

## 大迎角をとる二次元翼まわりの流れの数値解析

小野 清秋

Numerical Analysis about Flow over an Aerofoil  
with a Large Angle of AttackKiyooki ONO  
College of Science and Technology, Nihon University

## ABSTRACT

The results of numerical computations on the dynamic stall process of a two dimensional NACA0012 airfoil oscillating in pitch between  $0^\circ$  and  $20^\circ$  incidence angles are summarized in this paper. The uniform flow Mach number is set to 0.3. The Beam-Warming finite difference algorithm is applied to solve the time-averaged compressible Navier-Stokes, the laminar compressible Navier-Stokes and the Euler equations.

The grid system is constructed based on a body-fitted curvilinear coordinate system for efficient unsteady flow computations. The computational results are compared with the experimental data. The process of the formation of the leading edge separation bubble, its convection along the airfoil surface and its shedding into the wake is fairly well simulated. But the abrupt drop of the lift coefficient is not detected in the computations. Judging from the pressure coefficient distribution, the Euler equations results give the best agreement with the experiment. It suggests that the effective local Reynolds number in the turbulent calculation is smaller than that in the actual flow field. A more precise estimation of the turbulence viscosity, the artificial one and the truncation error is necessary.

## 1. はじめに

一様流中におかれた二次元翼がピッチングあるいはヒービング運動を行なう場合、翼に働く空気力やモーメントの大きさを求めるための理論は「振動翼理論」として古くから研究されてきた。平板翼が亜音速一様流中で微小振幅で振動する場合について、空気力、モーメントをポテンシャル理論に基づいて計算した Theodorsen<sup>1)</sup> 及び Karman & Sears<sup>2)</sup> の

理論が先駆的研究としてよく知られている。その後翼厚効果、後流渦の変形効果を取り入れた改良がなされている。

最近の技術の進歩によるヘリコプターの高速化に伴ない、その回転方向がヘリコプターの進行方向と一致するいわゆる前進ブレードでは、翼端付近が迎角は比較的小さい ( $3^\circ \sim 5^\circ$  程度) 状態で遷音速領域を通過する。一方その回転方向が進行方向と反対のいわゆる後退ブレードでは、一様流との相対速度は亜音速であるが、迎角は一般に静止翼の失速角 ( $13^\circ$  程度) より大きくなる。従って前進ブレードについ

\* 日本大学理工学部

ては、遷音速流中で比較的小さい迎角で振動する二次元翼まわりの流れ場の解析が、又後退ブレードについては、亜音速流中で静止翼の失速角より大きな迎角をとって振動する二次元翼まわりの流れ場の解析が必要である。

前進ブレードまわりの流れの解析として、マッハ数0.8の一樣流中で二次元NACA64A010翼型が迎角 $3^{\circ} \sim 5^{\circ}$ の間でピッチング運動をする場合について、差分法で時間平均ナビエ・ストークス方程式を解く計算が行なわれている<sup>3)</sup>。翼面上に形成される衝撃波とそれにより誘導される剝離領域との非線型相互干渉が衝撃波の形成される位置と空気力の大きさに影響することが知られた。実験結果ともよく一致している。

後退ブレードについては、いわゆる「ダイナミックストール」が越える。McCroskeyらは<sup>4)</sup> 風洞あるいは水槽を用い、一樣流のマッハ数、翼型、迎角の大きさ、振動モード、振動数等をいろいろ変化させて、翼に働く圧力を測定した。迎角が大きくない、その最大値をとる付近で、翼面上で剝離が起こり、前縁付近で剝離渦が形成される。その渦が翼面上を移動してやがて後流中に放出される。この過程が揚力係数やピッチングモーメント係数の迎角に対する関係を静止翼のそれらと大きく異なったものとしているという結論が得られている。本研究の目的はこの実験と同じ条件下で数値シミュレーションを行ない、実験の可否を調べ、さらに翼型あるいは空力的条件の違いによる剝離の形式の違いや揚力係数、モーメント係数への影響を調べることである。

Mehta<sup>5)</sup>は二次元非圧縮ナビエ・ストークス方程式を差分法により解き、比較的小さなレイノルズ数について、ダイナミック・ストールの数値シミュレーションを試みた。翼面上での剝離渦の形成、移動、後流中での放出については可視化実験とよく一致する結果が得られた。Onoらは<sup>6)</sup> 渦系近似法を用いてNACA0012翼型まわりの流れを求めた。前縁付近と後縁付近から各タイムステップごとに渦系を放出し、相互作用を計算して渦系の次のタイムステップにおける位置を決定するという比較的簡単な方法ながら、剝離渦の形成、移動、後流への放出の過程とそれに伴う揚力の降下をとらえることができた。

