

パネル法による亜音速計算空力プログラムの開発

黒崎 隆二郎* 片山 雅之*

Development of Subsonic Computational Aerodynamic Program Using Panel Method

Ryujiro KUROSAKI and Masayuki KATAYAMA
Mitsubishi Electric Corp., Kamakura Works

ABSTRACT

This paper presents the Subsonic Computational Aerodynamic Program (SUSCAP) that we have developed as an effective design tool to reduce the cost and time of wind tunnel tests. This code is based on a potential flow Panel Method coupled with a vortex-sheets renewal technique. The main function of the code is aerodynamic coefficient estimation of a three dimensional flying object. Other functions are also added, that is, velocity estimation at arbitrary points apart from the boundary surface, and high subsonic flow simulation by Prandtl-Glauert transformation. In order to investigate the usefulness of the code in designing aerodynamic shapes, this code is applied to a Wing-Boby-Tail configuration and a cruciform missile configuration. Their pressure distributions and roll moments are calculated. Calculated results are compared with the measured data, and the agreement is found satisfactory.

1. はじめに

近年、急速な進歩を続けている計算空力の成果が、航空機等の空力設計の分野にも応用されている。とりわけ航空機の主翼設計に関する報告は数多くなされており、計算空力は風洞試験に並ぶような重要な設計のツールになりつつある。一方、飛しょう体の空力設計においても、これまでの開発の主体は風洞試験によるものであったが、開発のコスト、期間等を考えると、計算空力の利用は必然的なものと言える。しかし飛しょう体の空力設計では翼型よりも胴体形状、翼胴干渉あるいは前後翼干渉が主要なテーマとなる。従って計算の対象となるモデルは全機形

状であり、胴体に多数の翼がついた複雑な形状となる場合が多い。この様な全機モデルでの計算を現在のレベルの計算機で実用的に行う、すなわち、設計へのフィードバックを密にするためには演算の迅速性が要求される。これに対応する計算スキームとしてはVLMやパネル法に代表される特異点分布法があり、線形領域内でのスキームという制限を持つが有用な手法である。¹⁾⁻⁶⁾パネル法は日本国内でも実用化の段階に達しており計算例も報告されているが、複雑な形状のモデルに対しては適用例は少ない。

そこで当社は任意の形状を持つ三次元物体の空力特性を計算するパネル法による亜音速計算空力プログラムを開発した。このプログラムの開発では汎用性と拡張性に注意した。ここでは本プログラムの基本機能、構造について説明し、さらに計算例を示し、

* 三菱電機(株)鎌倉製作所

最後に今後の課題を述べる。

2. 計算手法

2.1 定式化と解法

パネル法は物体周りの流れをポテンシャル流と仮定しラプラスの方程式をある境界条件で解くことに帰着する。まずここでは流れは非圧縮とする。圧縮性の効果を入れた定式化については2.3に示す。

一様流中の三次元物体周りのじょう乱ポテンシャル φ はラプラスの方程式

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

を満足する。今座標系を図1のようにとり、物体表面を S_A 、翼、胴から流出する自由渦面を厚みのない面 S_W で表現し、この渦面 S_W と物体との接合線を C_W とすると境界条件は以下の様になる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = -U_\infty \cdot n \quad ; \text{ on } S_A \quad (2)$$

$$\Delta \varphi = \varphi_+ - \varphi \quad ; \text{ on } C_W \quad (3)$$

$$\varphi_\infty = 0 \quad ; \text{ at infinity} \quad (4)$$

まず(2)式は流れは物体表面に沿うという条件であり、 n は物体表面上に立てた単位法線ベクトル、また U_∞ は一様流の速度ベクトルである。(3)式は後流渦面 S_W の上下面でのポテンシャル差 $\Delta \varphi$ (流線に沿って一定と仮定) は接合線 C_W における φ の連続性より求められることを表わし、 φ_+ と φ はそれぞれ物体表面における C_W 上での上面及び下面の φ の値である。なお C_W は翼の部分ではKuttaの条件を満たす様に翼の後縁に一致させる。(4)式は無限遠での流れが一様になる条件であり、じょう乱ポテンシャル φ は無限遠では0となる。

この様に定式化された問題はMorino²⁾、鷺津³⁾と同様な手法で積分方程式に変換され以下の様にな

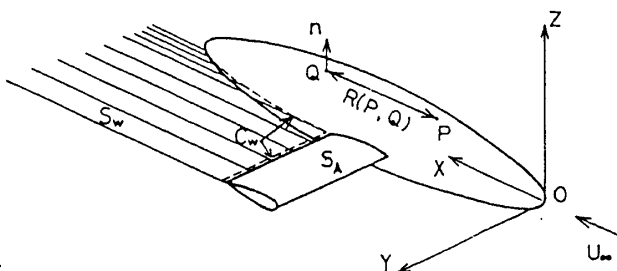


図1 座標系

る。

$$\begin{aligned} 2\pi\varphi(P) - \iint_{S_A} \varphi(Q) \frac{\partial}{\partial n(Q)} \left[\frac{1}{R(P, Q)} \right] dS \\ - \iint_{S_W} \Delta\varphi(Q') \frac{\partial}{\partial n(Q')} \left[\frac{1}{R(P, Q')} \right] dS \\ = \iint_{S_A} U_\infty \cdot n(Q) \left[\frac{1}{R(P, Q)} \right] dS \end{aligned} \quad (5)$$

