

乱流数値実験における境界条件の影響

小林 敏 雄* 鬼 頭 幸 三**

Effects of Boundary Conditions in Numerical Experiments
For Turbulent Flows

by

Toshio KOBAYASHI and Kozo KITO

ABSTRACT

With the increase of computer speed and capacity, the numerical prediction method, which has been developed mainly in the field of aircraft technology, is gradually being applied to automotive aerodynamics. However, the large wake behind a road vehicle necessitates more elaborate computational techniques for the selection of turbulence model, boundary condition, etc. In this paper, the effects of boundary conditions on the numerical turbulent flow around a road vehicle are preliminarily analyzed using the finite difference method and the $\kappa - \epsilon$ turbulence model. It is found from the calculations that the stability and behavior of numerical solution depends strongly on the boundary conditions of turbulence energy and dissipation ratio.

1. まえがき

電子計算機の大容量化と高速化に伴って、航空機分野を中心に発達した胴体まわりの乱流場の数値予測法は、徐々に自動車まわりの乱流場にまで応用されつつある⁽¹⁾⁽²⁾。しかしながら、自動車の場合には航空機の場合と異なり、自動車の背後に大きな離域を伴う。このため、数値計算上の安定性、乱流モデルの取り扱い、境界条件の適合性など、より一層の検討が必要となる。

本研究は、自動車まわりの流れを非定常非圧縮性粘性流体の乱流としてとらえ、CADへの適用も可能な実用的数値予測システムを構成することを目標とする。

本報では、 $k - \epsilon$ 乱流モデルによる乱流数値実験⁽³⁾

を試みる。すなわち、自動車の形状を階段状に近似した二次元模型を対象とし、差分計算値におよぼす境界条件の影響について予備的考察を加える。

2. 基礎方程式

流れ場の変数である速度 u_i 、圧力 p 、さらに座標 X_i 、時間 T に対し、速度を入口速度 U_{in} 、圧力を ρU_{in}^2 (ρ :密度)、長さを車高 H 、時間を H/U_{in} によって無次元化する。次に、 u_i 、 p を時間平均量 U_i 、 P と変動量 u_i' 、 p' に分け、これらを連続式、ナビエ・ストークス方程式に代入し、時間平均をとることによって以下の方程式が導かれる。なお、方程式はテンソル表記し、表1に主要記号を示す。

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i U_j) = - \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

* 東京大学生産技術研究所

** 財団法人 日本自動車研究所

表 1 記号表

c_p : 圧力係数	$x_i = (x, y)$: 座標
d : 壁からの距離	δ_t : 時間刻み
H : 車高	δ : 境界層厚さ
L : 車長	$\varepsilon = \overline{(\partial u'_i / \partial x_j)^2} / R_e$: 乱流エ ネルギー散逸率
p : 圧力	\mathcal{K} : カルマン定数
p_∞ : 一様流中の圧力	$k = \overline{u'_i u'_i} / 2$: 乱流エネルギー
$R_e = U_{in} H / \nu$: レイノルズ数	ν : 動粘性係数
t : 時間	ν_t : 渦動粘性係数
$U_i = (U, V)$: 速度	ρ : 密度
U_{in} : 入口速度	

$k - \varepsilon$ モデルにおける乱流定数: $c_\mu = 0.09$, $c_1 = 1.44$, $c_2 = 0.1728$,
 $\sigma_1 = 1.0$, $\sigma_2 = 1.3$ (Launder - Spalding による)

$$+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -\overline{u'_i u'_j} + \frac{1}{R_e} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (2)$$

ここに, $-\overline{u'_i u'_j}$: レイノルズ応力。レイノルズ応力は, $k - \varepsilon$ モデルでは,

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3)$$

であり, 渦動粘性係数 ν_t は,

$$\nu_t = c_\mu k^2 / \varepsilon \quad (4)$$

で与える。 k , ε の輸送方程式は, 局所等方性乱流を仮定することによって, 次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (k U_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu_t}{\sigma_1} + \frac{1}{R_e} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \\ + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} &- \varepsilon \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\varepsilon U_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu_t}{\sigma_2} + \frac{1}{R_e} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right\} \\ + c_1 \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} &- c_2 \frac{k \varepsilon}{\nu_t} \end{aligned} \quad (6)$$

