

ダイナミック・ストールの数値解析

信太良文* 桑原邦郎**

Computation of Dynamic
Stall of NACA0012 Airfoil by Block Pentadiagonal
Matrix Scheme

by

Yoshifumi SHIDA
University of TokyoKunio KAWAHARA
Institute of Space and Astronautical Science

ABSTRACT

The flow field around an oscillating NACA0012 airfoil in pitch at 0.25 chord is analyzed by solving the two-dimensional compressible Navier-Stokes equations. A block pentadiagonal matrix scheme based on the approximate factorization method is adopted. Two meshes, 161×40 and 213×80 , are used. With the coarse mesh, lift stall is captured. With the fine mesh, not only lift stall but also the restoration process of the lift coefficient in the downstroke is captured.

1. 緒 言

静的な失速角度を越える最大迎角で振動する翼の揚力, 抵抗, モーメントは, 迎角の変化に伴って, 特長的なヒステリシスをもつ曲線を描く。この現象はヘリコプターのブレードの運動に関連しており, ダイナミック・ストールと呼ばれる。本論では, 特に揚力などが急激に減少するディープ・ダイナミック・ストールと呼ばれる例を数値的に解析する。

ダイナミック・ストールの数値解析は1977年にMetha¹⁾により初めて行なわれた。Methaは, ψ - ω 法を使い, 振動するNACA0012まわりの流れをレイノルズ数5000と1000の二例について行ない, 現

象の特長をある程度捕えたが, 計算時間の制約などから必ずしも十分なものではなかった。

その後, 小野ら²⁾が渦糸近似法で, TassaとSanker³⁾が圧縮性ナビエ・ストークス方程式を用いて, ダイナミック・ストールの計算を行っているが, 最初におこる剝離から渦の伝搬, そして後流への放出に関する物理現象を捕えるには十分なものではなかった。

1981年にMcCroskey⁴⁾らによってなされた実験を小野⁵⁾がBeam-Warming法で乱流モデルを使用せずに数値計算を実行した。渦の細かい構造をいくぶん捕えたが, 揚力の急激な減少を捕えることはできなかった。

本論では, 五重ブロック対角行列反転法⁶⁾を用いて, 圧縮性ナビエ・ストークス方程式を数値的に解き, 剝離の発生から渦の伝搬, 放出を定性的に完全に捕えることに成功した。また, 揚力の急激な減少

* 東京大学

** 宇宙科学研究所

とダウン・ストローク時の流れの再付着も定性的には完全に捕らえた。

2. 支配方程式

支配方程式は、二次元圧縮性ナビエ・ストークス方程式を一般座標系で表わしたものである。それは

$$\partial_t q + \partial_\xi M + \partial_\eta N = 0 \quad (1)$$

と表わされる。ここで、

$$M = E - 1/ReR, \quad N = F - 1/ReS \quad (2)$$

である。 τ は、時間変数、 ξ と η はそれぞれ流れ方向と垂直方向の変数である。流束ベクトル q , E , F は次のように表わされる。

$$q = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad E = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x P \\ \rho v U + \xi_y P \\ (\xi + p)U - \xi_t P \end{bmatrix},$$

$$F = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u V + \eta_x P \\ \rho v V + \eta_y P \\ (\eta + p)V - \eta_t P \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここで

$$U = \xi_t + \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_t + \eta_x u + \eta_y v \quad (4)$$

である。 ξ_t , ξ_x などメトリックスと変換のヤコビアン J は各時間において数値的に計算される。粘性に関する部分は以下のように表わされる。

$$R = \frac{1}{J} (\xi_x R_1 + \xi_y S_1), \quad S = \frac{1}{J} (\eta_x R_1 + \eta_y S_1) \quad (5)$$

ここで

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ R_4 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ S_4 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= (\lambda + 2\mu) u_x + \lambda v_y \\ \tau_{xy} &= \mu (u_y + v_x) \\ \tau_{yy} &= (\lambda + 2\mu) v_y + \lambda u_x \\ R_4 &= u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + \alpha \partial_x a^2 \\ S_4 &= u \tau_{xy} + v \tau_{yy} + \alpha \partial_y a^2 \end{aligned} \quad (7)$$

但し

$$a^2 = r(r-1) \left(e/\rho - \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \right),$$

$$\alpha = k P_r^{-1} (r-1)^{-1} \quad (8)$$

ここで k は熱伝導率、 P_r はプラント数、 r は比熱比である。ストークスの仮定 $\lambda + (2/3)\mu = 0$ とする。 μ は、サザランドの方則に従って求められる。

3. 数値計算法

三点後退差分を方程式(1)に適用すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (3q^{n+1} - 4q^n + q^{n-1}) &= \frac{3}{2} (q^{n+1} - q^n) \\ &\quad - \frac{1}{2} (q^n - q^{n-1}) = \frac{3}{2} \Delta q^n - \frac{1}{2} \Delta q^{n-1} \\ &= \Delta \tau \left[\frac{\partial q}{\partial t} \right]^{n+1} + O(\Delta \tau^3) \\ &= -\Delta \tau \left(\frac{\partial M^{n+1}}{\partial \xi} + \frac{\partial N^{n+1}}{\partial \eta} \right) + O(\Delta \tau^3) \end{aligned} \quad (9)$$

