

打上げ機によるピッチング弾性モードが 連成する有翼機のフラッタ*

神田 淳^{*1} 上田 哲彦^{*1}

Flutter of Winged Vehicles Coupling with Elastic Pitching Mode caused by the Booster*

Atsushi KANDA^{*1} Tetsuhiko UEDA^{*1}

Abstract

An elastic pitching mode may be involved in the dynamic characteristics of the launching configuration of a reentry winged space vehicle attached to a rocket. This type of mode should be taken into consideration for flutter analysis, because flutter can be critical in the launch phase. In this experiment a sting support system with controllable pitching rigidity was built and tested in a transonic wind tunnel, resulting in a pitching mode flutter. This flutter mode was also recognized in flutter analysis using the DPM(Doublet-Point Method). We also found that in our experiments the flutter occurred at low dynamic pressure in anti-symmetric mode.

Keywords: Pitching Mode, Flutter, Doublet-Point Method, Wind Tunnel Test

概 要

有翼宇宙往還機のようにロケットの先端に搭載され打ち上げられる形態では、ロケットやアダプタの弾性変形モードが往還機の動特性に影響を与える可能性があり、フラッタにおいてこのモードを考慮する必要がある。制御可能なピッチング剛性を有するスティング型支持装置を開発し航技研の遷音速風洞で実験を行った結果、ピッチングモードフラッタの発生が確認され、DPM(Doublet-Point Method)を用いたフラッタ解析でもこのフラッタが確認された。実験ではさらに低い動圧で逆対称モードフラッタの発生を確認した。

記号

a : 振幅
 A : 一般化非定常空気力マトリクス
 b : 翼根での 1/2 翼弦長()
 c : 翼根での翼弦長
 E : 単位マトリクス
 f : 振動数
 f_α : 捩り固有振動数
 F : フラッタ式
 F : フラッタ方程式の行列式

g : 構造減衰
 h : モード面法線方向変位
 i : 虚数単位
 k : 無次元化振動数()
 K : パネ剛性
 m : 質量
 M : マッハ数
 p : フラッタ固有値
 Δp : 空気力
 P : 静圧
 P_0 : 総圧

* 平成 12 年 10 月 20 日受付 (Received 20 October 2000)

^{*1} 構造研究部 (Structures Division)

- q : 一般化座標
 Q : 動圧
 R : 気体定数
 R_e : レイノルズ数
 S : 翼面積
 T : 静温度
 T_0 : 淀点温度
 U : 流速
 U_F : フラッタ速度
 \bar{U}_F : 無次元化フラッタ速度
 π : 円周率
 α : 係数
 β : 係数
 γ : 比熱比
 η : スパン方向基準化位置
 μ : 質量比
 δ : フラッタ方程式の解の実数部
 ρ : 密度
 ω : 円振動数
 ω_α : 捩り円固有振動数
 Ω : 振動数マトリクス
 ζ : 減衰率

第1章 序論

有翼宇宙往還機の打上げ形態の一つにロケットの先端に搭載される形態がある。往還機の翼フラッタを考えると、ロケットの弾性変形によるピッチングモードを動特性として考慮しなければならない。フラッタの連成モードにピッチングモードが関与する可能性があるためである。本研究はこのピッチングモードが連成するフラッタ特性を実験・解析により把握することを目的とする。

上記のフラッタ特性を把握するためには、模型の動特性にピッチングモードが含まれなければならない。このためスティング支持装置内部に板バネを搭載し、スティング先端から露出させた板バネに模型を搭載した。さらに、バネ剛性を制御する機構を設けており、ピッチングモード特性

を変化させることができるようになっている。

この支持装置を用いて航技研の遷音速風洞においてフラッタ実験を行うと共にDPMにより非定常空気を算出し、フラッタ解析を行ったので報告する。

第2章 支持装置および模型

2.1 支持装置

図2-1にスティング支持装置の機構概略を、図2-2に形状を示す。スティングは中空の筒状になっており、長さは927mm(嵌合部除く)で、先端(模型取付け側)の直径は120mmである。質量は58kgである。搭載する模型に動特性としてピッチング弾性モードを組み込むために支持装置内部に板バネを有しており、模型はこの板バネに直接搭載される。また板バネのバネ剛性を制御できる機構を有しているため、模型に対するピッチング剛性を変化させることが可能になる。板バネは2個所で支持され、模型取付け側にある前方バネ支持部はピン支持で回転中心となっており、支持装置の嵌合部側にある後方バネ支持部については、ホストコンピュータからの指令でサーボモータによりボールネジを回転させ、そのリードによって前後に移動できる機構となっている。つまり回転中心位置を移動させることなくバネ剛性を任意に変化させることが可能となっている。バネ剛性 K は 19600Nm/rad (2000kgfm/rad : 工学単位系) から 49000Nm/rad (5000kgfm/rad) まで7.4秒で変化させることができる。以降の表記では便宜的にそれぞれ20000, 50000としている。2個所の支点間距離とバネ剛性 K の関係を図2-3に示す。なお、板バネには歪みゲージを貼付してある。

これらの機構によりピッチングモードの振動特性を変化させてフラッタ特性への影響を調べることができ、さらにバネ剛性の違いによるフラッタ動圧の差異を利用してフラッタを停止させる役目を果たしている。

支持装置の1次曲げの固有振動数が、模型の低次モードの振動数帯域に入る可能性があったため、振動試験や風洞実験ではくの字型の脚を取り付け、床面に固定することにより剛性を増加させ固有振動数を模型の低次モード帯域外に逃がしている。

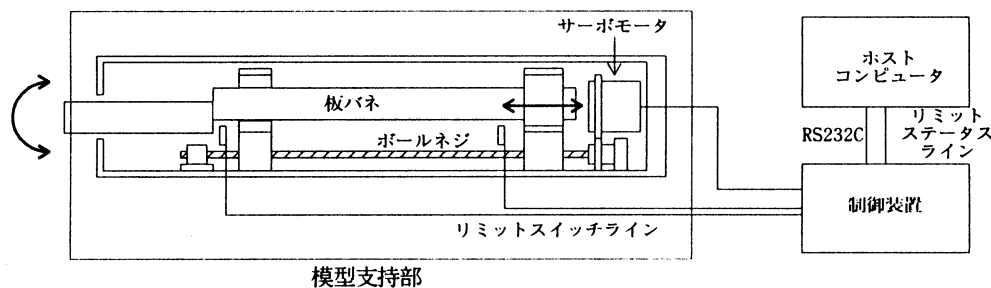


図2-1 支持装置機構

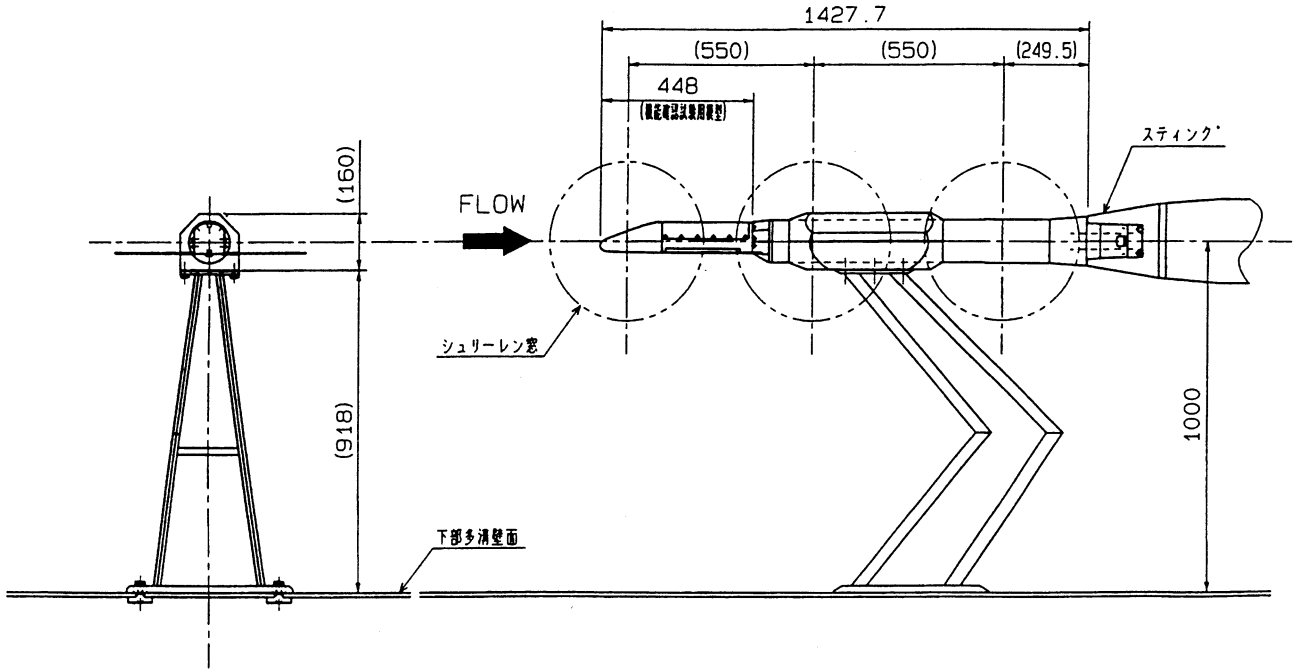


図 2-2 支持装置概要

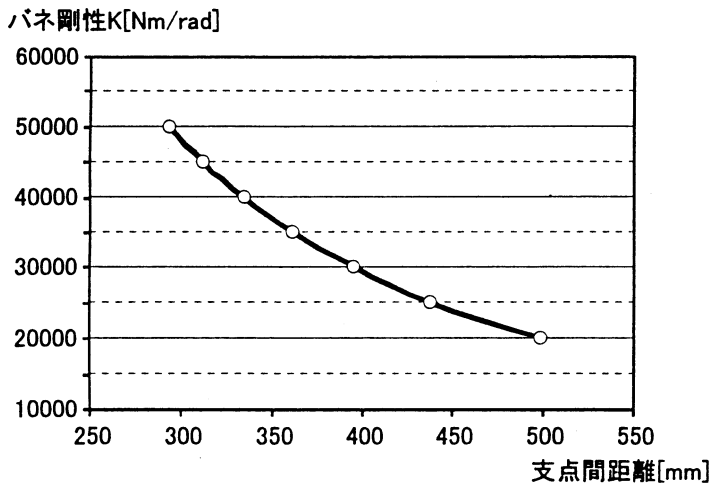
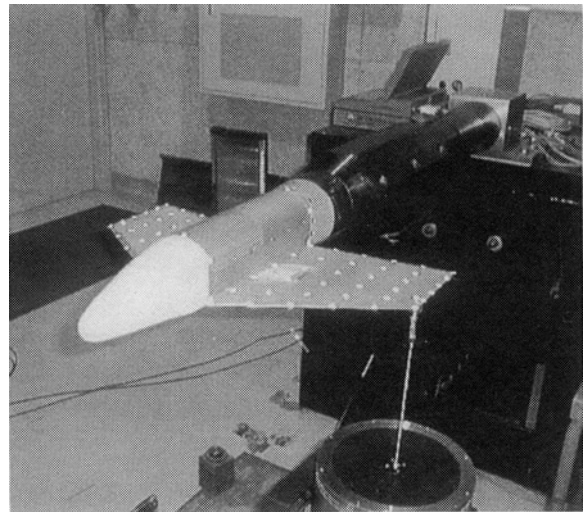


