



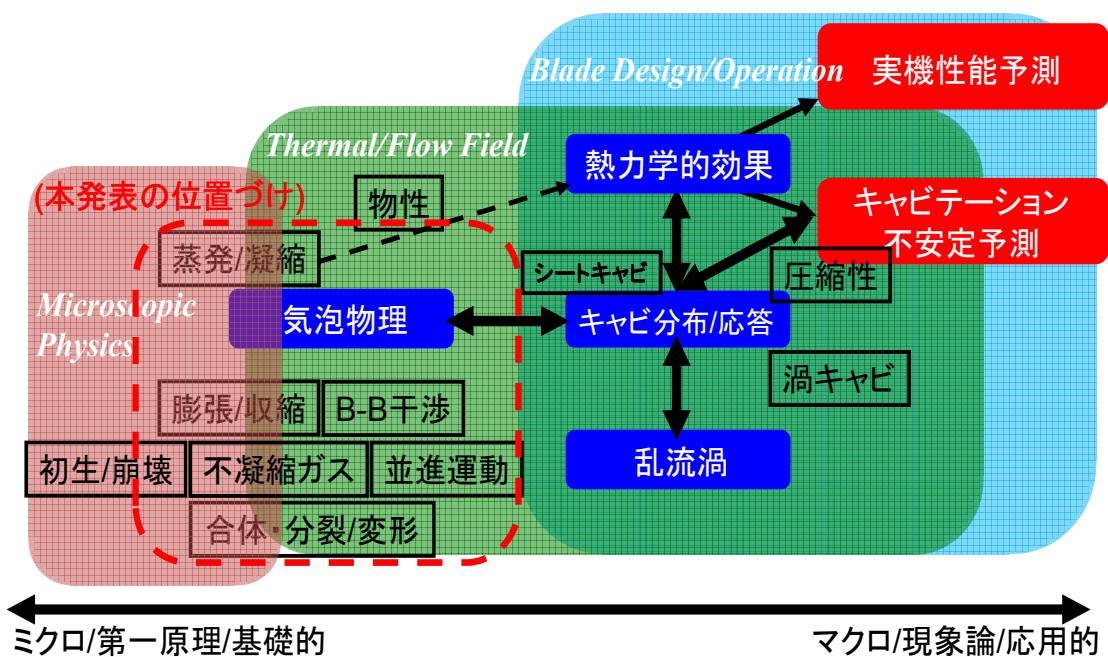
9/26/2012

## モーメント法に基づいた 多重プロセス型キャビテーションモデル

津田 伸一 (信州大)

1

### キャビテーションに関する相関MAP



2

## キャビテーションモデルの現状

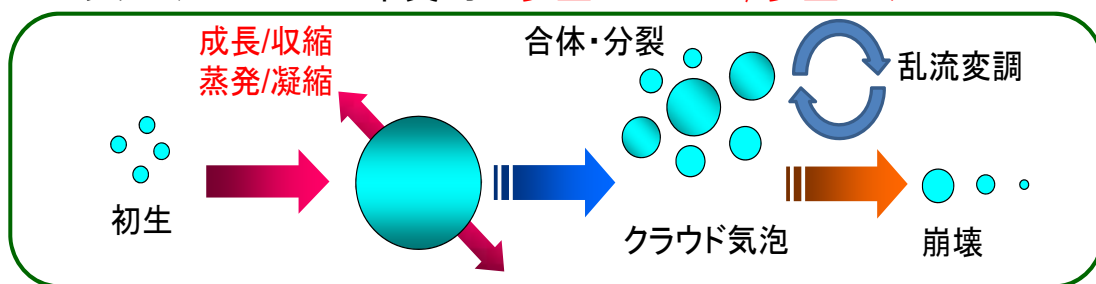
### ～キャビテーションモデルの分類～

大分類	中分類	小分類
1流体モデル	状態方程式 $D_{cavi}/L_{cell} \ll 1$	バロトロピー型 (混相密度は圧力のみ依存) 非バロトロピー型 (混相密度は圧力以外にも依存)
	気泡力学 $D_{cavi}/L_{cell} < 1$	膨張/収縮モデル (Rayleigh-Plesset方程式がベース) 非平衡蒸発/凝縮モデル (Hertz-Knudsenの式がベース)
	気泡力学 $D_{cavi}/L_{cell} < 1$	Rayleigh-Plesset方程式を 厳密に解く
2流体モデル	気泡力学 $D_{cavi}/L_{cell} < 1$	VOF, Level-Set, Front Tracking, etc. 微細な気泡群が占める領域には適用 できない
	界面追跡 $D_{cavi}/L_{cell} \gg 1$	

