

LESにおけるダイナミック非平衡壁面モデルの提案： 高レイノルズ数剥離流れの予測

河合宗司 (ISAS/JAXA)

Dynamic non-equilibrium wall-model for LES: predicting separated flows at high Reynolds number

Soshi Kawai (ISAS/JAXA)

ABSTRACT

We propose a simple yet efficient dynamic non-equilibrium wall-modeling for large-eddy simulation of separated flows at very high Reynolds numbers. The proposed wall model models wall shear stress directly and thus is different from popular hybrid LES/RANS and DES approaches. The model stems directly from considerations of how turbulence length scales behave in the logarithmic layer, and thus in other words the method is based solidly on physical reasoning. Supersonic turbulent boundary layers on a flat plate with and without separation at very high Reynolds number ($Re\theta = 50,000$) are simulated and compared to the theory and experimental data. The resulting method is shown to accurately predict both the equilibrium and non-equilibrium separated boundary layers, with both realistic instantaneous fields and accurate statistics.

1. Introduction

航空機や宇宙機を設計するに当たって、スケール効果(レイノルズ数効果)、すなわち実際の飛行条件である高レイノルズ数での正確な性能予測は、非常に重要で欠かすことのできない要素である。この高レイノルズ数流れをシミュレーションで正確に予測するキーは、境界層の90%以上を占める外層域の乱流構造を直接LESで解像し、計算コストがレイノルズ数の約2乗で増加する境界層壁近傍10%程度の内層域の乱流を如何にしてモデル化するかであり、一般にLESの壁面モデルという重要課題として知られている。主要なものとして、2つの手法が提案されている：1) 内層域でRANSタイプの乱流渦粘性にスイッチする手法(例：DESやLES/RANSハイブリッド手法, review by Spalart [1]), 2) 壁面摩擦を直接モデル化する手法(review by Piomelli & Balaras[2])。

しかし現状、LESの壁面モデルという課題に対し、現状で存在する手法は全て、経験的なパラメータの導入やチューニング、複雑な制御理論を用いること無しに、純粋に壁面物理モデルとして高レイノルズ数の付着乱流境界層さえも正確に予測することが困難であるのが現状である(詳細はRefs.[3, 4, 5]を参照)。

そこで本研究では、経験的なチューニングや制御理論を用いず、高レイノルズ数乱流境界層を予測する、物理的な考察をベースとする壁面モデルを提案する。提案する壁面モデルは壁面摩擦を直接モデル化する手法(手法2)をベースにしており、剥離流れにおける非平衡境界層効果を考慮するため、非平衡壁面モデル(モデルの詳細は次章を参照)を用いる。本研究では、この非平衡壁面モデルに含まれる主要なエラー要因を特定し、物理ベースな思考(log-layerにおける乱流の長さスケールがどう変化するか)から、シンプルかつ効果的なアイデアを用いて、そのエラー要因の解決法を提案する。ペー

ジ数制限のため、以下では提案する壁面モデルのポイントやキーとなる結果のみを示す。より詳細なモデルや結果の議論については、Refs. [6, 7]を参照して頂きたい。

2. Wall-modeled LES framework

本研究で提案する壁面モデルは壁面摩擦を直接モデル化する手法(手法2)をベースとしている。本手法のベースとなるアイデアは、レイノルズ数依存のほとんどない境界層の90%以上を占める外層域の乱流構造はLESとして直接格子で解像し、レイノルズ数依存の大きい内層域のダイナミクスは非定常に変動する壁面摩擦や壁面熱流束としてモデル化する手法である。LESで用いる格子は外層域の乱流構造を解像する格子、すなわち境界層厚さでスケールされる格子を用いる、 $\Delta x_i \approx 0.05\delta$ 。また本手法では壁面垂直方向の第一点目の格子はlog-layerに位置させ($y_1^+ \geq 100$)、粘性層を壁面垂直方向に解像する格子($y_1^+ \leq 1$)を用いて計算するDES法に代表されるような内層域でRANSタイプの乱流渦粘性にスイッチする手法とは大きく異なる格子を用いる。

