

移動格子法による低 Re 数用 Propeller 流れの数値解析

南部太介（早稲田大学），橋本敦（宇宙航空研究開発機構），砂田茂（大阪府立大学），佐藤哲也（早稲田大学）

Numerical analysis of propeller for low Reynolds number flow by moving mesh method

by

Taisuke Nambu (Waseda University), Atsushi Hashimoto (JAXA), Shigeru Sunada (Osaka Prefecture University)
Tetsuya Sato (Waseda University)

ABSTRACT

To make an actuator disc model, a propeller for low Reynolds number flow is computed by the moving mesh method. We compare results by different CFD methods in terms of the turbulence model and time integration method. In the design condition, the results computed by the unsteady time integration method without the turbulence model agree well with the results computed by Adkins-Liebeck method. An actuator disc model is created using the force distribution computed by CFD. Velocity distribution of wake computed by the model partially agrees with one computed by propeller's geometry directly. However, some errors are caused by the defects of modeling blade tip vortex and turbulent viscosity.

1. 緒言

近年、災害時の使用を想定した UAV (Unmanned Aerial Vehicle) など、より小型化の進んだ航空機の需要が高まっている。小型化された航空機の場合、その流れ場の Re 数は小さくなり、高 Re 数下で飛行する一般の旅客機とは空力性能面で様々な違いが生じる。これら小型の航空機の推進器として利用されることの多いプロペラも $Re = 3.0 \times 10^4 \sim 3.0 \times 10^5$ 程度の低 Re 数で使われることになるが、機体サイズの大きな高 Re 数用のプロペラに比べてその性能データが乏しいのが現状である^{1,3}。CFD (Computational Fluid Dynamics) を用いて、このような低 Re 数のプロペラ機を解析する場合、プロペラの影響を如何に精度良くモデル化するかが重要となる。プロペラ機の解析手法として実際の流れ場に即しているのは、プロペラ周りの格子を回転させる手法である⁴。ただし、この場合流れ場が非定常となり、パラメトリックスタディで機体の空力性能データを取得する場合など、計算コストが実用的なものではなくなってしまう。また、計算コード開発の手間も大きくなる。そのため、プロペラ機を解析する場合には、プロペラの流れを平均化して扱うアクチュエーターディスクモデルが使われることが多い。

アクチュエーターディスクモデルとして、古典的なプロペラの運動量理論を基にプロペラの位置する境界面、または格子内部に推力分の圧力上昇を与える手法が一般的に良く用いられる^{5,6}。また、翼素理論を用いて、局所の状態量からそれぞれの位置に加わる力を求めるという手法もある⁷。しかし、前者の手法では、プロペラ全体の推力は正しく与えることができて、その分布が分からなければ正確なモデル化ができない⁶。また後者の手法も、広範囲にわたる Re 数・迎角での翼型のデータを必要とするため、任意のプロペラに用いるのは容易ではない。このように既存のアクチュエーターディスクモデルには精度・実用性という面で未だ十分でない点が多い。しかし、計算機性能の向上、また格子生成手法の技術の発達などから、現在、複雑な形状のプロペラを CFD で解くことが比較的容易に行えるようになってきている。そのため、CFD 結果を利用してアクチュエーターディスクモデルを作成するという手法がモデル化の手間という面でより簡便であり、今後より実用的になっていく可能性がある。また CFD では実験値に比べて、推力・トルク分

布など広範囲なデータが得やすいため、精度の面でも既存のモデル化の手法に比べて改善の余地が大きい。

以上のような背景から、本研究では、UAV など低 Re 数用航空機の CFD 解析に用いることができるアクチュエーターディスクモデルの開発を目指し、低 Re 数用に設計されたプロペラ単体の CFD 解析を行った。また、CFD の解析結果から新たなアクチュエーターディスクモデルを作成した。

