

# Kriging 法を用いた Multi-Fidelity 空力最適設計法の検討と 超音速機主翼設計への適用

高木秀寛(首都大・院), 牧野好和(APG/JAXA), 金崎雅博(首都大)

## Development of Multi-Fidelity Aerodynamic Design Optimization Using Kriging Method for Supersonic Wing

Hidehiro Takagi (TMU), Yoshikazu Makino (JAXA), Masahiro Kanazaki (TMU)

### ABSTRACT

Multidisciplinary design optimization (MDO) is a practical key technology for the design of a supersonic transport (SST). The computational cost of MDO including aerodynamic design, however, should be expensive with high-fidelity CFD simulations. Therefore, surrogate models, such as response surface method or Kriging method are promising techniques for efficient MDO. Nevertheless, the computational cost will be still expensive to conduct the MDO using a surrogate model in practical time period because a lot of CFD calculations are required for global search. In this study, a fusion of the database with a low-cost/ low-fidelity solver and a high-cost/ high-fidelity solver in the Kriging model is considered to develop a more efficient global exploration method. A test problem with mathematical equation models and a practical aerodynamic design problem of a supersonic wing are carried out to investigate the efficiency of the proposed method. In the supersonic wing design, a linear panel method and a structured Euler CFD solver are employed as a low-fidelity and a high-fidelity solver, respectively. As a result, the total computational cost is drastically reduced with the multi-fidelity method while the same optimum solutions can be explored as those with a single-fidelity optimization.

### 1. はじめに

交通需要の形態の多様化に 대응するために航空輸送においても長距離フライトの時間短縮が課題の一つとして挙げられ、ソニックブーム等の問題を解決した上で超音速旅客機(Supersonic Transporter: SST)の実現に期待がかかる。民間の超音速旅客機の分野では、小型超音速旅客機や超音速ビジネスジェット(Supersonic Business Jet: SSBJ)の研究開発が世界的に行われている。Aerion 社の SSBJ や SAI の QSST の研究開発が代表的な事例である[1]。日本でも JAXA において、次世代超音速機技術の研究として低抵抗・低ソニックブーム機体設計技術確立を目的とした小型超音速実証機の開発・飛行実験計画が進められている[2]。

こうした設計開発においては、近年の計算機の性能向上により、数値シミュレーション(Computation Fluid Dynamics: CFD)を用いた設計が主流となってきているが、超音速機の設計では、空力性能の向上以外にソニックブームの低減を図る必要がある。多目的設計問題を解く必要がある。このような多目的設計問題には遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA)などを用いた最適設計技術が有望である。しかし、超音速機巡航状態の地

上におけるブーム強度を CFD に基づいて評価するためには機体下方の広い空間まで高解像度で衝撃波を解く必要があるため、計算コストが高く、SST の多目的設計を High-fidelity シミュレーションのみに基づいて行うことは実用的ではない。

設計コスト低減のために文献[3]では評価の Fidelity を上げていく提案手法の研究も行われている。本研究では、Low-fidelity 解析と High-fidelity 解析の相補的利用によって設計空間内の探索を行うことによる計算工数、計算コストの低減を目標とした手法の提案を行う。線形パネル法解析を用いた多量サンプルによる Kriging モデル[4]を補助モデルとして利用しながら、少量サンプルによる High-fidelity CFD 解析の設計探索の Kriging モデルとの差分評価を行うことで効率的な設計探索を行う融合的な手法を検討し、超音速機主翼の空力設計に適用して計算コストの低減を中心に最適設計効率について検討を行った。

### 2. 基盤とする設計探索法

#### 2.1 多目的遺伝的アルゴリズム(Multi-Objective Genetic Algorithm: MOGA)

GA は生物界における進化過程を模した計算ア

ルゴリズムで、多点同時探索により大域的な解を得られることが知られている。優れた個体を選択して、交叉や突然変異といった遺伝的操作を行うことにより、次の世代を形成し最適解を探索する探索的最適化法である。

## 2.2 Kriging モデル

Kriging モデルはサンプル点群の相関に基づく近似手法である。多峰性が予想される問題においても高い精度で近似解を得られることが知られている手法であり、航空宇宙分野での適用例も多い[4]。Kriging モデルによる任意の設計点  $x^i$  での近似解  $y(x_i)$  は(1)式で与えられる。

$$y(x^i) = \mu + \varepsilon(x^i) \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (1)$$

