

# 超臨界圧噴流における極低温を含む噴射温度と圧力の影響

寺島洋史, 越光男 (東大)

## Effect of injection temperatures and pressures on supercritical jet characteristics

Hiroshi Terashima and Mitsuo Koshi (Univ. of Tokyo)

### ABSTRACT

Two-dimensional planar nitrogen jets under supercritical pressures are simulated in order to clarify its unique characteristics. The present study covers two supercritical pressures of 4 MPa and 8 MPa and three jet temperatures between a cryogenic jet of about 80 K and a warmer jet of 133 K. A unique characteristic is found in both the mean temperature and the temperature fluctuation distributions only in case of a near-critical pressure of 4 MPa and a cryogenic jet of 80 K. The specific heat distributions clearly explain the generation of the unique temperature distributions, i.e., slower increase of jet temperature and relatively weak fluctuation of temperature in the downstream region. The other conditions, including a low-temperature jet of 126 K, show no major differences.

### 1. Introduction

液体ロケットエンジン噴射器では、超臨界圧の下、極低温の酸化剤が噴出され、燃料との混合、燃焼現象が生じる [1]。混合現象に焦点を当てると、この流れ場では、1) 実在流体効果、2) 乱流混合、そして 3) 気液界面のような大きな密度/温度勾配の存在 (熱力学的に異なる流体界面)、という 3 つの特徴が挙げられる。実在流体効果は、流体条件に適した状態方程式や輸送係数の適用によってモデル化される。一方で、乱流混合を解像するため、高次精度、高解像度スキームの適用が望まれるが、大きな密度勾配が噴流界面に存在するため、その適用は容易ではない。

我々は、超臨界圧流体に対して、局所人工粘性の適用により高解像度手法を開発してきたが [2, 3]、臨界温度を下回る極低温噴流の解析では、数値不安定性 (圧力振動や密度の over/undershoots) に悩まされる結果となっていた。

この問題を解決するため、熱力学的に異なる流体界面に対して、界面平衡を考慮した数値モデルと数値粘性項を提案した [4, 5, 6]。本手法を適用することにより、上記したような数値的に厳しい流体条件に対しても、高精度スキームの堅牢な適用が可能である。

本研究では、以前の解析手法では難しかった 100 K 以下の条件 (高密度比) を含め、幅広い噴射温度や圧力を用いて解析することにより、超臨界圧噴流の特徴を明確にすることを目的とする。これまで、超臨界圧噴流の解析は多数行われてきているが [7, 8]、臨界温度以下の非常に低い噴射温度 (70 ~ 80 K) を対象とした解析は少ない。

### 2. Numerical method

本研究で用いる数値モデルの特徴は、通常の圧縮性流れ支配方程式において、全エネルギー保存方程式ではなく、

圧力発展方程式を用いることである。これにより、非常に堅牢な解析が可能となる。界面において、圧力と速度平衡を維持することができる数値粘性項を含めて、以下の支配方程式を使用する。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = \nabla \cdot (\rho_p \nabla \rho), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u + p \delta - \tau) \\ = \nabla \cdot (\rho_p (u \otimes g) \nabla \rho), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + u \cdot \nabla p \\ = -\rho c^2 \nabla \cdot u + \frac{\alpha_p}{c_v \beta_T} \left( \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\tau \cdot u - q) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\rho$  は密度、 $u$  は速度ベクトル、 $p$  は圧力、 $c$  は音速、 $\tau$  は粘性応力ベクトル、 $q$  は熱流束ベクトル、そして  $\delta$  は単位テンソルである。 $c_v$  は定積比熱、 $\alpha_p$  は膨張係数、そして  $\beta_T$  は圧縮率である。 $g = (1 \ 1 \ 1)$  は、列ベクトルである。状態方程式として、Soave-Redlich-Kwong (SRK) 方程式 [9] を用いる。粘性係数には Zeberg-Mikkelsen らの model [10]、熱伝導係数には Vasserman and Nedostup model [11] を用いた。

式 (1) と (2) に加えられた数値粘性項の係数  $\rho_p$  は、局所人工粘性 [12, 13] の考えを参考にして、次のようにモデル化される。

$$\rho_p = C_\rho \frac{c}{\rho} \left| \sum_{l=1}^{n_d} \frac{\partial^r \rho}{\partial x_l^r} \Delta_l^{r+1} \right|, \quad (4)$$