図 2-3 バネ剛性と支点間距離



2.2 模型

模型形状を図 2 - 4 に示す。模型の翼はピッチングモードフラッタの特性を調べるためにできるだけ単純な形状にしている。模型の質量特性を表 2 に示す。表中の重心位置は模型胴体後端からの機軸方向の距離を示す。構造は GFRP の胴体部と厚さ 2mm のアルミ板翼から成っており、両翼根の 50% 翼弦位置にはフラッタ振動計測用の曲げ・捻り歪みゲージを貼付してある。翼前縁および後縁は気流の乱れを抑えるためにエッジを切っている。また、模型後端には支持装置との間に溝ができないようスカート部を設けてある。翼はアスペクト比 2.75、1/4 翼弦において後退角 27.6°、テーパー比は 0.56 である。写真は振動試験時の模型である。

表 2 模型質量特性

| | 模型全機 | 翼 (片翼) | 胴体 |
|------------------------------|-------|--------|-------|
| 質量 [kg] | 3.33 | 0.27 | 2.79 |
| 慣性モーメント [kgmm ²] | 37975 | 12740 | 34692 |
| 重心位置 [mm] (胴体後端からの距離) | 125 | 94 | 131 |

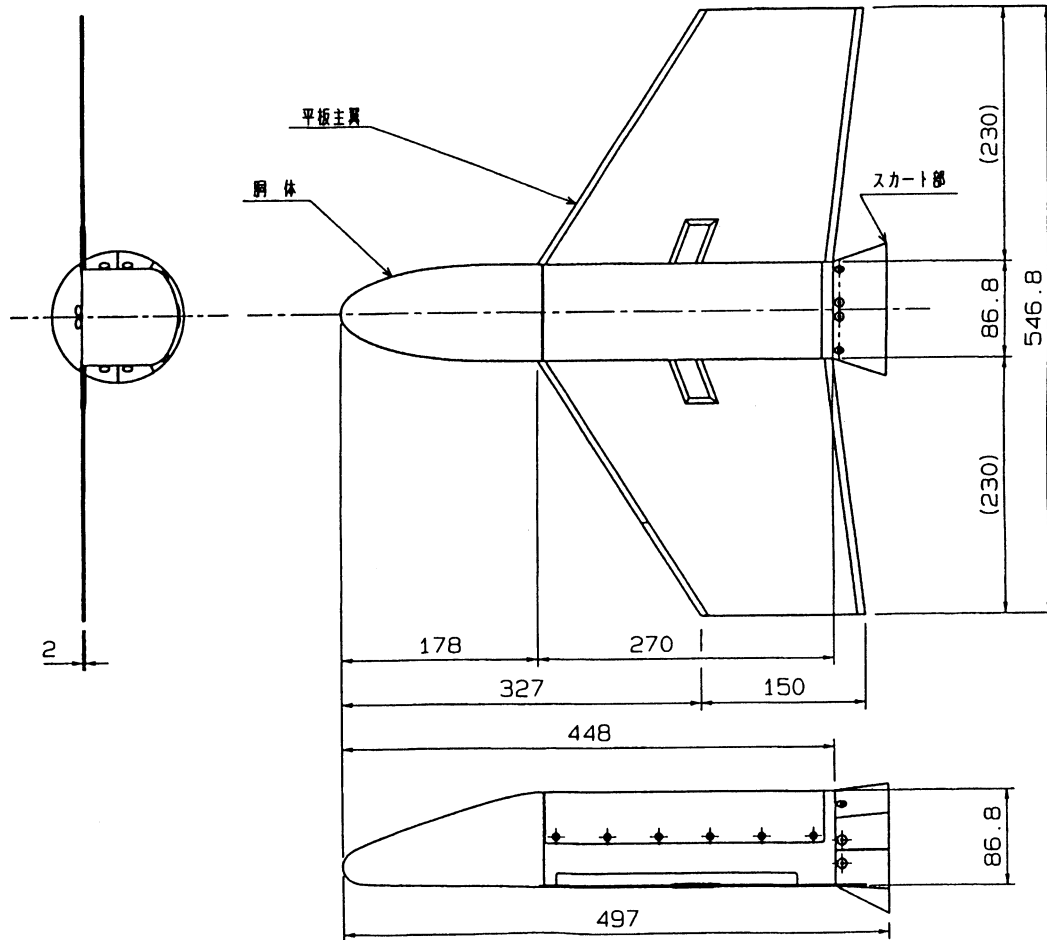


図 2-4 模型概要

第 3 章 振動特性

3.1 振動試験

フラッタ解析に必要となる非定常空気力の解析において、模型の振動特性の把握が必要不可欠である。そこで特に固有振動数を調べるために実験を行った。翼のモードを計測するためには翼をシェーカにより加振することが望まれるが、この方法では翼の剛性がスティングの板バネ剛性よりも低いためにピッチングモードが励起されにくい。そこで加振位置は胴体下面で、翼根前縁部よりコード方向 40mm 位置、機軸より左舷側 33mm 位置とした。0 ~ 400Hz 帯域で 50% パーストランダム加振(信号タイプは White Noise である。)を行い、胴体側面に 8 点、胴体上面に 2 点、片翼 37 点づつ合計 84 点の計測点に対し直径 5mm の円形反射マーカを貼付しドップラー型の非接触型レーザ速度振動計(B&K 製)と 5 軸アーム型ロボットの組み合わせによる計測を行った。バネ剛性 K については $K=20000, 25000, 30000, 35000, 40000, 45000, 50000\text{Nm/rad}$ (正確には重力加速度を 9.8m/s^2 とすると、それぞれ 20090, 24500, 29400, 34300, 39200, 44100, 49000Nm/rad と

なる。)の 7 通りについて計測を行った。図 3 - 1 に振動試験の模式図を示す。予めロボットに計測点位置のテーチングを行い、加振の条件データとレーザ速度振動計からの出力の条件データをコンピュータに入力しておくことで、後は人の手を介することなく取り込み移動と計測のタイミングを図りながら自動計測を行うことができるシステム¹⁾である。計測はデータの品質化を図る目的で 1 点につき 20 回のアベレージングをしているため、全体で約 60 分の計測時間を要する。なお、計測点から計測点へのセンサ移動は平均すると 2 ~ 3 秒程度で殆ど時間は要さないため、計測時間はアベレージング回数に大きく依存し時間とデータ品質のトレードオフとなる。本研究のモデルでは 30 回のアベレージングと比較しデータ品質にほとんど差異が見られないため、20 回のアベレージングで充分であると判断した。左右翼で計測点位置は対称のため、右翼についてのみ計測点位置を図 3 - 2 に示す。

計測したデータより LMS(LMS INTERNATIONAL 製)を用いて力 - 速度間の伝達関数法によって、バネ剛性 K を 20000 ~ 50000 まで変化させて、固有モード形と振動数を対称 1 次 ~ 5 次について求めた。後述する逆対称モード

フラッタ解析では逆対称モードがデータとして必要となる。しかし上記の方法では加振点が機軸に近いので逆対称モードは励起されにくい。そこで別途、インパルスハンマー(B&K 製)と加速度計(B&K 製)を用いて逆対称モード

の計測を行った。計測点は両翼 8 点(片翼 4 点ずつ、翼の隅)および胴体面 8 点(両側面の隅)の計 16 点で、加速度計を順番に移動させながら、模型のノーズ部を側面からインパルス加振し、5 回のアブレージングを行うことでモード形を作成した。振動数・モード形は解析結果と共に示す。

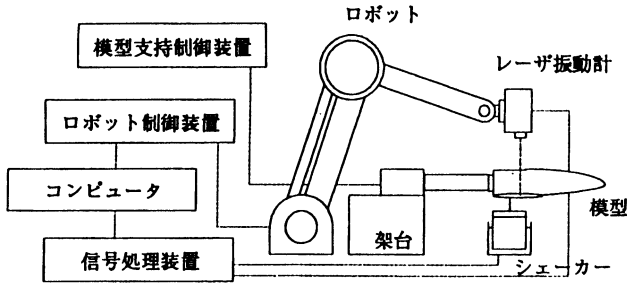


図 3-1 振動試験模式図

逆対称モードについての実験結果では、逆対称 2 次、5 次については具体的にどのようなモードであるかの特定には至らなかった。逆対称 3 次モードは、ヨーイングモードに近いと考えられる。本来、本実験で用いた支持装置ではヨー方向に自由度をもたせていないため、ヨーイングモードは支持部の弾性によるものでありもっと高次でなければならない。しかし 64 ~ 65Hz という低い振動数となったのは、ピッチング自由度を与える機構の剛性が不足していることや、機構自体に含まれるがたが原因と考えられる。実際、ピッチング剛性を変えるために支持機構を作動させると逆対称 3 次のモードは逆対称 4 次のモードにかなり近い振動数(90Hz 前後)となる場合もあり、機構の作動毎に振動数が大きく変化した。

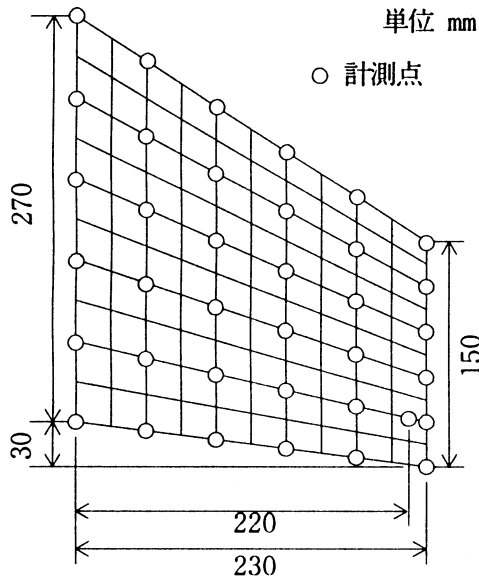


図 3-2 計測点

3.2 振動解析

より正確な数学モデルによる固有モード形を得ることを目的として、PATRAN+P/FEA(PDA Engineering 製)を用いて有限要素法による振動解析を行った。有限要素モデルを図 3 - 3 に示す。モデルは主翼を SURFACE 要素、胴体は剛性が十分に高く(剛体に近い。)質量は十分に小さいダミーの要素(BEAM および SURFACE)で構成した。なお胴体については重心位置と質量・ピッチング慣性モーメントを一致させるように集中質量を 4 個所に配置してある。支持部分は BEAM 要素に置き換え、回転中心部に SPRING 要素を配置した。ただし SPRING はピッチングモードフラッタ解析用にはピッチ方向のみであるが、逆対

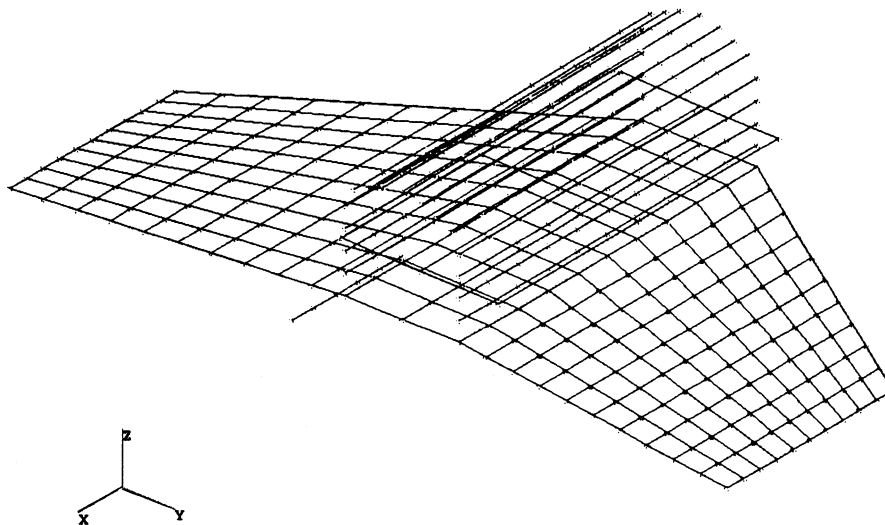


図 3-3 有限要素モデル

称モードフラッタ解析用にロール方向、ヨー方向の2個のSPRINGをさらに配置した。このモデル化によってバネ剛性の変化はSPRING要素のバネ定数を変化させることで表現できる。モデルの節点は後に用いる空力面の節点と位置を一致させている。なお、振動モデルの節点と空力面の節点とは一致させる必要性は無いが、一致させておくことによりモード変位量のインターフェースが簡便になる利点がある。集中質量を含めた要素数は434、節点数は384で