ここで、 $\mu$  はサンプル点群の目的関数評価値の平均値、 $\varepsilon$  は  $\mu$  からの偏差、 $N$  は設計変数の数である。

### 2.2.1 EI(Expected Improvement)値[4]

MOGA で非劣解探索を行う場合、計算量が多くなってしまふ。そこで、評価値を近似モデルで代用する方法が考えられるが、この方法ではサンプル点間で予測誤差がある部分で必ずしも実際の最適解となるとは限らない。そこで、本研究では Kriging 予測値の最適性と予測誤差の影響を同時に評価する EI(Expected Improvement)値を用いる。EI 値は次の(2)、(3)式で表され、両式とも最大化を行う事で目的関数の最適値近傍で誤差が残るところを中心に探索することが出来る[4, 5]。目的関数の最大化を図りたい場合、EI 値は変数  $x$  の近似関数  $\hat{y}$  に対して(2)式に示すように表現される。

$$E[I(x)] = (\hat{y} - f_{\max})\Phi\left[\frac{\hat{y} - f_{\max}}{s}\right] + s\phi\left[\frac{\hat{y} - f_{\max}}{s}\right] \quad (2)$$

ここで、 $s^2$  は最小 2 乗誤差、 $\Phi$  は標準正規分布関数、 $\phi$  は確率密度関数である。また、 $f_{\max}$  は Kriging モデルを作成する際に取得したサンプル点群の最大評価値である。同様に、目的関数の最小化を図りたい場合、EI 値は(3)式に示すように表現される。

$$E[I(x)] = (f_{\min} - \hat{y})\Phi\left[\frac{f_{\min} - \hat{y}}{s}\right] + s\phi\left[\frac{f_{\min} - \hat{y}}{s}\right] \quad (3)$$

$f_{\min}$  は Kriging モデルを作成する際に取得したサンプル点群の最小評価値である。MOGA を用いて(2)、(3)式の  $x$  に対する同時最大化問題を解くことにより、大域的探索の結果として EI 値に関する非劣解集合を得る。これらの集合からいくつかの解を取り出し、改めて実際の評価値を求めた後に追加サンプル点とすることで、近似解の最適解近傍における精度向上と最適解の探索を図ることが出来る。

### 2.2.2 寄与度解析

各目的関数への設計変数の寄与度を定量的に調べ、Multi-fidelity 設計探索法の有効性を示すため、多変量解析手法の一つである分散解析(ANalysis Of Variance: ANOVA) [4, 5]を適用した。ANOVA では構築した近似モデルにおける各設計変数による分散

を解析し、設計変数の主効果や相互作用分を推算する。分散量は(4)式で表し、分散量を得ることで目的関数に対する設計変数の傾向を得ることが出来る。

$$\sigma(x) = \int \dots \int y dx_1, \dots, dx_{i-1}, dx_{i+1}, \dots, dx_n - \mu \quad (4)$$

$$\mu = \int \dots \int y dx_1, \dots, dx_n \quad (5)$$

寄与度の大きさは上記の分散量に基づき、分散量が大きいほど寄与度の割合も大きい。目的関数に対する設計変数の寄与度を定量的に見ることは設計問題全体の把握に有効であり、本研究では従来の探索法との比較において同等の探索ができていのかどうか調べるのに用いる。

## 3. Multi-Fidelity 設計探索法

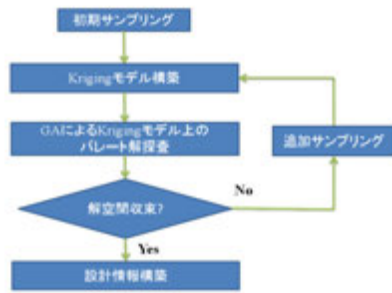
GA による設計探索法は Kriging モデル等の近似関数法を組み合わせることにより効率化を図ることができる。文献[6]では初期サンプルの評価値より Kriging モデルを構築し、EI 値の最大化を行うことで追加サンプルを探索する手法を提案しており、効率的な設計探索を実現している。この設計探索法は Efficient Global Optimization (EGO)と呼ばれ、第 1 図に示す手順により行われる。この手法は直接 CFD を用いて MOGA などにより直接 CFD 等の解析を行いながら探索する手法より効率的といえるが、High-fidelity 解析を用いる場合、十分な大域探索のための計算コストは依然として実用的とされないことがある。