McCroskeyらの実験<sup>4)</sup>にあわせて、マッハ数0.3程度の一様流中で大きな迎角をとる振動翼まわりの流れ場を解析するためには、圧縮性ナビエ・ストークス方程式を数値的に解くことが有効である。そこで本研究では、二次元NACA0012翼型が迎角 $0^{\circ}$ から $20^{\circ}$ の範囲でピッチング運動をする場合について、いわゆるBeam-Warming法を用い、翼表面が境界となるようにとられた一般座標系で書かれた時間平均ナビエ・ストークス方程式、層流ナビエ・ストークス方程式及びオイラー方程式を解いた。半弦長でとった無次元化振動数は0.1、一樣流マッハ数は0.3であった。

## 2. 数値計算法

### 2.1 基礎方程式

図1に示す翼表面が境界となるような一般座標系( $\xi - \eta$ 座標系)で書かれた二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式は保存形を用いると、

$$\partial_t \hat{q} + \partial_{\xi} \hat{M} + \partial_{\eta} \hat{N} = 0 \quad (1)$$

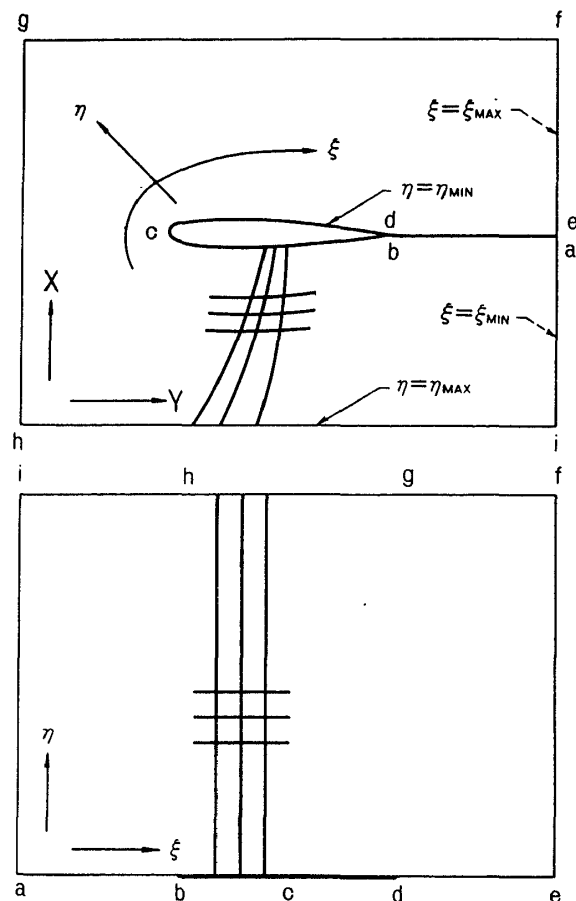


図1 物理面と計算面

とあらわされる。ここで

$$\hat{M} = \hat{E} - \frac{1}{Re} \hat{R}, \quad \hat{N} = \hat{F} - \frac{1}{Re} \hat{S} \quad (2)$$

である。 $\hat{q}$ ,  $\hat{E}$ ,  $\hat{F}$ はそれぞれ

$$\hat{q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ (e+p)U - \xi_t p \end{bmatrix},$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ (e+p)V - \eta_t p \end{bmatrix} \quad (3)$$

と定義される。 $U$ と $V$ は

$$U = \xi_t + \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_t + \eta_x u + \eta_y v \quad (4)$$

である。 $\xi_t$ ,  $\xi_x$ 等の値と変換のヤコビアン  $J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x$  は各タイム・ステップごとに数値的に計算される。粘性項については

$$\hat{R} = \frac{1}{J} (\xi_x \vec{R} + \xi_y \vec{S}), \quad \hat{S} = \frac{1}{J} (\eta_x \vec{R} + \eta_y \vec{S}) \quad (5)$$

とあらわすと

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xy} \\ R_4 \end{bmatrix}, \quad \vec{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ S_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