ここで $R(P, Q)$ は2点 P, Q 間の距離を表わし、また Q' は S_W 上の点である。積分記号 \iint はコーシーの主値積分を意味する。

(5)式を解くために次の様な離散化を行う。物体表面 S_A 及び後流渦面 S_W を四辺形要素 Σ'_k, Σ''_k に分割し、それぞれの要素内の変数 $\varphi, \Delta\varphi, n$ は凶心における値で代表させ、要素内では一定と仮定する。以上の近似により S_A 上のじょう乱ポテンシャル φ_k についての離散化方程式(6)が得られる。

$$[\delta_{hk} - c_{hk} - w_{hk}] [\varphi_k] = [b_{hk}] [U_\infty \cdot n_k] \quad (6)$$

ここで δ_{hk} はクロネッカーのデルタであり、また影響係数 c_{hk}, b_{hk}, w_{hk} は次式で表わされる。

$$c_{hk} = \frac{1}{2\pi} \left[\iint_{\Sigma_k} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) dS \right]_{P=P_h} \quad (7)$$

$$b_{hk} = \frac{1}{2\pi} \left[\iint_{\Sigma_k} \frac{1}{R} dS \right]_{P=P_h} \quad (8)$$

$$w_{hk} = \pm \frac{1}{2\pi} \left[\iint_{\Sigma'_k} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{R} \right) dS \right]_{P=P_h} \quad (9)$$

ただし w_{hk} は要素 Σ_k が C_W と接しない場合は0で、 C_W と接する物体上(下)面要素では+(-)の符号をとる。

物体表面 S_A の分割数を N とすると、(6)式は φ_k についての N 次元の連立方程式であり、この式を解くことにより離散化ポテンシャル φ_k が求まる。次にこの離散化ポテンシャル φ_k が得られた後、点 P におけるじょう乱速度 $v(P_h)$ の計算について以下の式を用いる。

$$v(P_h) = [c'_{hk} + w'_{hk}] [\varphi_k] + [b'_{hk}] [U_\infty \cdot n] \quad (10)$$

$$c'_{hk} = \{ \text{grad}(c_{hk}) \}_{P=P_h} \quad (11)$$

$$w'_{hk} = \{ \text{grad} (w_{hk}) \}_P P_h \quad (12)$$

$$b'_{hk} = \{ \text{grad} (b_{hk}) \}_P P_h \quad (13)$$

c'_{hk} , w'_{hk} , b'_{hk} はそれぞれ影響係数 c_{hk} , w_{hk} , b_{hk} に P_h に関する gradient を作用させたもので速度影響係数と呼ぶ。

物体表面速度は(10)式より求められるじょう乱速度 $v(P_h)$ に一様流速度 U_∞ を重ね合わせ求める。 P_h における速度を $V(P_h)$ とすると

$$V(P_h) = v(P_h) + U_\infty \quad (14)$$

次に圧力分布は無次元圧力係数の形で表わされ、圧力係数 $C_p(P_h)$ は

$$C_p(P_h) = 1 - \left[\frac{|V(P_h)|}{|U_\infty|} \right]^2 \quad (15)$$

となる。また空力係数は物体表面の圧力の x, y, z 各成分を積分することにより求められる。

2.2 後流渦面の更新

接合線 C_w より流出する後流渦面の位置は前もって知ることはできない。しかし航空機形状のモデルを対象とした計算では、Kuo & Morino²⁾らはこの後流渦面を一様流方向としてかなり正確な近似ができることを示している。しかし飛しょう体の様なアスペクト比が小さい翼を有した翼胴結合体の場合、その前後翼干渉等を求めるには後流渦面の正確な形状が必要となる。この後流渦面の位置は次の条件より決められる。

- 1) 翼後縁での Kutta の条件、あるいは C_w における Kutta の条件。
- 2) 渦面を横切ったの圧力の連続性。

条件 1), 2) はこの不連続面が流れ面であるべきことを意味し、接合線 C_w が指定される限り一意的に定まることを示す。従って iteration 手法を使いこの後流渦面を流れ面に一致させポテンシャルの再計算を行う。

後流渦面は $\Delta\varphi = \text{const}$ のポテンシャルの不連続面であり、これは強さ一定の doublet と等価である。ポテンシャル流では強さ一定の doublet 面は面の縁をなす閉曲線で構成される渦糸と同等であるから図 2 に示す様に後流渦面を離散化された渦糸で囲まれた面と考える。渦糸は流線に沿うので線素で構成される渦糸の方向が各々の線素の中心で評価される流

速の向きに合う様に修正を行う。ここで中心での速度の評価はその点でのじょう乱速度に一様流を加算したものである。じょう乱速度については、物体表面上の特異点からの影響としてその評価点への速度影響係数を計算し求めたものと、さらに後流の渦糸同士の干渉として Biot-Savart の式を適用し求めた速度の和をとりその点でのじょう乱速度とする。

渦糸要素の修正は以下の様に行なわれる。線素の始点 (x_j, y'_j, z'_j) が与えられ、 P_j 点におけるじょう乱速度を (v_{xj}, v_{yj}, v_{zj}) 、一様流を (U_x, U_y, U_z) とすると、終点 $(x_{j+1}, y'_{j+1}, z'_{j+1})$ は次式で表わされる。

$$y'_{j+1} = \left[\frac{U_y + v_{yj}}{U_x + v_{xj}} \right]_{P_j} (x_{j+1} - x_j) + y'_j \quad (16)$$

$$z'_{j+1} = \left[\frac{U_z + v_{zj}}{U_x + v_{xj}} \right]_{P_j} (x_{j+1} - x_j) + z'_j \quad (17)$$

なお、 x_j 座標は指定しておく。従って、翼後縁での渦糸の出発点が指定されれば(16), (17)式を適用し iteration を加えることにより渦糸の変形が求められる。この iteration の収束を早めるために図 3 に

