

格子生成における直接的数値制御法

児玉良明*

Direct Numerical Control in Grid Generation

by

Yoshiaki KODAMA

ABSTRACT

In this paper, a new grid generation scheme is proposed. In this scheme, several plausible geometrical conditions which should be satisfied by a grid are listed, and then, starting with an initial grid, modifications are made iteratively to the grid, until those conditions are satisfied. The present scheme is called a "geometrical method," in contrast to the existing algebraic and PDE approaches.

The geometrical conditions listed in the 2-D case are;

- (1) Clustering in η -directions
- (2) Orthogonalization near the solid wall
- (3) Smooth spacing distribution in the ξ -direction
- (4) Smooth spacing distribution in the η -direction
- (5) Smooth curvature distribution in the ξ -direction
- (6) Smooth curvature distribution in the η -direction
- (7) Minimum spacing in the ξ -direction
- (8) Minimum spacing in the η -direction

The above conditions are realized by simple algorithms, and are combined with suitable weight factors.

Several examples of 2-D geometries are shown, such as a NACA0012 wing section with angle of attack, a NACA0012 wing section with a spoiler and a flap, and a circular cylinder both for C-grid and O-grid. Extension to 3-D is straightforward and will soon be published.

1. はじめに

新しい格子生成法を提案する。この方法は、格子の満たすべき望ましい幾何的条件をいくつかリストアップし、ある与えられた初期格子をそれらの条件が満たされるべく反復的に修正していく方法であり、従来の代数的方法や偏微分方程式を用いる方法¹⁾と

対比して幾何的方法 (Geometrical Method) と呼ぶことにする。

2. アルゴリズム

二次元物体まわりの外部流をC-gridを用いて計算する場合を考える。物理平面 (x, y) を計算平面 (ξ, η) に物体適合座標を用いて写像する。内部境界 ($\eta=0$) は物体表面および後流中の cut であり、外部境界 ($\eta=\eta_{\max}$) は物体から充分離れている。

* 船舶技術研究所

格子の満たすべき条件として次の 8 つをあげる。

- (1) η 方向の clustering … 物体近傍に集中
- (2) 物体近傍で格子が直交
- (3) 格子間隔が ξ 方向に滑らかに変化
- (4) 格子間隔が η 方向に滑らかに変化
- (5) 曲率が ξ 方向に滑らかに変化
- (6) 曲率が η 方向に滑らかに変化
- (7) ξ 方向の最小間隔が或る与えられた値以上
- (8) η 方向の最小間隔が或る与えられた値以上

以上の 8 つの条件をそれぞれ具体化したアルゴリズムを順次実行し、適当な重みづけの下に格子を反復的に修正する。各条件の詳細を以下に示す。

(1) η 方向の clustering

図 1 に示すように、物体表面から η 方向に順次点をとっていき、2 点間の距離 Δt^* を増分とした t の離散的な関数として (x, y) が求まる。次に物体表面最近傍の間隔を陽に与えて $0 \leq t \leq t_{\max}$ の間に等比間隔で点列を再配置して新たな点の t の値を決定し、適当な内挿法(ここでは Sorenson ら²⁾の TAINTRルーチンすなわち cubic interpolation を用いた)で新たな点の (x, y) 座標を求める。

二点間の距離として Δt^* のかわりに $\cos \theta$ をかけた Δt をとることも可能である。これにより $\eta = \text{const}$ の線同士の間隔がより等間隔に近くなり、好ましい結果を得ることができる。