そこで本研究では Multi-fidelity 設計探索法により最適解に到達するまでの High-fidelity 解析の回数を低減できる手法を提案する。Multi-fidelity 設計探索法の流れを第 2 図に示す。

本研究で提案する Multi-fidelity 設計探索法では High-fidelity 解析設計の効率化を念頭に、まず、計算コストが高い High-fidelity 解析においては最低限のサンプル数で Kriging モデル(A)を、計算コストが低い Low-fidelity 解析においては十分なサンプル数で Kriging モデル(B)をそれぞれ構築する。モデル(A)(B)の間にはサンプル点数の違いと Fidelity の違いによる誤差がある。Multi-fidelity 設計探索法では追加サンプルを下記(6)式の多目的解を求めることにより求める。

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && EI_A \\ & \text{Maximize} && |\hat{y}_A - \hat{y}_B| \end{aligned} \quad (6)$$

本手法ではモデル(B)は Low-fidelity ながら大域的な設計情報を詳細に持つ補助モデルとしてのみ使用し、モデル(A)のみに High-fidelity 解析に基づいて追加サンプルを加えていくこととなる。補助モデル(B)の情報を手掛かりとして効率的な追加サンプルを行うことができれば、High-Fidelity 解析を行う回数が低減され、計算コストの低減につながる事が予想される。



第 1 図 Efficient Global Optimization



第 2 図 Multi-fidelity 設計探索法

4. 問題設定

4.1 Branin 関数によるテスト問題

テスト問題として、(7)式の Branin 関数と(8)式の近似関数を用いて本研究による Kriging モデル間の差分評価の有効性の検討を行う。

$$f(x) = \left(x_2 - \frac{5}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6\right)^2 + 10\left(1 - \frac{1}{8\pi}\right)\cos(x_1) + 10 \quad (7)$$

$$f(x) = \left(x_2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6\right)^2 + 10\left(1 - \frac{1}{8\pi}\right)\cos(x_1) + 10 \quad (8)$$

$$-5 \leq x_1 \leq 10 \quad 0 \leq x_2 \leq 15$$

(8)式は(7)式の  $x_1$  の 4 次の項を除いた関数である。高次の項を取り除くことは流体方程式における粘性項等の無視に相当すると考えることができる。ここでは(7)式による 10 サンプルで構築された Kriging モデルからスタートとし、単目的 GA による EI 値の最大化のみによる探索(EGO)と提案手法(Multi-fidelity 設計探索法)による探索を行い比較する。提案手法に用いる補助モデルは(8)式による 40 サンプルで構築された Kriging モデルとする。

4.2 小型 SST の空力設計探索

4.2.1 設計対象

設計対象は JAXA により概念検討がされた小型 SST の主翼形状である。本機体は 36~50 人のキャビンスペースを有する機体であり、機体長 48m、全備重量約 70ton である。設計の飛行条件はマッハ数

$M=1.6$ 、巡航高度は 14.0km とした。また、本研究では簡略化のため第 3 図のように小型 SST から垂直尾翼とエンジンナセルを取り除いている。主翼平面形は先行研究である文献[6]より第 3 図に示すように固定(アスペクト比  $AR=2.5$ 、主翼参照面積  $S=175m^2$ )し、翼断面形的设计を行う。第 1 表に各設計変数名、第 2 表にその範囲を示す。 $dv_2$  はキングのねじりを決定する重みであり、翼端と翼根でのねじりを内分するように (9)式により決定する。

$$\theta(kink) = \omega \times \theta(root) + (1 - \omega) \times \theta(tip) \quad (9)$$

これにより、主翼は全体として翼端に向けてねじり下がる。内翼・外翼断面とも亜音速前縁であるためスパン方向への翼型は NACA64series を採用し、翼型は、内翼はスプライン補間、外翼は線形補間により曲面を定義する。

4.2.2 数値解析法

Low-Fidelity の手法として、JAXA 開発による CAD-based Automatic Panel Analysis System (CAPAS)[7]を用いて線形パネル法に基づいて空力性能評価を行う。

High-Fidelity の手法として、構造格子による 3 次元圧縮性 Euler CFD 解析を行う。空間差分法に Chakravarthy-Osher の高次精度風上 TVD 法、時間積分に対角 ADI 陰解法を用いる。