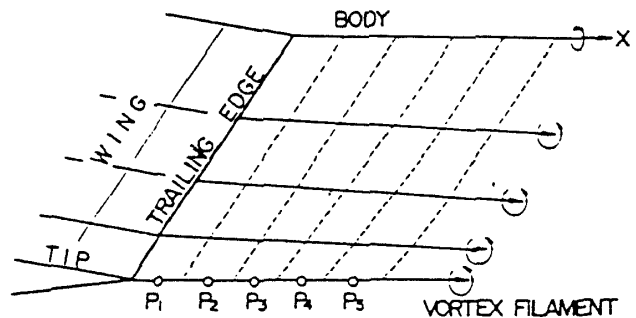


図 2 後流渦面モデル

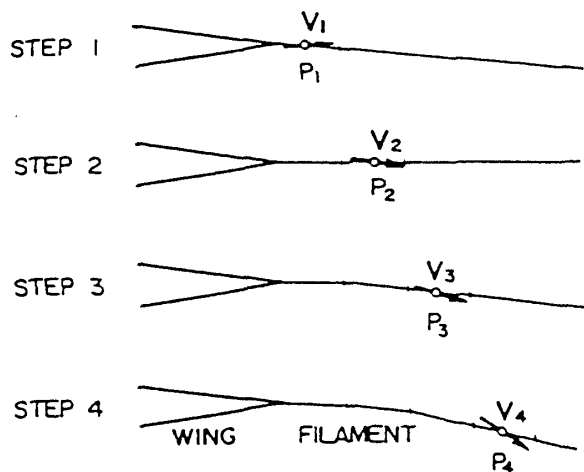


図 3 渦糸修正手法

示す手法を iteration の最初に使った。(16), (17)式中の変数は最新の値が使われることになる。渦糸の位置は上流の線素から順に修正される。最初の後縁直後の線素の計算では渦糸は半無限の直線渦と見なされる (step 1)。次の線素の位置の計算では下流の渦糸は1つ前の修正済みの線素と同じ向きの半無限直線渦と見なす (step 2)。step 3 以降も同様な手順を使い渦糸全体の修正を行う。さらにこの大きく修正された渦形状のもとでそれぞれの渦線素で速度を再評価し微調整を行う。

上記の様にして修正した後流形状を基に物体表面のポテンシャル値の再計算を行う。ポテンシャル値と後流渦面の位置は上述の計算手続きを数回繰返せば収束に至る。

2.3 圧縮性効果の導入

流れが非圧縮の場合、基礎方程式はラプラスの式であった。ここでは圧縮性効果の近似手法として Prandtl-Glauert 変換を導入することで、モデルの適宜な変換により圧縮性効果を取り入れた場合も基礎式がラプラスの式に帰着することを示す。

亜音速線型理論の基礎方程式は

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (18)$$

である。一様流のマッハ数 M_∞ は 1 より小さく

$$\beta^2 \equiv 1 - M_\infty^2 \quad (19)$$

とする。今、いわゆる Prandtl-Glauert 変換

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{\beta} \\ Y &= y \\ Z &= z \end{aligned} \quad (20)$$

を(18)式に適用すると

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial Z^2} = 0 \quad (21)$$

を得る。(21)式はラプラスの式である。

Prandtl-Glauert 変換された (X, Y, Z) 系でのじょう乱速度ポテンシャル φ_a を

$$\varphi_a = \beta \varphi \quad (22)$$

とおくと実在物体上のじょう乱速度 (u, v, w) と、変換後に求まったじょう乱速度 (u_a, v_a, w_a) との関係は以下の様になる。

$$\begin{aligned} u &= \frac{u_a}{\beta^2} \\ v &= \frac{v_a}{\beta} \\ w &= \frac{w_a}{\beta} \end{aligned} \quad (23)$$

従って、物体回りの高亜音速流の流れ場は、 x 軸方向に β 倍伸ばした物体回りの非圧縮の流れ場の解、つまりラプラスの方程式の解と対応づけられる。

次に表面速度と圧力係数の関係は

$$\begin{aligned} C_p(P_h) &= \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left[\left\{ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 (1-q^2) \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right. \\ &\quad \left. - 1 \right] \\ q &= \left[\frac{|V(P_h)|}{|U_\infty|} \right] \end{aligned} \quad (24)$$

で表わされる。ここで γ は比熱比である。

3. プログラム

本プログラムのコードネームを SUSCAP (Subsonic Computational Aerodynamic Program) と呼ぶ。ここでは、プログラムの構成、特徴について説明する。

3.1 フローチャート

SUSCAP のフローチャートを図 4 に示す。それぞれの手順について簡単な説明をフローチャートに沿って行う。

入力データ

機体形状データ、パネル分割データ、解析パラメータ、出力パラメータ等をデータファイルから入力する。

パネルデータ作成

入力データからパネルデータとして節点位置、法線ベクトル、面積など今後の計算に必要なパネルデータを計算する。結果はパネルデータファイルに格納する。

マッハ数判断

マッハ数 $M_\infty = 0$ の場合は job はそのまま進む。マッハ数 $M_\infty \neq 0$ つまり圧縮性効果を入れる場合は、パネルデータファイルに対し Prandtl-Glauert 変換によるパネルデータ修正が行なわれる。

計算続行判断

NOを入力するとパネルデータをグラフィック出力用に処理し、jobは終了する。モデルの形状パネルの確認のみを行う場合にこのルーチンを通る。この場合グラフィックファイルにはパネルデータが出力されており job 終了後に、このファイルを読み出す