(2) 物体近傍で格子が直交

図 2 に示すように、1 つ内側(物体寄り)の $\eta = \text{const}$ の線上の点から垂線を出し、その線上にとつ

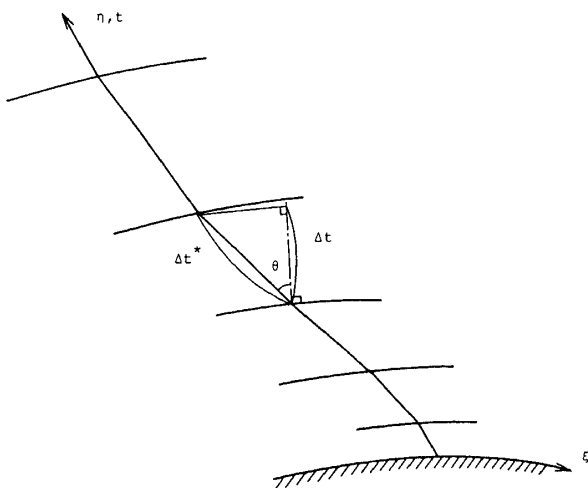


図 1 Clustering in η -direction

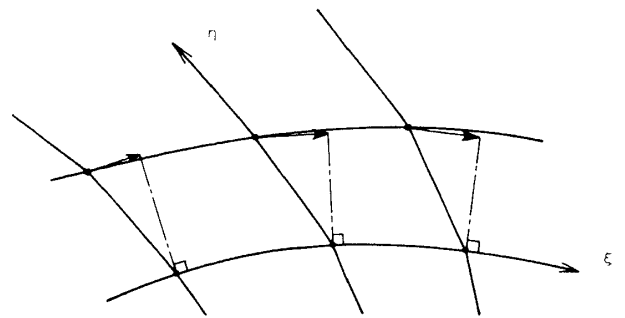


図 2 Orthogonality near solid wall

た射影が新たな点の位置を与える。ただし最外側 ($\eta = \eta_{\max}$) の点は固定であるからこの直交化を最外側まで実行することができない。そこで重み係数を最内側で 1、最外側で 0 となるように定め、点の移動量にこの重み係数をかけた値を実際の移動量とする。

この直交化アルゴリズムは大林³⁾によって提案されたものである。

(3) 格子間隔が ξ 方向に滑らかに変化

ある $\eta = \text{const}$ の線をとリ、その上の点を ξ 方向の順に i と番号をつける(図 3)。 i 番目の点 P_i における格子間隔の比 S_i を次のように定義する。

$$S_i \equiv \frac{\overline{P_{i-1} P_i}}{P_{i-1} P_i + P_i P_{i+1}} \quad (1)$$

次に点 P_i の両側の数点にわたって比 S の平均値 \bar{S} を求める。この \bar{S} が点 P_i における望ましい S の値であるとして新たな S_i の値が \bar{S} になるように点 P_i を移動させる。すなわち

$$\begin{aligned} \vec{P}_i^{\text{new}} &= \vec{P}_i + \frac{\bar{S} - S_i}{1 - S_i} \cdot \vec{P}_i P_{i+1} \quad (\bar{S} \geq S_i \text{ のとき}) \\ &= \vec{P}_i + \frac{S_i - \bar{S}}{S_i} \cdot \vec{P}_i P_{i-1} \quad (\bar{S} < S_i \text{ のとき}) \end{aligned} \quad (2)$$