ある。固有値解析では対称モード1次～4次について求めた。なお、一般化質量マトリクスを正規化している。バネ剛性は $K=20000, 35000, 50000\text{Nm/rad}$ の3種類について解析を行った。逆対称3次モードについては前述のように支持機構の剛性やがたに起因すると思われるため、このままの解析では発生しないが、実験結果の振動数からいくつかの代表的な振動数を抽出し、モード形をロールとヨーの剛性をパラメトリックに変化させることによって人工的

表 3-1 対称モード固有振動数の実験値

| バネ剛性 K | 固有振動数[Hz] | | | | |
|-----------|----------------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| | 対称1次 (曲げ1次) | 対称2次 (ピッチ) | 対称3次 (振り1次) | 対称4次 (曲げ2次) | 対称5次 (振り2次) |
| 20000 | 31 | 47 | 96 | 178 | — |
| 25000 | 32 | 52 | 96 | 179 | 272 |
| 30000 | 32 | 56 | 97 | 179 | 272 |
| 35000 | 32 | 60 | 96 | 179 | 272 |
| 40000 | 32 | 62 | 96 | 179 | 272 |
| 45000 | 32 | 66 | 97 | 179 | 272 |
| 50000 | 32 | 69 | 97 | 179 | 272 |

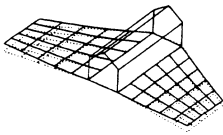
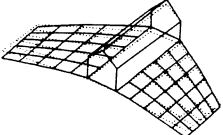
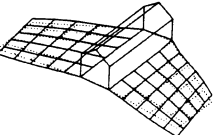
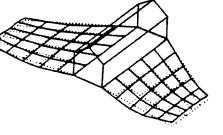




表 3-2 逆対称モード固有振動数の実験値

| バネ剛性 K | 固有振動数[Hz] | | | | |
|-----------|-----------------|-------|-------|-----------------|-------|
| | 逆対称1次 (曲げ1次) | 逆対称2次 | 逆対称3次 | 逆対称4次 (振り1次) | 逆対称5次 |
| 20000 | 31 | 52 | 64 | 94 | 120 |
| 50000 | 32 | 72 | 65 | 94 | 131 |

表 3-3 対称モード固有振動数の解析値

| バネ剛性 K | 固有振動数[Hz] | | | |
|-----------|----------------|---------------|----------------|----------------|
| | 対称1次 (曲げ1次) | 対称2次 (ピッチ) | 対称3次 (振り1次) | 対称4次 (曲げ2次) |
| 20000 | 32 | 48 | 98 | 187 |
| 35000 | 32 | 61 | 98 | 187 |
| 50000 | 32 | 70 | 98 | 187 |

表 3-4 対称固有振動モード(K=20000)

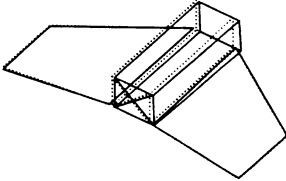
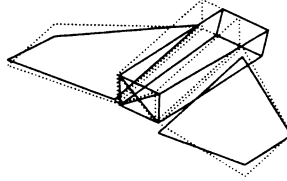
| モード | 対称1次 (曲げ1次) | 対称2次 (ピッチ) | 対称3次 (振り1次) | 対称4次 (曲げ2次) |
|--------------|---|---|--|---|
| モード形 (実験) |  |  |  |  |
| 振動数 [Hz] | 31 | 47 | 96 | 178 |
| モード | 対称1次 (曲げ1次) | 対称2次 (ピッチ) | 対称3次 (振り1次) | 対称4次 (曲げ2次) |
| モード形 (解析) |  |  |  |  |
| 振動数 [Hz] | 32 | 48 | 98 | 187 |

に模擬して作成した。

表3-1に実験で得られた対称モードの固有振動数を、表3-2に逆対称モードの固有振動数を示す。表3-3に解析で得られた対称モードの固有振動数を示す。対称固有モード形についてはバネ剛性による違いは殆ど見られな

かったため、 $K=20000\text{Nm/rad}$ でのモード形のみを表3-4に示す。逆対称固有モード形の実験結果を3次と5次について表3-5に示す。解析結果は振動数・モード形において全体的に実験結果と良い一致を示している。

表 3-5 逆対称固有振動モード

| モード | 逆対称 3 次 ($K=20000$) | 逆対称 5 次 ($K=50000$) |
|--------------|---|--|
| モード形 (実験) |  |  |
| 振動数 [Hz] | 64 | 131 |

第4章 フラッタ特性

4.1 フラッタ実験

4.1.1 実験方法

航技研の遷音速風洞(計測部: $2\text{m} \times 2\text{m}$)でフラッタ実験を行った。使用したカートは空力弾性カートで、側壁に油圧シリンダーを用いた開閉板によるフラッタストップングデバイスを備えている。実験模式図を図4-1に示す。計測装置にはデータレコーダ(SONY製: DAT方式)およびペンレコーダ(グラフィテック製)、FFTアナライザ(B&K製)、高速度カメラ(KODAK製 SP-2000)を用意した。計測項目は左右の翼の曲げ・捩り歪み、板バネの歪み、淀点温度 T_0 [K]、総圧 P_0 [kPa]、静圧 P [kPa]、レイノルズ数 Re である。歪みからの出力はデータレコーダに全て記録され、同時にFFTでリアルタイムに振動特性を計測、ペンレコーダにより歪み量を記録した。カート上面からハロゲンランプ($650\text{W} \times 3$ 台)で翼を照射し、高速度カメラでフラッタを撮影した。

実験は表4-1に示すオペレーションパスでマッハ数・総圧 P_0 を変化させて行い、ピッチングモードフラッタの発生を確認次第、バネ剛性を変化させてフラッタの停止を図った。

4.1.2 ピッチングモードフラッタ

ピッチングモードフラッタが確認された。低亜音速領域において実験では次節で述べる逆対称モードフラッタが発生したが、そのまま総圧・マッハ数を上昇させて逆対称モードフラッタが収まった後に、ピッチングモードフラッタ

の発生を確認した。フラッタ振動数は動圧やバネ剛性にもよるが総じて 50Hz 付近であり、ピッチングモードと曲げモードの連成である。実験したマッハ数全域において、バネ剛性が上がるとフラッタ動圧も上昇しており、フラッタが発生した場合にはバネ剛性を上げるによりフラッタを抑制することができた。ただし、遷音速領域のマッハ数 $M=1.0 \sim 1.1$ においては遷音速ディップのため、総圧を風洞の運転範囲の下限近く ($P_0=50\text{kPa}$) まで総圧を下げたが、バネ剛性 $K=50000\text{Nm/rad}$ でもフラッタが発生した。しかし超音速へさらにマッハ数を上昇させるとフラッタは収まった。

表 4-1 風洞オペレーションパス

| パス番号 | マッハ数 M | 総圧 P_0 [kPa] |
|------|----------|-------------------|
| 1-1 | 0.0 | 101→50 |
| 1-2 | 0.0→0.47 | 50 |
| 2-1 | 0.0 | 101→70 |
| 2-2 | 0.0→0.3 | 70 |
| 2-3 | 0.3 | 70→122 |
| 2-4 | 0.3→0.59 | 122 |
| 3-1 | 0.0→0.5 | 101 (M=0.5で95へ減少) |
| 3-2 | 0.5 | 95→60 |
| 3-3 | 0.5→0.8 | 60 |
| 3-4 | 0.8 | 60→70 |
| 3-5 | 0.8 | 70→52 |
| 3-6 | 0.8→1.1 | 52 |
| 4-1 | 0.0 | 101→52 |
| 4-2 | 0.0→1.2 | 52 |
| 4-3 | 1.2 | 52→70 |
| 4-4 | 1.2 | 70→60 |
| 4-5 | 1.2→1.3 | 60 |
| 4-6 | 1.3 | 60→75 |

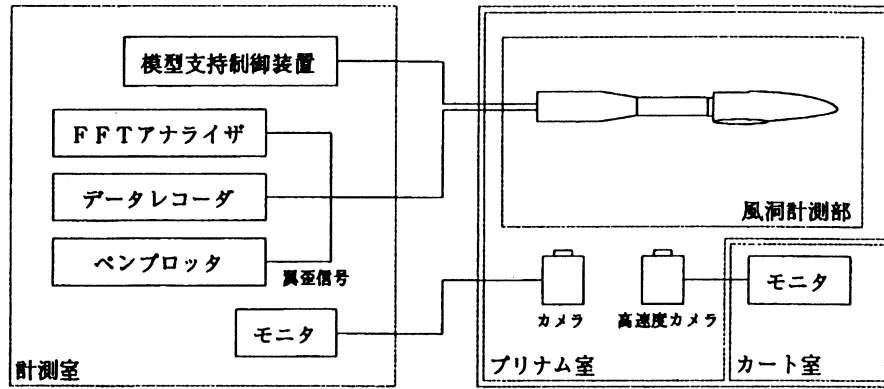


図 4-1 風洞実験模式図

4.1.3 逆対称モードフラッタ

亜音速領域および遷音速領域で逆対称モードフラッタが発生した。逆対称モードフラッタはピッチングモードフラッタよりもフラッタ限界動圧が低く、限られた動圧範囲内で発生した。つまりフラッタが発生しても、さらに動圧を上げていくと収まることが確認された。フラッタ振動数は 90Hz 付近で模型の翼振り 1 次固有振動数 96Hz ~ 97Hz に近く、連成するモードの一つに逆対称の翼振りに関与していることが考えられる。また、ピッチングのパネ剛性の変化には関係なく発生した。超音速領域では逆対称モードフラッタの発生は確認できなかったが、これは風洞オペレーションパスが逆対称モードフラッタの上限動圧を超えていた可能性が考えられる。

4.2 フラッタ解析

4.2.1 非定常空気力解析

非定常空気力の解析には線形揚力面理論に基づいた DPM²⁾~⁴⁾を用いた。解析はモデルが機軸を中心として左右対称であり、次式で与えられる一般化非定常空気力 A は対称と逆対称は連成しないことから、解析時間の短縮を図るためにピッチングモードフラッタについては対称条件、逆対称モードフラッタについては逆対称条件を用いて半機でモデル化を行った。

$$A_{mn} = \int_S h_m \Delta p_n dS \quad (1)$$

ここに h_m :モード m の面の法線方向変位成分

Δp_n :変形モード n により発生する空気力

空力面要素分割は主翼面が 10×10 の 100 要素、胴体面が 100 要素の計 200 要素である。空力面を図 4 - 2 に示す。解析条件は、マッハ数 $M=0.4, 0.6, 0.8, 0.9, 0.95, 1.04, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5$ の 10 種類、パネ剛性 $K=20000, 35000, 50000 \text{ Nm/rad}$ の 3 種類、無次元振動数 $k=0.0 \sim 3.0$ の 31 点である。非定常空気力解析に用いた固有モード形は FEM による数学モデルで、ピッチングモードフ