グラフィック端末、プロッターで作図を行う。

Yesを入力すると計算は続行される。

影響係数計算・速度影響係数計算

すでに入力されているパネルデータをブロックごとに引き出し、所定の演算を行い結果を影響係数ファイル、速度影響係数ファイルに逐次格納する。

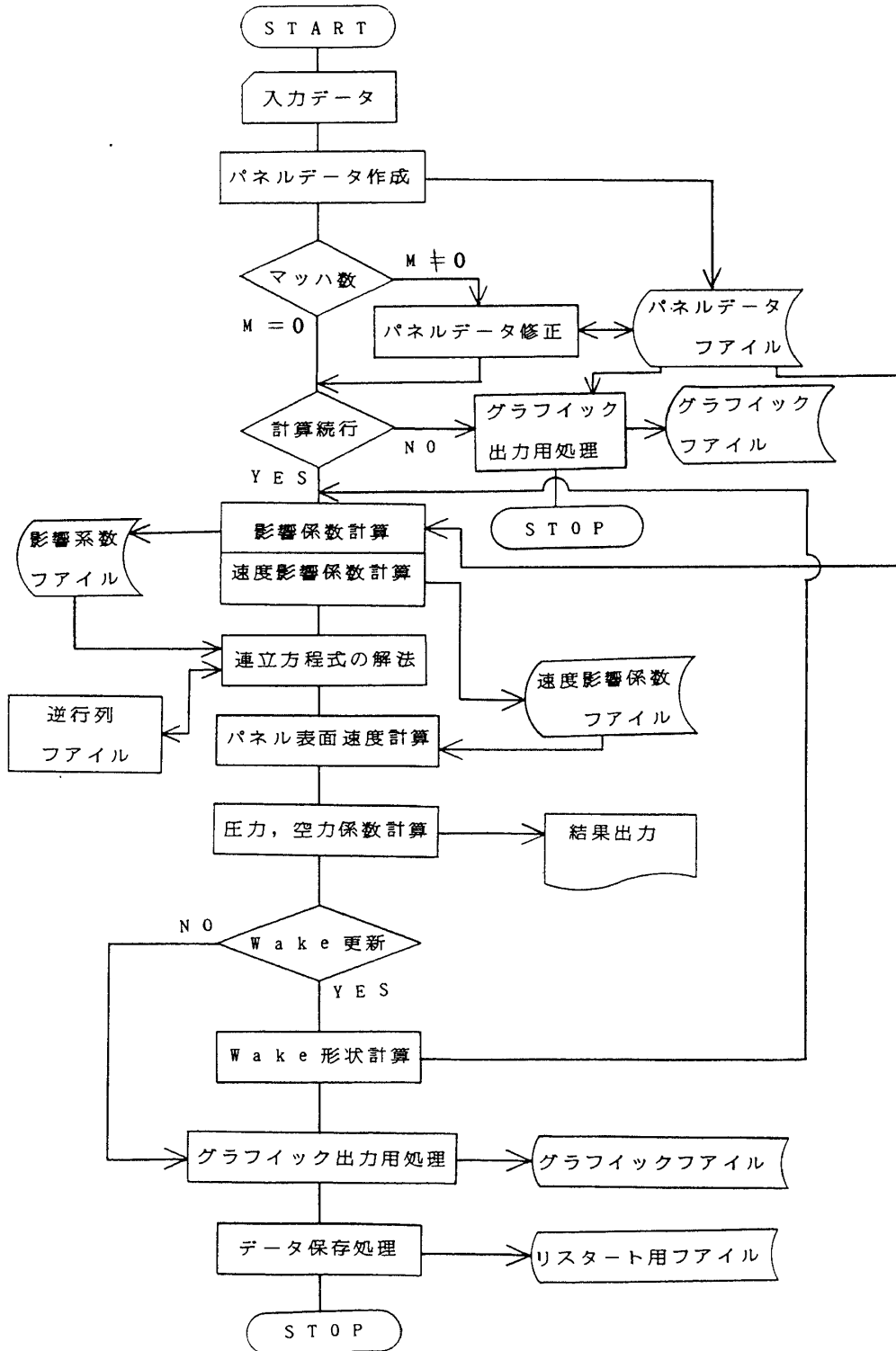


図4 フローチャート

連立方程式の解法

影響係数ファイルを読みこみ、逆行列ファイルを作成し、ポテンシャル ϕ を求める。

パネル表面速度計算

前ステップで求めたポテンシャル値と速度影響係数によりパネル表面のじょう乱速度を計算し、さらに一様流成分を加える。圧縮性効果を入れた計算の場合、ここで実在物体上の速度に変換する。

圧力、空力係数計算

パネル表面速度より圧力係数を求め、さらに各空力係数を計算する。結果はプリンターに出力する。

Wake 更新判断・Wake 形状計算

後流形状の変更が不要な場合はパネル形状、結果のグラフィック出力用処理を行い、さらに影響係数等の計算データをリスタート用ファイルに格納し終了する。

後流更新を行う場合は後流形状を計算し iteration に入る。ただし影響係数、速度影響係数の計算のステップでは後流から物体表面への影響係数、速度影響係数 (w_{hk} , w'_{hk}) のみ再計算を行う。iteration は入力した指定回数を行い、計算結果を出力する。iteration 終了後は更新しない場合と同じ処理を行い、job を終了する。

3.2 プログラムの特徴

SUSCAP は亜音速のパネル法プログラムとして汎用性を意識して作成したコードであり、特徴として以下のことが上げられる。

○数値モデル作成が簡易

入力データは汎用性を失わない範囲で簡素化してある。特に複雑なパネルングを行う場合はパネル節点データのマニュアル入力を行うが、通常パネル分割は自動化している。操舵翼が舵角をとる場合、翼胴結合処理などもプログラム中で行なう。主翼、胴体、尾翼の簡単なモデル (4.1 の計算モデル) では計算パラメータ等すべてを含めて入力データは 100 行程度になり、1 日程度の作業量で作成できる。