ここで、 $n_d$  は次元数、添え字  $l (= 1, 2, 3)$  は各格子方向を表わしている。 $\Delta_l$  は格子幅である。 $r = 4$  とし、陽的な 4

次精度中心差分により微分項を評価した。上付きバーは近似 Gaussian filter の適用を意味する。無次元係数  $C_\rho$  は、本手法の唯一の任意パラメーターで、これまでの解析 [5, 6] により  $C_\rho = 0.02$  を用いる。当然ではあるが、式 (4) 以外のモデル化も可能である。

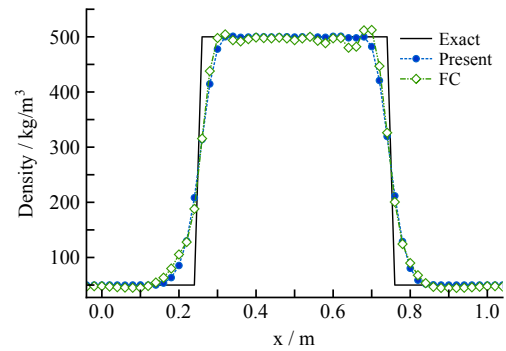
本手法では、質量保存式 (1) に加えた数値粘性項が、界面捕獲として働き、運動量保存式 (2) に加えた数値粘性項は、界面において速度平衡を保つために加えられる [4, 5, 6]。式 (3) の圧力発展方程式を用いることで、どのような状態方程式に対しても、界面圧力平衡を容易に満たすことが可能である。また、圧力方程式には数値粘性は加えない。界面において、圧力・速度平衡を満たすように数値モデリングすることが、気液界面のような大きな密度比を有する超臨界圧極低温シミュレーションの鍵となることを明記する。詳しい定式化や本手法の欠点である全エネルギー保存に関する評価などは、[5, 6] を、多成分への拡張は、[6] を参照いただきたい。

図 1 に、本手法 (Present) と通常用いられる保存系方程式を用いた手法 (FC) の比較例を示す (FC では、式 (3) の代わりにエネルギー保存式を用いる)。接触不連続面移流の問題で、窒素、5 MPa の超臨界圧、速度 50 m/s、密度が  $500 \text{ kg/m}^3$  for  $0.25 \leq x \leq 0.75 \text{ m}$ ,  $50 \text{ kg/m}^3$  for otherwise という条件である。保存系手法 (FC) では、圧力 (速度) 平衡が維持されず、大きな虚偽振動が発生する。また、密度分布には、僅かではあるが数値振動が発生する。一方、本手法 (Present) では、圧力 (速度) 平衡は維持され、密度分布においても、保存系で見られるような小さな振動すら発生しないことがわかる。式 (4) で導入された数値粘性項が、効果的に界面捕獲として働いていることを示すものである。また、保存系手法では、仮に  $C_\rho$  を大きくしても (数値粘性を強くしても)、図 1 に見られる密度や圧力振動は抑えられず、却って大きくなる傾向がある [5, 6]。この保存系手法の性質は、熱力学的に厳しい流れ条件において、高次精度スキームの堅牢な適用を難しくしている。例えば、 $0.25 \leq x \leq 0.75 \text{ m}$  の密度を  $800 \text{ kg/m}^3$  に変えた場合、 $C_\rho$  を大きくしても、保存系手法では計算できない。

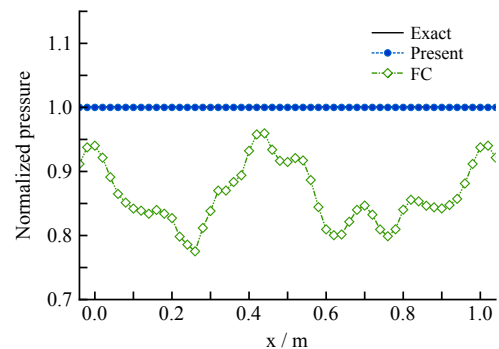
### 3. Results and Discussions

#### Computational conditions

2次元平面噴流を計算対象とし、図 2 に概略図を示す。上下は滑り壁、出口は圧力固定、その他は外挿とした。入口



(a) Density



(b) Normalized pressure

Figure 1: Profiles of the advection of a contact discontinuity.