平均値 \bar{S} を求める点の範囲を広くとる程、大域的でゆるやかな変化となる。

(4) 格子間隔が η 方向に滑らかに変化

(3)と同様。このアルゴリズムは等比的分布を保存する。すなわち(1)の clustering と両立できることに注目されたい。

(5) 曲率が ξ 方向に滑らかに変化

図 4 に示す様に(3)の場合と同様に $\eta = \text{const}$ の線

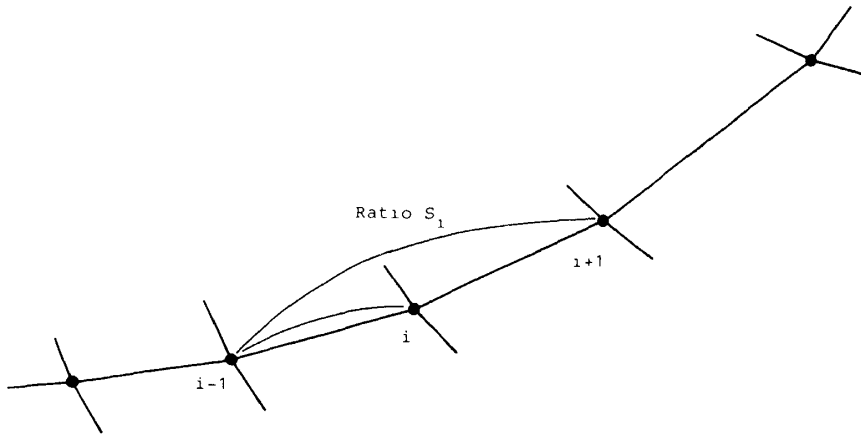


図3 Smooth spacing distribution in ξ -direction

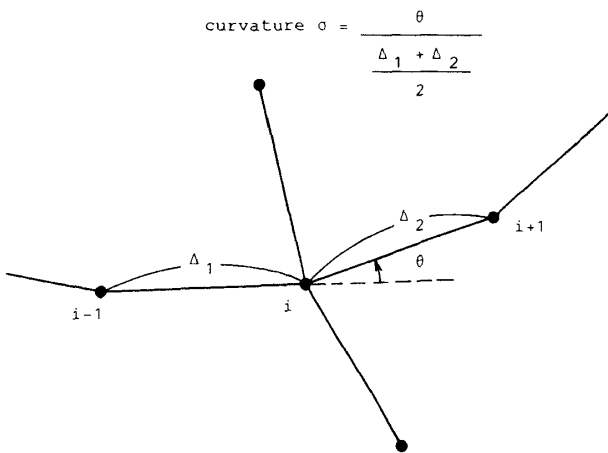


図4 Smooth curvature distribution in ξ -direction

上の点に順に番号 i をつける。点 P_i における曲率 σ_i を次の様に定義する。

$$\sigma_i = \frac{\theta}{(P_{i-1}P_i + P_iP_{i+1})/2} \quad (3)$$

ただし θ は $\overrightarrow{P_{i-1}P_i}$ と $\overrightarrow{P_iP_{i+1}}$ のなす角である。この σ_i を両側の数点にわたって平均し、その値を $\bar{\sigma}$ とする。この $\bar{\sigma}$ が点 P_i における望ましい σ の値であるとして新たな σ_i の値が $\bar{\sigma}$ になるように点 P_i を移動させる。図4に示す配置を例にとる。 $\bar{\sigma} > \sigma_i$ の場合には点 P_i から η 方向に1つ隣の点すなわち下方の点に向かって20%の所に点 P^* をとり、その点での曲率 σ^* を(3)式と同様に求める。このとき

$$\begin{aligned} \vec{P}_i^{\text{new}} &= \vec{P}_i + \frac{\bar{\sigma} - \sigma_i}{\sigma^* - \sigma_i} \vec{P}_i P^* \quad (\sigma_i \leq \bar{\sigma} \leq \sigma^* \text{ のとき}) \\ &= \vec{P}^* \quad (\sigma^* < \bar{\sigma} \text{ のとき}) \end{aligned} \quad (4)$$

上式に示すようにこのアルゴリズムでは点 P_i の移動量の上限を隣接する η 方向の点までの距離の20%に押さえている。これは本アルゴリズムの不安定性を回避するためである。 $\bar{\sigma} < \sigma_i$ の場合も同様。

このアルゴリズムは等曲率的分布を保存する。すなわち円弧は不変である。

(6) 曲率が η 方向に滑らかに変化

(5)と同様。

(7) ξ 方向の最小間隔が或る与えられた値以上

(1)と同様に ξ 方向に t をとり、 t の離散的な関数として (x, y) を定める(図5)。次に間隔 Δt のうちで或る与えられた最小間隔 Δt_{\min} よりも小さいものがあればそれを強制的に大きくして Δt_{\min} となるようにする。このとき全体の t の長さ t_{\max} を不変とするために、残りの Δt を少しずつ縮める。すなわち n 個の Δt が Δt_{\min} より小さい場合

$$\begin{aligned} \Delta t^{\text{new}} &= \Delta t_{\min} \quad (\Delta t^{\text{old}} \leq \Delta t_{\min} \text{ のとき}) \\ &= \frac{t_{\max} - n \Delta t_{\min}}{t_{\max} - \sum \Delta t} \Delta t^{\text{old}} \quad (\Delta t_{\min} < \Delta t^{\text{old}} \text{ のとき}) \end{aligned} \quad (5)$$

この Δt^{new} を用いて新たな点の t の値が定まり、(1)