となる。対流項に関しては線形化が次のように行われる。

$$E^{n+1} = E^n + \left(\frac{\partial E}{\partial q} \right)^n \Delta q^n + O(\Delta \tau^2)$$

$$F^{n+1} = F^n + \left(\frac{\partial F}{\partial q} \right)^n \Delta q^n + O(\Delta \tau^2) \quad (10)$$

粘性項 R と S は ξ 微分だけを含む R_ξ と S_ξ , および、 η 微分だけを含む R_η と S_η に分解され、以下のように線形化される。

$$R_\xi^{n+1} = R_\xi^n + \left(\frac{\partial R_\xi}{\partial q} \right)^n \Delta q^n + O(\Delta \tau^2)$$

$$S_\eta^{n+1} = S_\eta^n + \left(\frac{\partial S_\eta}{\partial q} \right)^n \Delta q^n + O(\Delta \tau^2) \quad (11)$$

および

$$R_\eta^{n+1} = R_\eta^n + O(\Delta \tau), \quad S_\xi^{n+1} = S_\xi^n + O(\Delta \tau) \quad (12)$$

これらの近似を使い、かつ近似因数分解法を方程式(9)に適用すると、差分方程式系は次のようにまとめられる。

$$\begin{aligned} &\left(I + \frac{2}{3} \Delta \tau \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial q} \left(E - \frac{1}{Re} R_\xi \right) \right) \\ &\cdot \left(I + \frac{2}{3} \Delta \tau \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial q} \left(F - \frac{1}{Re} S_\eta \right) \right) \Delta q^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{2}{3} \Delta \tau \left(\frac{\partial}{\partial \xi} M + \frac{\partial}{\partial \eta} N \right)^n \\
&+ \frac{1}{3} \Delta \tau^{n+1} + O(\Delta \tau^2) \quad (13)
\end{aligned}$$

方程式(13)は、1次精度のように見えるが、これは方程式(12)の影響である。方程式(12)の各項は、流れに対して弱い影響しか与えないので、方程式(13)は事実上2次精度とみてよい。

方程式(13)で粘性項は2次精度の中心差分で、対流項は、以下に示すような4次精度の差分で近似される。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial \xi} &= \frac{-E_{i+2,j} + 8(E_{i+1,j} - E_{i-1,j}) + E_{i-2,j}}{12(\Delta \xi)} \\
\frac{\partial F}{\partial \eta} &= \frac{-F_{i,j+2} + 8(F_{i,j+1} - F_{i,j-1}) + F_{i,j-1}}{12(\Delta \eta)} \quad (14)
\end{aligned}$$

両辺には4次の人工粘性が加えられる。乱流モデルは使わない。方程式(13)は五重ブロック対角行列の反転によって解かれる。

境界条件は、速度は翼面でノンスリップ条件、密度は翼面からひとつ離れた点から零次の外挿、圧力は法線方向の運動方程式より求める。一様流の条件が外側境界の後流部を除いた点でとられる。後流部はひとつ内側の点と同じ値とする。

4. 格子生成

格子は文献7)とほとんど同じ方法で行なう。迎角最大と最小の格子をまず生成する。このときは、ラプラス方程式を解いて翼まわりの部分を3次の多項式を使って後流部を生成した後、 η -方向が物体表面の格子が0.00001になり、それより指数関数的に増大するように ξ が一定の格子線を再配置する。

各瞬間の迎角に対応する格子は、最大迎角の格子と最小迎角の格子を内挿することによって求める。

5. 結果

数値計算は、マッハ数0.3、レイノルズ数4000000、Reduced Frequency 0.1(翼の長さの半分を基準とする)、1/4翼長を中心として中心迎角10度、振幅10度の振動という条件下で行った。これはMcCroskeyら⁴⁾の行った実験と同じ条件である。

第1図および第2図は、等密度線と表面の圧力係数を示してある。第1図が161×40の格子の結果であり、第2図が321×80の格子の結果である。揚力と迎角の関係が第3図に、モーメントと迎角の関係が第4図に示されている。(a)、(b)、(c)は、それぞれ、実験、161×40の格子の計算結果、321×80の格子の計算結果に対応している。結果は、全部、2サイクルめのものである。

161×40の格子の計算では、翼の先端部から渦の剝離が、迎角およそ12度のときに現われる。剝離した渦は比較的大きくなり、後流へと伝わっていき、17度程度の迎角で後流に放出される。このとき、揚力の急激な減少がおこるが、これは実験と比較するとやや速い。

一方、第3において(a)と(b)のダウン・ストローク時の一致は、あまりよくない。これは、渦に対する解像度が十分でないため、渦が大きくなり、ゆっくりと動いて、本来、再付着が行る迎角になっても流れ去らずに残っているためと考えられる。そこで、渦の解像度を上げるため、321×80の格子で計算を行った。