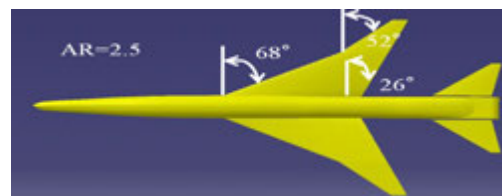
4.2.3 設計における目的関数

本研究の設計目的は空力性能向上の単目的とした。目的関数は、 $M=1.6$  での超音速巡航時(設計揚力係数: $C_L=0.143$ )における  $L/D$  の最大化であり、(10)式で示される。

$$\begin{aligned} &\text{Maximize } L/D \quad (M=1.6) \\ &\text{Subject to } C_L=0.143 \end{aligned} \quad (10)$$

4.2.4 制約条件

超音速巡航時にトリム安定を取るために、重心と風圧中心位置が同じ点にくるように水平尾翼舵角を調整する。パネル法解析では、尾翼舵角-3度と-5度で  $C_L=0.143$  となる迎角を計算し、風圧中心位置を線形推算し、巡航状態での尾翼舵角を決定する。Euler 解析においても巡航時トリム舵角と巡航迎角の決定には、1 形状につき 5 つの CFD 計算が必要である。まず、尾翼舵角-3 度の格子を作成し迎角を-2, 2 度与え CFD 計算する。この 2 つの計算から  $C_{L\alpha}$ ,  $C_{M\alpha}$  が得られるので、 $C_L=0.143$  での迎角と風圧中心位置を線形推算する。同様の計算を水平尾翼舵角-5 度でも行い、風圧中心位置を推算する。これら条件を基に、低迎角における線形関係が成り立つものとし巡航迎角とトリム舵角を推算する。



第 3 図 解析モデル

第1表 設計変数

<i>dv1</i>	ねじり (root)
<i>dv2</i>	$\omega$ (kinkのねじりを決定)
<i>dv3</i>	ねじり (tip)
<i>dv4</i>	翼根キャンバー(25%コード長)
<i>dv5</i>	翼根キャンバー(75%コード長)
<i>dv6</i>	キंकキャンバー(25%コード長)
<i>dv7</i>	キंकキャンバー(75%コード長)
<i>dv8</i>	翼端キャンバー(25%コード長)

第2表 設計範囲

設計番号	最小値	最大値	単位
<i>dv1</i>	0.0	2.0	(°)
<i>dv2</i>	0.0	1.0	
<i>dv3</i>	-4.0	0.0	(°)
<i>dv4</i>	0.0	5.0	(%)
<i>dv5</i>	-3.0	2.0	(%)
<i>dv6</i>	-2.0	2.0	(%)
<i>dv7</i>	-2.0	2.0	(%)
<i>dv8</i>	-3.0	3.0	(%)

## 5. 結果

### 5.1 Branin 関数による試行

第5図は EGO による予測値の収束履歴、第6図は Multi-fidelity 設計探査法による予測値の収束履歴を示している。 $\mathbf{x}=\mathbf{X1}=(\pi, 12.275)$ ,  $\mathbf{x}=\mathbf{X2}=(\pi, 2.275)$ ,  $\mathbf{x}=\mathbf{X3}=(9.424, 2.475)$ は極小値  $f(\mathbf{x})=0.398$  をとる点であり、各点での近似解上における予測値を履歴として示している。第5図より EGO では  $\mathbf{X3}$ ,  $\mathbf{X2}$ ,  $\mathbf{X1}$  の順に一つの点ごとに予測値が収束していることが分かる。全ての点で予測値が収束するのに多くの評価個体数を必要としており、EGO では局所的な探査が行われていると考えられる。それに対し、第6図より Multi-fidelity 設計探査では全ての最小点付近が同時に収束していく傾向があり、少ない評価個体数で近似解全体の精度向上がなされている。Multi-fidelity 設計探査法は従来の局所的探査能力を維持しつつ、解空間全体を把握することが可能ではないかと考えられる。

第7図は EGO による EI 値最大化のみにより追加サンプルを行い、十分なサンプル点数により構築された近似解、第8図は Multi-fidelity 設計探査法で構築された近似解である。黄点は極小値を示しており、黒点が初期サンプル点、赤点が追加サンプル点である。両者で同じ初期サンプルを用いている。第7図より EGO による探査は3つの極値に近

