ISSN 1347-4588
UDC 621

独立行政法人
航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-1470

セラミックタイル断熱材の輻射・熱伝導連成解析に関する研究

中村俊哉　・　甲斐高志

2003年8月

独立行政法人　航空宇宙技術研究所
NATIONAL AEROSPACE LABORATORY OF JAPAN

セラミックタイル断熱材の輻射･熱伝導連成解析に関する研究

中村俊哉*1、甲斐高志*1

Study on Combined Radiation and Conduction Heat Transfer Analysis in Ceramic Tile Insulation*

Toshiya NAKAMURA*1, Takashi KAI*1

Abstract

Highly porous materials are used for the thermal protection system (TPS) of reentry vehicles due to their excellent thermal insulation properties. Radiation is therefore a dominant factor of heat transfer through the TPS at high temperature. A simple heat conductive analysis of such insulation has been known to result in a serious discrepancy between the estimated and the measured result when a static method such as the guarded hot plate (GHP) is applied to measure the thermal conductivity. The authors have therefore developed a finite element code for coupling the radiation with the conduction to achieve reliable heat transfer analysis of the TPS. A series of experiments with ceramic tile insulators was also conducted to examine the validity of the FE code developed.

Keywords: Reentry Vehicle, Thermal Protection System, Insulation, Ceramic Tile, Radiative Heat Transfer, Conductive Heat Transfer, FEM

概　　要

再使用型宇宙輸送機の熱防護系に用いられる軽量断熱材は空隙率が高いため、高温では材料内部の輻射伝熱が主要な伝熱機構である。そのため、通常の静的方法(GHP 法等)で得られる熱伝導率を用いた単純な熱伝導解析の妥当性について従来より問題が指摘されており、輻射と熱伝導の連成という伝熱機構に関する研究が必要であるとされてきた。そこで、本研究では輻射と固体熱伝導の連成現象を解析する有限要素法コードの開発を行った。あわせてセラミックタイル断熱材を対象とした加熱実験を行い、基礎的データの取得、ならびに、開発した解析コードの妥当性等の検討を行った。

1. 緒　言

1.1 研究の概要

再使用型宇宙輸送機（宇宙往還機）の熱防護系（Thermal Protection System, TPS）で用いられる断熱タイルはシリカ等のファイバを固めた繊維質の多孔質材であり、その伝熱機構は、原材料固体ファイバの熱伝導、通常体積の90%以上を占める材料内部の気体による熱伝達、及び、材料内部の輻射が連成したものである。このように、断熱材の伝熱機構には異なる複数の現象が関与しており、熱伝導率は強い温度依存性、圧力依存性を示す。このうち、輻射による伝熱は設計上重要となる高温における支配機構である。

断熱材内部の輻射伝熱は原材料である固体ファイバによる散乱や吸収を伴うが、その解析には輻射輸送方程式を解く必要があり複雑で、熱構造解析で通常用いられる解析コードではこれを扱うことができない。そのため、現状では、標準的な保護熱板法（Guarded Hot-Plate Method：GHP Method）等で得られた、温度と圧力に依存する熱伝導率を用いた単純な熱伝導解析が行われるのが普通である。

しかしながら、第1.4 節で述べるように、このような方法で輻射を含めた伝熱機構が十分反映されているかについて、従来より問題が指摘されている。例えば、GHP 法で得られた定常状態における熱伝導率と非定常加熱試験結果から逆解析で得られる熱伝導率は一致しない。それにもかかわらず、先述のように、現状では輻射と熱伝導の連成現象として直接的な解析が行われることは非常に少なく、熱伝導率の評価や予測に輻射伝熱の理論が用いられる程度であることが多い。この場合、輻射の効果は間接的に考慮されるに過ぎない。

* 平成15年5月22日　受付（received 22 May, 2003）

*1 構造材料研究センター（Structures and Materials Research Center）

そこで、本研究では高温における断熱材内部の主たる伝熱機構である輻射伝熱を直接計算する輻射・熱伝導連成解析コードを開発するとともに、往還機用断熱タイルを用いた実験を行ってその妥当性、問題点等を検討した。

1.2 熱防護系と断熱材

宇宙往還機の熱防護系で利用される断熱材のうち、本研究ではセラミックファイバを固めた繊維質の断熱タイルを対象とする。一般にこのような断熱材のファイバの原材料はシリカ、アルミナなどであることが多い。また、空隙率は高く、90% 以上のものが開発されている[1, 2]。

なお、セラミックタイル断熱材は米国スペースシャトルでの実績はあるが、その取り扱い、とりわけメンテナンスが面倒であるため、近年では取り扱いが容易な金属製熱防護系（Metallic TPS）が将来の往還機熱防護系として有力視されている。金属製熱防護系では、機械荷重は金属部で受け、一方、断熱は内部の繊維質断熱材による、と機能が分離されているが、断熱材の伝熱機構は本質的にセラミックタイルと同じである。

1.3 伝熱機構と有効熱伝導率モデル

セラミックタイル断熱材の伝熱機構は、固体ファイバと空隙内の気体（空気）によるもの、および、材料内部の輻射によるものの組合せである。こういった材料についてもGHP法等で決定した熱伝導率を用いた熱伝導解析が行われることが多いが、このような熱伝導率とそれに基づく解析は、異なる全ての機構を熱伝導率という単一の材料特性として表現するため、実際の伝熱機構を必ずしも反映したものではなく、ある意味で便宜的なものであり、そのため、「有効熱伝導率」とよばれることがある。しかしながら、有効熱伝導率も当然上記伝熱機構の結果として測定されるものであり、メカニズムに基づく有効熱伝導率のモデル化が行われている。

Williams らは有効熱伝導率をファイバ径など、微視的パラメータから推定する方法を提案しているが、熱伝導率は次式が仮定されている[3]。

$$\lambda = (1-\phi)\lambda_s + \phi\lambda_g + (1-\phi)^{-1}\lambda_r \tag{1}$$

ここで、φは空隙率、また、λ_s, λ_gは固体、および、内部気体の熱伝導率である。λ_gは強い圧力依存性を持ち、熱伝導率の圧力依存性がモデル化されている。λ_rは空隙における輻射を表現する「熱伝導率」（上の Williams らの式では、一空隙あたりの量）であり、絶対温度の３乗に比例する。Williams らはこれら熱伝導率を微視的パラメータで記述することを試みている。そして、式(1) のモデルを用いて往還機用断熱材のGHP 法により得られた熱伝導率を精度よく予測している。一方、Daryabeigi は次式を用いている[4]。

$$\lambda = f(f^2\lambda_s^*) + (1-f)\lambda_g + \lambda_r \tag{2}$$

ここで、$f = 1 - \phi$ は固体分率、λ_s^* はファイバ原材料の熱伝導率、λ_gは内部気体の熱伝導率、そして、λ_rは輻射を記述する「熱伝導率」であり、拡散近似法（後述）に基づき

$$\lambda_r = \frac{16\sigma}{3K_e}T^3 \tag{3}$$

が用いられている。σはStefan-Boltzmann 定数(5.67×10^{-8} W/m^{2}K^4)、Tは絶対温度、K_eは減衰係数である。また、本モデルでは気体の熱伝導率は次式で表される。

$$\lambda_g = \frac{\lambda_g^*}{1 + 2\dfrac{2-\alpha}{\alpha}\left(\dfrac{2\gamma}{\gamma+1}\right)\dfrac{1}{\mathrm{Pr}}\dfrac{d}{L_c}} \tag{4}$$

ここで、λ_g^*は大気圧における温度依存の気体熱伝導率、Pr はプラントル数、γは比熱比、αは気体分子と断熱材を構成する固体ファイバの間のエネルギー交換効率を表すパラメータである。dは気体分子の平均自由行程、L_cは特性長さであり、それぞれ次式で計算される。

$$d = \frac{K_B T}{\sqrt{2}\pi d_g^2 P} \tag{5}$$

$$L_c = \frac{\pi}{4}\frac{D_f}{f} \tag{6}$$

ただし、T、Pはそれぞれ温度と圧力、また、K_Bは ボルツマン定数、d_g は気体分子の衝突径(gas collision diameter)、D_fは固体ファイバ径である。

輻射伝熱の近似解法の一つである拡散近似法によると、有効熱伝導率におよぼす輻射の影響は絶対温度の３乗に比例する。したがって、温度が高いほど輻射の影響が大きい。具体例として、先述のWilliams のモデル[3]を用いて、スペースシャトルで用いられたセラミックタイルLI-900 について、固体、内部空気、輻射の各伝熱機構の有効熱伝導率におよぼす寄与の割合を、温度をパラメータとして計算した結果を図１に示す。ただし、解析条件は、大気（空気）圧力1kPa とし、その他、モデルに必要な定数等は文献値[3]を用いた。図より、この解析条件では、おおよそ750K 以上では輻射伝熱が支配的で、それ以下の温度では固体と内部気体の寄与が大きいことが分かる。

1.4 有効熱伝導率における問題点

Hughes らは、HCF-RSI (Hardened and Compacted Fibers Reusable Surface Insulation)TPSの開発試験において、断熱材内部と支持構造の温度がGHP試験で得られた熱伝導率を用いた予測結果よりも高温になることについて、これを断熱材内部の輻射の取り扱いに原因があ

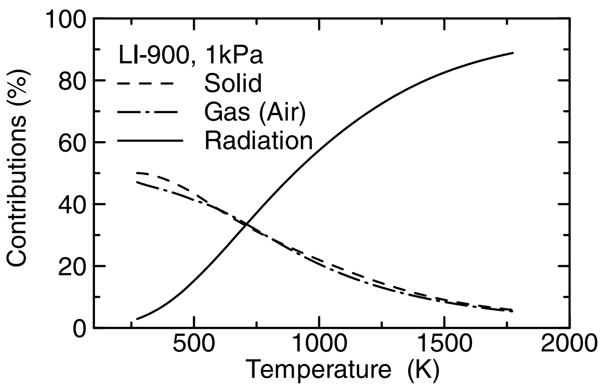


図１ LI-900 断熱タイルの熱伝導率に対する伝熱機構の寄与（圧力1kPa、Williams のモデル(3) による計算）

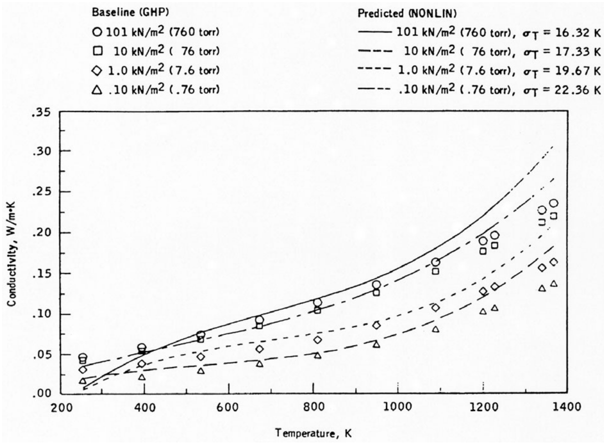


図２ 非定常応答から求めた熱伝導率とGHP法による値との比較(5)

るとし、後述する２流束法を用いた輻射解析を実施することによって予測精度が改善されることを示している(6)。

また、Williams らは、シリカ繊維の断熱材（密度 144.2 kg/m^3、空隙率94%）について、非定常温度応答から非線形最小二乗法を用いて「動的な」有効熱伝導率を求めた(5)。これは、有効熱伝導率 λ_e として

$$\lambda_e = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 \tag{7}$$

という温度に関する３次多項式を仮定し、断熱材厚さ方向の複数位置における非定常温度応答について上の熱伝導率を用いた熱伝導解析値と実測値の差の二乗和が最小になるように係数を決定するものである(7)。このような方法により、Williams らが求めた「有効熱伝導率」の例を図２に示す(5)。圧力範囲は 0.10～101 kN/m^2 である。この有効熱伝導率によって非定常温度応答は当然精度よく予測することができるが、その値は、GHP法によって得られた値よりも概ね 18% 程度大きいという結果が得られている。ただし、圧力101 および 1.0 kN/m^2 で 450K 以下では逆にGHP法による値よりも小さい。その原因としては、GHP法では定常状態で熱伝導率を決定するもので、温度も平均値が用いられるのに対して有効熱伝導率の逆解析値は非定常応答に基づいていること、また、GHP法では輻射の影響が十分に考慮できないのに対して逆解析値は実際の応答に基づくものであるから、GHP法よりは実際の伝熱メカニズムが反映されていることを挙げている。さらに、GHP法による値はばらつきが大きいとも記し、ここで用いられた方法の有効性を主張している(5)。

Banas らは、LI-900 セラミックタイルについて、GHP 法で得られた熱伝導率の非定常解析への適用性について検討し、GHP法で得られた熱伝導率による非定常解析結果と実験値は一致しないことを報告している(8)。

さらに、Stewart らの論文には1000K 以上の高温でGHP法による熱伝導率と非定常加熱試験結果から推定される熱伝導率の間にはやはり差が見られることが示されている(9)。ただし、この場合は、後者のほうがGHPデータよりも低い値が得られており、先述のWilliams らの結果(5)とは逆の傾向である。