この結果、渦の大きさが小さくなり、ダウン・ストロークの迎角8度では、再付着の開始が捕えられるようになった。アップ・ストローク時の渦の剝離の様子もかなり異なってきて、迎角12度では、細かい渦が翼の表面上に並んだように見える。迎角15度でも渦は比較的小さい。

この間の様子を詳しく調べたものが、第5図の等密度線図である。剝離は、まず、翼の後方で起こり、前方へ伝わっていく。やがて、前縁より剝離が起こり、後方へ伝わっていく。前縁からの渦と後方からの渦が迎角12～13度で結びつき、細かい渦が翼の表面に並ぶ状態となる。その後、渦は、少しずつ大きくなりながら、融合したりして、後流へ流れていく。この様子は、文献8)に示されている実験結果と酷似している。揚力の急激な減少、モーメントの急激な減少のおこる迎角の実験との一致もかなり良い。この計算結果は、ダイナミック・ストールの過程を適性的には完全に捕えたといっても過言ではないと思う。この計算は、東大の大型計算機を用いて行い、2サイクルでおよそ12時間を要した。

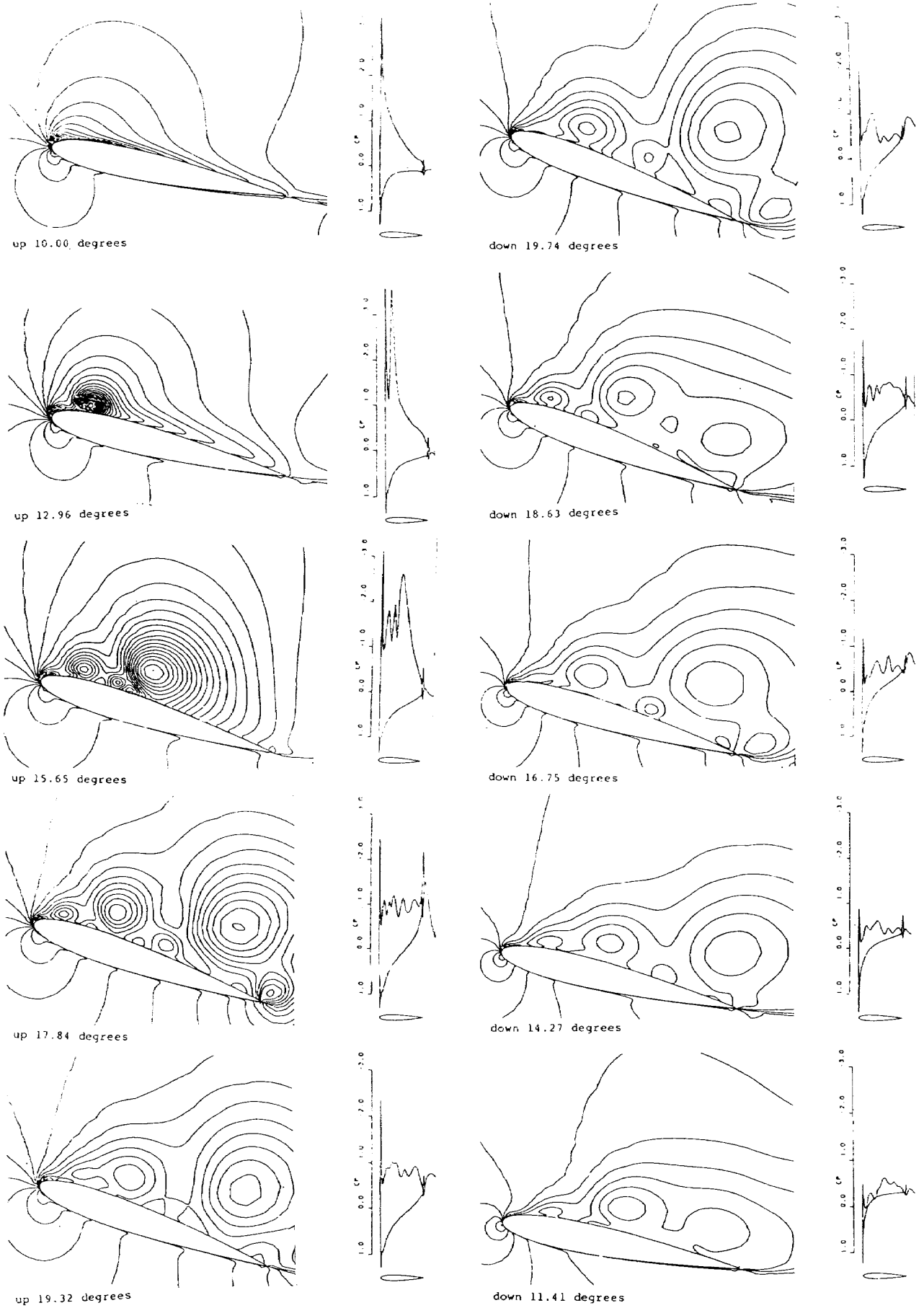


図1 等密度線および圧力係数。161×40の格子。マッハ0.3。レイノルズ数4000000。
 $\alpha = 10 + 10 \sin \omega t$ 。 $\omega c / 2u = 0.1$