となる。それぞれの項は

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= (\lambda + 2\mu) u_x + \lambda v_y \\ \tau_{xy} &= \mu (u_y + v_x) \\ \tau_{yy} &= (\lambda + 2\mu) v_y + \lambda u_x \\ R_4 &= u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + \alpha \partial_x a^2 \\ S_4 &= u \tau_{xy} + v \tau_{yy} + \alpha \partial_y a^2 \end{aligned} \quad (7)$$

である。さらに

$$\begin{aligned} a^2 &= r(r-1) \left\{ \frac{e}{\rho} - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right\}, \\ \alpha &= \kappa P_r^{-1} (r-1)^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。 $\kappa$ は熱伝導率,  $P_r$ はプラントル数,  $r$ は比熱比である。計算中ではストークスの仮定 ( $\lambda + \frac{2}{3}\mu = 0$ ) が用いられている。粘性係数  $\mu$  はサザーランドの法則を用いて得られる。乱流計算の場合は Baldwin & Lomax による二層モデル<sup>7)</sup>を用いて乱流粘性係数  $\mu_t$  を決定した。

## 2.2 有限差分法

いわゆる Bean と Warming が開発し Steger が一般座標系に書き換え, Chyu<sup>8)</sup>が改良した方法を用

いた。オイラーの陰差分は

$$\begin{aligned} \Delta \hat{q}^n &= \hat{q}^{n+1} - \hat{q}^n = \Delta t \left( \frac{\partial \hat{q}}{\partial t} \right)^{n+1} + O(\Delta t^2) \\ &= -\Delta t \left\{ \left( \frac{\partial \hat{M}}{\partial \xi} \right)^{n+1} + \left( \frac{\partial \hat{N}}{\partial \eta} \right)^{n+1} \right\} + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (9)$$

とあらわされる。 $\hat{M}$ ,  $\hat{N}$ 項中の $\hat{E}$ ,  $\hat{F}$ は $\hat{q}$ についてのテーラー展開を用いて,

$$\begin{aligned} \hat{E}^{n+1} &= \hat{E}^n + \left( \frac{\partial \hat{E}}{\partial \hat{q}} \right) \Delta \hat{q}^n + O(\Delta t^2) \\ \hat{F}^{n+1} &= \hat{F}^n + \left( \frac{\partial \hat{F}}{\partial \hat{q}} \right) \Delta \hat{q}^n + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (10)$$

と展開される。 $\hat{S}$ 中の $\eta$ の微係数のみを含む項 $\hat{S}^n$ は同様の手法で

$$\hat{S}^{n+1} = \hat{S}^n + \left( \frac{\partial \hat{S}^n}{\partial \hat{q}} \right) \Delta \hat{q}^n + O(\Delta t^2) \quad (11)$$

と展開する。 $\hat{S}$ 中で $\hat{S}^n$ を除いた項 $\hat{S}^\xi$ と $\hat{R}$ は簡単のため

$$\hat{S}^{\xi n+1} = \hat{S}^{\xi n} + O(\Delta t), \quad \hat{R}^{n+1} = \hat{R}^n + O(\Delta t) \quad (12)$$

とする。 $\xi$ 方向のメッシュ間隔に比べて $\eta$ 方向の間隔が非常に小さいので, 安定性の観点から $\eta$ 微分のみを含む項を陰的に評価した。(10)-(12)を用いると(9)は

$$\begin{aligned} (I + \Delta t \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial \hat{E}}{\partial \hat{q}} \right)^n) (I + \Delta t \left( \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{F} - \frac{1}{Re} \hat{S}^n \right)) \Delta \hat{q}^n \\ = -\Delta t \left( \frac{\partial}{\partial \xi} \hat{M} + \frac{\partial}{\partial \eta} \hat{N} \right)^n + O(\Delta t^2) \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ここで $I$ は単位行列である。(13)式の空間微係数を中間差分で置きかえ, ブロックトライダイアゴナルの行列の逆転を2回行なうことにより $\Delta \hat{q}^n$ を求める。そこでタイムステップ $n+1$ における値は

$$\hat{q}^{n+1} = \hat{q}^n + \Delta \hat{q}^n \quad (14)$$

によって決定される。

## 2.3 境界条件

粘性計算においては, 翼面上ですべり無し条件が適用され

$$U = V = 0 \quad (15)$$

となる。密度 $\rho$ は1つ外側の格子点の値の外そうに

より決定される。圧力 $p$ は $\eta$ 方向のモーメント保存式を解いて決定した。外側の境界については下流側以外は一様流条件を用いた。下流側は1つ内側の格子点の値を外そうして決定した。