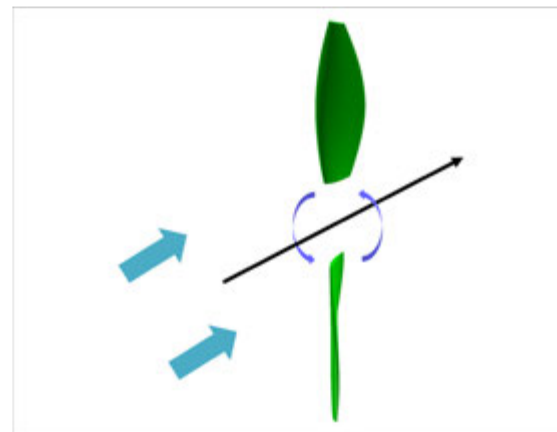


図 1 計算対象のプロペラ

2. 計算対象

本研究では、高沢らによって設計された低 Re 数用プロペラを計算対象とする⁸。本プロペラは翼断面の Re 数が $1.0 \sim 2.0 \times 10^5$ 程度と比較的低 Re 数なものであり、Adkins-Liebeck の理論⁹を基に設計されたものである。風洞試験との比較も行われており、Adkins-Liebeck の理論により推定された性能値と良好な一致を示している。本プロペラの形状を図 1 に示す。本解析ではプロペラのブレードだけを扱い、中心のナセルなどは考慮していない。表 1 に設計諸元を示す。

表 1 プロペラの設計諸元

ブレード枚数 b	2
半径 R	1.7 [m]
翼端部 R_t/R	0.2
設計点の前進率 J	1.647
設計点の回転数 n	10 [Hz]

設計点の先進速度 V	56 [m/s]
設計点のプロペラ効率 η	0.846
翼型	FX63-137

3. 計算手法

本研究では、CFD 解析のソルバーとして JAXA が開発した高速流体ソルバー FaSTAR (FAST Aerodynamics Routines)¹⁰ を用いた。また格子生成には自動格子生成ソフト HexaGrid¹¹ を用いた。この 2 つのソフトは CFD 解析の効率・速度を向上させるというコンセプトのもと開発されたソフトであり、計算対象の形状データのみから、手間・計算負荷の両面で低コストな解析を行うことができるため、より簡便なモデル化を目指す本研究の趣旨に即している。本解析では回転するプロペラが計算対象であるため、FaSTAR に移動格子法と Geometric Conservation Law (GCL) を適用した。

3. 1. CFD 解析手法

本解析で用いた CFD 解析手法を表 2 に示す。

表 2 CFD 解析手法

項目	手法
空間離散化	セル中心有限体積法
非粘性流束	HLLEW
勾配計算法	Green-Gauss 法
再構築法	MUSCL 法による空間二次精度
制限関数	Hishida の手法 ¹²
時間積分法 (定常計算)	LU-SGS 法 (Local time stepping)
時間積分法 (非定常計算)	LU-SGS 法 (Dual time stepping により時間二次精度)
乱流モデル	Menter による Shear Stress Transport (SST) model

3. 2. 移動格子法及び GCL

本解析では移動格子法を用いた。本手法では、プロペラの回転による格子の移動速度を、セル境界を通過する流束に加えることで考慮している。Navier-Stokes 方程式は積分形で以下のように表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V Q dv + \int_S \left[F(Q) - \frac{1}{Re} F_v(Q) \right] ds = 0 \quad (1)$$

ここで Q は保存量ベクトル、 $F(Q)$ は非粘性流束、 $F_v(Q)$ は粘性流束を表わす。移動格子法では非粘性流束が以下の様になる。

$$F(Q) = \begin{bmatrix} \rho(U_n - U_g) \\ \rho u(U_n - U_g) + n_x p \\ \rho v(U_n - U_g) + n_y p \\ \rho w(U_n - U_g) + n_z p \\ \rho H(U_n - U_g) + U_g p \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$U_g = n_x \frac{\partial x}{\partial t} + n_y \frac{\partial y}{\partial t} + n_z \frac{\partial z}{\partial t} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial t} \\ \frac{\partial y}{\partial t} \\ \frac{\partial z}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\omega l)_x \\ (\omega l)_y \\ (\omega l)_z \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここで n はセル境界面の法線ベクトル、 U_n はセル境界に垂直な速度で、 U_g は格子の回転によって生じる速度を表わす。また ω はプロペラの角速度、 l は回転軸からの距離を表わしている。粘性流束ベクトルは回転を生じていない場合と同様である。

格子が移動・変形する場合、一様流の保存を保つため Geometric Conservation Law (GCL) を満たす必要がある。GCL は以下の式で表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V dv - \int_S U_g ds = 0 \quad (5)$$

式(5)はセル体積の変化はセル境界面の移動による変化に等しくなければいけないという条件を表わしている。GCL を考慮するため、式(1)は以下の様に変形して離散化を行った。

$$\int_V \frac{\partial Q}{\partial t} dv + \int_S Q \cdot U_g ds + \int_S \left[F(Q) - \frac{1}{Re} F_v(Q) \right] ds = 0 \quad (6)$$