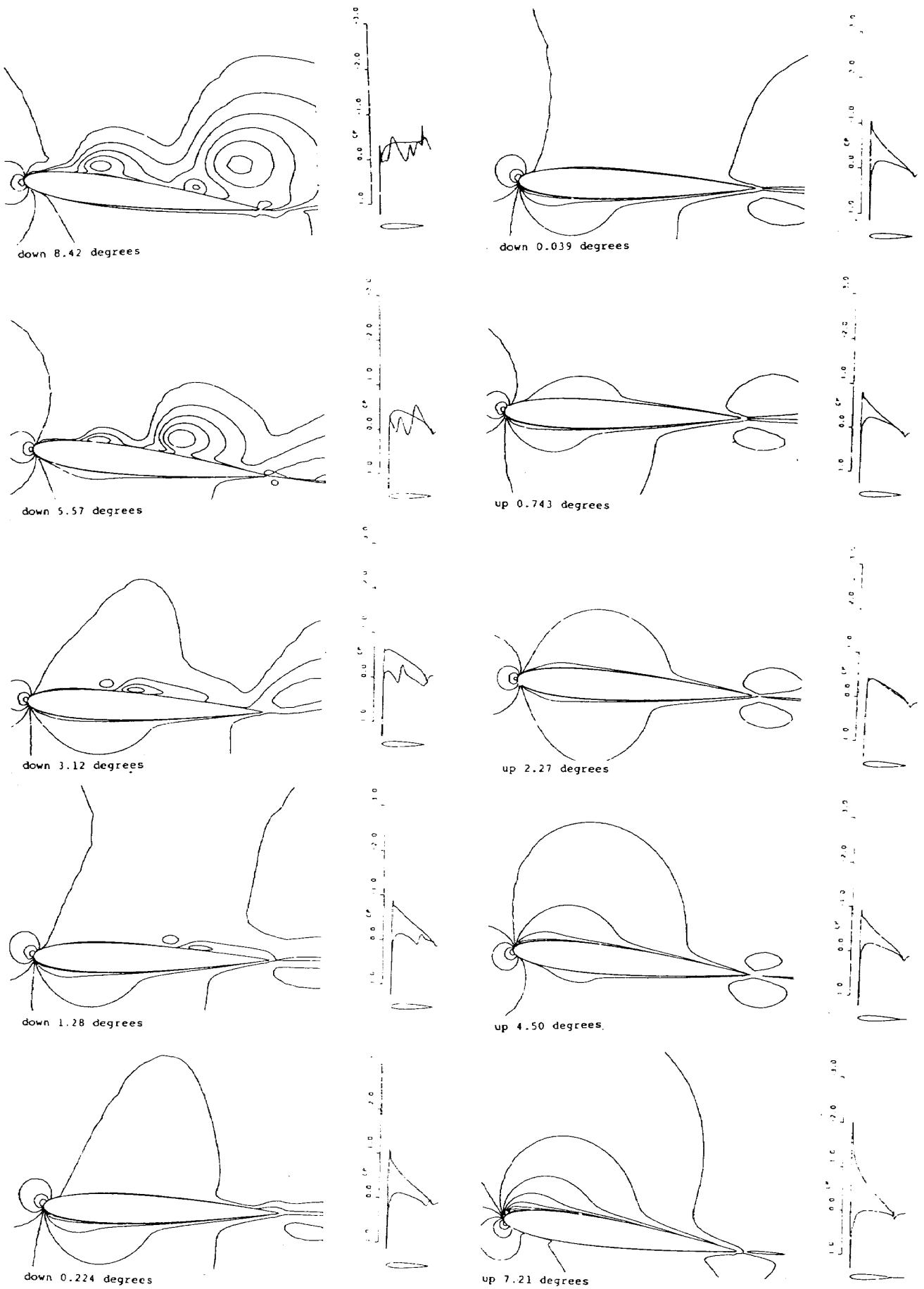


図1 (続き)