本LESは、壁面近傍の内層域を解像しないため、内層域の影響は壁面摩擦や壁面熱流束としてモデル化し、LESの境界条件として用いる。本研究では、壁面摩擦や壁面熱流束のモデル化として、壁面垂直方向にのみストレッチさせた別格子を境界層内層域内でのみ用意し、そこで時間精度のある非平衡壁面モデル計算(非定常なRANS計算)をすることで、各タイムステップで瞬間瞬間の壁面摩擦や壁面熱流束を評価し、LESへとフィードバックする。具体的な計算の手順は各時間ステップで、1) ある壁面から位置 y_m におけるLESから得られる瞬間の速度、密度、圧力を壁面モデル計算の上境界の境界条件として受け渡す、2) LESからの境界条件入力を基に、壁面モデル計算を行い壁面摩擦や壁面熱流束を見積もる、3) モデル計算で見積もった壁面摩擦や壁面熱流

束を LES へ受け渡し、次時間ステップの LES の壁面境界条件 (流束として) として用いる。ここで y_m は壁面モデル計算の上境界と LES 格子が一致する位置であり、LES 格子において壁面からの格子点番号 m における壁面からの距離 (すなわち $y_0 = 0$, $y_1 = \Delta y_{\text{wall}}$) を表す。

ここで、過去の研究では例外無く LES の壁面から 1 点目 ($y_m = y_1$) の物理量を壁面モデルのインプットとして壁面モデル計算をしていたが、Kawai & Larsson[7] はこの y_m に関して、LES の壁面近傍の格子点では数値エラーが必然的に大きく、そのエラーの大きい格子点情報を使って壁面モデルを駆動しても正確な壁面摩擦や壁面熱流束を見積もることが出来ない事を示した。またその解決法として過去の全ての研究の慣例、 $m = 1$ の情報を壁面モデルへのインプットするのではなく、LES で正確に解像できている位置 y_m での物理情報を壁面モデルへのインプットとすることで、正確な LES データを用いて物理的に正しい壁面モデルを駆動させ、正確な壁面摩擦を LES にフィードバックできることを示した。本研究では Kawai & Larsson[7] の研究に従い、LES の壁面から 5 点目 ($y_m = y_5$) の物理量を壁面モデルの上端境界インプットとして壁面モデルを駆動させる。過去の研究では例外無く $m = 1$ を使っており、壁面モデルへのインプットエラーと壁面モデルそのもののエラーが混在した状態での解析となっており、正確な壁面モデルの評価は行えていない点にも言及しておく。

2.1. Governing equations and numerical methods

LES および非平衡壁面モデル計算の支配方程式には spatially-filtered および ensemble-averaged 圧縮性 Navier-Stokes 方程式を用いる。空間離散化は保存形で、6 次精度コンパクト差分法を用いている。エイリアシングエラー等を許容するため、8 次精度の low-pass フィルターを用いる ($\alpha_f = 0.495$)。

壁面モデルを用いる本 LES は外層スケールを直接格子で解像し、内層域下部や粘性底層は格子で解像しないため、高レイノルズ数の壁面モデル LES では、壁から 1 点目の格子点位置が $y_1^+ \geq 100$ (本研究では $y_1^+ \approx 120$) となる。壁面近傍でこのような荒い格子を用いることから、壁面モデル LES は通常の LES と比べ格子点数が 3-4 桁程度少ないことに加えて、2 桁程度大きい時間刻み幅が取ることができるというメリットがある。時間積分法として、LES の計算では 4 階 4 次精度の Runge-Kutta 法を、壁面モデル計算には壁面近傍での CFL 条件を緩和するため 2 次精度陰解法に内部反復法を組み合わせたものを用い、双方で時間積分幅は同じにした ($\Delta t = 0.001 \delta_r / c_{s,\infty}$, ここで $c_{s,\infty}$ は一様流音速, δ_r は流入境界での 99% 境界層厚さ)。

2.2. Outer-layer LES: subgrid model and boundary conditions

Subgrid-scale モデルとしてダイナミック Smagorinsky モデルに Lilly の修正を用い、乱流渦粘性 μ_t および乱流プラントル数 Pr_t を算出する。

LES の方程式を解く際の壁面境界条件として、壁面での流束による境界条件を用いる。すなわち壁面での壁面垂直方向の対流項流束や粘性による流束 ($\tau_{ij} u_i$) を 0 とし、壁面摩擦 τ_w や壁面熱流束 q_w は、RANS 方程式を解く非平衡壁面モデル計算で得られる値を使う。壁面モデルを用いた LES が内層域を格子で解像しないという事実は、計算に用いる数値スキームにもいくつかの変更を加える必要が生ずる。簡潔に言うと、LES の格子がない内層域よりも上の格子点と下の格子点間 (すなわち壁から 1 点目の格子 $j = 1$ と壁 $j = 0$ との間) の差分は定義できず、そのまま $j = 1$ と $j = 0$ の間で計算する差分は不正確になる。本研究では、粘性流束の計算に用いる壁面垂直方向の差分として、 $j = 1$ の点では完全な 2 次精度片側差分、 $j = 2$ では 2 次精度中心差分、その他の点では 3 重対角の 6 次精度コンパクト差分法を用いた。以上の差分の取り扱いにより、LES の方程式は壁面上での速度や密度、温度を陽に定義する事無く計算を進める事が出来る。