○速度影響係数の導入

前章で述べた速度影響係数を用いることで、物体表面速度をポテンシャル値から近似なしに直接求めることができる。また、任意の外部点での速度影響

係数を計算する機能もあり、外部流の速度評価も行える。

○圧縮性効果の導入

Prandtl-Glauert 変換により高亜音速流れの計算が可能である。

○後流渦面更新

後流渦の変形を考慮する必要がある計算に適用できる。

○CPUサイズ

大規模なマトリックスは外部に格納してあり、CPU についての必要なメモリーサイズは 1.2 M 程度であり、小型コンピュータの CPU でも計算が可能である。

4. 計算例

SUSCAP 開発の過程で、検証のためのシミュレーションランは単純モデルより始め実機モデルへと拡張させた。円柱、翼単体等の単純モデルでの計算結果は解析解、実験値と良好な一致を見せた。

ここでは計算例として実機形状に近い翼胴翼結合体と十字翼飛しょう体の計算結果を示し、実験値と比較を行う。

4.1 翼胴翼結合体

計算したモデルを図 5 に示す⁶⁾。また図 6 はこのモデルの平面図と正面図である。いずれもパネル図であり物体形状のみを表わし、後流渦面は省略している。胴体断面は円で、主翼は中翼であり、翼型は RAE101, 9% thickness, 水平尾翼, 垂直尾翼も RAE101 を使用している。いずれの翼も後退角, 上反角はない。パネル総数は 696 枚である。

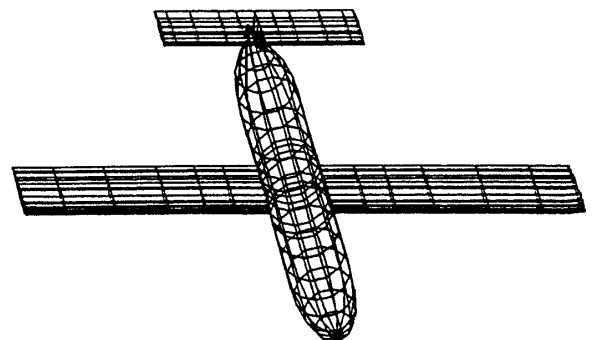


図 5 翼胴翼結合体

このモデルを使い、主翼 root 部からの後流渦及び胴体からの後流渦は胴体水平線に沿ってとり、迎角 6° の条件で計算を行った。機体表面の圧力分布の結果を得、実験値と比較したものが図 7.1 ~ 7.3 である。実験は低速で行なわれており、従って計算は $M = 0$ とした。図 7.1 は胴体子午線上の圧力係数をプロットしたもので、 \bullet は実験値、 Δ は計算値である。図 6 に示した位置、 $\theta = 135^\circ, 45^\circ$ の子午線

上の分布であり、左側が nose である。また図 7.2 は主翼、図 7.3 は水平尾翼の分布である。

水平尾翼の root 付近の翼下面で実験値との差がある以外は計算された圧力分布は実験値と良好に一致している。この尾翼がとりつけられた付近は、胴体、垂直尾翼、水平尾翼で囲まれた狭い channel 状になっており、ポテンシャル流れでの計算の限界が出たものと思われる。

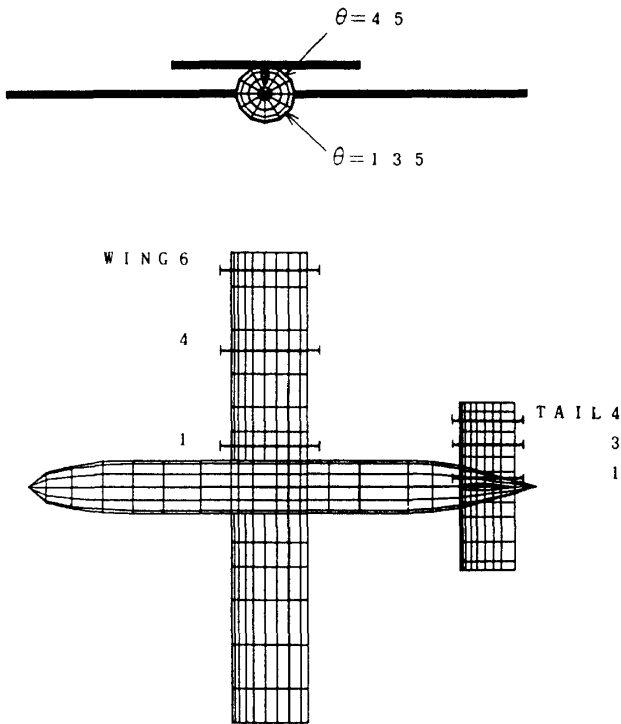


図 6 翼胴翼モデル正面図・平面図

4.2 十字翼飛しょう体のロールモーメント⁹⁾

前後翼干渉を SUSCAP でどの程度評価できるかを確認するために十字翼を前後に持った飛しょう体のロールモーメントの計算を行った。モデルは図 8 の形状の飛しょう体である。⁷⁾⁻⁸⁾ 前翼は操舵翼であり、後翼は安定翼となっている。このような形状の場合、前翼でロール舵角（対称位置にある操舵翼の舵角が異なる）を取った時に後翼には前翼とは逆のロールモーメントが発生することはよく知られており、通常 induced roll と呼ばれている。そこで前翼の対称位置にある 2 枚に $\delta = \pm 4^\circ$ のロール舵角を取らせ、迎角 0° の条件で計算を行い、後翼にどの程度の induced roll が生じるかを見た。結果のロールモーメント係数は実験値と比較を行うために有次元化した。この実験は低速風洞で行なわれているので、計算では $M = 0$ とし圧縮性効果は入れてない。