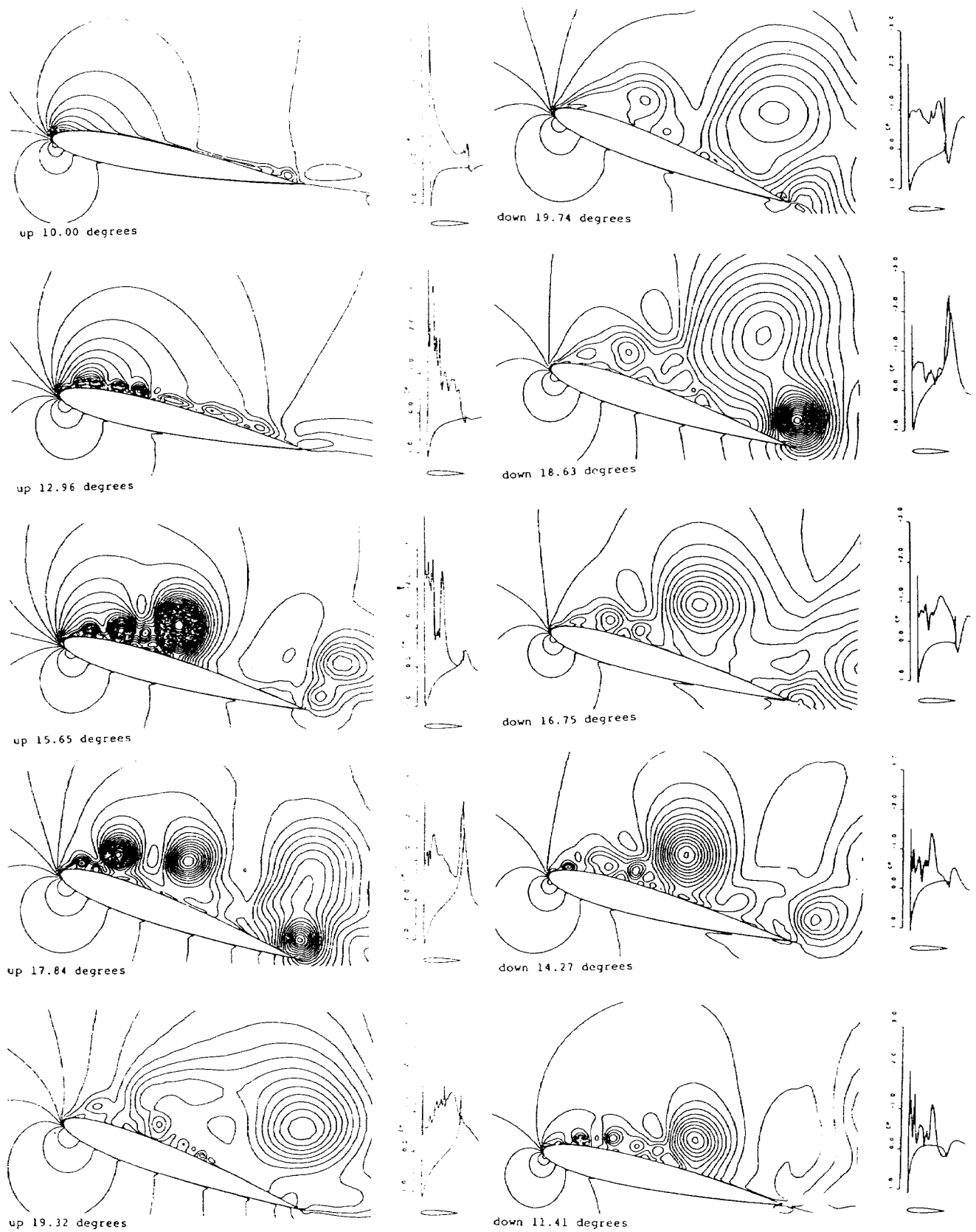


図2 等密度線および圧力係数。321×80の格子。マッハ0.3。レイノルズ数4000000。
 $\alpha = 10 + 10 \sin \omega t$ 。 $\omega c / 2u = 0.1$