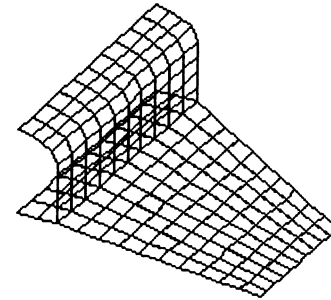


図 4-2 空力面モデル

ラッタ解析では対称モードを 4 モード、逆対称モードフラッタ解析では逆対称モードを 4 モード使用した。

4.2.2 フラッタ解析

一般化質量マトリクスで正規化すると、複素数として計算される一般化非定常空気力 A を基に n 自由度の釣り合い式は p - k 法⁵⁾を用いて以下の式で表される。

$$-\frac{U^2}{b^2} p^2 E q + \Omega^2 (1 + i g) q - \frac{1}{2} \rho U^2 A q = 0 \quad (2)$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad \Omega = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

$$q = \{q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_n\}^T$$

式は対称・逆対称で分離され以下のように表すことができる。式中の添字 s, a はそれぞれ symmetric(対称) anti-symmetric(逆対称)を表す。

表 4-2 ピッチングモードフラッタポイント(実験)

| マッハ数 M | バネ剛性 K | 総圧 P ₀ kPa | 静圧 P kPa | 動圧 Q kPa | 流速 U m/s | 淀点温度 T ₀ [K] | レイノルズ数 Re[×10 ⁶] | フラッタ振動数 f Hz | 無次元化フラ ッタ速度 $\frac{U}{U_F}$ | パス |
|-----------|-----------|--------------------------|-------------|-------------|-------------|----------------------------|---------------------------------|-----------------|--------------------------------|-----|
| 0.55 | 35000 | 122 | 99 | 21 | 188 | 308 | 12.3 | 57 | 0.523 | 2・4 |
| 0.80 | 30000 | 65 | 43 | 19 | 266 | 312 | 8.2 | 51 | 0.536 | 3・4 |
| | 35000 | 68 | 45 | 20 | 267 | 312 | 8.6 | 52 | 0.551 | 3・4 |
| | 45000 | 70 | 46 | 21 | 266 | 312 | 8.9 | 53 | 0.557 | 3・4 |
| 1.03 | 50000 | 51 | 26 | 19 | 332 | 313 | —— | 45 | 0.592 | 3・6 |
| 1.10 | 50000 | 53 | 25 | 21 | 350 | 313 | —— | 45 | 0.636 | 3・6 |
| 1.20 | 35000 | 60 | 25 | 25 | 375 | 313 | 8.5 | 48 | 0.725 | 4・3 |
| | 40000 | 63 | 26 | 26 | 375 | 313 | 8.9 | 49 | 0.743 | 4・3 |
| | 45000 | 65 | 27 | 27 | 374 | 312 | 9.2 | 49 | 0.754 | 4・3 |
| 1.30 | 25000 | 63 | 23 | 27 | 398 | 313 | 8.9 | 47 | 0.789 | 4・6 |
| | 30000 | 67 | 24 | 29 | 399 | 313 | 9.4 | 48 | 0.816 | 4・6 |
| | 35000 | 72 | 26 | 31 | 399 | 313 | 10.1 | 50 | 0.846 | 4・6 |

$$-\frac{U^2}{b^2} p^2 \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_a \end{Bmatrix} + \Omega^2 (1 + ig) \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_a \end{Bmatrix}$$

$$-\frac{1}{2} \rho U^2 \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

フラッタ限界値の解は以下の方法で求める。

(3)式を改めて以下の式で表す。

$$[\mathbf{F}(p, k)] \{\mathbf{q}\} = \{0\} \quad (4)$$

一つのモードおよび速度 U について、解の初期値を以下のようにおく

$$p_1 = \delta_1 + ik_1, p_2 = \delta_2 + ik_2$$

$$F_1 = |\mathbf{F}(p_1, k_1)|, F_2 = |\mathbf{F}(p_2, k_2)| \quad (5)$$

Reglua-Falsi 法により

$$p_3 = \frac{p_2 F_1 - p_1 F_2}{F_1 - F_2} \quad (6)$$

以降、

$$p_{i+2} = \frac{p_{i+1} F_i - p_i F_{i+1}}{F_i - F_{i+1}} \quad (7)$$

解が収束するまで計算を繰り返す。収束した解を

$$p_c = \delta_c + ik_c \quad (8)$$

とすると振動数 f_c および減衰率 ζ は以下で与えられる。

$$f_c = \frac{U k_c}{2\pi b}$$

$$\zeta = \frac{1}{\pi} \ln \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2 \frac{\delta_c}{k_c} \quad (9)$$

実際に初期値は以下で与える。

$$p_2 = 0 + i \frac{2\pi b f}{U} = ik_2 \quad (10)$$

$$p_1 = -\alpha k_2 + i\beta k_2$$

通常、 $\alpha=0.01$ 、 $\beta=1.00$ とする。また f は対象となるモードの固有振動数である。

ある速度 U での解をすべてのモードについて求めた後、次の速度 \bar{U} について求める場合は、

$$\bar{p}_1 = \frac{U}{\bar{U}} p_2, \bar{p}_2 = \frac{U}{\bar{U}} p_c \quad (11)$$

さらに次の速度 $\bar{\bar{U}}$ について

$$\bar{\bar{p}}_1 = \frac{U}{\bar{\bar{U}}} p_2, \bar{\bar{p}}_2 = \frac{\bar{U}}{\bar{\bar{U}}} p_c \quad (12)$$

以降、上記を順次繰り返すことによって解を求める。

フラッタ解析において固有振動数は振動実験の値を使用し、総圧 $P_0=0 \sim 170\text{kPa}$ について求めた。構造減衰 $g=0$ である。ピッチングモードフラッタポイントの実験値を表 4 - 2 に、 $M < 1.0$ についての解析値を表 4 - 3 - 1、 $M > 1.0$ についての解析値を表 4 - 3 - 2 に、逆対称モードフラッタポイントの実験値についてを表 4 - 4 - 1 に、逆対称モードフラッタの上限フラッタポイントを表 4 - 4 - 2 に示す。表中、動圧 Q および流速 U については計測を行っていないため、理想気体、定常非粘性・等エントロピーを仮定して以下の式で補正⁶⁾した。

$$Q = \frac{\gamma}{2} \frac{M^2 \cdot P_0}{[1 + (\gamma - 1)M^2 / 2]^{\gamma/(\gamma - 1)}} \quad (13)$$

$$U = M \sqrt{\gamma RT}$$

ここに $\gamma=1.4$ 、 $R=287\text{J}/(\text{K} \cdot \text{kg})$ としている。

なお T_0 と T の間には以下の関係がある。

$$T_0 = (1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2) T \quad (14)$$

この仮定は航技研の遷音速風洞の気体条件に対しかなり良い整合性を示す。また解析値において T_0 は実験値を採用しているため値が同じとなっている。実験値が無い場合

表 4-3-1 ピッチングモードフラッタポイント(解析: $M < 1.0$)

| マッハ数 M | バネ剛性 K | 総圧 P_0 kPa | 静圧 P kPa | 動圧 Q kPa | 流速 U m/s | 淀点温度 T_0 [K] | レイノルズ数 Re[$\times 10^6$] | フラッタ振動数 f Hz | 無次元化フラ ッタ速度 \overline{U}_F |
|-----------|-----------|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------------|-------------------------------|-----------------|---------------------------------|
| 0.4 | 20000 | 150 | 134 | 15 | 136 | 295 | — | 45 | 0.429 |
| | 35000 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| | 50000 | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 0.6 | 20000 | 77 | 60 | 15 | 204 | 309 | — | 44 | 0.450 |
| | 35000 | 96 | 75 | 19 | 204 | 309 | — | 54 | 0.502 |
| | 50000 | 107 | 84 | 21 | 204 | 309 | — | 58 | 0.530 |
| 0.8 | 20000 | 55 | 36 | 16 | 267 | 312 | — | 45 | 0.495 |
| | 35000 | 66 | 43 | 19 | 267 | 312 | — | 51 | 0.543 |
| | 50000 | 71 | 47 | 21 | 267 | 312 | — | 53 | 0.563 |
| 0.9 | 20000 | 45 | 27 | 15 | 296 | 313 | — | 42 | 0.496 |
| | 35000 | 56 | 33 | 19 | 296 | 313 | — | 47 | 0.553 |
| | 50000 | 60 | 36 | 20 | 296 | 313 | — | 48 | 0.573 |
| 0.95 | 20000 | 41 | 23 | 15 | 310 | 313 | — | 41 | 0.496 |
| | 35000 | 50 | 28 | 18 | 310 | 313 | — | 44 | 0.547 |
| | 50000 | 52 | 29 | 18 | 310 | 313 | — | 45 | 0.558 |

表 4-3-2 ピッチングモードフラッタポイント(解析: $M > 1.0$)

| マッハ数 M | バネ剛性 K | 総圧 P_0 kPa | 静圧 P kPa | 動圧 Q kPa | 流速 U m/s | 淀点温度 T_0 [K] | レイノルズ数 Re[$\times 10^6$] | フラッタ振動数 f Hz | 無次元化フラ ッタ速度 \overline{U}_F |
|-----------|-----------|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------------|-------------------------------|-----------------|---------------------------------|
| 1.04 | 20000 | 41 | 21 | 16 | 334 | 313 | — | 38 | 0.534 |
| | 35000 | 47 | 24 | 18 | 334 | 313 | — | 40 | 0.572 |
| | 50000 | 49 | 25 | 19 | 334 | 313 | — | 41 | 0.584 |
| 1.1 | 20000 | 44 | 21 | 18 | 350 | 313 | — | 40 | 0.580 |
| | 35000 | 54 | 25 | 21 | 350 | 313 | — | 44 | 0.642 |
| | 50000 | 57 | 27 | 23 | 350 | 313 | — | 45 | 0.660 |
| 1.2 | 20000 | 50 | 21 | 21 | 379 | 313 | — | 42 | 0.669 |
| | 35000 | 62 | 26 | 26 | 379 | 313 | — | 48 | 0.745 |
| | 50000 | 66 | 27 | 27 | 379 | 313 | — | 50 | 0.769 |
| 1.3 | 20000 | 56 | 20 | 24 | 399 | 313 | — | 43 | 0.746 |
| | 35000 | 68 | 25 | 29 | 399 | 313 | — | 50 | 0.822 |
| | 50000 | 74 | 27 | 32 | 399 | 313 | — | 53 | 0.857 |
| 1.5 | 20000 | 78 | 21 | 34 | 447 | 320 | — | 44 | 0.975 |
| | 35000 | 83 | 23 | 36 | 447 | 320 | — | 53 | 1.01 |
| | 50000 | 91 | 25 | 39 | 447 | 320 | — | 57 | 1.05 |

表 4-4-2 逆対称モードフラッタポイント上限値(実験)

| マッハ数 M | バネ剛性 K | 総圧 P_0 kPa | 静圧 P kPa | 動圧 Q kPa | 流速 U m/s | 淀点温度 T_0 [K] | レイノルズ数 Re[$\times 10^6$] | フラッタ振動数 f Hz | 無次元化フラ ッタ速度 \overline{U}_F | パス |
|-----------|-----------|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------------|-------------------------------|-----------------|---------------------------------|-----|
| 0.28 | 35000 | 96 | 89 | 5.0 | 97 | 301 | 5.7 | 89 | 0.242 | 3-1 |
| 0.30 | 50000 | 70 | 66 | 4.1 | 102 | 296 | 4.5 | 91 | 0.219 | 2-2 |
| 0.47 | 50000 | 44 | 38 | 5.9 | 157 | 291 | 4.2 | 91 | 0.270 | 1-2 |

表 4-4-1 逆対称モードフラッタポイント(実験)

| マッハ数 M | バネ剛性 K | 総圧 P_0 kPa | 静圧 P kPa | 動圧 Q kPa | 流速 U m/s | 淀点温度 T_0 [K] | レイノルズ数 Re[$\times 10^6$] | フラッタ振動数 f Hz | 無次元化フラ ッタ速度 \overline{U}_F | パス |
|-----------|-----------|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------------|-------------------------------|-----------------|---------------------------------|-----|
| 0.30 | 50000 | 99 | 99 | 5.8 | 104 | 303 | 6.1 | 89 | 0.263 | 2-2 |
| 0.33 | 35000 | 96 | 89 | 6.8 | 114 | 300 | 6.6 | 89 | 0.285 | 3-1 |
| 0.80 | 35000 | 64 | 42 | 19 | 252 | 279 | 8.1 | 82 | 0.533 | 3-4 |
| 0.97 | 50000 | 52 | 27 | 19 | 314 | 311 | 7.2 | 84 | 0.567 | 4-2 |