い領域を複数回探査しており、大域的な探査は行われているものの、効率性に改善の余地があると考えられる。それに対し、第8図ではより少ないサンプル点数で第7図と同程度の近似解が得られており、極小値に近い場所は概ね1-2回サンプリングされるのみで全体を効率よく捉えている。同等の近似解を得るために EGO では30回のサンプリングを要したが、Multi-fidelity 設計探査法では22に減少しており、Multi-fidelity 設計探査法は High-fidelity 解析に基づく設計探査の効率化に有望であると考えられる。

### 5.2 小型 SST の空力設計

EGO の計算結果は第9図、Multi-fidelity 設計探査法の計算結果は第10図の通りとなった。これらのサンプリング結果を基に設計情報を構築する。

#### 5.2.1 計算コストの比較

EGO では十分に設計空間を把握するため、初期サンプルを50個体とし、Kriging モデル法での単目的 GA により追加サンプルを4回行った。総評価個体数は54個体である。制約条件より巡航迎角・巡航舵角の決定を含め、1個体に対し5回 Euler 解析を行うため1個体の計算コストは約10時間となる。計算コストとして従来手法では約540時間である。

Multi-fidelity 設計探査法では、Low-fidelity 解析による50個体の評価から補助モデルとして Kriging モデルを構築する。Low-fidelity 解析は1個体に対して3~4分程度なので補助モデル構築にかかる計算コストは約2時間半である。初期サンプルを20個体とし、Multi-fidelity 設計探査法による追加サンプルは3回行った。1回の追加サンプル数は3個体としたので、総評価個体数は29個体である。計算コストは約290時間で、Low-fidelity 解析を含め、約293時間程度となる。本研究において、評価個体数、計算コストの大幅な低減が見られた。以下で Kriging モデルの精度、設計情報の比較により、提案手法の有効性を考察する。

#### 5.2.2 寄与度解析

EGO による ANOVA の結果を第11図、Multi-fidelity 設計探査法による結果を第12図に示す。第11図より EGO では *dv5*, *dv6*, *dv7* の寄与が大きいと分かる。本研究の設計空間内ではキंकの翼型で  $L/D$  が大きく変化する。第12図より Multi-fidelity 設計探査法では各設計変数の寄与度が多少異なるものの寄与が大きい設計変数は EGO と同様に *dv5*, *dv6*, *dv7* であり、キंकの翼型が重要となっている。

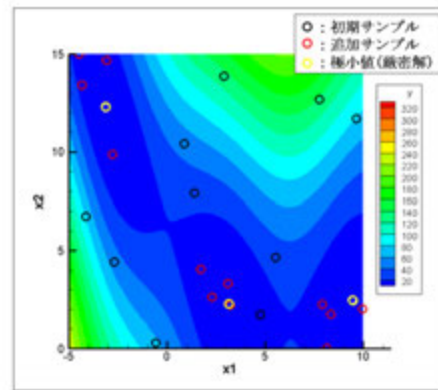
ANOVA の結果、 $L/D$  に対する設計変数の寄与度は従来手法、提案手法で同様の傾向が見られ、Multi-fidelity 設計探査法が大域的探査に有効であると考えられる。

#### 5.2.3 Kriging モデル

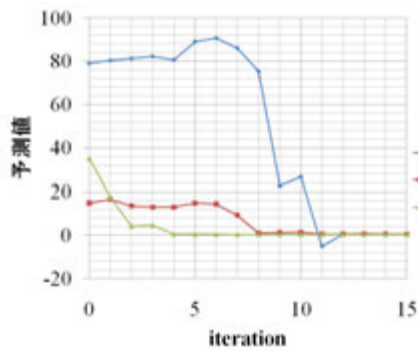
ANOVA の結果より、寄与度の高い設計変数について Kriging モデルの精度を考察する。第13図、第