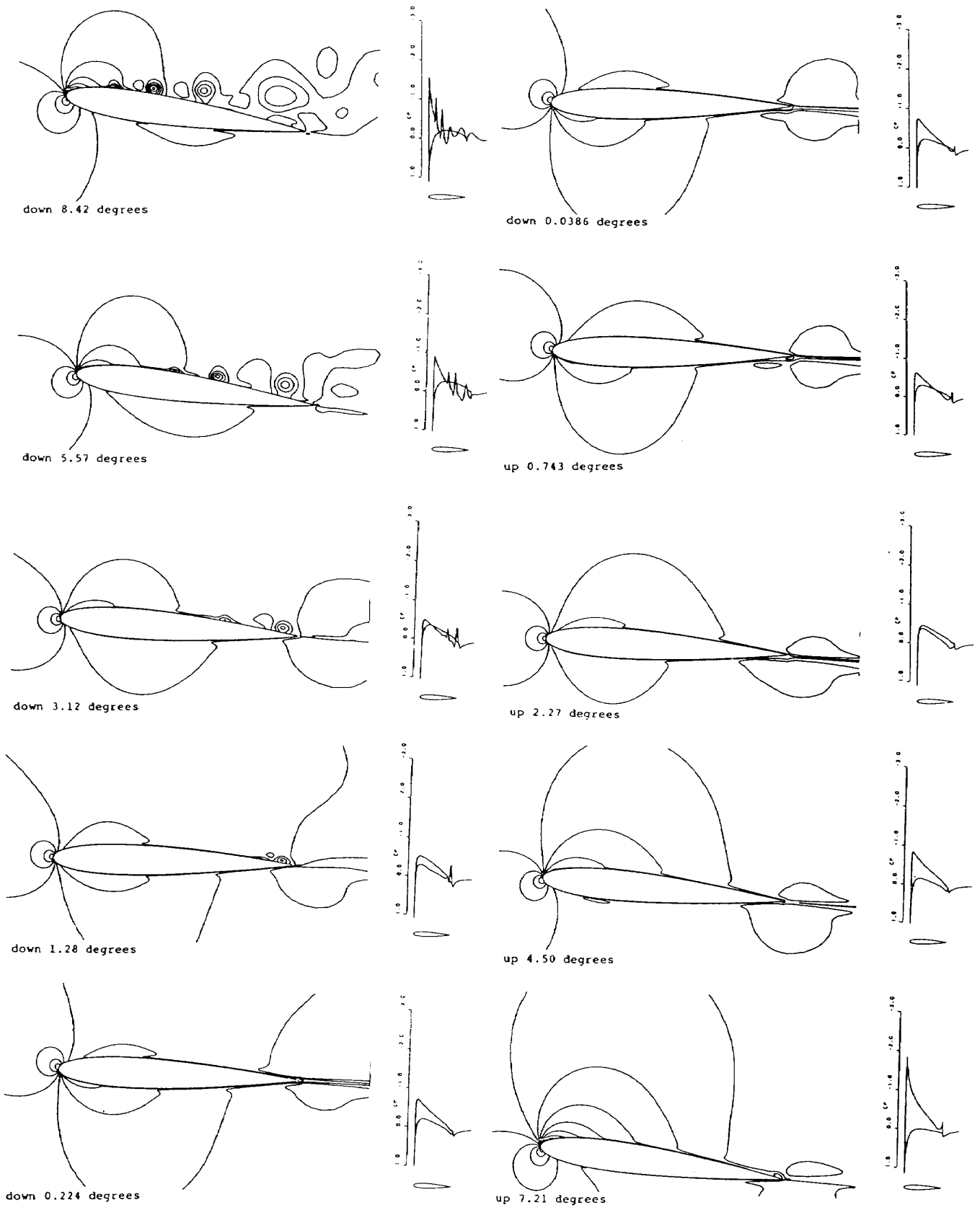
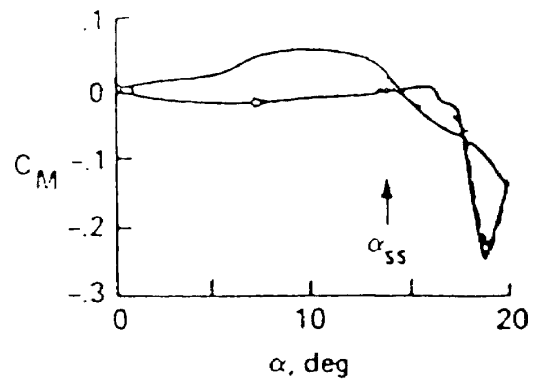
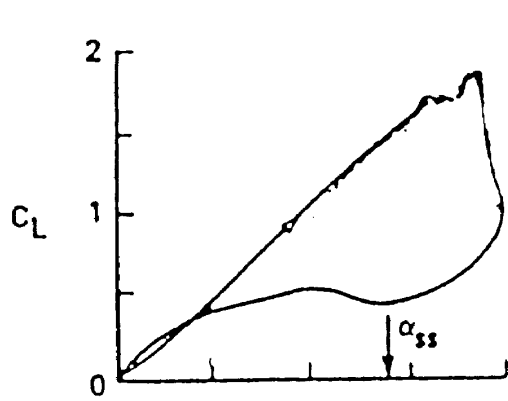
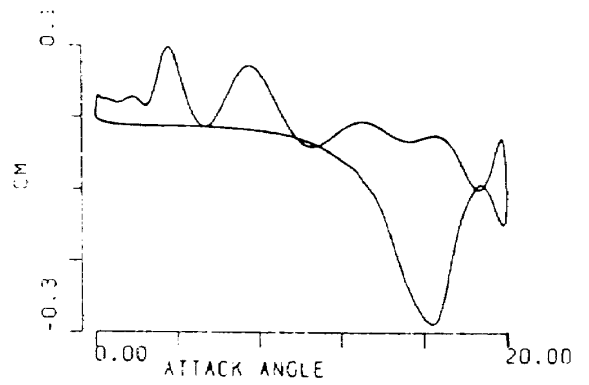
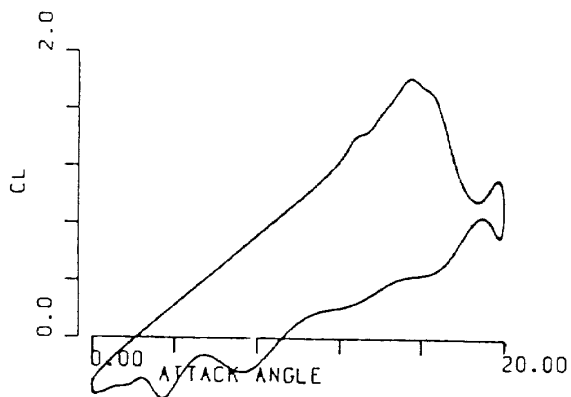