3. 計算方法と計算条件

流れ場として風洞内の二次元車体まわりの乱流を想定し, R_e として 2.2×10^6 を選ぶ ($U_{in} = 27.8 \text{ m/s}$, 気温 15°C , 大気圧 760 mm Hg の場合に相当。なお, $H = 1.15 \text{ m}$)。車体形状としてファーストバック形の実車の中心断面形状を用い, 輪郭は階段状に近似して直交直線座標系で差分計算する。図 1 に, 計算対象領域およびメッシュ分割を示す。計算対象領域の入口部, 出口部はそれぞれ供試車の前方約 $1.9L$ (L : 車長), 後方約 $3.3L$ に, また同上面部は供試車

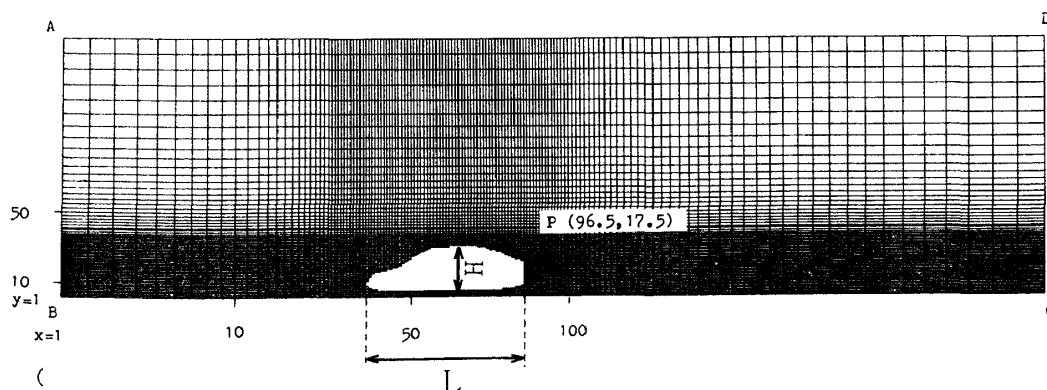


図 1 計算対象領域およびメッシュ分割

屋上から約 4.7 H に位置している。メッシュ数は 141 × 69 個であり、車体近くのメッシュは縦横比 1 対 2 の等間隔メッシュを、車体から離れたところではメッシュ幅が等比級数的に増加する不等間隔メッシュを採用する。

各変数は、個々のメッシュにおいて次の位置で定義する。すなわち、速度はメッシュの表面、圧力、 k 、 ϵ 、 ν_t はメッシュの中央とする。差分の方法は、式(2)、(5)、(6)を時間についてアダムス・バッシュフォース差分、空間については k 、 ϵ の対流項を除き中心差分を用いる。なお、 k 、 ϵ の対流項 $\partial(k U_j) / \partial x_j$ 、 $\partial(\epsilon U_j) / \partial x_j$ は、計算の安定化のため風上差分により差分化する。

収束計算には、SMAC法⁽⁴⁾を使用する。すなわち、式(2)から予測される速度は、個々のメッシュにおいて連続式を満たしていないため、連続式からの誤差をもとに速度と圧力に対して修正を加え、すべての

メッシュにおいて誤差が所定の許容範囲に収まるまで収束計算を繰り返す。本報における計算では、許容範囲を 1/100 に設定する。

初期値は、すべて零として $R_e = 200$ における層流解をまず求め、それをもとに乱流計算を行う。また、時間刻みとしては $\delta_t = 1/100$ を選ぶ。

境界条件については、計算対象領域の入口部では一定値を、同出口部では一様流出の条件、同上面部ではすべりの条件を課し(表2)、一方車体まわりおよび地面盤では固定壁の条件を設定する。

固定壁の条件としては、壁面に隣接するメッシュが 1/7 乗則によって表わされる乱流境界層内に存在すると仮定し、壁面に平行方向の仮想速度 U'_0 を壁面から $\delta/2$ における速度勾配から与える(図2)。また、壁面に垂直方向の速度については $V_0 = 0$ を課す。 k 、 ϵ については、すべりの有無、補助式の適用の有無など、6 ケースの条件を設定する(表3)。な

表2 計算対象領域周辺部における境界条件
(*印: Laufer による実験値⁽⁶⁾)

	U	V	κ	ϵ
入口部 AB	1.0	0.0	3.2×10^{-3} *	7.1×10^{-4} *
出口部 CD	---	---	$\partial / \partial x = 0$	
上面部 AD	---	0.0	$\partial / \partial y = 0$	

表3 固定壁における境界条件

ケース	U, V	κ	ϵ
1	1/7乗則	すべりなし	すべりなし
2	1/7乗則	すべりあり	すべりあり
3	1/7乗則	すべりなし	すべりあり
4	1/7乗則	すべりあり	すべりなし
5	1/7乗則	すべりなし	補助式適用
6	1/7乗則	すべりあり	補助式適用