3

## 本研究の目的

- キャビテーションは本質的に**多重プロセス/多重スケール**



既往のキャビテーションモデルは様々な素過程のほんの一端のみを表現

- 目的

キャビテーション現象の多重プロセス性を考慮したモデル  
(多重プロセス型モデル)による現象再現性の向上

4

## 多重プロセス型モデル構築の方針

多重プロセス型キャビテーションモデルは以下の狙いのもとに構築

- ① キャビテーションの主要な素過程を陽にあらわすモデル  
(初生/崩壊, 膨張/収縮, B-B干渉, 蒸発/凝縮, 合体/分裂)
- ② キャビテーション気泡群の単分散を仮定しないモデル
- ③ 今後の継続的拡張が容易なモデル



モーメント法を適用

5

## モーメント法の概要

“モーメント法”の適用

$$M_i = \int R^i f(R, t) dR \quad \dots \text{ } i \text{ th moment of SDF}$$

↑  
サイズ分布関数 [m<sup>-4</sup>]



for  $i = 0, 1, 2, 3 \dots$

$M_0$	気泡数
$M_1$	気泡径
$M_2$	表面積
$M_3$	気泡体積 → ポイド率

(全て単位体積あたりの量)

6

### モーメント法の概要

サイズ分布に対するモーメントの定義  $M_i = \int R^i \underline{f(R,t)} dR$

↑  
サイズ分布関数(SDF) [m<sup>-4</sup>]

4方程式モデル(or 5方程式モデル)

$$\frac{DM_i}{Dt} = iG(\bar{R})M_{i-1} + S_{p,i} \quad (\text{for } i = 0, 1, 2, 3)$$

↑  
初生/崩壊, 合体/分裂

where  $G(\bar{R}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{M_1}{M_0} \right)$

↑  
代表半径  
(平均半径とする)  $\bar{R} = \frac{M_1}{M_0}$

ボイド率やクオリティの計算

(長所)

- SDFを間接的に取り込める(拡張性あり)
- 各素過程を見通しよく取り込める

### 膨張/収縮モデル

➢ Case1: 簡略化Rayleigh-Plesset方程式

$$G(\bar{R}) = \text{sign} \left( p_v - p_l - \frac{2\sigma}{\bar{R}} \right) \left( \frac{2}{3\rho_l} \right)^{1/2} \left| p_v - p_l - \frac{2\sigma}{\bar{R}} \right|^{1/2}$$

➢ Case2: Rayleigh-Plesset方程式

➢ Case3: 気泡間干渉を考慮した簡略化Rayleigh-Plesset方程式

$$\left( \frac{3}{2} + \pi \bar{d}^2 M_1 \right) G(\bar{R})^2 + \left( \frac{\pi}{2} \bar{d}^2 S_{p,i} \bar{R}^2 \right) G(\bar{R}) = \frac{p_v - p_l - 2\sigma/\bar{R}}{\rho_l}$$

$\bar{d}$ ; characteristic length for each cell (Kubota et al., J. Fluid Mech., 1992)から拡張

キャビテーションモデル

$$\frac{DM_i}{Dt} = iG(\bar{R})M_{i-1} + S_{p,i} \quad (\text{for } i = 0, 1, 2, 3)$$

## 非平衡蒸発/凝縮モデル

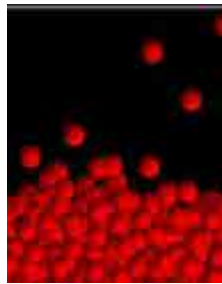
Schrageの式(古典的簡略化モデル)の適用

$$\dot{m}_v = \frac{2\alpha}{2 - \alpha} \frac{p_{s,in} - p_g}{\sqrt{2\pi R_v' T}} \quad \text{where} \quad p_{s,in} = p_v(T) \exp\left(-\frac{2\sigma}{\rho_l R_v' T R}\right)$$

Kelvin効果

$\uparrow$   
 $M_1/M_0$

where  $p_g = \rho_g R T_g$   
 $\alpha$ : 蒸発/凝縮係数  
 (水の場合,  $\alpha = 0.4$ )