図 9 にパネル分割されたモデルを示す。これは側

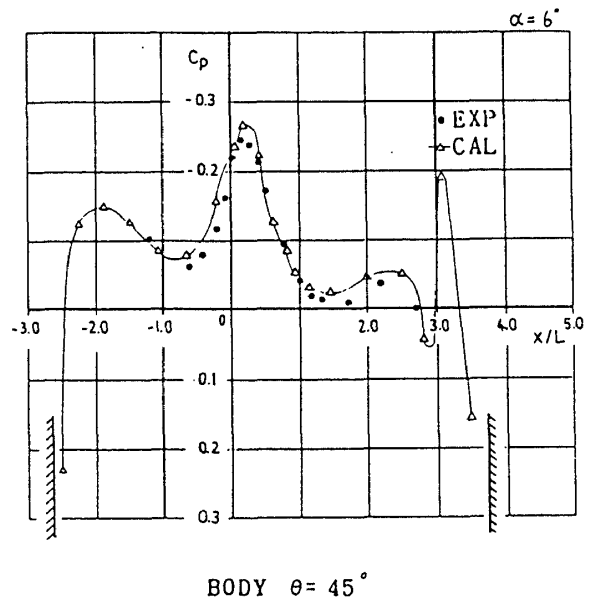
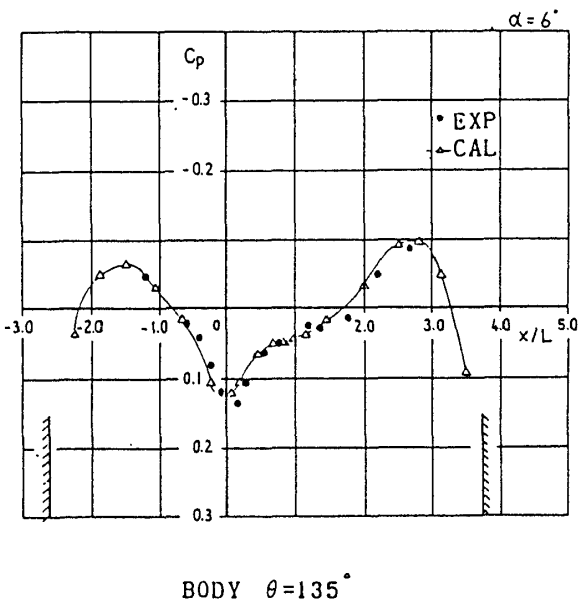