3. 3. 計算格子

本解析で用いた計算格子を図 2、3 に示す。プロペラ表面における接線方向のセルサイズは最大翼弦長の 1/90 としている。法線方向の第一層セルサイズは乱流モデル有りの場合は $y^+ = 1$ 以下、乱流モデル無しの計算の場合は層流境界層の 1/50 以下のサイズとしている。外部空間領域は各方向に直径の 50 倍の大きさを取っており総セル数は約 1650 万セルである。また図 3 に示すように、後流をより正確に計算するため、プロペラ後部の格子密度を高めている。

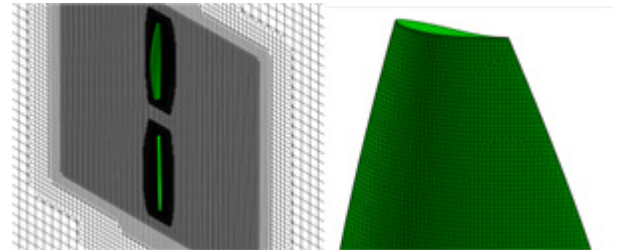


図 2 計算格子

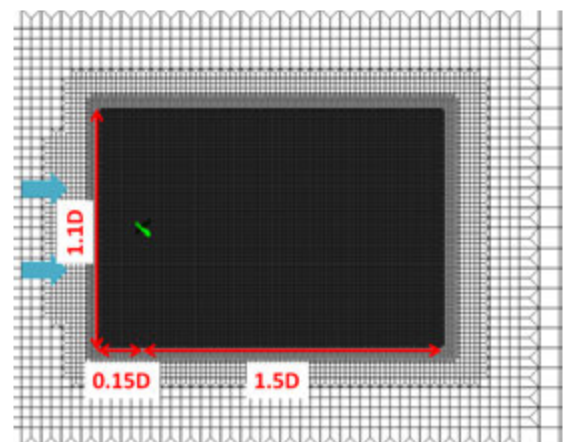


図 3 計算格子 (プロペラの後部領域)

4. Adkins-Liebeck の理論との比較による計算手法の検証

本研究では低 Re 数プロペラを計算するうえで妥当な計算手法を検証するため、以下に示す 3 種の手法を用いてプロペラの CFD 解析を行い、その結果の比較を行った。

1. 定常計算・乱流モデル有り
2. 定常計算・乱流モデル無し
3. 非定常計算・乱流モデル無し

本研究では低 Re 数の流れを扱うため、計算における乱流の扱いが重要となる。プロペラ上で層流から乱流の遷移が起きると考えられるが、プロペラの場合、その遷移位置を正確に扱うのは容易ではない。よって、まず遷移は考慮せず、乱流モデルの有無（全面乱流・乱流モデル無し）による解析結果の検討を行った。また、時間積分法の違いによる結果の変化を検証した。本解析では、時間積分法に LU-SGS 法をもちいているが、定常計算（Local time stepping, Courant number = 100）と非定常計算（Dual time stepping, inner iteration = 5）の異なる扱いで結果の比較を行った。非定常計算における時間刻み幅はプロペラ一回転毎に 500step としている。

以上、3 種の解析結果を Adkins-Liebeck の理論により得られる理論値と比較し検証を行う。Adkins-Liebeck の理論は、本解析と同様の Re 数で設計されたプロペラで風洞試験結果と非常に良好な一致を示しており、信頼性が高い⁸。

表 3 推力・トルクによる Adkins-Liebeck の理論との比較

	推力 T [N]	トルク Q [N·m]
定常 乱流モデル有り	123	131
定常 乱流モデル無し	63	81
非定常 乱流モデル無し	137	144
Adkins Liebeck	136	144

