)式の右辺および左辺に加えた。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial y} + C_{K4} \left(\frac{\partial^4 Q}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 Q}{\partial y^4} \right) = C_{K2} \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right)$$

ただし、 C_{K2} および C_{K4} は後に述べる係数である。この2階微分の項は粘性に似た効果があり途中解を平滑にし、4階微分の項は局部拡散効果があり途中解の過度な平滑を防ぐと考えられる。この式をここでは以下の方針で陽的な差分近似式にする。

ベクトル表示の上式を4つのスカラー式にする。そして各式において時間微分の変数と同じ変数の空間微分とそうでない空間微分の差分形を分けて扱う。前者の空間微分をここでは流体速度が亜音速および超音速を問わず常に上流型差分にした。すなわち微分に係る係数の符号が正のとき後退差分、負のとき前進差分を用いる。また後者の空間差分は、流体速度が亜音速のとき中心差分、超音速のとき上流差分にそれぞれする。計算安定項の各微分はともに中心差分にした。これらを現在時刻の値を既知とする陽的な差分近似で表すと次式になる。

$$\begin{aligned} Q^{(n+1)} = & Q^{(n)} \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left\{ \left(\frac{\partial E}{\partial Q} \right)_{\text{diagonal}} \cdot \left(\sum_x C_i Q_i \right)_{\text{upwind}} \right\}^{(n)} \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \left\{ \left(\frac{\partial E}{\partial Q} \right)_{\text{nondiag.}} \cdot \left(\sum_x C_i Q_i \right)_{\text{central}} \right\}^{(n)} \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta y} \cdot \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial Q} \right)_{\text{diagonal}} \cdot \left(\sum_y C_j Q_j \right)_{\text{upwind}} \right\}^{(n)} \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta y} \cdot \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial Q} \right)_{\text{nondiag.}} \cdot \left(\sum_y C_j Q_j \right)_{\text{central}} \right\}^{(n)} \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot C_{K2} \left(\sum_x C_k Q_k \right)^{(n)} + \frac{\Delta t}{\Delta y} \cdot C_{K2} \left(\sum_y C_l Q_l \right)^{(n)} \\ & - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot C_{K4} \left(\sum_x C_m Q_m \right)^{(n)} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \cdot C_{K4} \left(\sum_y C_n Q_n \right)^{(n)} \end{aligned} \quad (2)$$

ただし式中の $(\partial E/\partial Q)_{\text{diagonal}}$ は、 $\partial E/\partial Q$ の対角要素以外をゼロにした行列を示し、 $(\partial E/\partial Q)_{\text{nondiag}}$ は $\partial E/\partial Q$ の対角要素をゼロにした行列とする。また添字 upwind は上流差分を、添字 central は中心差分をそれぞれ示すものとする。そして表示 $\sum_x C_i Q_i$ は $\partial Q/\partial x$ の差分形を表し、 C_i はその差分に使用されているいくつ

かの数の計算点番号 i における状態ベクトル Q_i に係る係数を表すものとする。他の添字 j, k, l, m, n についても同様である。上の式(2)は流速が亜音速の領域における場合であり、超音速領域の場合は同式右辺第3項および第5項が x, y 軸方向の速度成分の大きさに応じて上流型差分になる。係数 C_{K2} および C_{K4} は局所正方向格子間隔を δ として $C_{K2} = K_2 \cdot \delta$ および $C_{K4} = K_4 \cdot \delta^3$ とした。ただし K_2 と K_4 をここでは1.0から0.1のオーダーにそれぞれとった。

計算安定項の2階微分はここでは次のように扱った。説明を簡単にするため図7(1)の $\Delta x_1 = -\Delta x_2 = \delta$ の場合を例にとる。同図の計算点0における2階微分と差分の関係は $\delta \cdot (\partial^2 Q/\partial x^2)_0 = (Q_1 + Q_2 - 2Q_0)/\delta$ となる。この右辺は $2(\bar{Q}_0 - Q_0)/\delta$ と書くことが出来る。ただし、 \bar{Q}_0 は Q_1 と Q_2 の点0における2次精度の内挿値、すなわち平均値であり $\bar{Q}_0 = (Q_1 + Q_2)/2$ となる。これらを式(2)の $\partial^2 Q/\partial x^2$ に関係する項に入れて整理すると次の形になる。

$$Q_0^{(n+1)} = (1 - \varepsilon_x) Q_0^{(n)} + \varepsilon_x \cdot \bar{Q}_0^{(n)} - [\text{他の全ての差分項}]_0^{(n)}$$

ただし、 ε_x は平滑係数になり $\varepsilon_x = \Delta t/\delta \cdot 2C_{K2}$ で与えられる。同様な計算点配置の y 軸方向に関しても扱いはこれと同じである。さらに格子基本形1または基本形2の他の局所格子形においても同様に平均値を用いた。

次に4階微分の扱いを以下の例で示す。ここで x 軸方向の1本の格子軸上に等しい間隔 δ で軸の正の向きに順に並ぶ五つの計算点1, 2, 3, 4, 5を考える。これらのいずれの点においても4階微分とその差分の関係は $\delta^3 \cdot (\partial^4 Q/\partial x^4)_i = (Q_1 - 4Q_2 + 6Q_3 - 4Q_4 + Q_5)/\delta$ となる。ただし $i=1, 2, 3, 4, 5$ である。例えば、点3が格子形の中心点のとき点2, 4は同じ格子形にあり、点1, 5は両隣の格子形にまたがる。計算点1または計算点5が翼境界点あるいは航跡境界点の場合、一般にこれらの計算点は等間隔にとれない。その場合差分は上の場合と異なるがここでは説明を省略した。さらに五つの計算点がそろわない場合その方向の4階微分はその計算点には無いものとして差分式に加えなかった。

差分式(2)の各係数等は逐次繰返し計算に先立って予め決めておく。全ての計算点に統一番号を付けて逐次計算に必要な情報を記憶させる。それは、個々の計算点の格子基本間隔、座標値、格子形を形成する隣接計算点の番号、またそれらの隣接点の変数値に係る、中心、前進、および後退の各差分の係数等である。それに翼境界点の場合はその法線方向、航跡境界の場合は境界反対面の対になる境界点番号をそれぞれ記憶させる。