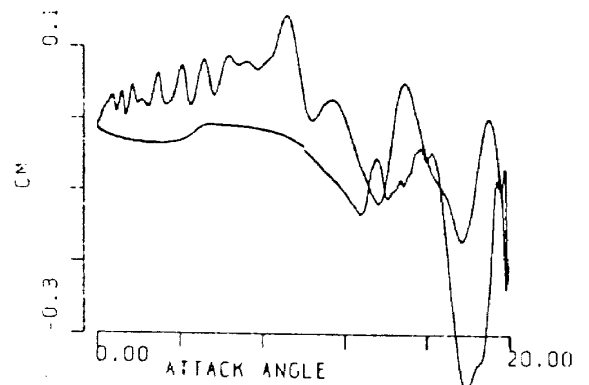
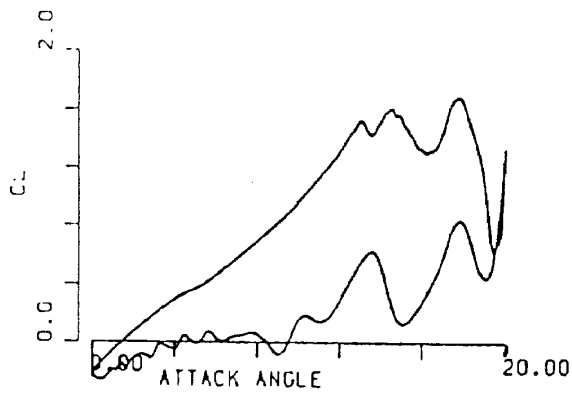
図2 (続き)



(a)



(b)



(c)