の噴流はエラー関数で  $y$  方向に滑らかな分布を与えた。計算領域は、噴流高さを  $H = 1.0 \text{ mm}$  として、 $400H \times 100H$  である。格子点数は、 $574 \times 481$  である。格子収束性を調べた事前解析により、この格子点数で、噴流の平均量や変動量 (例えば、中心軸上の密度や温度分布) が、収束していることを確認している。最小格子幅は、 $x$  方向に  $0.04H$  (入口部)、 $y$  方向に  $0.01H$  (噴流せん断部) である。

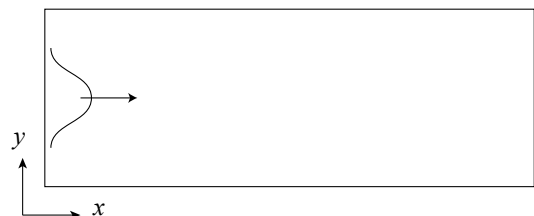


Figure 2: Schematic of a two-dimensional jet problem.

Table 1 に、圧力が 4 MPa の計算条件をまとめる。いずれの条件においても、chamber の密度が  $50 \text{ kg/m}^3$ 、温度が 271.13 K である。速度は、噴流運動量  $J = \rho u u$  が同

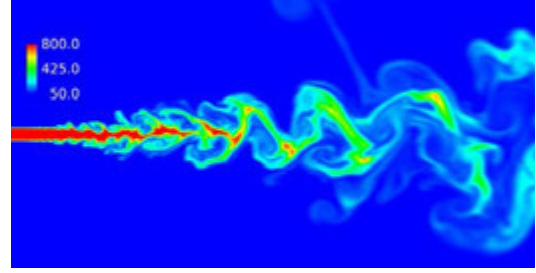
じになるように設定した. Table 2 には, 8 MPa のケースについての条件を示す. 温度が 4 MPa のケースと異なることに注意いただきたい. 例えば, chamber の密度は  $50 \text{ kg/m}^3$  と同じに設定しているが, 温度は 518 K と大きく異なる. 平均量や変動量は, 約 10 ms のデータで評価した.

Table 1: Conditions for 4 MPa case.

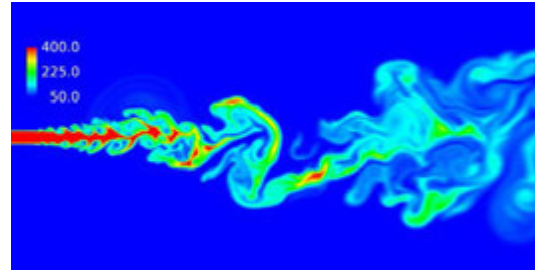
$\rho_{jet} \text{ kg/m}^3$	$u_{jet} \text{ m/s}$	$T_{jet} \text{ K}$	$Re \times 10^5$
800	20	82.1	1.2
400	$20\sqrt{2}$	126.9	3.6
200	40	132.9	4.5

Table 2: Conditions for 8 MPa case.

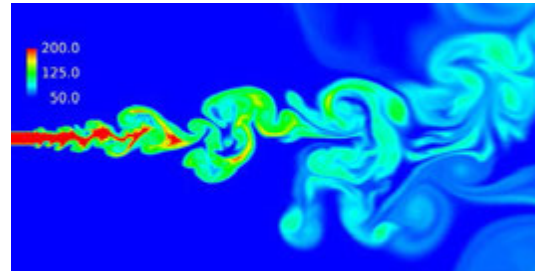
$\rho_{jet} \text{ kg/m}^3$	$u_{jet} \text{ m/s}$	$T_{jet} \text{ K}$	$Re \times 10^5$
800	20	85.0	1.2
400	$20\sqrt{2}$	141.2	3.3
200	40	174.6	1.8



(a)  $\rho_{jet} = 800 \text{ kg/m}^3$



(b)  $\rho_{jet} = 400 \text{ kg/m}^3$



(c)  $\rho_{jet} = 200 \text{ kg/m}^3$

### Flow structures

図 3 に, 圧力 4 MPa での各噴射条件における瞬間密度分布を示す. 噴流せん断層における不安定性の発生, 下流域で噴流そのものが蛇行し, 周囲流体を巻き込むことで混合が進む様子は, どれもほぼ同じである. 噴流運動量はどの条件でも同じであるが, 噴流密度が大きい場合, 噴流コアがより下流まで進む傾向がある (噴流幅は狭まる). 圧力 8 MPa でも, 流れ構造に大きな違いはない.