#### 2.4 格子点形成

振動翼の問題を解く場合には、各タイム・ステップごとに格子を形成するのが理想的だが、非常に多くの計算時間を必要とする。そこで、迎角が $0^\circ$ と $20^\circ$ の場合についてはThomponの方法に従ってラプラス方程式を解くことにより格子点を決定した。その間の迎角については内そうにより格子点の位置をきめた。 $\eta$ 方向については境界層内に格子点が多数はいるように配置してある。図2に格子の例を示す。

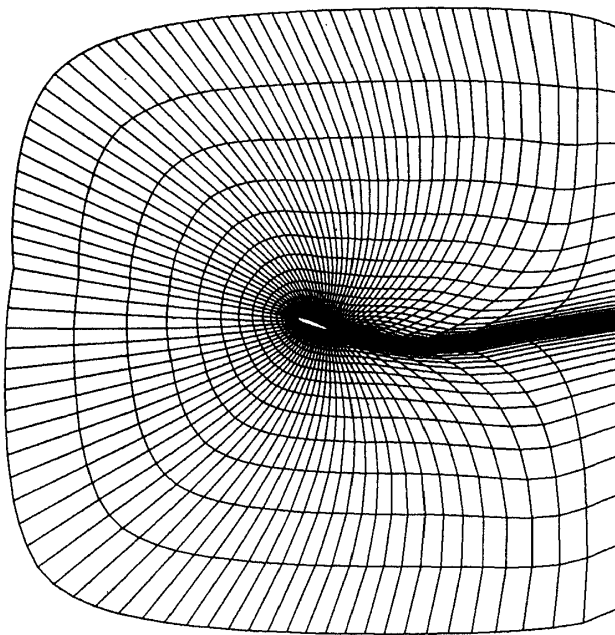


図2 形成された格子の例( $\alpha = 20^\circ$ )

### 3. 計算条件

二次元NACA0012翼型が25%弦長点を軸として、中心迎角 $10^\circ$ 、振幅 $10^\circ$ でピッチング運動をするものとする。一様流のマッハ数 $M_\infty$ は0.3、半弦長でとった無次元化振動数 $K(=\frac{\omega C}{2U})$ は0.1である。レイノルズ数 $Re = \frac{UC}{\nu}$ は $4 \times 10^6$ であった。表1に計算を行なった5つの場合の条件を示す。CASE 1~CASE 3は時間平均圧縮性ナビエ・ストークス方程式を解いた計算で、格子点の数による計算結果への影響を調べている。CASE 4は層流計算で、時間平均ナビエ・ストークス方程式の $\mu_t$ を0とおいて計算を進めた。CASE 5のオイラー計算では粘性項を0とした。ただしこの場合でも $\eta$ 方向については粘性計算用の翼面近くで細かい格子を用いた。どの場合でも迎角 $0^\circ$ から翼が振動を始めるものとして計算を開始し、3周期続けた。1周期は4320ステップに分けられており、1ステップ進むために東京大学大型計算機センターのS 810で約0.21秒要した。

### 4. 実験結果

図3に文献(3)より引用した実験結果を示す。翼型、一様流マッハ数、レイノルズ数、振動モード、振幅、無次元化振動数等は計算の条件とまったく同一である。1周期の間の翼上面での圧力係数の分布の変化と、揚力係数 $C_L$ 、モーメント係数 $C_m$ (頭上げ正)と迎角 $\alpha$ との関係を示してある。迎角が大きくなると、前縁付近のいわゆるサクションピークが高くなり、やがてそのピークのうしろに第2のピークがあらわれる。これは前縁での剝離渦の形成に対応しているものと考えられる。その直後にピークの「崩壊」

表1 計算を行なった条件

Case	Fundamental Equs.	Mesh Size(Total/Upper Surface/Lower Surface)	Turbulence Model
1	Turbulent N-S	87*41/35/30	Baldwin-Lomax
2	Turbulent N-S	192*41/114/41	Baldwin-Lomax
3	Turbulent N-S	192*41/41/114	Baldwin-Lomax
4	Laminar N-S	87*41/35/30	non
5	Euler	87*41/35/30	non