2.3. Inner-layer wall model: turbulence model and simplified formulation

RANS 方程式を用いた非平衡壁面モデル計算に用いる乱流渦粘性は、mixing-length 渦粘性モデルに van Driest ダンピングを用いて評価する。

$$\mu_t = \kappa_{\text{mod}} \rho y \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} D, \quad D = [1 - \exp(-y^+ / A^+)]^2, \quad (1)$$

ここで $y^+ = \rho_{\text{wall}} y u_\tau / \mu_{\text{wall}}$ は壁からの距離の viscous ユニットで、 $A^+ = 17$ 。 κ_{mod} は、本研究で提案するようにダイナミックに決定するか (決定の仕方は以下の章で示す)、通常の von Kármán 定数と同じ $\kappa = 0.41$ を用いる。乱流プラントル数も同様に、ダイナミックに決定するか定数として $Pr_t = 0.9$ を用いる。

壁面での摩擦や熱流束を LES へ受け渡すための壁面モデルの計算には、非平衡剥離流れを対象とするため対流項や圧力項の非平衡効果が入った full-RANS 方程式を内層域のみで計算する。壁面境界条件は滑り無し断熱壁条件で、 $y = y_m$ における壁面モデル計算領域の上境界条件には、時々刻々と変化する LES で得られる瞬間の物理量が用いられる。

3. Error in the wall model

本章では、full-RANS 方程式を用いた非平衡壁面モデル

における壁面摩擦や壁面熱流束の見積もりエラー要因を特定し、新しい LES におけるダイナミック非平衡壁面モデルを提案する。ここで用いる full-RANS 方程式を解く壁面モデルは、平衡境界層方程式とは異なり、対流項や圧力項の効果が入っており非平衡な剥離境界層流れにおいても良い予測をすると期待できる。過去にこの非平衡壁面モデルに関して、いくつか研究成果が報告されているが、制御理論を用いること無しに付着乱流境界層においても壁面摩擦の正確な予測には至っていない。ここでのキーは壁面モデルとしての full-RANS 方程式を閉じるために、式 1 中の κ_{mod} と乱流プラントル数 Pr_t を如何に定義するかである。

RANS 方程式を解く非平衡壁面モデルの初期的な試みは、 κ_{mod} に通常の RANS 解析で用いるカルマン定数 $\kappa_{\text{mod}} = \kappa = 0.41$ を用いていた (乱流プラントル数には $Pr_t \approx 0.9$) [8]。この通常の RANS 解析で用いるカルマン定数を用いる手法は一見とても自然であるが、”log-layer mismatch” が発生し、壁面摩擦を大きく予想してしまう。続いて Wang & Moin [9] はダイナミックに κ_{mod} を小さくする方法を提案した。ここで基本となるアイデアは、LES のデータを壁面モデルに受け渡す位置 y_m において、LES と壁面モデル計算で全せん断応力 $-\bar{\rho}u''v'' + (\bar{\mu} + \bar{\mu}_t)\partial\tilde{u}/\partial y$ を一致させるというものである。この条件は、位置 y_m で LES と壁面モデル計算の乱流渦粘性を一致させることに等しくなる、すなわち y_m で $\mu_{t, \text{LES}} = \mu_{t, \text{wm}}$ 。Wang & Moin [9] はこの条件を基に、各タイムステップでダイナミックに κ_{mod} を求めた。しかし、本研究で以下に示すように彼らのモデルは高レイノルズ数流れでは有効に作用しない。そこで本研究ではより物理をモデルに取り込むことで、新しい LES のダイナミック壁面モデルを提案する。