### 4 MPa case

まず, 平均の無次元密度と温度を定義する:

$$\rho^* = \frac{\bar{\rho} - \rho_\infty}{\rho_{jet} - \rho_\infty}, \quad (5)$$

$$T^* = \frac{\bar{T} - T_\infty}{T_{jet} - T_\infty}, \quad (6)$$

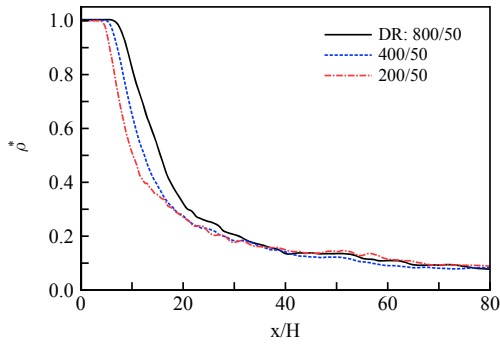
ここで, 添字  $\infty$  が chamber を, バーは平均値を意味する.

図 4 に, 噴流中心軸上の平均密度と温度分布を示す. 噴流運動量は一定であるが, 大きな噴流密度のほうが, 長いポテンシャルコアを形成している. しかし, この傾向を除くと, 密度分布には, 条件による違いはほとんど見られな

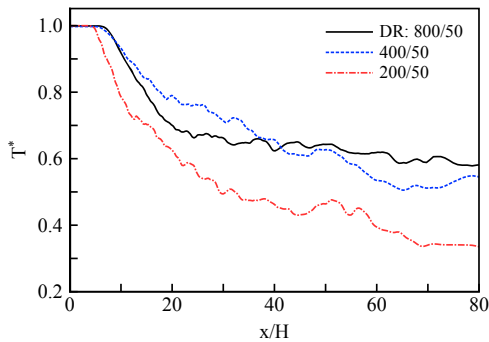
Figure 3: Instantaneous density distributions.  $0 \leq x/H \leq 40$ .

い. 一方で, 温度分布には明確な特徴が現れる. 噴流密度が  $400 \text{ kg/m}^3$  と  $200 \text{ kg/m}^3$  では, 無次元温度が単調に減少していくが,  $800 \text{ kg/m}^3$  は, 下流域で温度があまり変化しない平坦な分布を持つことがわかる. また,  $800 \text{ kg/m}^3$  と  $400 \text{ kg/m}^3$  のケースを比較すると,  $x/H = 40$  くらいを境界として, 上流と下流でそれぞれの温度変化の傾向が変わっている.

この極低温噴流 (80 K) での特異な分布は, 定圧比熱との関わり合いから説明が可能である. 図 5 に平均定圧比熱の中心軸上分布を示す. 超臨界圧窒素の場合, 臨界圧 (3.4 MPa) 近傍かつ疑臨界温度 (128 K) 付近で, 定圧比熱が極大値を持つという特徴がある (図 6). このため, 噴流温度が臨界温度近傍の  $400 \text{ kg/m}^3$  のケース (126.9 K) では, 噴射直後を含め, 上流側で大きな定圧比熱値を示す. しかし, 周囲流体との混合により, 下流域に行くにつれ, 急速にその値は小さくなる. 一方で,  $800 \text{ kg/m}^3$  のケー



(a) Normalized density



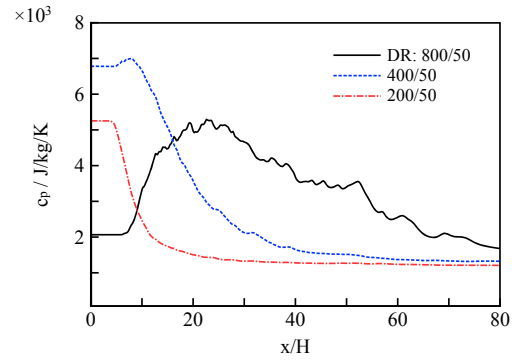
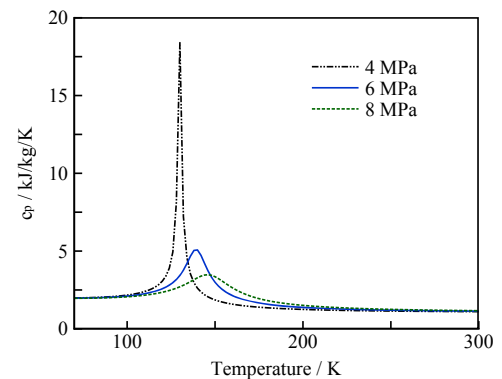
(b) Normalized temperature

Figure 4: Mean profiles on the centerline.