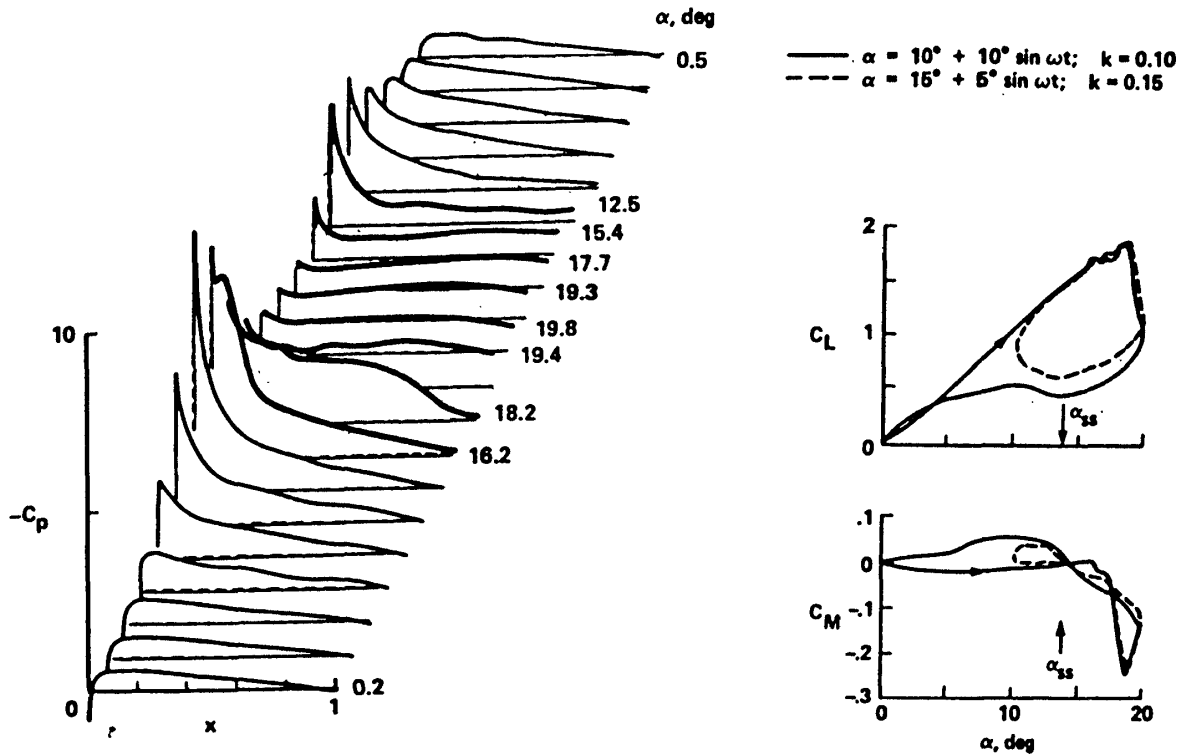


図3 計算と比較すべき圧力係数分布と揚力、モーメント係数の実験結果(文献4)

が起き、揚力は低下し、モーメントも急激に減少する。迎角が小さくなると再びサクション・ピークがあらわれた圧力分布は迎角が大きくなる場合のそれと似たかたちにもどる。以上が実験結果の簡単な説明である。

### 5. 計算結果

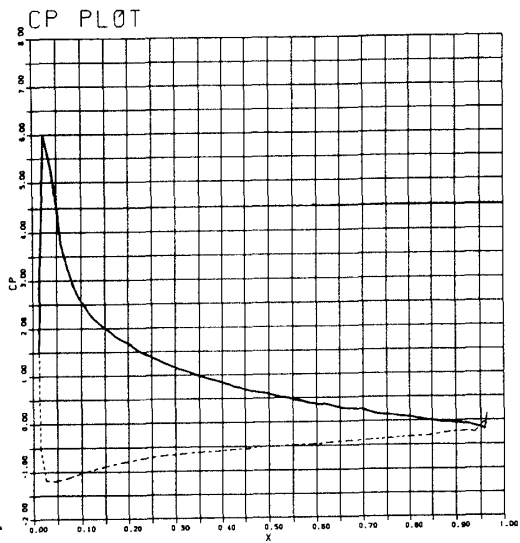
CASE 2, CASE 3で格子点の数を多くとった計算を実行したが、CASE 1の結果とほとんど違いはなかった。そこで層流方程式とオイラー方程式の計算ではCASE 1と同じ格子を用いた。