4. Proposed improvement in the wall-model

ここで構築するダイナミック非平衡壁面モデルのキーは、壁面モデル内において、格子で解像している乱流スケールと解像できていないスケールが壁面垂直方向に変化しており、その応力バランスを近似的にモデルに取り込むことである。先に述べた Wang & Moin [9] が提案するマッチングのアイデアは、理にかなっており、本提案手法でも位置 y_m において全せん断応力を近似的に一致させる、すなわち $\mu_{t, \text{LES}} = \mu_{t, \text{wm}}$ の条件を課すことで位置 y_m における κ_{mod} をダイナミックに決定する。ここでマッチング条件に合う κ_{mod} と Pr_t を $\hat{\kappa}$ および \hat{Pr}_t と定義すると、Wang & Moin [9] はマッチングで求めた $\hat{\kappa}$ を境界層内層域内全てで用いたが、本研究で提案する壁面モデルでは、格子で解像しているものとしていないものの応力バランスへの寄与分を考慮して、

κ_{mod} の値を壁面モデル計算領域内壁面垂直方向で変化させる。

まず一般に知られているように、log-layer における支配的な乱流スケール L_{\parallel} は壁面からの距離 y に比例する、すなわち $L_{\parallel} = C_{\parallel}y$ (ここで C_{\parallel} は内層域の物理で決まる定数)。また代表的な壁面平行方向の格子幅 Δ_{\parallel} と乱流スケール L_{\parallel} の比を取ると、 $L_{\parallel}/\Delta_{\parallel} = C_{\parallel}y/\Delta_{\parallel}$ となる。ここで代表的格子幅は $\Delta_{\parallel} = \max(\Delta x, \Delta z)$ と定義され、 Δ_{\parallel} は格子がサポートできる最も小さなスケールと考えることが出来る。すなわち $L_{\parallel}/\Delta_{\parallel}$ がある値 α (スケール L_{\parallel} に対し格子が何点あるかを表す定数) よりも小さければ、格子で解像できているせん断応力 $-\bar{\rho}u''v''$ は無視できるほど小さく、通常の RANS 解析で用いられる $\kappa_{\text{mod}} = 0.41$, $Pr_t = 0.9$ を用いるべきで、逆に $L_{\parallel}/\Delta_{\parallel} > \alpha$ ならば、格子で解像している Reynolds 応力が存在するため応力バランスを考え、モデル化による応力 (κ_{mod}) を位置 y_m のマッチングの値 $\hat{\kappa}$ に向けて小さくしていくべきである。本研究では線形的なダンピング関数 K を用いて κ_{mod} と Pr_t を以下のように定義する。

$$\kappa_{\text{mod}} = 0.41K + \hat{\kappa}(1 - K), \quad (2)$$

$$Pr_t = 0.9K + \hat{Pr}_t(1 - K), \quad (3)$$

$$K = \min \left\{ \frac{y_{\text{top}} - y}{y_{\text{top}} - y_{\text{crit}}}, 1 \right\}, \quad y_{\text{crit}} = \frac{\alpha}{C_{\parallel}}\Delta_{\parallel} = \alpha'\Delta_{\parallel}.$$

式 4 から明らかなように K は流れ場依存の関数ではなく、事前に決定することが出来る壁からの距離 y とパラメータ $\alpha' = \alpha/C_{\parallel}$ のみの関数であるので、導入することの困難さは皆無である。またここで α' は物理から決まる定数 C_{\parallel} と壁面モデルで用いる計算スキームで決まる定数 α の関数である。本論文では紙面の関係上 $\alpha' = 0.48$ の結果のみを示すが、Ref. [6] に示すように、計算結果のパラメータ α' 依存性は少ない。また $\alpha' = 0.48$ は、Pope が示しているように $C_{\parallel} \approx 2.5$ とすると、 $\alpha \approx 1.2$ となり妥当な値となる。

5. Results

ここでは本研究で提案する full-RANS 方程式を解くダイナミック非平衡壁面モデル (VDYN, 式 2, 3) を、壁面垂直方向に係数が変化しない Wang & Moin の full-RANS ダイナミック非平衡壁面モデル (CDYN, $\kappa_{\text{mod}} = \hat{\kappa}$, $Pr_t = \hat{Pr}_t$)、従来の RANS としての定数を用いた full-RANS 非平衡壁面モデル (CNST, $\kappa_{\text{mod}} = 0.41$, $Pr_t = 0.9$) と比較する。本章で比較する 3 つの壁面モデルは：

1. CNST: 固定定数 ($\kappa_{\text{mod}}=0.41$ and $Pr_t=0.9$) [8],
2. CDYN: ダイナミック非平衡壁面モデル, 垂直方向に係数変化無し ($\kappa_{\text{mod}} = \hat{\kappa}$ and $Pr_t = \hat{Pr}_{t, \text{RANS}}$) [9],