以上のように、非定常加熱に対するセラミックタイルの温度応答の予測においては、GHP法で得られる熱伝導率を用いた単純な熱伝導解析が妥当でない場合がある。その原因については、主として材料内部の輻射伝熱の取り扱いが十分でないことが指摘されている。最近でも、スペースシャトルのセラミックタイルについて、上述のような、定常法（GHP法）による熱伝導率と動的応答から決定した熱伝導率が一致しないという点に関し、輻射と熱伝導の連成という伝熱機構を考慮することによって説明する試みがMarschall らにより報告されている(10)。

1.5 研究の目的

以上の背景に基づき、本研究では、設計上重要な高温で支配的な伝熱機構である輻射伝熱を中心に、メカニズムに立脚した解析法を構築し、往還機熱構造解析の高度化に資することを目的とする。輻射伝熱の研究の歴史は古く、いくつかの解析手法が既に提案されているが、本研究では、今後の発展性に対する可能性を考慮し、有限要素法による輻射と非定常熱伝導の連成解析コードを開発する。また、往還機用セラミックタイル断熱材を用いた実験を行って基礎的データを取得するとともに、解析コードの妥当性と問題点等を検討する。

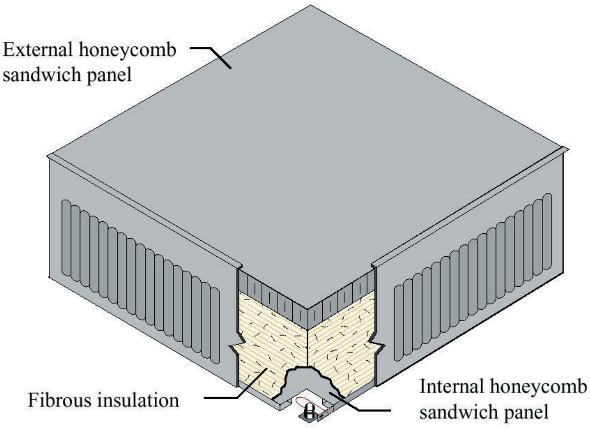


図３ 金属TPS の例[11]

1.6 最近の動向と金属製TPS

図３に最近有望視されている金属製TPSの例を示すが、図から分かるように、機械荷重を伝達する金属枠構造の内部には繊維断熱材が入っている。Blosser はその熱解析で断熱材については簡略なモデル化を行い、有効熱伝導率を用いた単純な熱伝導解析を行っている[11]。しかしながら、最近では断熱材自体の解析が重要であるとされ、メカニズムに基づき、輻射･熱伝導連成解析が行われている[12,13]。このように、本研究では既に実用化されているセラミックタイルを具体的な対象とするが、起こっている現象と解析法、得られる知見等は往還機で用いられる断熱材料一般に共通するものであり、次世代TPS の熱解析においても適用できるものと考えている。

2. 基礎方程式

2.1 輻射輸送方程式

繊維質断熱材の伝熱機構は固体熱伝導、内部気体の熱伝導、および、材料内部の輻射伝熱の連成現象である。内部気体が関与しているために熱特性は強い圧力依存性を示し、例えば式(4) のようにモデル化も行われている。すなわち、その影響は圧力と温度に依存する熱伝導率として表現される。本研究では固体熱伝導と輻射の連成現象に着目するものであり、また、実験も空気の影響を排除するために真空中で実施するので、以降の解析においては、内部気体の影響は考慮しない。考慮する場合は、熱伝導方程式で用いられる固体熱伝導率（後述）に 式(4) を加算すればよいが、気体中で加熱する系を対象とする場合､断熱材周囲との熱伝達も考慮する必要があるので、解析は著しく困難になる。

輻射と熱伝導の連成問題では輻射輸送方程式と熱伝導方程式が基礎方程式である。熱伝導方程式については良く知られているので、ここでは主として、Brewster[14]、Siegel[15]に従い、輻射輸送方程式について説明する。なお、輻射は光速で伝播し、熱的な現象よりも十分速いため、通常、輻射自体の過渡応答は考慮されない。本研究でも、非定常熱応答を解析するために熱伝導方程式は非定常とするが、輻射輸送方程式では非定常性は考慮しない[1]。

以下の諸式は厳密には各波長で議論されるものであるが、ここでの説明と後述する解析では、物体は灰色体であると仮定し、波長依存性は考慮しない。実際、このような仮定は多くの断熱材の研究で用いられている[6, 18, 19, 20]。

輻射強度(Radiation Intensity) は、ある方向への単位射影面積、単位立体角あたり射出される熱放射エネルギーであり[21]、単位は W/(m^2・sr) である。位置xにおいて、Ω方向に向かう輻射強度 I (x,Ω) に関する輻射輸送方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned}\frac{1}{K_e}\boldsymbol{e}_\Omega\cdot\nabla I(\boldsymbol{x},\Omega)&=-I(\boldsymbol{x},\Omega)\\&+\frac{\omega}{4\pi}\int_{4\pi}I(\boldsymbol{x},\Omega')p(\Omega'\to\Omega)d\Omega'+(1-\omega)n^2I_b(T(\boldsymbol{x}))\end{aligned}\tag{8}$$

ここで、e_ΩはΩ方向の単位ベクトルである。また、I_bは黒体の放射強度で

$$I_b(T)=\frac{\sigma T^4}{\pi}\tag{9}$$

である。T は絶対温度、σ は Stefan-Boltzmann 定数である。物体内で輻射強度は減衰するが、この減衰は物体内での散乱と吸収による。K_e (m^{-1}) は減衰係数、無次元パラメータω は減衰に占める散乱の割合を表すパラメータで、アルベド(Albedo) と呼ばれる。また、n は屈折率である。さらに、関数 p (Ω′→Ω) は、散乱が等方的である場合に方向Ωへ散乱されるエネルギーに対する、方向Ω′からΩへ散乱されるエネルギーの割合を意味し、散乱位相関数 (Scattering Phase Function) と呼ばれる。この関数はエネルギーの保存により、次式を満足しなければならない。

$$\frac{1}{4\pi}\int_{4\pi}p(\Omega'\to\Omega)d\Omega'=1\tag{10}$$

特に、表面の乱反射に類似して、散乱が等方的、すなわち、あらゆる方向に等しくエネルギーが散乱されていく場合は、

---

1 式(8)に対して、過渡応答を含めた輻射輸送方式は次の通り[16, 17]。

$$\frac{1}{cK_e}\frac{\partial I(\boldsymbol{x},\Omega,t)}{\partial t}+\frac{1}{K_e}\boldsymbol{e}_\Omega\cdot\nabla I(\boldsymbol{x},\Omega,t)=-I(\boldsymbol{x},\Omega,t)+\frac{\omega}{4\pi}\int_{4\pi}I(\boldsymbol{x},\Omega',t)p(\Omega'\to\Omega)d\Omega'+(1-\omega)n^2I_b(T(\boldsymbol{x}))$$

ここで、c は光速である。

$$p = 1 \tag{11}$$

である。

輻射によって輸送される熱流束ベクトルは次式で計算される。

$$\boldsymbol{q}_r(\boldsymbol{x}) = \int_{4\pi} I(\boldsymbol{x}, \Omega)\boldsymbol{e}_\Omega d\Omega \tag{12}$$

輻射を含むエネルギー方程式（熱伝導方程式）は、内部発熱は無いものとすると次のようになる。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T - \boldsymbol{q}_r) \tag{13}$$

ここで、λ_s は固体の熱伝導率、$-\lambda_s \nabla T$ はフーリエの法則にしたがって固体中を輸送される熱流束であり、これに輻射によって輸送される熱流束 q_r が加算される。

2.2　1次元の系

以後、本研究における解析は図４のように、断熱材の深さ方向の解析で１次元であるので、式(8)、式(12)、式(13) の１次元表記を以下にまとめる。

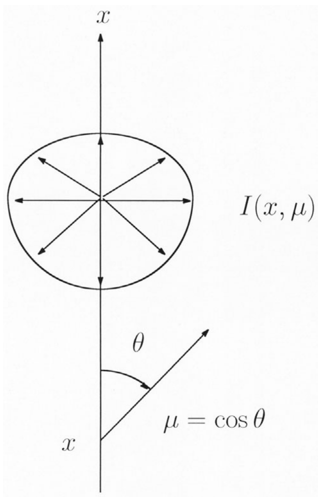


図４　１次元輻射伝熱の系

$\boldsymbol{e}_\Omega$ の各成分は、Ω方向の方向余弦であることに注意すると、１次元の輻射輸送式は次のように書くことができる。

$$\frac{\mu}{K_e}\frac{\partial I(x,\mu)}{\partial x} = -I(x,\mu) + \frac{\omega}{2}\int_{-1}^{1} I(x,\mu')p(\mu,\mu')d\mu' + (1-\omega)n^2 I_b(T) \tag{14}$$

ここで、θ は天頂角であり、

$$\mu = \cos\theta \tag{15}$$

である。

散乱が等方的 ($p = 1$) なときは

$$\frac{\mu}{K_e}\frac{\partial I(x,\mu)}{\partial x} = -I(x,\mu) + \frac{\omega}{2}\int_{-1}^{1} I(x,\mu')d\mu' + (1-\omega)n^2 I_b(T) \tag{16}$$

となる。

輻射で輸送される熱流束と熱伝導方程式は１次元表記で以下の通り。

$$q_r(x) \;=\; 2\pi \int_{-1}^{1} I(x,\mu)\mu d\mu \tag{17}$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \;=\; \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial x} - q_r\right) \tag{18}$$

輻射と熱伝導が連成する問題では、式(14)、式(17)、式(18) を連立して解くことになる。熱伝導に関する境界条件は通常の伝熱解析と同様であるが、輻射方程式(14) の境界条件は、輻射強度の境界における入射と反射を含む式により与えられる。具体的な例は第4.2.2項で説明する。

3．輻射解析法

輻射解析は基礎方程式に微分と積分を含む微積分方程式であり、その解析は困難である。しかしながら、研究の歴史は古く、幾つかの近似解析法が開発されている。本研究では代表的な近似解析法である、２流束法、拡散近似法、および、Discrete Ordinates Method について調査したので、その概要を以下に説明する。

他の有力な手法としてモンテカルロ法がある。これは汎用性があり、高精度の解析が行えるようであるが、この手法についてはここでは触れない。モンテカルロ法については谷口らによるまとまった解説がある[22]。また、本研究では有限要素法による解析コードを開発したが、その解析法については第４章で説明する。

3.1　2流束法

２流束法（Two Flux Method）はよく用いられる近似解析法であるが、１次元にのみ適用可能である[14, 15, 22]。１次元の輻射輸送方程式(14) の解 $I(s, \mu)$ について、２流束法では μ に関する輻射強度の分布を μ の正負、すなわち、輻射輸送の前方と後方に分けて考え、正負それぞれについては μ によらず一定であると仮定する。つまり、

$$I(s,\mu) = \begin{cases} I^+(s), & 0 < \mu < 1 \\ I^-(s), & -1 < \mu < 0 \end{cases} \tag{19}$$

ただし、

$$s = \int_0^x K_e dx \tag{20}$$

は光学厚さである。これを元の式(14) に代入すると、次の連立微分方程式が得られる。

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}\dfrac{dI^+}{ds} = -(1-\omega+\omega B)I^+ + \omega BI^- + (1-\omega)n^2 I_b \\ -\dfrac{1}{2}\dfrac{dI^-}{ds} = -(1-\omega+\omega B)I^- + \omega BI^+ + (1-\omega)n^2 I_b \end{cases} \tag{21}$$

ここで、

$$B = \frac{1}{2}\int_0^1 \int_{-1}^0 p(\mu,\mu')d\mu' d\mu \tag{22}$$

はBack-Scattering Fractionとよばれる。２流束法では適当な境界条件の下に連立常微分方程式(21)を解けばよい。熱流束は、

$$q_r = \int_{-1}^1 I\mu d\mu = \pi(I^+ - I^-) \tag{23}$$

で得られる。

特に、散乱が等方的である場合には $p=1$ とおいて、式(22)より直ちに

$$B = \frac{1}{2} \tag{24}$$

が得られ、また、式(21)は次のようになる。

$$\begin{cases} \dfrac{dI^+}{ds} = -(2-\omega)I^+ + \omega I^- + 2(1-\omega)n^2 I_b \\ -\dfrac{dI^-}{ds} = -(2-\omega)I^- + \omega I^+ + 2(1-\omega)n^2 I_b \end{cases} \tag{25}$$

3.2 拡散近似法

拡散近似法(Diffusion Approximation)は光学厚さが十分厚い場合（理論上無限大）に適用される。輻射輸送方程式を光学厚さの逆数について展開して摂動法により、

$$I = I_b - \frac{\mu}{K_e}\frac{dI_b}{dx} \tag{26}$$

が得られる[14]。これより、熱流束は

$$q_r = -\frac{16\sigma T^3}{3K_e}\frac{dT}{dx} \tag{27}$$

となる。これは熱流束に関するフーリエの式と同じ形式であり、したがって、熱伝導率に対応する係数

$$\lambda_r = \frac{16\sigma T^3}{3K_e} \tag{28}$$

を輻射による熱伝達と等価な熱伝導率とし、全体として

$$\lambda = \lambda_s + \lambda_r \tag{29}$$

とすることにより、輻射を伴う熱伝導方程式は、上の熱伝導率を用いた通常の熱伝導方程式の形式に帰着する。この熱伝導率（式(29)）は有効熱伝導率と呼ばれることがある。ただし、式(28)にあるように、熱伝導率は温度の非線形関数になる。本近似は光学厚さの逆数に関する摂動法によるので、厳密にはこうして得られた近似解は光学厚さの深い領域で成立し、境界付近では成立しない。そのため、温度スリップという境界条件の修正が必要である[14, 15]。また、興味深いことに、式(28)にはアルベドω が含まれておらず、本手法によれば熱伝導への輻射の影響は減衰率 K_e のみで決まることになる[14]。