については、補間を行った。

無次元フラッタ速度は \overline{U}_F 以下で定義⁷⁾される。

$$\overline{U}_F = \frac{U_F}{b\omega_\alpha\sqrt{\mu}} = \frac{U_F}{b\omega_\alpha} \sqrt{\frac{\pi pbS}{2m}} = \frac{U_F}{2\pi f_\alpha b} \sqrt{\frac{\pi bS}{2m}} \sqrt{\frac{P_0}{RT_0}} \quad (15)$$

計算では $f_\alpha = 97\text{Hz}$, $m = 0.54\text{kg}$, $S = 0.0966\text{m}^2$, $b = 0.135\text{m}$ とした。

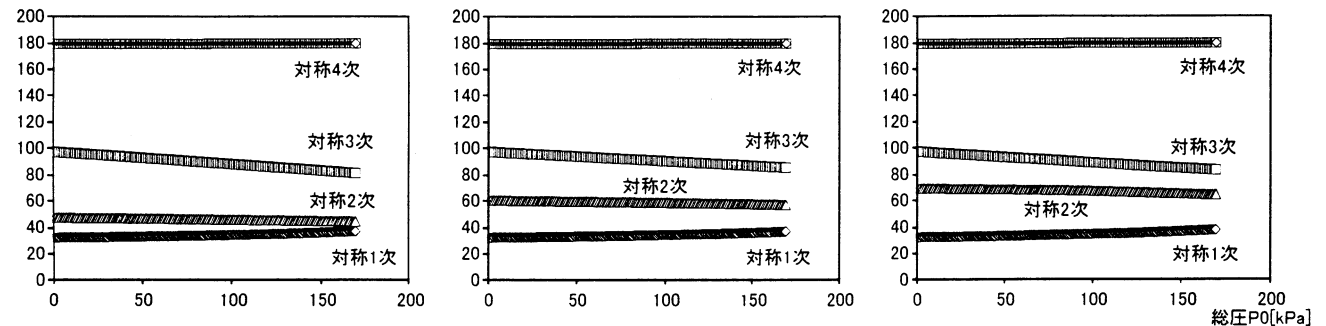
総圧を変化させた場合の対称モードの減衰率と振動数の変化を $M=0.4, 0.6, 0.8, 0.9, 0.95, 1.04, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5$, $K=20000, 35000, 50000$ のそれぞれについて図4-3-1から図4-3-10に示す。マッハ数によるピッチングモードフラッタ限界動圧の変化を実験値・解析値について図4-4に、逆対称モードフラッタ限界動圧の実験値についてを図4-5に示す。图中、等総圧線も同時に示した。さらにマッハ数による無次元化フラッタ速度 \overline{U}_F の変化を図4-6に示す。

ピッチングモードフラッタの解析において、 $M=0.4$, $K=35000, 50000$ では総圧 P_0 が 170kPa 以下ではフラッ

タの発生には至らなかった。また、解析で逆対称モードフラッタを捉えることができなかった。これはフラッタ振動数から逆対称4次モードが達成していることが考えられるが、もう一つの達成モードとしては逆対称3次モードが関与しているのではないかと考えられる。逆対称3次モードは前述のように機構の剛性不足やクリアランスによるものであり、正確なモード形を得ることができなかったのがもちろんのこと、非線形モードとして影響していたとも原因であると推察される。

ピッチングモードフラッタの解析結果は亜音速領域および超音速領域において、実験結果との比較は非常に良好である。 $M=0.55, K=35000$ の実験結果でフラッタ動圧がやや高い値を示しているが、これは総圧を一定にしマッハ数をスイープさせて得られたフラッタポイントであり、低亜音速領域ではマッハ数の変化による動圧の変化が非常に大きいことから、フラッタポイントの同定時の誤差によるものと考えられる。

モード振動数[Hz]



モード減衰率と

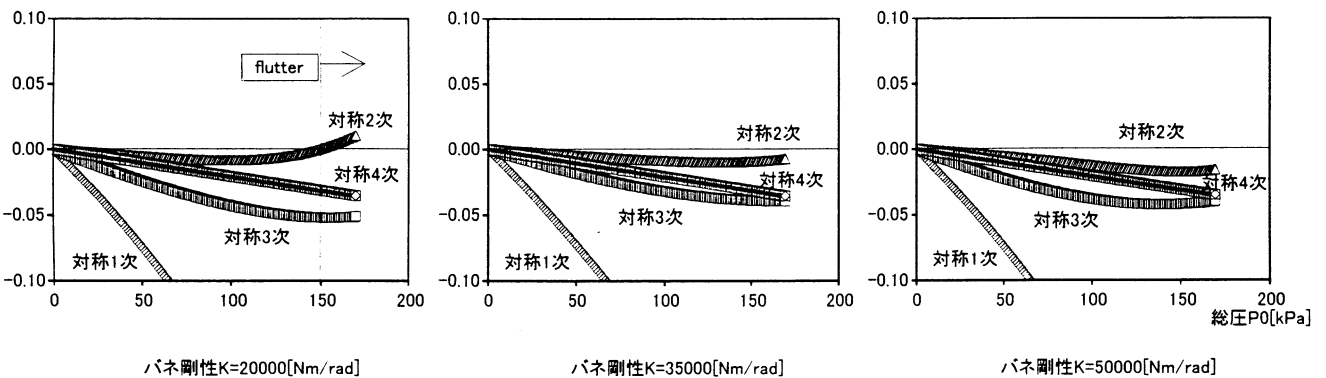
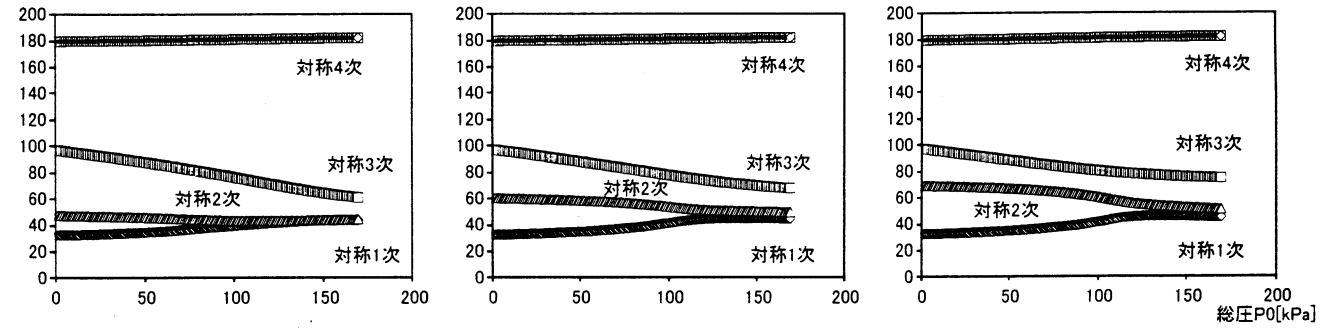


図 4-3-1 モード振動数と減衰率(M=0.4)

モード振動数(Hz)



モード減衰率ζ

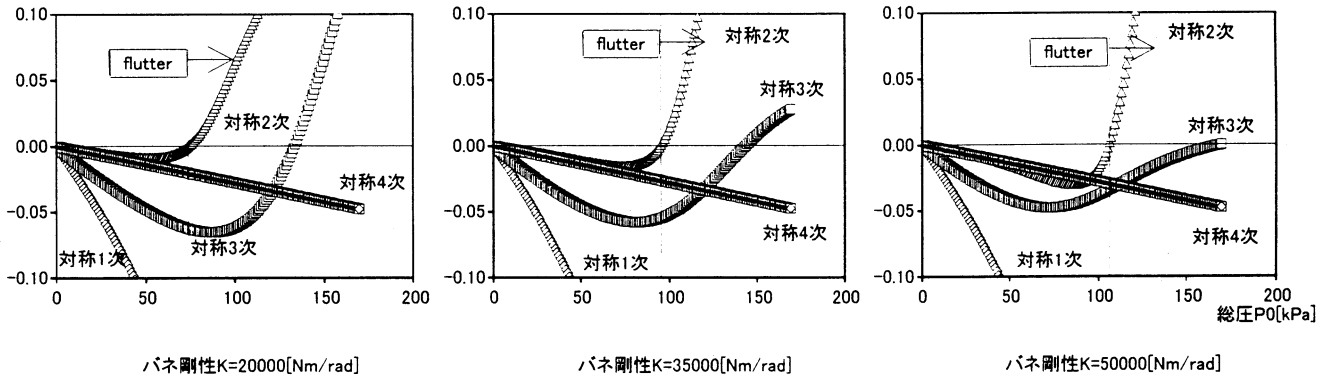
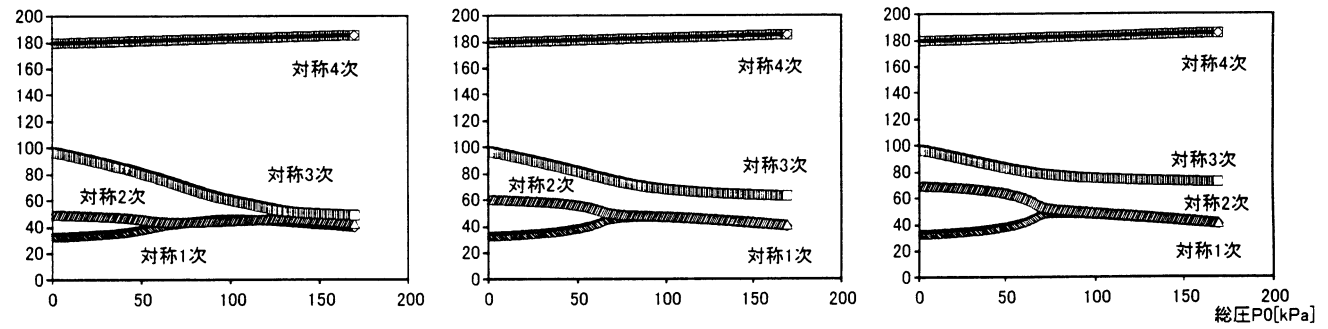


図 4-3-2 モード振動数と減衰率(M=0.6)

モード振動数(Hz)