図4にCASE 1に対する各瞬間の圧力係数分布を示す。実線が翼上面、破線が翼下面である。さらに同一時刻における等密度線図も加えてある。迎角が最大値に近くなると、サクション・ピークのうしろにもう1つのピークがあらわれる。これは前縁剝離渦の形成に対応していることが等密度線図を見るとわかる。この渦が翼面上を後縁方向に移動して行く。それに対応して圧力係数のピークも移動する。急激な圧力分布の崩壊は認められない。迎角が15°まで

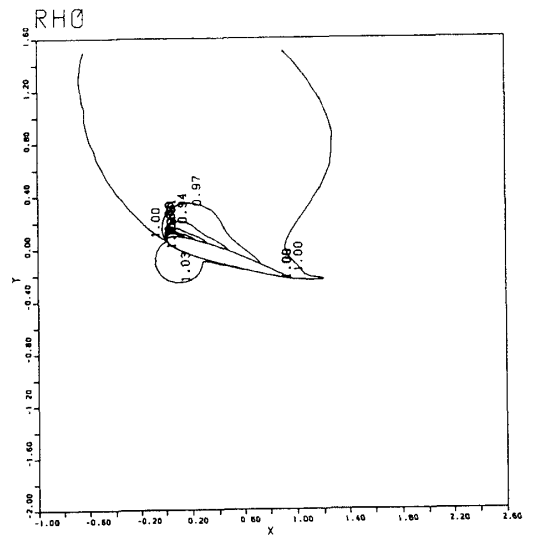
さがってきても渦による圧力分布のピークがはっきりとみとめられる。実験に比べると渦の拡散が弱く、いつまでもその強さが保存されている。

図5にCASE 1の揚力係数 $C_L$ と迎角 $\alpha$ の関係を示す。迎角が大きくなる場合には揚力係数もそれにほぼ比例して大きくなる。しかし翼面上で渦が形成されてもそれに対応するような急激な揚力の変化は計算では認められない。迎角が減少する場合は増加の時と異なった曲線を描くが実験結果とはかなり違ったものとなっている。揚力が負となることも実験では認められていない。実験結果は、計算結果よりもっと強い渦が形成され、それが急激に拡散あるいは翼面から離れるということを示しており、定性的にはともかく、定量的には両者は一致しない。

図6はCASE 4の計算結果である。時間平均ナビエ・ストークス方程式の乱流粘性係数 $\mu_t$ を0とにおいて計算を進めたものである。CASE 1に比べて圧力係数の崩壊が強くなっていることがわかる。計算では安定性向上のため、4階の微係数を陽に、2階の微係数を陰に人工粘性として加えている。従ってレ

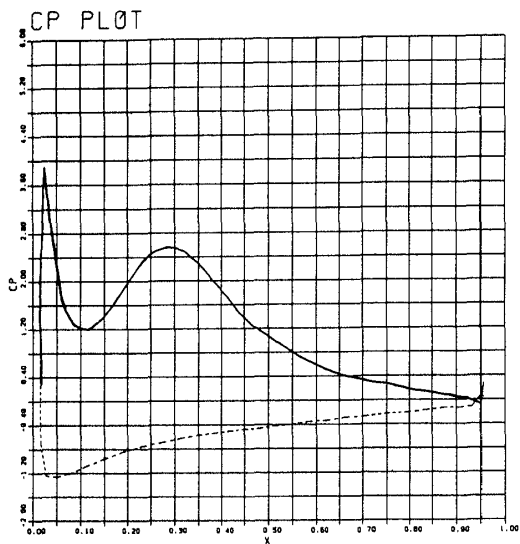


(a)

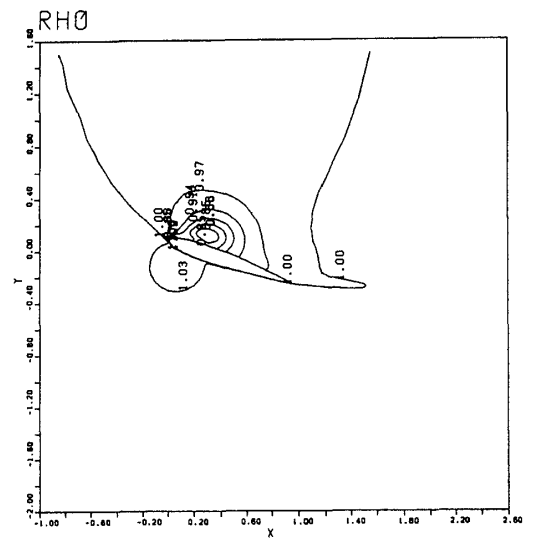


(b)