表 3 に推力 T 、トルク Q における解析結果の比較を示す。計算条件は設計点（表 1）としている。表 3 では「非定常計算・乱流モデル無し」による解析結果が最も Adkins-Liebeck による理論値と一致している。一方で「定常計算・乱流モデル無し」の結果は、理論値と非常に大きな差が生じており、推力、トルクともに理論値を大きく下回る結果となった。また乱流モデルを用いた計算も同様に理論値より小さな推力、トルクの結果となっている。図 4 に、これら 3 種の解析で得られたプロペラ表面の圧力係数 C_p 分布を示す。3 種の計算の中で特に「定常計算・乱流モデル無し」の計算に大きな違いが見られ、表面の圧力の乱れが顕著となっているが、これはプロペラ表面での剥離の影響である。図 5 のプロペラ断面でのマッハ数分布及び、表面付近の速度ベクトルを見ても「定常計算・乱流モデル無し」の解析では流れが大きく剥離してしまっていることが分かる。計算条件はプロペラの設計点であり、実際にここまで大きな剥離が起きるとは考えにくい。また、Adkins-Liebeck の理論値と大きな差がみられことから「定常計算・乱流モデル無し」を本解析に用いることは妥当ではない。

図 6、7 に推力・トルクの翼幅方向の分布の比較を示す。縦軸はそれぞれ、単位幅あたりの推力 [N]・トルク [N·m] である。翼幅方向の分布の比較においても「非定常計算・乱流モデル無し」の結果が、Adkins-Liebeck の理論と最も良い一致を示している。一方、「定常計算・乱流モデル有り」の結果は、Adkins-Liebeck の理論に近い分布の形状を示しているが、全体的に推力・トルク共に小さい値となっている。また、本論文には結果を示していないが「非定常計算・乱流モデル有り」の計算は「定常計算・乱流モデル有り」とほぼ同一の結果を示している。

以上の様に、設計点における流れ場では「非定常計算・乱流モデル無し」が一番妥当と思われる結果を示した。次に設計点以外の流れ場で「非定常計算・乱流モデル無し」の解析がどのような結果を示すのか、前節と同様に Adkins-Liebeck の理論との比較から検証を行う。図 8・9 に推力・トルク係数と前進率の関係を示す。推力係数 C_T 、トルク係数 C_Q と前進率 J は以下の式で定義される。

$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (7)$$

$$C_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (8)$$

$$J = \frac{V}{nD} \quad (9)$$

ここで ρ は密度、 D はプロペラの直径である。計算における前進率 J はプロペラの回転数を変えることで変化させている。比較結果では設計点 ($J = 1.647$) 付近での結果は CFD と Adkins-Liebeck の理論はお互いに良く一致している。しかし、設計点から外れた条件では、2 つの結果に不一致が見られる。図 10 に「非定常計算・乱流モデル無し」における各前進率でのプロペラ表面の C_p 分布を示している。 C_p 分布を見ると、設計点 ($J = 1.647$) の流れに比べて、 $J = 1.317, 2.196$ の流れはプロペラ表面で強く乱れていることが分かる。これらの流れ場では、設計点に比べて各断面に入射する流れの角度が正、または負の方向に大きくなり剥離が引き起こされるため、CFD の信頼性が低下せざるを得ない。今後、より信頼性の高いプロペラの CFD 解析を行うため、このような剥離を含む流れ場でもある程度の精度を保つことのできる計算手法の検証が必要である。