時刻ゼロにおける初期値は一様流における値である。

すなわち領域内と外周境界上の格子点、および翼と航跡境界上の境界点の全ての計算点における従属変数に一樣流における値を与える。

非定常の陽的な差分計算においては、時間と空間刻み幅の比が一定値以下であれば計算が安定する (CFL 条件)。そこで計算時間の節約から、時間刻みを格子間隔に応じて違えて計算回数を局所的に異なったものにした。例えばある時刻から時間間隔 $2\Delta\delta$ 進む間に、格子間隔 $2\Delta\delta$ の計算点では時間刻みを $2\Delta t$ にとり逐次計算を 1 回行い、格子間隔 $\Delta\delta$ の計算点では Δt の時間刻み幅で計算を 2 回行う。後者の場合、前者の計算点における値を使うときは時間内挿値を用いる。領域全体の同時性は最小公倍時間刻み幅毎に確保される。

計算例

計算例として、自由飛行における NACA0012 翼型について、亜音速および遷音速の計算を行った。また風洞内飛行における GA(W)-1 翼型²⁾について低速の計算を

行い、さらにフラップやスポイラー付き翼型の計算も行った。以下に示すいずれの計算例の場合もその計算時間は FACOM VP-2600 においておおよそ 3 から 4 分前後であった。

図 8 は NACA0012 翼型が置かれた計算領域の格子配分であり、領域は一辺が翼弦長の 24 倍の正方形の内部である。格子間隔は 8 段階あり、最小間隔は翼弦長の 0.0078 倍であり、最大は翼弦長である。境界点の総数は 3208 であり、そのうち翼境界点数は 146 である。

図 9 は一樣流マッハ数 0.63、迎角 2° における自由飛行条件の NACA0012 翼型の計算結果である。翼面における圧力係数、速度ベクトル、それに揚力、抗力、およびモーメント係数等の空力係数の収束の様子を同図に示した。圧力係数に関しては他の計算値³⁾も合わせて示した。ここの空力係数は、翼面圧力から算出したものであり、モーメント中心は主翼前縁にとった。計算安定項の係数はこの場合、 $K_2=0.5$ および $K_4=0.07$ とした。次に図 10 には、一樣流マッハ数が 0.85、迎角が 1° にお