(i)  $\alpha = 18.1^\circ$  (Upstroke)

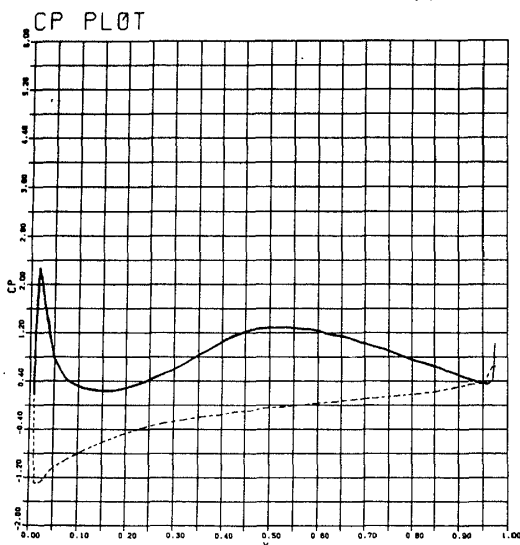


(a)

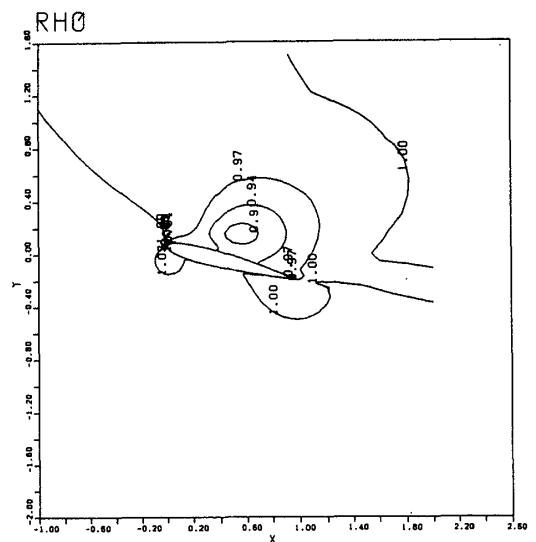


(b)

(ii)  $\alpha = 19.8^\circ$  (Downstroke)



(a)



(b)

(iii)  $\alpha = 15.0^\circ$  (Downstroke)

図4 時間平均ナビエ・ストークス方程式の計算結果 (CASE 1)

(a) 圧力係数分布 (b) 等密度線

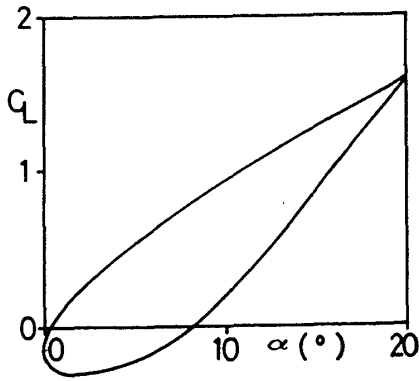


図5 揚力係数の変化(CASE 1)

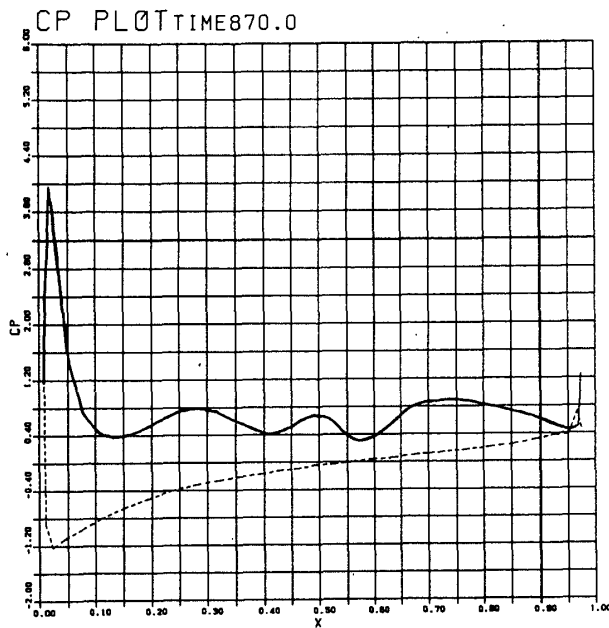


図6 層流ナビエ・ストークス方程式の計算結果 (CASE 4,  $\alpha=15.0^\circ$ , Downstroke)