この方法は、通常の熱伝導方程式の形式に帰着できるので大変分かりやすいため、断熱材の熱伝導率の説明にもよく用いられる。すなわち、輻射の影響を式(28)で評価するものである。

3.3 Discrete Ordinates Method

Discrete Ordinates Method[23]は、散乱に関する積分をガウス求積法で近似するものである。この近似積分の公式は、一般の関数 $f(x)$ の積分について、次式で表される。

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx \sum_{i=1}^N w_i f(x_i) \tag{30}$$

重み w_i は

$$w_i = \frac{1}{P_N'(x_i)}\int_{-1}^1 \frac{P_N(x)}{x-x_i}dx \tag{31}$$

で得られる。また、離散化された独立変数 x_i は、N 次のルジャンドル多項式のゼロ点、すなわち、

$$P_N(x_i) = 0, \qquad i = 1,\cdots,N \tag{32}$$

である。

1次元輻射輸送方程式における散乱の積分に上述の近似積分を適用すると、

$$\mu_i \frac{dI(s,\mu_i)}{ds} = -I(s,\mu_i) + \frac{\omega}{2}\sum_{j=1}^N w_j I(s,\mu_j)p(\mu_i,\mu_j) + (1-\omega)n^2 I_b, \quad i=1,\cdots,N \tag{33}$$

となる。ここで、s は光学厚さである。これは次のように書き換えることができる。

$$\frac{dI_i}{ds} = \sum_{j=1}^N M_{ij}I_j + \frac{1-\omega}{\mu_i}I_b \tag{34}$$

ただし、$I_i = I(s, \mu_i)$、また、係数行列は

$$M_{ij} = -\frac{\delta_{ij}}{\mu_i} + \frac{\omega}{2}\frac{w_j p(\mu_i,\mu_j)}{\mu_i} \tag{35}$$

と表される。ここで、δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。I_b は温度の関数であるので、温度分布が与えられると式(34)の I_j に関する連立微分方程式を解くことができる。

3.4 断熱材の輻射解析

多孔質断熱材の熱解析で輻射の影響が考慮されている文献は多い。ここで、幾つかの文献について、手法別に分類してみる。

(1) 拡散近似法：この方法は輻射の影響を熱伝導率に置

き換えるものであり、材料の熱伝導率の評価によく用いられる。輻射輸送方程式は直接扱う必要が無いので分かり易い。Daryabeigi [4]、Ebelingら[24]、Zumbrunnenら[25]、などの報告がある。しかしながら、Matthewsらは、このような「有効熱伝導率」の、空隙率の高い多孔質材料への適用については問題があり、より精密なアプローチが必要であるとして、下記のように2流束法を用いて解析している[26]。

(2) 2流束法：2流束法は輻射輸送方程式を解くものであり、その意味で拡散近似法よりは輻射を正面から扱うものである。原理的に1次元しか扱えない近似解析であることに注意する必要があるものの、本手法を用いた研究例は多い。Hughesら[6]、Schmittら[27]の研究は、2流束法に基づいて宇宙往還機TPS断熱材における輻射の影響を評価したものである。Tongらは散乱の異方性も導入して繊維質断熱材の特性を解析している[28,29]。Maruyamaらの研究は多孔質断熱材内部の内部流の影響を考えることによってActive Thermal Protection Systemを提案するものであるが、その解析には2流束法が用いられている[19, 20]。Matthewsらは2流束法を用いることによってZirconia繊維質断熱材について輻射・熱伝導連成解析を行い、空隙率が高く高温で使用される断熱材における散乱の重要性を指摘している[26]。

(3) モンテカルロ法：モンテカルロ法による輻射の解析は谷口らの解説[22] が詳しい。そのニッケル繊維媒体への適用が工藤らにより報告されている[30]。モンテカルロ法では多次元系、任意繊維配向分布、複雑形状境界の取扱が容易で精密な解析が期待できるとされている。

(4) 有限要素法：拡散近似法や2流束法はよく使用される近似解析手法であるが、拡散近似法では境界条件の修正や光学厚さに関する条件、また、2流束法は原理的に1次元解析のみ可能であるなど、問題点もある。有限要素法は輻射方程式の離散化が行われるものの、拡散近似法や2流束法と比べると、より直接的な近似解析手法であり、汎用性も高い。輻射解析を有限要素法で試みた研究は例えばFernandesら[31, 32]、Rouxら[18]により報告されている。Rouxらによる研究は繊維質断熱材の解析を目的としたものである。なお、往還機TPS断熱材の輻射・熱伝導連成解析を有限要素法で行った例は、著者らの知るところでは無い。

4. 有限要素法による解析

4.1 基礎方程式

本研究では多孔質断熱材について、有限要素法による輻射・非定常熱伝導連成解析を行う。本章では初めに輻射解析法について、次に熱伝導解析法と連成解析法について説明する。

はじめに、支配方程式をまとめて再記する。ただし、先にも述べたように、輻射特性は厳密には波長に依存するが、本研究では断熱材は灰色体であると仮定し、波長依存性は考慮しない。断熱材はファイバの方向が完全にランダムなわけではなく、その生成プロセスにおける、圧縮方向（面外方向）とそれに直角方向（面内方向）で性質が異なる。しかしながら、本研究では簡単のため、散乱は等方的、すなわち、散乱位相関数は$p=1$であるとする。輻射に関する定数K_e、ω も方向性をもたず、また、温度にも依存しないものとする。なお、解析は、基本的に面外方向に行う。

ここで解く系は図4の通りである。図4、ならびに、以下の式(36)で分かるように、熱の流れは面外方向の1次元（x方向）であるが、散乱を伴うためにもう一つの座標μが必要であり、結果的に(x, μ)なる2次元の解析となる。支配方程式は以下の通り。

輻射輸送方程式

$$\frac{\mu}{K_e}\frac{\partial I(x,\mu)}{\partial x} = -I(x,\mu) + \frac{\omega}{2}\int_{-1}^{1} I(x,\mu')d\mu' + (1-\omega)n^2 I_b(T) \tag{36}$$

熱伝導方程式

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x} - q_r\right) \tag{37}$$

ただし、

$$q_r(x) = 2\pi\int_{-1}^{1}\mu I(x,\mu)d\mu \tag{38}$$

である。

4.2 輻射解析

4.2.1 定式化とアルゴリズム

Rouxらは散乱に関する積分を区分求積法で近似することによってμ方向に離散化するとともに、光学深さ方向にはガラーキン法を適用することによって輻射輸送方程式の有限要素解析を行った[18]。本研究でも類似の方法によりプログラムを作成した。

まず、散乱に関する積分を、第3.3節で説明した、ガウス求積法を用いて近似することにより、座標μを離散化する。

$$\int_{-1}^{1} I(x,\mu')d\mu' \approx \sum_{l=1}^{M} w_l I(x)_l \tag{39}$$

ここで、$I(x)_l = I(x, \mu_l)$である。重みw_l ($l=1,\cdot\cdot\cdot,M$)

と離散化された独立変数 μ_l ($l = 1, \cdots, M$) については第3.3節で説明した通りである。この μ_l は、μ 座標系についての M 個の離散点となっているが、これらの点は有限要素法でいう節点ではなく、μ_l と μ_l+1 で囲まれた領域は有限要素法の要素ではない。有限要素法の定式化は後に述べるように x 方向のみである。なお、重み w_l と節点 μ_l を求めるプログラムはPress らによるもの(33)を参考に作成した。

次に、x 方向の離散化であるが、これはよく用いられる線形の内挿関数を用いた。すなわち、節点 $x_1^e = x_i$ と $x_2^e = x_{i+1}$ ($x_1^e < x_2^e$) ではさまれた要素について内挿関数を

$$N_1(x) = \frac{x_2^e - x}{x_2^e - x_1^e}, \quad N_2(x) = \frac{x - x_1^e}{x_2^e - x_1^e} \tag{40}$$

と定義し、この要素における輻射強度を次式で近似する。

$$I^e(x, \mu_l) = \sum_{n=1}^{2} I_{nl}^e N_n(x) \tag{41}$$

ただし、上付きの e は要素における量であることを意味し、また、$I_{nl}^e = I(x_n^e, \mu_l)$ である。式(39) と式(41) を基礎式(36) に代入すると、その要素ついて残差 R^e は次のようになる。

$$R_l^e = \sum_{n=1}^{2}\left[\mu_l I_{nl}^e N_n'(x) + K_e I_{nl}^e N_n(x) - \frac{K_e\omega}{2}\sum_{j=1}^{M} w_j I_{nj}^e N_n(x)\right] - K_e(1-\omega)n^2 I_b(x),\ l = 1, \cdots, M \tag{42}$$

この残差にガラーキン法(34) を適用する。すなわち、

$$\int_{x_1^e}^{x_2^e} R_l^e N_m(x)dx = 0, \quad l = 1, \cdots, M, \quad m = 1, 2 \tag{43}$$

これは、$2M$ 個の式である。

式(42) を式(43) に代入して整理すると、次式を得る。

$$\sum_{n=1}^{2}\sum_{j=1}^{M}(a_{lnm}\delta_{lj} + b_{jmn})I_{nj}^e = r_m,\ l = 1, \cdots, M, m = 1, 2 \tag{44}$$

ただし、

$$a_{lnm} = \int_{x_1^e}^{x_2^e}\left[\mu_l N_n'(x)N_m(x) + K_e N_n(x)N_m(x)\right]dx \tag{45}$$

$$b_{jnm} = -\frac{K_e\omega}{2}w_j\int_{x_1^e}^{x_2^e} N_n(x)N_m(x)dx \tag{46}$$

$$r_m = K_e(1-\omega)n^2\int_{x_1^e}^{x_2^e} I_b(x)N_m(x)dx \tag{47}$$

であり、式(44) は、I_{nj}^e 対する $2M$ 個の線形方程式である。ここで、$n = 1, 2$, $j = 1, \cdots, M$ であるから、I_{nj}^e の成分の個数は $2M$ であり、未知変数と方程式の個数は一致している。なお、式(47) については、$I_b(x) = I_b(T(x))$ であるので、その積分については、以下のように計算した。まず、I と同じ内挿関数（同じ関数を熱伝導解析の有限要素近似でも用いている）により、その要素内における温度を節点温度（これは熱伝導解析のルーチンを通じて得られる）

$$T_1^e = T(x_1^e), \qquad T_2^e = T(x_2^e) \tag{48}$$

を用いて

$$T(x) = \sum_{n=1}^{2} T_n^e N_n(x) \tag{49}$$

とし、これを式(47) に代入して

$$r_m = K_e(1-\omega)n^2\int_{x_1^e}^{x_2^e} I_b\left(\sum_{n=1}^{2} T_n^e N_n(x)\right)N_m(x)dx \tag{50}$$

として計算した。

式(44) をコンピュータで解く場合、未知変数 I_{nj} は二つのインデックス (n, j) を持っているのでプログラムが面倒である。そこで、$n = 1, 2$, $j = 1, \cdots, M$ の組合せからなる $2M$ 個のインデックスを新たに定義する。すなわち、それを k とすると、

$$\left(\begin{array}{c} n = 1, 2 \\ j = 1, \cdots, M \end{array}\right) \Rightarrow k = 1, \cdots, 2M$$

とする。(n, j) → k の対応は、表１の通りである。

表１　インデックスの再割り当て

	k	1	2	$\cdots$	M	$M+1$	$M+2$	$\cdots$	$2M$
μ	j	1	2	$\cdots$	M	1	2	$\cdots$	M
x^e	n	1				2			

この対応による新たなインデックスを用いて、

$$f_{lmk} = a_{lnm}\delta_{lj} + b_{jmn} \tag{51}$$

を定義する。ここで、左辺のインデックス $k = 1, \cdots, 2M$ が表１の対応により右辺のインデックスの組 (n, j) に対応している。すると、式(44) は次のように書ける。

$$\sum_{k=1}^{2M} f_{lmk} I_k^e = r_m, \quad l = 1, \cdots, M, \quad m = 1, 2 \tag{52}$$

これは当然 $2M$ 個の方程式である。($M \times 2 \times 2M$) の係数行列 f_{lmk} はやはりコンピュータでは扱いにくいので、$m = 1, 2$, $l = 1, \cdots, M$ の組合せからなる $2M$ 個のインデックスをやはり表１の対応により新しい $2M$ 個の一つのインデックスで表す。それを $i = 1, \cdots, 2M$ と書いて、

$$g_{ik} = f_{lmk} \tag{53}$$

なる ($2M \times 2M$) の係数行列 g_{ik} を定義することにより、最終的に各要素において次式が得られる。

$$\sum_{k=1}^{2M} g_{ik} I_k^e = r_i', \qquad i = 1, \cdots, 2M \tag{54}$$

ただし、

$$(r_1', r_2', \cdots, r_M', r_{M+1}', r_{M+2}', \cdots, r_{2M}') = (\underbrace{r_1, r_1, \cdots, r_1}_{m=1(\text{M 個})}, \underbrace{r_2, r_2, \cdots, r_2}_{m=2(\text{M 個})}) \tag{55}$$