図 7.1 胴体圧力分布

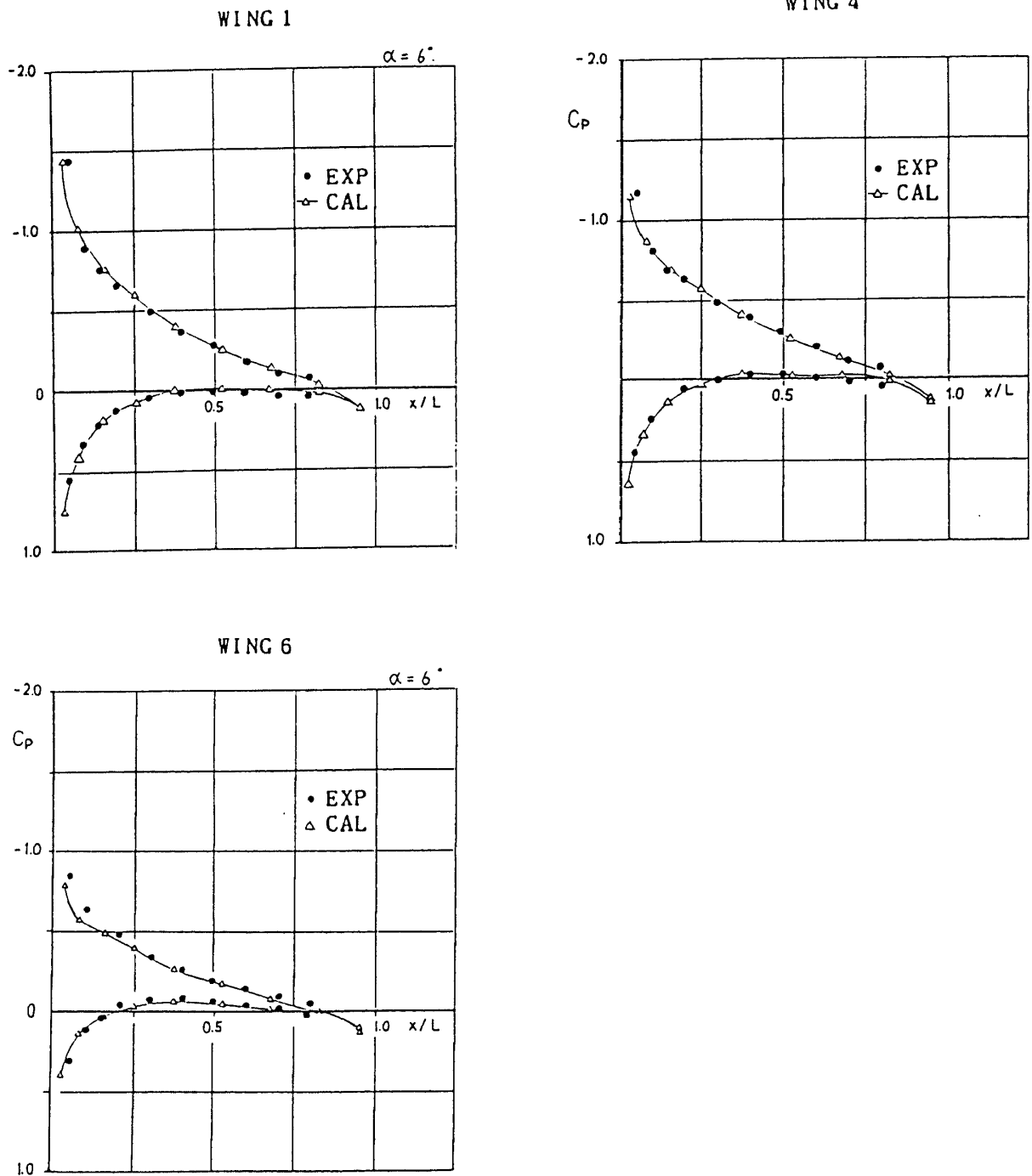


図 7.2 主翼圧力分布

面図であり、水平翼が -4° の舵角を取っている。この前翼からの後流渦面の胴体との接合線は後翼をさけて指定した。この場合は $+2^\circ$ としている。計算モデルのパネル数は物体表面 1310 枚、後流渦面 288 枚である。図 10 は計算結果と実験値を比較したもので、数値はロールモーメントを表す。 \bullet 、 \ast は実験値であり、舵角 -8° から $+10^\circ$ までとっている。 \ast は前翼のみのロールモーメントで、 \bullet は後翼がある

場合の全機のロールモーメントを示す。二者の差が後翼に加わる induced roll モーメントとなる。これに対し計算は $\delta = \pm 4^\circ$ のケースを行っており、 \triangle が前翼のみ、 \odot が全機のロールモーメントである。計算は非常によく実験値と一致した。図 11 は全機モデル計算の時の後流渦面の变形を表わしたものである。