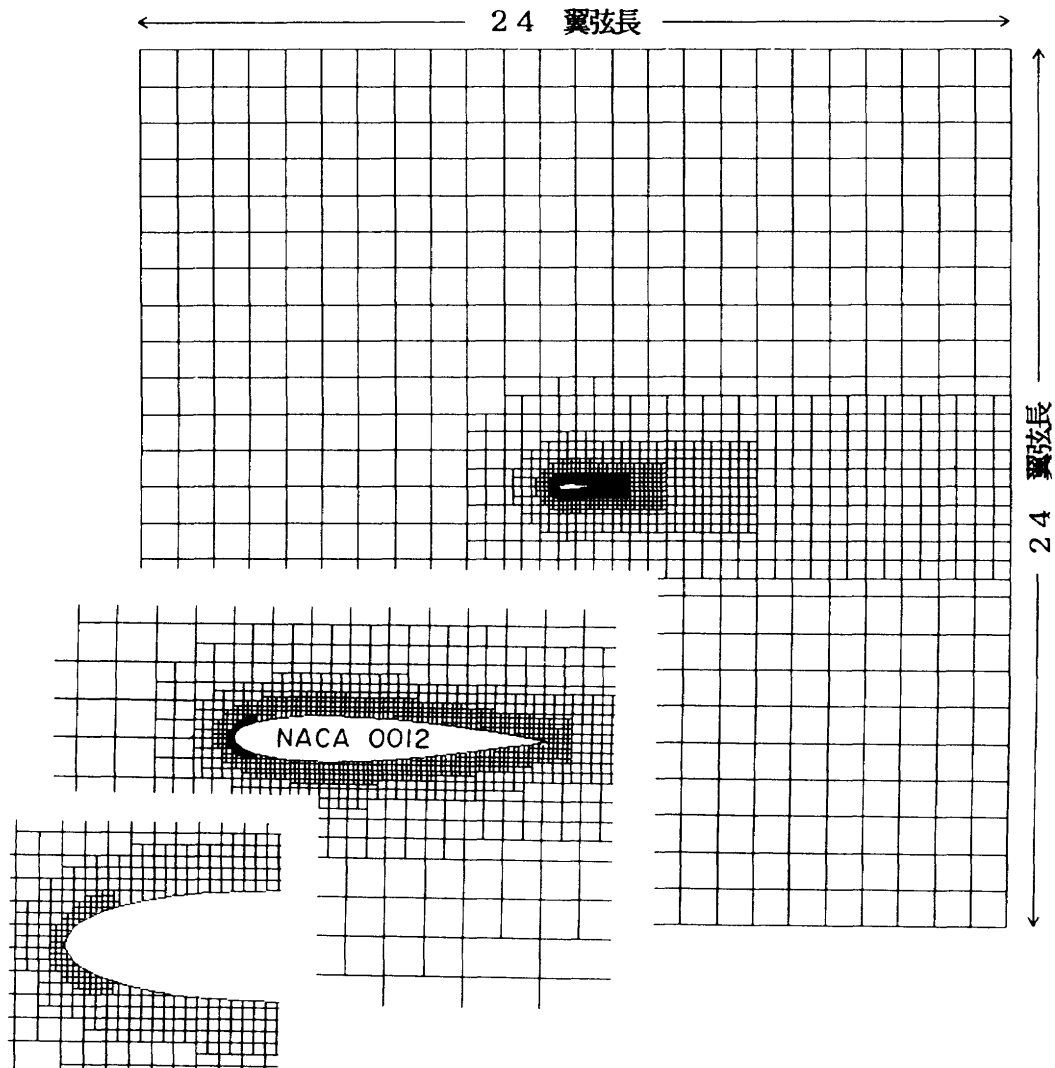


図 8 NACA0012 翼型の格子配分

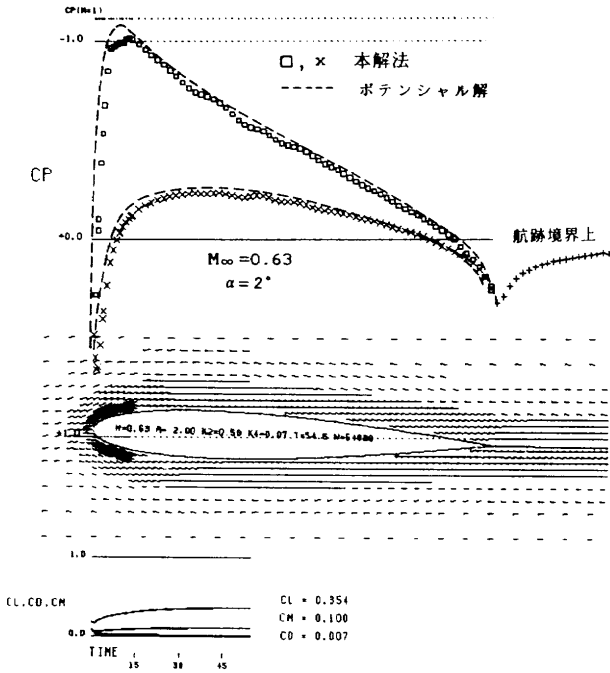


図9 NACA0012 翼型の計算結果 ($M_\infty=0.63$, $\alpha=2^\circ$)

る同翼型の計算結果を示した。翼の上下面に超音速部分があり、ともに衝撃波が見られる。圧力係数について他の計算値⁹⁾を併記した。本計算の衝撃波における圧力の空間変化がなだらかなのは、格子間隔が粗いためと考えられる。なお同図におけるマッハ数等高線の間隔はその計算領域の最大値と最小値の差の1/30にとった。したがってその間隔は計算例毎に異なる。

風洞内飛行条件における低速流の計算例として厚み比17%のGA(W)-1翼型に関する計算を行った。図11は風洞測定部を想定した計算領域内におかれた翼型周辺の

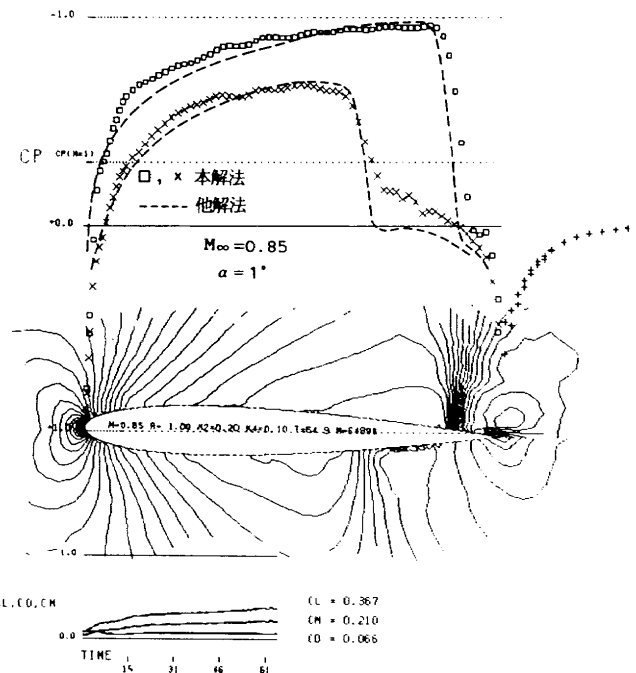


図10 NACA0012 翼型の計算結果 ($M_\infty=0.85$, $\alpha=1^\circ$)

格子例であり、最小格子間隔は0.0078翼弦長であり、最大は0.25翼弦長である。計算点の総数は1835である。翼型の迎角は 0° にとった例である。一様流マッハ数0.14、迎角 6° における計算結果の翼面圧力係数分布、等マッハ数線、そして空力係数の収束状況を図12に示した。圧力係数に関しては実験値⁹⁾も合わせて示した。また同図には示していないがポテンシャル理論に境界層修正をした計算結果⁶⁾もこの実験値とほぼ同じ圧力分布⁹⁾である。同じ翼型の迎角 20° における計算結果は図13である。なお同図S印は実験において気流糸写真か

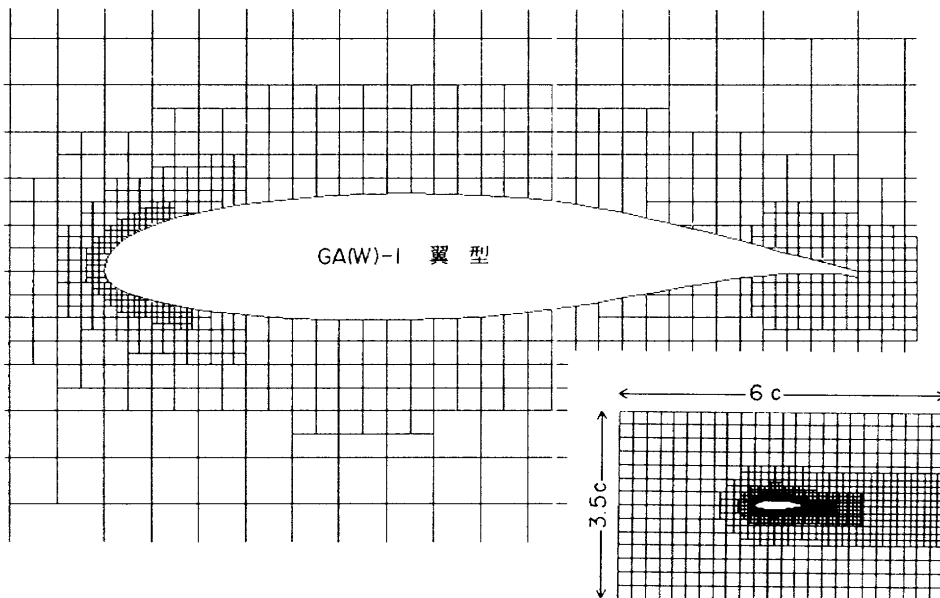


図11 GA(W)-1 翼型付近の計算格子 ($\alpha=0^\circ$)