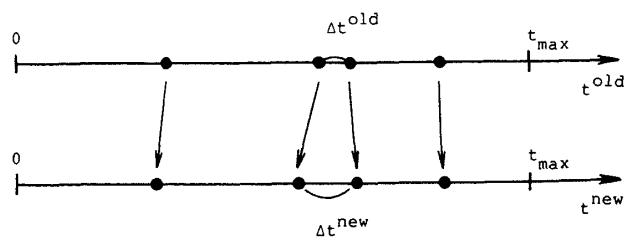


図5 Minimum ξ -spacing

と同様な内挿法で新たな点の (x, y) 座標が求まる。

i 番目の間隔 Δt_i と比較すべき最小間隔 Δt_{\min} は次の様に定める。すなわち物体表面 ($\eta=0$) における同じ i 番目の間隔の 60~70% を Δt_{\min} とする。このように Δt_{\min} を ξ 方向に変化させることにより、物体表面上の点分布に即した格子分布が得られる。

(8) η 方向の最小間隔が或る与えられた値以上 Δt_{\min} として物体表面最近傍の間隔を採用する。あとは(7)と同様。

以上の8つの条件はそれぞれ格子点の移動量を示してくれるが、実際には(2)で説明したようにある重み係数をかけたものを実際の移動量とする。この重み係数を各条件毎に定めることにより、8つの条件がバランスした時点で所望の格子点分布が得られるようにする。

ある条件を実行した後格子分布がある方向にギクシャクする場合には、格子点の移動量をその方向の両側数点にわたって平均化したものを移動量として採用すると、滑らかな格子分布を得ることができる。この平均化は“拡散効果”をスキームに導入する。

3. 結 果

(1) フラップとスポイラー付のNACA0012翼型
図6に初期格子を示す。迎角 15° 、フラップ角 30° である。初期格子は内・外部境界上の点を直線で結び、その上に等比数列的に点を配置して定めた。図7に10回の反復修正後の格子を示す。この物体のように凹なkinkをもつ場合は、そのkinkの両側数点にわたってclusterの条件を緩和すると、物体形状の特異性が外方へ伝播するのを防ぐことができる。図8にtotal viewを示す。

(2) NACA0012翼型…迎角 15°

図9に示す。wake中ではshear layerが広がっていくので、下流に行くに従ってclusteringの最小間隔を大きくとっている。このような細かな調整も本スキームでは容易に行える。