9

## RHS第2項(Spの項)

$$\frac{DM_i}{Dt} = iG(\bar{R})M_{i-1} + S_{p,i} \quad (\text{for } i = 0, 1, 2, 3)$$

where

$$S_{p,i} = \int_{R_c}^{\infty} R^i \frac{D'f}{D't} dR$$

( $t$ - $R$ 座標系におけるLagrange微分)

初生/崩壊, 合体/分裂によるSDFの時間発展

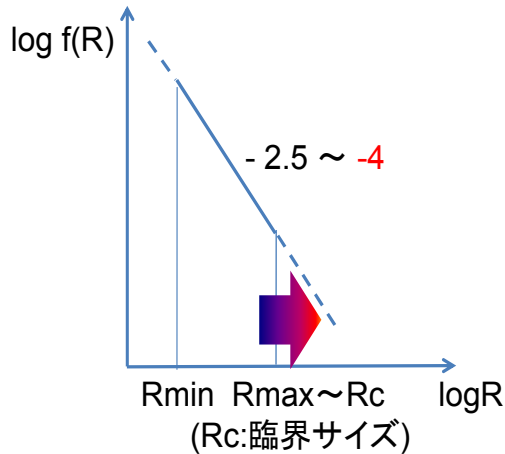
$$\therefore S_p = \underbrace{S_{p, inception/collapse}}_{\text{初生/崩壊}} + \underbrace{S_{p, fission/fusion}}_{\text{合体/分裂}}$$

10

## 初生/崩壊モデル

➤ 既存気泡核のサイズ分布に対して**べき乗則**を仮定(多くの実験的事実と合致)

$$f_0(R) = \frac{3\phi_0}{4\pi(1-\phi_0)\ln(R_{\max}/R_{\min})} R^{-4} \quad (\text{Wang, } J. \text{ Fluids. Eng., 1999})$$



for  $S_{p,inception}$

$$S_{p,0} = \int_{R_c}^{\infty} f_0(R) \dot{R} \delta(R - R_c) dR$$

$$\therefore S_{p,0} = J_0 = f_0(R_c) \dot{R}_c$$

( $S_{p,i} (i > 0)$  can be negligible.)

## 合体/分裂モデル

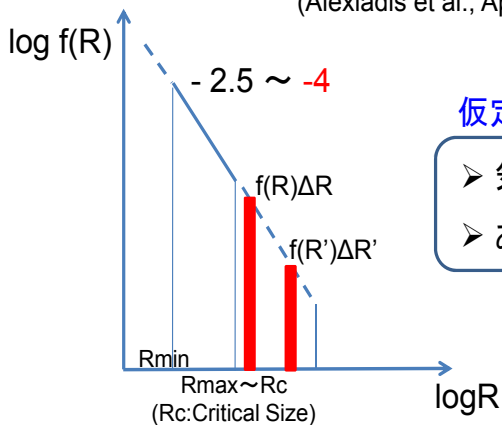
(合体) 理想気体における分子衝突との類似性から導出

(分裂) 気泡の変形に必要なエネルギーバランスから導出

$$\text{(合体)} \quad S_c \approx \pi \varepsilon^{1/3} \left\{ f(R) f(R') (\Delta R)^2 \right\} (d + d')^2 (d^{2/3} + d'^{2/3})^{1/2}$$

$$\text{(分裂)} \quad S_b \approx \frac{1}{d} \sqrt{8.2(\varepsilon d)^{2/3} - 12\sigma/(\rho_l d)} \quad \text{where } d = 2R$$

(Alexiadis et al., Applied Mathematical Modeling, 2007)などを参考に構築



仮定 (for 水)

- 気泡核のべき乗分布を気泡まで拡張
- ある2つの階層のランダム衝突-合体を仮定

## モーメント法に基づいた多重プロセス型モデル

膨張/収縮, 非平衡蒸発/凝縮, 初生/崩壊, 合体/分裂, 気泡間相互作用の  
 五つの素過程をモデル化

①  $\frac{DM_0}{Dt} = J_0 + S_{b,0} - S_{c,0}$  (Inception/Collapse, Coalescence/Break-up)

②  $\frac{DM_1}{Dt} = G(\bar{R})M_0 + R_c J_0 + \bar{R}(S_{b,0} - S_{c,0})$  (Expansion/Shrinkage, Inception/Collapse, Coalescence/Break-up)

③  $\frac{DM_2}{Dt} = 2G(\bar{R})M_1 + R_c^2 J_0 + \bar{R}^2(S_{b,0} - S_{c,0})$  (Expansion/Shrinkage, Inception/Collapse, Coalescence/Break-up)