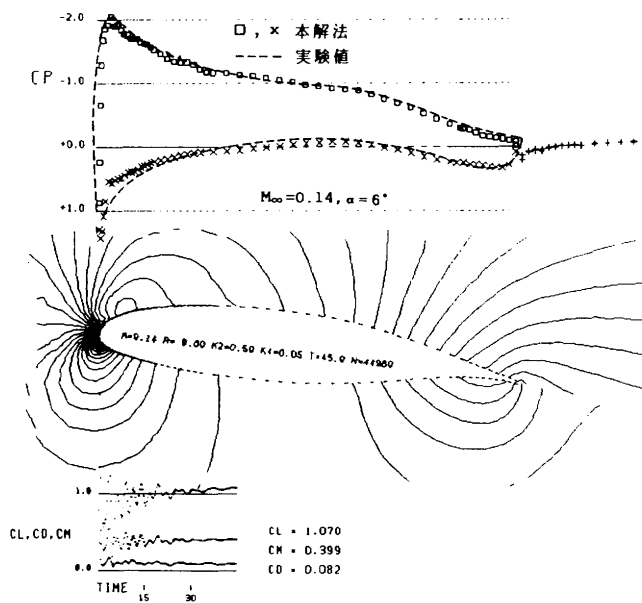


図 12 GA(W)-1 翼型の計算結果 ($M_\infty=0.14, \alpha=6^\circ$)

ら判断された剥離位置である。本計算値において 25% 翼弦長上面付近の流速を観察すると、はっきりした剥離は見られないが、翼面付近の速度が小さく翼から離れるに従って次第に増している。ただし本計算においては、粘性理論に基づいた流れの剥離らしきものではなく、あくまでも計算安定項の粘性効果による疑似現象と思われる。次に $M_\infty=0.14$ における迎角に対する揚力係数の変化を図 14 に示した。図中の黒塗り印が計算値であり、白抜き印が実験値である。両者は近い値を示している。

次に前の例の GA(W)-1 翼型の後部下面を部分変更して長さが変更前翼弦長の 29% のスロッチド・フラップを付けた 2 要素翼型に関する計算例が以下に示すものである。この場合の計算格子の具体例は既に図 5 に示した。フラップ設置角 30° 、主翼迎角 5° において、一様流マッハ数 0.14 の場合の計算結果を図 15 に示した。圧力係数に関しては同図に合わせて示した実験値に近い値が得られた。設置角および主翼迎角を変えた場合の迎角に対する揚力係数を図 16 に示した。

次の例は、GA(W)-1 翼型の前例とは異なった部分変更した主翼に、長さが 30% 翼弦長で主翼に対して 40° の角度をもつフラップ、および長さが 15% 翼弦長で主翼に対して 60° の角度をもち主翼の 70% 翼弦長位置に設置された喋番型スポイラーの 3 要素からなる翼型である。その全体の迎角 10° における格子例を図 17 に示した。計算点の総数は 3321 である。この場合、主翼およ

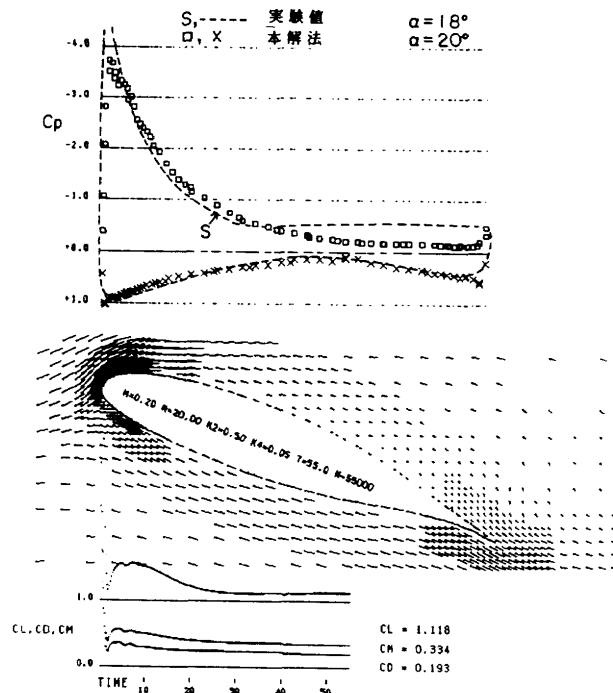


図 13 GA(W)-1 翼型の計算 ($\alpha=20^\circ$) と実験 ($\alpha=18^\circ$) の比較, $M_\infty=0.16$

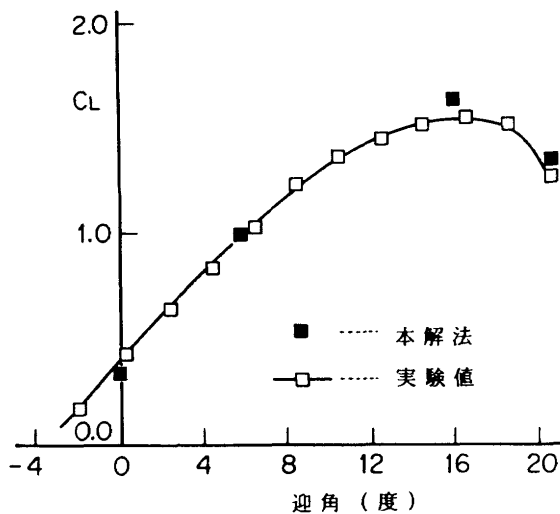


図 14 GA(W)-1 翼型に関する揚力係数の比較

びスポイラーには航跡境界を設けなかった。一様流マッハ数 0.14 における計算結果が図 18 である。その結果のフラップ、スポイラー付近の速度ベクトルを図 19 に示した。スポイラーの後方に閉ざされた流れが観察される。フラップ角それに、スポイラーの長さや設置位置および設置角度を変えた場合の、翼迎角に対する揚力係数を図 20 に示した。フラップ等の設置状況の影響を迎角 5° において調べた。それらの効果の傾向は実験の場合と傾向が似ていた。