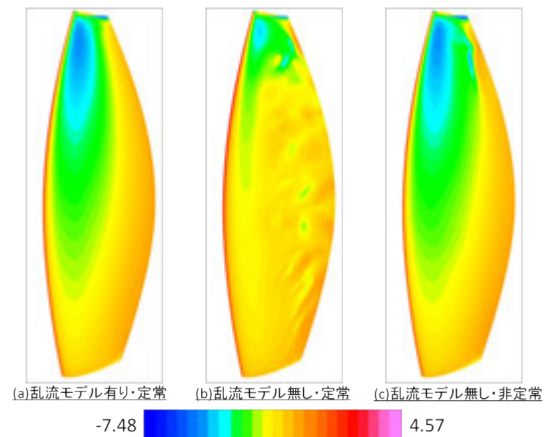


図 4 プロペラ表面の C_p 分布

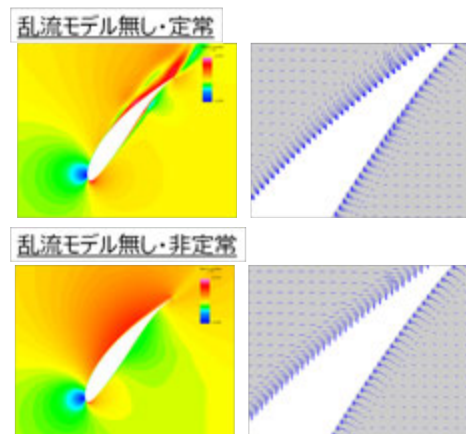


図 5 プロペラ断面のマッハ数分布、及び速度ベクトル

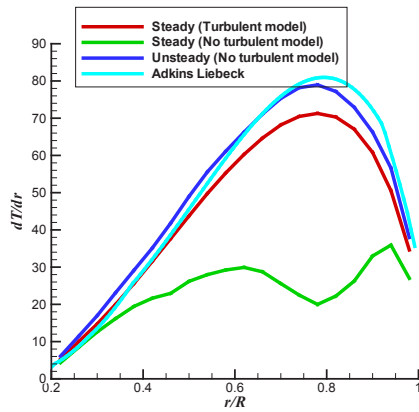


図6 推力の翼幅方向分布

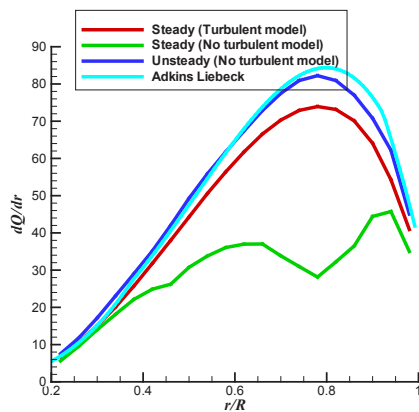


図7 トルクの翼幅方向分布

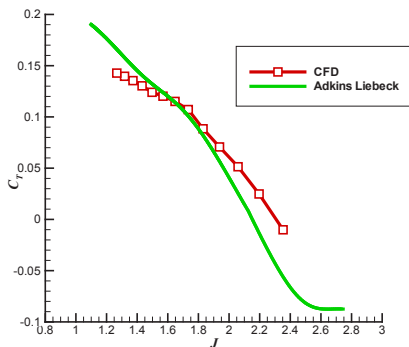


図8 前進率と推力係数の関係

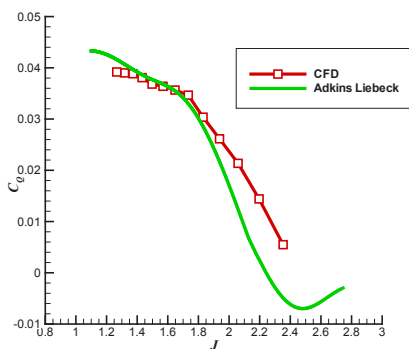


図9 前進率とトルク係数の関係

5. アクチュエーターディスクモデルの作成

CFD で得られた解析結果からアクチュエーターディスクモデルを作成した。モデル化の手法としては、環状運動量理論¹⁴を参考に、推力の影響を圧力上昇、またトルクの影響を回転角方向の運動量の上昇として与える。具体的には式(10)-(12)、図11の様になる。

$$\Delta p = \frac{dT}{2\pi r \cdot dr} \tag{10}$$

$$r\omega = \frac{dQ}{r \cdot 2\pi r \cdot dr \cdot \rho U_n} \tag{11}$$

$$F_L = f \begin{pmatrix} \rho \\ u \\ v \\ w \\ p \end{pmatrix}, F_R = f \begin{pmatrix} \rho \\ u \\ v + (r\omega)_y \\ w + (r\omega)_z \\ p + \Delta p \end{pmatrix} \tag{12}$$

式(10)、(11)より推力とトルクから計算された圧力・回転角方向の速度上昇をプロペラが存在するセル表面での非粘性流束 F_R の計算に加える。ここで dT 、 dQ における半径方向の分布の与え方が重要となる。一般に運動量理論を基に作られるアクチュエーターディスクモデルは、翼素理論を基にしたモデルに比べて簡易に用いることができる反面、力の分布の与え方によっては精度が低下せざるを得なかった。過去のモデルでは、プロペラ面全体に一定、または線形の分布とする手法などが用いられているが⁶、本研究では、CFD 結果から得られた推力・トルク分布を直接モデルの計算に与えることで、より高精度なモデル化を行う。

アクチュエーターディスクモデルの計算に用いた計算格子を図12に示す。総セル数は約300万セルである。CFDの計算手法は表2と同一であるが、時間積分は定常計算として扱い、乱流モデルはSSTモデルを用いている。また推力・トルク分布は前節の「非定常計算・乱流モデル無し」で得られた分布をモデルに用いている。