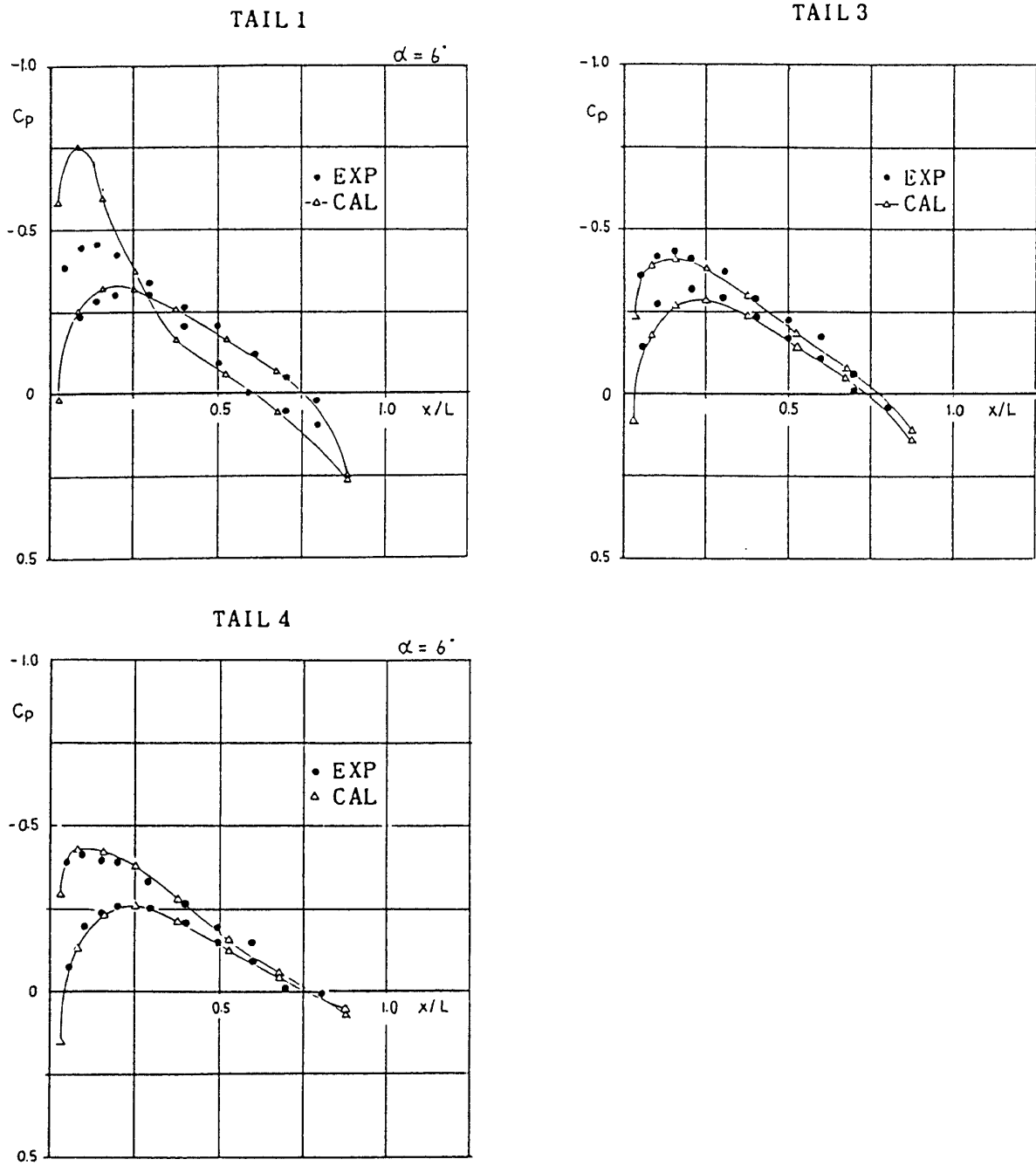


図 7.3 水平尾翼圧力分布

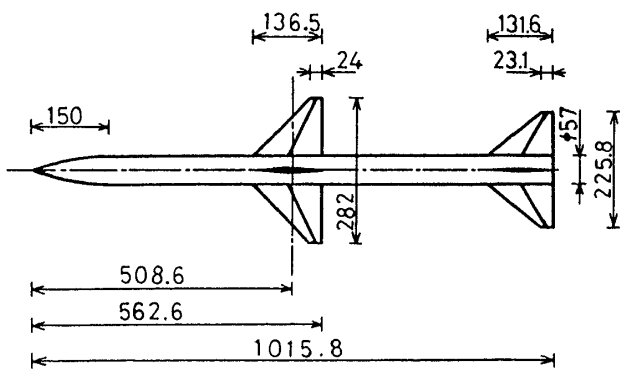


図 8 十字翼飛しょう体の形状

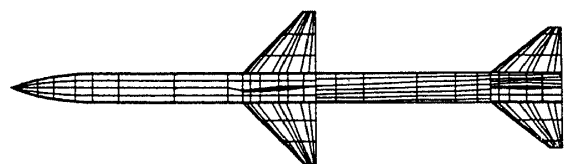


図 9 パネル分割図

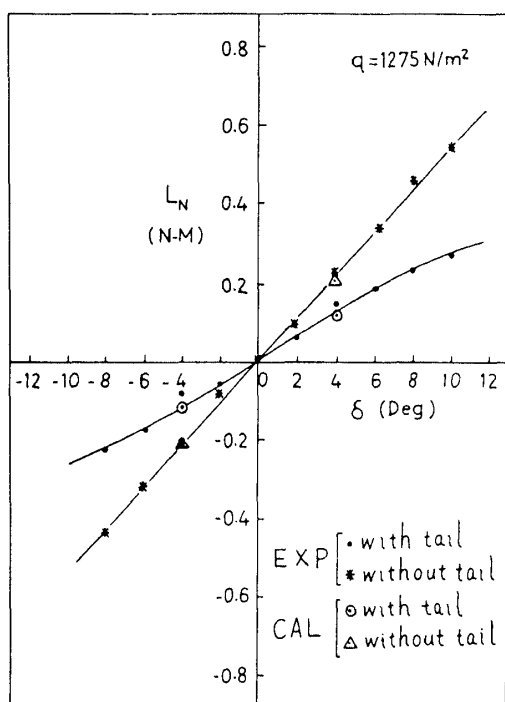


図10 ロールモーメント $\alpha=0^\circ$

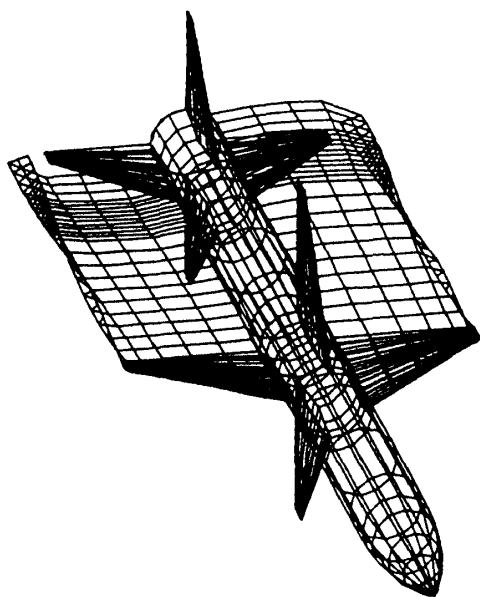


図11 後流形状

5. まとめ

本プログラム SUSCAP は以上に述べた様に複雑な三次元モデルでも、線形の範囲においては非常に有効であることがわかった。従って、飛しょう体等の初期設計時には十分使えるコードであり、今後の開発、設計に応用して行きたいと思う。今後の課題としては

- 胴体からの後流渦放出線、あるいは後流渦との接合線を現在は指定しているが、はく離位置を求め

て計算機上で設定する形にしたい。

- 境界層による影響を評価する機能を加える。
 - 本プログラムの適用限界、信頼性についてより詳細な検討を加える。
 - パネル上でのポテンシャル値の分布関数化。
- などが上げられる。

参考文献

- 1) Hess, J.L. and Smith, A.M.O.; Calculation of Potential Flow about Arbitrary Bodies, Progress in Aeronautical Sciences, Vol. 8, Pergamon Press, New York, 1967.
- 2) Kuo, C.C. and Morino, L.; Steady Subsonic Flow around Finite-Thickness Wings, NASA CR-2616, 1975.
- 3) 鷲津久一郎, 鈴木真二, 中村克己; 航空機の空気力学的問題への有限要素法の応用(第1報)。日本航空宇宙学会誌, 第27巻, 第306号, 1979, pp31-37
- 4) Woodward, F.A.; An Improved Method for Aerodynamic Analysis of Wing-Body-Tail Configurations in Subsonic and Supersonic Flow, NASA CR-2228, 1973.
- 5) 柳沢三憲, 菊地一雄; 有限要素法を用いた三次元物体の空気力学的諸係数の計算。航技研報告 NAL TR-724, 昭和57年
- 6) Kraus, W.; Panel Methods in Aerodynamics, in Numerical Methods in Fluid Dynamics (H.J. Wirz and J.J. Smolderen, etc.), Hemisphere Publishing Corporation, 1978.
- 7) Sekaran, V.G.; Subsonic Rolling Moments for Wing Roll Control of a Cruciform Missile Model, J. Spacecraft, Vol. 20, No. 2, 1983.
- 8) Sekaran, V.G.; Prediction of Induced Rolling Moments in Slender Cruciform Canard Controlled Configurations at Moderately High Angles of Attack, Ph. D. Thesis, The Queen's University of Belfast, Northern Ireland, Feb. 1981.
- 9) 秋下, 黒崎, 片山, 平田, 岡田; 前翼操舵飛しょう体におけるロールモーメントの計算。第15回流体力学講演会講演集(1983), pp262-265