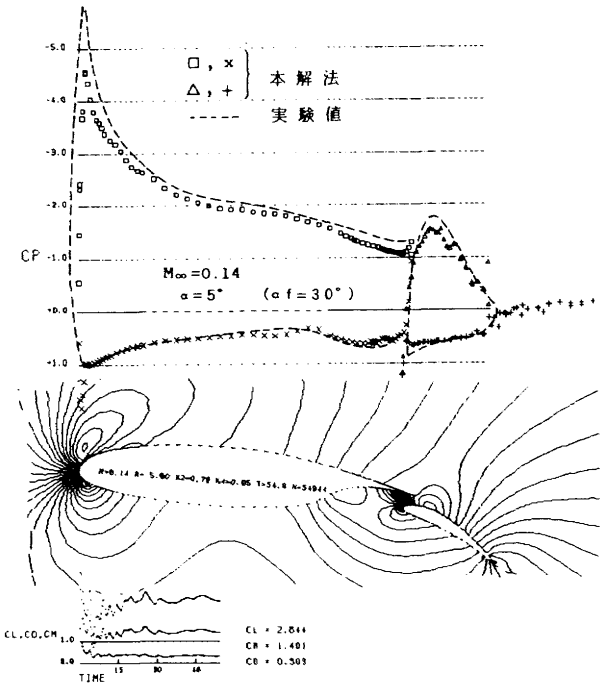


図15 29%翼弦長のフラップ ($\alpha_f = 30^\circ$) 付部分変更 GA(W)-1 翼型の計算結果 ($M_\infty = 0.14$, $\alpha = 5^\circ$)