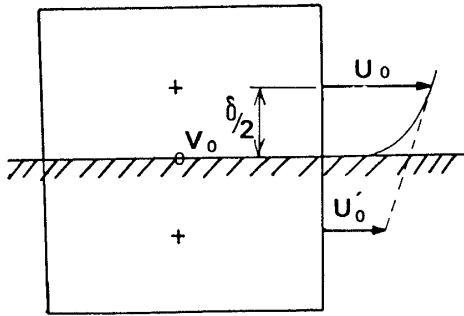


図2 固定壁における速度に関する境界条件

お、ケース 5, 6 に用いた ϵ の補助式は、混合長理論から導出されるものであり⁽⁵⁾、次式で表わされる。

$$\epsilon = c_{\mu}^{3/4} k^{3/2} / (\mathcal{N}d) \quad (7)$$

4. 結果と考察

表 4 に、ケース 1 ~ 6 における計算結果を示す。表から、本報で設定したすべてのケースにおいて解が必ずしも収束するわけではなく、 k , ϵ の境界条件によっては解が発散する可能性があることがわかる。すなわち、本計算範囲では、 ϵ に補助式を適用しない場合には、 k がすべりなしの条件のとき ϵ の

表 4 計算結果

ケース	計算結果
1	発散
2	収束
3	発散
4	収束
5	収束
6	収束

条件にかかわらず、安定な解は得られない(ケース 1, 3)。また、 ϵ に補助式を適用する場合には、 k の条件にかかわらず安定な解が得られる(ケース 5, 6)。今後、これらの諸条件における k , ϵ の挙動を明らかにし、諸条件の妥当性を詳細に検討する必要があると思われる。

図 3 に、計算結果の一例としてケース 6 の場合の速度ベクトル図を示す。図から、車体背後に渦領域の存在が認められる。図 4 および 5 に、それぞれ k

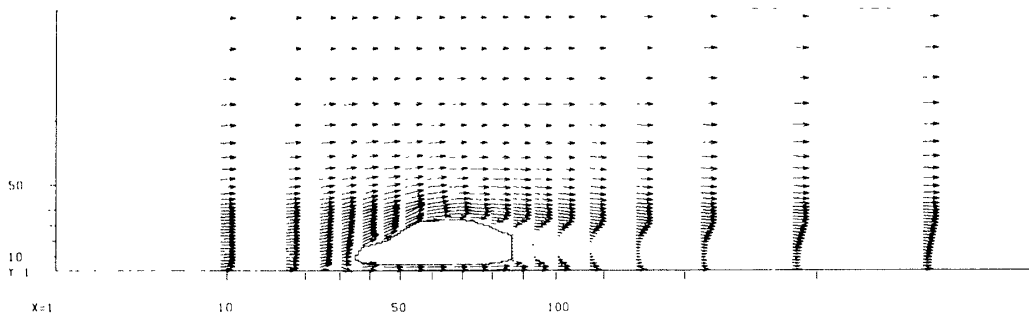


図3 速度ベクトル図(ケース6)

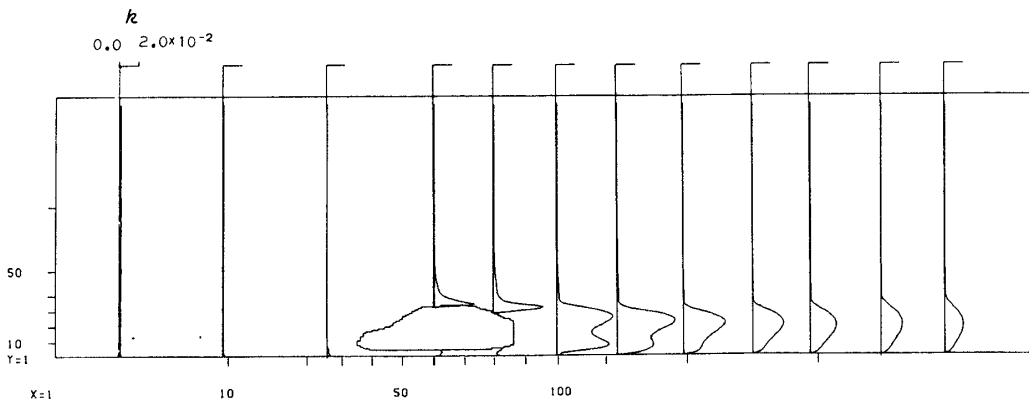


図4 k の分布(ケース6)