モード減衰率ζ

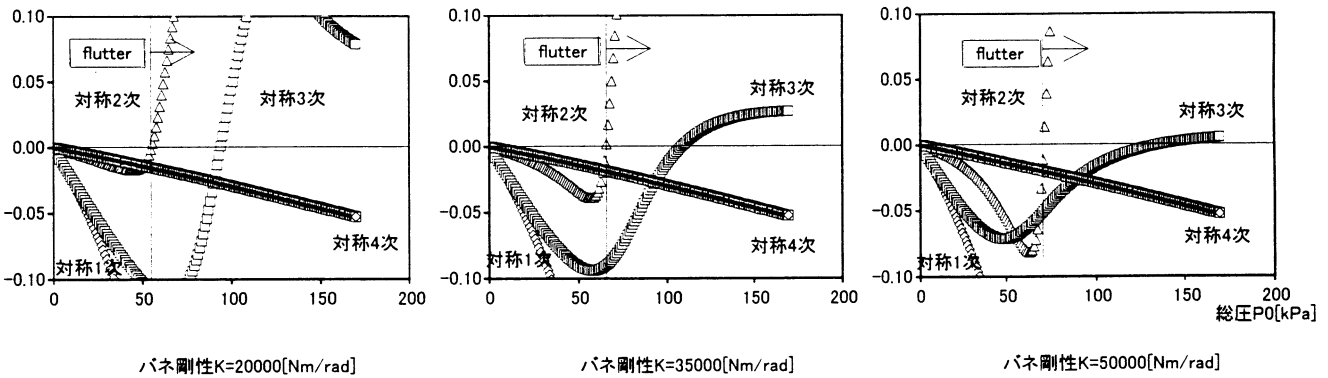
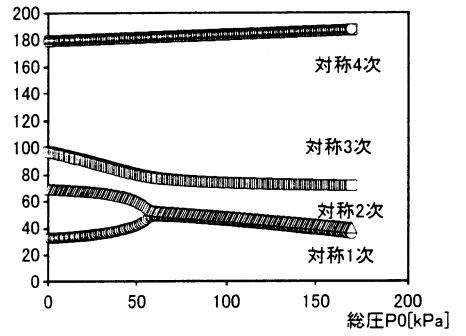
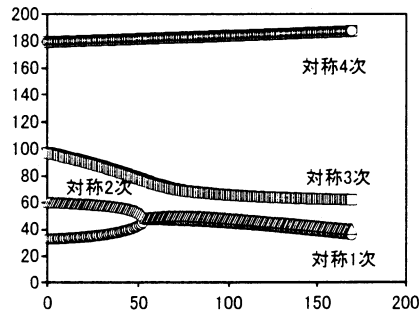
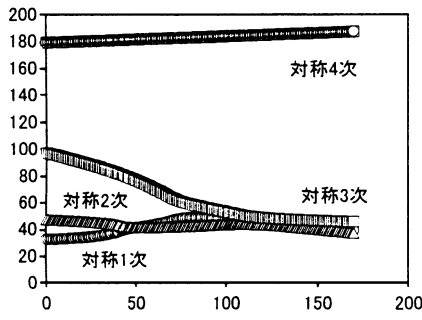
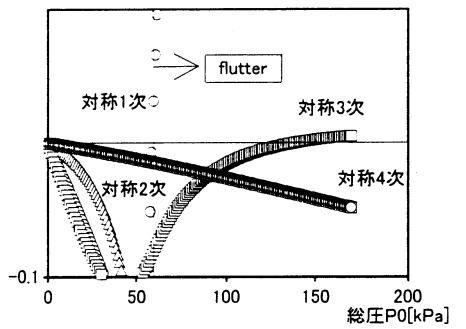
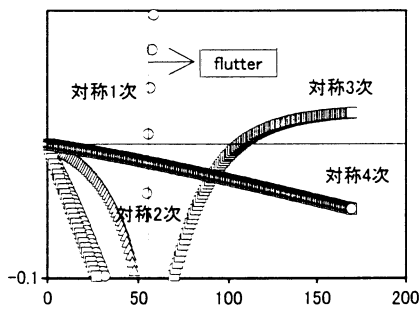
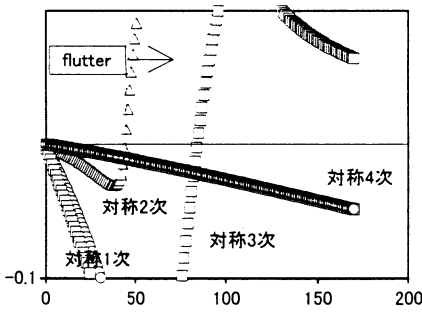


図 4-3-3 モード振動数と減衰率(M=0.8)

モード振動数[Hz]



モード減衰率ζ



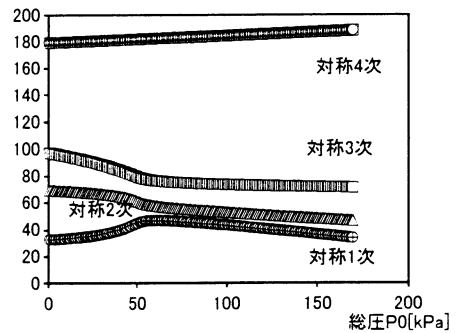
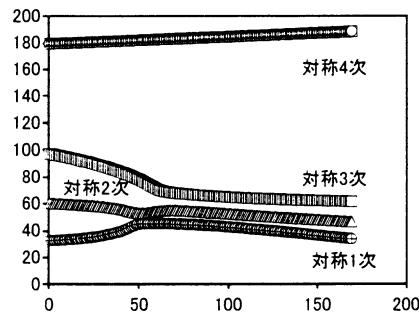
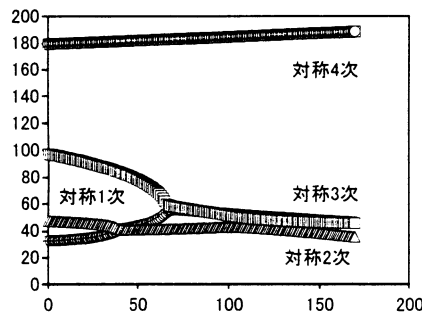
バネ剛性K=20000[Nm/rad]

バネ剛性K=35000[Nm/rad]

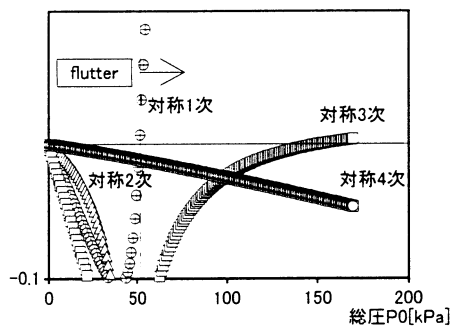
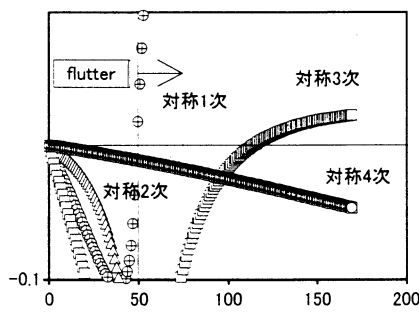
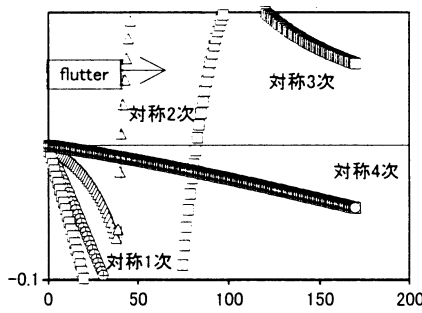
バネ剛性K=50000[Nm/rad]

図 4-3-4 モード振動数と減衰率(M=0.9)

モード振動数[Hz]



モード減衰率ζ



バネ剛性K=20000[Nm/rad]

バネ剛性K=35000[Nm/rad]

バネ剛性K=50000[Nm/rad]

図 4-3-5 モード振動数と減衰率(M=0.95)

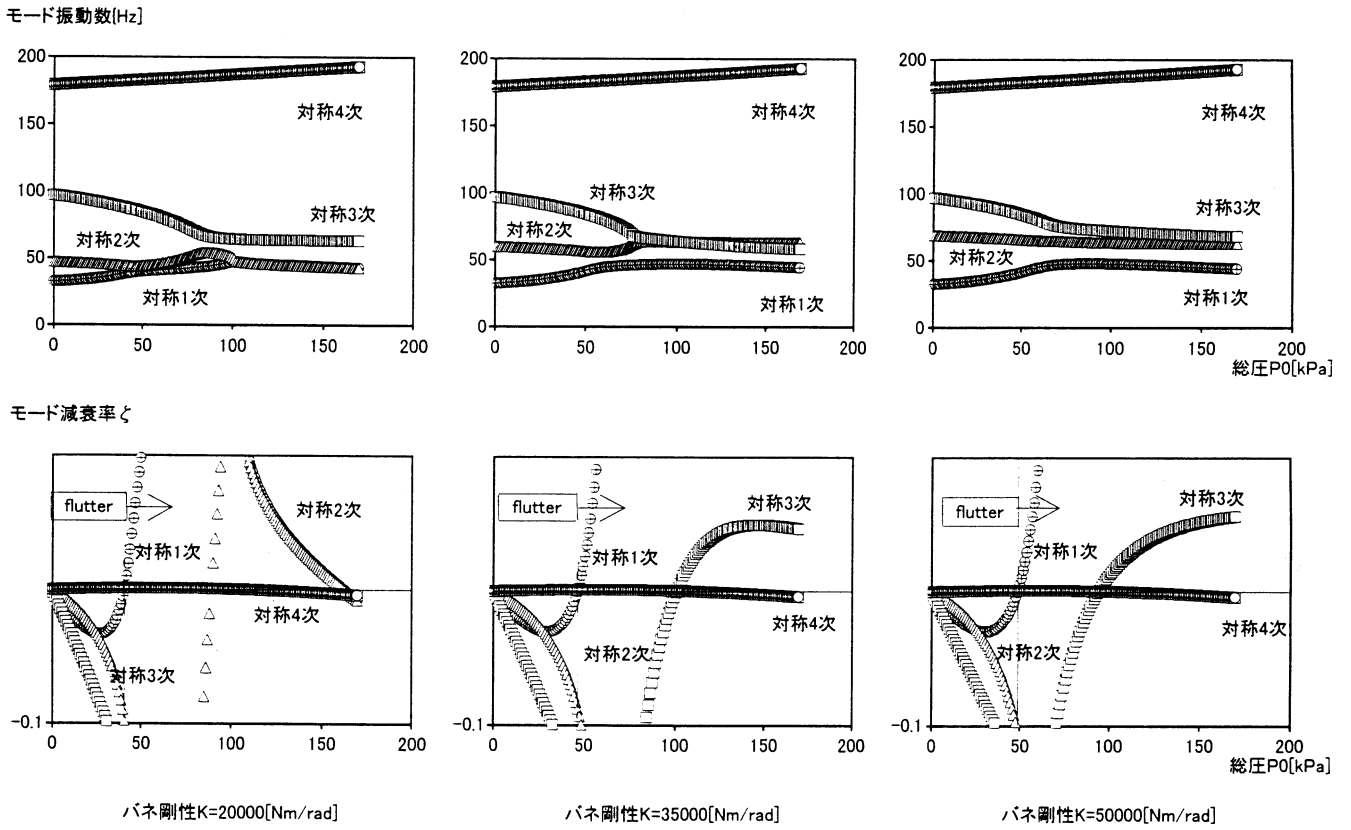


図 4-3-6 モード振動数と減衰率(M=1.04)