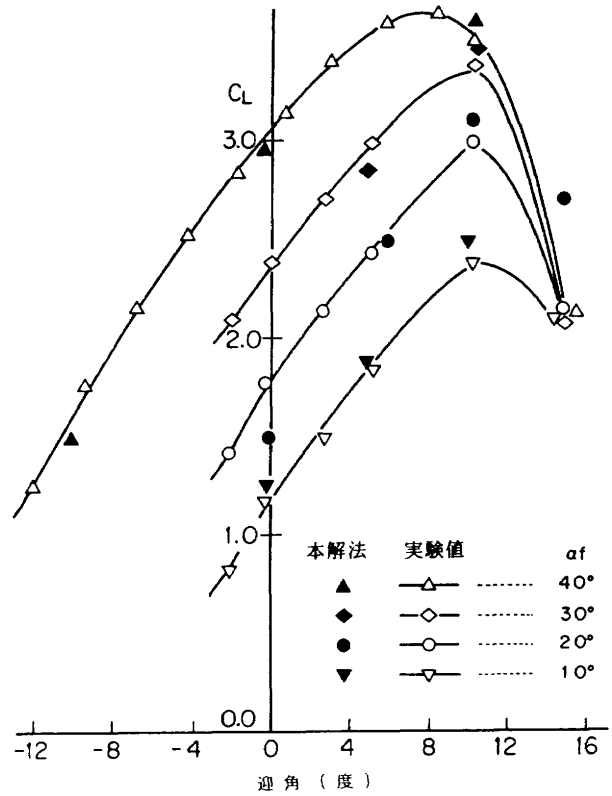


図16 フラップ付き部分変更 GA(W)-1 翼型に関する揚力係数の比較

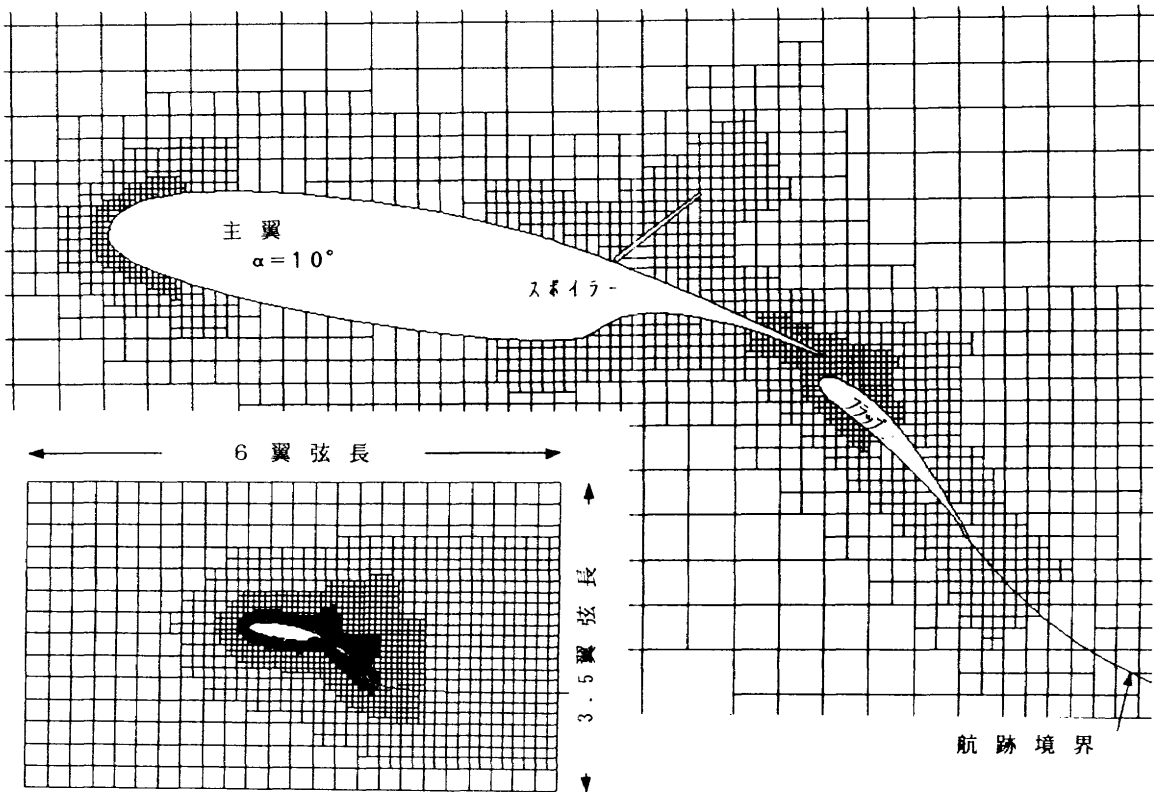


図17 30%翼弦長フラップ ($\alpha_f = 40^\circ$) および70%翼弦長位置に15%翼弦長スポイラー ($\alpha_s = 60^\circ$) が付いた部分変更 GA(W)-1 翼型付近の計算格子

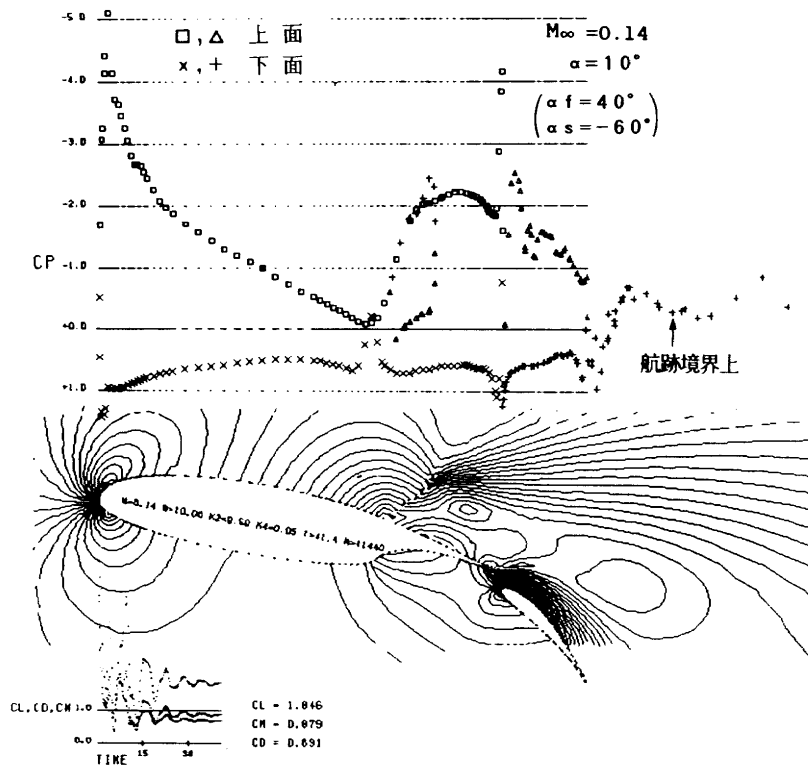


図18 フラップおよびスポイラー付き部分変更 GA(W)-1 翼型の計算結果 ($M_\infty=0.14$, $\alpha=10^\circ$)