である。(I_k^e, $k=1,\cdots,2M$)については、(I_k^e, $k=1,\cdots,M$)が($I(x_1^e, \mu_j)$, $j=1,\cdots,M$)に、また、(I_k^e, $k=M+1,\cdots,2M$)が、($I(x_2^e, \mu_j)$, $j=1,\cdots,M$)に対応している。

以上で、各要素についての方程式が構成されたが、以下のプロセスは通常の有限要素法と同じである。すなわち、各要素に関する式(54)をx方向について重ねていくことで全系に関する方程式を構成することができる。これは、x方向の節点数をNとすると、

$$\sum_{j=1}^{NM} G_{ij} I_j = R_i, \qquad i = 1, \cdots, NM \tag{56}$$

という形式の、NM元連立方程式である。

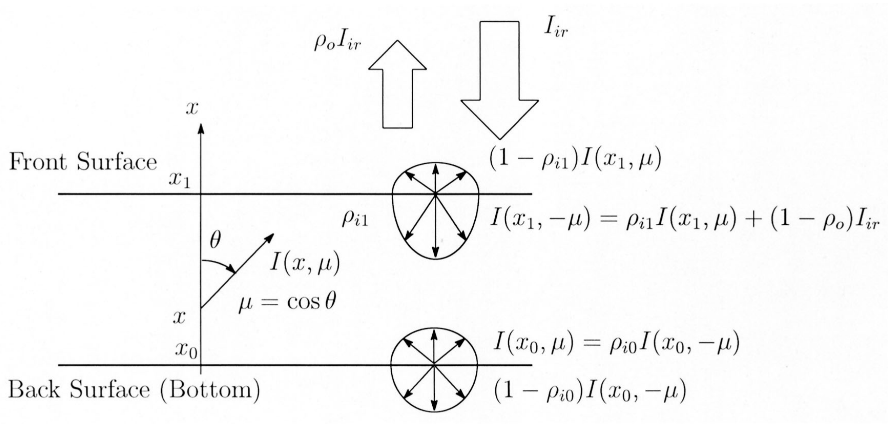


図５ 輻射解析の境界条件

4.2.2 境界条件

断熱材を上方から加熱する問題を考える。この境界条件は図５のようにあらわされる。すなわち、上端面(Front Surface)へのI_{ir}なる入射(Irradiation)に対して、下端面(Back Surface) $x = x_0$、および、照射を受ける上端面$x = x_1$について、境界条件は、$\mu > 0$として、

$$\left.\begin{aligned} I(x_0,\mu) &= \rho_{i0} I(x_0,-\mu) \\ I(x_1,-\mu) &= \rho_{i1} I(x_1,\mu) + (1-\rho_o) I_{ir} \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

と書ける[26]。ここで、ρ_oは外側から来る輻射に対する表面の反射率、ρ_{i0}, ρ_{i1}はそれぞれ下面($x = x_0$)、上面($x = x_1$)における、材料内部からの輻射に対する反射率である。また、下面（底）は後述するように冷却した台に置かれるので、外部から下面への入射はないものとしている。

式(56)に境界条件(57)を代入すると、未知変数がI_j, $j = M/2+1,\cdots,NM-M/2$である（近似積分の対称性よりMは偶数)、$N(M-1)$元連立方程式が得られ、これを解く事によって境界条件(57)を満たす解が得られる。なお、開発したプログラムでは、連立方程式の数値解法としてはバンド係数行列の系をガウスの消去法で解くFortranサブルーチン dlbx1 [35]を使用した。

4.2.3 輻射解析コードの検証

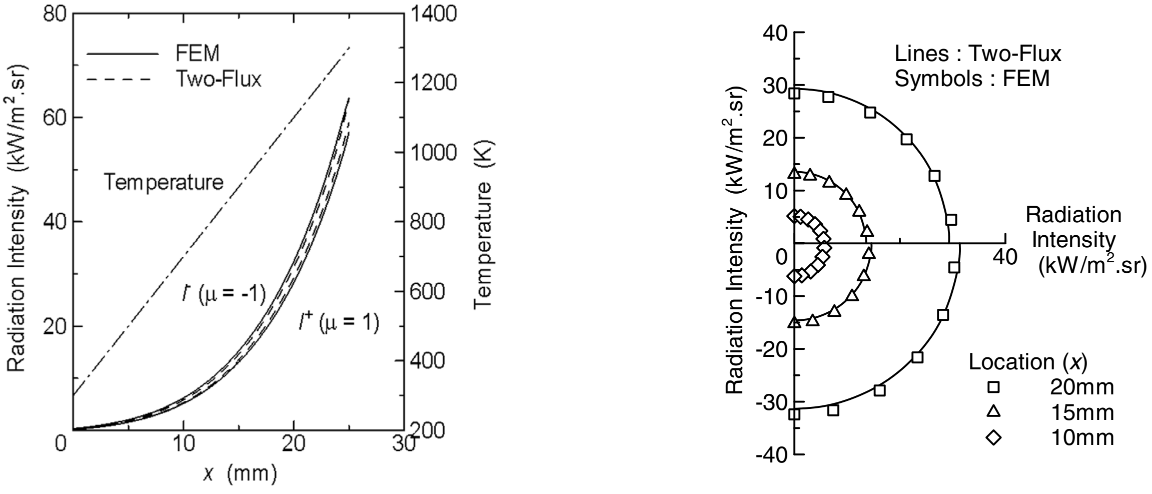
作成した輻射解析コードを検証するため、簡単なケースについて、２流束法による解と比較した。すなわち、上端温度1300K、下端温度300Kの線形温度分布を持つ厚さ25mmの物体の上方からQ_{ir} = 200kW/m^{2}のエネルギーが照射されるものとし、そのときの輻射強度分布を２流束法と有限要素法で求めて比較する。乱射面を仮定して、$I_{ir} = Q_{ir}/\pi$ = 63.7kW/m^{2}を入射強度とした。また、輻射物性としては、K_e = 2100m^{-1}、ω = 0.99、n = 1、反射率は上端、下端ともに全てゼロ($\rho_o = \rho_{i1} = \rho_{i0} = 0$)とした。結果を図６に示す。図６(a)は$x$方向の分布を比較したものである。ただし、有限要素法による解は$\theta = 0$, 180°($\mu = 1, -1$)の値をそれぞれ２流束法のI^+, I^-と比較している。また、図６(b)は、幾つかの深さにおけるθ方向の分布を比較したものである。これらより、２流束法と本有限要素コードによる解はよく一致していることが分かり、本コードは妥当な解を与えることが分かった。なお、２流束法による解は、Mathematicaにより求めた。

4.3 熱伝導解析

１次元の熱伝導方程式は一般的に次式で表される。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + Q \tag{58}$$

ただし、Qは内部発熱である。熱伝導解析に対する有限要素法に関してはよく知られているので、ここでは詳細を省略する。本研究では、矢川ら[36]、Lewisら[37]を参考に１次元非定常熱伝導解析のための有限要素法コードを作成した。ここで作成したコードでは材料物性値の温度



(a) x 方向の輻射強度の分布　　　　　　　　(b) 輻射強度の角度分布

図６　２流束法と有限要素法の比較

依存性と表面からの放射を扱うことができる。

温度の内挿関数は輻射に用いたものと同じ線形関数（式(40)）を用いた。時間積分にはクランク･ニコルソン法を用いたが、物性値の温度依存性と表面からの輻射を考慮するために系は温度について非線形となるので、各時間ステップにおいて反復法を用いて収束解を求めている。なお、連立方程式のソルバーとしては、ガウス消去法により実バンド行列の連立１次方程式を解くサブルーチン“ dlbx1 ”[35] を利用した。

確認として、汎用有限要素法コードANSYSを用いて同じ非定常問題を解析して結果を比較したところ、本コードとANSYSの結果は十分よく一致した。

4.4 連成解析

以上、説明してきた輻射及び熱伝導の有限要素法コードを連成させる。ある時間において境界条件と温度分布 $T(x)$ が与えられたとすると、輻射解析のルーチンで輻射強度分布 $I(x,\mu)$ が得られる。そして、これと式(38)を用いて熱流束 q_r を計算し、熱伝導方程式(37)に代入して熱伝導解析のルーチンを用いて温度分布 $T(x)$ を求め、次の時間ステップに移行する。

式(37)より、q_r の発散 $\partial q_r/\partial x$ が必要であるが、これは輻射の基礎方程式(36)を用いて次のように求められる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial q_r}{\partial x} &= 2\pi\frac{\partial}{\partial x}\int_{-1}^{1}\mu I(x,\mu)d\mu = 2\pi\int_{-1}^{1}\mu\frac{\partial I}{\partial x}d\mu \\ &= 2\pi(1-\omega)K_e\left[2n^2 I_b(T) - \int_{-1}^{1} I(x,\mu)d\mu\right]\end{aligned} \tag{59}$$

一方、式(37)と熱伝導方程式(58)と比較すると、内部発熱 Q を $-\partial q_r/\partial x$ に置き換えればよいことが分かる。すなわち、

$$-Q = \frac{\partial q_r}{\partial x} = 2\pi(1-\omega)K_e\left[2n^2 I_b(T) - \int_{-1}^{1} I(x,\mu)d\mu\right] \tag{60}$$

あとは、熱伝導解析のルーチンで解くことができる。ただし、輻射 $I(x,\mu)$ の解析には温度分布が必要であるので、輻射解析は先述した非線形熱伝導方程式についての反復ルーチンに含める必要がある。矢川らによると、非線形熱伝導解析での収束計算は１回で十分なことが多いとされているが[36]、実際の計算によると、本連成解析においても、収束判定を温度について反復法の前ステップとの相対的な差の絶対値で 10^{-3} 以下としたとき、３～４回の反復で十分収束した。

なお、プログラム言語としてはFortran90を用いている。また、連立方程式を解くプロセスは有限要素解析で最も時間を要するものであるが、先述したように、本プログラムではガウスの消去法により実バンド行列の連立１次方程式を解くサブルーチン“ dlbx1 ”[35] を利用した。バンド化することにより、バンド化しないでガウスの消去法により解く場合よりも著しく計算速度が向上した。

5. 実　験

5.1 実験装置

本研究では(株)サーモ理工製の赤外線導入加熱装置(GV-2)を導入して実験を行った。実験装置の外観を図７に示す。また、主要仕様を表２にまとめて示す。標準仕様に加えて、後述するシャッターと水冷式の試験台移動機構を特別に装備している。本装置の特徴は赤外線導入部にある。すなわち、ランプで発生した赤外線を直径20mmの石英ロッドに導くことにより、加熱対象直近からエネルギーを照射することができる。この技術により、真空チャンバー内で局所的な加熱が可能となっている。実験で用いられた赤外線の分光照射強度を図８に示す。

一方、試験片は水冷式の台に置かれるが、この台は移動機構により上下することができる。この移動機構にはデジタル式の測長計がついており、0.01mmの精度で試

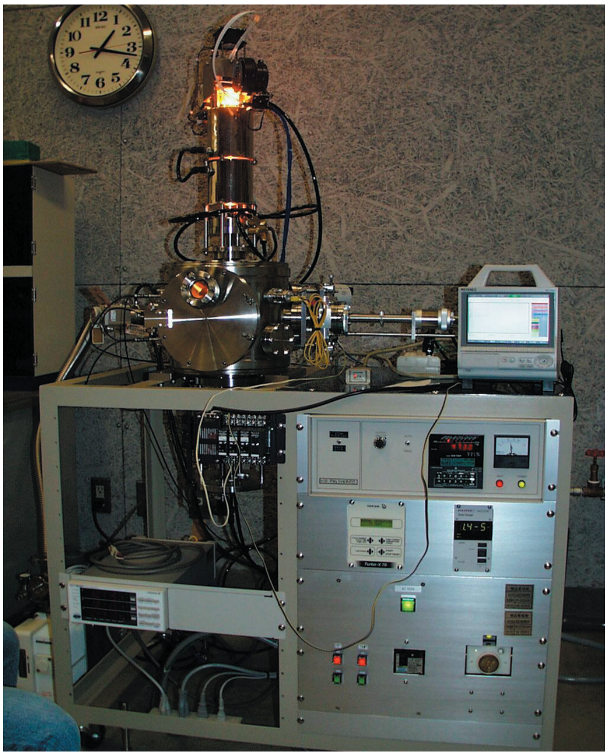


図７　実験装置

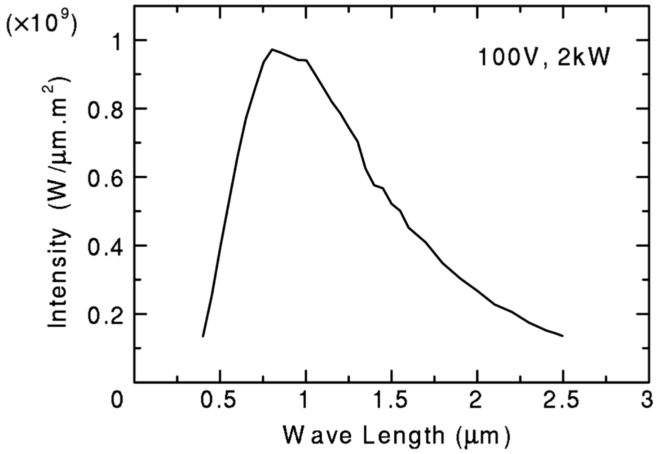
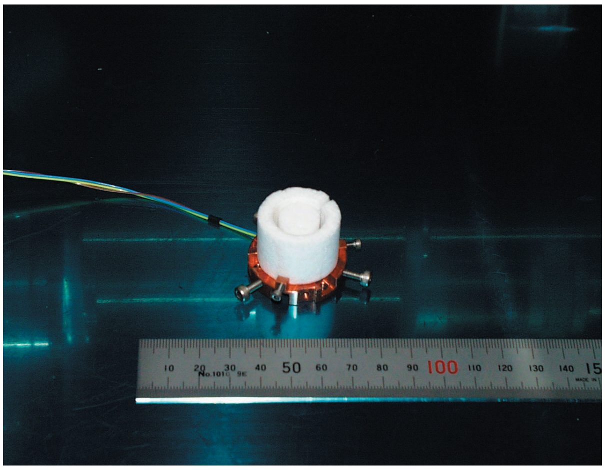