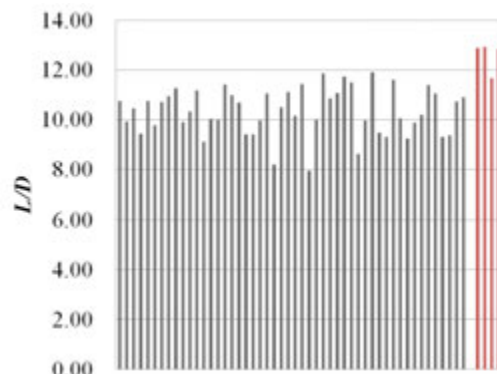
14 図、第 15 図にそれぞれ  $dv5$ ,  $dv6$ ,  $dv7$  の Kriging モデルの分散量を示す。横軸の値は各設計変数を 0 ~ 1 で規格化した値である。黒の点線は Multi-fidelity 設計探索法の初期サンプルのみの結果であり、追加サンプル後は赤線で示している。また、EGO の結果は青線で示している。第 13 図-第 15 図よりどの設計変数に対しても Multi-fidelity 設計探索法の追加サンプルにより分散の曲線が近づいていることがわかる。特に、 $dv6$  の変化が顕著であり、EGO と Multi-fidelity 設計探索法の曲線は非常に近づいている。Kriging モデルの精度として、提案手法により従来手法で構築されるモデルの精度と同程度のモデルを構築できたと考えられる。