図3 揚力係数

図4 モーメント係数

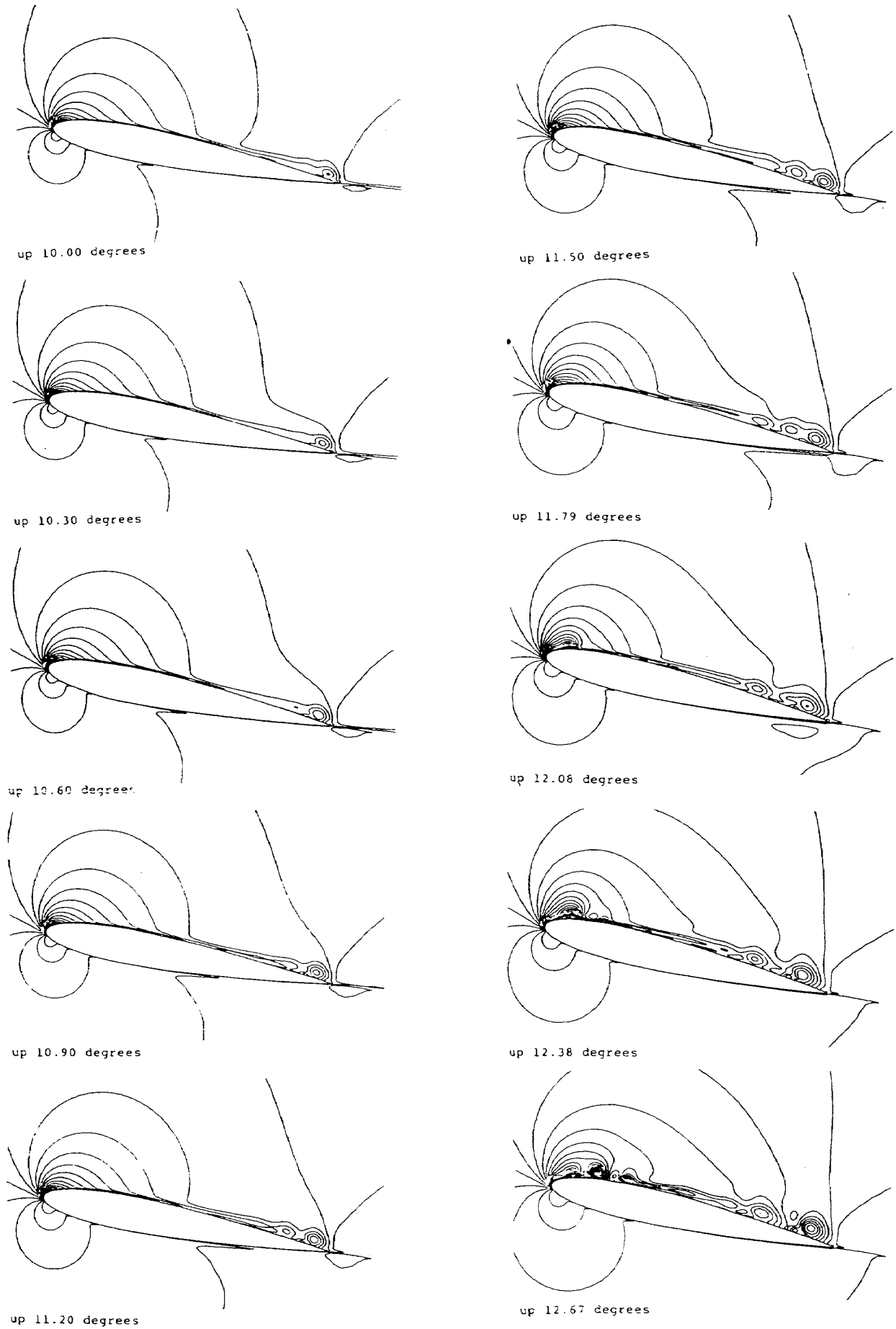


図5 等密度線（渦の剥離の様子の詳細）

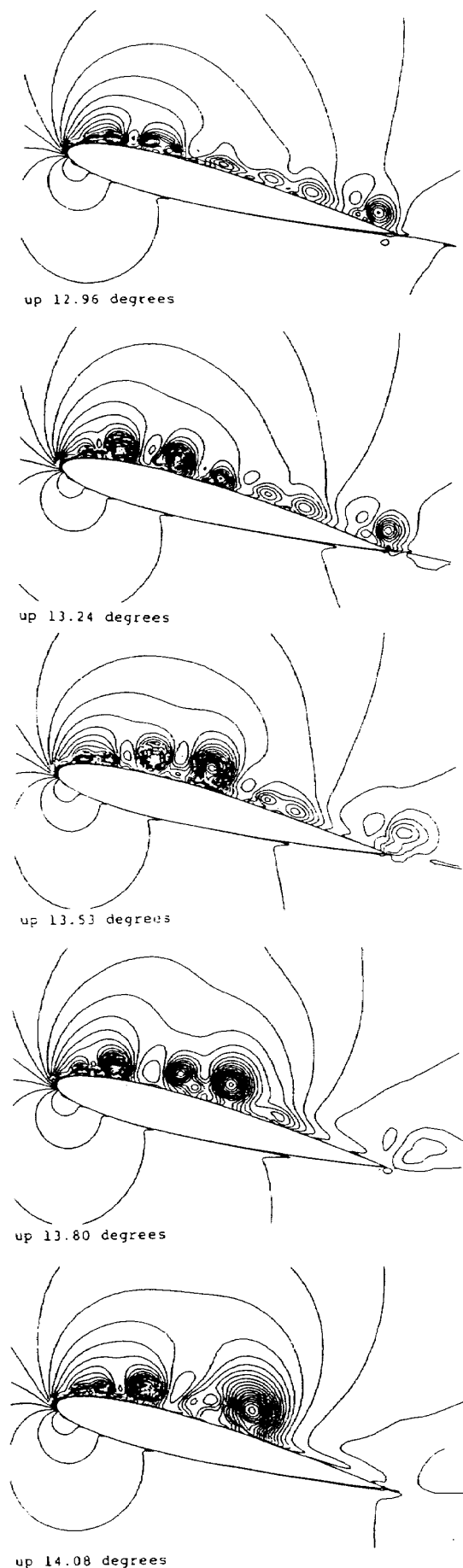


図 5 (続き)

6. 結 び に

NACA0012 のディープ・ダイナミック・ストールの過程を五重ブロック対角行列反転法で数値的に解析した。161×40 と 321×80 の 2 種類の格子で計算を行った結果、161×40 の格子では、揚力の急激な減少を捕えることに成功し、さらに、321×80 の格子では、アップ・ストロークにおける渦の剥離の開始・伝搬・放出の過程、および、ダウン・ストロークにおける再付着の過程、揚力の急減、モーメントの急減を適性的に完全に捕えることができた。今後、より細かい格子を用いることによって、三次元性が小さければ、定量的にも一致が見られることが予想される。

参 考 文 献

- 1) Metha, U.B.: Dynamic Stall of an Oscillating Airfoil, AGARD Paper 23, 1977.
- 2) Ono, K., Kuwahara, K. and Oshima, K.: Numerical Analysis of Dynamic Stall Phenomena of an Oscillating Airfoil by the Discrete Vortex Approximation, Proceeding of 7th ICNMF, Springer Verlag 1981.
- 3) Tassa, Y. and Sankar, N.L.: Dynamic Stall of NACA0012 Airfoil, AIAA Paper 81-0051, 1981.
- 4) McCroskey, W.J. and Pucci, S.L.: Viscous-Inviscid Interaction on Oscillating Airfoils, AIAA Paper 81-0051, 1981.
- 5) Ono, K.: Numerical Study on Dynamic Stall Process of an NACA0012 Airfoil, AIAA Paper 85-0128, 1985.
- 6) Shida, Y. and Kuwahara, K.: Computational Study of Unsteady Compressible Flow around an Airfoil by a Block Pentadiagonal Matrix Scheme, AIAA Paper 85-1692, 1985.
- 7) Chyu, W.J., Davis, S.S. and Chang, K.S.: Calculation of Unsteady Transonic Flow over an Airfoil, AIAA Journal, Vol. 19, No. 6, June 1981, pp. 684-690.

- 8) Jumper, E.J., Sheck, S.J. and Dimmick, R.L.: Lift-Curve Characteristics for an Airfoil Pitching at Constant Rate, AIAA Paper 86-0117, 1986.