スでは、噴射直後の噴流定圧比熱は小さいが、周囲流体の混合を通じて徐々に疑臨界温度に近づき、他の 400, 200  $\text{kg/m}^3$  のケースとは異なり、下流域全般に渡って、比較的大きな値を維持していることがわかる。これが、図 4 に示した温度の平坦分布と強い関わり合いを持つ。すなわち、800  $\text{kg/m}^3$  の極低温噴流のケースでは、噴流と周囲流体との混合の結果、定圧比熱の大きい流体が下流広範囲に分布していることから、温度が停滞する平坦な分布が現れる。

平均定圧比熱空間分布を図 7 に示す。コンター幅は条件間で統一していることに注意いただきたい。400  $\text{kg/m}^3$  のケースは、噴射直後に大きな定圧比熱値を持ち、下流域にいくにつれ減少していくことがわかる。一方で、800  $\text{kg/m}^3$  のケースは、噴射直後の定圧比熱値は小さいが、周囲流体との混合により、下流広範囲に渡り、比較的大きな値を持つ様子がわかる。他のケースに対し、特徴的な分布であり、温度分布と強く関係付けられる。

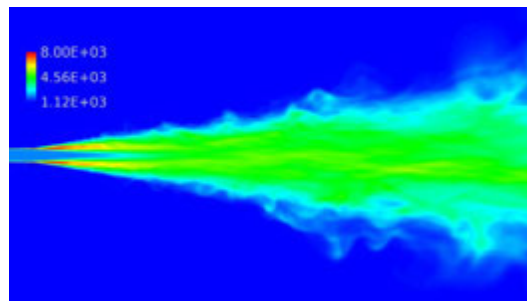
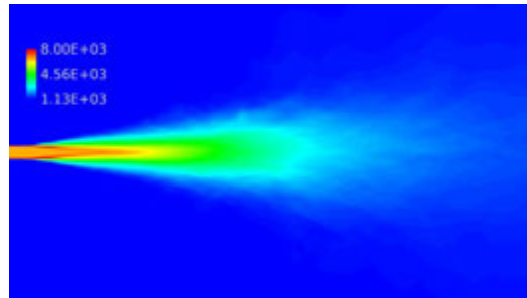
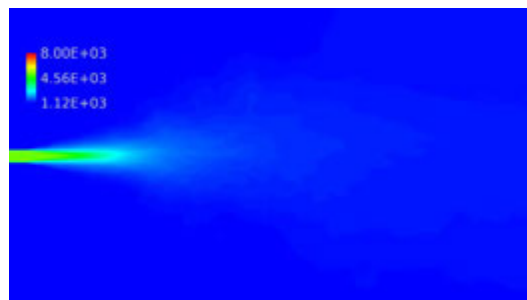
また、平坦になる温度は、定圧比熱極大となる疑臨界温度とは限らないことに注意したい。実際、今回の 800  $\text{kg/m}^3$  のケースでは、平坦部は 148 ~ 150 K の値となっている。これは、平均温度と密度から、平均定圧比熱値を

Figure 5: Mean  $c_p$  profile on the centerline.Figure 6: Variation of  $c_p$  as a function of temperature.

算出できない ( $\bar{c}_p \neq f(\bar{T}, \bar{\rho})$ ) ことから明確で、温度分布は流れの非定常性に影響を受けると予想できる。但し、仮に、 $\bar{c}_p = f(\bar{T}, \bar{\rho})$  が成り立つような流れであれば、定圧比熱極大となる疑臨界温度で温度が停滞する分布になる可能性はある。

### 8 MPa case

図 8 に 8MPa のケースにおける中心軸上の平均密度、温度を、そして図 9 に定圧比熱分布を示す (定圧比熱の縦軸は 4 MPa のケースと同じレンジとしている)。4 MPa のケースとは対照的に、8 MPa では、極低温噴流である 800  $\text{kg/m}^3$  のケースにおいても温度の停滞部は見られず、無次元温度の傾向はいずれの条件でも単調に減少する分布となる。これは、図 6 からわかるように、8 MPa のケースでは、定圧比熱に大きなピークがないため、実際に、図 9 の中心軸上分布でも値が小さいことがわかる。8 MPa のケースにおいては、極低温噴流の場合でも、明確な特徴は確認できない。

(a)  $\rho_{jet} = 800 \text{ kg/m}^3$ (b)  $\rho_{jet} = 400 \text{ kg/m}^3$ (c)  $\rho_{jet} = 200 \text{ kg/m}^3$ Figure 7: Mean  $c_p$  distributions.  $0 \leq x/H \leq 40$ .