(3) 円柱…O-grid

図10に示す。条件(5)で説明したように円弧を円弧のまま保存する本アルゴリズムの特徴が表わされている。

(4) 円柱…C-grid

円柱まわりの格子生成はO-gridについては容易であるが、C-gridではwakeとの接続部で 90° のkinkをもつためにより困難な問題である。図11に

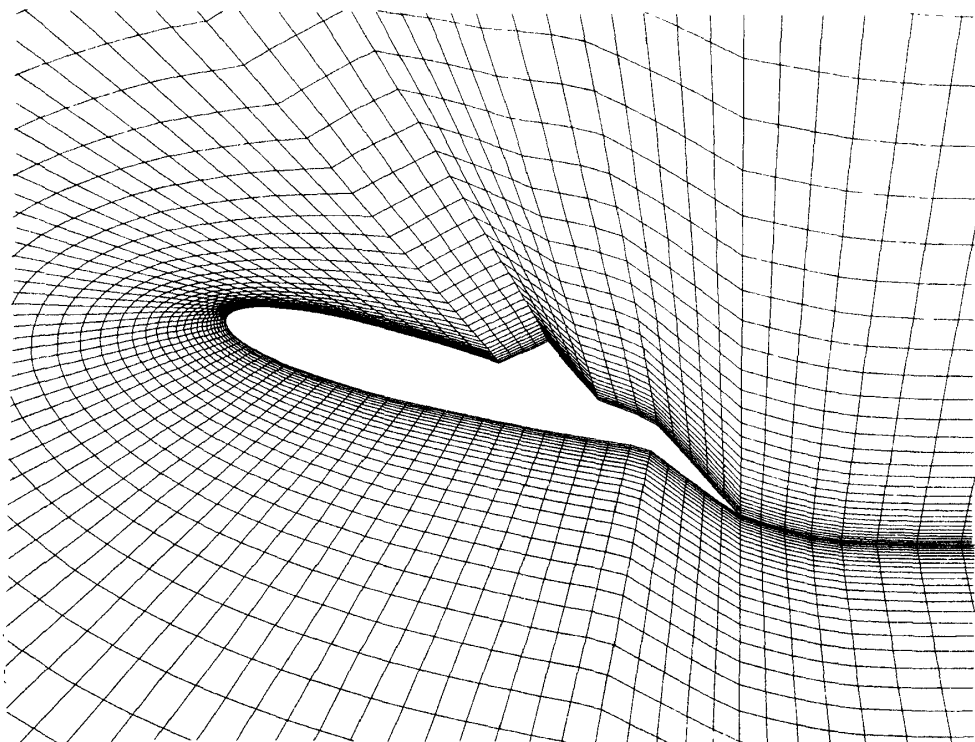


図6 NACA0012 $\alpha = 15 \text{ deg.}$ $\alpha_f = 30 \text{ deg.}$ with spoiler. Initial grid

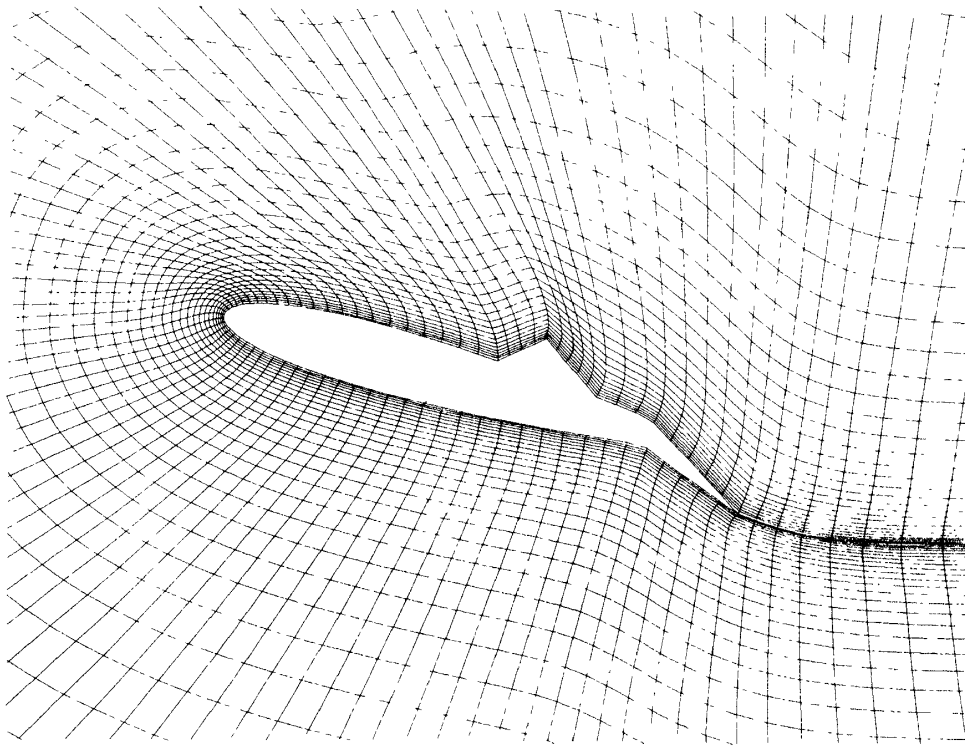


図7 NACA0012 $\alpha=15$ deg. $\alpha_f=30$ deg. with spoiler.
After 10 iterations