④  $\frac{DM_3}{Dt} = 3G(\bar{R})M_2 + R_c^3 J_0 + \bar{R}^3(S_{b,0} - S_{c,0})$  (Expansion/Shrinkage, Inception/Collapse, Coalescence/Break-up)

⑤  $\frac{D(\rho_g M_3)}{Dt} \approx m_v M_2 M_3 + \rho_g \frac{DM_3}{Dt}$  (Evaporation/Condensation, from ④)

Void Fraction:  $\phi = \frac{(4\pi/3)M_3}{1 + (4\pi/3)M_3}$

Quality:  $Y = \frac{(4\pi/3)\rho_g M_3}{\rho_l + (4\pi/3)\rho_g M_3}$

\*  $P_g = \rho_g RT_g$  (Equation of state inside of bubble assuming ideal gas for vapor of water)

Notes: Inception/Collapse terms for ②-④ may be neglected. Kinematically, this term can be neglected.

(S. Tsuda et al., Int. J. Multi-phase Flow, in preparation)  
 ※(津田・谷・山西, 機論B, 2012)からの拡張形

13

## CFD計算概要(2次元)

### CFD計算手法(Tani & Nagashima, 2002)

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u \\ P + \rho u^2 \\ \rho uv \\ (\rho e + P)u \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ P + \rho v^2 \\ (\rho e + P)v \end{bmatrix} = \text{Viscous Term}$$

&

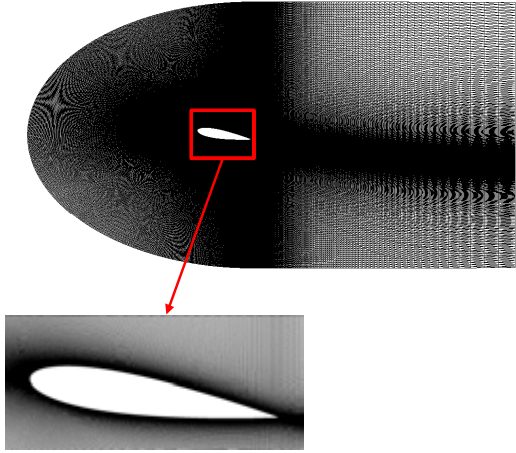
状態方程式: Tamman型EOS

( 解法: Thermo-CCUP法  
 乱流モデル: Baldwin-Lomaxモデル )

14

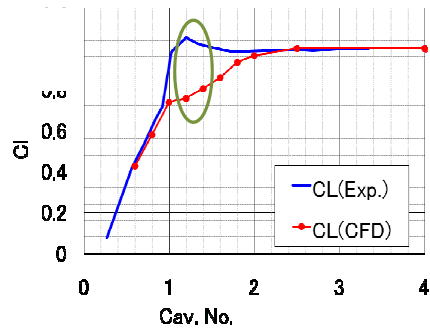
### CFD計算概要(2次元)

NACA0015(迎角8deg.),  $Re = 1.2 \times 10^6$   
 $\sigma = 1.8$  &  $1.4$



- ・C型格子
- ・格子点数 171,000

NACA0015における  
 予測精度は総じて低い

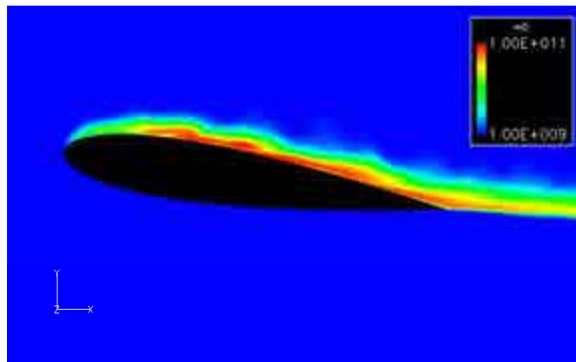


実験と計算の比較例(揚力係数)

### 気泡数密度



実験の様相  
 (Sakoda et al., 2001)

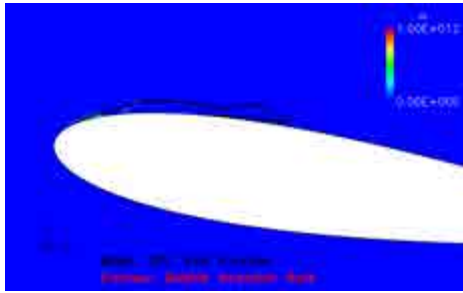


気泡数密度 ( $M_0$ )