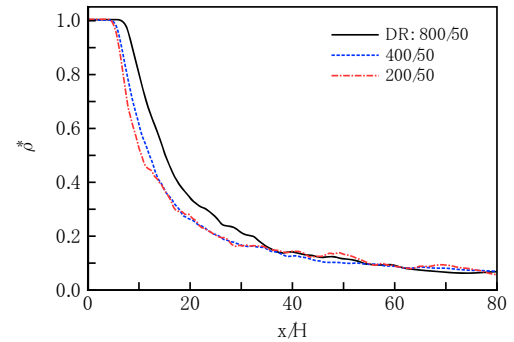
### Fluctuation characteristics

中心軸上の温度を以下のように定義して [8], その変動量で議論する.

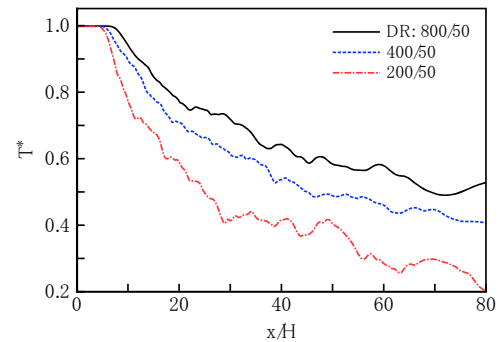
$$T^+ = \frac{T - T_\infty}{\bar{T}_c - T_\infty}, \quad (7)$$

ここで,  $T$  は瞬間値,  $\bar{T}_c$  は中心軸上温度の平均値である. 式 (6) の無次元温度の定義とは若干異なることに注意いただきたい.

図 10 に中心軸上の温度変動量の分布を示す. 4 MPa,  $800 \text{ kg/m}^3$  のケースでは, 特に下流域において, 比較の変動量が小さく, 図 4 に示した平均量分布と同様にやや平坦な分布になっている (分布が滑らかではないため, もう少しサンプル量を多くする必要があるかもしれない). この結果には一貫性があり, 定圧比熱が大きい流体が多く存在するため, 温度変動が小さくなり, また平均温度も停滞す



(a) Normalized density



(b) Normalized temperature

Figure 8: Mean profiles on the centerline in case of 8 MPa.

ると解釈できる. 8 MPa のケースでは, 変動量の大きさに違いはあるものの, その分布の傾向は, 条件間でほぼ同じである. 密度の変動量に関しては, 条件間の違いはほとんど見られていない.

### 4. Conclusions

これまで解析例が少ない極低温 ( $\approx 80 \text{ K}$ ) を含む広範囲の条件を用いて, 2次元平面超臨界圧窒素噴流の解析を行った. 平均量と変動量から, 窒素噴流の場合, 臨界圧近傍 (4 MPa) かつ極低温 (80 K) のケースで, 温度分布が特徴的になることを明らかにした. その理由を, 定圧比熱分布との関係から説明した. すなわち, 極低温噴流の場合, 下流域で温度が停滞する分布が見られ, これは定圧比熱分布と強く関係付けられる. 今回の解析では, 噴流の定圧比熱が非常に大きい 126 K の低温噴流は, 上流でやや特徴的な分布を示すものの, 下流域では周囲流体と混合するため, 他の条件との差異はあまり見られなかった. 臨界圧近傍かつ擬臨界温度よりかなり低い温度で噴射した場合にのみ, 超臨界圧噴流の特徴が温度分布に現れる.