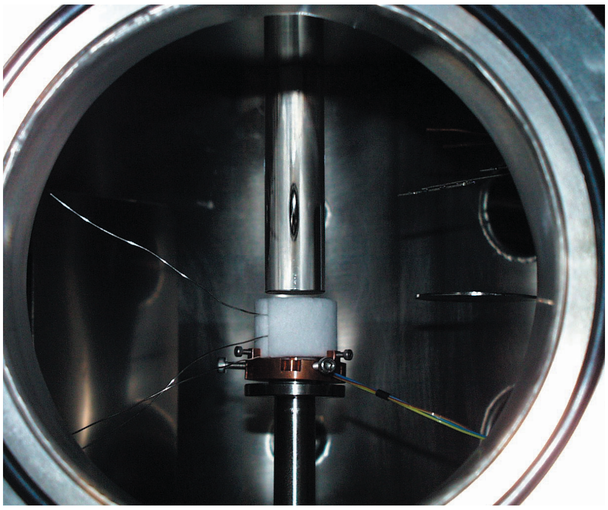
図８ 赤外線ランプの分光照射強度
（メーカー提供データ）

表 2　　実験装置主要仕様

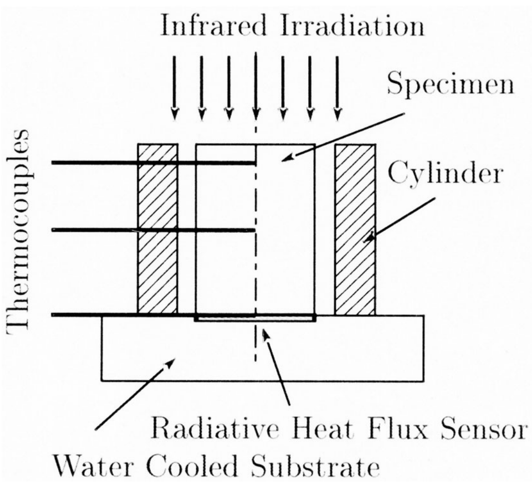
赤外線導入本体部	赤外線ランプ	最大定格 100V 20A，常用定格 100V 18A
	ゴールド楕円ミラー	水冷式回転楕円体
	赤外線導入ロッドロ径	20mm
	最高到達温度	1500 ℃
	最大昇温速度	100 ℃／秒 以上
	真空移動機構	移動距離 25mm
	真空チャンバー取付	ICF70 フランジ
	冷却方式	水冷および空冷
温度コントローラ	制御方式	①熱電対出力による温度のフィードバック制御方式
		②電流値時間制御方式
		①，②の切り替えが可能
	プログラム設定	99 種，700 ステージ
	昇（降）温速度	1 ～ 1999.9 ℃／秒・分・時
	設定温度	0 ～ 1999 ℃，1 ℃毎
	設定保持時間	1 ～ 59 秒，1 ～ 59 分，1 ～ 99 時間
	出力制御・容量	SCR 位相制御 100V 20A
真空チャンバー	形状	円筒状 ステンレス製，約 ϕ 220 × 210，水冷式
	試料出入蓋	ステンレス製，前面扉開閉
	のぞき窓	石英製，約 ϕ 30，前面斜方向
	排気口	2 インチ
	ポート	ICF-34 熱電対用，ガス IN, OUT
		ICF-70 真空計，他用
	真空シール	平面 O リングシール
	最高到達真空度	5 × 10^{-4} Pa 以上
真空系	排気ポンプ	ターボ分子ポンプ，70 lit/sec
		ロータリーポンプ，50 lit/min.
	ポンプリーク	ティ及びリークバルブ付
	排気速度	5 × 10^{-4} Pa まで 20 分以内
	真空計	方式：ピラニー・コールドカソード 一体型
		測定範囲：大気圧 ～ 10^{-7} Pa 連続デジタル表示
試料ホルダー及び温度測定部	試料ホルダー部	ステンレス製，水冷方式
	温度センサー	R シース径 ϕ 0.5 × 200L，4 対，測定温度範囲：室温～1600 ℃
	シャッター機構	トランスファーロッドによる手動方式，遮熱板 ： 白金
電気，水冷系安全回路	電源ユニット	前面：ブレーカー，ポンプ用 SW 付
		後面：入力端子板，サービスコンセント付
	断水リレー	冷却水停止時 赤外線ランプ OFF
	冷却水量	2 lit/min.
パワーメータ	方式	単相２線式，最大 20A
	表示内容	電圧・電流および電力
	レンジ	電圧：150，300，600V，電流：1，2，5，10，20A
設置条件	電源容量	100V 20A （赤外線ランプ用），100V 10A （ポンプ用）
	冷却水	市水 1～2 lit/min.，圧力 2～5 kg/cm2



(a) 試験片と支持台



(b) セッティングの様子



(c) 測定方法

図９ 試験片とセッティング

験片の位置（赤外線ロッド底面からの位置）を決めることができる。試験片と赤外線導入ロッド底面の間にはシャッターが設けられており、後述するように、ほぼステップ状の照射ON/OFFが可能である。また、本装置には真空系としてロータリーポンプとターボ分子ポンプが装備されており、0.1mPa オーダーの高真空中で実験が可能である。

試験片は、宇宙往還技術試験機(HOPE-X) プロジェクトで開発されたセラミックタイルから切り出した、直径14mm、厚さ L = 5, 10, 15, 20, 30, 40 mm の円柱である。この試験片を、同じ材料で作成した円筒（内径18mm、肉厚10mm、長さは試験片と同じ）で囲み、試験片上面から赤外線導入加熱装置で加熱する。ただし、試験片上面と赤外線導入ロッド底面の距離は 3mm とした。試験片と支持台、および、装置に装着した様子を図９(a),(b) に、実際の加熱の様子を図10 に示す。支持台の材料は無酸素銅である。試験片側面は支持台との接触をできるだけ少なくするため、M1.2 の微小なネジ３本で支持台に固定される。また、試験片底は無酸素銅製の円板を介して水冷式支持台で支えられる。この円板と試験片の間には厚さ0.2mm、直径13mmの薄型輻射熱流束センサー（Captec 製）が挿入され、試験片直下での輻射熱流束が測定される。

温度計測には熱電対を用いた。装置本体には４対のR型シース熱電対が装備されており、これらの熱電対のうち２対を試験片中心軸の深さまで挿入して試験片の温度を測定した。また、本実験で用いた薄型輻射熱流束センサーにはK型熱電対が埋め込まれており、試験片底の温度を測定できる。試験の概念図を図９(c) に示す。

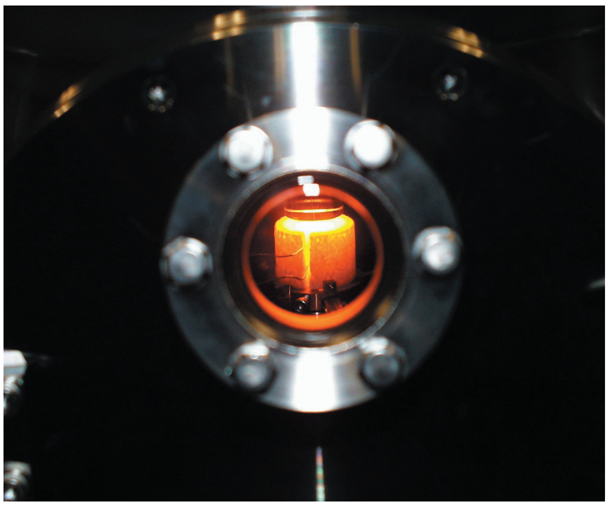


図10 加熱の様子

5.2 キャリブレーション

実験をはじめる前に、制御装置の設定パラメータと照射される熱流束の対応関係を調べた。熱流束の測定にはGardon型の輻射熱流束センサー（Vatell製Thermogage）を使用した。実際の実験と同じく、赤外線導入ロッドとセンサーの間隔は3mmとしている。この対応関係により、実際の実験時での加熱条件に対応する加熱装置の制御パラメータが求められる。３回測定した結果を図11に示す。これより、赤外線導入ロッドと試料の間の距離を3mmとしたとき、本装置では最大1.2MW/m^{2}程度の加熱が可能であることが分かる。また、制御装置設定値X(%)と照射熱流束Q_{ir}(kW/m^2)の関係は、最小二乗近似により、

$$
\begin{aligned}
Q_{ir} &= a_0 + a_1 X + a_2 X^2, \\
a_0 &= -68.02, \quad a_1 = 2.135, \quad a_2 = 0.1249
\end{aligned} \tag{61}
$$

となる。式(61)により、所定の加熱率を得るための制御装置設定値を計算することができる。

本実験ではステップ状の加熱をおこなう。しかしながら、ランプは所定の出力に達するまで５秒程度かけて緩やかに立ち上がるので、ステップ状の加熱を実現するために白金製のシャッターを設けた。このシャッターは加熱ロッドの直下1mmの位置にある。ランプ点灯後、十分な出力に到達した時点でシャッターを開くことになるが、シャッターを開くまでの時間が長すぎるとシャッター自体の温度が上昇してその放射熱により試験片が加熱されるので、試行錯誤した結果、点灯開始時から10秒後にシャッターを開くことにした。一方、加熱終了時には、ランプは電流遮断後、緩やかに消えていくので、やはりステップ状に熱流束を遮断するため、電流遮断と同時にシャッターを閉じることにした。このようにして得られるステップ状加熱履歴の実測値を図12に示す。各熱流束において、ほぼステップ状の加熱が実現されていることが分かる。

5.3 実験条件

試験片にはシース熱電対を上端から3mm、および、中央の２箇所に、中心軸の深さまで挿入して温度を計測するとともに、薄型輻射熱流束センサーにより試験片直下での輻射熱流束を測定した。この輻射センサーには熱電対が埋め込まれており、試験片底の温度が同時に測定される。また、試験片上端と赤外線導入加熱ロッドとの距離は3mmとした。なお、空気の影響を排除するために、加熱は真空ポンプ運転開始より約3時間後、0.1mPaオーダーの高真空中で実施した。

加熱率など、実験条件を表３に示す。加熱時間は20分間であるが、温度降下時のデータも得るため、加熱開始からの計測時間は40分とした。ここで、冷却は真空中での自然冷却である。なお、試験片長さ5mm、および、15mmの場合には、試験片が薄いため熱電対は挿入せず、試験片直下での輻射熱流束のみを測定した。また、これらの場合には輻射センサーの過熱を防ぐため、加熱開始後数秒で加熱を終了し、後に輻射特性の同定に必要となる加熱開始直後の輻射熱流束のみを測定した。