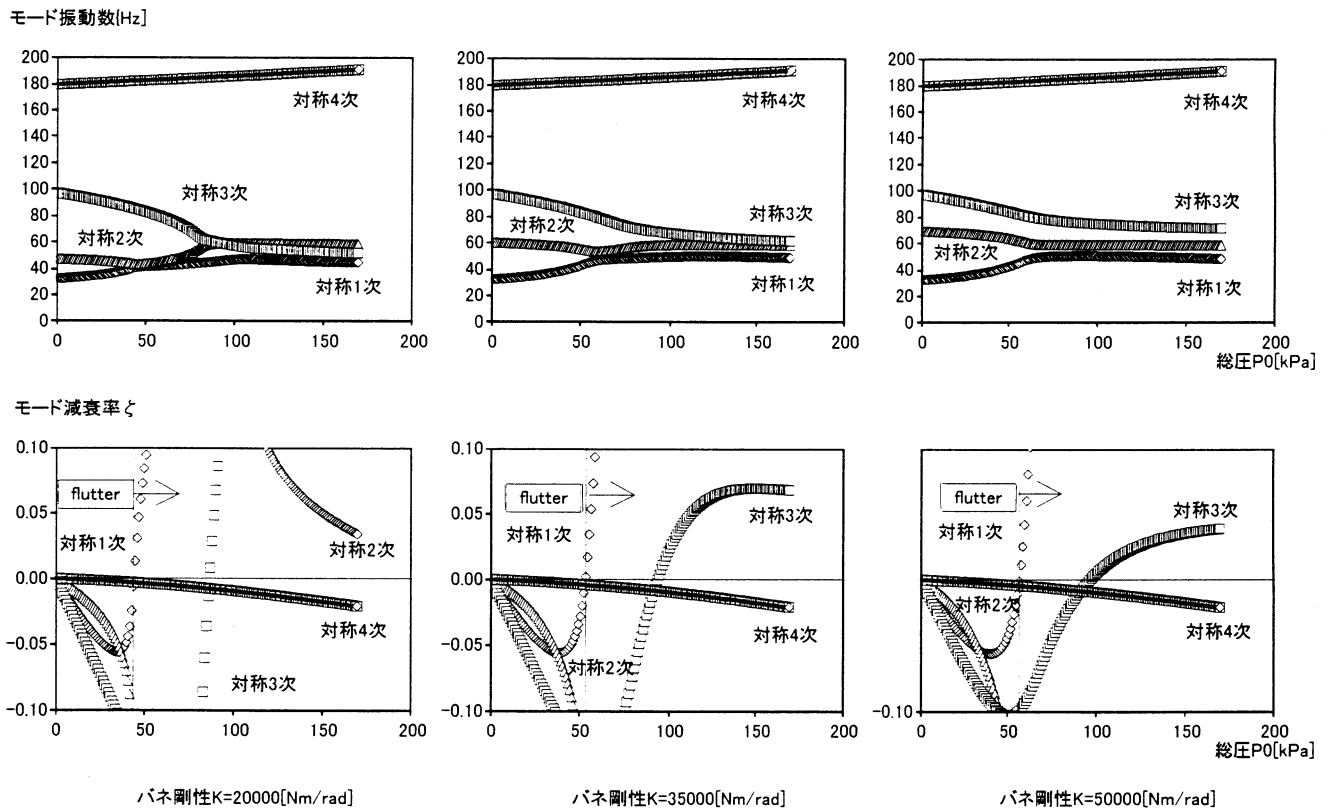


図 4-3-7 モード振動数と減衰率(M=1.1)

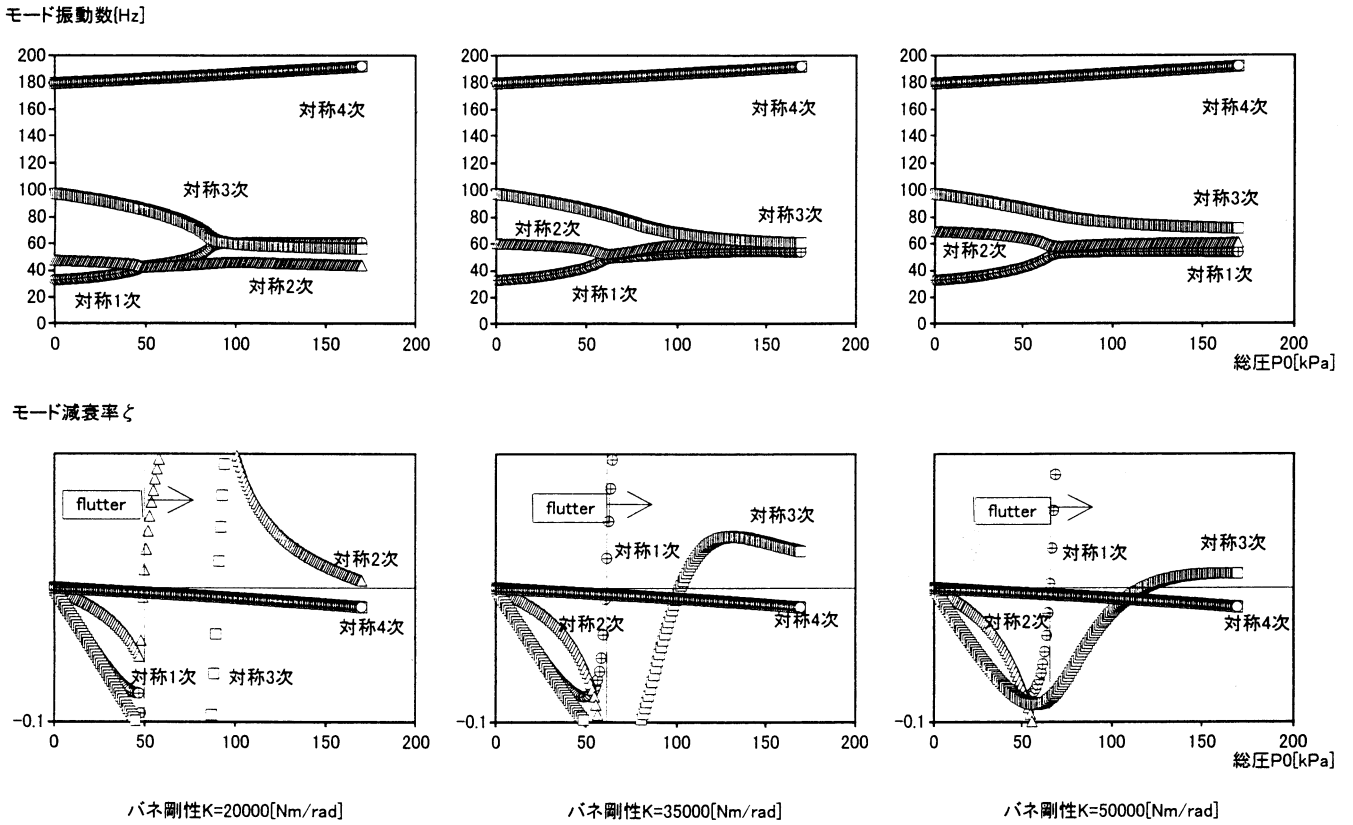


図 4-3-8 モード振動数と減衰率(M=1.2)

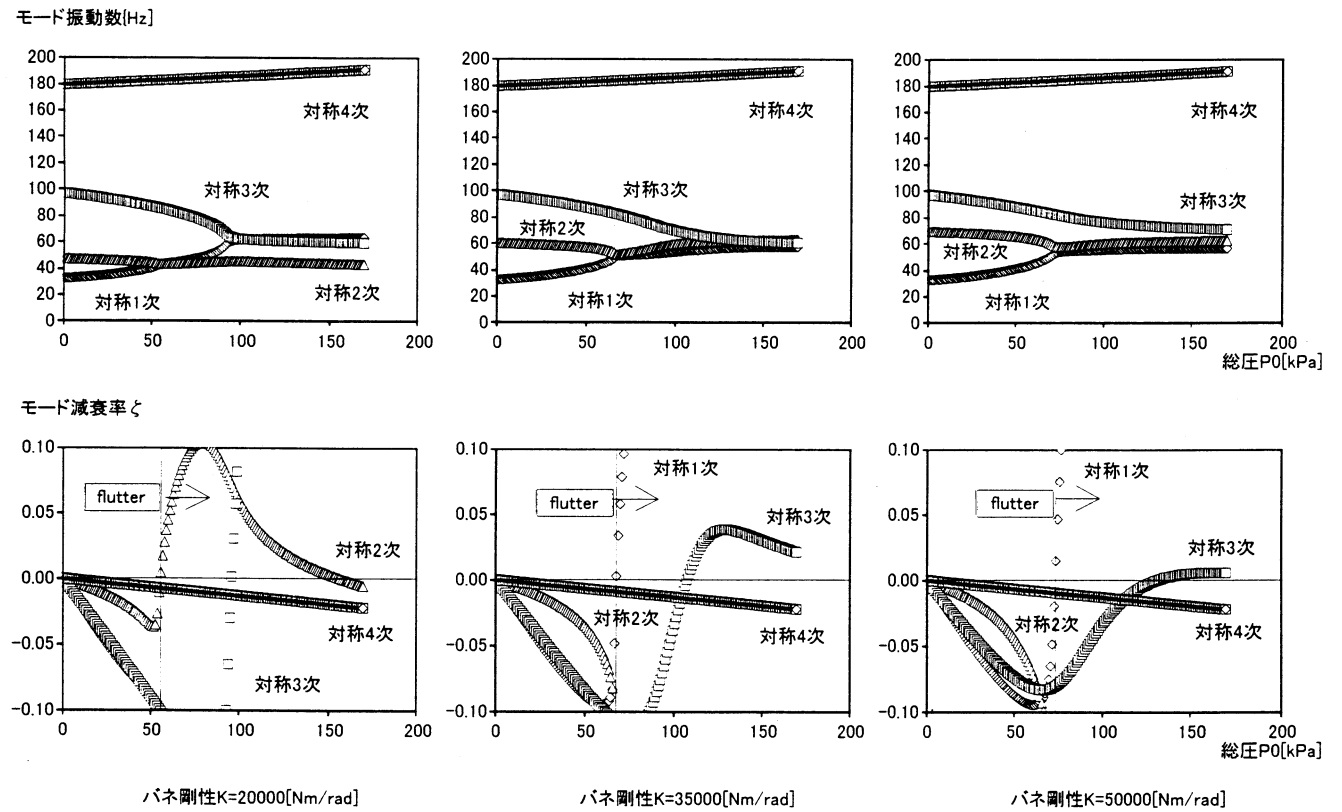
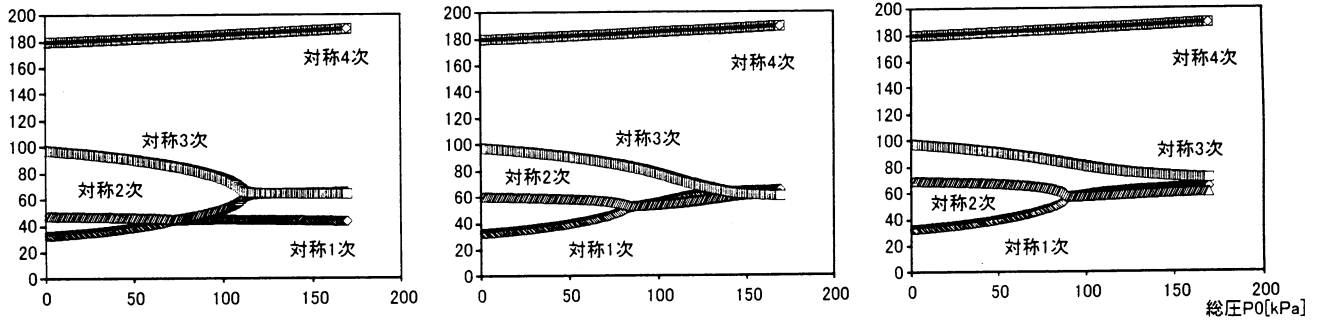


図 4-3-9 モード振動数と減衰率(M=1.3)

モード振動数[Hz]



モード減衰率 ζ

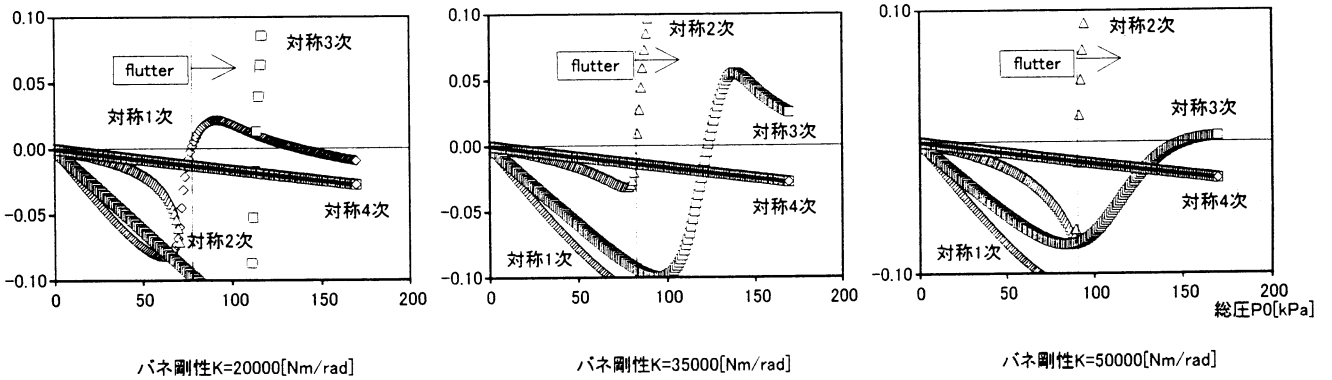


図 4-3-10 モード振動数と減衰率($M=1.5$)