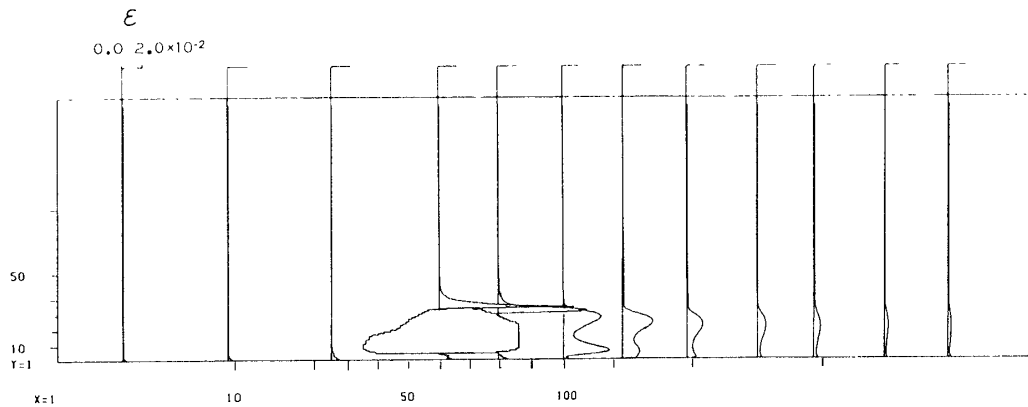


図5 εの分布(ケース6)

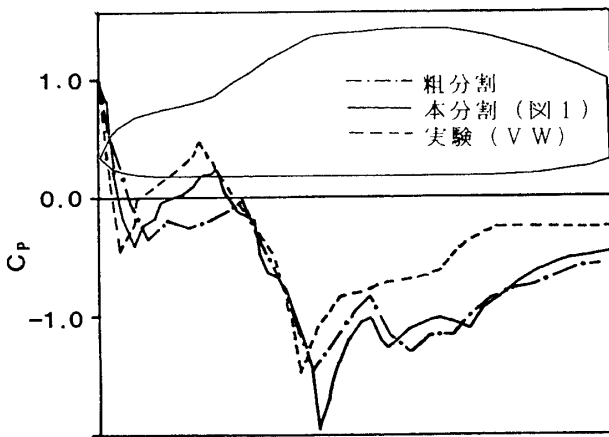


図6 圧力係数の分布(ケース6)

および ϵ の分布を示す。図4および5から、図3に対応する渦領域では k , ϵ がそれぞれ比較的大きい値をもっていることが示される。

図6に、ケース6の場合について車体の上表面における圧力係数 c_p の分布を示す。 c_p は無次元静圧を用いて

$$c_p = 2(p - p_\infty) \quad (8)$$

で定義される。ここに、 p_∞ : 一様流中の無次元静圧。図には、比較のため、二次元模型の実測値および粗メッシュ分割の場合の計算結果を併記する。ここに、粗メッシュ分割とは、車体まわりのメッシュが図1に示すその4倍の大きさを持ち、車体から離れた領域においても車体まわりのメッシュと同じ大きさのメッシュを用いた場合を意味する。図から、計算値と実測値とは比較的良好一致していることがわかる。しかし、 c_p が最小となる位置が実験の場合と異なっていること、車体後部ではメッシュの細分化に

よる改善が少ないことなど今後検討すべき課題が残されている。これらの点は、メッシュ数の増大による車体形状のより正確な表現、境界条件の設定に関する改善、あるいは車体後方のはく離域における乱流モデルの選択によって改善されるものと思われる。

5. あとがき

自動車の車体形状を階段状に近似して、車体まわりの乱流におよぼす境界条件の影響について予備的考察を加えた。すなわち、 k , ϵ の境界条件によっては、解が発散する可能性があることを明らかにし、補助式の適用も含め境界条件の設定について系統的検討が必要であることを示した。

本報における計算の主要部は、東京大学大型計算機センターM280H/200Hシステムによって行われた。また、静圧分布の実測値を提供いただいた西独フォルクスワーゲン社のU.Seiffert, R.Buchheim両博士に謝意を表す。

文 献

- 1) Demuren, A.O. et al., Proc. Int. Symp. Vehicle Aerodyn., (1982), 1.
- 2) Chometon, F., Vehicle Design, SP3 (1983), 374.
- 3) 小林ほか; 機論, 51-466, B(1985), 1962.
- 4) Hirt, C.W. et al., J. Comp. Phys., 10 (1972) 324.
- 5) 鈴木ほか; 機論, 46-408, B(1980), 1447.
- 6) Laufer, J., NACA Rep. 1174 (1954).