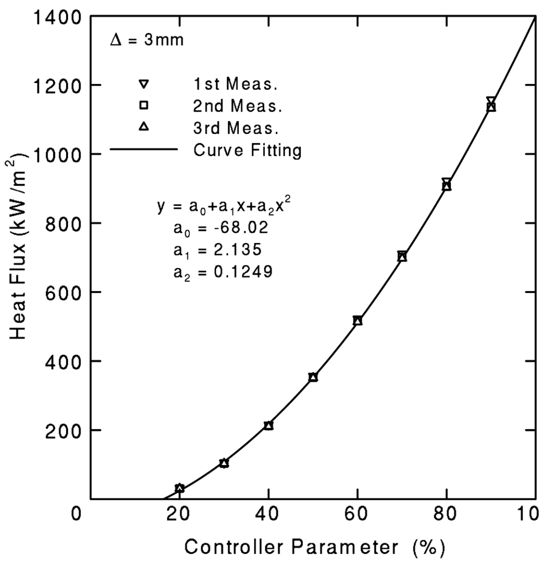


図11 照射熱流束の測定

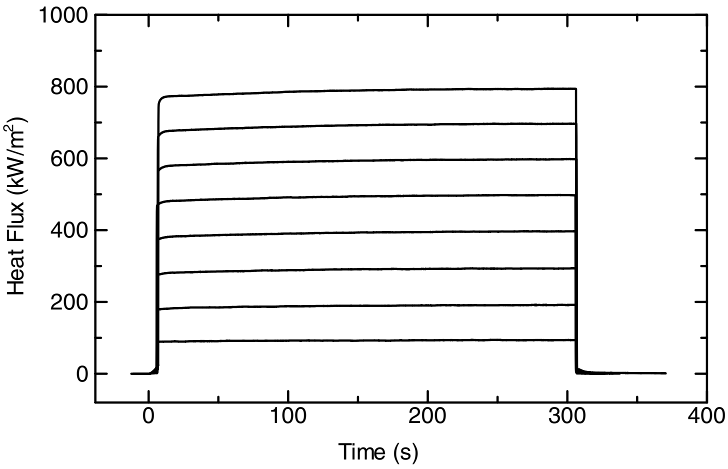


図12 ステップ状加熱履歴

6．実験結果および解析

6.1 輻射特性

輻射物性値の測定とは、方程式を実験条件を表す境界条件の元で解いて、解としての輻射強度と実測される輻射強度が一致するように、パラメータを求めることである[38]。ここでは、加熱開始直後に測定される輻射熱流束を解析することにより、輻射特性を求めた。

シャッターを開けて加熱を開始した時、試験片直下の輻射熱流束Q_rはある量Q_{r0}だけ瞬間的に立ち上った。このQ_{r0}は、試験片の温度が上昇前、すなわち、試験片が室温程度の低温で均一である時のものであるから、このときには試験片自体からの放射は無視することができ、Q_{r0}は加熱装置からの照射Q_{ir}が試験片内部を減衰しながら透過してきた熱流束であると考えることができる。その後、試験片の温度が上昇するにつれて高温となった試験片自体からの放射が加わることによってQ_rは徐々に増加する。そこで、Q_{r0}とQ_{ir}の関係を解析することによって、室温での輻射特性（減衰特性）を調べた。

実験で得られたQ_{r0}とQ_{ir}の関係を図13に示す。図より、各試験片厚さについて、Q_{r0}とQ_{ir}は原点を通る比例関係にあること、また、その勾配は試験片厚さが小さいほど大きいことが分かる。この勾配Q_{r0}/Q_{ir}と試験片厚さLの関係を図14に示す。試験片が厚い場合にはQ_{r0}/Q_{ir}はLに対して指数関数的に減少するが、一方、Lが小さくなると急激に増大する。

上述の結果を議論するために、２流束法を用いてQ_{r0}とQ_{ir}の関係を求めてみる。散乱の等方性を仮定し、また、温度上昇前であるので、試験片自体の温度上昇による輻射項$(1-\omega)I_b(T)$を無視すると、２流束法により次式が得られる。

$$\left\{\begin{aligned} \frac{1}{K_e}\frac{dI^+}{dx} &= -(2-\omega)I^+ + \omega I^- \\ -\frac{1}{K_e}\frac{dI^-}{dx} &= -(2-\omega)I^- + \omega I^+ \end{aligned}\right. \tag{62}$$

表 3　実験条件

試験片厚さ (mm)	加熱率 (kW/m²)	加熱時間 (min)	計測時間 (min)
5*	100		
5*	200		
5*	300		
5*	400		
15*	100		
15*	200		
15*	300		
15*	400		
20	100	20	40
20	200	20	40
20	300	20	40
20	400	20	40
25	100	20	40
25	200	20	40
25	300	20	40
25	400	20	40
30	100	20	40
30	200	20	40
30	300	20	40
30	400	20	40
40	100	20	40
40	200	20	40
40	300	20	40
40	400	20	40

* 試験片厚さ5，15mmは加熱直後の輻射熱流束のみ測定

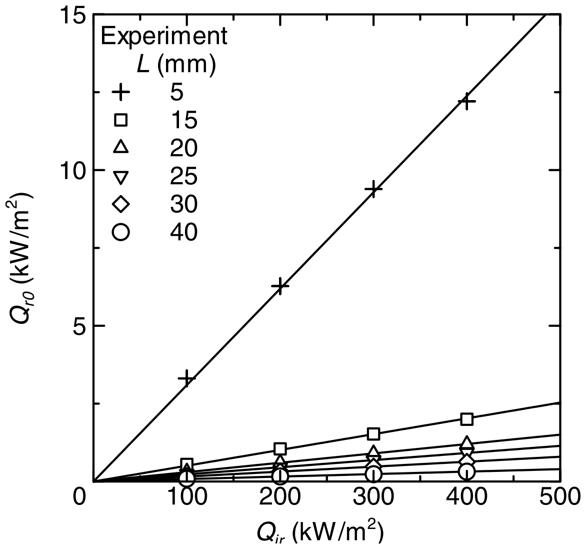


図13 Q_{r0}とQ_{ir}の関係

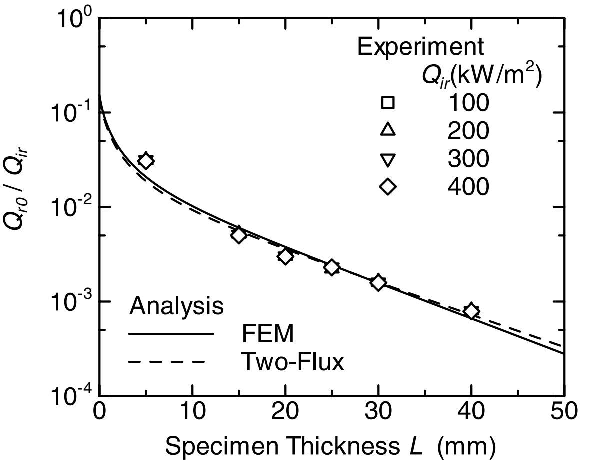


図14 輻射特性の解析結果

ただし、I^+ は試験片の上方向（$+x$ 方向）に向かう輻射強度、I^- は試験片の下方向（$-x$ 方向）に向かう輻射強度である。境界条件は、

$$\left.\begin{aligned} I^-(L) &= \rho_{i1} I^+(L) + (1-\rho_o) Q_{ir}/\pi \\ I^+(0) &= \rho_{i0} I^-(0) \end{aligned}\right\} \tag{63}$$

ここで、ρ_{i0}、ρ_{i1} は試験片底（$x=0$）、上端（$x=L$）における、試験片内部への反射率、ρ_o は上端での外部への反射率である。また、測定される輻射熱流束は

$$Q_{r0} = \pi(1-\rho_{i0}) I^-(0) \tag{64}$$

となる。この境界値問題は解析的に解くことができ、その解より、Q_{r0} は次式のようになる。

$$Q_{r0} = g(L) Q_{ir}, \tag{65}$$

ただし、

$$\left.\begin{aligned} g(L) &= \frac{4(1-\rho_o)(1-\rho_{i0})\beta\exp(2K_e\beta L)}{A\exp(4K_e\beta L) - B}, \\ A &= 2(1+\beta) + \rho_{i0}\{\rho_{i1}(2-2\beta-\omega)-\omega\} - (1+\rho_{i1})\omega \\ B &= 2(1-\beta) + \rho_{i0}\{\rho_{i1}(2+2\beta-\omega)-\omega\} - (1+\rho_{i1})\omega \\ \beta &= \sqrt{1-\omega} \end{aligned}\right\} \tag{66}$$

式(65)、式(66)は、Q_{r0} と Q_{ir} は原点を通る比例関係にあり、その勾配 $g(L)$ は試験片厚さ L のみの関数であることを意味し、図13、図14の結果と一致する。また、式(66)より、図14の切片 $g(0)$ は

$$g(0) = \frac{(1-\rho_o)(1-\rho_{i0})}{1-\rho_{i0}\rho_{i1}} \tag{67}$$

となる。

以上、得られた式を用いて、輻射特性を決定した。すなわち、実験結果と式(65)で計算される値の差

$$s = \sum^N \left(\frac{Q_{r0}^{\text{experiment}} - Q_{r0}^{\text{calculation}}}{Q_{r0}^{\text{experiment}}} \right)^2 \tag{68}$$

が最小になるような定数の組（ρ_o, ρ_{i0}, ρ_{i1}, K_e, ω）を求めた。ここで、N はデータ点数である。結果を表４に示す。内部への反射率は、$\rho_{i0}=\rho_{i1}=0$ となったが、Roux らは繊維質断熱材の輻射解析で内部への反射率はゼロと仮定している[18]。また、セラミックタイル断熱材内部の輻射輸送は散乱が支配的であることが知られており[27]、これは、散乱アルベド ω は１に近いことを意味している。表４の結果はこの知見と一致している。

得られた結果を用いて計算した Q_{r0}/Q_{ir} と L の関係を図14に破線で示す。$L=5$mm の場合に若干低いものの、２流束法による計算結果と実験結果は良い対応が得られていることが分かる。

同様の解析を有限要素法を用いて行った。すなわち、

表４　材料定数

Constants	FEM	Two-Flux
ρ_o	0.85	0.86
ρ_{i0}	0	0
ρ_{i1}	0	0
K_e (m^{-1})	1570	1240
ω	0.999	0.999
n	1	-
ε	0.1	-
ρ (kg/m^3)	100	-
c (J/kgK)	300	-
λ_s (W/mK)	0.02	-

開発した有限要素法による輻射解析コードを用いて式(68)で定義される誤差 s が最小になるような定数の組（ρ_o, ρ_{i0}, ρ_{i1}, K_e, ω）を求めた。解析は、μ 方向の節点数18、x 方向の節点数を101として実施した。結果を表４に、また、得られた結果を用いて計算した Q_{r0}/Q_{ir} と L の関係を図14に実線で示す。表４より、有限要素法を用いて得られた定数値は、減衰係数 K_e に若干の違いがあるものの、２流束法による値に近いことが分かる。また、図14より２流束法と有限要素法でほぼ同一の結果が得られている。

6.2 材料定数

有限要素解析に必要な材料定数のうち、ρ_o, ρ_{i0}, ρ_{i1}, K_e, ω については前節で説明した通りであるが、その他の材料定数もまとめて表４に示す。

屈折率 n については、空隙率の高い繊維質断熱材では屈折率は空隙の値を使用すべきであるとされている[10, 13, 18]ので、ここでは真空の値 $n=1$ と仮定した。密度は公称値を用いた。また、固体熱伝導率については、次のように仮定した。GHP 法で求めた真空中の熱伝導率には輻射の影響が入っており、温度に対して下に凸で単調増加する傾向を示している。この値のうち、室温近辺では輻射の影響が小さく固体熱伝導率の値が反映されていると考え、ここでは、その室温での値を固体熱伝導率と仮定した。したがって、固体熱伝導率の温度依存性は考慮されていない。表面輻射率 ε と比熱 c は温度応答の解析結果ができるだけ実験結果に近くなるように決定した。比熱を調整したのは、公称値では非定常応答速度が測定値よりも遅いという結果が得られたためで、その理由としては、測定上の問題と材料特性上の問題が考えられる。すなわち、材料が多孔質であるために熱電対が輻射により直接加熱され、温度応答速度に熱電対自体の熱容量が反映されている可能性がある。また、本研究では簡単化のために材料特性の異方性、周波数依存性、温度

依存性等が考慮されていないので、材料特性が全体として質的に不十分である可能性がある。温度上昇時における上記熱伝導率の仮定の妥当性も現状では十分検討されていない。そのため、非定常応答速度にのみ影響する比熱を調整するのが合理的であると判断した。

6.3 解析結果および考察

各試験片厚さについて、温度応答の解析結果と実験結果を図15～18に示す。また、定常状態での温度分布の解析結果と実験結果を図19に示す。このうち、試験片底の温度は温度境界条件として与えている。図19から分かるように、全体として、加熱率が小さいほど温度の解析結果は実験結果よりも高くなる傾向にある。一方、加熱率が高いほど解析結果と実験結果はよく一致する。また、図20 に試験片底での輻射熱流束の解析結果と実験結果を示す。この実験結果は、輻射と連成しない単純な熱伝導解析では原理的に解析不可能なものであり、本コードの開発によって、このような現象、すなわち、温度上昇に連成する輻射の挙動が解析可能になった。概ね良好な結果であると考えるが、解析の精度が悪い場合もある。

本解析では材料定数は全て温度等によらず一定であるとしている。また、輻射についても灰色体を仮定している。材料に関するこのような簡単化が解析精度悪化の原因の一つとして考えられる。また、実験は軸対称であるが、解析は1 次元であるため、試験片側面からの熱の損失も解析では考慮されていない。一方、本材料のような多孔質材料の温度測定は極めて困難であることが知られており、本実験でも実験上の誤差が存在することは当然考えられる。この誤差の見積もり自体も非常に難しい。

以上、要するに、解析においては材料物性値の高精度化、解析コードの軸対称、乃至、２、３次元化、また、空隙率の高い断熱材に対する実験技術の高度化などが今後の課題であると考えられる。