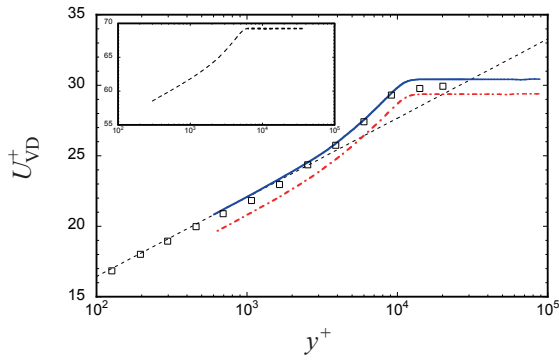


Figure 1: Mean streamwise velocity (van Driest-transformed) at $Re_\delta = 6.1 \times 10^5$ ($Re_\theta = 5 \times 10^4$). CNST[8] (dashed-dotted line, red); CDYN[9] (dashed line, black); VDYN with $\alpha' = 0.48$ (solid line, blue); the log-law $\ln(y^+)/0.41 + 5.2$ (thin dashed line); incompressible experiments at $Re_\theta = 3.1 \times 10^4$ (squares[11]).

3. VDYN: ダイナミック非平衡壁面モデル, 垂直方向に係数変化有り (式 2, 3).

まず初めに, Souverein 等 [10] による, 圧力勾配の無い高レイノルズ数超音速付着 (平衡) 乱流境界層, レイノルズ数 $Re_\delta = 6.1 \times 10^5$ ($Re_\theta = 5 \times 10^4$), 一樣流マッハ数 $M_\infty = 1.69$, に対して数値実験を行い, 実験データや理論 (log-law) との比較を行う事で, 本ダイナミック非平衡壁面モデルの妥当性を検証する. その後, 同じ Souverein 等による実験で衝撃波を乱流境界層と干渉させた, 非平衡剥離流れに適用し, 本モデルの非平衡境界層に対する有効性について議論する.

5.1. Equilibrium turbulent boundary layer

一つ目のテストケースは従来の LES で解析不可能な高レイノルズ数 $Re_\delta = 6.1 \times 10^5$ 流れである. 流入の乱流境界条件は rescaling-reintroducing 法を用いる. 用いた格子解像度は総格子点数が約 280 万点で, 流れ方向に $\Delta x = \Delta z \approx 0.042\delta$, 壁面垂直方向には $0 \leq y \leq y_m$ では $\Delta y \approx 0.01\delta$, $y_m \leq y \leq 1.4\delta_r$ ではスムーズに格子ストレッチさせ, $1.4 \leq y \leq 3\delta_r$ では $\Delta y \approx 0.025\delta$ とした. この格子解像度は Kawai & Larsson [7] による詳細な格子解像度による影響を考察した研究において, 統計量が格子収束を示した格子解像度である. またこれらの格子解像度を wall ユニットで表すと, $\Delta x^+ = \Delta z^+ \approx 440$, $\Delta y^+ \approx 110 - 275$, $y_m^+ \approx 590$ となり, 通常の LES と比べ各方向 20 倍以上荒い格子を用いていることになる. 従って, 本壁面モデルを用いた LES は通常の LES と比べ, トータルとして 5-6 桁程度 (格子点数が 3 桁程度少なく, 時間刻み幅が 2 桁程度大きい) も計算コストが少ない計算である事を強調しておく. 以下で示す統計量は $Re_\delta = 6.1 \times 10^5$ となる位置 $x \approx 12\delta_r$ のデータである.

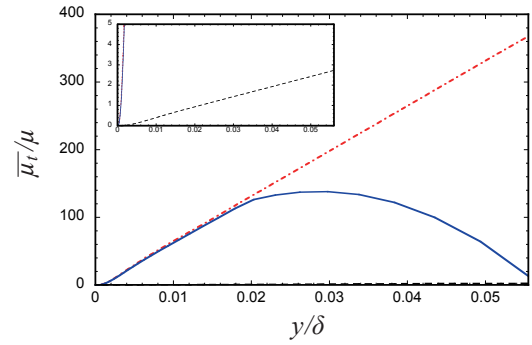


Figure 2: Mean turbulent eddy viscosity in the inner-layer wall-model with four different wall-models. Lines as in Fig. 1.