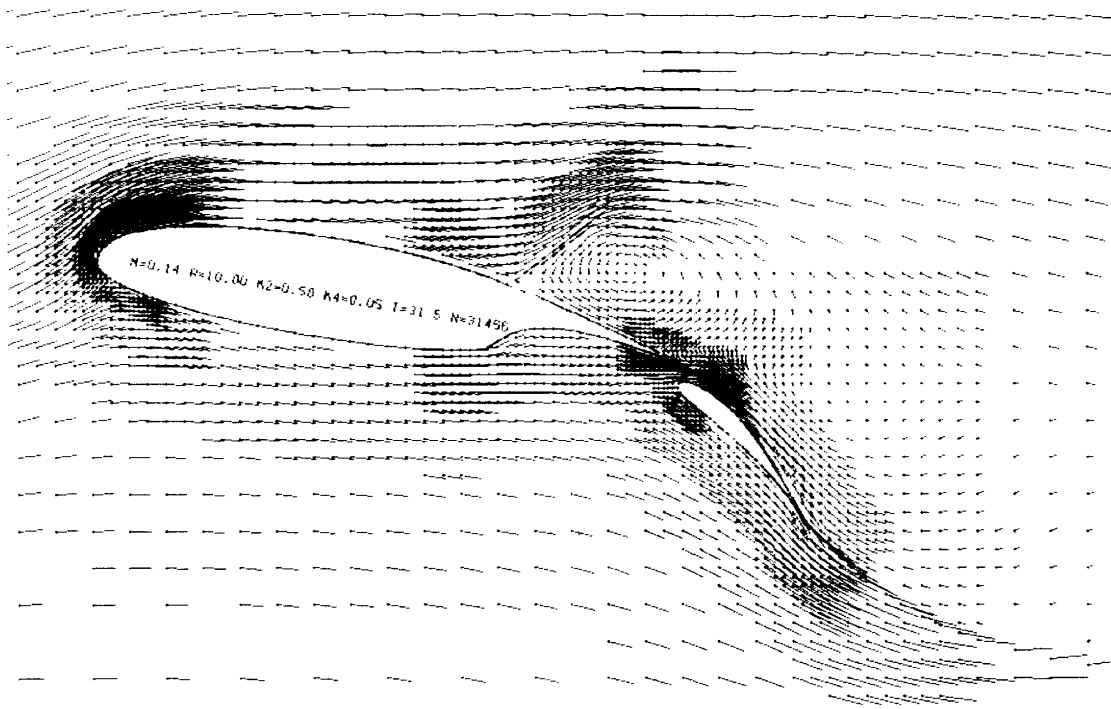


図19 フラップおよびスポイラー付き部分変更 GA(W)-1 翼型付近の速度ベクトルの様子

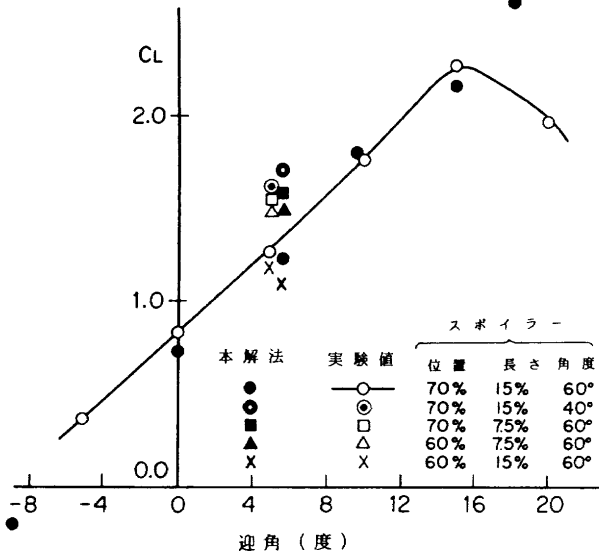


図20 フラップおよびスポイラー付き部分変更 GA(W)-1 翼型に関する揚力係数の比較

最後に本解法の適用を広げたいいくつかの計算例を以下に試みた。その一つは風洞側壁形状を変えた場合の NACA0015 翼型の圧力分布の違いを図21に示した。同図(1)は長さが翼弦長の6倍、幅が2倍の風洞測定部に10°の迎角で翼型が設置された場合である。同図(2)は測定部幅を両端を固定して上側で本来の風洞幅の最大10%下側で最大5%それぞれ広げた場合であり、適応壁風洞を模擬した例である。また一様流マッハ数が超音速の場合の計算を試みて、図22にマッハ数線分布等としてその結果のみを示した。翼型はNACA0012であり、3°の迎角で長さが6翼弦長、幅が3.5翼弦長の風洞に設置された場合であり、一様流マッハ数1.0、1.5 および3.0の例である。

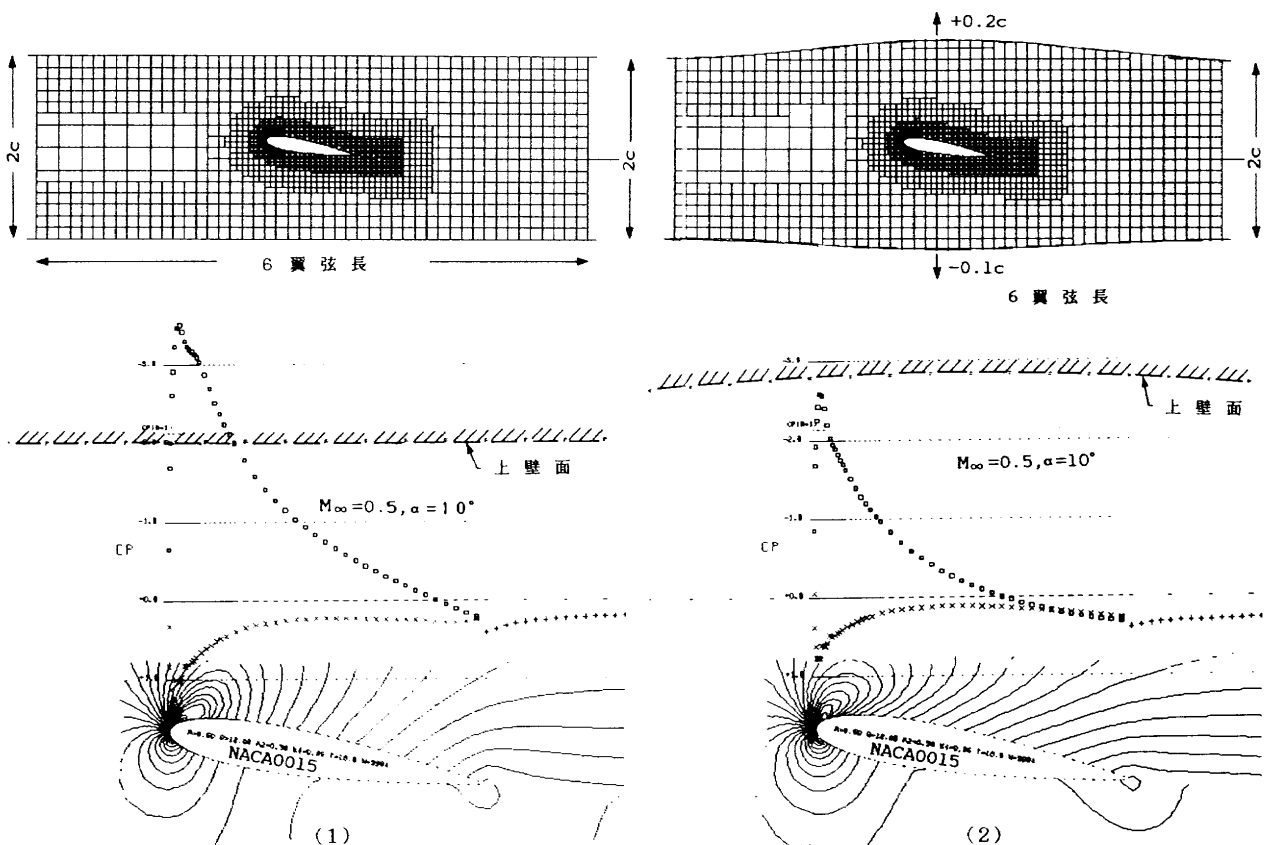


図21 風洞壁形状を変えた計算例 ($M_\infty=0.5, \alpha=10^\circ$)