7. 結　言

本研究では宇宙往還機熱防護系の熱解析技術の高度化に資することを目的として、これまで必要性が指摘されていながらも解析が困難であった断熱材の主要な伝熱機構である輻射に着目し、有限要素法に基づく輻射・熱伝導連成解析コードを開発した。また、セラミックタイル断熱材を対象として実験を実施し、輻射特性に関する諸定数を決定した。さらに、温度応答等の解析を実施し、実験結果と比較することによって解析法の妥当性と問題点を検討した。

将来有望とされる金属製熱防護系では機械荷重を伝達する金属枠構造の内部に繊維質断熱材が用いられるが、断熱材の伝熱機構は本研究と共通であるので、得られた成果は将来の熱防護系開発に必要とされる高度な熱解析にも資するものと考えている。そのためには、解析コードの３次元化や本研究では考慮しなかった空気の影響の評価、および、先に議論したように、異方性や温度依存性、周波数依存性など材料特性の高精度化が必要である。さらに、金属製熱防護系では熱応力も問題となるので、熱解析と応力解析の連成解析も必要になる。すなわち、熱防護系に関わる、より広範囲の現象を扱うことのできる総合的な解析法の開発が望まれる。

なお、本研究は平成13～14年度の萌芽的研究課題として実施したものである。

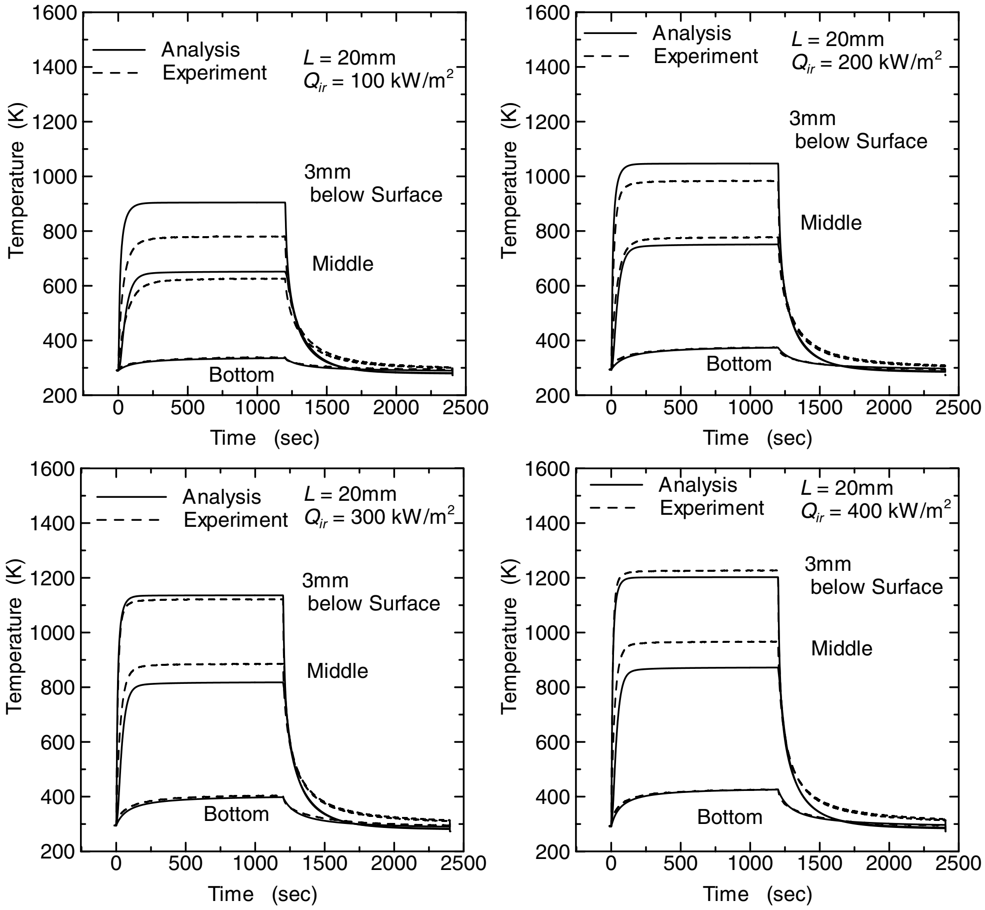


図15 温度応答の結果（L=20mm）

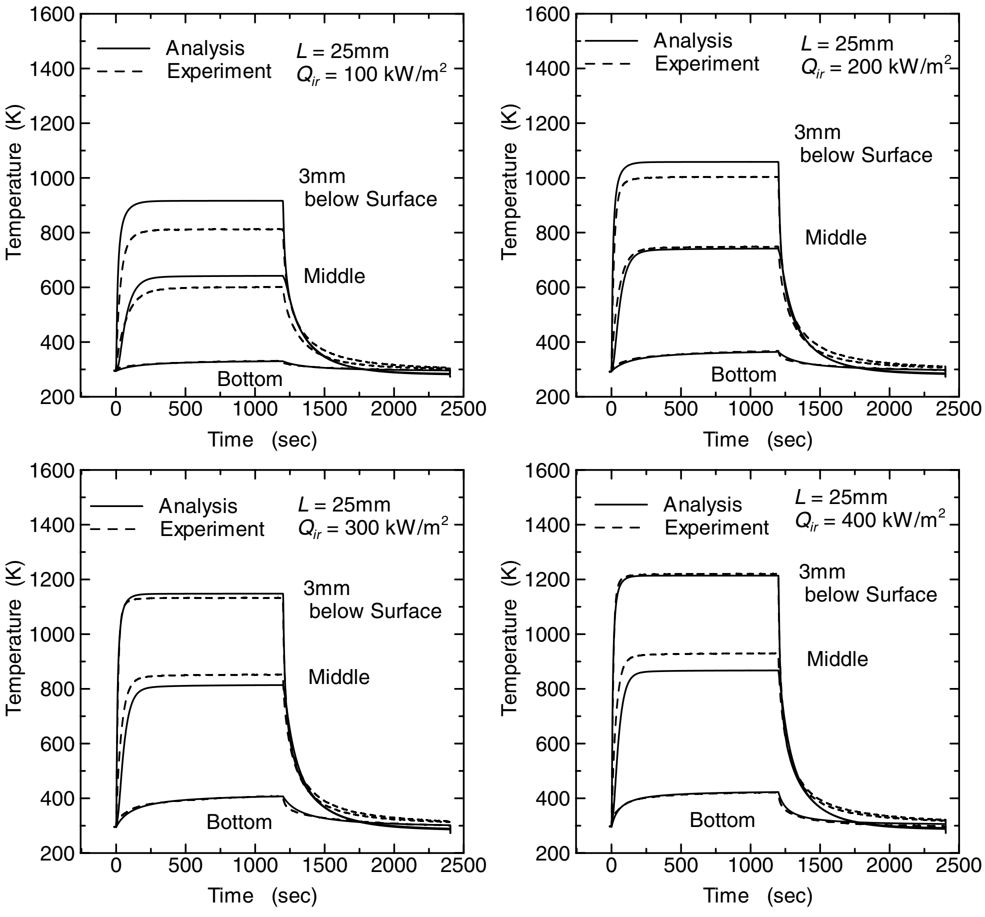


図16 温度応答の結果（L=25mm）

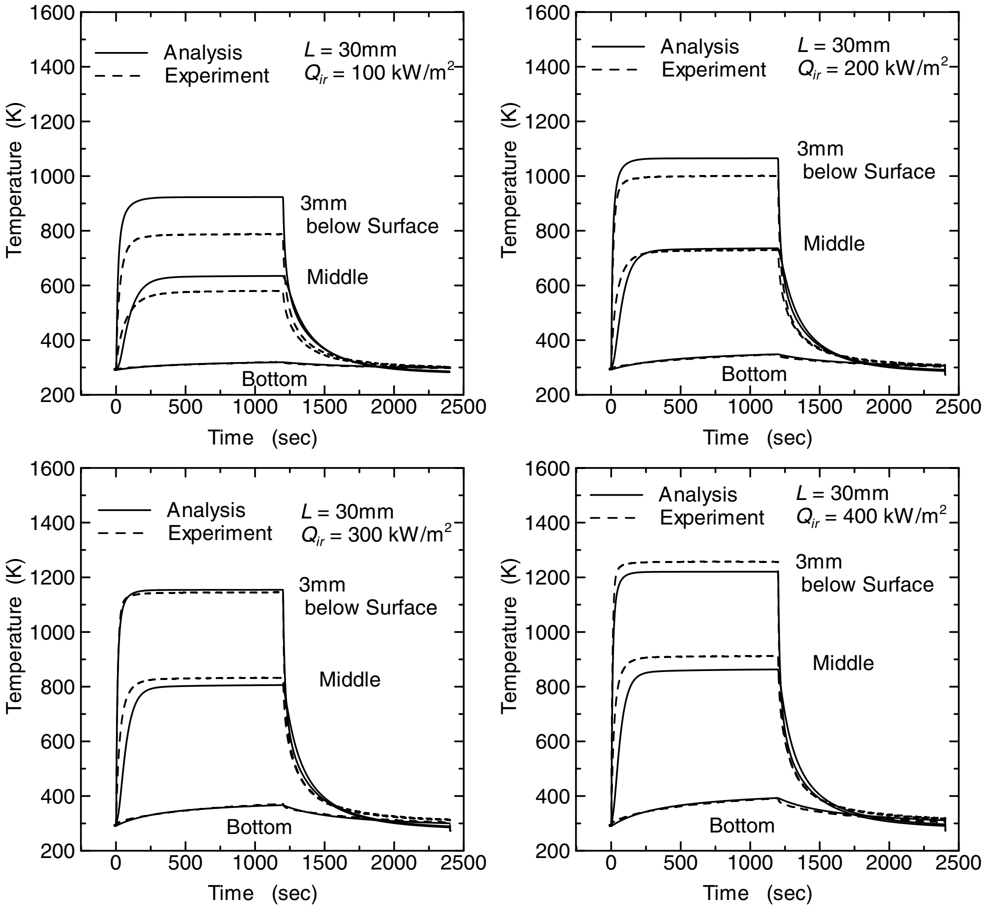


図17 温度応答の結果（L=30mm）

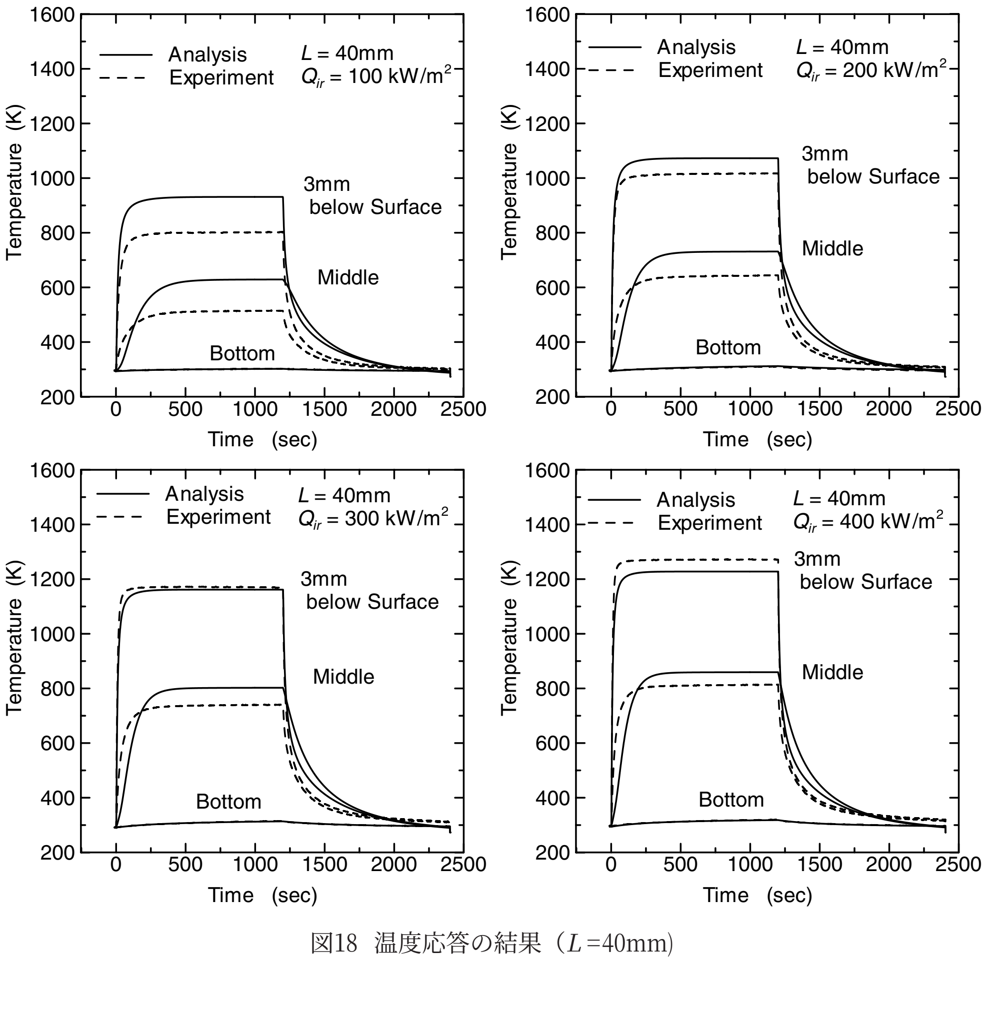


図18 温度応答の結果（L=40mm）

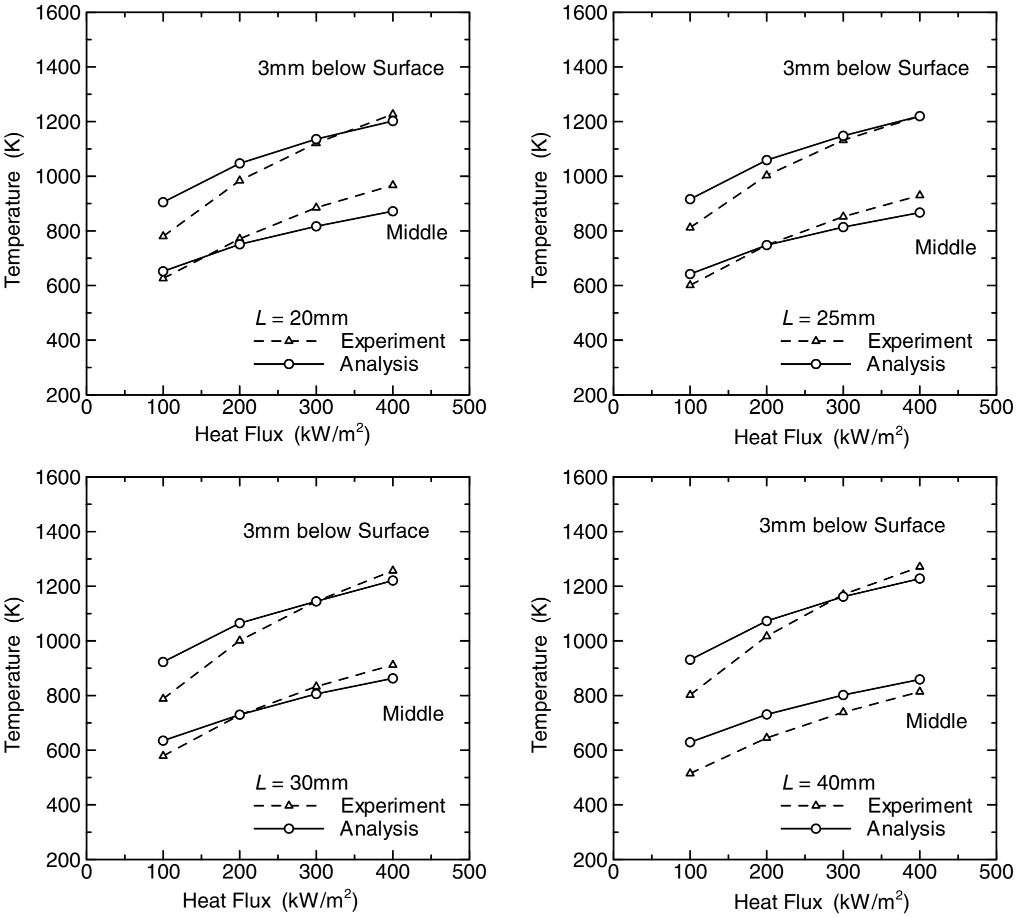


図19 定常温度の結果

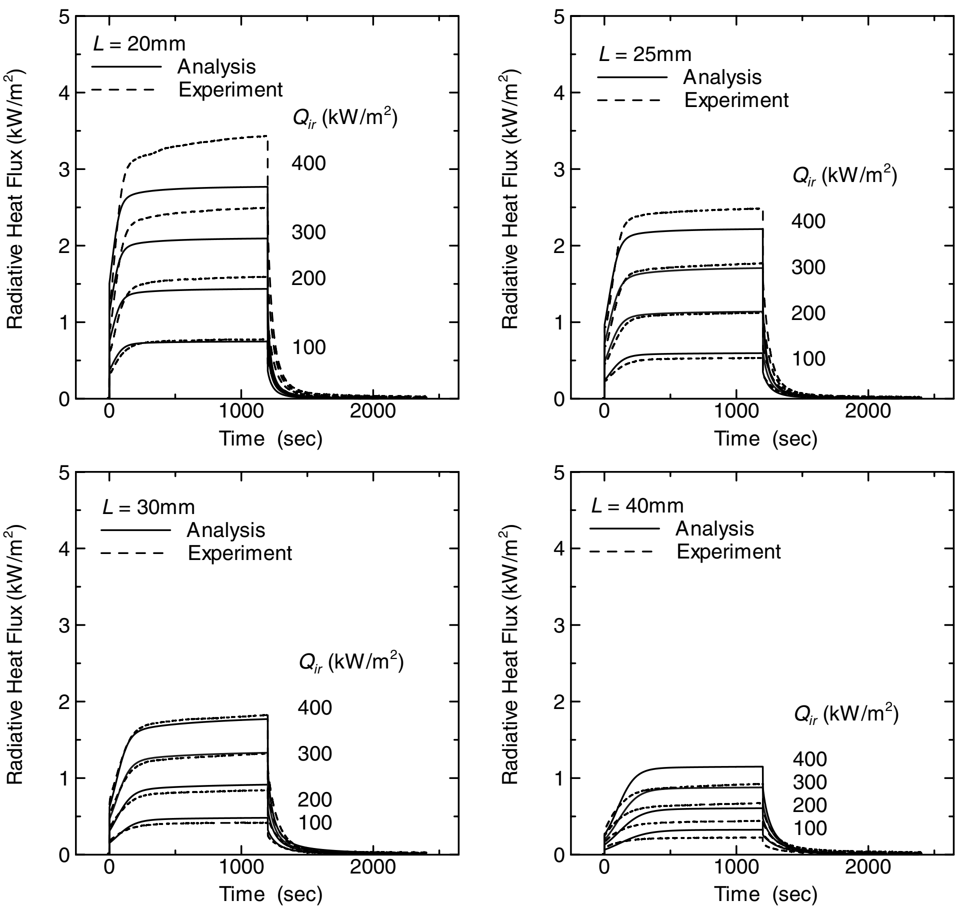


図20 輻射熱流束の結果

参考文献

(1) Guthrie, J.D., Battat, B. and Severin, B.K., Thermal Protection Systems for Space Vehicles, Material Ease, http://amptiac.iitri.org/NewsAndEvents/Newsletter/2ND Q2000/2000MaterialEase11.pdf (2000).

(2) Orbiter Thermal Protection System, NASA Facts, John F. Kennedy Space Center,March 1997, FS-2000-06-29-KSC, http://wwwpao.ksc.nasa.gov/kscpao/nasafact/pdf/tps.pdf (2000).

(3) Williams, S.D. and Curry D.M., Prediction of Rigid Silica Based Insulation Conductivity,NASA TP-3276 (1993).

(4) Daryabeigi, K., Analysis and Testing of High Temperature Fibrous Insulation for Reusable Launch Vehicles, AIAA Paper 99-1044 (1999).

(5) Williams, S.D. and Curry, D.M., Effective Thermal Conductivity Determination for Low-Density Insulating Materials, NASA TP-1155 (1978).

(6) Hughes, T.A., Linford, R.M.F., Schmitt, R.J. and Christensen, H.E., Radiant Heat Transfer in Reusable Surface Insulation, Symposium on Reusable Surface Insulation of Thermal Protection of Space Shuttle, NASA Ames Research Center, 11-3 Nov.(1972) pp.197-226.

(7) Curry, D.M. and Williams, S.D., Nonlinear Least Squares - An Aid to Thermal Property Determination, AIAA Journal vol. 11-5 (1973) pp.670-674.

(8) Banas, R.P. and Cunnington, Jr., G.R., Determination of Effecive Thermal Conductivity for the Space Shuttle Orbiter's Reusable Surface Insulation (RSI), AIAA Paper 74-730 (1974).

(9) Stewart, D.A. and Leiser, D.B., Characterization of the Thermal Conductivity for Advanced Toughened Uni-piece Fibrous Insulations, AIAA Paper 93-2755 (1993).

(10) Marschall,J., Maddren,J. and Parks,J., Internal Radiation Transport and Effective Thermal Conductivity of Fibrous Ceramic Insulation, AIAA 2001-2822 (2001).

(11) Blosser,M.L., Development of Metallic Thermal Protection Systems for the Reusable Launch Vehicle, NASA TM-110296, (1996).

(12) Daryabeigi,K., Thermal Analysis and Design Optimization of Multilayer Insulation for Reentry Aerodynamic Heating, J. Spacecraft and Rockets 30-4, (2002) pp.509-514.

(13) Daryabeigi,K., Heat Transfer in High-Temperature Fibrous Insulation, AIAA 2002-3322 (2002).

(14) Brewster, M.Q., Thermal Radiative Transfer and Properties, (1992) John Wiley & Sons, Inc.

(15) Siegel, R. and Howell, J., Thermal Radiation Heat Transfer, (1972) McGraw-Hill Book Company.

(16) Callis, L.B., The Radiative Transfer Equation and Environmental Effects in the Upper Atmosphere, AIAA Paper 72-663.