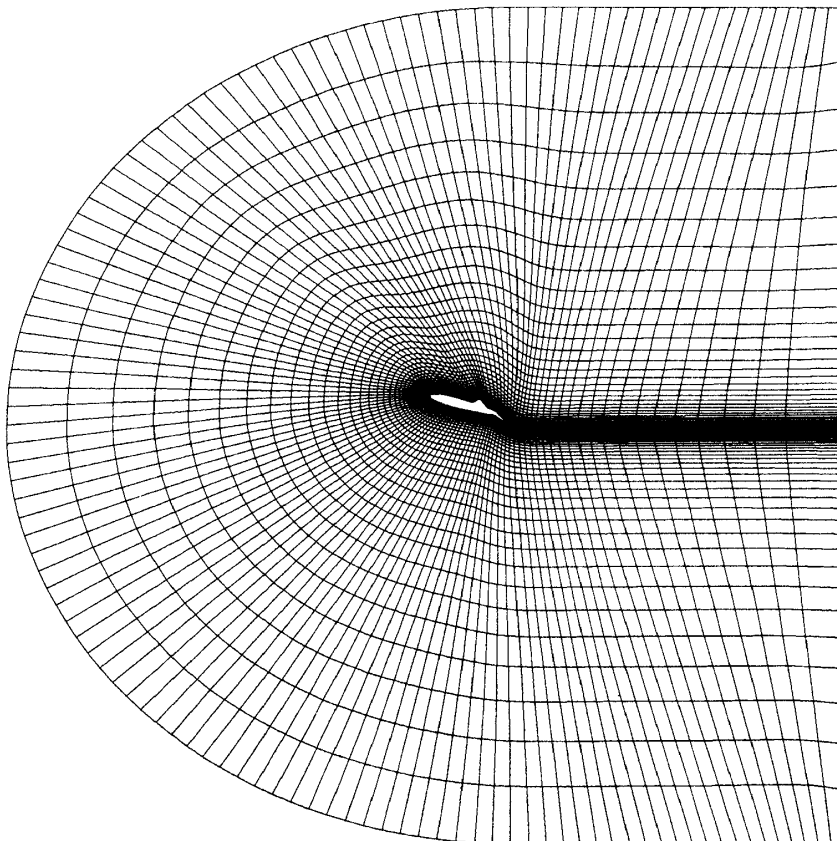


図8 Total view

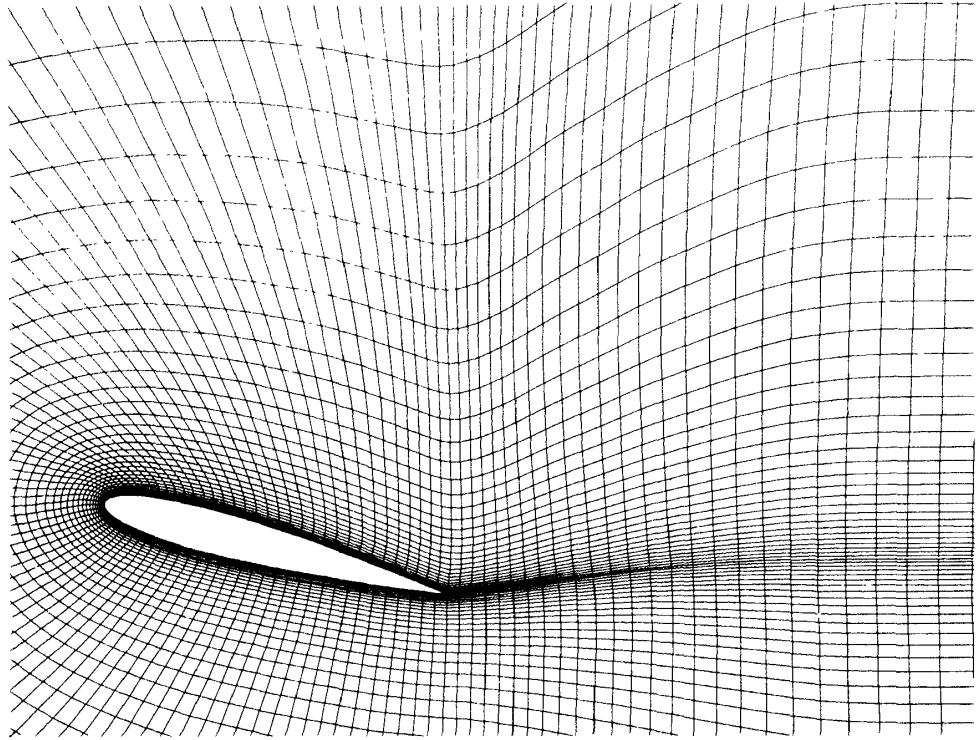


図9 NACA0012 $\alpha=15$ deg. Variable clustering

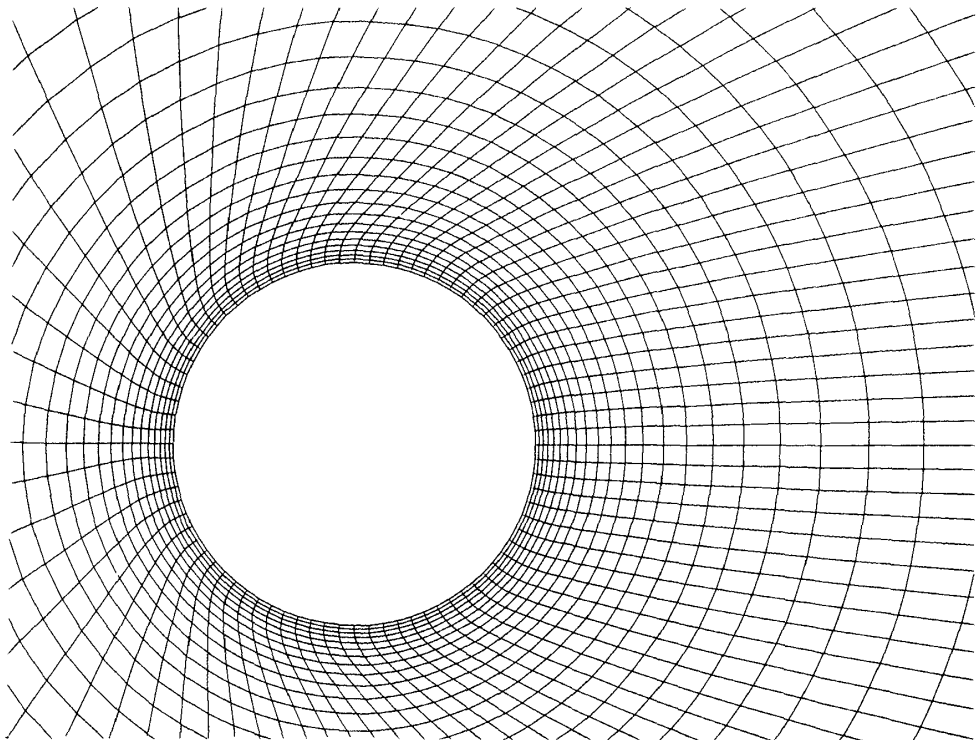


図10 Circular cylinder. O-grid

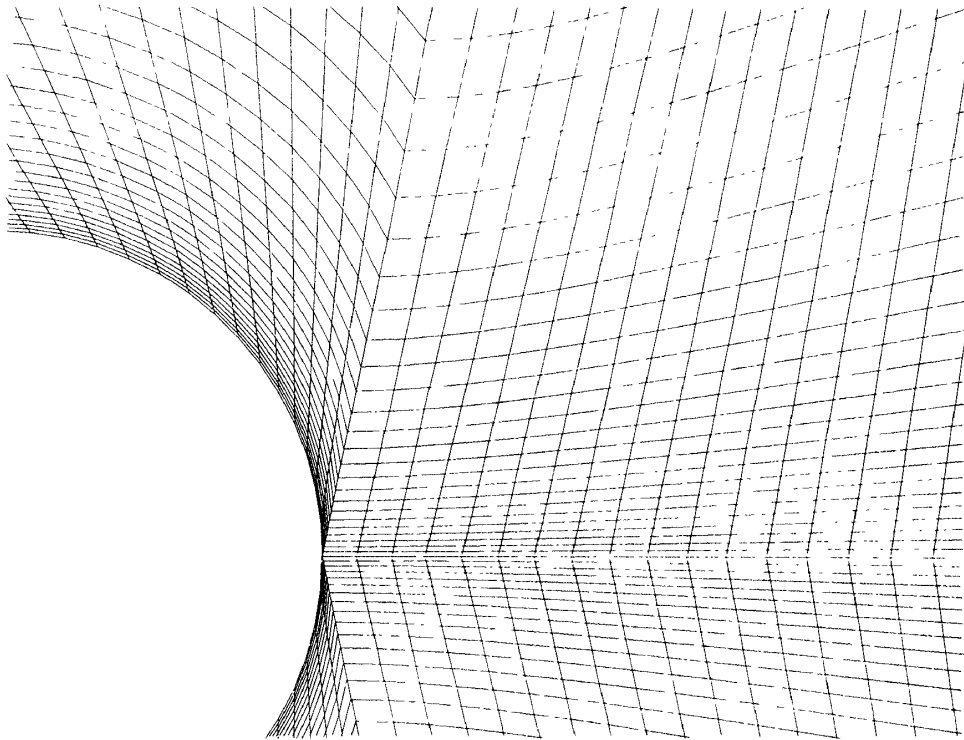


図 11 Initial grid

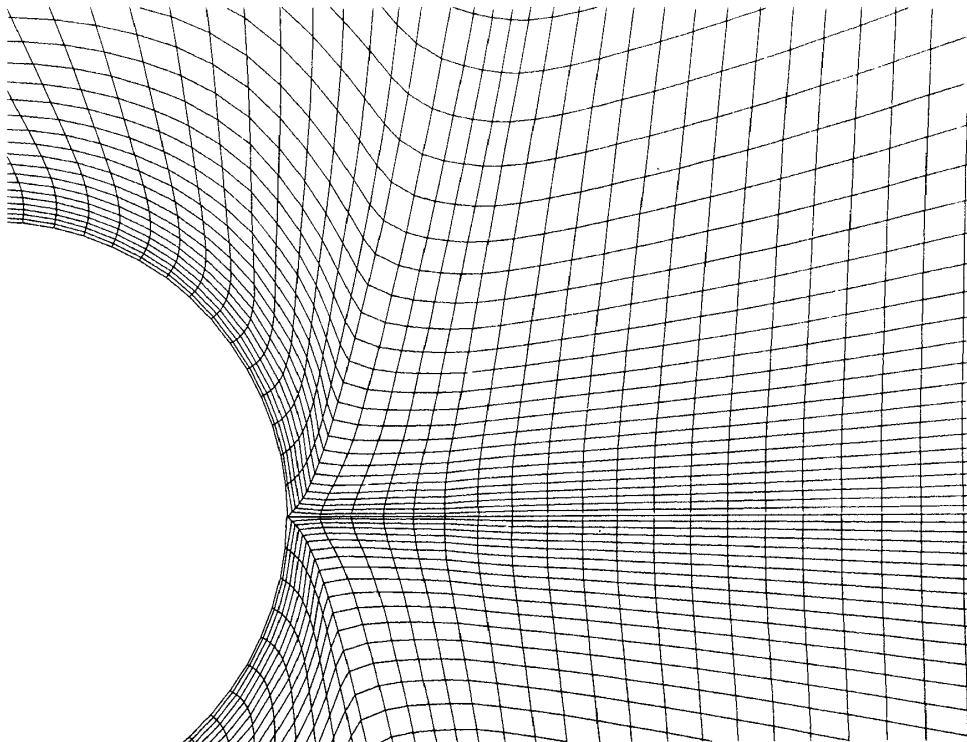


図 12 After 10 iterations

初期格子を示す。図 12 に 10 回の反復修正後の格子を示す。物体近傍の直交性が得られ、wake 部とスムーズにつながっている。kink の特異性は外に行くに従ってやわらげられている。