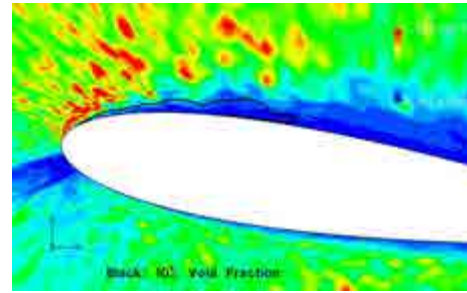
気泡数密度の分布は定性的に一致



## 気泡数密度に対する生成項



初生速度  $J_s$  [1/s/m<sup>3</sup>]

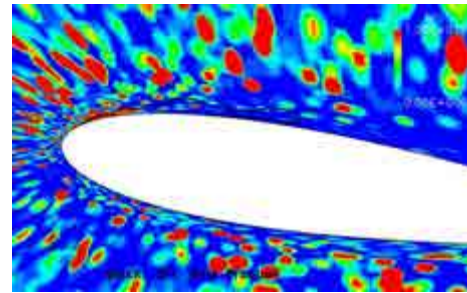


分裂速度  $J_b$  [1/s/m<sup>3</sup>]

気泡発生後にキャビティ成長  
キャビティ外縁で分裂率(大)  
キャビティ前縁で合体率(大)  
キャビティ後縁で合体率(小)



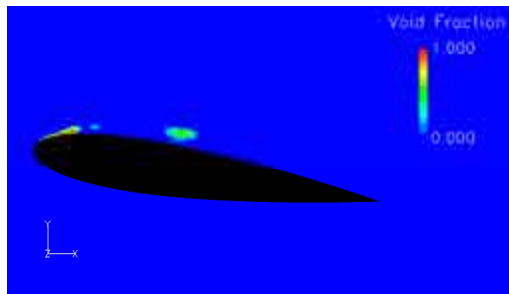
定性的な傾向は一致



合体速度  $J_c$  [1/s/m<sup>3</sup>]

17

## ボイド率分布



**BTFモデル**

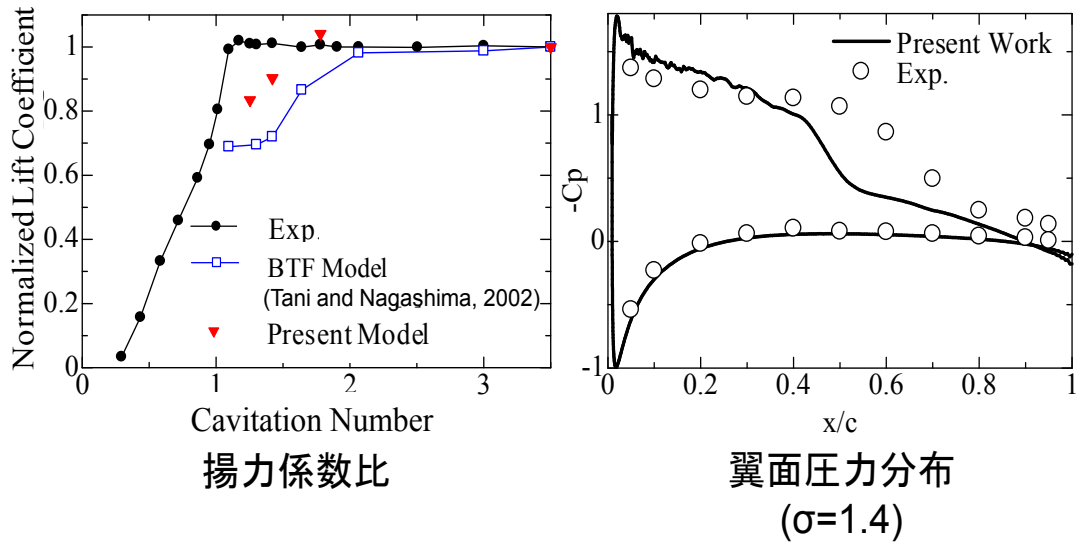
(単分散でかつ気泡数を一定とした膨張/収縮モデル)



**多重プロセス型モデル**

18

## 揚力係数および翼面圧力分布



19

## まとめ

キャビテーションの主要な素過程を見通しよく導入した  
多重プロセス型モデルを構築



本モデルのCFD検証結果

- 気泡数の変化は定性的に合致
- クラウドキャビテーションの放出も再現(ただし規模は小さい)
- 揚力係数の再現性は大きく向上(ただし本質的改善には課題)

20