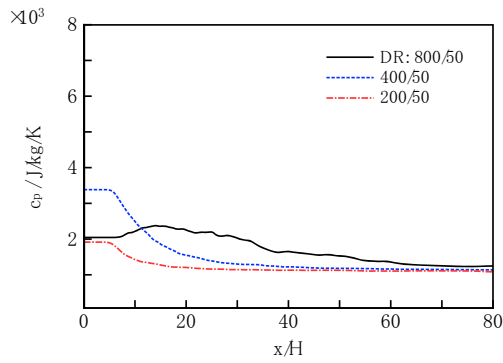
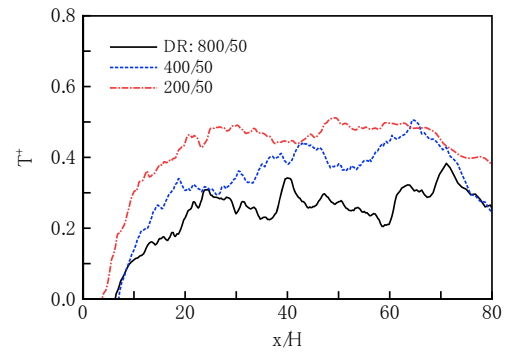


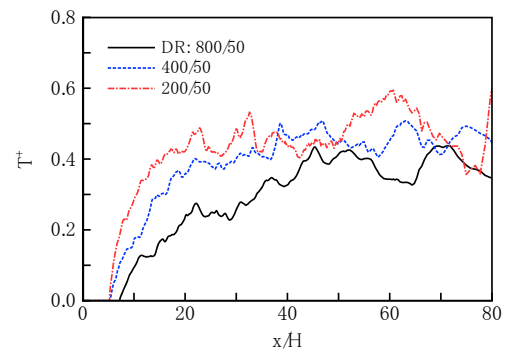
Figure 9: Mean  $c_p$  profile on the centerline for 8 MPa.

#### 参考文献

- [1] V. Yang, M. Habiballah, J. Hulka, M. Popp, Liquid rocket thrust chambers: aspects of modeling, analysis, and design (Progress in Astronautics and Aeronautics, 200), American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2004.
- [2] H. Terashima, S. Kawai, N. Yamanishi, High-resolution numerical method for supercritical flows with large density variations, AIAA journal 49 (12) (2011) 2658-2672.
- [3] H. Terashima, S. Kawai, N. Yamanishi, Investigations of trans/supercritical jet mixing using a high-resolution numerical method, in: AIAA paper 2011-3957, 2011.
- [4] 寺島洋史, 河合宗司, 越光男, コンパクト差分法を用いた圧縮性多成分流れの界面圧力/速度/温度平衡スキーム, ながれ 31 (2012) 131-139.
- [5] H. Terashima, M. Koshi, Strategy for simulating supercritical cryogenic jets using a high-order central differencing schemes, in: Proceedings of the International Workshop on Future of CFD and Aerospace Sciences, 2012.
- [6] H. Terashima, M. Koshi, Approach for simulating gas-liquid-like flows under supercritical pressures using a high-order central differencing scheme, Journal of Computational Physics 231 (20) (2012) 6907-6923.
- [7] N. Zong, H. Meng, S. Hsieh, V. Yang, A numerical study of cryogenic fluid injection and mixing under supercritical conditions, Physics of Fluids 16 (2004) 4248-4261.
- [8] T. Schmitt, L. Selle, A. Ruiz, B. Cuenot, Large-Eddy Simulation of Supercritical-Pressure Round Jets, AIAA Journal 48 (9) (2010) 2133-2144.
- [9] G. Soave, Equilibrium constants from a modified redlich-kwong equation of state, Chemical Engineering Science 27 (6) (1972) 1197-1203.



(a) 4 MPa



(b) 8 MPa

Figure 10: Temperature fluctuation profiles on the centerline.

- [10] C. Zeberg-Mikkelsen, S. Quinones-Cisneros, E. Stenby, Viscosity modeling of light gases at supercritical conditions using the friction theory, Ind. Eng. Chem. Res 40 (17) (2001) 3848-3854.
- [11] A. Vasserman, V. Nedostup, An equation for calculation of the thermal conductivity of gases and liquids, Journal of Engineering Physics and Thermophysics 20 (1) (1971) 89-92.
- [12] A. Cook, Artificial fluid properties for large-eddy simulation of compressible turbulent mixing, Physics of fluids 19 (2007) 055103.
- [13] S. Kawai, S. Lele, Localized artificial diffusivity scheme for discontinuity capturing on curvilinear meshes, Journal of Computational Physics 227 (22) (2008) 9498-9526.