図13にマッハ数・ C_p 分布を、図14に、プロペラ後流の速度を前節で計算されたプロペラの直接計算（プロペラ回転面での周平均）と比較したものを示す。図14における後流分布の変化は、直接計算とモデル計算の間で同様の傾向を得ることができたものの、完全に一致しているとは言い難い。本モデルの誤差要因として、まず翼端渦の影響をモデル化できていないことが挙げられる。図14における後流分布において、特に翼端と翼根付近での分布の違いが顕著であり、これは翼端、翼根における渦の発生を適切にモデル化できていないことが原因と考えられる。また本解析では乱流モデルとしてSSTモデルを特に修正無しで用いているが、プロペラ通過後の乱流の挙動を適切にモデル化し、乱流モデルにその影響を加える必要がある。今後は翼端渦、乱流粘性のプロペラ通過後の変化を検証し、その影響をモデルに含めていきたい。

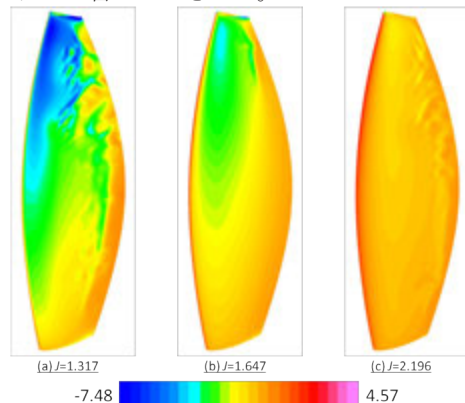


図10 前進率の違いによる表面Cp分布の変化

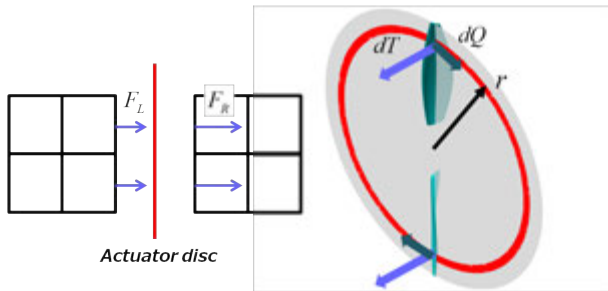


図 1.1 アクチュエーターディスク

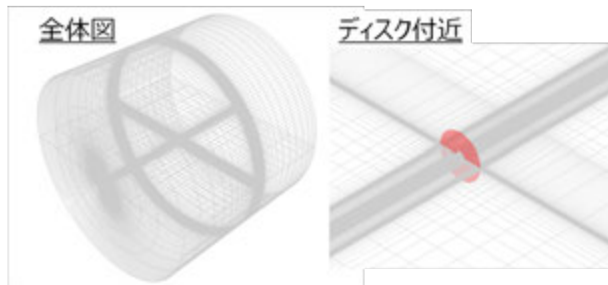


図 1.2 計算格子 (アクチュエーターディスク)

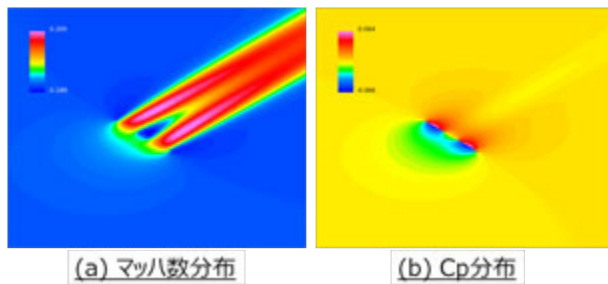


図 1.3 計算結果 (アクチュエーターディスク)

6. 結論

アクチュエーターディスクモデルの開発を目指して、CFD によるプロペラの数値解析を行った。また CFD によって得られた推力・トルク分布を用いてアクチュエーターディスクモデルを作成した。結果をまとめると以下のようになる。

- ・低 Re 数プロペラの CFD 解析では、乱流モデル、時間積分の扱い方が結果に大きな影響を及ぼす。本解析では乱流モデルを用いず、時間積分を非定常計算として得られた結果が、Adkins-Liebeck による理論値と良い一致を示した。
- ・CFD の結果から得られた分布を用いてアクチュエーターディスクのモデル化を行った。後流分布の変化をプロペラの直接計算とモデル計算で比較したところ、傾向は一致していたものの、翼端渦の影響と乱流のプロペラ通過後の変化を適切にモデル化していないために誤差が生じた。