4. おわりに

格子分布を見ていると、この線はもう少し右に寄るといいのにとか、この辺は角ばっているからこんな感じに滑らかにしたいとか思うことがしばしばある。人間が格子分布をパターンとして認識したときに抱くこれらの感想について考察を行い、成分に分解してそれぞれをアルゴリズムで具体化して組み合わせるのが本スキームである。各成分を explicit に扱うために細かな調整が可能である。また領域の外端に行くに従って指数的に減少する重み関数を用いれば、局所的な修正も行うことができるであろう。各アルゴリズムは一次元的なので三次元格子への拡張も straightforward で、既に実現されている。⁴⁾

本研究は、東京大学大学院大林茂氏から直交化アルゴリズムを含むプログラムの提供を受けたのが発端となった。ここに記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Thompson, J.F.; "Grid Generation Techniques in Computational Fluid Dynamics," AIAA J. Vol.22, No.11, Nov. 1984.
- 2) Sorenson, R.L. & Steger, J.L.; "Simplified Clustering of Nonorthogonal Grids Generated by Elliptic Partial Differential Equations," NASA TM 73252.
- 3) 大林茂他; "代数的反復解法による格子生成と応用例," 第23回飛行機シンポジウム, 1985年.
- 4) 日野孝則; "Wigley Model まわりの三次元 Grid Generation," 昭和60年秋季船研講演会, 昭60年11月 (to appear).