各壁面モデルを用いた LES の平均速度分布を図 1 に示す. 本研究で提案している VDYN 壁面モデルの結果は, "log-layer mismatch" もなく $y^+ < 3000$ で log-law と非常に良い一致を示す. 一方, CNST 壁面モデル [8] は log-law の切片を低く見積もっており, 結果として壁面摩擦を高く予想してしまっている. CDYN[9] はここで対象としている非常に高レイノルズ数な流れでは境界層内層域全域で κ_{mod} を $1/50$ にも減らしてしまい, 結果, 切片が約 55 となり, 壁面摩擦係数も非常に低く予測してしまう (VDYN の約 $1/6$).

壁面モデル内の乱流渦粘性分布 (図 2) を見ると更にこの事実は明らかで, CDYN[9] は内層域全域に渡って過剰に乱流渦粘性をダンプしており ($\bar{\mu}_t/\mu \lesssim 3$), 結果壁面モデル内の流れが層流化され, 壁面摩擦を非常に低く予測してしまっていることが分かる. 一方, 提案している VDYN はオリジナルの RANS 渦粘性 ($\kappa_{\text{mod}} = 0.41$) を設計通り $y = \alpha'\Delta_\parallel$ まで維持し, その後格子で解像している寄与分を近似的に考慮し, $y = y_m$ のマッチングコンディションに向けて $\mu_{t, \text{wm}}$ を減らしている. これらの結果より, RANS 方程式を解く非平衡壁面モデルでは壁面垂直方向に格子で解像している応力成分と解像していない成分の寄与分の変化を物理モデルとして考慮する必要があることが分かる. またページ数制限のためここでは示さないが, 提案しているダイナミック VDYN 壁面モデルは壁面摩擦やレイノルズ応力も正確に予測できていることに言及しておく (詳細は Ref.[6]).

以上より, RANS 方程式を内層域内で解く非平衡壁面モデルで, 壁面垂直方向に格子で解像している応力成分と解像していない成分の寄与分変化の物理をきちんとモデル化してあげることで壁面モデルそのもののエラーを排除できることを明らかにした. 更に本壁面モデルを用いた LES では, 通常の DES や LES/RANS ハイブリッド手法で見られる非物理的な大スケールの渦 [2] が発生せず, 壁面付近でのレイノルズ応力が良く予測されていることから分かるように, より物理的な乱流構造を示すことも分かっている [6].

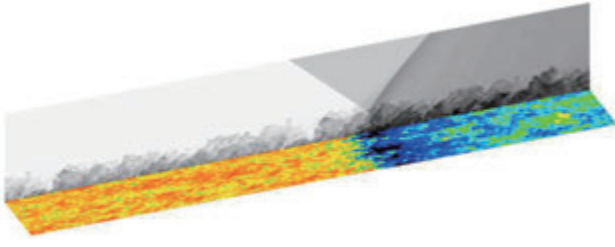


Figure 3: LES with VODYN-wall-model ($\alpha' = 0.48$) of shock/turbulent boundary layer interaction at $M_\infty = 1.69$ and $Re_\delta = 6.1 \times 10^5$. Instantaneous streamwise velocity contours at wall-parallel plane at $y = y_m$ ($y_m^+ \approx 590$) and temperature contours at side-plane.

5.2. Non-equilibrium separated flow

非平衡剥離流れの検証問題は、詳細な速度場や乱流等計量データの計測が行われた Souverein 等 [10] による衝撃波-乱流境界層干渉問題である。マッハ数、レイノルズ数は前節までの付着乱流境界層と同様で $M_\infty = 1.69$, $Re_{\delta_0} = 6.1 \times 10^5$ ($Re_\theta = 5 \times 10^4$)。加えて本ケースでは境界層と干渉する斜め衝撃波が存在し、その偏向角は $\beta = 6.0$ である。またここでは、6 次精度コンパクト差分法を用いて衝撃波をロバストに捕らえるため LAD 法 [12] を用いている。計算格子は、衝撃波と乱流境界層が干渉する付近 x_c を中心に $-2\delta_0$, $3\delta_0$ の領域で流れ方向に格子を $\Delta x \approx 0.017\delta_0$ へとスムーズにストレッチさせ、その他の領域では前節と同じ $\Delta x \approx 0.042\delta_0$ とした。またスパン方向と壁面垂直方向の格子解像度は前節と同じである。ここで δ_0 は衝撃波干渉上流の境界層厚さである。