参考文献

- 1) John B. Brandt, Michael S. Selig: Propeller Performance Data at Low Reynolds Numbers, AIAA Paper 2011-1255.
- 2) Monal P. Merchant, L. Scott Miller: Propeller Performance Measurement for Low Reynolds Number UAV Applications, AIAA Paper 2006-1127.
- 3) Michael O.L., Cale Zeune, Mike Logan: Analytical/Experimental Comparison for Small Electric Unmanned Air Vehicle Propellers, AIAA Paper 2008-7345.
- 4) Arne W. Stuermer: Unsteady CFD Simulations of Propeller Installation Effects, AIAA Paper 2006-4969

- 5) Frederic Le Chuiton: Actuator disc modelling for helicopter rotors, Aerospace Science and Technology, Vol. 8, No. 4, 285-297, 2004.
- 6) David M. O'Brien, Marilyn J. Smith: Analysis of Rotor-Fuselage Interactions Using Various Rotor Models, AIAA Paper 2005-468.
- 7) Ian Fejtek, Leonard Roberts: Navier-Stokes Computation of Wing/Rotor Interaction for a Tilt Rotor in Hover, AIAA Journal, Vol. 30, No.11, 2595-2603, 1992.
- 8) 高沢金吾, 外立政隆, 野中修: 低レイノルズ数域のプロペラ風洞試験, NAL TR-1071, 1990
- 9) C.N. Adkins, R.H. Liebeck: Design of Optimum Propellers, AIAA Paper 83-0190
- 10) 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史, 菱田学, 大野真司, 坂下雅秀, ラファールパウルス, 佐藤幸男: 高速流体ソルバ FaSTAR の開発, 第 42 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 1C9, 2010
- 11) 橋本敦, 村上桂一, 菱田学, パウルスラファール: HexaGrid/FaSTAR を用いたデジタル風洞の開発, 第 43 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 2A10, 2011
- 12) 菱田学, 橋本敦, 村上桂一, 青山剛史: 非構造高速流体ソルバ FaSTAR における勾配制限関数, 第 42 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, 1C10, 2010
- 13) Menter F.R., Kunts M., Langtry R: Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model, Turbulence Heat and Mass Transfer 4, 625-632, 2003
- 14) 東昭: 航空工学 (I), 裳華房, 1989

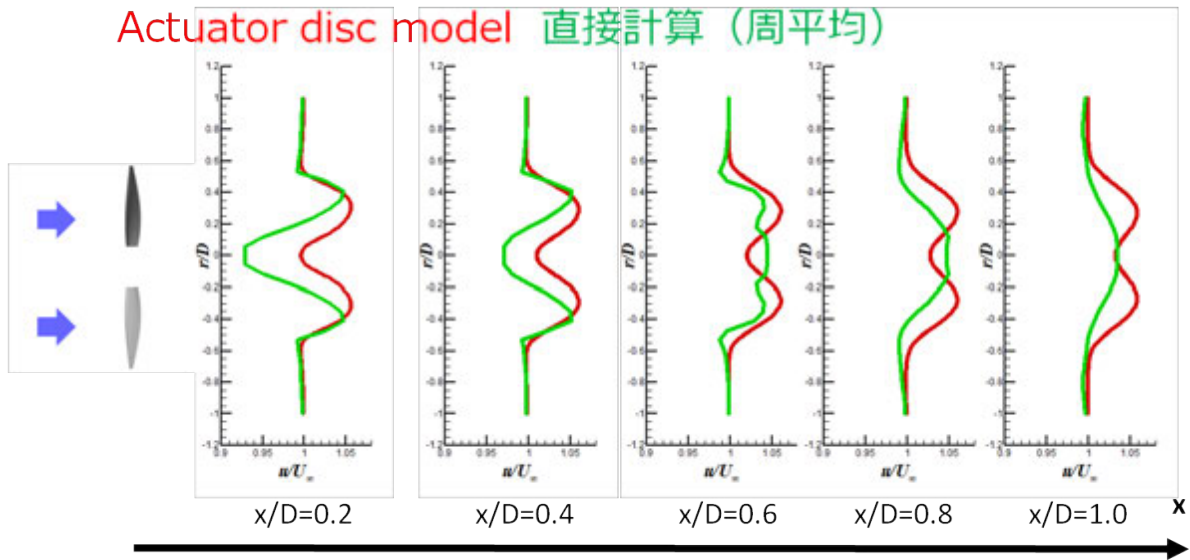


図 1.4 直接計算とモデル計算による後流分布の比較