レイノルズ数  $4 \times 10^6$  の層流の流れ場が存在するとは考えられないが、層流方程式の解は存在する。又同様の理由で以下に示すごとくオイラー方程式を解いて剝離現象を取り扱うこともできる。

図7はオイラー方程式を解いた結果(CASE 5)である。格子はCASE 1, CASE 4と同じものを使用している。こちらの解の方が渦が細かく分解して、拡散が他の解に比べて強まっており、それに対応して圧力係数の崩壊も大きなものとなっている。ナビエ・ストークス方程式を形式上は  $4 \times 10^6$  のレイノルズ数で解いているが、実際は人工粘性や誤差の影響によりかなり低いレイノルズ数の場を解いたことになっていると考えられる。従って実質的に粘性効果の一番小さいオイラー方程式の解が実験結果にい

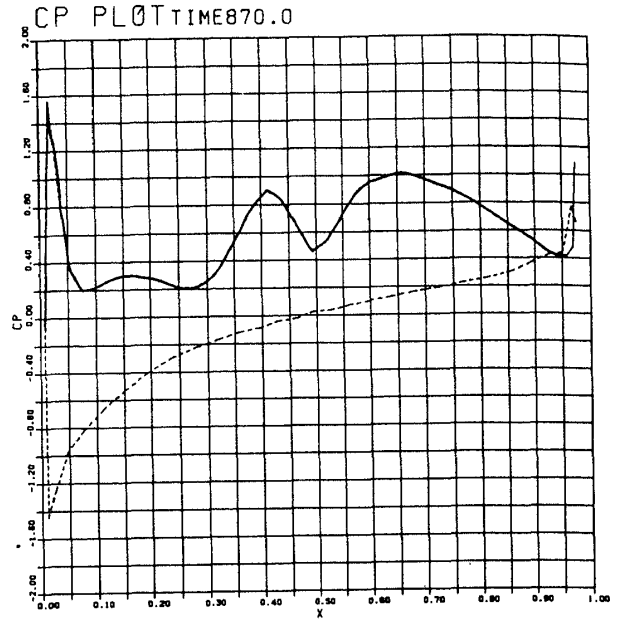


図7 オイラー方程式の計算結果 (CASE 5,  $\alpha=15.0^\circ$ , Downstroke)

ちばん低いものとなっている。

## 6. 結 論

時間平均圧縮性ナビエ・ストークス方程式、層流圧縮性ナビエ・ストークス方程式、及びオイラー方程式を差分法で解き、ダイナミック・ストールの数値シミュレーションを行なった。定性的には前縁剝離渦の形成、移動、放出の過程をシミュレートすることができた。しかし実験結果が示すような急激な揚力降下は認められなかった。オイラー方程式の解がもっとも強い圧力係数の降下を与え、実験結果に一番近かった。おそらく計算中に含まれる人工粘性や誤差の大きさが実際の粘性効果の大きさにもっとも近いためであろう。実験結果との定量的な一致を見るためには更なる計算精度の向上が必要である。

## 参 考 文 献

- 1) Theodorsen, T.; "Genral Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of the Flutter", NACA Report No. 496, 1935.
- 2) Karman, T. & Sears, W.R.; "Airfoil Theory for the Non-Uniform Motion", Journal of Aeronautical Science, Vol. 5, 1938.

- 3) Ono, K.; "Frequency Effect of Transonic Flow over an Oscillating Airfoil", ISAS Report S.P. No. 1, 1983.
- 4) McCroskey, W.J. & Pucci, S.L.; "Viscous-Inviscid Interaction on Oscillating Airfoils", AIAA Paper 81-0051, 1981.
- 5) Mehta, U.B.; "Dynamic Stall of an Oscillating Airfoil", AGARD Paper 23, 1977.
- 6) Ono, K., Kuwahara, K. & Oshima, K.; "Numerical Analysis of Dynamic Stall Phenomena of an Oscillating Airfoil by the Discrete Vortex Approximation", Proceedings of 7th ICNMF, Springer Verlag, 1981.
- 7) Baldwin, B.S. & Lomax, H.; "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flow", AIAA Paper 78-257, 1978.
- 8) Chyu, W.J. & Kuwahara, K.; "Computations of Transonic Flow over an Oscillating Airfoil with the Shock-Induced Separation", AIAA Paper 82-350, 1982.