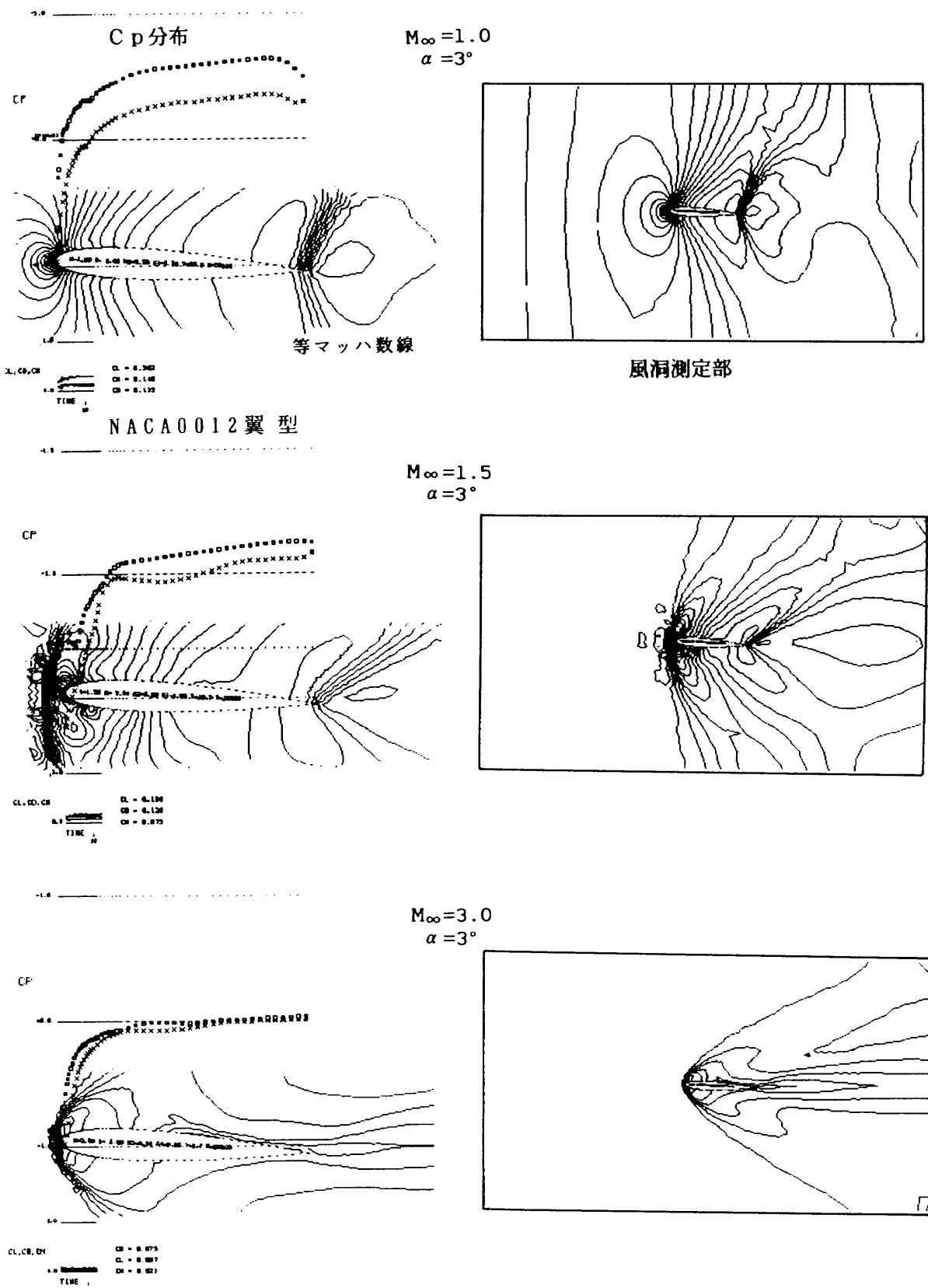


図 22 超音速流の計算例 ($M_\infty = 1.0, 1.5, 3.0, \alpha = 3^\circ$)

むすび

任意翼境界と接合する物理座標正方格子の使用, および不規則な局所格子に対応する差分近似により, 任意形状の複要素翼型の周りで, 質量, オイラー型運動量, およびエネルギーの各保存条件式の差分近似式を一括して陽的に解くことが出来た。固体壁における断熱条件を境界法線方向により二分して差分式に組み入れ, 物理座標における翼境界条件を扱った。計算領域外周の境界条件を自由飛翔あるいは風洞内飛翔を模擬出来るものにした。それにより風洞側壁の空力影響を入れた翼型の空力計算を行うことができた。この数値解法を用いてスロツティド・フラップおよび板状スポイラーが設置された厚み比が比較的大きい主翼の3要素翼型周りの風洞内における流れを計算した。そして空力係数等の実験値との比較において解法の妥当性がほぼ確かめられた。この解法の今後の課題は, 解適応格子の導入による衝撃波および渦面近傍の計算精度の向上と, 格子および解法の追加改良を踏まえた粘性の導入である。

文 献

- 1) 中村正義; “航空機周辺遷音速流の物理格子数値解法”, 日本流体力学会誌「ながれ」第8巻 第1号 1989, PP. 56-77.
- 2) Mc Ghee, Robert J. and Beasley ; William D., “Low-Speed Aerodynamic Characteristics of a 17-Percent-Thick Airfoil Section Designed for General Aviation Applications”, NASA TN D-7428, 1973.
- 3) J. L. Steger and H. Lomax ; “Numerical Calculation of Transonic Flow about Two-Dimensional Airfoil by Relaxation Procedures”, AIAA. Paper 71-569, 1971.
- 4) Timo Siikonen, Jaakko Hoffren and Seppo Laine ; “A Multigrid LU Factorization Scheme for Thin-Layer Navier-Stokes Equations”, ICAS-90-6.10.3, 1990.
- 5) W. H. Wentz, Jr. and H. C. Seetharam ; “Development of a Fowler Flap System for a High Performance General Aviation Airfoil”, NASA CR-2443. 1974.
- 6) Stevens, W. A., Goradia, S. H. and Braden, J. A. ; “Mathematica Model for Two-Dimensional Multi-Component Airfoils in Viscous Flow”, NASA CR-1843, 1971.

航空宇宙技術研究所報告1256号

平成7年1月発行

発行所 航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7-44-1
電話 三鷹(0422)47-5911(大代表) ㊎182
印刷所 株式会社 共 進
東京都杉並区久我山5-6-17

Printed in Japan