図 3 は非平衡壁面モデル (VDYN) を用いた LES で得られた瞬間の流れ場 ($y_m^+ \approx 590$ における壁面平行面における流れ方向の速度、およびサイド面に温度分布) である。付着乱流境界層が斜め衝撃波と干渉し、その背後で剥離 (青色の領域)、再付着する様子が壁面モデルを用いた LES で再現できている。また図 4 は剥離領域における瞬間の渦度分布 (カラー) および衝撃波 (黒) を示したものである。本計算では、衝撃波干渉による剥離せん断層から連続した渦放出が見られ、その剥離渦放出や乱流境界層中の渦移流によって入射・反射衝撃波および剥離衝撃波が非定常に変動する。これらの剥離せん断層からの渦放出は、実験で観察されたもの (論文 [10] 中の Fig. 12) と定性的に一致する。

衝撃波干渉前の上流側の付着乱流境界層は本壁面モデルによる LES で精度良く予測できることは前節で示したので、ここでは衝撃波干渉による剥離・再付着領域における本研究で提案している非平衡壁面モデル (VDYN) を用いた LES と実験との比較を図 5 及び 6 に示す。剥離領域の平均速度や速度変動量に関して、実験



Figure 4: Instantaneous close-up view of the mixing layer with consecutive vortex shedding in the separated region. Vorticity magnitude contours (colored) and shock structures (black) at side-plane.

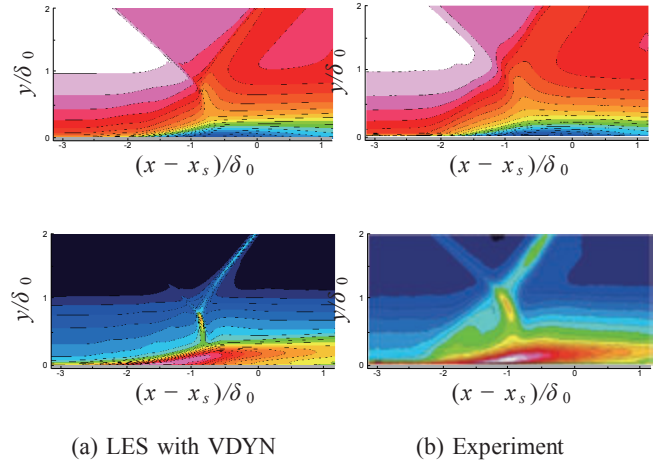


Figure 5: Comparisons of mean streamwise velocity (top) and streamwise velocity fluctuation (bottom) distributions between LES with VODYN wall-model and experiment [10]. x_s is the inviscid shock impingement point. 20 equally spaced contours: $0.0 \leq U/U_\infty \leq 0.99$, $0 \leq u'/U_\infty \leq 0.18$.

データと本非平衡壁面モデルを用いた LES は全体的に非常に良い一致を示す。本 LES は時間平均を取った剥離せん断層の速度プロファイル及び、衝撃波干渉による剥離せん断層から連続した渦放出に起因する、剥離せん断層に沿っての速度変動を定量的に良く予測している。 $(x - x_s)/\delta_0 = -1$ において実験と本 LES は衝撃波付近で不一致をしめしているが、これは衝撃波付近における PIV 誤差 (実験では衝撃波がより鈍って、かつ衝撃波に沿って u' が大きく見積もられている) である可能性が大きいと考えられる。

6. Conclusions

本研究では壁面摩擦を直接モデル化する手法を用いて、高レイノルズ数乱流境界層を正確に予測するシンプルかつ物理ベースな考察に基づくダイナミック非平衡壁面モデルを提案した。本非平衡壁面モデルのキーとなるアイディアは、壁面モデル内において格子で解像している乱流スケールと解像できていないスケールが壁面垂直方向に変化しており、log-layer における乱流の長さス