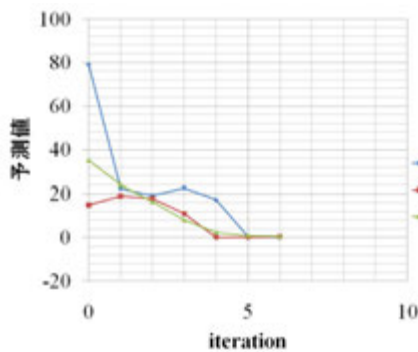
第 8 図 Multi-fidelity 設計探索法による近似解



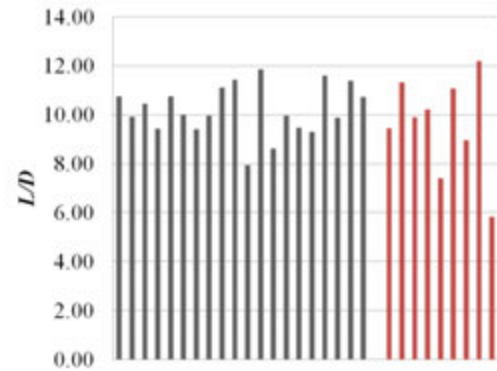
第 5 図 EGO による収束履歴



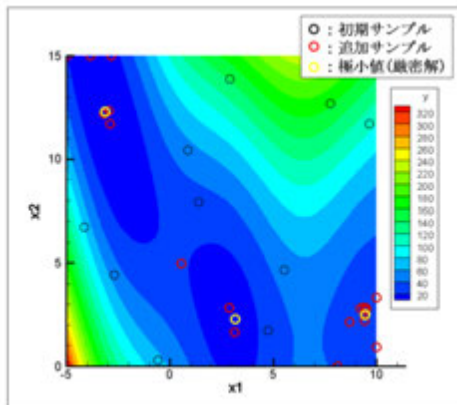
第 9 図 EGO の計算結果



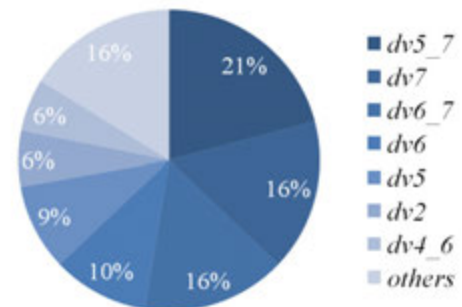
第 6 図 Multi-fidelity 設計探索法による収束履歴



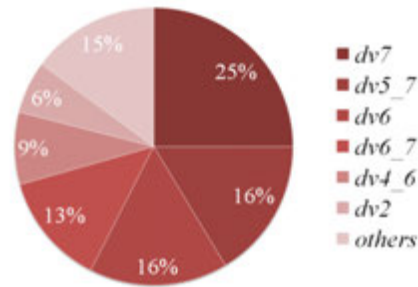
第 10 図 Multi-fidelity 法の計算結果



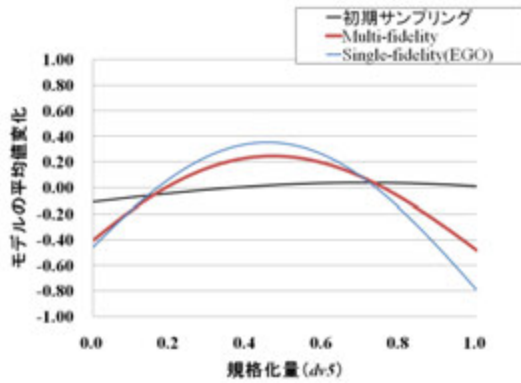
第 7 図 EGO による近似解



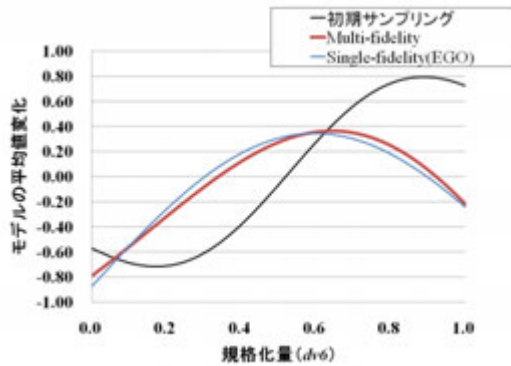
第 11 図 EGO による ANOVA の結果



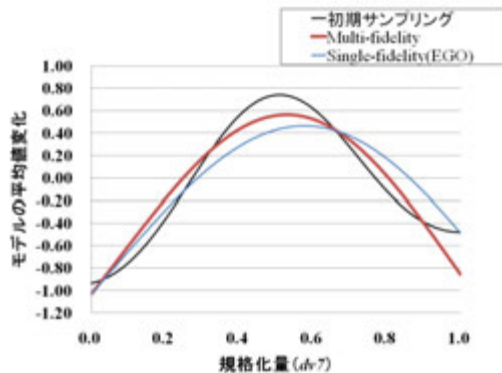
第 12 図 Multi-fidelity 法による ANOVA の結果



第 13 図 dv5 に対する分散量



第 14 図 dv6 に対する分散量



第 15 図 dv7 に対する分散量

6. まとめ

Low-fidelity 解析と High-fidelity 解析の相補的利用によって効率的に設計空間内の探索を行った。テスト関数による検討により Multi-fidelity 設計探索法の有望性を考察し、超音速機主翼の設計探索に適用した Multi-fidelity 設計探索法を行った。

Kriging モデルを用いた従来の EGO による設計法との比較から、Multi-fidelity 設計探索法では評価個体数及び計算コストを低減させつつ、同程度の Kriging モデル精度が得られることが分かった。また、ANOVA により、寄与度の高い設計変数はキックの翼型を決めるものとなることが、EGO と同じく Multi-fidelity 設計探索法においても理解された。寄与度が高い設計変数について分散値を比較し、Multi-fidelity 設計探索法によって行った追加サンプルにより、EGO と同程度の分散値となることも分かった。

参考文献

- [1] 大林 茂, 他, : サイレント超音速実現のための実験・計算融合研究 研究成果報告書 Web 公開, [http://www.ifs.tohoku.ac.jp/edge/publications/kake\\_n07/foreword.pdf](http://www.ifs.tohoku.ac.jp/edge/publications/kake_n07/foreword.pdf) (Last access on 13 January 2011)
- [2] 堀之内茂, 大貫 武, 吉田憲司, 郭 東潤, 徳川直子, 滝沢 実, 進藤重美, 町田 茂, 村上義隆, 中野英一郎, 高木 正平, 柳 良二, 坂田公夫: 小型超音速実験機(ロケット実験機); NEXST-1 の基本設計結果について, JAXA-RR-05-044, (2006).
- [3] Seongim, C., Juan, J. A. and Illan, K., M.: Multi-Fidelity Design Optimization of Low-Boom Supersonic Business Jet, J. Aircraft, **45** (2008), pp.106-118.
- [4] Jeong, S. and Obayashi, S.: Multi-objective Optimization Using Kriging Model and Data Mining, Korea Society International Journal, **7** (2006), pp.1-12.
- [5] Kanazaki, M., Tanaka, K., Jeong, S., and Yamamoto K.: Multi-Objective Aerodynamic Exploration of Elements' Setting for High-Lift Airfoil Using Kriging Model, J. Aircraft, **44** (2007), pp.858-864.
- [6] 瀬戸 直人, 牧野 好和, 高戸谷 健, 金崎 雅博: 小型超音速旅客機の効率的設計探索, 第 24 回数値流体力学シンポジウム
- [7] 牧野好和, 牧本卓也: 超音速機概念設計ツール CAPAS の開発, 第 40 回流体力学講演会/航空宇宙数値シミュレーション技術シンポジウム, (2008), pp.275-276.