動圧 Q [kPa]

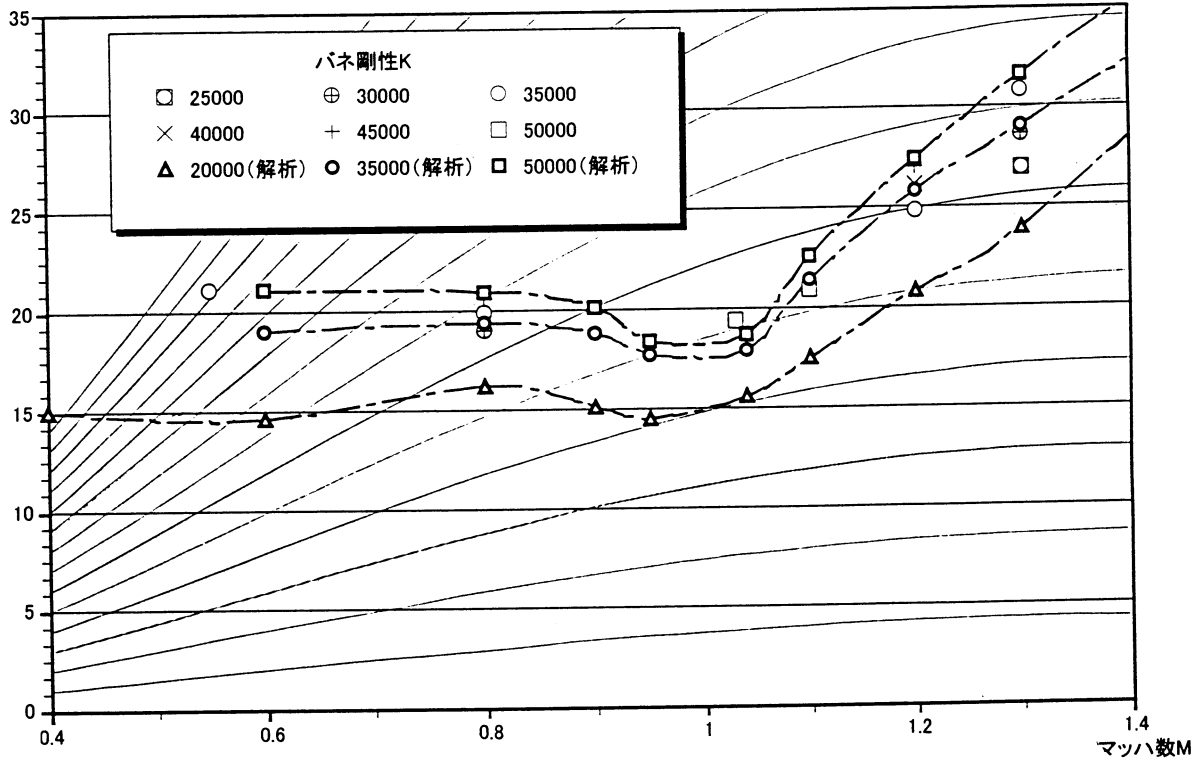
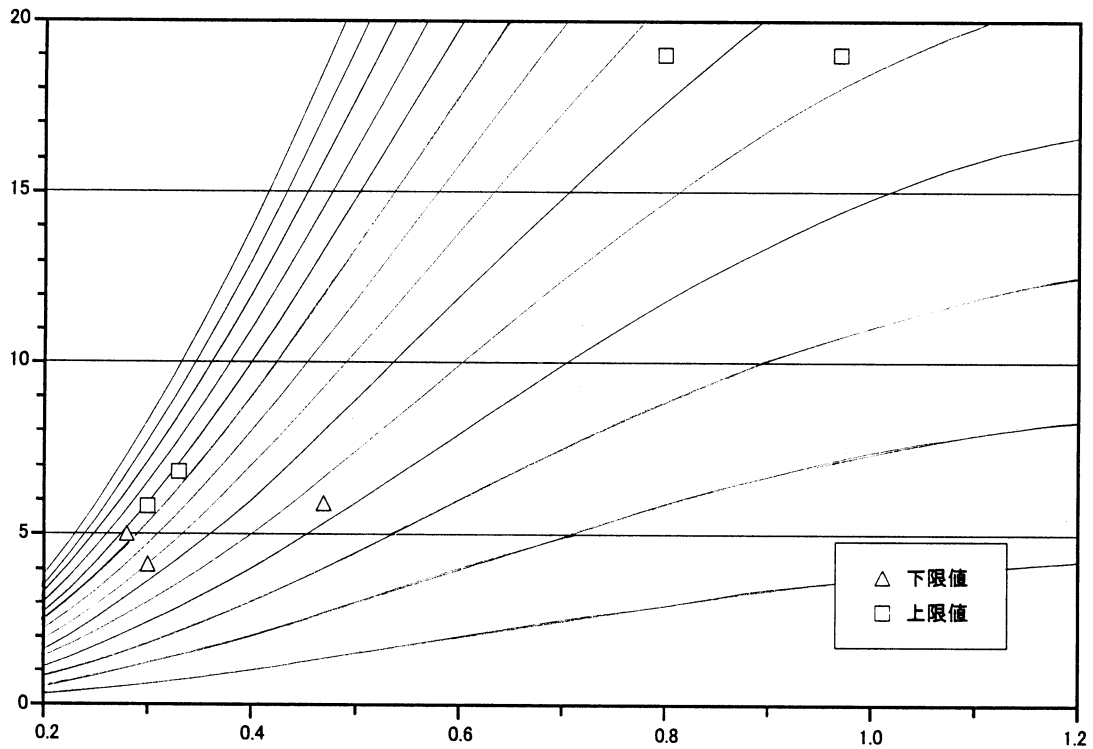


図 4-4 ピッチングモードフラッタポイント

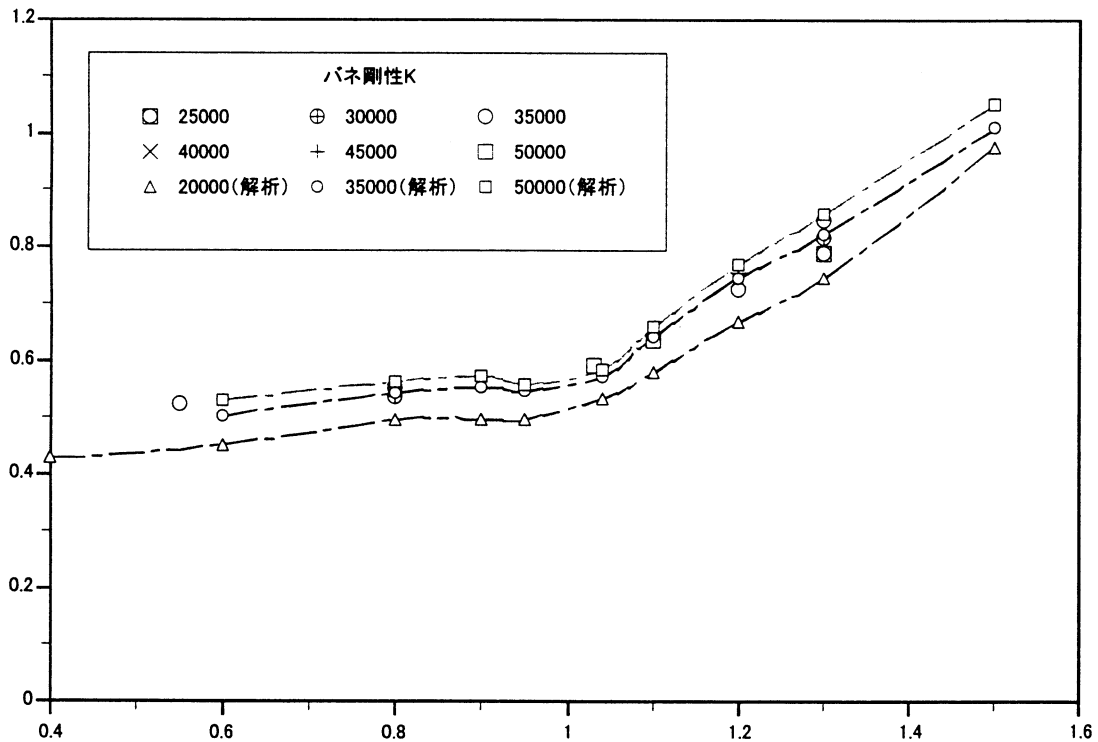
動圧Q[kPa]



マッハ数M

図 4-5 逆対称モードフラッタポイント

無次元化フラッタ速度



マッハ数M

図 4-6 無次元化フラッタ速度

第5章 結論

ピッチング弾性自由度を有する支持装置とダミー全機模型の組み合わせによるフラッタ実験・解析の結果より以下が結論された。

- ・ピッチングモードフラッタが発生し、さらにピッチング剛性を変化させることによりフラッタを抑制することができ、機能の有効性を確認できた。
- ・ピッチングモードフラッタは胴体のピッチングモードと翼の曲げモードが連成することで発生し、振動特性によっては翼の曲げ捩りフラッタよりも低い動圧で発生する可能性がある。
- ・総圧を一定にし、マッハ数をスイープさせる風洞オペレーションでは、特に低マッハ数領域においてはマッハ数の変化による動圧の変化が非常に大きく、フラッタ限界動圧の正確な同定が難しい。マッハ数を一定にして総圧を変化させる方式が望ましい。
- ・逆対称モードが連成するフラッタが低い動圧で発生した。一つの推察として捩り1次モードとヨー方向のモードが関わっていることが挙げられる。ヨー方向のモードは支持装置機構に起因するもので、モード形や振動数の特定は困難である。
- ・非定常空気力解析にDPMを用いたフラッタ解析では亜音速および超音速領域で実験結果との比較は良好であり、ピッチングモードフラッタ解析での有効性が確認された。

なお、振動試験および風洞実験において構造研究部外崎得雄主任研究官の協力を得た。

参考文献

- 1) 外崎・上田;動的変位計測装置と振動予備試験、航空宇宙技術研究所資料、TM-683(1995)
- 2) 上田哲彦;振動揚力面計算のダブルレットポイント法その1、亜音速流、航空宇宙技術研究所報告 TR-781(1983)
- 3) 上田哲彦;振動揚力面計算のダブルレットポイント法その2、超音速流、航空宇宙技術研究所報告 TR-785(1983)
- 4) T. Ueda; Unsteady Aerodynamic Calculations for General Configurations by the Doublet-Point Method, Technical Report of National Aerospace Laboratory TR-1101T (1991)
- 5) H.J. Hassig ; An Approximate True Damping Solution of the Flutter Equation by Determinant Iteration. Journal of Aircraft, Vol. 8, No. 11 (1971) pp. 885-889
- 6) 日本航空宇宙学会編;航空宇宙工学便覧(1974), 丸善
- 7) R.L. Bisplinghoff, H. Ashley ; Principle of Aeroelasticity (1962), pp. 235-258, John Wiley & Sons, INC.