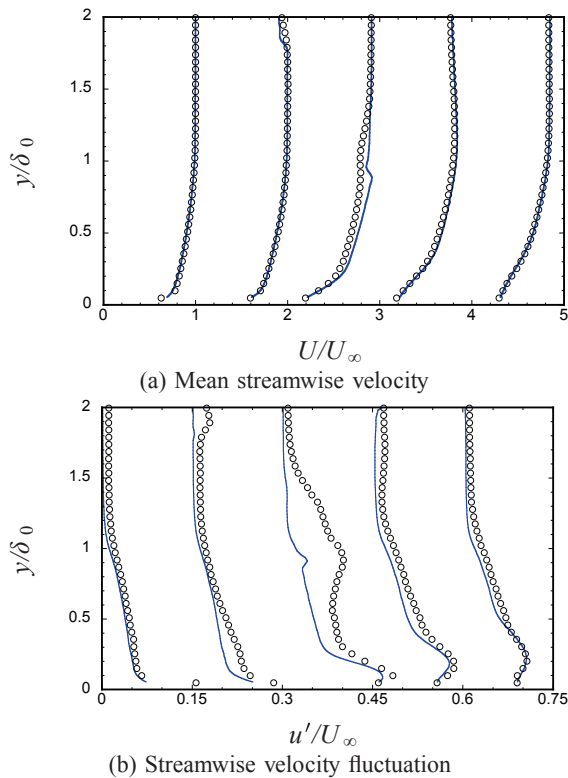


Figure 6: Comparisons of mean streamwise velocity (top) and streamwise velocity fluctuation (bottom) profiles between LES with VDYNN wall-model (solid line, blue) and experiment[10] (circles) at $(x - x_s)/\delta_0 = -3, -2, -1, 0, 1$. Each plot is separated by a horizontal offset of 1 in U and 0.15 in u' .

ケールがどう変化するかに基づき、その影響を近似的にモデルに取り込んだところである。本非平衡壁面モデルは、対流項や圧力項の効果を考慮する RANS 方程式を壁面モデル内で解くモデルとして、経験的なパラメータの導入やチューニング、複雑な制御理論を用いること無しに、高レイノルズ数乱流境界層を正確に予測した初めての成果である。高レイノルズ数付着乱流境界流れへの本モデルを適用において、実験データや理論(log-law)との比較を行う事で、本ダイナミック非平衡壁面モデルの妥当性を検証し、更に衝撃波干渉による剥離乱流境界層流れに対しても本モデルが有効に働く事を示した。本論文では、圧縮性流体をベースとして壁面モデル構築の議論をしたが、本アイデアの非圧縮流体への展開も同様の議論が適用できることも言及しておく。

ページ数制限のため、ここでは壁面モデルのポイントやキーとなる結果のみの議論としたが、より詳細なモデルや結果の議論については、Refs. [6, 7] を参照して頂きたい。

Acknowledgments

本研究は JAXA International Top Young Fellowship プログラムと科研費(24760670)のサポートを受けて行われた。計算は JAXA の JAXA Supercomputer System

で行った。また本研究を通して、スタンフォード大学の Larsson 博士や Lele 教授から有意義なコメントを数多く頂いた。ここに謝意を表す。

参考文献

- [1] P. R. Spalart, Detached-eddy simulation, *Annual Review of Fluid Mechanics* 41 (2009) 181–202.
- [2] U. Piomelli, E. Balaras, Wall-layer models for large-eddy simulations, *Annual Review of Fluid Mechanics* 34 (2002) 349–374.
- [3] N. V. Nikitin, F. Nicoud, B. Wasistho, K. D. Squires, P. R. Spalart, An approach to wall modeling in large-eddy simulations, *Physics of Fluids* 12 (7) (2000) 1629–1632.
- [4] M. L. Shur, P. R. Spalart, M. K. Strelets, A. K. Travin, A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 29 (6) (2008) 1638–1649.
- [5] F. Nicoud, J. S. Baggett, P. Moin, W. Cabot, Large eddy simulation wall-modeling based on suboptimal control theory and linear stochastic estimation, *Physics of Fluids* 13 (10) (2001) 2968–2984.
- [6] S. Kawai, J. Larsson, Dynamic non-equilibrium wall-modeling for large eddy simulation at high Reynolds numbers, submitted to *Physics of Fluids* (also see AIAA Paper 2012–2976).
- [7] S. Kawai, J. Larsson, Wall-modeling in large eddy simulation: Length scales, grid resolution, and accuracy, *Physics of Fluids* 24 (1) (2012) 015105.
- [8] E. Balaras, C. Benocci, U. Piomelli, Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations, *AIAA Journal* 34 (6) (1996) 1111–1119.
- [9] M. Wang, P. Moin, Dynamic wall modeling for large-eddy simulation of complex turbulent flows, *Physics of Fluids* 14 (7) (2002) 2043–2051.
- [10] L. J. Souverein, P. Dupont, J. F. Debieve, J. P. Dussauge, B. W. van Oudheusden, F. Scarano, Effect of interaction strength on unsteadiness in turbulent shock-wave-induced separations, *AIAA Journal* 48 (7) (2010) 1480–1493.
- [11] D. B. DeGraaff, J. K. Eaton, Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics* 422 (2000) 319–346.
- [12] S. Kawai, S. K. Shankar, S. K. Lele, Assessment of localized artificial diffusivity scheme for large-eddy simulation of compressible turbulent flows, *Journal of Computational Physics* 229 (5) (2010) 1739–1762.