(17) Agarwal, R.K. and Schulte, P., A New Computational Algorithm for the Solution of Radiation Heat Transfer Problems, AIAA Paper 98-2836.

(18) Roux, J.A., Yeh, H.Y., Smith, A.M. and Wang, S.Y., Finite Element Analysis of Radiative Transport in Fibrous Insulation, AIAA Paper 83-1502 (1983).

(19) Maruyama, S., Viskanta, R. and Aihara, T., Active Thermal Protection System Against Intense Irradiation, J. Thermophysics 3-4 (1989) pp.389-394.

(20) Maruyama, S., Viskanta, R. and Aihara, T., An Active Thermal Insulation System Using Semitransparent Porous Media for Protection Against Intense Irradiation, AIAA Paper 89-0605 (1989).

(21) 甲藤好郎、伝熱概論、養賢堂(1964).

(22) 谷口博、Yang, W.-J.、工藤一彦、黒田明慈、持田明野、放射伝熱解析、(1994) コロナ社.

(23) Chandrasekhar, S., Radiative Transfer, (1960) Dover Publications, Inc.

(24) Ebeling, W.-D., Fischer, W.P.P, Antonenko, J. and Paderin, L., Thermal Conductances of Ceramic Insulation Blankets for Re-Entry Vehicles, SAE Technical Paper Series 951577 (1995).

(25) Zumbrunnen, D.A., Viskanta, R. and Incropera, F.P., Heat Transfer Through Porous Solids with Complex Internal Geometries, Int. J. Heat Mass Transfer 29-2 (1986) 275-284.

(26) Matthews, L.K., Viskanta, R. and Incropera, F.P., Combined Conduction and Radiation Heat Transfer in Porous Materials Heated by Intense Solar Radiation, Trans. ASME J. Solar Energy Engineering, Vol. 107 February (1985) pp.29-34.

(27) Schmitt, R.J., Linford, R.M.F., Dillow, C.F. and Hughes, T.A., The Infrared Properties of Reusable Surface Insulations, AIAA Paper 73-745 (1973).

(28) Tong, T.W. and Tien, C.L., Radiative Heat Transfer in Fibrous Insulations - Part I : Analytical Study,

Trans. ASME J. Heat Transfer 105 February (1983) pp.70-75.
(29) Tong, T.W., Yang, Q.S. and Tien, C.L., Radiative Heat Transfer in Fibrous Insulations - Part II : Experimental Study,Trans. ASME J. Heat Transfer 105 February (1983) pp.76-81.
(30) 工藤一彦、谷口博、黒田明慈、李炳熙、小熊正人、ニッケル繊維層の放射エネルギー透過特性解析、日本機械学会論文集（B編）、61-582 (1995) pp.321-327.
(31) Fernandes, R., Francis, J. and Reddy, J.N., A Finite-Element Approach to Combined Conductive and Radiative Heat Transfer In a Planar Medium, Heat Transfer and Thermal Control (Crosbie, A.L., ed.), Progress in Astronautics and Aeronautics 78 (1980) pp.92-108.
(32) Fernandes, R. and Francis, J., Finite-Element Analysis of Planar Conductive and Radiative Transfer with Flux Boundary, Spacecraft Thermal Control, Design, and Operation (Collicott, H.E. and Bauer, P.E. ed.), Progress in Astronautics and Aeronautics 86 (1982) pp.328-344.
(33) Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P., Numerical Recipes in Fortran Second Edition, (1992) Cambridge University Press.
(34) Langtangen, H.P., Computational Partial Differential Equations, Lecture Notes in Computational Science and Engineering 2, (1991) Springer.
(35) 富士通、SSL II 使用手引書（科学用サブルーチンライブラリ）99SP-4020-1 (1987).
(36) 矢川元基、宮崎則幸、有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析、(1985) サイエンス社.
(37) Lewis, R.W., Morgan, K., Thomas, H.R. and Seetharamu, K.N., The Finite Element Method in Heat Transfer Analysis, (1996) John Wiley & Sons Inc.
(38) 日本機械学会編、熱物性値測定法(1991) 養賢堂.

独立行政法人　航空宇宙技術研究所報告 TR-1470 号

平成15年8月発行

発行所　　独立行政法人　航空宇宙技術研究所
東京都調布市深大寺東町7-44-1
電話（0422）40-3935　〒182-8522

印刷所　　弘久写真工業株式会社
東京都立川市上砂町 5－1－1

Printed in Japan